ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 14

Câu 1: Số mặt đối xứng của lăng trụ tam giác đều là

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$		-2			0		$+\infty$
y'			||	$+$		||	$-$	
y			|| $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$	||	1 $\searrow$	0

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 3: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng 60^0. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 64π. **B.** $\dfrac{32\sqrt{3}\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{64\sqrt{3}\pi}{3}$. **D.** 32π.

Câu 4: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$ là:

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=2$.

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=4$, $AA'=2$. Gọi O là giao điểm AC và BD. Mặt cầu $\left(S\right)$ tâm O, bán kính OA cắt mặt phẳng $\left(A'B'C'D'\right)$ theo giao tuyến là đường tròn $\left(C\right)$. Diện tích hình tròn $\left(C\right)$ bằng

A. 8π. **B.** 4π. **C.** $4\sqrt{2}\pi$. **D.** $2\sqrt{2}\pi$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=5$.

Câu 7: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-2$ có hệ số góc $k=-3$ có phương trình là

A. $y=-3x-1$. **B.** $y=-3x+1$. **C.** $y=-3x-9$. **D.** $y=-3x+9$.

Câu 8: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-x^2-8x$ trên đoạn $[1;3]$.

A. $\max\limits_{[1;3]} y=\dfrac{176}{27}$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} y=-8$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} y=-6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} y=-4$.

Câu 9: Phương trình $\log_2^2 x-5\log_2 x+4=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Tính tích $x_1.x_2$.

A. 8. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 36.

Câu 10: Một khối nón có bán kính đáy $r=2a$ và chiều cao $h=3a$. Hãy tính thể tích của nó.

A. $V=4\pi a^3$. **B.** $V=2\pi a^3$. **C.** $V=12\pi a^3$. **D.** $V=6\pi a^3$.

Câu 11: Với $a,b,c>0$, $a\neq 1$, $\alpha\in\mathbb{R}$, khẳng định sai là:

A. $\log_a(b.c)=\log_a b+\log_a c$. **B.** $\log_a(b+c)=\log_a b.\log_a c$.

C. $\log_a b^\alpha=\alpha\log_a b$. **D.** $\log_a\dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC=a$, $BC=2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) là trung điểm H của BC. Cạnh SB tạo với đáy một góc 60^0. Tính thể tích V khối chóp $S.ABC$

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{5}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{6}$.

Câu 13: Cho khối lập phương có cạnh bằng a .Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. a^2. **B.** $3a$. **C.** a^3. **D.** $4a^2$.

Câu 14: Tập xác định D của hàm số $y=\log_2|x-2|$ là

A. $D=(2;+\infty)$. **B.** $D=R$.

C. $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

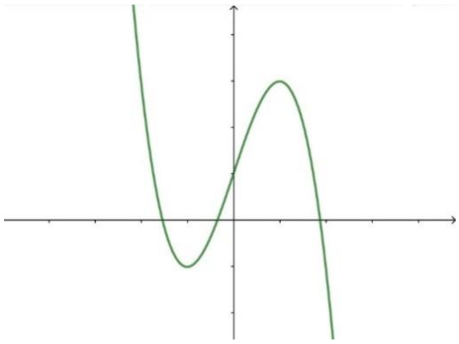
Câu 15: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^7$ bằng

A. $7\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{7}\log_2 a$. **C.** $\dfrac{1}{7}+\log_2 a$. **D.** $7+\log_2 a$.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{x+2}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 17: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:



A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

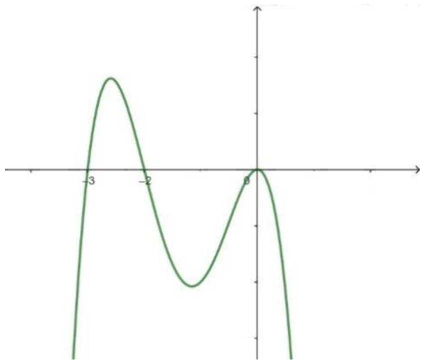
Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng

A. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;2)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.



Câu 19: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình đã cho:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f\left(x\right)+5=0$

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

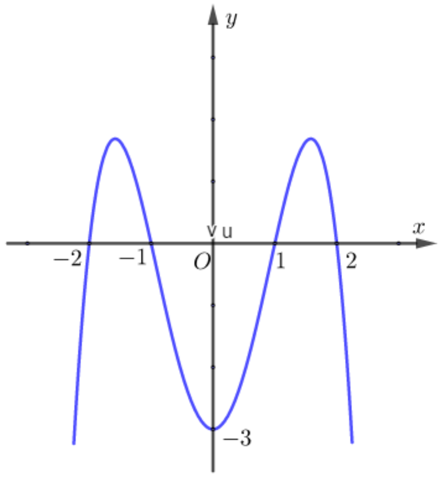
Câu 20: Thể tích của khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a bằng:

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 21: Hình trụ tròn xoay $\left(T\right)$ có diện tích xung quanh $S_{xq}=12\pi a^2$ và chiều cao của khối trụ là $h=6a$. Thể tích khối trụ tương ứng bằng

A. $V=2\pi a^3$. **B.** $V=12\pi a^3$. **C.** $V=6\pi a^3$. **D.** $V=3\pi a^3$.

Câu 22: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?



A. $a>0,b<0,c>0$. **B.** $a<0,b<0,c<0$. **C.** $a>0,b<0,c<0$. **D.** $a<0,b>0,c<0$.

Câu 23: Cho các số thực $x;y$ thỏa mãn $x>y>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\log^2_{\frac{x}{y}}x^3+36\log_y\dfrac{x}{y}$.

A. $P_{\min}=23$. **B.** $P_{\min}=27$. **C.** $P_{\min}=32$. **D.** $P_{\min}=72$.

Câu 24: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC=2HA$. Mặt bên $(ABB'A')$ tạo với đáy một góc 60^0. Thể tích khối lăng trụ là

A. $\dfrac{3a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{5}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

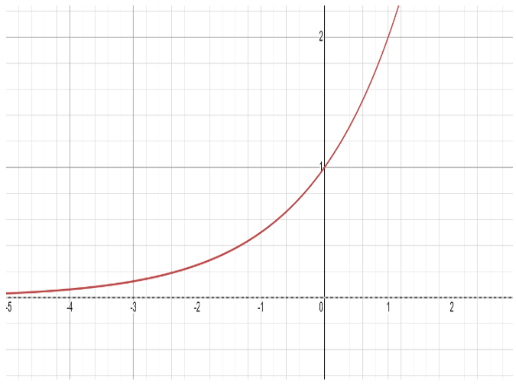
Câu 25: Tập nghiệm của phương trình $\log_5\left(2x^2-x-1\right)=1$ là:

A. $\left\{-2;\dfrac{3}{2}\right\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\left\{2;-\dfrac{3}{2}\right\}$. **D.** $\varnothing$.

Câu 26: Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy R và độ dài đường sinh l là:

A. $S_{tp}=2\pi R^2+\pi Rl$. **B.** $S_{tp}=\pi R^2+\pi Rl$. **C.** $S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rl$. **D.** $S_{tp}=\pi R^2+2\pi Rl$.

Câu 27: Đồ thị sau là của hàm số nào?



A. $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. **B.** $y=2^x$.

C. $y=\log_2 x$. **D.** $\log_2\left(x+3\right)$.

Câu 28: Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $9^x-4.3^x+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $2<m<6$. **B.** $3<m<6$.

C. $0<m<6$. **D.** $m<6$.

Câu 29: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4, độ dài đường sinh bằng 12. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ.

A. $S_{xq}=192\pi$. **B.** $S_{xq}=48\pi$. **C.** $S_{xq}=128\pi$. **D.** $S_{xq}=96\pi$.

Câu 30: Độ dài đường cao của khối tứ diện đều cạnh $a\sqrt{3}$ là

A. $a\sqrt{6}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 31: Cho khối chóp có diện tích đáy $12\,\text{cm}^2$ và chiều cao $6\,\text{cm}$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $22\,\text{cm}^3$. **B.** $26\,\text{cm}^3$. **C.** $24\,\text{cm}^3$. **D.** $28\,\text{cm}^3$.

Câu 32: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;3\right)$. **B.** $\left(2;6\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(1;3\right)$.

Câu 33: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}mx^3-\left(m-1\right)x^2+3\left(m-2\right)x+\dfrac{1}{6}$ đạt cực trị tại $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $x_1+2x_2=1$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=\dfrac{2}{3} \\ m=2 \end{array}\right.$. **B.** $1-\dfrac{\sqrt{6}}{2}<m<1+\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

C. $m\in\left(1-\dfrac{\sqrt{6}}{2};1+\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)\backslash\{0\}$. **D.** $m=2$.

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3-3x+m-2=0$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 35: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V=\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{27}$. **B.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{6}a^3}{27}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{27}$. **D.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{6}a^3}{9}$.

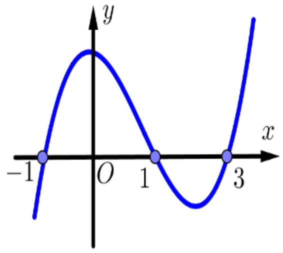
Câu 36: Một mặt cầu có diện tích 16π thì bán kính mặt cầu bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 37: Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số $y=(2020-a)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $0<a<1$. **B.** $2019<a<2020$. **C.** $a<2020$. **D.** $a<2019$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(xe^x\right)$ bằng

A. 3. **B.** 1.

C. 4. **D.** 2.

Câu 39: Đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)$ bằng

A. $y'=\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)^2}$. **B.** $y'=\dfrac{-1}{\left(x^2+1\right)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x^2+1}$.

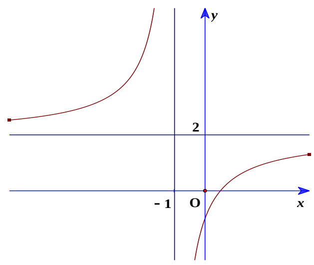
Câu 40: Tập nghiệm của bất phương trình $7^x<49$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;7)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 41: Gọi S là tập các số nguyên $m\in[-2020;2020]$ để phương trình $\log_2^2 x-\log_{\sqrt{2}} x=m-\sqrt{m+\log_2 x}$ có đúng hai nghiệm. Số phần tử của S bằng

A. 1. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 0.

Câu 42: Hình vẽ dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



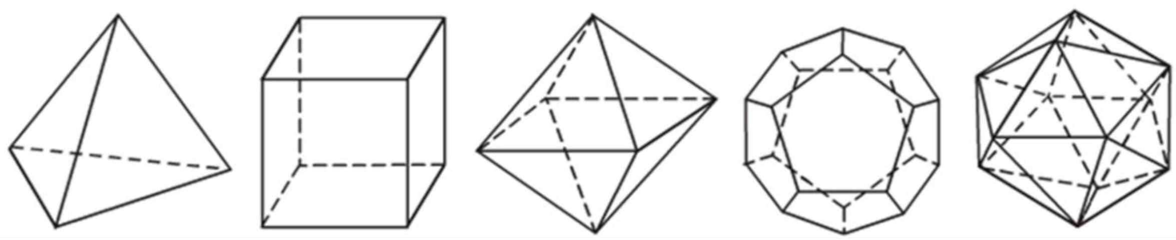
A. $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

C. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{x-1}$.

Câu 43: Hàm số $y=-\dfrac{1}{3}mx^3+mx^2-x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $m<-1$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $m\ne 0$. **D.** $m<0$ hoặc $m>1$.

Câu 44: Trong các khối đa diện đều dưới đây, hình nào là khối bát diện đều?



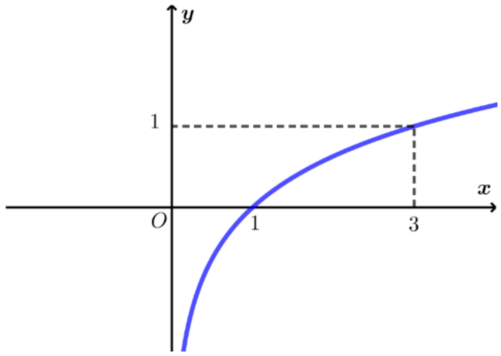
Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4 Hình 5

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 4. **D.** Hình 3.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 1$. Với các số thực dương a, b thỏa mãn $a < b$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ bằng

A. $f(a)$. **B.** $f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$. **C.** $f\left(\sqrt{ab}\right)$. **D.** $f(b)$.

Câu 46: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ?



A. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. **B.** $y = \log_3 x$. **C.** $y = 3^x$. **D.** $y = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B; $AB = BC = a$, $AD = 2a$; $SA \perp (ABCD)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm E ngoại tiếp tứ diện $SABC$, (S_2) là mặt cầu tâm F ngoại tiếp tứ diện $SBCD$. Biết EF tạo với $mp(ABCD)$ một góc 30^0. Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của (S_1) và (S_2). Diện tích hình tròn (C) bằng

A. $\dfrac{3\pi a^2}{4}$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $\dfrac{5\pi a^2}{4}$. **D.** $\dfrac{3\pi a^2}{2}$.

Câu 48: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Năm mặt. **B.** Bốn mặt. **C.** Hai mặt. **D.** Ba mặt.

Câu 49: Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $2^{\log_2(ab)} = 25b^2$. Giá trị của $\dfrac{a}{b}$ bằng

A. 12. **B.** 25. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

--------------------- **HẾT** ---------------------

1A	**2D**	**3D**	**4A**	**5B**	**6A**	**7A**	**8C**	**9B**	**10A**	**11B**	**12A**	**13C**	**14D**	**15A**
16C	**17D**	**18A**	**19B**	**20C**	**21C**	**22D**	**23D**	**24A**	**25C**	**26C**	**27B**	**28A**	**29D**	**30D**
31C	**32D**	**33A**	**34A**	**35B**	**36A**	**37B**	**38A**	**39C**	**40A**	**41B**	**42B**	**43B**	**44D**	**45D**
46B	**47C**	**48D**	**49B**	**50A**										

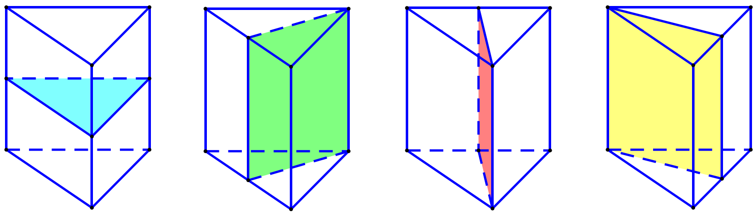
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Số mặt đối xứng của lăng trụ tam giác đều là

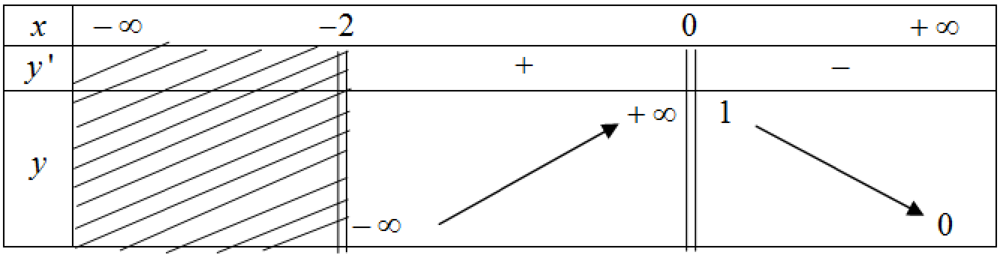
A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.



Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-2$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 0^-} y=+\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$.

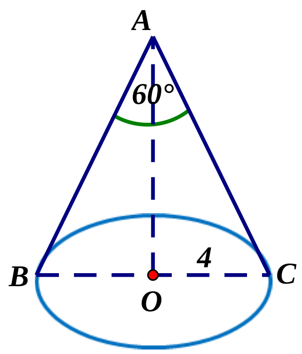
Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 3: Cho hình nón có bán kính đáy bằng 4 và góc ở đỉnh bằng 60^0. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 64π. **B.** $\dfrac{32\sqrt{3}\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{64\sqrt{3}\pi}{3}$. **D.** 32π.

Lời giải



Xét ΔAOC vuông tại O, ta có: $l = AC = \dfrac{OC}{\sin OAC} = \dfrac{4}{\sin 30^0} = 8$

$S_{xq} = \pi r l = 32\pi$.

Câu 4: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 2}$ là:

A. $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $y = -2$. **D.** $y = 2$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$\lim\limits_{x \to 2^+} \dfrac{x^2 + x - 2}{x - 2} = +\infty \Rightarrow$ TCĐ: $x = 2$.

Câu 5: **[Mức độ 2]** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 4$, $AA' = 2$. Gọi O là giao điểm AC và BD. Mặt cầu (S) tâm O, bán kính OA cắt mặt phẳng $(A'B'C'D')$ theo giao tuyến là đường tròn (C). Diện tích hình tròn (C) bằng

A. 8π. **B.** 4π. **C.** $4\sqrt{2}\pi$. **D.** $2\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

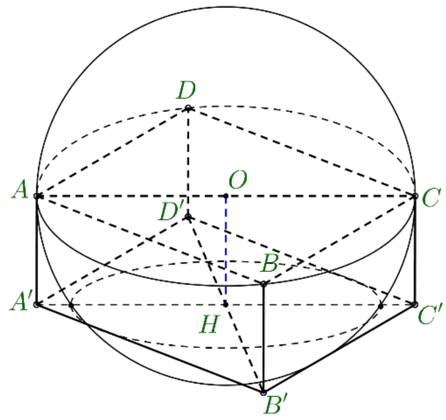
Bán kính mặt cầu $R = OA = 2\sqrt{2}$

Gọi H là tâm đường tròn (C), suy ra $OH = AA' = 2$

Gọi r là bán kính của đường tròn (C), ta có:

$r^2 = R^2 - OH^2 = 8 - 4 = 4$

Vậy diện tích đường tròn (C) là $S = \pi r^2 = 4\pi$.



Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = 2$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 5$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 7: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-2$ có hệ số góc $k=-3$ có phương trình là

A. $y=-3x-1$. **B.** $y=-3x+1$. **C.** $y=-3x-9$. **D.** $y=-3x+9$.

Lời giải

Gọi (x_0,y_0) là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị hàm số.

Ta có $y'=3x^2-6x$. Do đó $y'(x_0)=-3\Leftrightarrow 3{x_0}^2-6x_0=-3\Leftrightarrow x_0=1\Rightarrow y_0=-4$.

Vậy tiếp tuyến cần tìm là $y=-3(x-1)-4\Leftrightarrow y=-3x-1$.

Câu 8: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-x^2-8x$ trên đoạn $[1;3]$.

A. $\max\limits_{[1;3]} y=\frac{176}{27}$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} y=-8$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} y=-6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} y=-4$.

Lời giải

$y'=3x^2-2x-8$. Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-2x-8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \text{ (nhận)} \\ x=-\frac{4}{3} \text{ (loại)}\end{array}\right.$.

$y(1)=-8$, $y(2)=-12$, $y(3)=-6$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]} y=y(3)=-6$.

Câu 9: Phương trình $\log_2^2 x-5\log_2 x+4=0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tính tích $x_1.x_2$.

A. 8. **B.** 32. **C.** 16. **D.** 36.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$.

Ta có $\log_2^2 x-5\log_2 x+4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_2 x=4\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2^1=2\\ x=2^4=16\end{array}\right.$.

Vậy phương trình có hai nghiệm $x_1=2, x_2=16\Rightarrow x_1.x_2=32$.

Câu 10: Một khối nón có bán kính đáy $r=2a$ và chiều cao $h=3a$. Hãy tính thể tích của nó.

A. $V=4\pi a^3$. **B.** $V=2\pi a^3$. **C.** $V=12\pi a^3$. **D.** $V=6\pi a^3$.

Lời giải

Thể tích khối nón $V=\frac{1}{3}Bh$, với $\begin{cases} B=\pi r^2=4\pi a^2\\ h=2a\end{cases}$.

Vậy $V=\frac{1}{3}.4\pi a^2.3a=4\pi a^3$.

Câu 11: Với $a,b,c>0$, $a\neq 1$, $\alpha\in\mathbb{R}$, khẳng định sai là:

A. $\log_a(b.c)=\log_a b+\log_a c$. **B.** $\log_a(b+c)=\log_a b.\log_a c$.

C. $\log_a b^\alpha=\alpha\log_a b$. **D.** $\log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$.

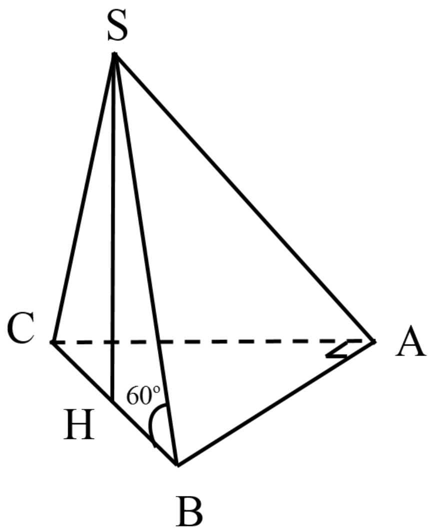
Lời giải

Đáp án **B** sai.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AC = a$, $BC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của S trên (ABC) là trung điểm H của BC. Cạnh SB tạo với đáy một góc 60^0. Tính thể tích V khối chóp $S.ABC$

A. $V = \frac{a^3}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{5}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V = \frac{a^3}{6}$.

Lời giải



Ta có: $AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Diện tích đáy: $S = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}a\sqrt{3}.a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Chiều cao: $h = SH = BH.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{2}.a\sqrt{3} = \frac{a^3}{2}$.

Câu 13: Cho khối lập phương có cạnh bằng a .Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. a^2. **B.** $3a$. **C.** a^3. **D.** $4a^2$.

Lời giải

Thể tích của khối lập phương đã cho bằng a^3.

Câu 14: Tập xác định D của hàm số $y = \log_2|x-2|$ là

A. $D = (2;+\infty)$. **B.** $D = R$.

C. $D = (-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

Hàm số $y = \log_2|x-2|$ có nghĩa với $\forall x \neq 2$ nên tập xác định là $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 15: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^7$ bằng

A. $7\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{7}\log_2 a$. **C.** $\frac{1}{7} + \log_2 a$. **D.** $7 + \log_2 a$.

Lời giải

Ta có $\log_a b^\alpha = \alpha.\log_a b$,$(1 \neq a > 0, b > 0)$.

Nên $\log_2 a^7 = 7\log_2 a$.

Câu 16: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x}{x+2}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

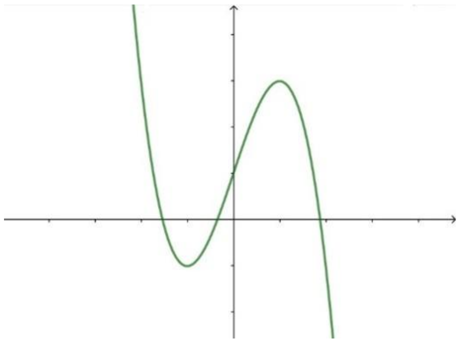
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x}{x+2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2}{1+\dfrac{2}{x}} = 2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x}{x+2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2}{1+\dfrac{2}{x}} = 2$

Nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang.

Câu 17: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

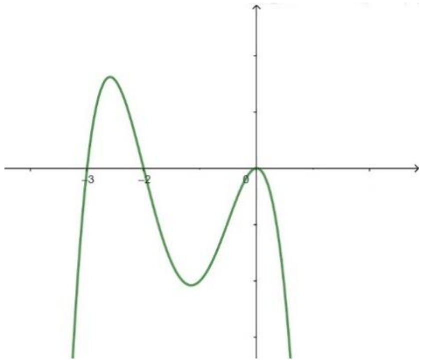


A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Từ đồ thị của hàm số, ta thấy số điểm cực trị của hàm số là 2.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$. Biết rằng $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng



A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;2)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Lời giải

Từ đồ thị của hàm số, ta nhận thấy

Với $\forall x \in (-3;-2)$, $f'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến.

Với $\forall x \in (-\infty;-3)$ và $(-2;0)$ và $(0;+\infty)$, $f'(x)<0$ nên hàm số nghịch biến.

Vậy hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 19: **[Mức độ 2]**Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình đã cho:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)+5=0$

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $2f(x)+5=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{5}{2}$, từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 20: Thể tích của khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a bằng:

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Ta có: Diện tích tam giác đều cạnh a là: $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Do đó $V=S.h=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 21: Hình trụ tròn xoay (T) có diện tích xung quanh $S_{xq}=12\pi a^2$ và chiều cao của khối trụ là $h=6a$. Thể tích khối trụ tương ứng bằng

A. $V=2\pi a^3$. **B.** $V=12\pi a^3$. **C.** $V=6\pi a^3$. **D.** $V=3\pi a^3$.

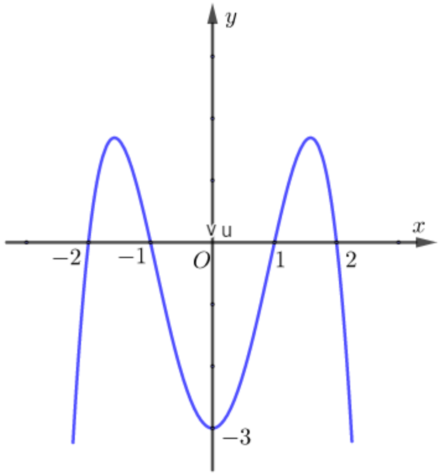
Lời giải

Gọi r là bán kính đáy hình trụ.

$$S_{xq}=12\pi a^2 \Leftrightarrow 2\pi rh=12\pi a^2 \Leftrightarrow 2\pi.r.6a=12\pi a^2 \Leftrightarrow r=a$$

Thể tích khối trụ tương ứng: $V=\pi r^2h=\pi.a^2.6a=6\pi a^3$.

Câu 22: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?



A. $a>0, b<0, c>0$. **B.** $a<0, b<0, c<0$.

C. $a>0, b<0, c<0$. **D.** $a<0, b>0, c<0$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên $a<0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $a.b<0 \Rightarrow b>0$.

Vậy **Chọn D**

Câu 23: Cho các số thực $x; y$ thỏa mãn $x>y>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\log^2_{\frac{x}{y}} x^3+36\log_y \frac{x}{y}$.

A. $P_{\min}=23$. **B.** $P_{\min}=27$. **C.** $P_{\min}=32$. **D.** $P_{\min}=72$.

Lời giải

$$P=\log^2_{\frac{x}{y}} x^3+36\log_y \frac{x}{y}=\left(3\log_{\frac{x}{y}} x\right)^2+36\left(\log_y x-1\right)=9\left(\frac{1}{1-\log_x y}\right)^2+36(\log_y x-1)=$$

$$=9\left(\frac{1}{1-\frac{1}{\log_y x}}\right)^2+36(\log_y x-1)=\frac{9u^2}{(u-1)^2}+36(u-1) \text{ (với } u=\log_y x>\log_y y=1)$$

$$P=\frac{9u^2}{(u-1)^2}+36(u-1)=9\left(1+\frac{1}{u-1}\right)^2+36(u-1)=9\left[1+\frac{2}{u-1}+\frac{1}{(u-1)^2}+4(u-1)\right]=$$

$$=9\left[1+\left(\frac{1}{(u-1)^2}+(u-1)+(u-1)\right)+\left(\frac{2}{u-1}+2(u-1)\right)\right]\ge 9\left[1+3\sqrt[3]{1}+2\sqrt{2.2}\right]=72.$$

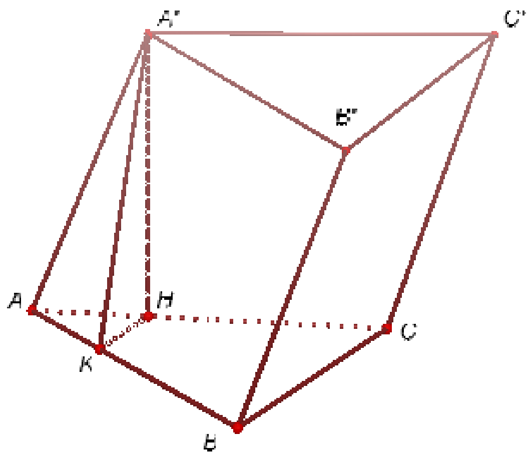
Dấu "=" xảy ra khi $\frac{1}{(u-1)^2}=1 \Rightarrow u=2>1 \Rightarrow x=y^2(>1)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $P_{\min}=72$.

Câu 24: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HC = 2HA$. Mặt bên $(ABB'A')$ tạo với đáy một góc 60^0. Thể tích khối lăng trụ là

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** $\frac{3a^3}{5}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải



Điểm K thuộc cạnh AB sao cho $KB = 2KA$ thì

$KH // BC$ nên $KH \perp AB$, KH là hình chiếu của

$A'K$ nên $A'K \perp AB$, suy ra góc $A'KH$ bằng 60^0. Tam giác AHK vuông cân tại K nên

$$KH = AK = \frac{AB}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Tam giác $A'KH$ có $A'H = HK\tan 60^0 = a$.

Thể tích khối lăng trụ là

$$V = A'H.S_{ABC} = a.\frac{BA.BC}{2} = \frac{3a^3}{2}.$$

Câu 25: Tập nghiệm của phương trình $\log_5\left(2x^2 - x - 1\right) = 1$ là:

A. $\left\{-2;\frac{3}{2}\right\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\left\{2;-\frac{3}{2}\right\}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Điều kiện: $2x^2 - x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ hoặc $x < -\frac{1}{2}$.

Phương trình: $\log_5\left(2x^2 - x - 1\right) = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 = 5 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 2 & \text{(tm)} \\ x = -\frac{3}{2} & \text{(tm)} \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = \left\{2;-\frac{3}{2}\right\}$.

Câu 26: Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy R và độ dài đường sinh l là:

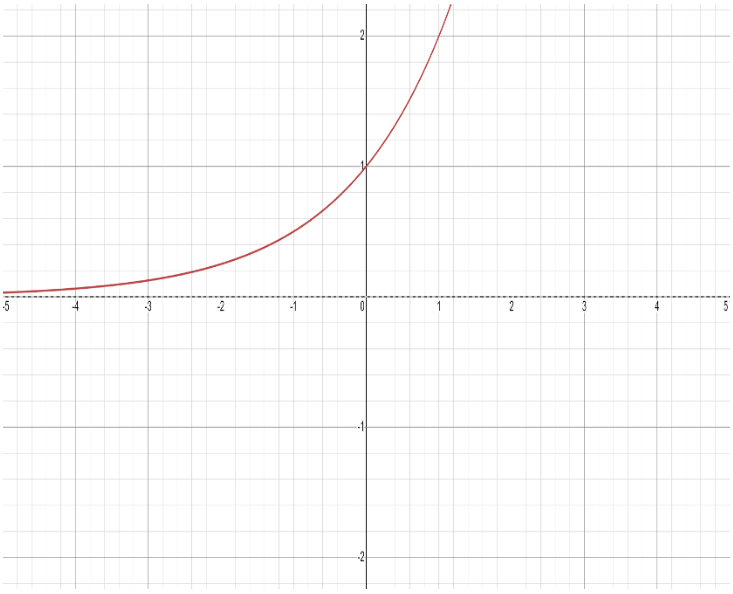
A. $S_{tp}=2\pi R^2+\pi Rl$. **B.** $S_{tp}=\pi R^2+\pi Rl$. **C.** $S_{tp}=2\pi R^2+2\pi Rl$. **D.** $S_{tp}=\pi R^2+2\pi Rl$.

Lời giải

Ta có, với hình trụ có bán kính đáy R và đường sinh l thì:

$$S_{tp}=2S_d+S_{xq}=2\pi R^2+2\pi Rl.$$

Câu 27: Đồ thị sau là của hàm số nào?



A. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **B.** $y=2^x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $\log_2(x+3)$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đi qua 2 điểm $A(0;1);B(1;2)$.

Câu 28: Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $9^x-4.3^x+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $2<m<6$. **B.** $3<m<6$. **C.** $0<m<6$. **D.** $m<6$.

Lời giải

Đặt $t=3^x\ (t\geq 0)$. PT $9^x-4.3^x+m-2=0$ (1) trở thành: $t^2-4t+m-2=0\ (2)$.

Để PT(1) có 2 nghiệm phân biệt thì PT(2) có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\t_1+t_2>0\\t_1t_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2^2-(m-2)>0\\4>0\\m-2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6-m>0\\m-2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<6\\m>2\end{cases}\Leftrightarrow 2<m<6.$$

Câu 29: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4, độ dài đường sinh bằng 12. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ.

A. $S_{xq}=192\pi$. **B.** $S_{xq}=48\pi$. **C.** $S_{xq}=128\pi$. **D.** $S_{xq}=96\pi$.

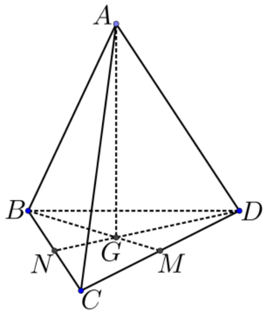
Lời giải

Ta có $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.4.12=96\pi.$

Câu 30: Độ dài đường cao của khối tứ diện đều cạnh $a\sqrt{3}$ là

A. $a\sqrt{6}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải



Tam giác BCD đều nên $BM = a\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a}{2}$.

$BG = \dfrac{2}{3}BM = \dfrac{2}{3}.\dfrac{3a}{2} = a.$

Khi đó $h = AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$

Câu 31: Cho khối chóp có diện tích đáy $12\,\text{cm}^2$ và chiều cao $6\,\text{cm}$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $22\,\text{cm}^3$. **B.** $26\,\text{cm}^3$. **C.** $24\,\text{cm}^3$. **D.** $28\,\text{cm}^3$.

Lời giải

Áp dụng công thức thể tích khối chóp $V = \dfrac{1}{3}.B.h$ ta có thể tích khối chóp đã cho là

$V = \dfrac{1}{3}.12.6 = 24\,\text{cm}^3$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(2;6)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y' > 0, \forall x \in (1;3)$ nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 33: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \dfrac{1}{6}$ đạt cực trị tại $x_1,\, x_2$ thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$.

A. $\left[\begin{array}{l} m = \dfrac{2}{3} \\ m = 2 \end{array}\right.$. **B.** $1 - \dfrac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

C. $m \in \left(1 - \dfrac{\sqrt{6}}{2}; 1 + \dfrac{\sqrt{6}}{2}\right) \setminus \{0\}$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Xét hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3-(m-1)x^2+3(m-2)x+\frac{1}{6}$

Tập xác định $D = R$; $y'=mx^2-2(m-1)x+3(m-2)$

Hàm số đạt cực trị tại $x_1,\ x_2$ ⇔ $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta'=(m-1)^2-m.3(m-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\left(1-\frac{\sqrt{6}}{2};1+\frac{\sqrt{6}}{2}\right)\backslash\{0\}$$

Khi đó theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{2(m-1)}{m} \\ x_1.x_2=\dfrac{3(m-2)}{m} \end{cases}$. Mà $x_1+2x_2=1$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-2x_2+x_2=\dfrac{2(m-1)}{m} \\ (1-2x_2).x_2=\dfrac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2=\dfrac{2-m}{m} \\ \left(1-2.\dfrac{2-m}{m}\right).\dfrac{2-m}{m}=\dfrac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{2}{3} \\ m=2 \end{array}\right. \text{(thỏa mãn)}$$

Vậy với $\left[\begin{array}{l} m=\dfrac{2}{3} \\ m=2 \end{array}\right.$ thì hàm số đã cho đạt cực trị tại $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $x_1+2x_2=1$.

Câu 34: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^3-3x+m-2=0$ có 3 nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Phương trình $x^3-3x+m-2=0 \Leftrightarrow m=-x^3+3x+2$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị $(C): y=-x^3+3x+2$ và đường thẳng $d: y=m$.

Xét hàm số $y=-x^3+3x+2$ có $y'=-3x^2+3$

$y'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

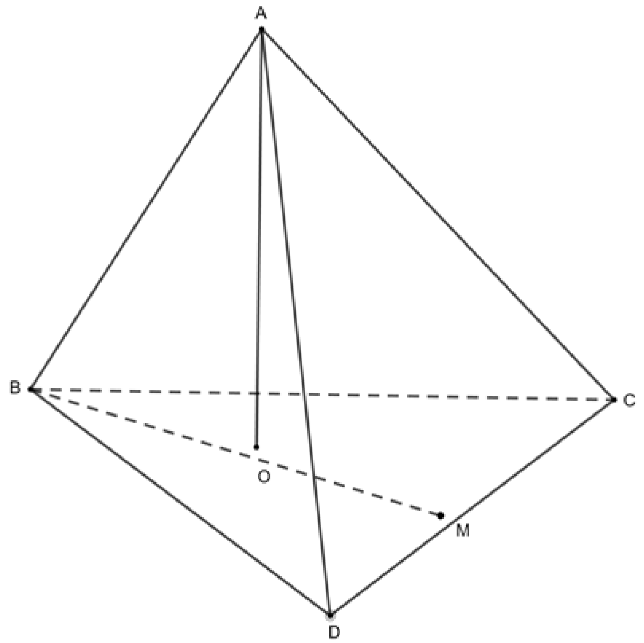
Phương trình có 3 nghiệm ⇔ d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt ⇔ $0<m<4$.

Câu 35: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V=\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{27}$. **B.** $V=\frac{\pi\sqrt{6}a^3}{27}$.

C. $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{27}$.   **D.** $V = \dfrac{\pi\sqrt{6}a^3}{9}$.

Lời giải



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta BCD \Rightarrow AO \perp (BCD)$

Ta có bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔBCD là $OB = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Suy ra bán kính đáy nón là $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

ΔABO vuông tại O ta có: $AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

Do đó, chiều cao của hình nón là: $h = AO = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

Vậy thể tích của hình nón (N) là

$V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2.\dfrac{a\sqrt{6}}{3} = \dfrac{\pi\sqrt{6}a^3}{27}$

Câu 36: Một mặt cầu có diện tích 16π thì bán kính mặt cầu bằng

A. 2.   **B.** 4.   **C.** $4\sqrt{2}$.   **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 16\pi$

$\Rightarrow R = 2$

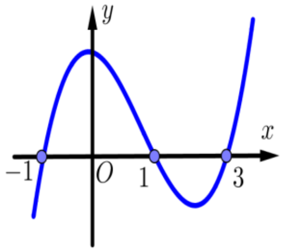
Câu 37: Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số $y = (2020 - a)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $0 < a < 1$.   **B.** $2019 < a < 2020$.   **C.** $a < 2020$.   **D.** $a < 2019$.

Lời giải

Để hàm số $y=(2020-a)^x$ nghịch biến trên R $\Leftrightarrow 0<2020-a<1 \Leftrightarrow 2019<a<2020$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(xe^x\right)$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $y'=\left(f\left(xe^x\right)\right)'=\left(xe^x\right)'.f'\left(xe^x\right)=e^x.(x+1).f'\left(xe^x\right)$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow e^x.(x+1).f'\left(xe^x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ xe^x=-1(VN) \\ xe^x=1 \\ xe^x=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0,567... \\ x=1,049... \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$0,567...$		$1,049...$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số $y=f\left(xe^x\right)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 39: Đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)$ bằng

A. $y'=\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)^2}$. **B.** $y'=\dfrac{-1}{\left(x^2+1\right)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Lời giải

Ta có $y'=\left[\ln\left(x^2+1\right)\right]'=\dfrac{\left(x^2+1\right)'}{x^2+1}=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

Vậy đạo hàm của hàm số đã cho là $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

Câu 40: Tập nghiệm của bất phương trình $7^x<49$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;7)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $7^x<49 \Leftrightarrow 7^x<7^2 \Leftrightarrow x<2$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình đã cho là $(-\infty;2)$.

Câu 41: Gọi S là tập các số nguyên $m\in[-2020;2020]$ để phương trình $\log_2^2 x-\log_{\sqrt{2}} x=m-\sqrt{m+\log_2 x}$ có đúng hai nghiệm. Số phần tử của S bằng

A. 1. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 0.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x>0 \\ m+\log_2 x\ge 0 \end{cases}$.

Ta có $\log_2^2 x-\log_{\sqrt{2}} x=m-\sqrt{m+\log_2 x}\Leftrightarrow \log_2^2 x-2\log_2 x=m-\sqrt{m+\log_2 x}$

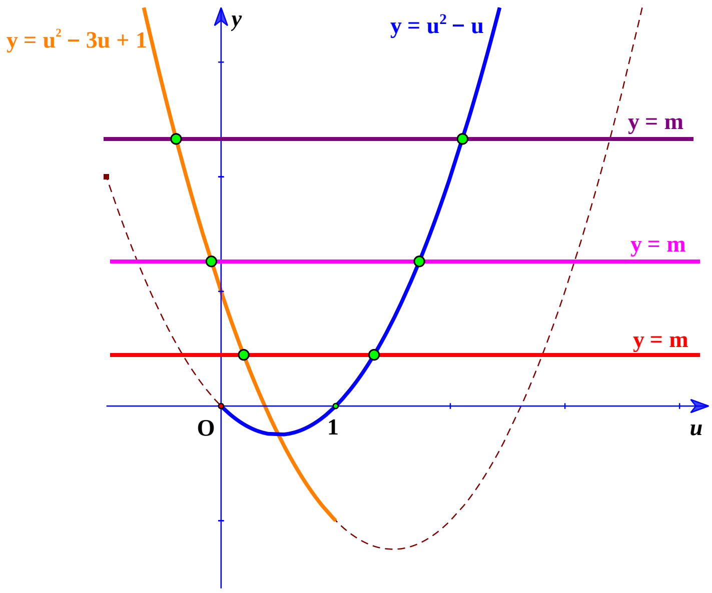
$\Leftrightarrow \log_2^2 x-\log_2 x=m+\log_2 x-\sqrt{m+\log_2 x}$.

Đặt $u=\log_2 x$ và $v=\sqrt{m+\log_2 x}$. Khi đó

Phương trình $\Leftrightarrow u^2-u=v^2-v\Leftrightarrow (u^2-v^2)-(u-v)=0\Leftrightarrow (u-v)(u+v+1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u-v=0 \\ u+v=1 \end{array}\right.$.

Xét $u=v\Leftrightarrow \sqrt{m+\log_2 x}=\log_2 x\Leftrightarrow \sqrt{m+u}=u\Leftrightarrow \begin{cases} u\ge 0 \\ u^2-u=m \end{cases}$.

Xét $u+v=1\Leftrightarrow \sqrt{m+\log_2 x}=1-\log_2 x\Leftrightarrow \sqrt{m+u}=1-u\Leftrightarrow \begin{cases} u\le 1 \\ u^2-3u+1=m \end{cases}$.

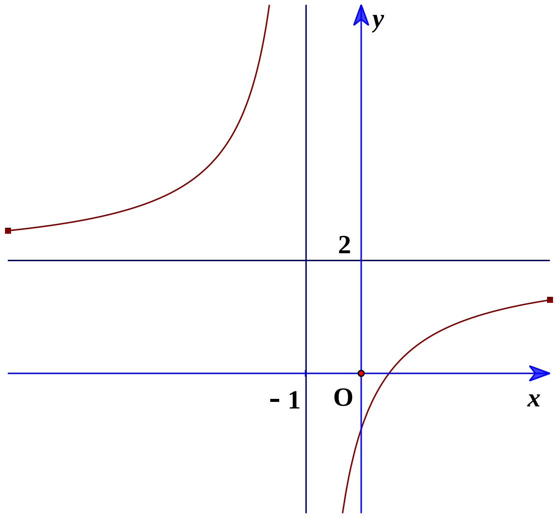


Dựa vào đồ thị, ta có $m>0$ thì phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm.

Lại có m nguyên và $m\in[-2020;2020]\Rightarrow m\in\{1;2;3;...;2020\}$.

Vậy có 2020 giá trị nguyên của m thỏa đề.

Câu 42: Hình vẽ dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{x-1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$ nên loại đáp án **A,** **D.**

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ nên loại đáp án **C.**

Vậy đồ thị cần tìm là $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 43: Hàm số $y=-\dfrac{1}{3}mx^3+mx^2-x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $m<-1$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $m\ne 0$. **D.** $m<0$ hoặc $m>1$.

Lời giải

Ta có $y'=-mx^2+2mx-1$.

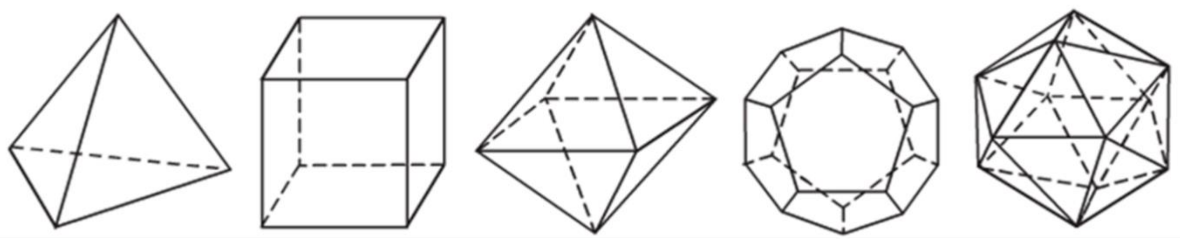
Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'=-mx^2+2mx-1\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

TH1: $\begin{cases}-m<0\\ \Delta'=m^2-m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ m\in[0;1]\end{cases}\Rightarrow m\in(0;1]$.

TH2: $m=0\Rightarrow y'=-1<0\ \forall x\in\mathbb{R}$

Vậy $0\le m\le 1$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 44: Trong các khối đa diện đều dưới đây, hình nào là khối bát diện đều?



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4 Hình 5

A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 4. **D.** Hình 3.

Lời giải

Khối bát diện đều có 8 mặt, mỗi mặt là một tam giác đều.
Vậy hình 3 là khối bát diện đều.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x^2-1$. Với các số thực dương a, b thỏa mãn $a<b$, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$ bằng

A. $f(a)$. **B.** $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$. **C.** $f\left(\sqrt{ab}\right)$. **D.** $f(b)$.

Lời giải

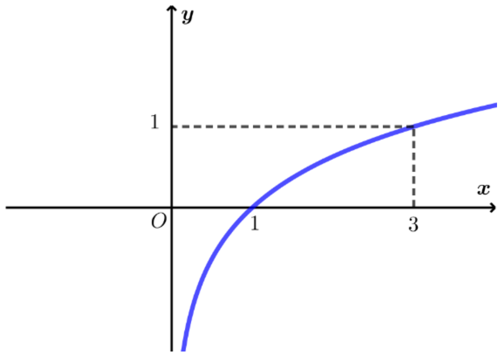
Ta có $f'(x)=-x^2-1<0\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $[a;b]$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a;b]$ tại $x=b$

$\Rightarrow \underset{[a;b]}{Min}\, f(x)=f(b)$

Câu 46: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ?



A. $y=\log_{\frac{1}{3}}x$. **B.** $y=\log_3 x$. **C.** $y=3^x$. **D.** $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

Lời giải

Ta có đồ thị hàm số đi qua 2 điểm $A(1;0)$, $B(3;1)$

Suy ra đây là đồ thị của hàm số $y=\log_3 x$.

Ngoài ra dựa vào đồ thị ta thấy:

- Tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.

- Đồ thị của hàm số có tiệm cận đứng là trục Oy.

- Tập giá trị của hàm số là $\mathbb{R}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B; $AB=BC=a$, $AD=2a$; $SA\perp(ABCD)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm E ngoại tiếp tứ diện $SABC$, (S_2) là mặt cầu tâm F ngoại tiếp tứ diện $SBCD$. Biết EF tạo với $mp(ABCD)$ một góc 30^0. Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của (S_1) và (S_2). Diện tích hình tròn (C) bằng

A. $\frac{3\pi a^2}{4}$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $\frac{5\pi a^2}{4}$. **D.** $\frac{3\pi a^2}{2}$.

Lời giải

Ta có:

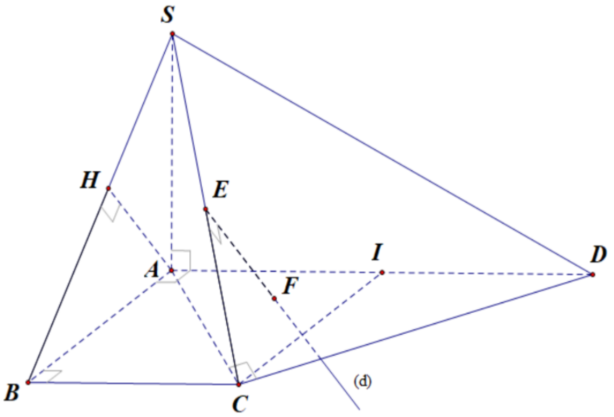
* $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC$ và $SA \perp BC$

$\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$

$\Rightarrow \widehat{CBS} = \widehat{CAS} = 90^0$

$\Rightarrow$ Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SABC$ là trung điểm của SC.

Vậy E là trung điểm của SC.



* F là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $SBCD$ và E là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSBC

$\Rightarrow$ F nằm trên đường thẳng (d) qua E và $(d) \perp (SBC) \Rightarrow \mathrm{EF} \perp (SBC)$.

* Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SB

$\Rightarrow AH \perp SB$ mà $AH \perp BC$ (vì $BC \perp (SAB)$.

$\Rightarrow AH \perp (SBC)$ mà $\mathrm{EF} \perp (SBC) \Rightarrow AH \,//\, \mathrm{EF}$.

* $\left(\mathrm{EF}, (ABCD)\right) = \left(AH, (ABCD)\right) = \widehat{HAB} = 30^0 \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^0$

$\tan \widehat{SBA} = \dfrac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$.

$SB^2 = SA^2 + AB^2 = 3a^2 + a^2 = 4a^2$; $SC^2 = BC^2 + SB^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2 \Rightarrow SC = a\sqrt{5}$.

* $(S_1) \cap (S_2) = (C) \Rightarrow S, B, C \in (C)$

$\Rightarrow (C)$ là đường tròn ngoại tiếp ΔSBC mà ΔSBC vuông tại B.

$\Rightarrow R = R_{(C)} = \dfrac{SC}{2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow S_{(C)} = \pi.R^2 = \pi.\left(\dfrac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \dfrac{5\pi a^2}{4}$.

Kết luận: Diện tích hình tròn (C) là $\dfrac{5\pi a^2}{4}$.

Câu 48: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Năm mặt. **B.** Bốn mặt. **C.** Hai mặt. **D.** Ba mặt.

Lời giải

Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt. Ví dụ đỉnh của tứ diện.

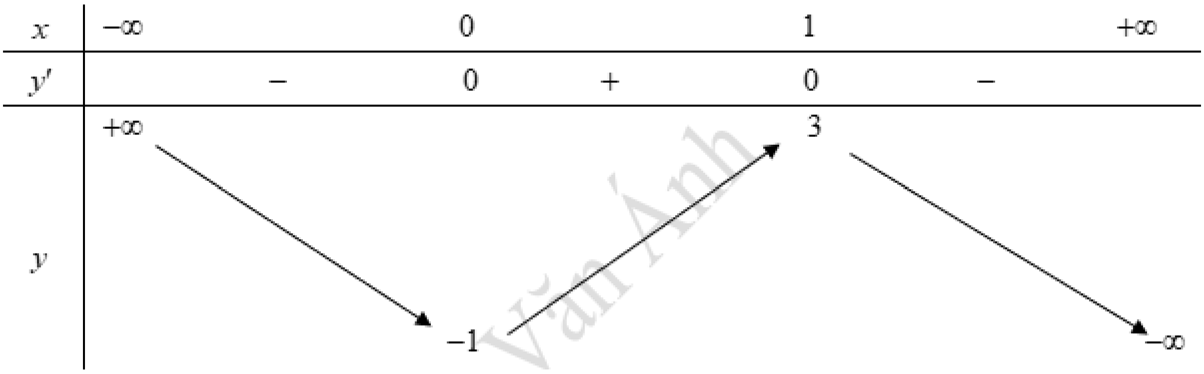
Câu 49: Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $2^{\log_2(ab)} = 25b^2$. Giá trị của $\dfrac{a}{b}$ bằng

A. 12. **B.** 25. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Với a và b là các số thực dương ta có: $2^{\log_2(ab)} = 25b^2 \Leftrightarrow ab = 25b^2 \Leftrightarrow a = 25b \Leftrightarrow \dfrac{a}{b} = 25$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

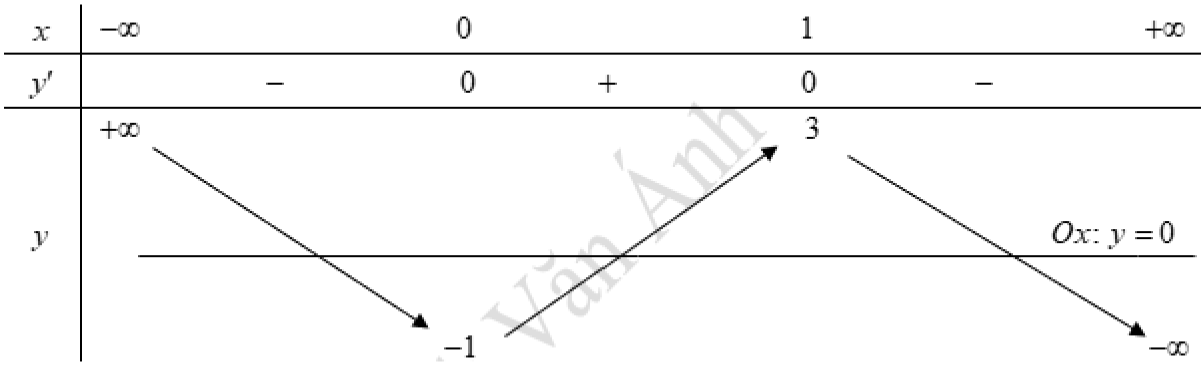


Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy, số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành là 3.



--------------------------Hết--------------------------

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 15

Câu 1: Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 2: Hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $f\left(x\right)$ đạt cực tiểu tại

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Câu 3: Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích đáy bằng $2a^2$, đường cao $SH=3a$.Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $3a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 4: Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=Bh$. **B.** $V=\dfrac{1}{2}Bh$. **C.** $V=\dfrac{1}{6}Bh$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$.

Câu 5: Tập xác định D của hàm số $y=\log_3\left(x^2-4x+3\right)$ là

A. $D=\left(1;3\right)$. **B.** $D=\left(2-\sqrt{2};1\right)\cup\left(3;2+\sqrt{2}\right)$.

C. $D=\left(-\infty;1\right)\cup\left(3;+\infty\right)$. **D.** $D=\left(-\infty;2-\sqrt{2}\right)\cup\left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp\left(ABCD\right)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

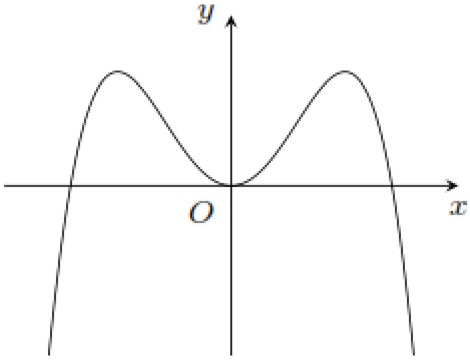
Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		3		5		7		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Phương trình $f(x)=4$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Câu 9: Cho a là số thực dương khác 5. Tính $I=\log_{\frac{a}{5}}\left(\frac{a^3}{125}\right)$.

A. $I=-\frac{1}{3}$. **B.** $I=-3$. **C.** $I=3$. **D.** $I=\frac{1}{3}$.

Câu 10: Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $2^{x-2}=8^{100}$ là

A. $x=302$. **B.** $x=204$. **C.** $x=102$. **D.** $x=202$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=2$ cm và thể tích khối chóp $S.ABC$ là $8\ cm^3$. Tính chiều cao xuất phát từ đỉnh S của hình chóp đã cho.

A. $h=3cm$. **B.** $h=6cm$. **C.** $h=12cm$. **D.** $h=10cm$.

Câu 13: Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $8\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ bằng

A. $4a$. **B.** $2a$. **C.** $8a$. **D.** $6a$.

Câu 14: Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^2-3x+2}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 15: Hàm số nào sau đây có điểm cực trị?

A. $y=x^4-3x^2+1$. **B.** $y=3x-3$. **C.** $y=x^3+3x-1$. **D.** $y=\frac{x+1}{x-1}$.

Câu 16: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $ACB=30°$, $AB=a$ và diện tích mặt bên $AA'B'B$ bằng a^2. Khi đó, thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{3a^3}{4\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

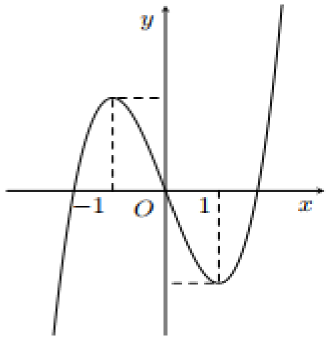
Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x^4-x^2)(x+2)^3;\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 18: Hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có mấy điểm cực trị ?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 19: Hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây có thể có đồ thị như trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x^2$. **B.** $y = -x^3$. **C.** $y = x^3 - 3x$. **D.** $y = x^4 - 4x^2$.

Câu 20: Phương trình $\log_2 \ x-2 \ = 1-\log_2 \ x-3$ có số nghiệm là

A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 21: Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\dfrac{\pi}{e}\right)^x$. **B.** $y=\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\dfrac{\pi}{2e}\right)^x$.

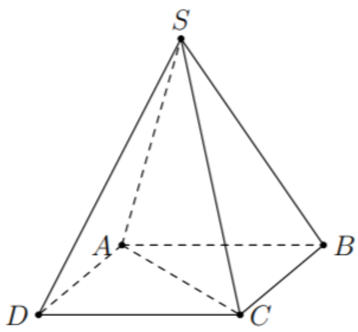
Câu 22: Một hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $3\pi a^3$. **B.** $5\pi a^3$. **C.** πa^3. **D.** $4\pi a^3$.

Câu 23: Nếu $\ln x = 20\ln 2 + 21\ln 3$ thì x bằng

A. $2^{21}.3^{20}$. **B.** $2^{20}+3^{21}$ **C.** 103. **D.** $2^{20}.3^{21}$.

Câu 24: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.



A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{10}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V=2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=2a^3\sqrt{3}$.

Câu 25: Biến đổi $\sqrt[3]{x^5\sqrt[4]{x}}\ (x>0)$ thành dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ ta được

A. $x^{\frac{12}{5}}$. **B.** $x^{\frac{20}{3}}$. **C.** $x^{\frac{23}{12}}$. **D.** $x^{\frac{7}{4}}$.

Câu 26: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{2-x}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đó trên đoạn $[3;4]$ là

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** -2. **C.** -4. **D.** $-\dfrac{5}{2}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA = AB = a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 28: Cho hai số thực a, b khác 1 và đồ thị của ba hàm số $y = a^x, y = b^x, y = 2^x$ trên cùng một hệ trục tọa độ có dạng như hình vẽ bên.

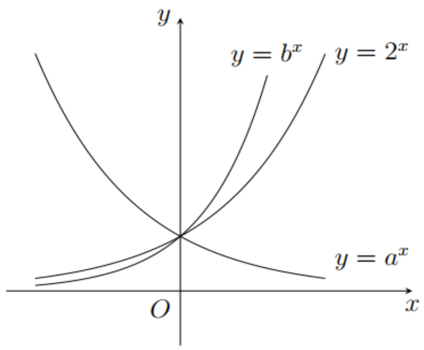
Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $1 < a < 2,\ 1 < b < 2$.

B. $0 < a < 1,\ 1 < b < 2$.

C. $0 < a < 1,\ b > 2$.

D. $1 < a < 2,\ \ b > 2$.



Câu 29: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 30: Tập xác định D của hàm số $y = \left(x^2 - 3x + 2\right)^{\frac{1}{2}}$ là

A. $D = (-\infty;1) \cup (2;+\infty)$. **B.** $D = [1;2]$. **C.** $D = (-\infty;1] \cup [2;+\infty)$. **D.** $D = (1;2)$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$	‖	$-$
y	$2 \searrow -\infty$	‖	$+\infty \searrow -2$

Đồ thị hàm số đó có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 3.

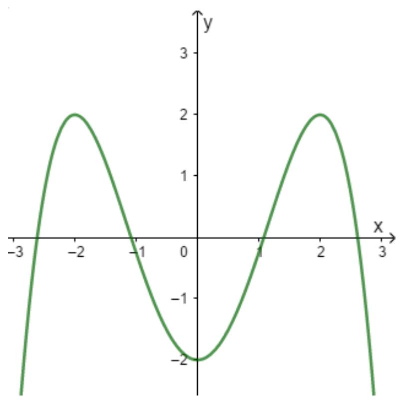
Câu 32: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 9$. **B.** $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 0$. **C.** $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 1$. **D.** $\max\limits_{[0;2]} f(x) = 64$.

Câu 33: Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log(7a) - \log(3a)$ bằng

A. $\dfrac{\log 7}{\log 3}$. **B.** $\log\dfrac{7}{3}$. **C.** $\log(4a)$. **D.** $\dfrac{\log(7a)}{\log(3a)}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là



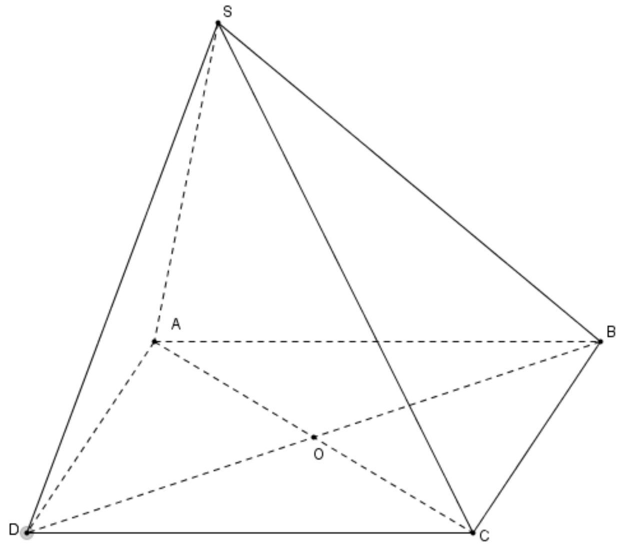
A. $M(0;-2)$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = -2$.

Câu 35: Đạo hàm của hàm số $y=(x^2-2x+2)e^x$ là

A. $y'=(x^2+2)e^x$. **B.** $y'=x^2e^x$. **C.** $y'=(x^2-2x)e^x$. **D.** $y'=(x^2-x)e^x$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Tính tỷ số $\frac{V_{S.ABCD}}{V_{S.OAB}}$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.



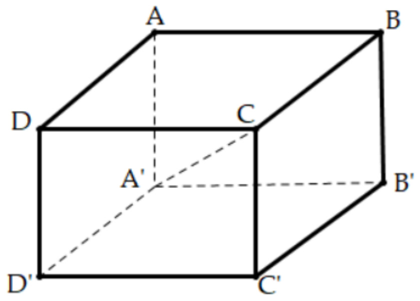
Câu 37: Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=a$, $AC=a\sqrt{5}$. Diện tích xung quanh của hình trụ khi quay đường gấp khúc $BCDA$ xung quanh trục AB bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** $4a^2$. **C.** $2a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 38: Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đồ thị hàm số $y=\frac{2x+4}{x-1}$. Khi đó, độ dài của đoạn thẳng MN bằng

A. $\sqrt{22}$. **B.** 48. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** 22.

Câu 39: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $AA'=3a$ và đường chéo $A'C=5a$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

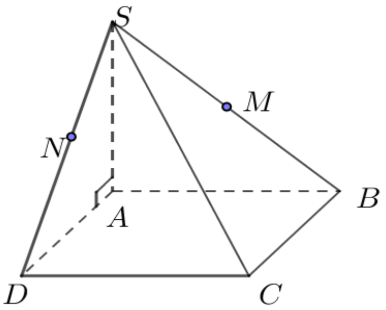


A. $V=4a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=8a^3$. **D.** $V=24a^3$.

Câu 40: Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{5\pi}{3}$. **B.** $V=\frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. **C.** $V=\frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **D.** $V=\frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$.

Câu 41: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trùng điểm của các cạnh SB, SD, mặt phẳng (AMN) cắt SC tại I. Tính thể tích khối đa diện $ABCDMNI$.

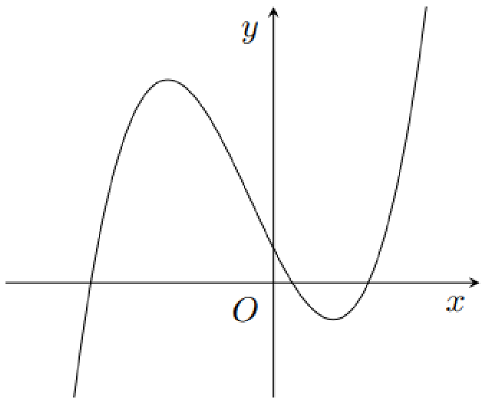


A. $V = \frac{5\sqrt{3}a^3}{18}$. **B.** $V = \frac{13\sqrt{3}a^3}{36}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{18}$. **D.** $V = \frac{5\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 42: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 2m) = \log_2(x + m)$ có nghiệm?

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 7.

Câu 43: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0; b > 0; c > 0; d > 0$. **B.** $a < 0; b > 0; c < 0; d > 0$.

C. $a > 0; b < 0; c < 0; d > 0$. **D.** $a > 0; b > 0; c < 0; d > 0$.

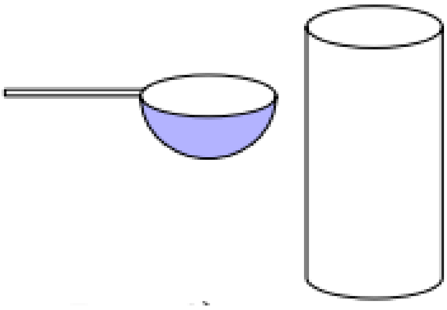
Câu 44: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có diện tích đáy bằng $6\,\text{cm}^2$, $AA' = 3\text{cm}$. Khi đó thể tích khối chóp $A'C'BD$ bằng

A. $9\,\text{cm}^3$. **B.** $3\,\text{cm}^3$. **C.** $6\,\text{cm}^3$. **D.** $12\,\text{cm}^3$.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{2mx + m}{x - 1}$. Với giá trị nào của tham số m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

A. $m = 2$. **B.** $m = \pm 2$. **C.** $m = \pm 4$ **D.** $m = \pm\frac{1}{2}$.

Câu 46: **[Mức độ 2]** Một người dùng một cái ca hình bán cầu (một nửa hình cầu) có bán kính là 3 cm để múc nước đổ vào một cái thùng hình trụ chiều cao 10 cm và bán kính đáy bằng 6 cm. Hỏi người đó sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy.)



A. 12 lần. **B.** 20 lần. **C.** 24 lần. **D.** 10 lần.

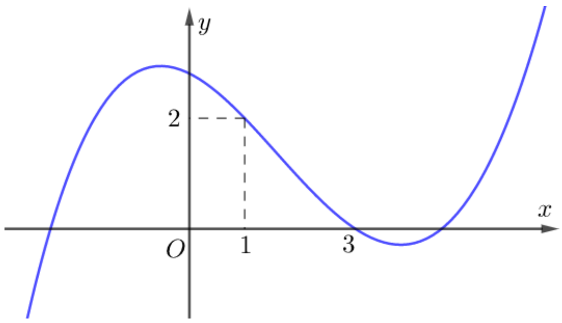
Câu 47: Cho hàm số $f(x)=\ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)+e^x-e^{-x}$. Phương trình $f\left(3^x\right)+f\left(2x-1\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3^x=\left(2x-2m-1\right)3^{m+1}$ có nghiệm trong khoảng $(1;5)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=mx+m-1$ có nghiệm thuộc khoảng $(1;3)$ là

A. $(-1;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $\left(\frac{1}{4};\frac{3}{2}\right)$.

Câu 50: Cho hình nón đỉnh O có chiều cao h, bán kính đường tròn đáy là R. Một khối nón (N) khác có đỉnh là tâm O' của đáy và có đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đỉnh O đã cho. Tính diện tích thiết diện song song với đáy của hình nón đỉnh O để thể tích của khối nón (N) là lớn nhất.

A. $\frac{2\pi R^2}{9}$. **B.** $\frac{2\pi R^2}{3}$. **C.** $\frac{4\pi R^2}{9}$. **D.** $\frac{4\pi R^2}{3}$.

--- HẾT ---

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **[Mức độ 1]** Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2x-1}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{2x-1}{x+1}=+\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 2: **[Mức độ 1]** Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 3: **[Mức độ 1]** Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích đáy bằng $2a^2$, đường cao $SH=3a$.Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $3a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$.

Lời giải

Áp dụng công thức thể tích khối chóp ta có: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}B.h=\dfrac{1}{3}.2a^2.3a=2a^3$.

Câu 4: **[Mức độ 1]** Thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

A. $V=Bh$. **B.** $V=\dfrac{1}{2}Bh$. **C.** $V=\dfrac{1}{6}Bh$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Công thức tính thể tích khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là $V=Bh$.

Câu 5: **[Mức độ 1]** Tập xác định D của hàm số $y=\log_3\left(x^2-4x+3\right)$ là

A. $D=(1;3)$. **B.** $D=\left(2-\sqrt{2};1\right)\cup\left(3;2+\sqrt{2}\right)$.

C. $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $D=\left(-\infty;2-\sqrt{2}\right)\cup\left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $x^2-4x+3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<1\\x>3\end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 6: **[Mức độ 1]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Diện tích đáy của khối chóp: $S = a^2$, đường cao của khối chóp: $h = SA = a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối chóp: $V = \dfrac{1}{3}S.h = \dfrac{1}{3}.a^2.a\sqrt{3} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

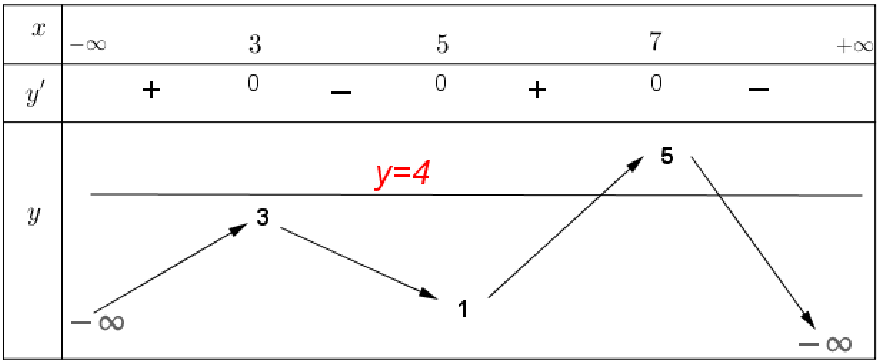
Câu 7: **[Mức độ 2]**Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		3		5		7		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

phương trình $f(x) = 4$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải



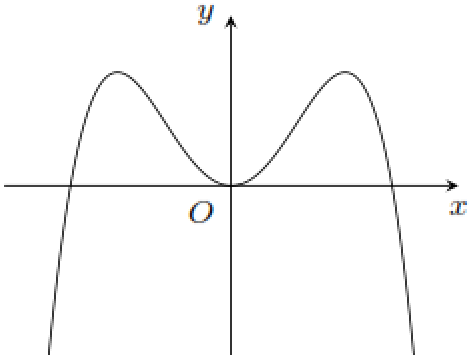
Xét phương trình $f(x) = 4$

Đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = 4$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = 4$ tại 2 điểm phân biệt

Nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 8: **[Mức độ 2]**Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Đây là hình dạng của đồ thị hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$.

-Nhánh cuối của đồ thị hướng xuống dưới nên $a < 0$ loại đáp án A,D

-Đồ thị hàm số đi qua điểm $O(0;0)$ nên loại đáp án C

Câu 9: **[Mức độ 1]**Cho a là số thực dương khác 5. Tính $I = \log_{\frac{a}{5}}\left(\frac{a^3}{125}\right)$.

A. $I = -\frac{1}{3}$. **B.** $I = -3$. **C.** $I = 3$. **D.** $I = \frac{1}{3}$.

Lời giải

$I = \log_{\frac{a}{5}}\left(\frac{a^3}{125}\right) = \log_{\frac{a}{5}}\left(\frac{a}{5}\right)^3 = 3$.

Câu 10: **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành:

$$x^3 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{array}\right.$$

$\Rightarrow$ Số giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành là 3.

Câu 11: **[Mức độ 1]** Nghiệm của phương trình $2^{x-2} = 8^{100}$ là

A. $x = 302$. **B.** $x = 204$. **C.** $x = 102$. **D.** $x = 202$.

Lời giải

$2^{x-2} = 8^{100} \Leftrightarrow 2^{x-2} = (2^3)^{100} = 2^{300} \Leftrightarrow x - 2 = 300 \Leftrightarrow x = 302$.

Câu 12: **[Mức độ 1]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = 2$ cm và thể tích khối chóp $S.ABC$ là $8\ cm^3$. Tính chiều cao xuất phát từ đỉnh S của hình chóp đã cho.

A. $h = 3cm$. **B.** $h = 6cm$. **C.** $h = 12cm$. **D.** $h = 10cm$.

Lời giải

Diện tích đáy là: $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}.2.2 = 2(cm^2)$.

Chiều cao xuất phát từ đỉnh S của hình chóp là: $h = \frac{3V}{S} = \frac{8.3}{2} = 12(cm)$.

Câu 13: **[Mức độ 1]** Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $8\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình trụ bằng

A. $4a$. **B.** $2a$. **C.** $8a$. **D.** $6a$.

Lời giải

Ta có: $S_{xq} = 2\pi Rl = 8\pi a^2 \Leftrightarrow 2\pi al = 8\pi a^2 \Leftrightarrow l = 4a$.

Câu 14: **[Mức độ 2]** Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2 - 3x + 2}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

TXĐ: $D = R\backslash\{1;2\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1} y = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{(x-1)(x-2)} = \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1}{x-2} = -1$.

$\lim\limits_{x\to 2^+} y = +\infty \Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng.

Vậy có đúng 1 tiệm cận đứng.

Câu 15: **[Mức độ 1]** Hàm số nào sau đây có điểm cực trị?

A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. **B.** $y = 3x - 3$. **C.** $y = x^3 + 3x - 1$. **D.** $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.

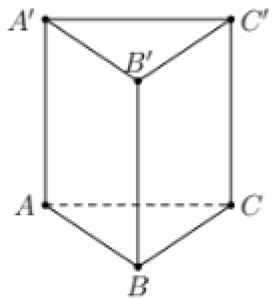
Lời giải

Ta có: $y = x^4 - 3x^2 + 1$ có 3 điểm cực trị vì $ab < 0$.

Câu 16: **[Mức độ 2]** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $ACB = 30°$, $AB = a$ và diện tích mặt bên $AA'B'B$ bằng a^2. Khi đó, thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\dfrac{3a^3}{4\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Ta có: $S_{AA'B'B} = AA'.AB = a^2 \Rightarrow AA' = a$.

$AC = AB.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$.

$S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}a.a\sqrt{3} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (x^4 - x^2)(x+2)^3; \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = x^2(x^2-1)(x+2)^3$ cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 18: **[Mức độ 1]** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có mấy điểm cực trị ?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

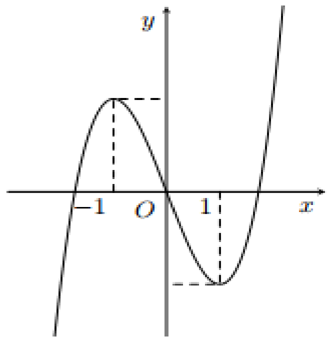
Ta có: $y' = 3x^2 - 6x$ cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 19: **[Mức độ 1]** Hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây có thể có đồ thị như trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x^2$. **B.** $y = -x^3$. **C.** $y = x^3 - 3x$. **D.** $y = x^4 - 4x^2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị là $x = \pm 1$.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x$

Ta có $y' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ (nghiệm đơn).

Suya ra hàm số $y = x^3 - 3x$ có 2 điểm cực trị là $x = \pm 1$.

Câu 20: **[Mức độ 2]** Phương trình $\log_2\ x-2\ = 1 - \log_2\ x-3$ có số nghiệm là

A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Xét phương trình $\log_2\ x-2\ = 1 - \log_2\ x-3\quad 1$.

Điều kiện của phương trình là $x > 3$.

Ta có $1 \Leftrightarrow \log_2\left[\ x-2\ \ x-3\ \right] = 1$

$\Leftrightarrow\ x-2\ \ x-3\ = 2$

$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1\ (l) \\ x = 4\ (n) \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \ 4\ $.

Câu 21: **[Mức độ 1]** Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\dfrac{\pi}{e}\right)^x$. **B.** $y = \left(\dfrac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y = \left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$. **D.** $y = \left(\dfrac{\pi}{2e}\right)^x$.

Lời giải

Ta có nhận xét, khi $a > 1$ thì hàm số $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Với hàm số $y=\left(\frac{\pi}{e}\right)^x$ có $a=\frac{\pi}{e}>1$ nên hàm số $y=\left(\frac{\pi}{e}\right)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 22: **[Mức độ 2]** Một hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $3\pi a^3$. **B.** $5\pi a^3$. **C.** πa^3. **D.** $4\pi a^3$.

Lời giải

Ta có $r=a$

Thiết diện qua trục là một hình chữ nhật, có chu vi thiết diện: $2(2r+h)=10a \Rightarrow h=3a$

Thể tích của khối trụ đã cho: $V=\pi r^2 h=3\pi a^3$.

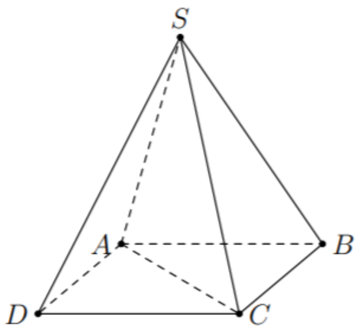
Câu 23: **[Mức độ 2]** Nếu $\ln x=20\ln 2+21\ln 3$ thì x bằng

A. $2^{21}.3^{20}$. **B.** $2^{20}+3^{21}$ **C.** 103. **D.** $2^{20}.3^{21}$.

Lời giải

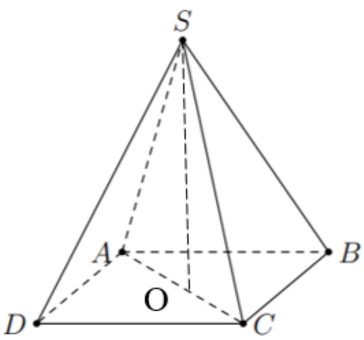
$\ln x=20\ln 2+21\ln 3 \Leftrightarrow \ln x=\ln 2^{20}+\ln 3^{21} \Leftrightarrow \ln x=\ln\left(2^{20}.3^{21}\right) \Leftrightarrow x=2^{20}.3^{21}$

Câu 24: **[Mức độ 2]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.



A. $V=\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$. **B.** $V=\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=2a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Chiều cao của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ là SO

$\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=a\sqrt{2}$

Diện tích hình vuông $ABCD$: $S_{ABCD}=2a^2$

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$: $V=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 25: **[Mức độ 1]** Biến đổi $\sqrt[3]{x^5\sqrt[4]{x}}$ $(x>0)$ thành dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ ta được

A. $x^{\frac{12}{5}}$. **B.** $x^{\frac{20}{3}}$. **C.** $x^{\frac{23}{12}}$. **D.** $x^{\frac{7}{4}}$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt[3]{x^5\sqrt[4]{x}}=\sqrt[3]{x^5.x^{\frac{1}{4}}}=\sqrt[3]{x^{\frac{21}{4}}}=x^{\frac{21}{12}}=x^{\frac{7}{4}}$.

Câu 26: **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{2-x}$.Giá trị nhỏ nhất của hàm số đó trên đoạn $[3;4]$ là

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** -2. **C.** -4. **D.** $-\dfrac{5}{2}$.

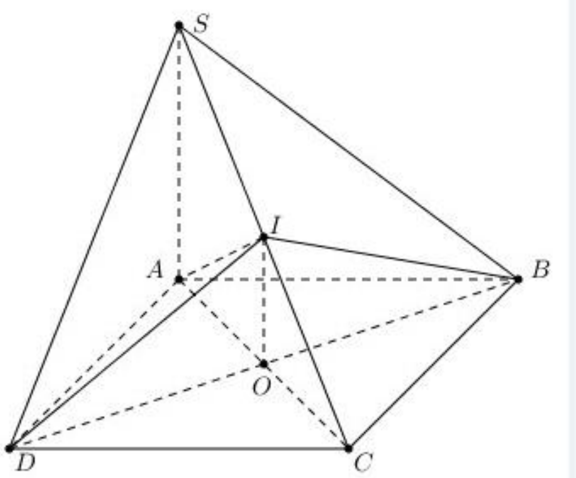
Lời giải

Ta có hàm số $y=\dfrac{x-1}{2-x}$ luôn đồng biến trên $(2;+\infty)$ do đó $y(3)<y(4)\Rightarrow \min\limits_{[3;4]} y=y(3)=-2$

Câu 27: **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA=AB=a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

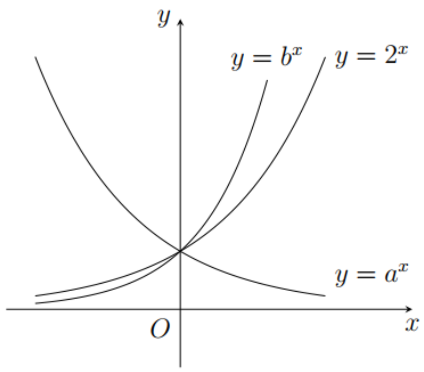
Lời giải



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Qua O dựng đường thẳng song song với SA cắt tại I. Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $R=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{\sqrt{SA^2+AC^2}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 28: **[Mức 2]** Cho hai số thực a,b khác 1 và đồ thị của ba hàm số $y=a^x, y=b^x, y=2^x$ trên cùng một hệ trục tọa độ có dạng như hình vẽ bên.

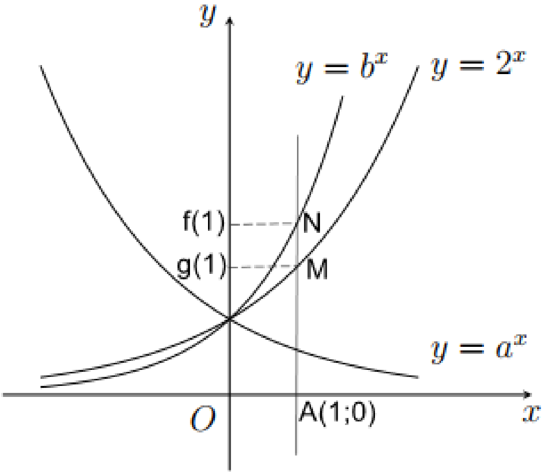


Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $1<a<2,\ 1<b<2$. **B.** $0<a<1,\ 1<b<2$.

C. $0<a<1,\ b>2$. **D.** $1<a<2,\ b>2$.

Lời giải



Từ đồ thị hàm số $y=a^x$ suy ra $0<a<1$.

Xét đồ thị hai hàm số $y=g(x)=2^x$ và $y=f(x)=b^x$.

Lấy $x=1$, kẻ đường thẳng qua $A(1;0)$ song song với Oy cắt đồ thị hai hàm số $y=g(x)=2^x$ và $y=f(x)=b^x$ lần lượt tại M và N ta thấy $f(1)>g(1) \Leftrightarrow b^1>2^1$ suy ra $b>2$.

Vậy **Chọn C**

Câu 29: **[Mức 2]** Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$, suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Ta có

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+3}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+3}{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(1+\frac{3}{x}\right)}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1+\frac{3}{x}}{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}=\frac{1}{-1}=-1$$

Suy ra đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x+3}{\sqrt{x^2+1}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+3}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+3}{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(1+\frac{3}{x}\right)}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1+\frac{3}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}=\frac{1}{1}=1.$$

Suy ra đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 30: **[Mức 2]** Tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-3x+2\right)^{\frac{1}{2}}$ là

A. $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $D=[1;2]$.

C. $D=(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. **D.** $D=(1;2)$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định khi $x^2-3x+2>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow x\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 31: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	-2

Đồ thị hàm số đó có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy:

$\lim\limits_{x\to 2^-} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty$. Suy ra đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=2$. Suy ra đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to +\infty} y=-2$. Suy ra đường thẳng $y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số trên có 3 đường tiệm cận.

Câu 32: **[Mức độ 2]** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+1$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $\max\limits_{[0;2]} f(x)=9$. **B.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=0$. **C.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=1$. **D.** $\max\limits_{[0;2]} f(x)=64$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=4x^3-4x$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=1 \end{array}\right..$$

Nghiệm thuộc khoảng $(0;2)$ là $x=1$.

$f(0)=1$, $f(1)=0$, $f(2)=9$.

Do đó $\max\limits_{[0;2]} f(x)=9$.

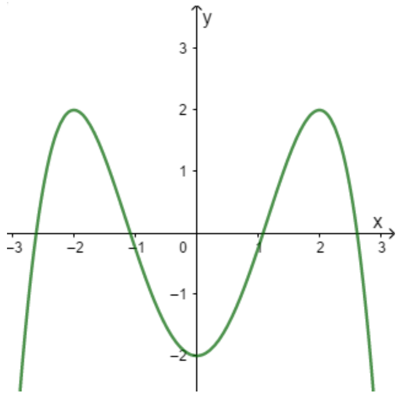
Câu 33: **[Mức độ 1]** Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log(7a)-\log(3a)$ bằng

A. $\dfrac{\log 7}{\log 3}$. **B.** $\log\dfrac{7}{3}$. **C.** $\log(4a)$. **D.** $\dfrac{\log(7a)}{\log(3a)}$.

Lời giải

Ta có: $\log(7a)-\log(3a)=\log\left(\dfrac{7a}{3a}\right)=\log\left(\dfrac{7}{3}\right)$.

Câu 34: **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là



A. $M(0;-2)$. **B.** $x=0$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $M(0;-2)$.

Câu 35: **[Mức độ 2]** Đạo hàm của hàm số $y=(x^2-2x+2)e^x$ là

A. $y'=(x^2+2)e^x$. **B.** $y'=x^2e^x$. **C.** $y'=(x^2-2x)e^x$. **D.** $y'=(x^2-x)e^x$.

Lời giải

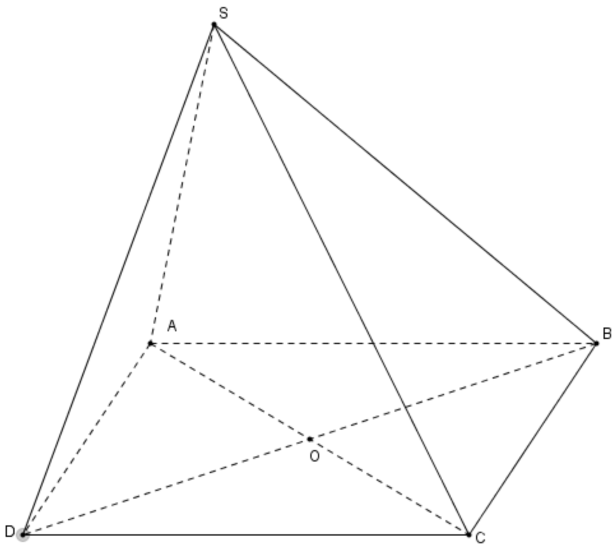
Ta có $y'=(x^2-2x+2)'e^x+(x^2-2x+2)(e^x)'=(2x-2)e^x+(x^2-2x+2)e^x$

$=(2x-2+x^2-2x+2)e^x=x^2e^x$.

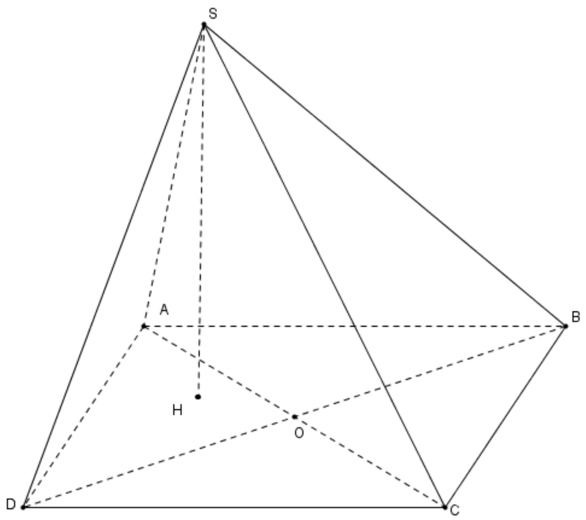
Câu 36: **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Tính tỷ số $\frac{V_{S.ABCD}}{V_{S.OAB}}$

.

A. 2. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.



Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$. Khi đó, $d(S;(ABCD)) = SH = d(S;(OAB))$
.

Ta có:

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{4}.S_{ABCD} \Rightarrow \frac{V_{S.ABCD}}{V_{S.OAB}} = \frac{\frac{1}{3}.SH.S_{ABCD}}{\frac{1}{3}.SH.S_{\Delta OAB}} = \frac{S_{ABCD}}{S_{\Delta OAB}} = 4.$$

Câu 37: **[Mức độ 1]** Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AC = a\sqrt{5}$. Diện tích xung quanh của hình trụ khi quay đường gấp khúc $BCDA$ xung quanh trục AB bằng

A. $2\pi a^2$. **B.** $4a^2$. **C.** $2a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Ta có: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 2a$.

Khi đó: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.BC.AB = 2\pi.2a.a = 4\pi a^2$.

Câu 38: **[Mức độ 1]** Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y = x+1$ và đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$. Khi đó, độ dài của đoạn thẳng MN bằng

A. $\sqrt{22}$. **B.** 48. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** 22.

Lời giải

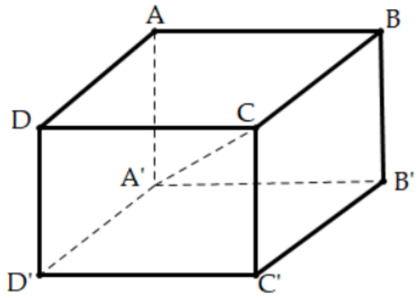
Hoành độ của điểm M và N là nghiệm của phương trình: $x+1 = \frac{2x+4}{x-1}$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 5 = 0$.

Khi đó: $MN = \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2} = \sqrt{2(x_M - x_N)^2} = \sqrt{2(x_M + x_N)^2 - 8x_M x_N}$

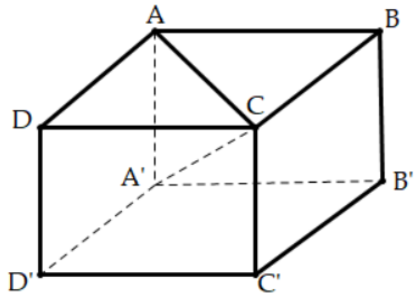
$= \sqrt{2.2^2 - 8.(-5)} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$.

Câu 39: **[Mức độ 2]** Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, cạnh bên $AA' = 3a$ và đường chéo $A'C = 5a$. Tính thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



A. $V = 4a^3$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = 8a^3$. **D.** $V = 24a^3$.

Lời giải



Xét tam giác $AA'C$ vuông tại A có: $AC^2 = A'C^2 - AA'^2 = 25a^2 - 9a^2 = 16a^2$.

Gọi độ dài cạnh đáy là x.

Tam giác ADC vuông tại $D \Rightarrow x^2 + x^2 = 16a^2$

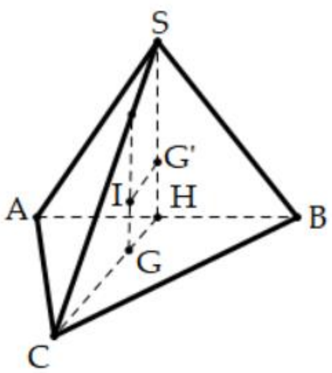
$\Rightarrow x^2 = 8a^2$

Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V = 8a^2.3a = 24a^3$.

Câu 40: **[Mức độ 3]** Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{5\pi}{3}$. **B.** $V = \dfrac{5\sqrt{15}\pi}{18}$. **C.** $V = \dfrac{5\sqrt{15}\pi}{54}$. **D.** $V = \dfrac{4\sqrt{3}\pi}{27}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB.

Tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$. Mà $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$.

Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC, SAB.

Đường thẳng qua G vuông góc với mp(ABC) cắt đường thẳng qua G' vuông góc với mp(SAB) tại I. Khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

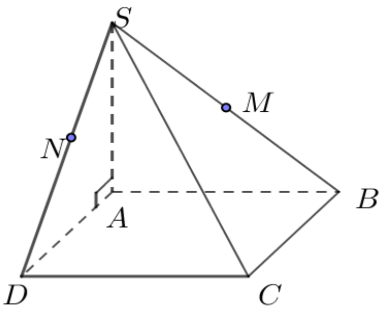
Ta có $SH = \sqrt{1^2 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{3}{4}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $SG' = \frac{2}{3}SH = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $G'I = GH = \frac{1}{3}CH = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $SI = \sqrt{SG'^2 + IG'^2} = \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{5}{12}} = \frac{\sqrt{15}}{6}$.

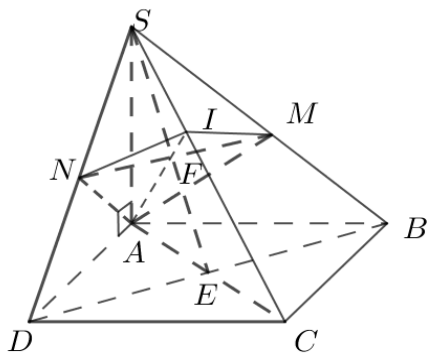
Thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.\frac{5\sqrt{15}}{72} = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$.

Câu 41: **[Mức độ 3]** Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là trùng điểm của các cạnh SB, SD, mặt phẳng (AMN) cắt SC tại I. Tính thể tích khối đa diện $ABCDMNI$.



A. $V = \frac{5\sqrt{3}a^3}{18}$. **B.** $V = \frac{13\sqrt{3}a^3}{36}$. **C.** $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{18}$. **D.** $V = \frac{5\sqrt{3}a^3}{6}$.

Lời giải



Gọi AC giao với BD tại E, SE giao với MN tại F và AF giao với SC tại I

Suy ra $(AMN) \cap (SABCD) = AMIN$.

Vì M, N lần lượt là trùng điểm của các cạnh SB, SD.

Nên F là trung điểm của SE.

Mà A, F, I thẳng hàng $\Rightarrow \frac{AC}{AE}.\frac{FE}{FS}.\frac{IS}{IC} = 1 \Rightarrow \frac{SI}{IC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{SI}{SI + IC} = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{SI}{SC} = \frac{1}{3}$.

Ta có $\frac{V_{SAMI}}{V_{SABC}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SM}{SB}.\frac{SI}{SC} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{SAMI} = \frac{1}{6}.V_{SABC} = \frac{1}{12}.V_{SABCD}$ và $V_{SAMN} = 2.V_{SAMI} = \frac{1}{6}.V_{SABCD}$.

Nên $V_{ABCDMNI} = \frac{5}{6}.V_{SABCD} = \frac{5}{6}.\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2 = \frac{5\sqrt{3}a^3}{18}$.

Chọn đáp án **A.**

Câu 42: **[Mức độ 3]** Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_2(x^2 - 3x + 2m) = \log_2(x + m)$ có nghiệm?

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 7.

Lời giải

Xét phương trình $\log_2\left(x^2-3x+2m\right)=\log_2\left(x+m\right)$

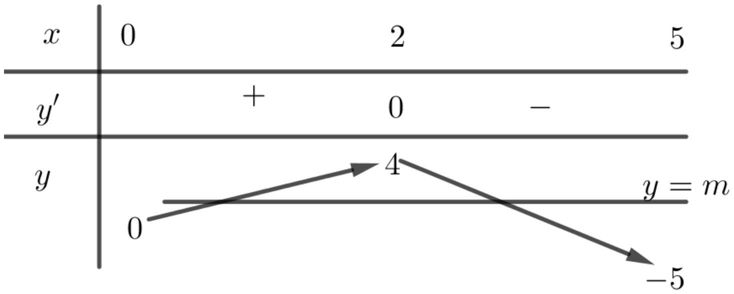
$\Leftrightarrow \begin{cases} x+m>0 \\ x^2-3x+2m=x+m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-x^2+4x>0 \\ m=-x^2+4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+5x>0 \\ m=-x^2+4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<x<5 \\ m=-x^2+4x \end{cases}$.

Xét hàm số $y=-x^2+4x$ trên khoảng $(0;5)$ và đường thẳng $y=m$.

Để phương trình đã cho có nghiệm thì số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của hàm số $y=-x^2+4x$ với đường thẳng $y=m$ trên khoảng $(0;5)$ cắt nhau tại một giao điểm hoặc hai giao điểm.

Ta có $y'=-2x+4=0 \Leftrightarrow x=2\in(0;5)$.

Khi đó bảng biến thiên của hàm số như sau:



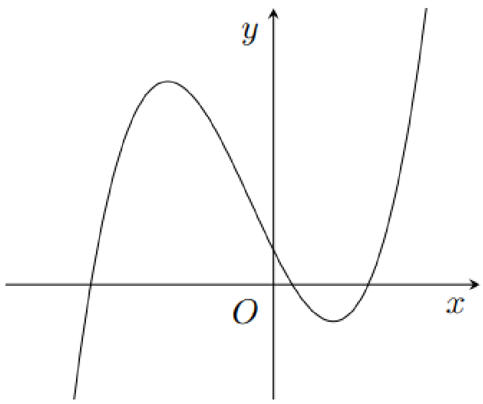
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình đã cho có nghiệm khi: $-5<m\leq 4$.

Khi đó các giá trị nguyên của $m=\{-4;-3;-2;-1;0;1;2;3;4\}$

Vậy có 9 giá trị nguyên của tham số m để thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án: **B.**

Câu 43: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0;b>0;c>0;d>0$.

B. $a<0;b>0;c<0;d>0$.

C. $a>0;b<0;c<0;d>0$.

D. $a>0;b>0;c<0;d>0$.

Lời giải

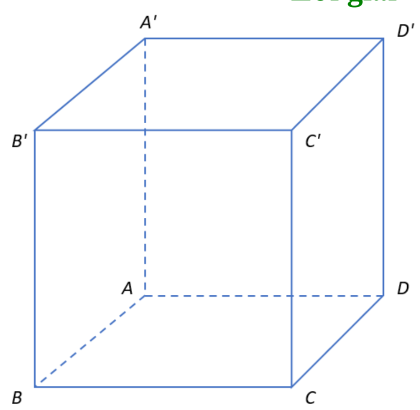
Ta có: $y'=3ax^3+2bx+c$. Từ đồ thị, ta suy ra đây là đồ thị hàm bậc ba có $a>0$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị trái dấu x_1, x_2 và $x_1+x_2<0$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ dương, suy ra $\begin{cases} \dfrac{c}{3a}<0 \\ \dfrac{-2b}{3a}<0 \\ d>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c<0 \\ b>0 \\ d>0 \end{cases}$.

Câu 44: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có diện tích đáy bằng $6\,\text{cm}^2$, $AA'=3\text{cm}$. Khi đó thể tích khối chóp $A'C'BD$ bằng

A. $9\,\text{cm}^3$. **B.** $3\,\text{cm}^3$. **C.** $6\,\text{cm}^3$. **D.** $12\,\text{cm}^3$.

Lời giải



$$V_{ABCD\cdot A'B'C'D'}=6.3=18\left(cm^3\right)$$

$$V_{A'C'BD}=\frac{1}{3}V_{ABCD\cdot A'B'C'D'}=6\left(cm^3\right)$$

Câu 45: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+m}{x-1}$. Với giá trị nào của tham số m thì đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

A. $m=2$. **B.** $m=\pm 2$. **C.** $m=\pm 4$ **D.** $m=\pm\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Nếu $m=0\Rightarrow y=0$ không thỏa mãn.

Nếu $m\neq 0$

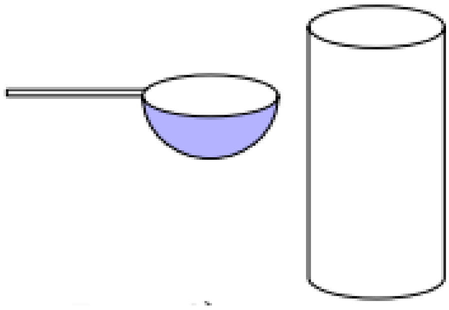
Ta có

+) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2mx+m}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2m+\dfrac{m}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=2m$ nên TCN của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=2m$

+) $\lim\limits_{x\to 1^{\pm}}\dfrac{2mx+m}{x-1}=\infty$ nên TCĐ của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=1$

Vì hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 8 nên $1.\left|2m\right|=8\Leftrightarrow\left|m\right|=4\Leftrightarrow m=\pm 4$.

Câu 46: **[Mức độ 2]** Một người dùng một cái ca hình bán cầu (một nửa hình cầu) có bán kính là 3 cm để múc nước đổ vào một cái thùng hình trụ chiều cao 10 cm và bán kính đáy bằng 6 cm. Hỏi người đó sau bao nhiêu lần đổ thì nước đầy thùng? (Biết mỗi lần đổ, nước trong ca luôn đầy.)



A. 12 lần. **B.** 20 lần. **C.** 24 lần. **D.** 10 lần.

Lời giải

Thể tích của cái ca là $V_1 = \frac{1}{2}.\frac{4}{3}.\pi.3^3 = 18\pi$

Thể tích của thùng là $V_2 = \pi.6^2.10 = 360\pi$

Số lần đổ nước để đầy thùng là $\frac{360\pi}{18\pi} = 20$ lần.

Câu 47: **[Mức độ 4]** Cho hàm số $f(x) = \ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)+e^x-e^{-x}$. Phương trình $f\left(3^x\right)+f(2x-1)=0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

▪ Xét $f(x) = \ln\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)+e^x-e^{-x}$

Điều kiện: $\sqrt{x^2+1}+x>0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1}>-x$ luôn đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

▪ Ta có: $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}+e^x+e^{-x}>0\quad \forall x\in\mathbb{R}$.

▪ Xét hàm số $y = f\left(3^x\right)+f(2x-1)$ có $y' = 3^x.\ln 3.f'\left(3^x\right)+2.f'(2x-1)>0\ \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

▪ Xét phương trình $f\left(3^x\right)+f(2x-1)=0\ (*)$. Ta có: $f\left(3^0\right)+f(2.0-1)=f(1)+f(-1)$ $=\ln\left(\sqrt{2}+1\right)+e-e^{-1}+\ln\left(\sqrt{2}-1\right)+e^{-1}-e=0$. Suy ra: $x=0$ là nghiệm duy nhất của phương trình $(*)$.

Câu 48: **[Mức độ 4]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3^x = (2x-2m-1)3^{m+1}$ có nghiệm trong khoảng $(1;5)$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

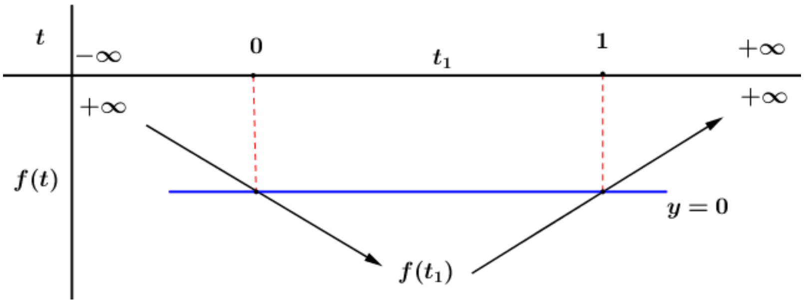
▪ Xét phương trình $3^x = (2x-2m-1)3^{m+1} \Leftrightarrow 3^{x-m-1} = 2x-2m-1 \Leftrightarrow 3^{x-m-1} = 2(x-m-1)+1$.

▪ Đặt $t = x-m-1$. Khi đó phương trình trở thành: $3^t = 2t+1\ (*)$.

▪ Xét hàm số $f(t) = 3^t-2t-1$ có $f'(t) = 3^t\ln 3-2$

Khi đó: $f'(t)=0 \Leftrightarrow 3^t = \frac{2}{\ln 3} \Leftrightarrow t = \log_3\left(\frac{2}{\ln 3}\right) = t_1$. Suy ra: $f(t_1)\approx -0,27017<0$.

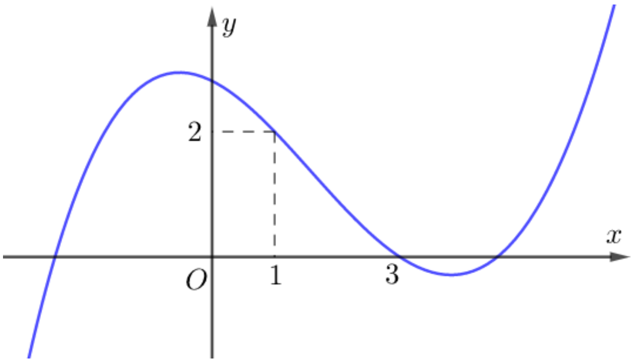
▪ BBT



▪ Dựa vào BBT suy ra: $3^t = 2t+1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=1 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x-m-1=0 \\ x-m-1=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m+1 \\ x=m+2 \end{array}\right.$.

▪ Yêu cầu của bài toán $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 1<m+1<5 \\ 1<m+2<5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<m<4 \\ -1<m<3 \end{array}\right.$. Suy ra: $m \in \{0;1;2;3\}$.

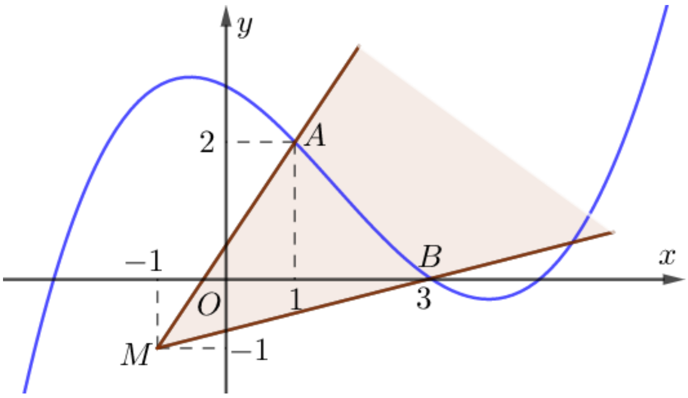
Câu 49: **[Mức độ 3]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=mx+m-1$ có nghiệm thuộc khoảng $(1;3)$ là

A. $(-1;2)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $\left(\frac{1}{4};\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải



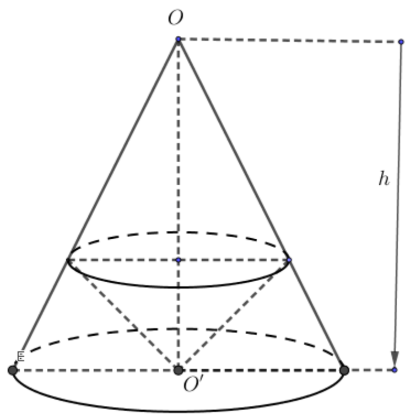
Phương trình $f(x)=mx+m-1$ có nghiệm thuộc khoảng $(1;3)$ khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=mx+m-1$ có điểm chung với hoành độ thuộc khoảng $(1;3)$.

Ta có đường thẳng $d: y=mx+m-1$ luôn qua $M(-1;-1)$ nên yêu cầu bài toán tương đương d quay trong miền giữa hai đường thẳng $MB: y=\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}, MA: y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$ với $B(3;0), A(1;2)$ không tính MB, MA.

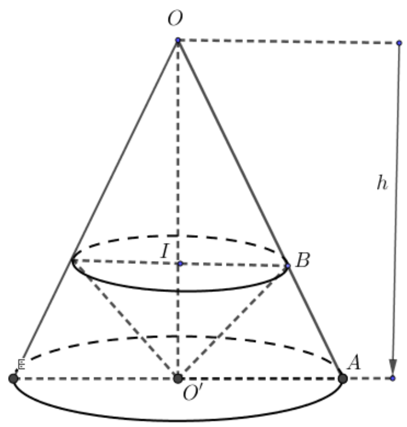
Vậy $m \in \left(\frac{1}{4};\frac{3}{2}\right)$.

Câu 50: **[Mức độ 3]** Cho hình nón đỉnh O có chiều cao h, bán kính đường tròn đáy là R. Một khối nón $\left(N\right)$ khác có đỉnh là tâm O' của đáy và có đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón đỉnh O đã cho. Tính diện tích thiết diện song song với đáy của hình nón đỉnh O để thể tích của khối nón $\left(N\right)$ là lớn nhất.

A. $\dfrac{2\pi R^2}{9}$. **B.** $\dfrac{2\pi R^2}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi R^2}{9}$. **D.** $\dfrac{4\pi R^2}{3}$.



Lời giải



Gọi I là tâm đường tròn thiết diện, đặt $x = IO'$ với $0 < x < h$ và các điểm B, A như hình vẽ.

Ta có $\dfrac{IB}{O'A} = \dfrac{OI}{O'O} = \dfrac{h-x}{h} \Rightarrow IB = \dfrac{\left(h-x\right)R}{h}$.

Thể tích khối nón $\left(N\right)$ là $V = \dfrac{1}{3}\pi IB^2.IO' = \dfrac{1}{3}\pi \dfrac{R^2}{h^2}\left(h-x\right)^2.x$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô Si cho 3 số $h-x, h-x, 2x$ ta có

$$h-x+h-x+2x \ge 3\sqrt[3]{\left(h-x\right)^2.2x} \Leftrightarrow 2\left(h-x\right)^2 x \le \left(\frac{2h}{3}\right)^3 = \frac{8h^3}{27}.$$

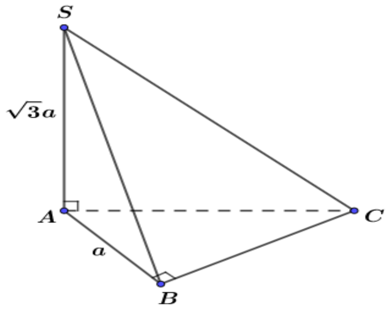
$\Rightarrow V \le \dfrac{4\pi R^2 h}{81}$. Thể tích khối nón $\left(N\right)$ lớn nhất khi $h-x = 2x \Leftrightarrow x = \dfrac{h}{3} \Rightarrow IB = \dfrac{2R}{3}$.

Diện tích cần tìm là $\pi IB^2 = \pi \dfrac{2^2}{3^2}R^2 = \dfrac{4\pi R^2}{9}$.

--- HẾT ---

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 16

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = a, SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 4$ là
A. $x = -1$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 3: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x+2}$.
A. $x = -2$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = 3$.

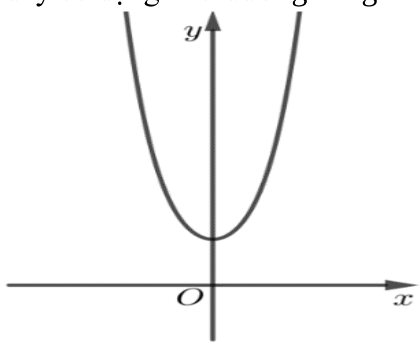
Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng
A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

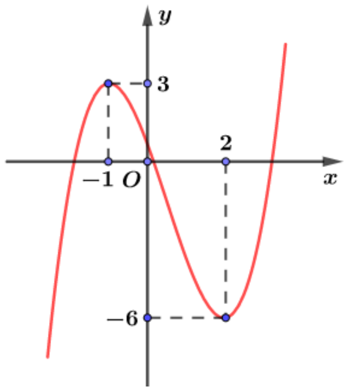
Câu 5: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = 2$ là
A. $x = 10$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = \dfrac{11}{2}$. **D.** $x = 5$.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 + 1$. **B.** $y = x^4 + 2x^2 + 1$. **C.** $y = \dfrac{3x+2}{x+2}$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-6$. **D.** $x=-1$.

Câu 8: Cho a là số thực dương và m,n là các số thực tùy ý. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $a^m+a^n=a^{m-n}$. **B.** $a^m.a^n=a^{m.n}$. **C.** $a^m+a^n=a^{m.n}$. **D.** $a^m.a^n=a^{m+n}$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=\log_{\sqrt{2}}x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$+$	
y	-3	$\nearrow$	5

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 11: Cho khối nón có bán kính đáy $r=1$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 3π. **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}$. **C.** $2\sqrt{2}\pi$. **D.** π.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=x^{-2}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 14: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=12$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 72. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 36.

Câu 15: Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 9π. **B.** 16π. **C.** 3π. **D.** 8π.

Câu 16: Cho khối lập phương có cạnh bằng 5. Thể tích của khối lập phương bằng

A. 125. **B.** 25. **C.** 15. **D.** 50.

Câu 17: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=1$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 24π. **B.** 3π. **C.** 6π. **D.** 9π.

Câu 18: Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao $h=9$. Đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 36. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 6.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $5^x > \frac{1}{25}$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 20: Cho khối trụ có bán kính đáy $r=6$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 36π. **B.** 24π. **C.** 72π. **D.** 18π.

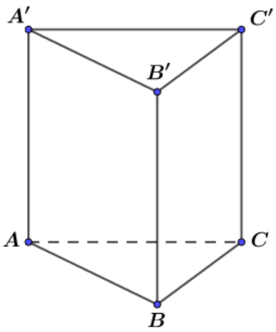
Câu 21: Cắt hình nón S bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng 2. Tính thể tích của khối nón tạo nên bởi hình nón đã cho bằng

A. π. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 22: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 23: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Câu 24: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 25: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAC là tam giác cân (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{a^3}{3}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $V=\sqrt{2}a^3$.

Câu 26: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x-3}=8^{-x}$ bằng

A. 0. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** -3. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 27: Tính đạo hàm của hàm số $y=3^{1-x}$.

A. $y'=-3^{1-x}$. **B.** $y'=-3^{1-x}.\ln 3$. **C.** $y'=3^{1-x}.\ln 3$. **D.** $y'=3^{1-x}$.

Câu 28: Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 4. Thể tích của khối trụ tạo nên bởi hình trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}\pi$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** 2π. **D.** 8π.

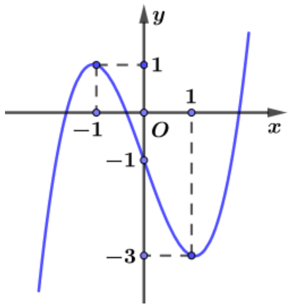
Câu 29: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\frac{x-2}{x+3}$. **B.** $y=\frac{x+5}{x-2}$. **C.** $y=-x^3-x$. **D.** $y=x^3+3x$.

Câu 30: Cho a là số thực dương, $a\neq 1$ và $P=\log_{\sqrt{a}}a^4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P=8$. **B.** $P=6$. **C.** $P=2$. **D.** $P=4$.

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-2$ là



A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x-1)>-1$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(1;6)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(-\infty;6)$.

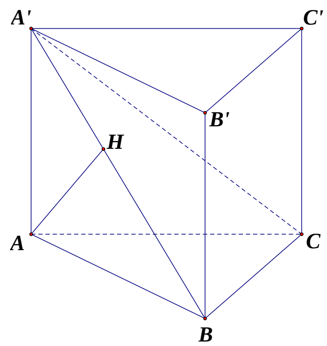
Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 34: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC=a\sqrt{5}$, $BC=2a$, $AA'=a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C' đến $(A'BC)$ bằng



A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

C. $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Câu 35: Cho a,b là các số thực dương và a khác 1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

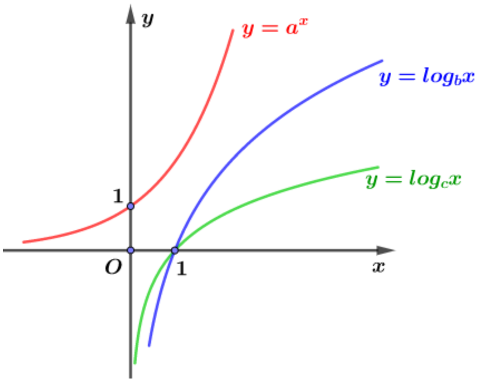
A. $\log_{a^6}(ab)=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\log_a b$.

B. $\log_{a^6}(ab)=\frac{1}{6}\log_a b$.

C. $\log_{a^6}(ab)=\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\log_a b$.

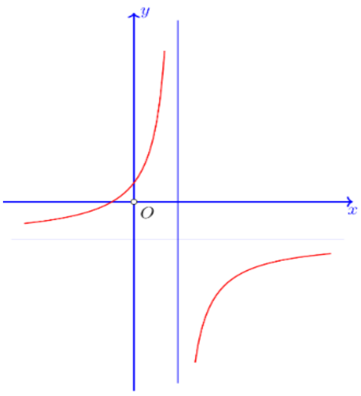
D. $\log_{a^6}(ab)=6+6\log_a b$.

Câu 36: Cho a,b,c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y=a^x, y=\log_b x, y=\log_c x$ được cho trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<b<c$. **B.** $c<b<a$. **C.** $b<c<a$. **D.** $b<a<c$.

Câu 37: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+4-b}{cx+b}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



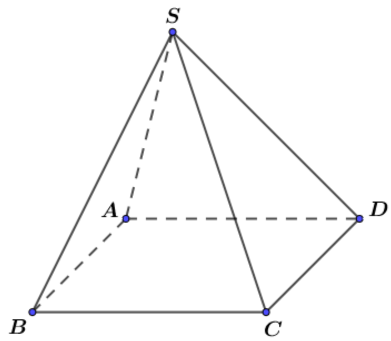
A. $a>0,\ b>4,\ c<0$.

B. $a>0, 0<b<4,\ c<0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c<0$.

D. $a<0,\ 0<b<4,\ c<0$.

Câu 38: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Tam giác SAB là tam giác đều, tam giác SCD vuông tại S (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

B. $V=2\sqrt{3}$.

C. $V=\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

D. $V=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

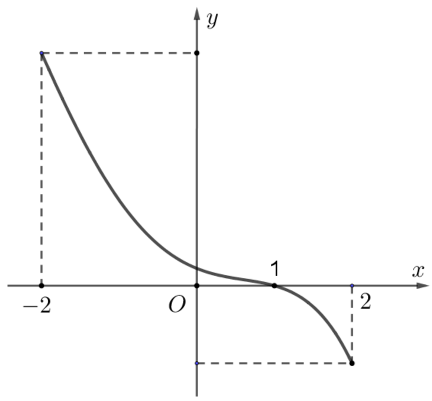
Câu 39: Cho hình nón có chiều cao bằng 4. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 32. Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. 32π. **B.** $\frac{64\pi}{3}$. **C.** 64π. **D.** 192π.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Các điểm M,N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và CD. $SA=\sqrt{5}$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SN và DM bằng

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ là đường cong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)$. **B.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$.

C. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(-2)$.

Câu 42: Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\left(3+\sqrt{5}\right)^x+\left(3-\sqrt{5}\right)^x<3.2^x$ là khoảng $(a;b)$, hãy tính $S=b-a$

A. $S=2$ **B.** $S=3$ **C.** $S=1$ **D.** $S=4$

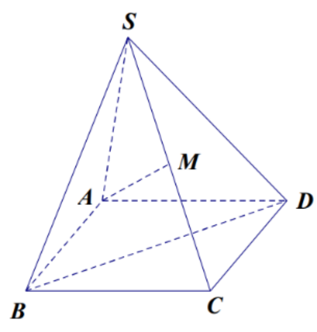
Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2020;2020]$ để hàm số $y=\left(\frac{7}{9}\right)^{\frac{x+21}{x+3m}}$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A. 2014. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 2015.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+16x+10$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 7. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 45: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Mặt phẳng qua AM và song song với BD chia khối chóp thành hai phần, trong đó phần chứa đỉnh S có thể tích V_1, phần còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$



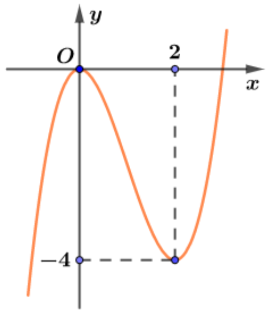
A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=1$.

C. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{7}$.

Câu 46: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=2AB=2AD, BAD=90^\circ$, $BAA'=60^\circ$, $DAA'=120^\circ, AC'=\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V=2\sqrt{2}$. **C.** $V=\sqrt{2}$. **D.** $V=2\sqrt{3}$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-3x^2$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây.



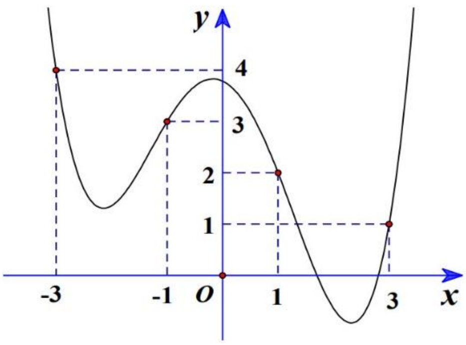
Phương trình $\dfrac{f\left(f\left(x\right)\right)-4}{2f^2\left(x\right)+f\left(x\right)+1}=-4$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 7. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-9x^2+\left(m+8\right)x-m\right|$ có năm điểm cực trị?

A. 14. **B.** Vô số. **C.** 15. **D.** 13.

Câu 49: Cho hàm số bậc năm $f\left(x\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số $g\left(x\right)=f\left(7-2x\right)+\left(x-1\right)^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây:

A. $\left(-3;-1\right)$. **B.** $\left(3;+\infty\right)$. **C.** $\left(2;3\right)$. **D.** $\left(-2;0\right)$.

Câu 50: Cho bất phương trình $3^{\frac{2-\sqrt{x^2-2x+m}}{2}}+3^{\frac{2}{\sqrt{x^2-2x+m-2}}}>\dfrac{10}{3}$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x\in\left[0;2\right]$?

A. 9. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 15.

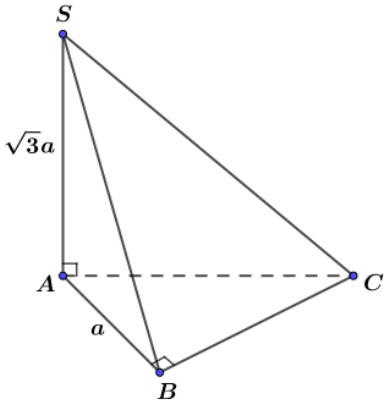
---------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.A	4.C	5.D	6.B	7.D	8.D	9.D	10.D
11.D	12.C	13.D	14.B	15.D	16.A	17.C	18.A	19.B	20.C
21.C	22.D	23.D	24.D	25.C	26.A	27.B	28.C	29.D	30.A
31.B	32.B	33.B	34.A	35.A	36.D	37.B	38.D	39.C	40.A
41.C	42.A	43.C	44.B	45.C	46.C	47.A	48.A	49.C	50.C

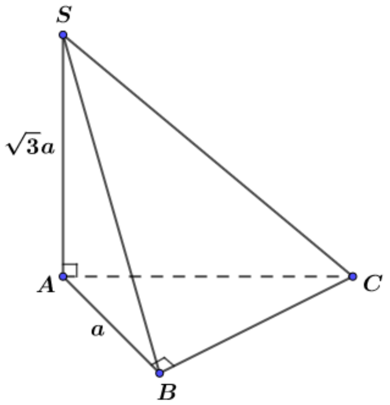
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = a, SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng



A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu vuông góc của SB lên (ABC).

Suy ra $(SB,(ABC)) = (SB, AB) = SBA$.

Xét tam giác SAB vuông tại A ta có: $\tan SBA = \dfrac{SA}{AB} = \dfrac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60°$.

Vậy $(SB,(ABC)) = SBA = 60°$.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 4$ là

A. $x = -1$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Ta có: $2^{x+1} = 4 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 2^2 \Leftrightarrow x+1 = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 3: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x+2}$.

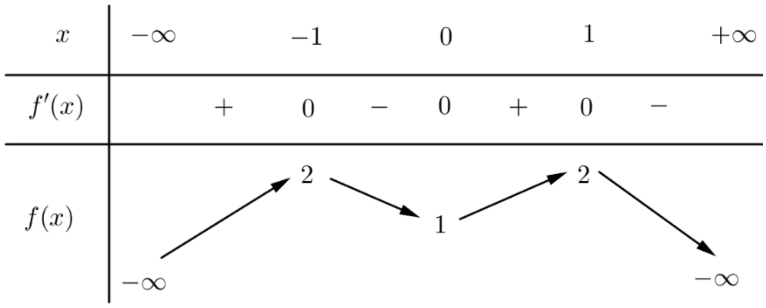
A. $x = -2$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Gọi $\left(C\right)$ là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$.

Vì $\lim\limits_{x\to -2^{+}}\dfrac{3x-1}{x+2}=-\infty$ (hoặc $\lim\limits_{x\to -2^{-}}\dfrac{3x-1}{x+2}=+\infty$) nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị $\left(C\right)$.

Câu 4: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 1.

$\Rightarrow$ **Chọn C**

Câu 5: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$ là

A. $x=10$. **B.** $x=4$. **C.** $x=\dfrac{11}{2}$. **D.** $x=5$.

Lời giải

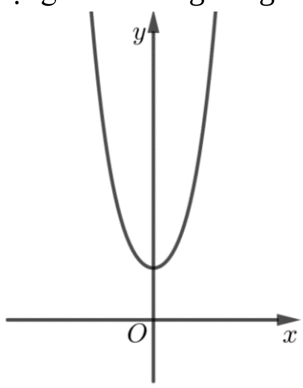
$\log_3(2x-1)=2 \quad (1)$.

Điều kiện: $2x-1>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

Với điều kiện trên: $(1)\Leftrightarrow 2x-1=3^2 \Leftrightarrow 2x-1=9 \Leftrightarrow 2x=10 \Leftrightarrow x=5$.

Giá trị $x=5$ thỏa mãn điều kiện.

Câu 6: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



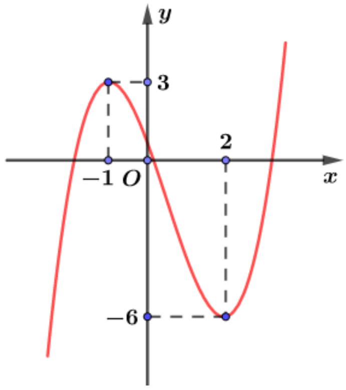
A. $y=x^3+1$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$.

C. $y=\dfrac{3x+2}{x+2}$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Đồ thị trên là của hàm số bậc 4 trùng phương, có 1 cực trị nên a,b cùng dấu, bề lõm quay lên nên hệ số $a>0$. Vậy đó là đồ thị hàm số $y=x^4+2x^2+1$.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-6$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $x=-1$ là điểm cực đại của hàm số đã cho.

Câu 8: Cho a là số thực dương và m,n là các số thực tùy ý. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $a^m+a^n=a^{m-n}$. **B.** $a^m.a^n=a^{m.n}$.

C. $a^m+a^n=a^{m.n}$. **D.** $a^m.a^n=a^{m+n}$.

Lời giải

Ta thấy đáp án D là hoàn toàn chính xác.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=\log_{\sqrt{2}}x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y=\log_{\sqrt{2}}x$ xác định khi và chỉ khi $x>0$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$+$	
y	-3	$\nearrow$	5

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Do $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} y=5\\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=-3\end{cases}$ nên đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 2 đường tiệm cận ngang là $y=-3, y=5$.

Câu 11: Cho khối nón có bán kính đáy $r=1$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 3π. **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}$. **C.** $2\sqrt{2}\pi$. **D.** π.

Lời giải

Thể tích của khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.1^2.3=\pi$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=x^{-2}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $x\neq 0$ (do $-2\in\mathbb{Z}^-$). Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 14: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=12$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 72. **B.** 24. **C.** 6. **D.** 36.

Lời giải

Thể tích của khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}B.h=\dfrac{1}{3}.12.6=24$.

Câu 15: Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 9π. **B.** 16π. **C.** 3π. **D.** 8π.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq}=\pi rl=8\pi$.

Câu 16: Cho khối lập phương có cạnh bằng 5. Thể tích của khối lập phương bằng

A. 125. **B.** 25. **C.** 15. **D.** 50.

Lời giải

Thể tích của khối lập phương là: $V=5^3=125$.

Câu 17: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ và độ dài đường sinh $l=1$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 24π. **B.** 3π. **C.** 6π. **D.** 9π.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.3.1=6\pi$.

Câu 18: Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao $h=9$. Đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 36. **B.** 12. **C.** 18. **D.** 6.

Lời giải

Đáy là hình vuông có cạnh bằng 2 nên diện tích đáy $S_d=4$.

Thể tích của khối lăng trụ $V = S_d.h = 4.9 = 36$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $5^x > \frac{1}{25}$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Bất phương trình $5^x > \frac{1}{25} \Leftrightarrow 5^x > 5^{-2} \Leftrightarrow x > -2$.

Vậy tập nghiệm của bpt là $(-2;+\infty)$.

Câu 20: Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 36π. **B.** 24π. **C.** 72π. **D.** 18π.

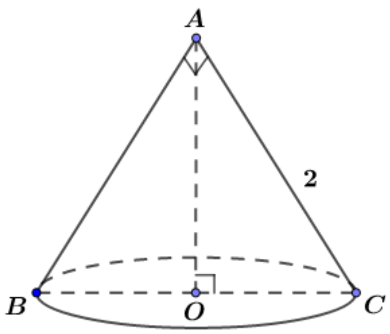
Lời giải

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi.6^2.2 = 72\pi$.

Câu 21: Cắt hình nón S bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng 2. Tính thể tích của khối nón tạo nên bởi hình nón đã cho bằng

A. π. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Lời giải



Vì thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng 2 nên $R = h = OA = \frac{BC}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

Vậy thể tích là: $V = \frac{1}{3}\pi R^2.h = \frac{1}{3}\pi.1.1 = \frac{\pi}{3}$.

Câu 22: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. -2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -1.

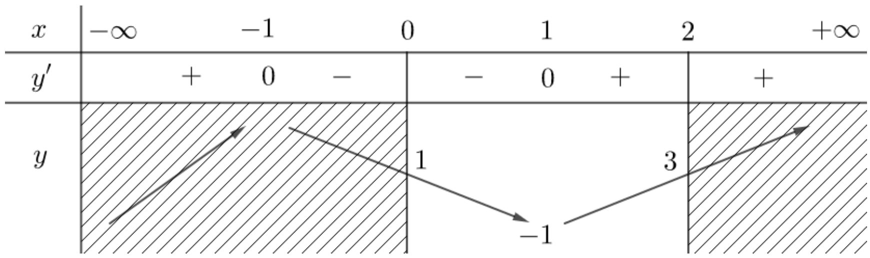
Lời giải

Ta có:

$f'(x) = 3x^2 - 3$.

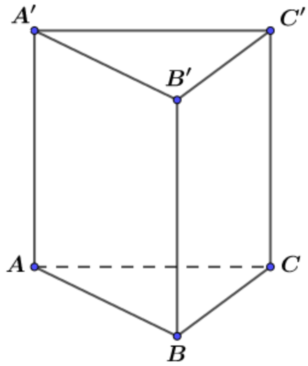
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Ta có bảng biến thiên:



Vậy GTNN của hàm số trên đoạn $[0;2]$ là $\min_{x\in[0;2]} f(x) = -1$.

Câu 23: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng



A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Ta có lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đều nên $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.BB'$.

Mà $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $BB' = 4a$. Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.4a = \sqrt{3}a^3$.

Câu 24: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và trục hoành là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

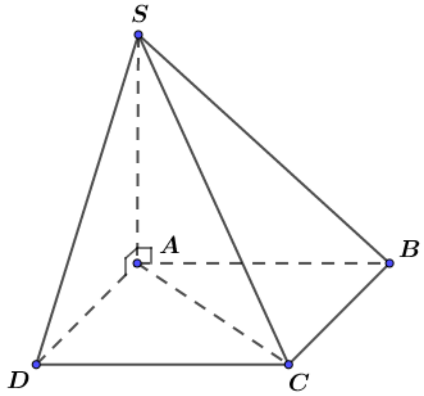
Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và trục hoành là

$$x^3 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm.

Câu 25: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAC là tam giác cân (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V = \dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $V = \sqrt{2}a^3$.

Lời giải

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông cân tại $A \Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2}.a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}.$$

Câu 26: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x-3}=8^{-x}$ bằng

A. 0. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** -3. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

$2^{x^2-3x-3}=8^{-x}\Leftrightarrow 2^{x^2-3x-3}=2^{-3x}\Leftrightarrow x^2-3x-3=-3x\Leftrightarrow x^2-3=0$

Phương trình có tổng 2 nghiệm bằng 0.

Câu 27: Tính đạo hàm của hàm số $y=3^{1-x}$.

A. $y'=-3^{1-x}$. **B.** $y'=-3^{1-x}.\ln 3$. **C.** $y'=3^{1-x}.\ln 3$. **D.** $y'=3^{1-x}$.

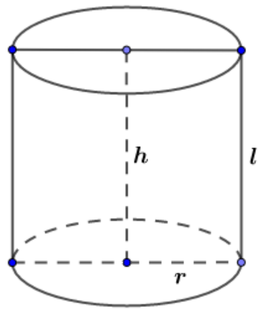
Lời giải

Hàm số $y=3^{1-x}$ có đạo hàm: $y'=(1-x)'.3^{1-x}.\ln 3=-3^{1-x}.\ln 3$.

Câu 28: Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 4. Thể tích của khối trụ tạo nên bởi hình trụ đã cho bằng

A. $2\sqrt{2}\pi$. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** 2π. **D.** 8π.

Lời giải



Thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có diện tích $S=4$.

Ta có: $S=2r.h=h^2=4\Rightarrow h=2;r=1$.

Vậy thể tích khối trụ $V=\pi r^2h=\pi.1^2.2=2\pi$.

Câu 29: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x-2}{x+3}$. **B.** $y=\dfrac{x+5}{x-2}$. **C.** $y=-x^3-x$. **D.** $y=x^3+3x$.

Lời giải

Ta có: Hàm số xác $y=x^3+3x$ định với $\forall x\in(-\infty;+\infty)$.

$y'=3x^2+3>0\,\forall x\in(-\infty;+\infty)$.

Do đó hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

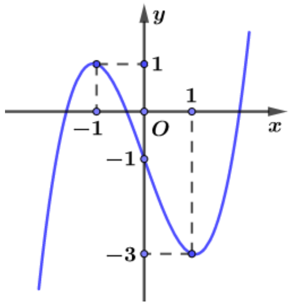
Câu 30: Cho a là số thực dương, $a\neq 1$ và $P=\log_{\sqrt{a}}a^4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P=8$. **B.** $P=6$. **C.** $P=2$. **D.** $P=4$.

Lời giải

Ta có: $P=\log_{\sqrt{a}}a^4=\log_{a^{\frac{1}{2}}}a^4=\dfrac{1}{\frac{1}{2}}\log_a a^4=2.\log_a a^4=2.4=8$.

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-2$ là



A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=-2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=-2$ có ba nghiệm thực.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x-1)>-1$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(1;6)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(-\infty;6)$.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{5}}(x-1)>-1 \Leftrightarrow 0<x-1<\left(\frac{1}{5}\right)^{-1} \Leftrightarrow 0<x-1<5 \Leftrightarrow 1<x<6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là (1; 6).

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	-∞		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	

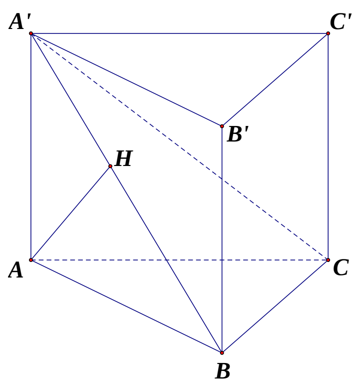
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần nên hàm số đã cho có 2 cực trị.

Câu 34: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC=a\sqrt{5}$, $BC=2a$, $AA'=a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C' đến $(A'BC)$ bằng



A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Lời giải

Dựng $AH\perp A'B\ (H\in A'B)$

Khi đó: $\begin{cases} AH \perp A'B \\ AH \perp BC \ \left(BC \perp \left(A'BC\right),\ AH \subset \left(A'BC\right)\right) \end{cases} \Rightarrow AH \perp \left(A'BC\right)$.

Ta có: $d\left(C', \left(A'BC\right)\right) = d\left(A, \left(A'BC\right)\right) = AH$.

Xét tam giác $A'AB$ vuông tại A: $AH = \dfrac{AA'.AB}{\sqrt{AA'^2 + AB^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}.\sqrt{\left(a\sqrt{5}\right)^2 - (2a)^2}}{\sqrt{3a^2 + 5a^2 - 4a^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy khoảng cách từ C' đến $\left(A'BC\right)$ bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35: Cho a,b là các số thực dương và a khác 1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\log_{a^6}(ab) = \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{6}\log_a b$.

B. $\log_{a^6}(ab) = \dfrac{1}{6}\log_a b$.

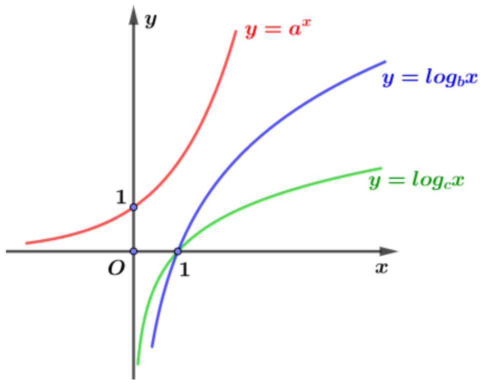
C. $\log_{a^6}(ab) = \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{6}\log_a b$.

D. $\log_{a^6}(ab) = 6 + 6\log_a b$.

Lời giải

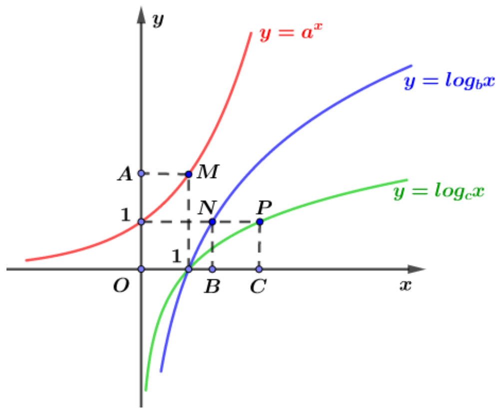
$\log_{a^6}(ab) = \dfrac{1}{6}\log_a(ab) = \dfrac{1}{6}\left(1 + \log_a b\right) = \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{6}\log_a b$

Câu 36: Cho a,b,c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được cho trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < b < c$. **B.** $c < b < a$. **C.** $b < c < a$. **D.** $b < a < c$.

Lời giải

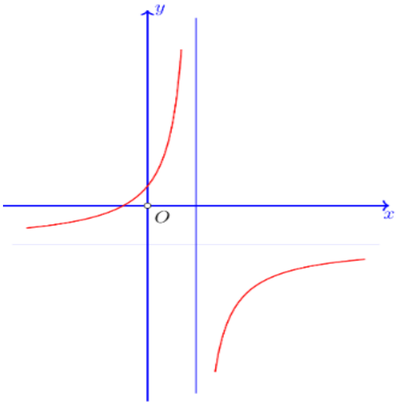


Đường thẳng $x = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = a^x$ tại điểm $M(1;a)$. Khi đó, gọi $A(0;a)$ là hình chiếu của điểm M trên trục Oy.

Đường thẳng $y = 1$ cắt các đồ thị hàm số $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ lần lượt tại $N(b;1)$ và $P(c;1)$. Khi đó, gọi $B(b;0)$ và $C(c;0)$ lần lượt là hình chiếu của N và P trên trục Ox.

Nhận thấy $OB < OA < OC$ nên $b < a < c$.

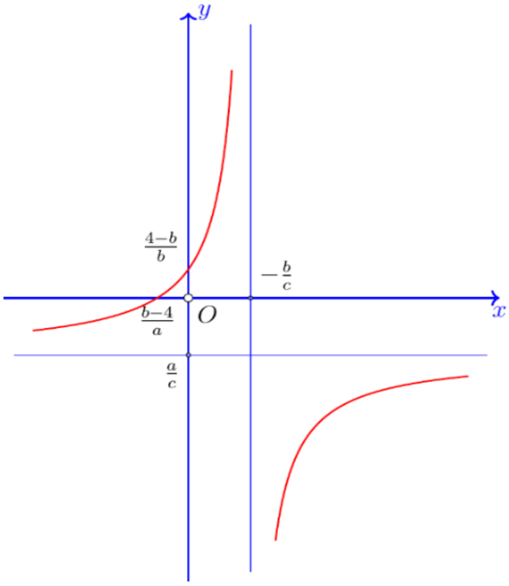
Câu 37: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+4-b}{cx+b}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0,\ b > 4,\ c < 0$. **B.** $a > 0, 0 < b < 4,\ c < 0$.

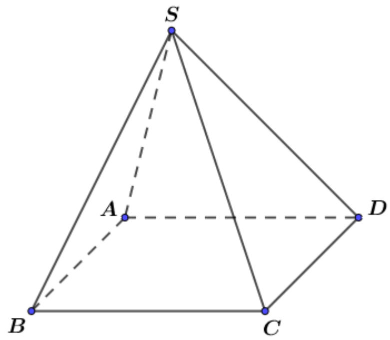
C. $a > 0,\ b < 0,\ c < 0$. **D.** $a < 0,\ 0 < b < 4,\ c < 0$.

Lời giải



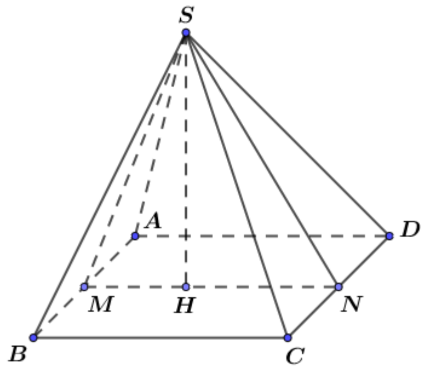
Dựa vào đồ thị, ta thấy tiệm cận ngang, tiệm cận đứng, giao của đồ thị với trục tung và trục hoành, suy ra $\begin{cases} \dfrac{a}{c} < 0 \\ -\dfrac{b}{c} > 0 \\ \dfrac{4-b}{b} > 0 \\ \dfrac{b-4}{a} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < b < 4 \\ a > 0 \\ c < 0 \end{cases}$.

Câu 38: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Tam giác SAB là tam giác đều, tam giác SCD vuông tại S (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=2\sqrt{3}$. **C.** $V=\frac{8\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi M,N lần lượt là trung điểm $AB,\ CD$ $\Rightarrow MN\perp AB(1)$

Do ΔSAB đều nên $SM\perp AB(2)$, từ $(1),(2)$ suy ra $AB\perp(SMN)\Rightarrow(SMN)\perp(ABCD)$

Kẻ $SH\perp MN\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

$SM=\sqrt{3}, MN=2,\ SN=1\Rightarrow SM^2+SN^2=MN^2\Rightarrow\Delta SMN$ vuông tại S nên

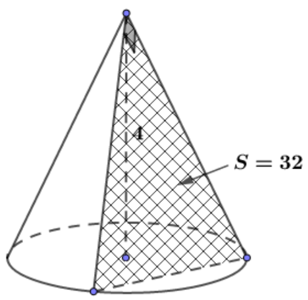
$SH=\frac{SM.SN}{MN}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39: Cho hình nón có chiều cao bằng 4. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 32. Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. 32π. **B.** $\frac{64\pi}{3}$. **C.** 64π. **D.** 192π.

Lời giải



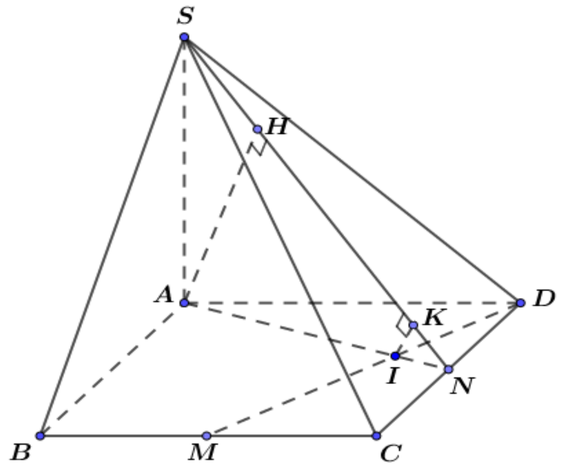
Ta có: $\frac{1}{2}l^2=32\Rightarrow l=8$. Suy ra $r=\sqrt{l^2-h^2}=4\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=64\pi$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Các điểm M,N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và CD. $SA=\sqrt{5}$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SN và DM bằng

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải



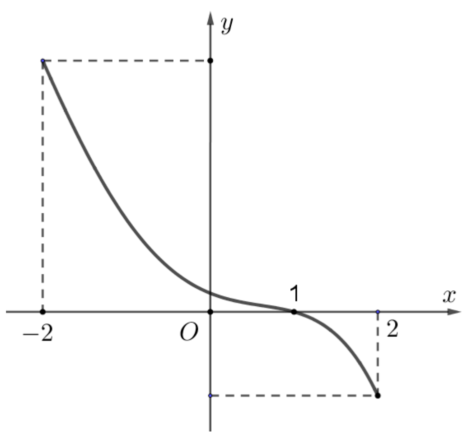
+ Ta chứng minh $AN\perp DM$, thật vậy ta có: $\Delta ADN=\Delta DCM$ suy ra $NAD=MDC$, mà $ADM+MDC=90^0$ nên $ADM+NAD=90^0$. Từ đó ta có $MD\perp(SAN)$

Gọi $I=AN\cap DM$, kẻ $IK\perp SN$ ($K\in SN$). Khi đó $d(SN,DM)=IK$

+ Trong ΔADN ta có $AN=\sqrt{5}$, $IN=\frac{DN^2}{AN}=\frac{1}{\sqrt{5}}$. Suy ra $\frac{IN}{AN}=\frac{1}{5}$; từ đó $\frac{IK}{AH}=\frac{1}{5}$ với H là hình chiếu của A lên SN. Trong tam giác SAN ta có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AN^2}$, suy ra $AH=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Vậy $d(SN,DM)=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ là đường cong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)$. **B.** $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$.

C. $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(1)$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-2)$.

Lời giải.

Dựa vào thị của hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ ta thấy $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có bảng BBT:

x	-2		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(-2)$	$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	$f(2)$

Do đó $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(1)$.

Câu 42: Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\left(3+\sqrt{5}\right)^x + \left(3-\sqrt{5}\right)^x < 3.2^x$ là khoảng $(a;b)$, hãy tính $S = b - a$

A. $S = 2$ **B.** $S = 3$ **C.** $S = 1$ **D.** $S = 4$

Lời giải.

Ta có $\left(3+\sqrt{5}\right)^x + \left(3-\sqrt{5}\right)^x < 3.2^x$. $\Leftrightarrow \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x + \left(\dfrac{2}{3+\sqrt{5}}\right)^x < 3$.

Đặt $t = \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x$ với $t > 0$.

$\Leftrightarrow t + \dfrac{1}{t} < 3$

$\Leftrightarrow t^2 - 3t + 1 < 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} < t < \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{3-\sqrt{5}}{2} < \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x < \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

$\Leftrightarrow \log_{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right) < x < \log_{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$

$\Leftrightarrow -1 < x < 1$.

$\Rightarrow (a;b) = (-1;1) \Rightarrow S = 2$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-2020;2020]$ để hàm số $y = \left(\dfrac{7}{9}\right)^{\frac{x+21}{x+3m}}$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A. 2014. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 2015.

Lời giải

Xét hàm số $y=\left(\frac{7}{9}\right)^{f(x)}$ với $f(x)=\frac{x+21}{x+3m}$. Ta có $y'=f'(x).\left(\frac{7}{9}\right)^{f(x)}.\ln\frac{7}{9}$. Do đó hàm số $y=\left(\frac{7}{9}\right)^{\frac{x+21}{x+3m}}$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ khi và chỉ khi hàm số $f(x)=\frac{x+21}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$. Ta có $f'(x)=\frac{3m-21}{(x+3m)^2}$.

$f(x)=\frac{x+21}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)\Leftrightarrow f'(x)<0\,\forall x\in(3;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}3m-21<0\\-3m\notin(3;+\infty)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m<7\\-3m\le 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<7\\m\ge -1\end{cases}\Leftrightarrow -1\le m<7$.

Do m nguyên và $m\in[-2020;2020]$ nên có 8 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+16x+10$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 7. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 10.

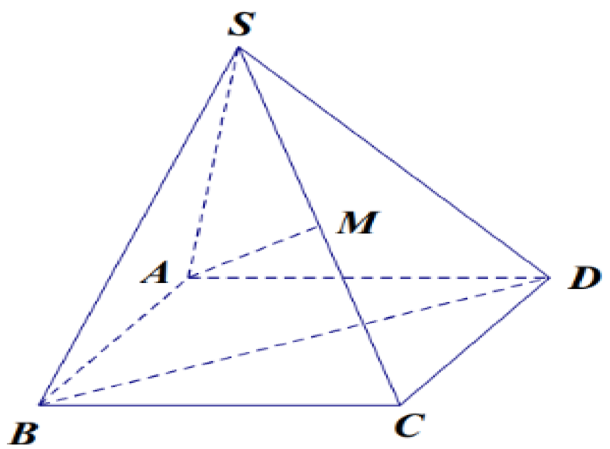
Lời giải

Ta có $y'=x^2-2mx+16$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0\,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2-2mx+16\ge 0\,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'\le 0\\a>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-16\le 0\\1>0\end{cases}\Leftrightarrow -4\le m\le 4$.

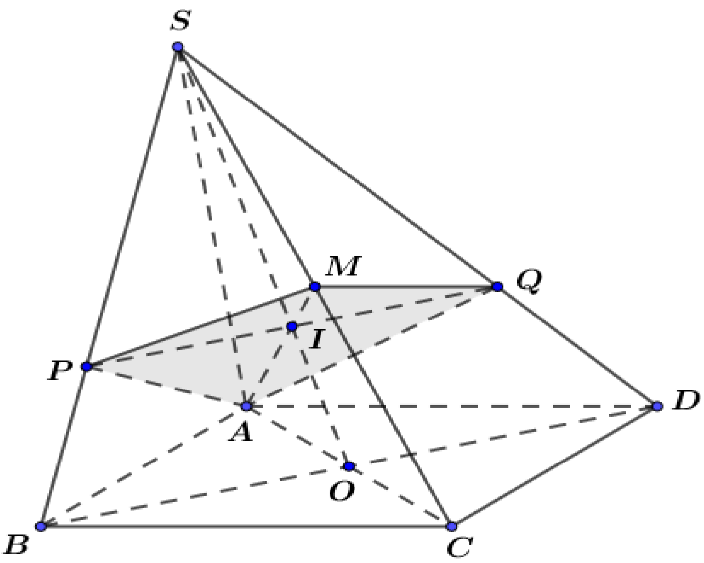
Do m nguyên nên có 9 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 45: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Mặt phẳng qua AM và song song với BD chia khối chóp thành hai phần, trong đó phần chứa đỉnh S có thể tích V_1, phần còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$



A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=1$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{7}$.

Lời giải



Gọi (P) là mặt phẳng qua AM và song song với $BD.$

Ta gọi P,Q là giao điểm của (P) với $SB, SD,$ khi đó tứ giác $APMQ$ là thiết diện.

Gọi I là trọng tâm tam giác $SAC \Rightarrow \dfrac{SP}{SB} = \dfrac{SQ}{SD} = \dfrac{2}{3}$

Do $ABCD$ là hình bình hành nên $V_{S.ABC} = V_{S.ACD} = \dfrac{1}{2}V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{2}V$

Khi đó: $\dfrac{V_{S.AMQ}}{V_{SACD}} = \dfrac{SM}{SC}.\dfrac{SQ}{SD} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow V_{S.MAQ} = \dfrac{1}{3}V_{S.ACD} = \dfrac{1}{6}V$

Tương tự: $\dfrac{V_{S.AMP}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SP}{SB}.\dfrac{SM}{SC} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AMP} = \dfrac{1}{6}V$

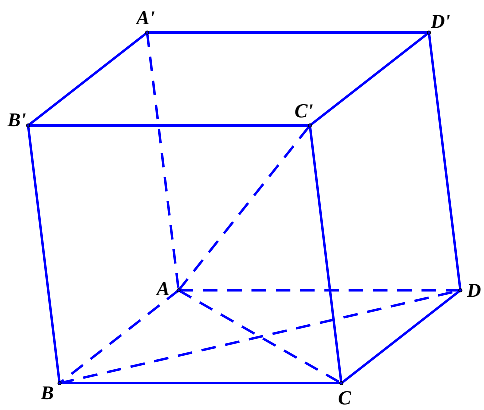
$\Rightarrow V_{S.APMQ} = V_{S.AMQ} + V_{S.AMP} = \dfrac{1}{6}V + \dfrac{1}{6}V = \dfrac{1}{3}V$

$\Rightarrow V_1 = \dfrac{1}{3}V \Rightarrow V_2 = \dfrac{2}{3}V \Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}.$

Câu 46: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 2AB = 2AD, BAD = 90^\circ,$ $BAA' = 60^\circ,\ DAA' = 120^\circ, AC' = \sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối hộp đã cho.

A. $V = \dfrac{\sqrt{2}}{2}.$ **B.** $V = 2\sqrt{2}.$ **C.** $V = \sqrt{2}.$ **D.** $V = 2\sqrt{3}.$

Lời giải



Gọi $AB = AD = x \Rightarrow AA' = 2x$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AA'} = x^2, \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AA'} = -x^2, \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = 0$

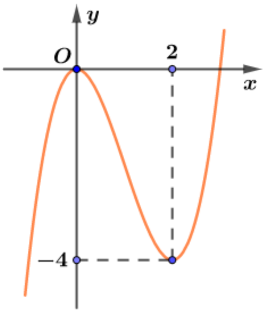
$\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} \Rightarrow AC'^2 = \left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)^2 = 6x^2$

Mà $AC' = \sqrt{6} \Rightarrow x = 1$

Áp dụng công thức

$V = AB.AD.AA'.\sqrt{1 + 2\cos 60^0.\cos 90^0.\cos 120^0 - \cos^2 90^0 - \cos^2 60^0 - \cos^2 120^0} = \sqrt{2}$

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây.



Phương trình $\dfrac{f(f(x)) - 4}{2f^2(x) + f(x) + 1} = -4$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 7. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\dfrac{f(f(x)) - 4}{2f^2(x) + f(x) + 1} = -4 \Leftrightarrow f(f(x)) - 4 = -4\left(2f^2(x) + f(x) + 1\right)$

$\Leftrightarrow f^3(x) - 3f^2(x) - 4 = -4\left(2f^2(x) + f(x) + 1\right)$

$\Leftrightarrow f^3(x) + 5f^2(x) + 4f(x) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 0 \\ f(x) = -1 \in (-4;0). \\ f(x) = -4 \end{array}\right.$

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy:

+ Phương trình $f(x) = 0$ có 2 nghiệm.

+ Phương trình $f(x) = -1$ có 3 nghiệm.

+ Phương trình $f(x) = -4$ có 2 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm.

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left|x^3 - 9x^2 + (m+8)x - m\right|$ có năm điểm cực trị?

A. 14. **B.** Vô số. **C.** 15. **D.** 13.

Lời giải

Hàm số đã cho có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$Đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 9x^2 + (m+8)x - m$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$Phương trình $x^3 - 9x^2 + (m+8)x - m = 0$ (1) có 3 nghiệm phân biệt

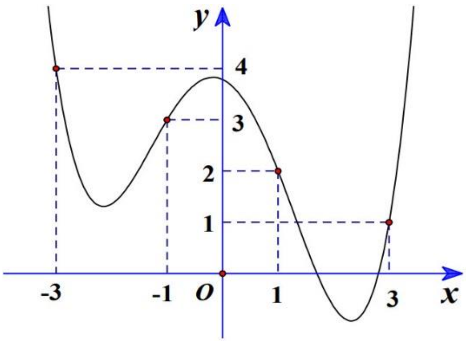
Ta có $(1) \Leftrightarrow (x-1)(x^2-8x+m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-8x+m=0\,(2) \end{array}\right.$.

Do đó, điều kiện bài toán $\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 16-m>0 \\ 1-8+m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<16 \\ m\neq 7 \end{cases}$.

Mà m nguyên dương nên có 14 giá trị m thỏa YCBT.

Câu 49: Cho hàm số bậc năm $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số $g(x)=f(7-2x)+(x-1)^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây:

A. $(-3;-1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-2;0)$.

FLời giải

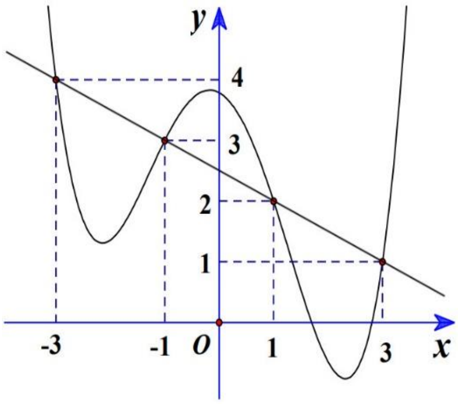
Ta có $g(x)=f(7-2x)+(x-1)^2 \Rightarrow g'(x)=-2f'(7-2x)+2(x-1)$

Hàm số $g(x)$ đồng biến khi $g'(x)=-2f'(7-2x)+2(x-1)>0 \Leftrightarrow f'(7-2x)<(x-1)$ (1)

Đặt $7-2x=t \Leftrightarrow x=\dfrac{7-t}{2} \Leftrightarrow x-1=-\dfrac{t}{2}+\dfrac{5}{2}$ thì ta có

(1) $\Leftrightarrow f'(t)<-\dfrac{t}{2}+\dfrac{5}{2}$

Vẽ đường thẳng $y=-\dfrac{t}{2}+\dfrac{5}{2}$ trên cùng hệ trục. Dựa vào đồ thị ta thấy:



$f'(t)<-\dfrac{t}{2}+\dfrac{5}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3<t<-1 \\ 1<t<3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -3<7-2x<-1 \\ 1<7-2x<3 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4<x<5 \\ 2<x<3 \end{array}\right.$. **Chọn C**

Câu 50: Cho bất phương trình $3^{\frac{2-\sqrt{x^2-2x+m}}{2}}+3^{\frac{2}{\sqrt{x^2-2x+m}-2}}>\dfrac{10}{3}$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x\in[0;2]$?

A. 9. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 15.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-2x+m\geq 0 \\ \sqrt{x^2-2x+m}\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x+m\geq 0 \\ x^2-2x+m\neq 4 \end{cases}$.

Đặt: $t=\dfrac{\sqrt{x^2-2x+m}-2}{2}=-\dfrac{2-\sqrt{x^2-2x+m}}{2} \Rightarrow \dfrac{1}{t}=\dfrac{2}{\sqrt{x^2-2x+m}-2} \quad \left(t\ge -1,\, t\ne 0\right)$.

Khi đó bất phương trình trở thành: $3^{-t}+3^{\frac{1}{t}}>\dfrac{10}{3} \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{3}\right)^t+3^{\frac{1}{t}}>\dfrac{1}{3}+3$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=3^{-t}+3^{\frac{1}{t}}$.

Ta có $f'\left(t\right)=-3^{-t}.\ln 3-\dfrac{1}{t^2}.3^{\frac{1}{t}}.\ln 3<0,\ \left(\forall t\ge -1,\, t\ne 0\right)$.

Nên $f\left(t\right)$ nghịch biến trên các khoảng $\left(-1;0\right)$ và $\left(0;+\infty\right)$.

+ Trên khoảng $\left(-1;0\right)$ ta có $f\left(t\right)<f\left(-1\right)=\dfrac{10}{3}$ nên bất phương trình vô nghiệm.

+ Trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$. Ta có $\left(\dfrac{1}{3}\right)^t+3^{\frac{1}{t}}>\dfrac{1}{3}+3 \Leftrightarrow f\left(t\right)>f\left(1\right) \Leftrightarrow t<1$.

Hay $0<\dfrac{\sqrt{x^2-2x+m}-2}{2}<1 \Leftrightarrow 0<\sqrt{x^2-2x+m}-2<2$

$\Leftrightarrow 4<x^2-2x+m<16 \Leftrightarrow 5-m<\left(x-1\right)^2<17-m$.

Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x\in\left[0;2\right]$ khi và chỉ khi

$\begin{cases}\left(x-1\right)^2<17-m\\ \left(x-1\right)^2>5-m\end{cases}$ đúng với mọi $x\in\left[0;2\right] \Leftrightarrow \begin{cases}1<17-m\\ 0>5-m\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<16\\ m>5\end{cases}$.

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\left\{6;7;8;9;10;11;12;13;14;15\right\}$.

Có 10 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

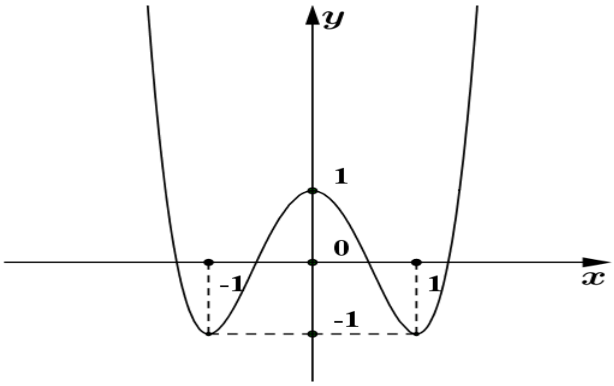
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 17

Câu 1: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}a^3$. **D.** $\sqrt{3}\pi a^3$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

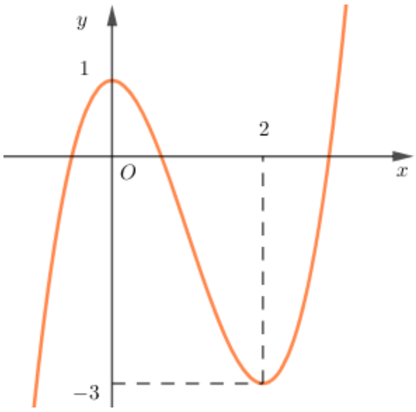
Câu 4: Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $-\frac{4}{3}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a, AC=2a$, SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **B.** $\frac{1}{6}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **D.** $\frac{1}{3}a^3$.

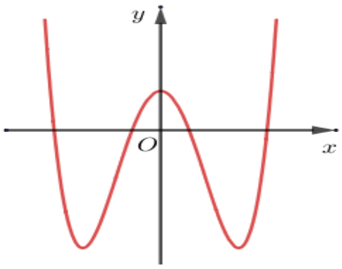
Câu 6: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=-x^4+3x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$.

C. $y=x^4+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 7: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a<0,b>0,c<0$. **B.** $a>0,b>0,c>0$. **C.** $a>0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x.e^x$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. e. **B.** $-\frac{2}{e}$. **C.** $-\frac{1}{e}$. **D.** 0.

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y=\ln x$ là

A. $y'=\frac{1}{x}$. **B.** $y'=\frac{\ln x}{x}$. **C.** $y'=\frac{1}{x\ln x}$. **D.** $y'=\frac{x}{\ln x}$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $2020^{2x-4}\le 2020^x$ là

A. $[0;4]$. **B.** $[1;4]$. **C.** $(-\infty;4]$. **D.** $(-\infty;2]$.

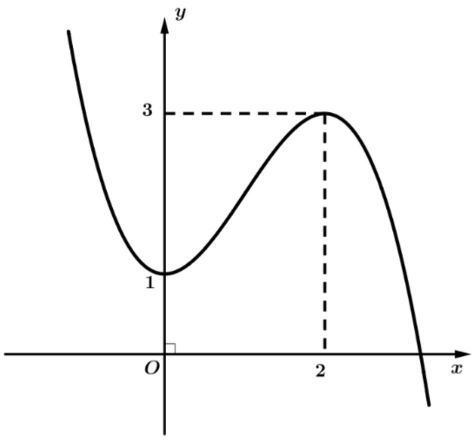
Câu 11: Một khối trụ có thể tích bằng $12\pi a^3$ và độ dài đường cao bằng $3a$. Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là

A. a. **B.** $3a$. **C.** $2a$. **D.** $4a$.

Câu 12: Giá trị của biểu thức $3^{\sqrt{2}-1}.9^{\sqrt{2}}.27^{1-\sqrt{2}}$ bằng

A. 9. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 27.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

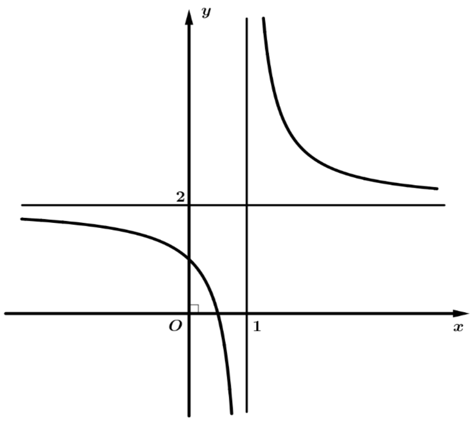


Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 0.

C. 1. **D.** 3.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $y=2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 15: Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh a và cạnh bên $2a$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **B.** $\frac{1}{2}a^3$. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Câu 16: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r là

A. πr^2. **B.** $2\pi rl$. **C.** $2\pi r^2$. **D.** πrl.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 4$ là

A. $x=8$. **B.** $x=16$. **C.** $x=2$. **D.** $x=6$.

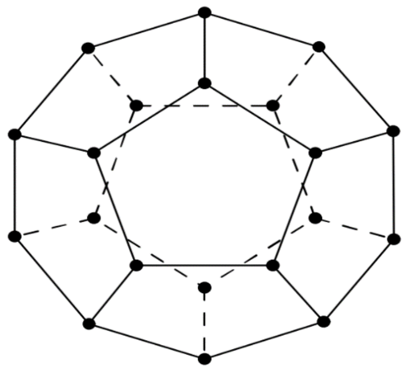
Câu 18: Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC tạo thành

A. hình trụ. **B.** khối nón. **C.** khối trụ. **D.** hình nón.

Câu 19: Tập xác định của hàm số $y=(x-3)^{\sqrt{3}}$

A. $D=(-\infty;3)$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Câu 20: Khối mười hai mặt đều là khối đa diện đều loại



A. $\{4;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{3;4\}$. **D.** $\{5;3\}$.

Câu 21: Cho số thực dương x khác 1. Biểu thức $P=x.\sqrt[4]{x^3}$ được viết dưới dạng lũy thừa là

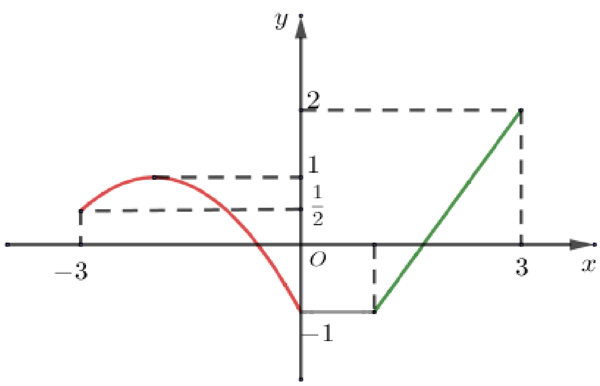
A. $P=x^{\frac{3}{8}}$. **B.** $P=x^{\frac{7}{4}}$. **C.** $P=x^{\frac{3}{4}}$. **D.** $P=x^{\frac{1}{4}}$.

Câu 22: Thể tích của khối chóp tứ giác đều có chiều cao bằng $5a$, cạnh đáy bằng $3a$ là

A. $5a^3$. **B.** $25a^3$. **C.** $45a^3$. **D.** $15a^3$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;3]$ và có đồ thị như hình vẽ.

Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 24: Cho hai số thực dương bất kì a và b. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.
B. $\ln(ab)=\ln a.\ln b$.
C. $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$.
D. $\ln\dfrac{a}{b}=\ln b-\ln a$.

Câu 25: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x^2-9}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 26: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O,R)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r=12$, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) bằng 5. Diện tích mặt cầu (S) bằng

A. 1156π. **B.** 100π. **C.** 576π. **D.** 676π.

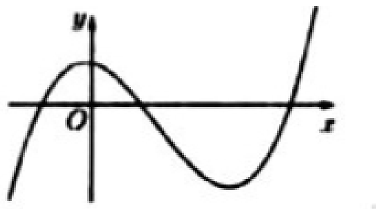
Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau.

x	
$'(x)$	$-$

Số điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 28: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



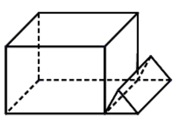
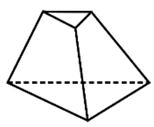
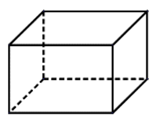
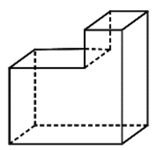
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=3a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=\sqrt{6}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3\sqrt{6}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{6}a^3$. **C.** $\sqrt{6}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

Câu 30: Hình nào sau đây **không** là hình đa diện?

A.  . **B.**  **C.**  . **D.**  .

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=\sqrt{14}a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

A. $8a$. **B.** $4a$. **C.** $8a$. **D.** $2a$.

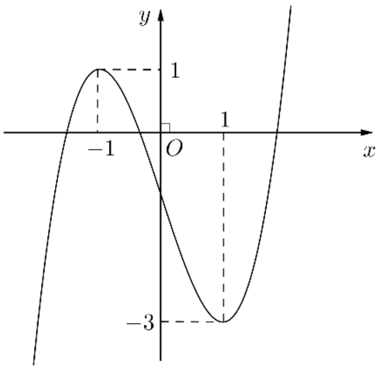
Câu 32: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\ln(2x+1)<\ln(x+4)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 33: Gía trị của tham số m sao cho phương trình $4^x - 3m.2^x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$ là

A. $m = 1$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -1$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 2$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 35: Đặt $a = \log_3 4, b = \log_5 4$. Gía trị $\log_{12} 80$

A. $\dfrac{a + 2ab}{ab}$. **B.** $\dfrac{2a^2 - 2ab}{ab}$. **C.** $\dfrac{2a^2 - 2ab}{ab + b}$. **D.** $\dfrac{a + 2ab}{ab + b}$.

Câu 36: Tích các nghiệm của phương trình $\log^2{}_3 x - \log_3(9x) - 4 = 0$ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** -3. **D.** -6.

Câu 37: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 45^0. Hình nón có đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ có diện tích xung quanh bằng

A. $2\pi a^2$ **B.** $2\sqrt{2}\pi a^2$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 38: Ông An dự định làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng . Biết rằng ông An sử dụng hết $5m^2$ kính. Hỏi bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu ?

A. $1,51m^3$. **B.** $1,01m^3$. **C.** $0,96m^3$. **D.** $1,33m^3$.

Câu 39: Người ta sử dụng công thức $S = A.e^{n.r}$ để dự báo dân số của một quốc gia, trong đó A là số dân của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau n năm và r là tỉ lệ gia tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001, dân số của Việt Nam là 78.685.800 người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là $1,2\%$, hỏi dân số nước ta đạt 110 triệu người vào năm nào sau đây?

A. 2030. **B.** 2029. **C.** 2028. **D.** 2026

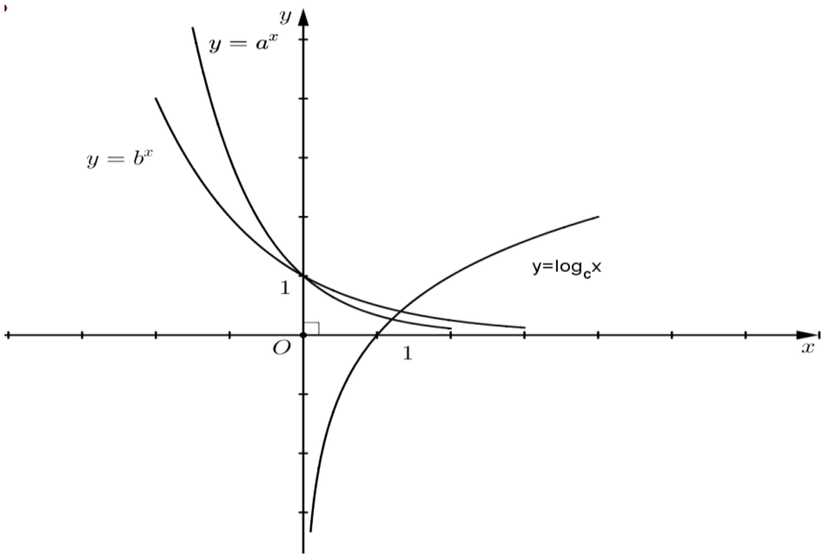
Câu 40: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, mặt phẳng $A'B'CD$ tạo với đáy một góc bằng $60°$ và $A'B'CD$ có diện tích bằng $8a^2$ Tính thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $V = 64\sqrt{3}a^3$. **B.** $V = 16\sqrt{3}a^3$. **C.** $V = 8\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 41: Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - \; m+1 \; x^2 + \; 2m^2 - 3 \; x + m$ đạt cực đại tại $x = 1$ là

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 42: Cho các hàm số sau $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0 < a < b < 1 < c$. **B.** $0 < c < 1 < a < b$. **C.** $1 < a < b < c$. **D.** $0 < b < a < 1 < c$.

Câu 43: Cho hàm số $y = \dfrac{2mx + m}{x - 1}$. Giá trị dương của tham số m sao cho hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8

A. $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 8$. **D.** $m = 4$.

Câu 44: Giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y = -x^3 + (m-1)x^2 + (m^2 - 1)x + 4$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 45: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB, góc giữa đường thẳng $A'C$ với (ABC) bằng 30^0. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{8}a^3$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Câu 46: Một hộp phô mai dạng hình trụ có bán kính 6,1 cm và chiều cao 2,4 cm. Biết rằng trong hộp có 8 miếng phô mai được xếp sát nhau và độ dày của giấy gói từng miếng không đáng kể. Diện tích toàn phần của một miếng phô mai .

A. $78\,cm^2$ **B.** $70\,cm^2$ **C.** $72\,cm^2$ **D.** $75\,cm^2$

Câu 47: Tất cả các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình $3^{x^2}.m^{x+1}-\frac{1}{3^x}<0$ có duy nhất một nghiệm nguyên là

A. $m\in\left[\frac{1}{3};1\right)\cup(9;27]$. **B.** $m\in\left(\frac{1}{3};1\right)\cup(9;27)$. **C.** $m\in(9;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;1)$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

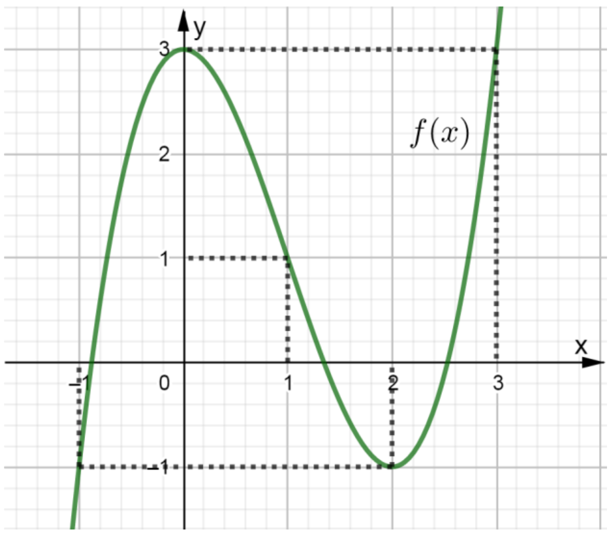
Hàm số $g(x)=f\left(x^2-2020\right)+2021$ đồng biến trên khoảng

A. $(-3;0)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 49: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích $V=1$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của các cạnh bên. Thể tích của khối đa diện có các đỉnh A,C,M,N,P,Q bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{7}{8}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 50: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)+1\right|-3$ là:

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

---------- **HẾT** ----------

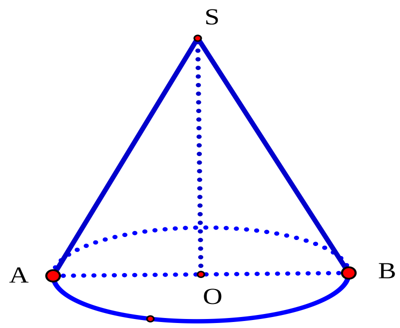
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

1.A	2.C	3.D	4.C	5.C	6.D	7.D	8.C	9.A	10.C
11.C	12.A	13.C	14.D	15.A	16.B	17.B	18.B	19.B	20.D
21.B	22.D	23.A	24.A	25.B	26.D	27.D	28.D	29.C	30.A
31.D	32.B	33.A	34.C	35.D	36.A	37.B	38.B	39.B	40.C
41.A	42.A	43.D	44.B	45.B	46.B	47.A	48.A	49.C	50.C

Câu 1: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $2a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}a^3$. **D.** $\sqrt{3}\pi a^3$.

Lời giải



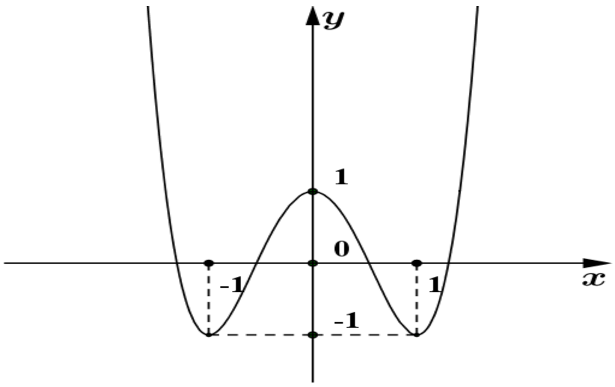
Thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh $2a$ nên suy ra:

Chiều cao của hình nón là $h = SO = 2a.\frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$

Bán kính đường tròn đáy của hình nón là $r = \frac{2a}{2} = a$

Vậy thể tích khối nón đã cho là: $V = \frac{1}{3}.\pi r^2.h = \frac{\pi\sqrt{3}}{3}a^3$

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên suy ra đáp án **D.**

Câu 4: Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $0;2$ bằng

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $-\dfrac{4}{3}$. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ liên tục trên đoạn $0;2$.

$y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0,\forall\in[0;2]$.

$\Rightarrow$ Hàm số đã cho đồng biến trên đoạn $0;2$

Mà $y(0)=-1;\ y(2)=\dfrac{1}{3}$.

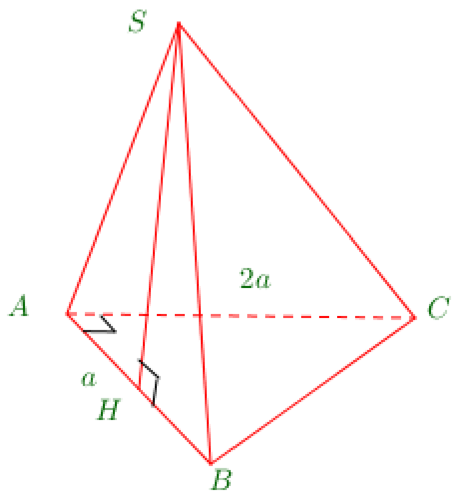
$\Rightarrow m=\min\limits_{[0;2]}y=-1;M=\max\limits_{[0;2]}y=\dfrac{1}{3}$.

Vậy $M+m=\dfrac{1}{3}+(-1)=-\dfrac{2}{3}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a, AC=2a$, SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **B.** $\dfrac{1}{6}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **D.** $\dfrac{1}{3}a^3$.

Lời giải



Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{1}{2}a.2a = a^2$.

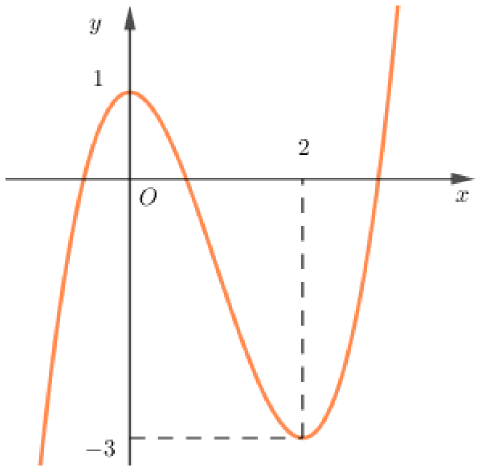
Gọi SH là đường cao của tam giác SAB. Vì ΔSAB đều cạnh a nên $SH = a\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lại có, SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên

$(SAB)\perp(ABC)$ mà $\begin{cases}(SAB)\cap(ABC) = AB \\ (SAB)\supset SH \perp AB\end{cases}$ suy ra $SH \perp (ABC)$.

Khi đó, $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SH = \frac{1}{3}.a^2.a\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Câu 6: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với hệ số $a = 1$ và $d = 1$ suy ra $y = x^3 + bx^2 + cx + 1$

Đồ thị có hai điểm cực trị tại $x = 0$ và $x = 2$. Tức là, $y' = 0$ có hai nghiệm $x = 0$ và $x = 2$

Ta có $y' = 3x^2 + 2bx + c$ cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 2bx + c = 0$.

Mà $x = 0$ và $x = 2$ là hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ nên suy ra $b = -3, c = 0$.

Vậy đồ thị hàm số trên có dạng $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Cách trắc nghiệm:

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với hệ số $a > 0$ và $d = 1$ nên **chọn D**

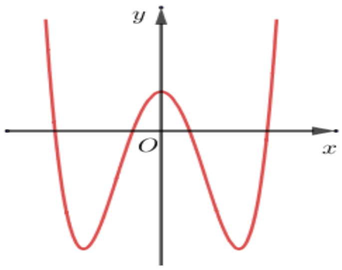
Hoặc

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

Vì $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ suy ra $a > 0$

Suy ra **chọn D**

Câu 7: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Lời giải

Nhìn vào hình dạng đồ thị ta thấy $a > 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên a và b trái dấu. Suy ra $b < 0$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Vậy chọn đáp án **D.**

Câu 8: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x.e^x$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. e. **B.** $-\frac{2}{e}$. **C.** $-\frac{1}{e}$. **D.** 0.

Lời giải

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-2;0]$.

$y' = e^x + x.e^x$

$y' = 0 \Leftrightarrow e^x + xe^x = 0$

$\Leftrightarrow e^x(1 + x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \in [-2;0]$.

Trên đoạn $[-2;0]$ ta có $y(-2) = -\frac{2}{e^2}$; $y(-1) = -\frac{1}{e}$; $y(0) = 0$.

Vậy $\min\limits_{[-2;0]} y = -\frac{1}{e}$ khi $x = -1$.

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y = \ln x$ là

A. $y' = \frac{1}{x}$. **B.** $y' = \frac{\ln x}{x}$. **C.** $y' = \frac{1}{x\ln x}$. **D.** $y' = \frac{x}{\ln x}$.

Lời giải

Ta có: $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $2020^{2x-4} \le 2020^x$ là

A. $[0;4]$. **B.** $[1;4]$. **C.** $(-\infty;4]$. **D.** $(-\infty;2]$.

Lời giải

$2020^{2x-4} \le 2020^x \Leftrightarrow 2x-4 \le x \Leftrightarrow x \le 4$.

Câu 11: Một khối trụ có thể tích bằng $12\pi a^3$ và độ dài đường cao bằng $3a$. Bán kính đường tròn đáy của hình trụ là

A. a. **B.** $3a$. **C.** $2a$. **D.** $4a$.

Lời giải

Thể tích khối trụ: $V = \pi r^2.h \Leftrightarrow 12\pi a^3 = \pi r^2.3a \Rightarrow r = 2a$.

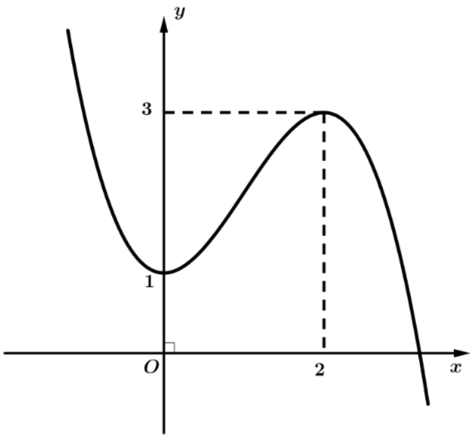
Câu 12: Giá trị của biểu thức $3^{\sqrt{2}-1}.9^{\sqrt{2}}.27^{1-\sqrt{2}}$ bằng

A. 9. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 27.

Lời giải

Ta có: $3^{\sqrt{2}-1}.9^{\sqrt{2}}.27^{1-\sqrt{2}} = 3^{\sqrt{2}-1}.3^{2\sqrt{2}}.3^{3(1-\sqrt{2})} = 9$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



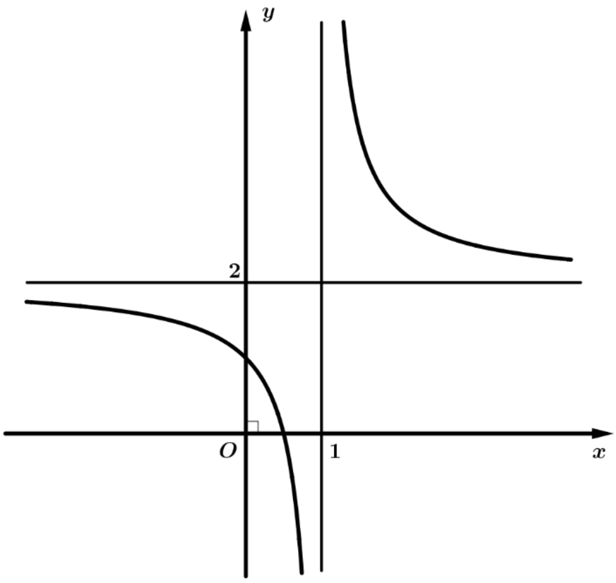
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$, khi đó giá trị cực tiểu bằng 1.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $y = 2$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$ và $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 1$

Câu 15: Thể tích của khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều cạnh a và cạnh bên $2a$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **B.** $\frac{1}{2}a^3$. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Lời giải

Đáy là tam giác đều $\Rightarrow S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra $V = S.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.2a = \frac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 16: Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r là

A. πr^2. **B.** $2\pi rl$. **C.** $2\pi r^2$. **D.** πrl.

Lời giải

Hình trụ có diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 4$ là

A. $x = 8$. **B.** $x = 16$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 6$.

Lời giải

Đk: $x > 0$.

Khi đó, $\log_2 x = 4 \Leftrightarrow x = 2^4 \Leftrightarrow x = 16$.

Cho tam giác ABC vuông tại A. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AC tạo thành

A. hình trụ. **B.** khối nón. **C.** khối trụ. **D.** hình nón.

Lời giải

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y=(x-3)^{\sqrt{3}}$

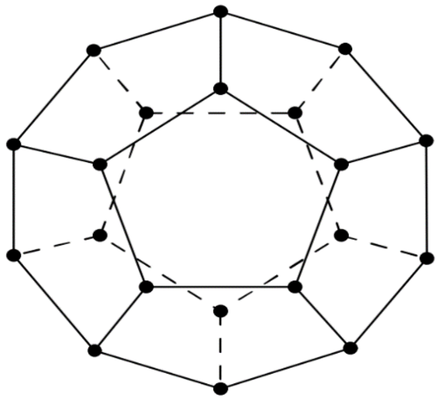
A. $D=(-\infty;3)$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{3}\notin\mathbb{Z}$ nên hàm số $y=(x-3)^{\sqrt{3}}$ xác định khi và chỉ khi $x-3>0\Leftrightarrow x>3$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(3;+\infty)$.

Câu 19: Khối mười hai mặt đều là khối đa diện đều loại



A. $\{4;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{3;4\}$. **D.** $\{5;3\}$.

Lời giải

Khối mười hai mặt đều mỗi mặt có 5 cạnh và mỗi đỉnh là chung của 3 mặt nên là loại $\{5;3\}$.

Câu 20: Cho số thực dương x khác 1. Biểu thức $P=x.\sqrt[4]{x^3}$ được viết dưới dạng lũy thừa là

A. $P=x^{\frac{3}{8}}$. **B.** $P=x^{\frac{7}{4}}$. **C.** $P=x^{\frac{3}{4}}$. **D.** $P=x^{\frac{1}{4}}$.

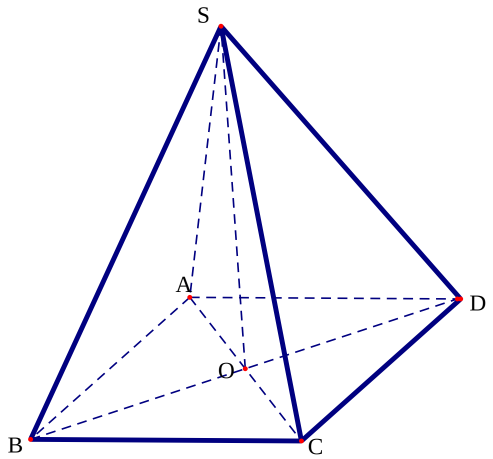
Lời giải

$$P=x.\sqrt[4]{x^3}=x.x^{\frac{3}{4}}=x^{1+\frac{3}{4}}=x^{\frac{7}{4}}.$$

Câu 21: Thể tích của khối chóp tứ giác đều có chiều cao bằng $5a$, cạnh đáy bằng $3a$ là

A. $5a^3$. **B.** $25a^3$. **C.** $45a^3$. **D.** $15a^3$.

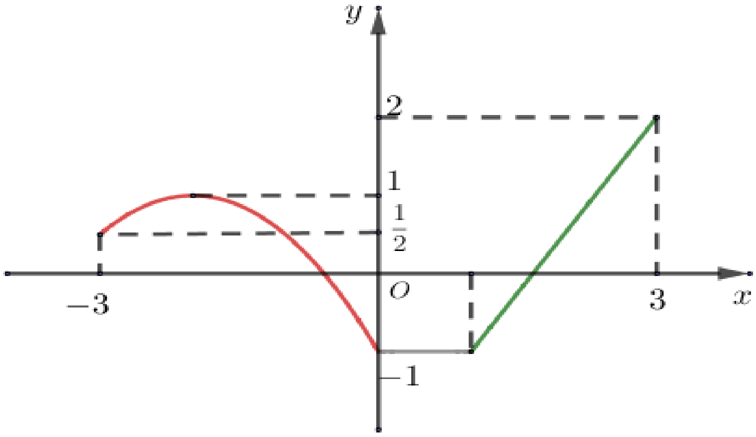
Lời giải



Khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao $SO = 5a$, cạnh đáy bằng $3a$ nên $S_{ABCD} = 9a^2$.

Suy ra: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.5a.9a^2 = 15a^3$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[-3;3]$ là $f(3) = 2$.

Câu 23: Cho hai số thực dương bất kì a và b. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. **B.** $\ln(ab) = \ln a.\ln b$.

C. $\ln\frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. **D.** $\ln\frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Lời giải

Theo công thức ta có: $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

Câu 24: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 9}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\ -3;3\ $.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2-2x+3}{x^2-9}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2-2x+3}{x^2-9}=1$ nên có một tiệm cận ngang $y=1$.

Ta có $\begin{cases}\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{x^2-2x+3}{x^2-9}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{x^2-2x+3}{x^2-9}=+\infty\end{cases}$ và $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-3^+}\dfrac{x^2-2x+3}{x^2-9}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to-3^-}\dfrac{x^2-2x+3}{x^2-9}=+\infty\end{cases}$

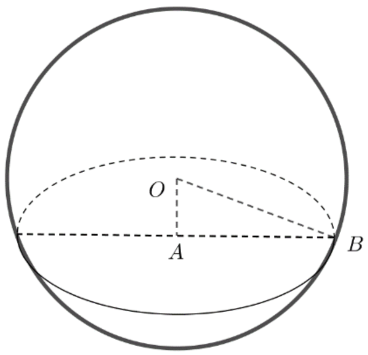
Vậy có tổng số đường tiệm cận đứng và ngang là 3.

Câu 25: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O,R)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r=12$, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (P) bằng 5. Diện tích mặt cầu (S) bằng

A. 1156π. **B.** 100π. **C.** 576π. **D.** 676π.

Lời giải

Theo đề bài, ta minh họa hình vẽ



Trong đó tam giác OAB vuông tại A và $AB=12, OA=5$ và $OB=R$.

Theo định lí pytago, ta được $R=\sqrt{5^2+12^2}=13$.

Diện tích mặt cầu là $S=4\pi R^2=676\pi$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

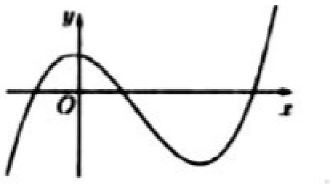
Số điểm cực đại của hàm số $f(x)$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương qua $x=3$ thì $x=3$ là điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

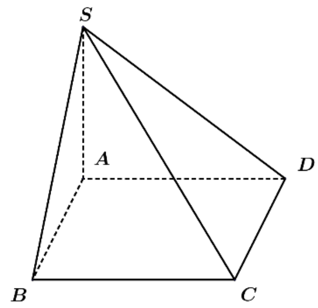
Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm và đều đổi dấu khi qua 3 điểm đó nên hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 3a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \sqrt{6}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3\sqrt{6}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. **C.** $\sqrt{6}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}a^3$.

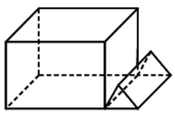
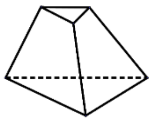
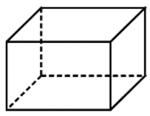
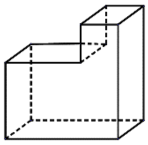
Lời giải



Ta có $S_{ABCD} = AB.AD = a.3a = 3a^2$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.3a^2.\sqrt{6}a = \sqrt{6}a^3$.

Câu 29: Hình nào sau đây **không** là hình đa diện?

A. . **B.**  **C.** . **D.** .

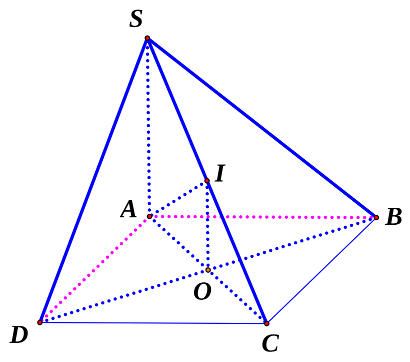
Lời giải

Một hình gọi là hình đa diện phải thỏa mãn mỗi cạnh chỉ có thể là cạnh chung của 2 đa giác.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \sqrt{14}a$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

A. $8a$. **B.** $4a$. **C.** $8a$. **D.** $2a$.

Lời giải



Với SA vuông góc với đáy ta có công thức bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

$$R = IA = \sqrt{\frac{SA^2}{4} + r^2}.$$

Trong đó r là bán kính đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy.

Ta có $AC = a\sqrt{2}$. Khi đó $r = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $R = \sqrt{\frac{14a^2}{4} + \frac{a^2}{2}} = 2a$.

Câu 31: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\ln(2x+1) < \ln(x+4)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

$$\ln(2x+1) < \ln(x+4) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 < x+4 \\ 2x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 3.$$

Nghiệm nguyên của phương trình là $x \in \{0,1,2\}$.

Vậy số nghiệm nguyên của phương trình là 3.

Câu 32: Gía trị của tham số m sao cho phương trình $4^x - 3m.2^x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$ là

A. $m=1$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Đặt $2^x = t\ (t>0)$, ta có phương trình $t^2 - 3m.t + m + 1 = 0$.

Phương trình $4^x - 3m.2^x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1,\ x_2$ $\Leftrightarrow$ phương trình $t^2 - 3m.t + m + 1 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt $t_1,\ t_2$.

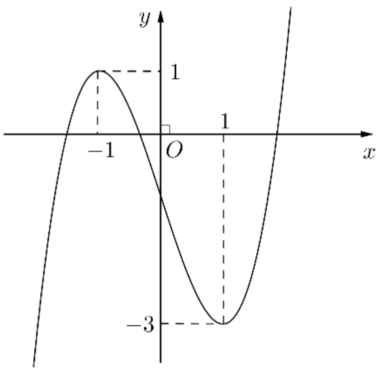
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2 - 4m - 4 > 0 \\ 3m > 0 \\ m+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < \dfrac{2-2\sqrt{10}}{9} \\ m > \dfrac{2+2\sqrt{10}}{9} \end{array} \right. \\ m > 0 \\ m > -1 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{2+2\sqrt{10}}{9}.$$

Khi đó $t_1.t_2 = m+1 \Rightarrow 2^{x_1}.2^{x_2} = m+1 \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2} = m+1 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = \log_2(m+1)$.

Theo giả thiết thì $x_1 + x_2 = 1$ nên suy ra $\log_2(m+1) = 1 \Leftrightarrow m = 1$.

Vậy $m = 1$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 2$ là

A. 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

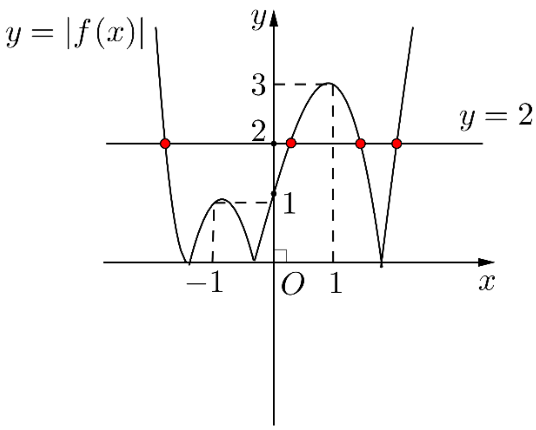
Lời giải

Từ đồ thị hàm số $f(x)$ ta suy ra đồ thị hàm số $|f(x)|$ bằng cách:

+ Giữ nguyên phần đồ thị phía trên trục hoành.

+ Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị phía dưới trục hoành.

Ta được đồ thị hàm số $|f(x)|$:



Số nghiệm của phương trình $|f(x)|=2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $|f(x)|$ và đường thẳng $y=2$. Từ đồ thị ta thấy có 4 giao điểm, do đó phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 34: Đặt $a=\log_3 4, b=\log_5 4$.Gía trị $\log_{12} 80$

A. $\dfrac{a+2ab}{ab}$. **B.** $\dfrac{2a^2-2ab}{ab}$. **C.** $\dfrac{2a^2-2ab}{ab+b}$. **D.** $\dfrac{a+2ab}{ab+b}$.

Lời giải

Ta có:

$\log_{12} 80=\log_{12}\left(4^2.5\right)=\log_{12} 4^2+\log_{12} 5=2\log_{12} 4+\log_{12} 5$

$=2.\dfrac{1}{\log_4 12}+\dfrac{1}{\log_5 12}=2.\dfrac{1}{1+\log_4 3}+\dfrac{1}{\log_5(3.4)}=2.\dfrac{1}{1+\log_4 3}+\dfrac{1}{\log_5 3+\log_5 4}$

$=2.\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\log_3 4}}+\dfrac{1}{\log_5 3+\log_5 4}$

Từ $a=\log_3 4\Rightarrow \log_4 3=\dfrac{1}{a}$

Có $\log_5 3=\log_5 4.\log_4 3=\dfrac{b}{a}$.

$\Rightarrow \log_{12} 80=\dfrac{2}{1+\dfrac{1}{a}}+\dfrac{1}{\dfrac{b}{a}+b}=\dfrac{2a}{1+a}+\dfrac{a}{b+ab}=\dfrac{2a}{1+a}+\dfrac{a}{b.(1+a)}=\dfrac{2ab+a}{b+ab}$

Câu 35: Tích các nghiệm của phương trình $\log^2_3 x-\log_3(9x)-4=0$ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** -3. **D.** -6.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$

$\log^2_3 x-\log_3(9x)-4=0\Leftrightarrow \log^2_3 x-2-\log_3 x-4=0$

Đặt $t=\log_3 x$

Được phương trình ẩn t: $t^2-t-6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3\\ t=-2\end{array}\right.$

$t=3 \Leftrightarrow \log_3 x = 3 \Leftrightarrow x = 3^3 = 27$

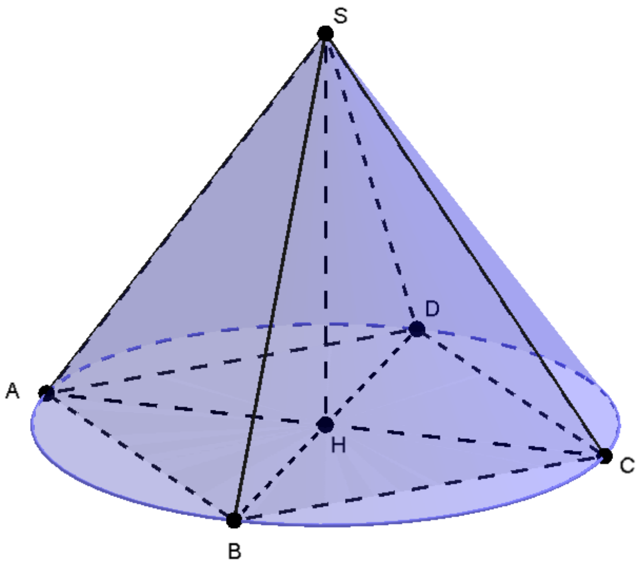
$t=-2 \Leftrightarrow \log_3 x = -2 \Leftrightarrow x = 3^{-2} = \frac{1}{9}$

Suy ra tích hai nghiệm bằng $27.\frac{1}{9} = 3$

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy $(ABCD)$ bằng 45^0. Hình nón có đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABCD$ có diện tích xung quanh bằng

A. $2\pi a^2$ **B.** $2\sqrt{2}\pi a^2$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{2}\pi a^2$.

Lời giải



Gọi H là giao điểm của $AC, BD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

Suy ra góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng góc $\angle SAH = 45^0 \Rightarrow \Delta SAH$ vuông cân tại H

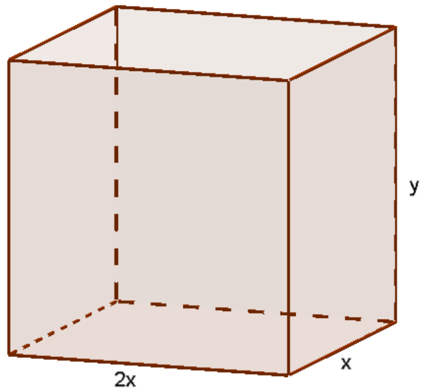
$\Rightarrow SH = AH = a\sqrt{2}; SA = 2a$

$S_{xp} = \pi rl = \pi a\sqrt{2}.2a = 2\sqrt{2}.\pi a^2$

Câu 37: Ông An dự định làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng . Biết rằng ông An sử dụng hết $5m^2$ kính. Hỏi bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu ?

A. $1,51m^3$. **B.** $1,01m^3$. **C.** $0,96m^3$. **D.** $1,33m^3$.

Lời giải



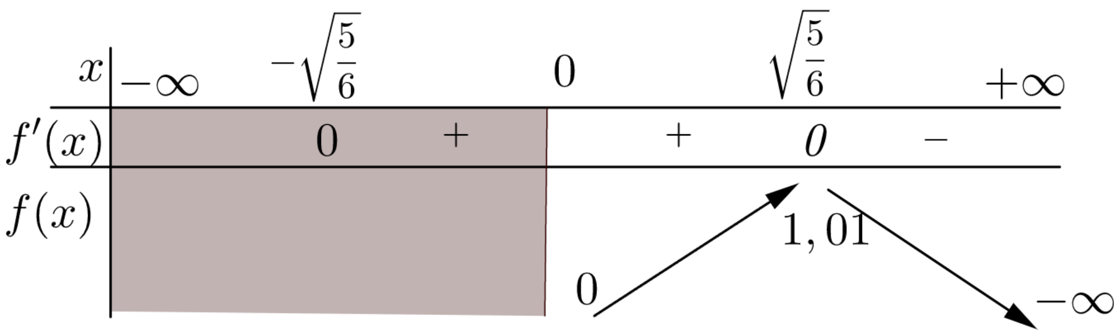
Gọi chiều rộng, chiều cao của bể cá là $x, y\left(x>0; y>0\right)$

Khi đó chiều dài bể cá là $2x\left(m\right)$

Diện tích kính cần dùng để làm bể cá là: $2x^2+6xy=5 \Leftrightarrow y=\dfrac{5-2x^2}{6x}$

Thể tích bể cá là: $V=2x^2.y=2x^2\left(\dfrac{5-2x^2}{6x}\right)=\dfrac{-2}{3}x^3+\dfrac{5}{3}x$

$f\left(x\right)=\dfrac{-2}{3}x^3+\dfrac{5}{3}x \Rightarrow f'\left(x\right)=-2x^2+\dfrac{5}{3}=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{5}{6}}$.



Ta có GTLN của $f\left(x\right)=f\left(\sqrt{\dfrac{5}{6}}\right)\approx 1,01\ \left(m^3\right)$

Câu 38: Người ta sử dụng công thức $S=A.e^{n.r}$ để dự báo dân số của một quốc gia, trong đó A là số dân của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau n năm và r là tỉ lệ gia tăng dân số hàng năm. Biết rằng năm 2001, dân số của Việt Nam là $78.685.800$ người. Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là $1,2\%$, hỏi dân số nước ta đạt 110 triệu người vào năm nào sau đây?

A. 2030. **B.** 2029. **C.** 2028. **D.** 2026

Lời giải

Theo công thức tăng trưởng mũ: $S=A.e^{n.r}$

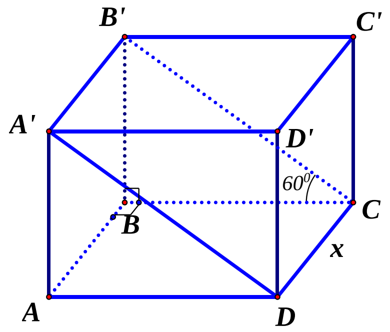
$\Rightarrow 110\,000\,000 = 78685800.e^{1,2\%.n} \Leftrightarrow n = \dfrac{1}{1,2\%}\ln\dfrac{110\,000\,000}{78685800} \simeq 27,91$

$\Rightarrow$ Sau 28 năm thì dân số Việt Nam năm nào sau đây đạt 110 triệu người.

Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, mặt phẳng $A'B'CD$ tạo với đáy một góc bằng $60°$ và $A'B'CD$ có diện tích bằng $8a^2$ Tính thể tích của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $V = 64\sqrt{3}a^3$. **B.** $V = 16\sqrt{3}a^3$. **C.** $V = 8\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = 2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Ta có $(A'B'CD) \cap (ABCD) = CD$

$DC \perp CB$. 1

Lại có $CC' \perp DC$. 2

Từ 1 và 2 , suy ra $DC \perp BB'C'C \Rightarrow DC \perp B'C$, mà $DC \perp CB$

$\Rightarrow B'CB = 60°$

Đặt cạnh hình vuông là $x > 0$.

Tam giác $B'CB$ vuông tại B nên

$BB' = x\sqrt{3}$.

$8a^2 = S_{A'B'CD} = DC.B'C = x.2x \Rightarrow x = 2a.$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = 4a^2; BB' = 2a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.BB' = 8\sqrt{3}a^3$.

Câu 40: Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - \ m+1 \ x^2 + \ 2m^2 - 3 \ x + m$ đạt cực đại tại $x = 1$ là

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x + 2m^2 - 3$; $y'' = 2x - 2(m+1)$;

Với hàm số bậc ba để hàm số đạt cực đại tại $x = 1$

$$\Rightarrow y'(1) = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 2 \end{array}\right.$$

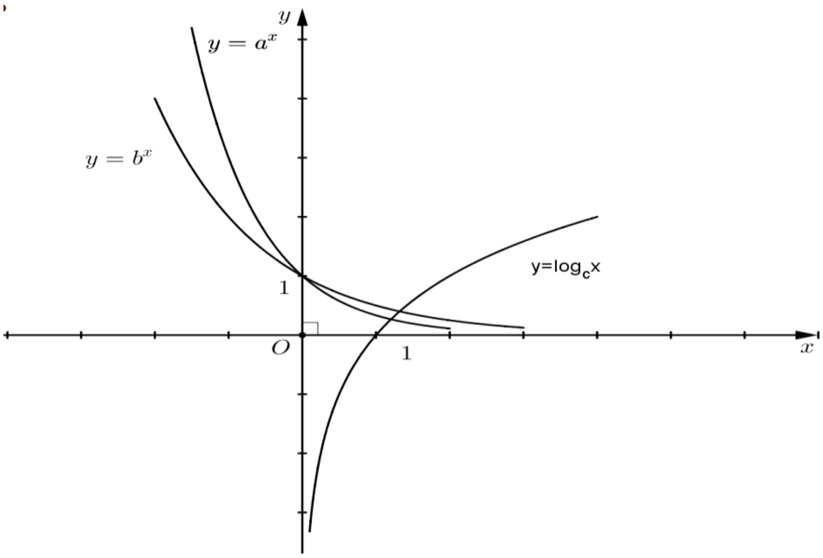
Thử lại

Với $m=-1\Rightarrow y''\left(1\right)=2>0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

Với $m=2\Rightarrow y''\left(1\right)=-4<0$ nên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.

Vậy $m=2$.

Câu 41: Cho các hàm số sau $y=a^x, y=b^x, y=\log_c x$ $\left(a,b,c\right.$ là ba số dương khác 1 $\left.\right)$ có đồ thị như hình vẽ:

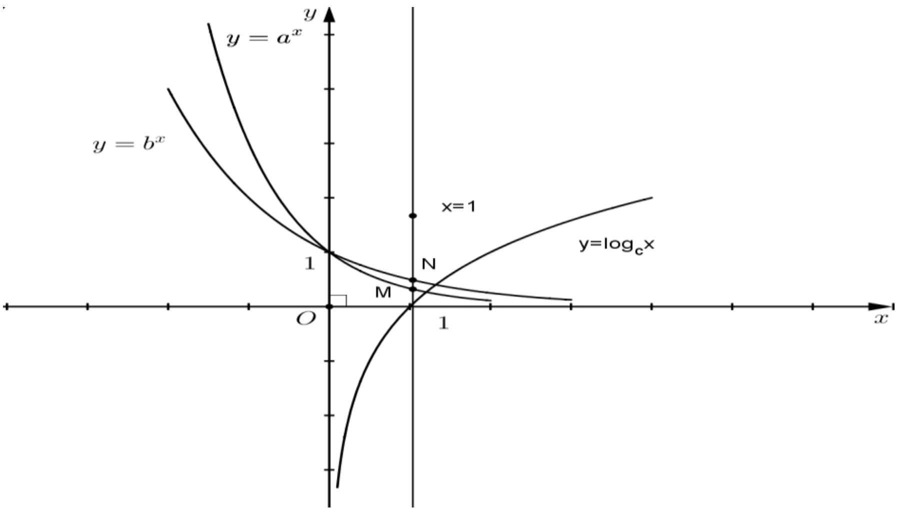


Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $0<a<b<1<c$. **B.** $0<c<1<a<b$. **C.** $1<a<b<c$. **D.** $0<b<a<1<c$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy hàm số $y=a^x, y=b^x$ nghịch biến; hàm số $y=\log_c x$ đồng biến nên $a<1, b<1, c>1$.



Xét đồ thị:

Kẻ đường thẳng $x=1$ cắt đồ thị hàm số $y=a^x, y=b^x$ lần lượt tại các điểm $M\left(1;a\right), N\left(1;b\right)$. Ta thấy trên đồ thị điểm $y_M<y_N$ nên $a<b$. Do đó $0<a<b<1<c$.

Câu 42: Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+m}{x-1}$. Giá trị dương của tham số m sao cho hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=8$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Ta có: tiệm cận đứng là $x=1$.

Tiệm cận ngang là $y=2m$.

Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số cùng hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có kích thước là $1;\ |2m|$

Theo giả thiết ta có: $1.|2m|=8\Leftrightarrow m=\pm4$, do $m>0$ nên $m=4$.

Câu 43: Giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y=-x^3+(m-1)x^2+(m^2-1)x+4$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow y'\le 0;\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow -3x^2+2(m-1)x+m^2-1\le 0;\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'\le 0$

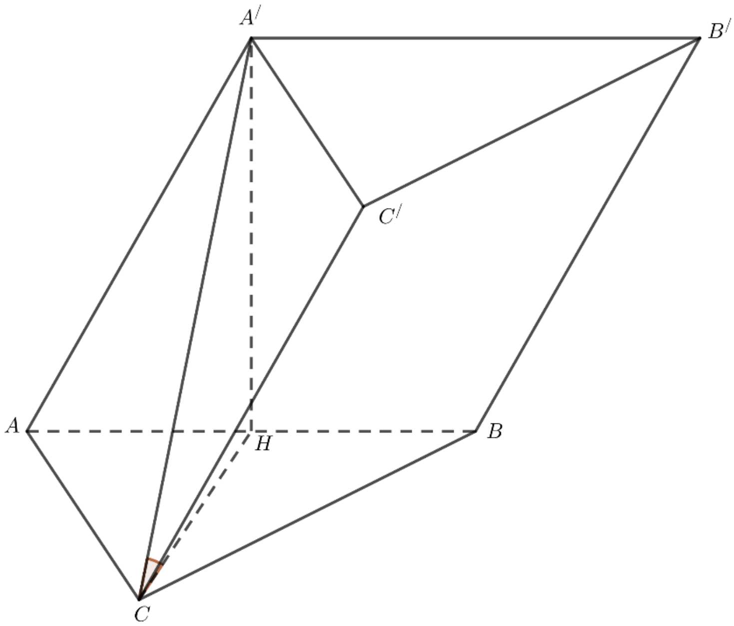
$\Leftrightarrow (m-1)^2+3(m^2-1)\le 0\Leftrightarrow 4m^2-2m-2\le 0\Leftrightarrow \dfrac{-1}{2}\le m\le 1$

Do m nguyên dương nên $m=1$.

Câu 44: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB, góc giữa đường thẳng $A'C$ với (ABC) bằng 30^0. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{8}a^3$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm cạnh AB.

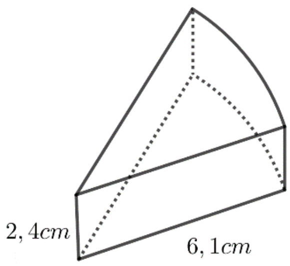
$S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$A'H=CH.\tan 30^0=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{a}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.A'H=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{8}a^3$.

Câu 45: Một hộp phô mai dạng hình trụ có bán kính 6,1 cm và chiều cao 2,4 cm. Biết rằng trong hộp có 8 miếng phô mai được xếp sát nhau và độ dày của giấy gói từng miếng không đáng kể. Diện tích toàn phần của một miếng phô mai .

A. $78\,cm^2$ **B.** $70\,cm^2$ **C.** $72\,cm^2$ **D.** $75\,cm^2$



Lời giải.

Diện tích mặt đáy hình trụ : $S=\pi(6{,}1)^2$.

Diện tích một mặt đáy của miếng phô mai: $\dfrac{\pi(6{,}1)^2}{8}$.

Diện tích hai mặt đáy của miếng phô mai: $S_1=2.\pi\dfrac{(6{,}1)^2}{8}=\dfrac{3721}{400}\pi$.

Diện tích hai hình chữ nhật của hai mặt bên miếng phô mai: $S_2=2{,}4.6{,}1.2=\dfrac{732}{25}$.

Diện tích xung quanh của hộp phô mai: $S_{xq} = 2.\pi.6,1.2,4$.

Diện tích mặt cong của miếng pho mai: $S_3 = \dfrac{S_{xq}}{8}$.

Vậy diện tích toàn phần là: $S_{tp} = S_1 + S_2 + S_3 = 70,002$.

Câu 46: Tất cả các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình $3^{x^2}.m^{x+1} - \dfrac{1}{3^x} < 0$ có duy nhất một nghiệm nguyên là

A. $m \in \left[\dfrac{1}{3};1\right) \cup (9;27]$. **B.** $m \in \left(\dfrac{1}{3};1\right) \cup (9;27)$. **C.** $m \in (9;+\infty)$. **D.** $m \in (-\infty;1)$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow 3^{x^2}.m^{x+1} < \dfrac{1}{3^x}$. Lấy logarit cơ số 3 hai vế.

$\Leftrightarrow \log_3\left(3^{x^2}.m^{x+1}\right) < \log_3\left(\dfrac{1}{3^x}\right)$

$\Leftrightarrow x^2 + (x+1)\log_3 m < -x$

$\Leftrightarrow (x+1).(x+\log_3 m) < 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < x < -\log_3 m \ (1) \\ -1 > x > -\log_3 m \ (2) \end{array}\right.$

có nghiệm nguyên duy nhất $\Leftrightarrow x = 0$ thì $0 < -\log_3 m \leq 1 \Leftrightarrow 1 > m \geq \dfrac{1}{3}$.

có nghiệm nguyên duy nhất $\Leftrightarrow x = -2$ thì $-2 > -\log_3 m \geq -3 \Leftrightarrow 9 < m \leq 27$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $g(x) = f(x^2 - 2020) + 2021$ đồng biến trên khoảng

A. $(-3;0)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Ta có: $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 - 2020)$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'(x^2 - 2020) = 0 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 2020 = -2 \\ x^2 - 2020 = 0 \\ x^2 - 2020 = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2018} \\ x = \pm\sqrt{2020} \\ x = \pm\sqrt{2023} \end{array}\right.$$

Ta có bảng xét dấu

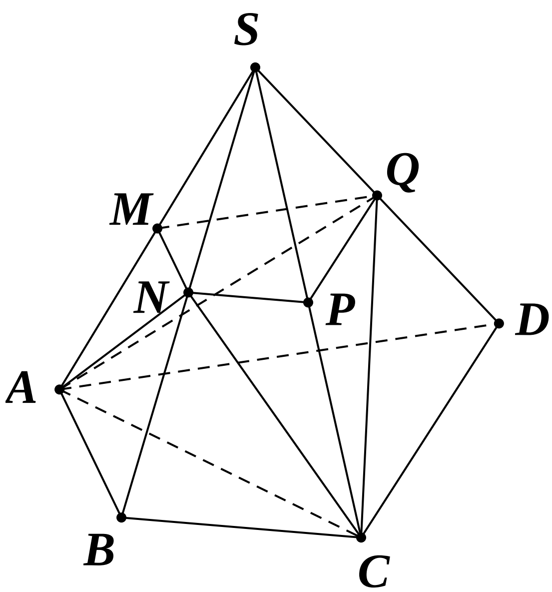
x	$-\infty$		$-\sqrt{2023}$		$-\sqrt{2020}$		$-\sqrt{2018}$		0		$\sqrt{2018}$		$\sqrt{2020}$		$\sqrt{2023}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$

Câu 48: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích $V = 1$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh bên. Thể tích của khối đa diện có các đỉnh A, C, M, N, P, Q bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{7}{8}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải



Giả sử M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD.

Ta có $V_{MNPQAC} = V_{S.ABCD} - V_{S.MNPQ} - V_{N.ABC} - V_{Q.ACD}$.

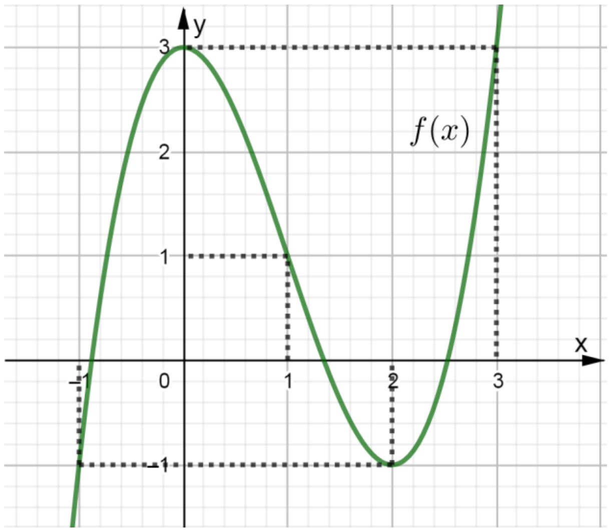
Ta lại có $V_{S.MNPQ} = \frac{1}{8}V_{S.ABCD} = \frac{1}{8}$; $V_{N.ABC} = \frac{1}{3}d(N,(ABC)).S_{\Delta ABC} = \frac{1}{6}d(S,(ABC)).S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}V_{S.ABC}$.

$V_{Q.ACD} = \frac{1}{3}d(Q,(ACD)).S_{\Delta ACD} = \frac{1}{6}d(S,(ACD)).S_{\Delta ACD} = \frac{1}{2}V_{S.ACD}$.

Suy ra $V_{N.ABC}+V_{Q.ACD}=\frac{1}{2}\left(V_{S.ABC}+V_{S.ACD}\right)=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{2}$.

Vậy $V_{MNPQAC}=\frac{3}{8}$.

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)+1\right|-3$ là:

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Cách 1:

Ta có: $y=\left|f\left(x\right)+1\right|-3$ liên tục trên tập xác định $\mathbb{R}$ và $y=\sqrt{\left(f\left(x\right)+1\right)^2}-3\Rightarrow y'=\frac{f'(x)\left(f\left(x\right)+1\right)}{\left|f\left(x\right)+1\right|}$

Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)+1\right|-3$ là số lần đổi dấu của đạo hàm $y'=\frac{f'(x)\left(f\left(x\right)+1\right)}{\left|f\left(x\right)+1\right|}$.

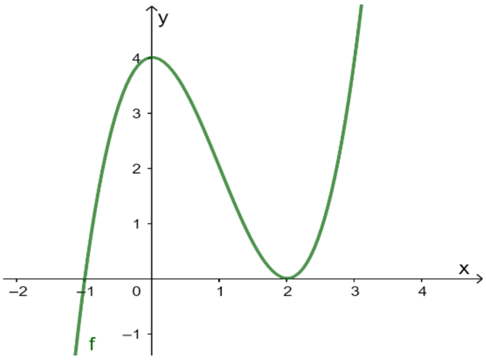
+) Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$ và $f'(x)$ đổi dấu hai lần tại hai nghiệm đó.

+) Lại có $f\left(x\right)+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\end{array}\right.$ nhưng biểu thức $f\left(x\right)+1$ chỉ đổi dấu một lần tại nghiệm $x=-1$

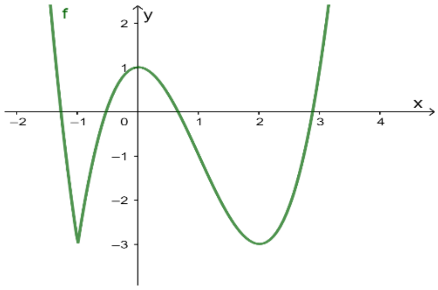
Do đó hàm số $y=\left|f\left(x\right)+1\right|-3$ có đạo hàm đổi dấu đúng ba lần. Vậy số điểm cực trị của hàm số là 3.

Cách 2:

Từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ ta có đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)+1$ như hình vẽ sau:



Từ đó ta có đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)+1\right|-3$.



Căn cứ đồ thị ta thấy hàm số đã cho có ba điểm cực trị.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 18

Câu 1: Hai hàm số $y=(x+2)^{-3}$ và $y=x^{\frac{1}{4}}$ lần lượt có tập xác định là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$ và $(0;+\infty)$.

C. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và $[0;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$ và $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Câu 2: Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(a;b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)-f(x)=0\ \forall x\in(a;b)$. **B.** $F'(x)+f(x)=0\ \forall x\in(a;b)$.

C. $F(x)-f'(x)=0\ \forall x\in(a;b)$. **D.** $F(x)+f'(x)=0\ \forall x\in(a;b)$.

Câu 3: Cho phương trình $\log_2 x=a$, với a là tham số thực. Phương trình đã cho có tập nghiệm là

A. $\{2^a\}$. **B.** 2^a. **C.** $\{\log_2 a\}$. **D.** $\{\log_a 2\}$.

Câu 4: Cho khối cầu có bán kính bằng $3a$, với $0<a\in\mathbb{R}$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $72\pi a^3$. **B.** $108\pi a^3$. **C.** $9\pi a^3$. **D.** $36\pi a^3$.

Câu 5: Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-1}{3x+3}$ lần lượt có phương trình là

A. $y=2$ và $x=1$. **B.** $y=6$ và $x=3$. **C.** $y=2$ và $x=-1$. **D.** $y=6$ và $x=-1$.

Câu 6: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=3-x^3$. **B.** $y=-x^2$. **C.** $y=\dfrac{1}{x+2}$. **D.** $y=1-x^4$.

Câu 7: Cho số thực dương $a\neq 1$. Giá trị của biểu thức $a^{\log_a 2}$ bằng

A. $\log_a 2$. **B.** $\log_2 a$. **C.** a. **D.** 2.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 9: Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $3a$ $(0<a\in\mathbb{R})$ là

A. $4\pi a^3$. **B.** $6\pi a^3$. **C.** $12\pi a^3$. **D.** $18\pi a^3$.

Câu 10: Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^2, \forall x\in\mathbb{R}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 11: Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng $6a$, đáy là tam giác đều có cạnh bằng $2a$, $0 < a \in \mathbb{R}$ là:

A. $2a^3$. **B.** $6\sqrt{3}a^3$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 12: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x-3}{x+1}$ trên $[0;1]$ lần lượt bằng

A. -1 và 3. **B.** -3 và -1. **C.** -1 và -3. **D.** 1 và -3.

Câu 13: Số đỉnh và số cạnh của một hình bát diện đều lần lượt bằng

A. 8 và 12. **B.** 8 và 16. **C.** 6 và 8. **D.** 6 và 12.

Câu 14: Cho 2 số thực dương a, b thỏa mãn $4^{\log_2(a^2b)} = 4a^3$. Giá trị của biểu thức ab^2 bằng

A. 6 **B.** 3 **C.** 4. **D.** 2

Câu 15: Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}$ lần lượt là

A. 1 và 1. **B.** 0 và 2. **C.** 2 và 1. **D.** 1 và 2.

Câu 16: Nếu đặt $t = \log_2 x$ (với $0 < x \in \mathbb{R}$) thì phương trình $4(\log_2 x)^2 - \log_2(8x) + 3 = 0$ trở thành phương trình nào dưới đây?

A. $4t^2 - t = 0$. **B.** $4t^2 - t + 6 = 0$. **C.** $4t^2 - t - 6 = 0$. **D.** $4t^2 + t = 0$.

Câu 17: Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 3$ và $y = 2x^3 - 2x^2 - 3x + 3$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 18: Tìm diện tích xung quanh của khối nón có chiều cao bằng $8a$, thể tích bằng $96\pi a^3$, với (với $0 < a \in \Re$)

A. $60\pi a^2$. **B.** $80\pi\sqrt{7}a^2$. **C.** $30\pi a^2$. **D.** $120\pi a^2$.

Câu 19: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V, khối tứ diện $A'BCC'$ có thể tích là V_1. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V}$

A. $\dfrac{1}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 20: Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(2 + x^2)$ là

A. $y' = \dfrac{2x\ln 3}{2+x^2}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{(2+x^2)\ln 3}$. **C.** $y' = \dfrac{2x}{2+x^2}$. **D.** $y' = \dfrac{2x}{(2+x^2)\ln 3}$.

Câu 21: Cho hàm số $y = \dfrac{2x+m}{x+1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[0;1]} y + \max\limits_{[0;1]} y = 7$. Tham số thực m thuộc tập nào dưới đây?

A. $[0;6)$. **B.** $[-2;0)$. **C.** $[6;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 22: Cho mặt cầu (T) ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $4a$, $4a$, $2a$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Thể tích của khối cầu giới hạn bởi mặt cầu (T) bằng

A. $9\pi a^3$. **B.** $36\pi a^3$. **C.** $108\pi a^3$. **D.** $27\pi a^3$.

Câu 23: Nếu $(1;0)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^3 + ax^2 + bx$ (a, b là tham số thực) thì $a - b$ bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Câu 24: Thể tích của khối chóp tứ giác đều có các cạnh bằng $6a$ (với $0<a\in\mathbb{R}$) là

A. $72\sqrt{2}a^3$. **B.** $108\sqrt{2}a^3$. **C.** $36\sqrt{2}a^3$. **D.** $6\sqrt{2}a^3$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $2.f\left(x\right)=7$.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 26: Tổng các nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-6x}=3$ bằng

A. 6. **B.** -3. **C.** -6. **D.** 3.

Câu 27: Cho hàm số $y=x^4-8x^2+m$ có giá trị nhỏ nhất trên $\left[1;3\right]$ bằng 3. Tham số thực m bằng.

A. 19. **B.** -10. **C.** -19. **D.** 3.

Câu 28: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như hình dưới. Hàm số $f\left(2-3x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây.

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $\left(1;2\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

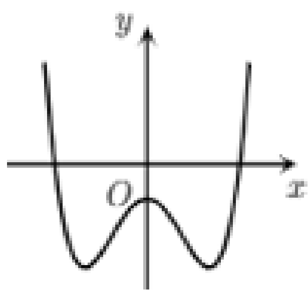
Câu 29: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=6a$ (với $0<a\in\mathbb{R}$), góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng 60^0. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $108a^3$. **B.** $108\sqrt{3}a^3$. **C.** $36\sqrt{3}a^3$. **D.** $216\sqrt{3}a^3$.

Câu 30: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=x+\sqrt{x^2+1}$ có phương trình là

A. $x=0$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=0$. **D.** $y=1$.

Câu 31: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c$, với x là biến số thực; a,b,c là ba hằng số thực, $a\neq 0$.
Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)-1=0$ bằng



A. 4. **B.** 0.
C. 2. **D.** 3.

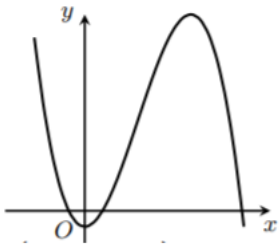
Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=2a\sqrt{2}$, với $0<a\in\mathbb{R}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $\left(SAC\right)$ bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 33: Tập hợp các tham số thực m để hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+m}$ đồng biến trên $\left(-\infty;-2\right)$ là

A. $\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left(1;2\right]$. **C.** $\left[1;2\right)$. **D.** $\left(1;2\right)$.

Câu 34: Đường cong ở hình dưới là đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, với x là biến số thực; a,b,c,d là các hằng số thực. Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c,d ?



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 35: Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-2mx^2+\left(m^2+3\right)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 0.

Câu 36: Hàm số $y=x^3-mx^2$ đạt cực tiểu tại $x=2$ khi và chỉ khi giá trị của tham số thực m bằng

A. -12. **B.** 12. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 37: Đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x^2+1}$. **B.** $y'=\dfrac{-2x}{\left(x^2+1\right)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{2x}{\ln\left(x^2+1\right)}$. **D.** $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

Câu 38: Số nghiệm thực của phương trình $3^x\left(4^x-2^{x+2}\right)=0$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB=4a, SA=2a\sqrt{2}$, với $0<a\in\mathbb{R}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $3a$. **D.** $2a$.

Câu 40: Một hãng xe ô tô năm 2020 niêm yết giá bán xe V là 800 triệu đồng và có kế hoạch trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo kế hoạch năm 2025 hãng xe nói trên niêm yết giá bán xe V (làm tròn đến chữ số hàng triệu) là

A. 724 triệu đồng. **B.** 723 triệu đồng. **C.** 708 triệu đồng. **D.** 722 triệu đồng.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh bằng $2a$, $SA=2a\sqrt{2}$ $\left(0<a\in\mathbb{R}\right)$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

A. $a\sqrt{2}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $2a$.

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $x^2+\left(m^3-m\right)x\ge m\ln\left(x^2+1\right)$ nghiệm đúng với mọi số thực x?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 43: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x+2)-1\right|$ bằng

A. 5 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 3.

Câu 44: Một trang trại cần xây đựng một bể chứa nước hình hộp chữ nhật bằng gạch không nắp ở phía trên. Biết bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và thể tích (phần chứa nước) bằng $8m^3$ .Hỏi chiều cao của bể gần nhất với kết quả nào dưới đây để số lượng gạch dùng để xây bể là nhỏ nhất?

A. $1,3m$. **B.** $1,8m$. **C.** $1,1m$. **D.** $1,2m$

Câu 45: Tập hợp các tham số thực m để hàm số $y=x^3-3mx^2+3mx$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $(-\infty;1]$.

Câu 46: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $6a$, với $0<a\in\mathbb{R}$. Diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD bằng

A. $12\sqrt{3}\pi a^2$. **B.** $9\pi a^2$. **C.** $9\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

Câu 47: Tổng số tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-5x+4}$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 48: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(3-x^2\right)\geq 1$ là

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $[0;1]$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 49: Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có các cạnh bằng $6a$ (với $0<a\in\mathbb{R}$) là

A. $144\pi a^2$. **B.** $72\pi a^2$. **C.** $18\pi a^2$. **D.** $36\pi a^2$.

Câu 50: Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-mx^2+\left(m^2-2m\right)x$ có cực tiểu là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **[Mức độ 1]** Hai hàm số $y=(x+2)^{-3}$ và $y=x^{\frac{1}{4}}$ lần lượt có tập xác định là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$ và $(0;+\infty)$.

C. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và $[0;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$ và $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Lời giải

Hàm số $y=(x+2)^{-3}$ xác định $\Leftrightarrow x+2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -2$.

Hàm số $y=x^{\frac{1}{4}}$ xác định $\Leftrightarrow x>0$.

Vậy tập xác định của hai hàm số $y=(x+2)^{-3}$ và $y=x^{\frac{1}{4}}$ lần lượt là $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ và $(0;+\infty)$.

Câu 2: **[Mức độ 1]** Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(a;b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)-f(x)=0\ \forall x\in(a;b)$. **B.** $F'(x)+f(x)=0\ \forall x\in(a;b)$.

C. $F(x)-f'(x)=0\ \forall x\in(a;b)$. **D.** $F(x)+f'(x)=0\ \forall x\in(a;b)$.

Lời giải

$F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(a;b) \Leftrightarrow F'(x)=f(x)\ \forall x\in(a;b)$

$\Leftrightarrow F'(x)-f(x)=0\ \forall x\in(a;b)$.

Câu 3: **[Mức độ 1]** Cho phương trình $\log_2 x=a$, với a là tham số thực. Phương trình đã cho có tập nghiệm là

A. $\{2^a\}$. **B.** 2^a. **C.** $\{\log_2 a\}$. **D.** $\{\log_a 2\}$.

Lời giải

Ta có $\log_2 x=a \Leftrightarrow x=2^a$.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{2^a\}$.

Câu 4: **[Mức độ 1]** Cho khối cầu có bán kính bằng $3a$, với $0<a\in\mathbb{R}$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $72\pi a^3$. **B.** $108\pi a^3$. **C.** $9\pi a^3$. **D.** $36\pi a^3$.

Lời giải

Thể tích khối cầu đã cho là: $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi(3a)^3=36\pi a^3$.

Câu 5: **[Mức độ 1]** Tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{6x-1}{3x+3}$ lần lượt có phương trình là

A. $y=2$ và $x=1$. **B.** $y=6$ và $x=3$. **C.** $y=2$ và $x=-1$. **D.** $y=6$ và $x=-1$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=+\infty$ suy ra $x=-1$ là tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ suy ra $y=2$ là tiệm cận ngang.

Câu 6: **[Mức độ 1]** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=3-x^3$. **B.** $y=-x^2$. **C.** $y=\dfrac{1}{x+2}$. **D.** $y=1-x^4$.

Lời giải

Xét: $y=3-x^3$

$y'=-3x^2\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=3-x^3$ nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 7: **[Mức độ 1]** Cho số thực dương $a\ne 1$. Giá trị của biểu thức $a^{\log_a 2}$ bằng

A. $\log_a 2$. **B.** $\log_2 a$. **C.** a. **D.** 2.

Lời giải

Áp dụng công thức $a^{\log_a b}=b$ ta có $a^{\log_a 2}=2$.

Câu 8: **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 9: **[Mức độ 1]** Thể tích của khối trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng $3a$ $(0<a\in\mathbb{R})$ là

A. $4\pi a^3$. **B.** $6\pi a^3$. **C.** $12\pi a^3$. **D.** $18\pi a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối trụ tròn xoay là $V=\pi r^2 h=\pi.(2a)^2.3a=12\pi a^3$.

Câu 10: **[Mức độ 1]** Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2)^2,\forall x\in\mathbb{R}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có:

$$f'(x)=0\Leftrightarrow (x+1)(x-2)^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right..$$

Do phương trình $f'(x)=0$ có một nghiệm bội lẻ là $x=-1$ và một nghiệm bội chẵn là $x=2$ nên hàm số $f(x)$ có một cực trị.

Câu 11: **[Mức độ 1]** Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng $6a$, đáy là tam giác đều có cạnh bằng $2a$, $0<a\in\mathbb{R}$ là:

A. $2a^3$. **B.** $6\sqrt{3}a^3$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Diện tích đáy của khối chóp là: $S=\dfrac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

Thể tích của khối chóp là: $V=\dfrac{1}{3}.S.h=\dfrac{1}{3}\cdot a^2\sqrt{3}.6a=2\sqrt{3}a^3$.

Câu 12: **[Mức độ 1]** Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$ trên $[0;1]$ lần lượt bằng

A. -1 và 3. **B.** -3 và -1. **C.** -1 và -3. **D.** 1 và -3.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{4}{(x+1)^2}>0$, $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

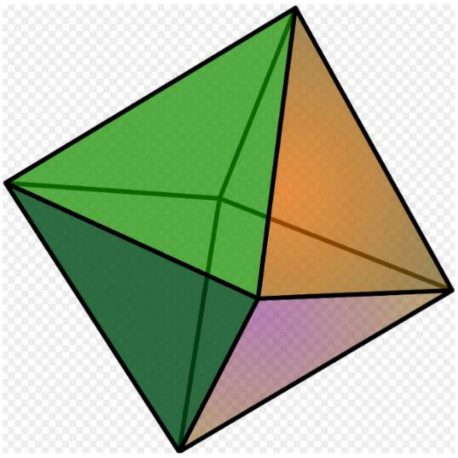
Do đó $y(0)\le y(x)\le y(1), \forall x\in[0;1]$.

Vậy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-3}{x+1}$ trên $[0;1]$ lần lượt là: $y(1)=-1$ và $y(0)=-3$.

Câu 13: **[Mức độ 1]** Số đỉnh và số cạnh của một hình bát diện đều lần lượt bằng

A. 8 và 12. **B.** 8 và 16. **C.** 6 và 8. **D.** 6 và 12.

Lời giải



Hình bát diện đều có 8 mặt là tam giác đều nên số cạnh là: $\dfrac{8.3}{2}=12$

Theo định lí Ơ – le ta có số đỉnh là: $12+2-8=6$.

Câu 14: **[Mức độ 2]** Cho 2 số thực dương a,b thỏa mãn $4^{\log_2(a^2b)}=4a^3$. Giá trị của biểu thức ab^2 bằng

A. 6 **B.** 3 **C.** 4. **D.** 2

Lời giải

Ta có: $4^{\log_2(a^2b)}=4a^3 \Leftrightarrow 2^{(\log_2(a^2b)).2}=4a^3 \Leftrightarrow (a^2b)^2=4a^3 \Leftrightarrow a^4b^2=4a^3 \Leftrightarrow ab^2=4$

(vì $a,b>0$).

Câu 15: **[Mức độ 2]** Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}$ lần lượt là

A. 1 và 1. **B.** 0 và 2. **C.** 2 và 1. **D.** 1 và 2.

Lời giải

$y=\dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}\,(C)$, TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$

- Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=0;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=0$ nên đồ thị (C) có tiệm cận ngang là: $y=0$.

- $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2}{x-2}=-2$.

- $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{2}{x-2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{2x-2}{x^2-3x+2}=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{2}{x-2}=-\infty \Rightarrow$ đồ thị (C) có tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 16: **[Mức độ 2]** Nếu đặt $t=\log_2 x$ (với $0<x\in\Re$) thì phương trình $4(\log_2 x)^2-\log_2(8x)+3=0$ trở thành phương trình nào dưới đây?

A. $4t^2-t=0$. **B.** $4t^2-t+6=0$. **C.** $4t^2-t-6=0$. **D.** $4t^2+t=0$.

Lời giải

Ta có

$4(\log_2 x)^2-\log_2(8x)+3=0 \Leftrightarrow 4(\log_2 x)^2-(\log_2 8+\log_2 x)+3=0$

$\Leftrightarrow 4(\log_2 x)^2-(3+\log_2 x)+3=0 \Leftrightarrow 4(\log_2 x)^2-\log_2 x=0$

Đặt $t=\log_2 x$ (với $0<x\in\Re$) thì phương trình $4(\log_2 x)^2-\log_2(8x)+3=0$ trở thành phương trình: $4t^2-t=0$

Câu 17: **[Mức độ 1]** Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+3$ và $y=2x^3-2x^2-3x+3$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là

$$2x^3-2x^2-3x+3=x^3-2x^2+3 \Leftrightarrow x^3-3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \end{array}\right.$$

Suy ra số giao điểm của hai đồ thị là 3

Câu 18: **[Mức độ 3]** Tìm diện tích xung quanh của khối nón có chiều cao bằng $8a$, thể tích bằng $96\pi a^3$, với (với $0 < a \in \mathbb{R}$)

A. $60\pi a^2$. **B.** $80\pi\sqrt{7}a^2$. **C.** $30\pi a^2$. **D.** $120\pi a^2$.

Lời giải

Ta có: $h = 8a$

$$V = 96\pi a^3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 h = 96\pi a^3 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi r^2.8a = 96\pi a^3 \Leftrightarrow r^2 = 36a^2 \Leftrightarrow r = 6a$$

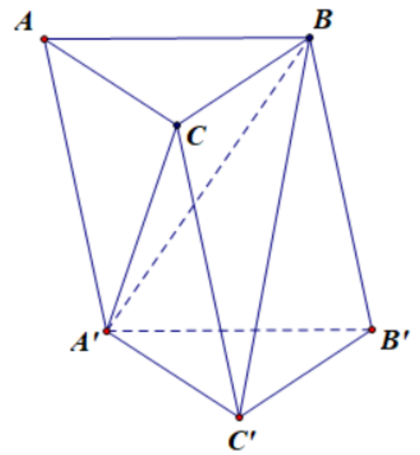
Suy ra diện tích xung quanh của khối nón là

$$S_{xq} = \pi rl = \pi r\sqrt{h^2 + r^2} = \pi.6a.\sqrt{(8a)^2 + (6a)^2} = 60\pi a^2$$

Câu 19: **[Mức độ 1]** Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V, khối tứ diện $A'BCC'$ có thể tích là V_1. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V}$

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải



$$d\left(C,(A'BC')\right) = d\left(B',(A'BC')\right) \Rightarrow V_1 = V_{A'BCC'} = V_{B'.A'BC'} = V_{B.A'B'C'} = \frac{1}{3}d\left(B,(A'B'C')\right).S_{\Delta A'B'C'}$$

$$= \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}V \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{1}{3}.$$

Câu 20: **[Mức độ 1]** Đạo hàm của hàm số $y = \log_3\left(2 + x^2\right)$ là

A. $y' = \frac{2x\ln 3}{2 + x^2}$. **B.** $y' = \frac{1}{\left(2 + x^2\right)\ln 3}$. **C.** $y' = \frac{2x}{2 + x^2}$. **D.** $y' = \frac{2x}{\left(2 + x^2\right)\ln 3}$.

Lời giải

Ta có $y' = \frac{\left(2 + x^2\right)'}{\left(2 + x^2\right)\ln 3} = \frac{2x}{\left(2 + x^2\right)\ln 3}$.

Câu 21: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y = \frac{2x + m}{x + 1}$ thỏa mãn $\min\limits_{[0;1]} y + \max\limits_{[0;1]} y = 7$. Tham số thực m thuộc tập nào dưới đây?

A. $[0;6)$. **B.** $[-2;0)$. **C.** $[6;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Ta có $y'=\dfrac{2-m}{(x+1)^2}$ nên:

* Với $m\neq 2$ hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x+1}$ luôn đồng biến (hoặc nghịch biến) trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;+\infty)\supset[0;1]$ nên $\min\limits_{[0;1]} y+\max\limits_{[0;1]} y=7\Leftrightarrow y(0)+y(1)=7\Leftrightarrow m+\dfrac{2+m}{2}=7\Leftrightarrow m=4$ (thỏa mãn).

* Với $m=2$ thì $y=2,\forall x\neq -1$ nên $\min\limits_{[0;1]} y+\max\limits_{[0;1]} y=2+2=4\neq 7$ (không thỏa mãn).

Vậy $m=4$ nên $m\in[0;6)$.

Câu 22: Cho mặt cầu (T) ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $4a$, $4a$, $2a$, với $0<a\in\mathbb{R}$. Thể tích của khối cầu giới hạn bởi mặt cầu (T) bằng

A. $9\pi a^3$. **B.** $36\pi a^3$. **C.** $108\pi a^3$. **D.** $27\pi a^3$.

Lời giải

Mặt cầu (T) ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có đường kính là đường chéo của hình hộp chữ nhật.

Suy ra bán kính mặt cầu (T) ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $4a$, $4a$, $2a$ là

$$R=\frac{1}{2}\sqrt{(4a)^2+(4a)^2+(2a)^2}=3a$$

Vậy thể tích khối cầu giới hạn bởi mặt cầu (T) là $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi.(3a)^3=36\pi a^3$.

Câu 23: Nếu $(1;0)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^3+ax^2+bx$ (a, b là tham số thực) thì $a-b$ bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

Ta có: $y=-x^3+ax^2+bx\Rightarrow y'=-3x^2+2ax+b$.

$(1;0)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số suy ra

$$\begin{cases} y(1)=0 \\ y'(1)=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -1+a+b=0 \\ -3+2a+b=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$$

Khi $a=2$, $b=-1$ thử lại thấy phương trình $y'=0$ có hai nghiệm đơn phân biệt

Suy ra đồ thị hàm số nhận $(1;0)$ làm điểm cực trị

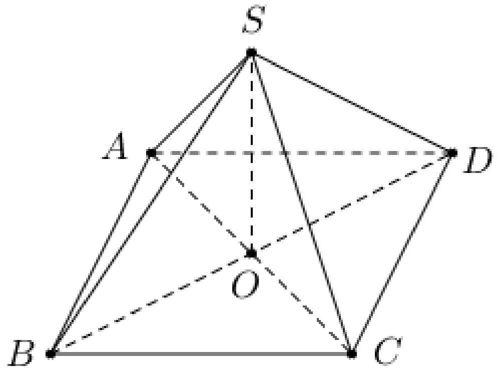
Do đó $a=2$, $b=-1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $a-b=3$

Câu 24: Thể tích của khối chóp tứ giác đều có các cạnh bằng $6a$ (với $0<a\in\mathbb{R}$) là

A. $72\sqrt{2}a^3$. **B.** $108\sqrt{2}a^3$. **C.** $36\sqrt{2}a^3$. **D.** $6\sqrt{2}a^3$.

Lời giải



Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $6a$, đường cao của hình chóp là SO (O là tâm hình vuông $ABCD$) và $SO=\sqrt{SD^2-\left(\frac{BD}{2}\right)^2}=\sqrt{(6a)^2-\left(\frac{6\sqrt{2}a}{2}\right)^2}=3\sqrt{2}a$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}(6a)^2.3\sqrt{2}a=36\sqrt{2}a^3$

Câu 25: **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $2.f(x)=7$.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $2.f(x)=7\Leftrightarrow f(x)=\frac{7}{2}$. Từ BBT ta thấy phương trình đã cho có 1 nghiệm thực.

Câu 26: **[Mức độ 2]** Tổng các nghiệm thực của phương trình $3^{x^2-6x}=3$ bằng

A. 6. **B.** -3. **C.** -6. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $3^{x^2-6x}=3\Leftrightarrow x^2-6x-1=0$

Dễ thấy phương trình có hai nghiệm trái dấu và tổng hai nghiệm là: $x_1+x_2=6$.

Câu 27: **[Mức độ 3]** Cho hàm số $y=x^4-8x^2+m$ có giá trị nhỏ nhất trên $[1;3]$ bằng 3. Tham số thực m bằng.

A. 19. **B.** -10. **C.** -19. **D.** 3.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

$y'=4x^3-16x$; $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-16x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm2\end{array}\right.$, vì $x\in[1;3]\Rightarrow x=2$.

$y(1)=m-7, y(2)=m-16, y(3)=m+9$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[1;3]$ bằng $m-16$.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $[1;3]$ bằng $3 \Rightarrow m-16=3 \Rightarrow m=19$.

Câu 28: **[Mức độ 3]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như hình dưới. Hàm số $f(2-3x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây.

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $(1;2)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Đặt $g(x)=f(2-3x) \Rightarrow g'(x)=-3f'(2-3x)$.

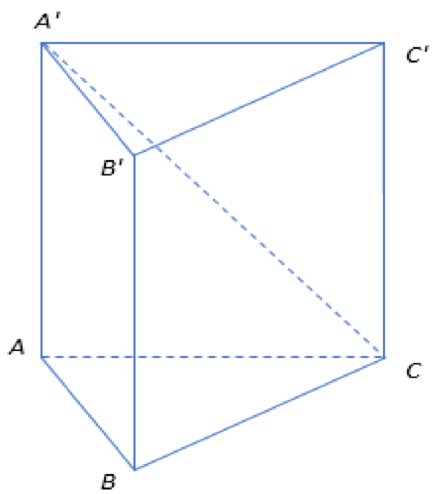
Ta có $g'(x)<0 \Leftrightarrow f'(2-3x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-3x<-2 \\ 0<2-3x<1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>\dfrac{4}{3} \\ \dfrac{1}{3}<x<\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

Suy ra hàm số $f(2-3x)$ nghịch biến trên các khoảng $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)$ và $\left(\dfrac{4}{3};+\infty\right)$ nên cũng nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 29: **[Mức độ 2]** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=6a$ (với $0<a\in\mathbb{R}$), góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $108a^3$. **B.** $108\sqrt{3}a^3$. **C.** $36\sqrt{3}a^3$. **D.** $216\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Hình chiếu vuông góc của $A'C$ lên mặt phẳng (ABC) là AC.

$\Rightarrow$ Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) là góc $A'C$ và $AC \Rightarrow \widehat{A'CA}=60^0$.

Tam giác ABC vuông cân tại A nên $AC=AB=6a$.

Ta có $AA'=AC.\tan 60^0=6a\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ bằng:

$V = B.h = \frac{1}{2}AB.AC.AA' = \frac{1}{2}6a.6a.6a\sqrt{3} = 108\sqrt{3}a^3$.

Câu 30: **[Mức độ 2]** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = x + \sqrt{x^2+1}$ có phương trình là

A. $x=0$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=0$. **D.** $y=1$.

Lời giải

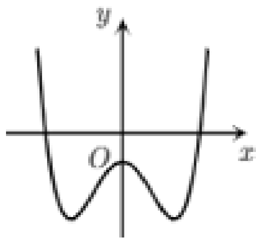
Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(1+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right) = +\infty$ (Vì $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right) = 2 > 0\end{cases}$).

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) = \lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}-x} = \lim_{x\to-\infty}\frac{1}{-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-x} = \lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{1}{x}}{-\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}-1} = \frac{0}{-2} = 0.$$

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang là $y=0$.

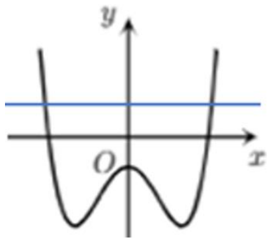
Câu 31: **[Mức độ 2]** Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y = f(x) = ax^4+bx^2+c$, với x là biến số thực; a,b,c là ba hằng số thực, $a \neq 0$.



Số nghiệm thực của phương trình $f(x)-1=0$ bằng

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải



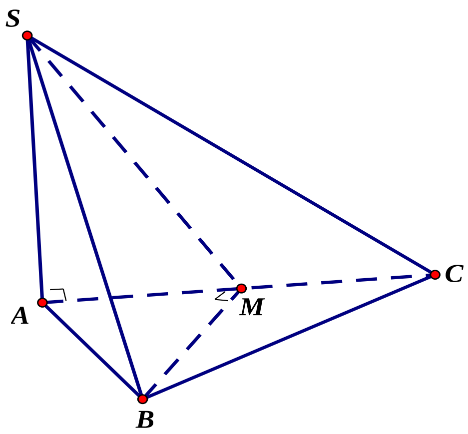
Ta có: $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$, do đó số nghiệm của phương trình chính là số điểm chung của đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ và đường thẳng $y=1$.

Khi đó số nghiệm thực của phương trình $f(x)-1=0$ bằng 2.

Câu 32: **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=2a\sqrt{2}$, với $0<a\in\mathbb{R}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm AC, khi đó $BM \perp AC$ mà $SA \perp BM$ nên $BM \perp (SAC)$

Do đó $(SB,(SAC)) = (SB, SM) = BSM$.

Ta có $BM = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$, $SM = \sqrt{a^2 + 8a^2} = 3a$.

Vậy nên $\tan BSM = \dfrac{BM}{SM} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BSM = 30°$.

Câu 33: **[Mức 2]** Tập hợp các tham số thực m để hàm số $y = \dfrac{x+1}{x+m}$ đồng biến trên $(-\infty; -2)$ là

A. $(2; +\infty)$. **B.** $(1; 2]$. **C.** $[1; 2)$. **D.** $(1; 2)$.

Lời giải

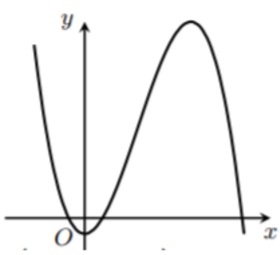
Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \dfrac{m-1}{(x+m)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty; -2)$ khi $y' > 0, \forall x \in (-\infty; -2) \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -2 \le -m \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \le 2$.

Vậy $m \in (1; 2]$.

Câu 34: **[Mức 3]** Đường cong ở hình dưới là đồ thị của hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, với x là biến số thực; a, b, c, d là các hằng số thực. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

+) Dạng đồ thị ứng với hệ số $a < 0$.

+) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm nằm dưới trục tung nên $d < 0$.

+) Hàm số có 2 điểm cực trị trong đó có một điểm cực trị bằng 0 và một điểm cực trị dương nên $c=0$ và a,b trái dấu.

Do đó $a<0,b>0,c=0,d<0$.

Vậy trong các số a,b,c,d chỉ có một số dương.

Câu 35: **[Mức độ 3]** Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-2mx^2+\left(m^2+3\right)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ bằng

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 0.

Lời giải

Hàm số $y=x^3-2mx^2+\left(m^2+3\right)x$ có đạo hàm $y'=3x^2-4mx+\left(m^2+3\right)$ là tam thức bậc hai có $\Delta'=4m^2-3m^2-9=m^2-9$.

Điều kiện để hàm số bậc ba $y=x^3-2mx^2+\left(m^2+3\right)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là $y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$,

tức là:

$$\begin{cases}\Delta'\le 0\\ a>0\end{cases}\Leftrightarrow m^2-9\le 0\Leftrightarrow m\in\left[-3;3\right].$$

Câu 36: **[Mức độ 3]** Hàm số $y=x^3-mx^2$ đạt cực tiểu tại $x=2$ khi và chỉ khi giá trị của tham số thực m bằng

A. -12. **B.** 12. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Hàm số $y=x^3-mx^2$ có $y'=3x^2-2mx$ và $y''=6x-2m$.

Điều kiện để hàm số bậc ba $y=x^3-mx^2$ đạt cực tiểu tại $x=2$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases}y'(2)=0\\ y''(2)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3.2^2-2.m.2=0\\ 6.2-2m>0\end{cases}\Leftrightarrow m=3.$$

Câu 37: **[Mức độ 1]** Đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x^2+1}$. **B.** $y'=\dfrac{-2x}{\left(x^2+1\right)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{2x}{\ln\left(x^2+1\right)}$. **D.** $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

Lời giải

Ta có $y=\ln\left(x^2+1\right)\Rightarrow y'=\dfrac{\left(x^2+1\right)'}{x^2+1}=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

Câu 38: **[Mức độ 1]** Số nghiệm thực của phương trình $3^x\left(4^x-2^{x+2}\right)=0$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

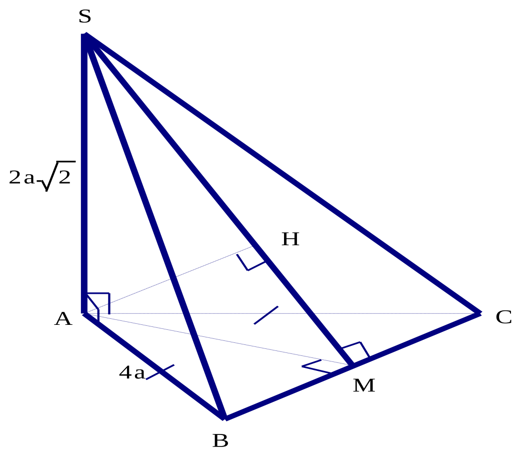
Ta có $3^x\left(4^x-2^{x+2}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x=0\ \left(loai\right)\\ 4^x-2^{x+2}=0\end{array}\right.\Leftrightarrow 2^{2x}=2^{x+2}\Leftrightarrow 2x=x+2\Leftrightarrow x=2$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 39: **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = 4a, SA = 2a\sqrt{2}$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $3a$. **D.** $2a$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC, H là hình chiếu của A trên SM.

$AM \perp BC, SA \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAM)$

$\Rightarrow BC \perp AH$

Ta có $AH \perp BC$, $AH \perp SM$, $SM \cap BC = M$ suy ra $AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow d\left(A,(SBC)\right) = AH$.

Trong tam giác vuông SAM:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{8a^2} + \frac{1}{16a^2} + \frac{1}{16a^2} = \frac{1}{4a^2}$$

$\Rightarrow AH = 2a.$

Vậy $d\left(A,(SBC)\right) = 2a$.

Câu 40: **[Mức độ 2]** Một hãng xe ô tô năm 2020 niêm yết giá bán xe V là 800 triệu đồng và có kế hoạch trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo kế hoạch năm 2025 hãng xe nói trên niêm yết giá bán xe V (làm tròn đến chữ số hàng triệu) là

A. 724 triệu đồng. **B.** 723 triệu đồng. **C.** 708 triệu đồng. **D.** 722 triệu đồng.

Lời giải

Theo kế hoạch, năm 2021 hãng xe niêm yết giá bán xe V là $800 - 800.0,02 = 800(1-0,02)$.

Năm 2022 hãng xe niêm yết giá bán xe V là

$800(1-0,02) - 800(1-0,02).0,02 = 800(1-0,02)^2$.

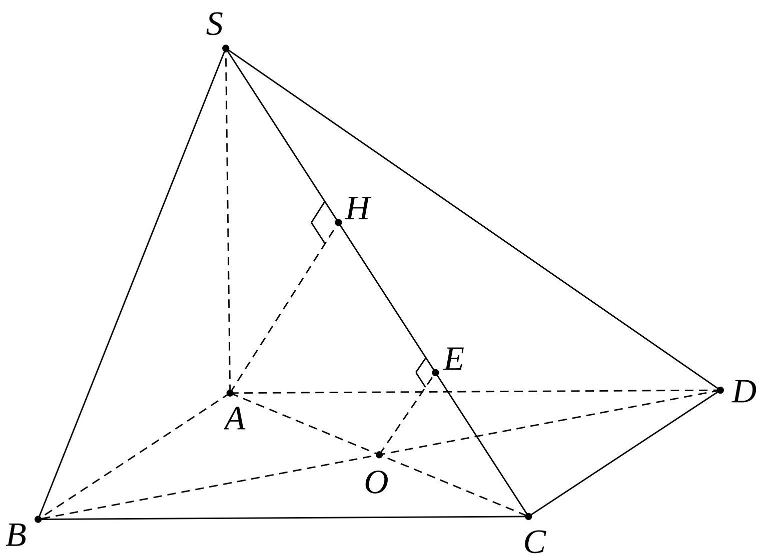
…

Vậy năm 2025 hãng xe niêm yết giá bán xe V là $800(1-0,02)^5 \approx 723,137$ triệu đồng.

Câu 41: **[Mức độ 3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh bằng $2a$, $SA = 2a\sqrt{2}$ $\left(0 < a \in \mathbb{R}\right)$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

A. $a\sqrt{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $2a$.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có: $SA \perp \left(ABCD\right) \Rightarrow SA \perp BD$ mà $BD \perp AC \Rightarrow BD \perp \left(SAC\right)$.

Vẽ $OE \perp SC\left(E \in SC\right) \Rightarrow OE \perp BD$.

Từ đó OE là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng BD và $SC \Rightarrow d\left(BD;SC\right) = OE$.

Vẽ $AH \perp SC\left(H \in SC\right) \Rightarrow OE = \frac{1}{2}AH$.

ΔSAC có đường cao $AH = \frac{SA.AC}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{2a\sqrt{2}.2a\sqrt{2}}{\sqrt{\left(2a\sqrt{2}\right)^2 + \left(2a\sqrt{2}\right)^2}} = 2a$.

Vậy $d\left(BD;SC\right) = OE = a$.

Câu 42: **[Mức độ 3]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $x^2 + \left(m^3 - m\right)x \ge m\ln\left(x^2 + 1\right)$ nghiệm đúng với mọi số thực x?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $x^2 + \left(m^3 - m\right)x \ge m\ln\left(x^2 + 1\right) \Leftrightarrow x^2 + \left(m^3 - m\right)x - m\ln\left(x^2 + 1\right) \ge 0\left(1\right)$

Hàm số $f\left(x\right) = x^2 + \left(m^3 - m\right)x - m\ln\left(x^2 + 1\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $\left(C\right)$

$f'\left(x\right) = 2x + \left(m^3 - m\right) - \frac{2mx}{x^2 + 1}$

Vì $\left(1\right)$ có nghiệm đúng với mọi số thực x nên các điểm của đồ thị $\left(C\right)$ nằm trên hoặc thuộc trục Ox

Mà $O(0;0)\in(C)\Rightarrow(C)$ tiếp xúc với trục Ox.

$\Rightarrow f'(0)=0\Leftrightarrow m^3-m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=\pm1\end{array}\right.$.

Kiểm tra các giá trị của m đều thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43: **[Mức độ 3]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x+2)-1\right|$ bằng

A. 5 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 3.

Lời giải.

Ta có: $y=f(x+2)-1$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x+2)-1\right|$ là 5.

Câu 44: **[Mức độ 3]** Một trang trại cần xây dựng một bể chứa nước hình hộp chữ nhật bằng gạch không nắp ở phía trên. Biết bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và thể tích (phần chứa nước) bằng $8m^3$.Hỏi chiều cao của bể gần nhất với kết quả nào dưới đây để số lượng gạch dùng để xây bể là nhỏ nhất?

A. $1,3m$. **B.** $1,8m$. **C.** $1,1m$. **D.** $1,2m$

Lời giải.

Gọi $x;y,z$ lần lượt là chiều rộng,chiều dài và chiều cao của hình hộp chữ nhật ($x,y,z>0$)

Ta có: $y=2x$ và $x.y.z=8\Rightarrow xz=\frac{8}{y}=\frac{8}{2x}=\frac{4}{x}$

Tổng diện tích xung quanh và diện tích đáy của bể là: $S=6xz+xy=\frac{24}{x}+2x^2$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 3 số dương: $\frac{12}{x},\frac{12}{x},2x^2$

$\frac{12}{x}+\frac{12}{x}+2x^2\geq3\sqrt[3]{\frac{12}{x}.\frac{12}{x}.2x^2}\Rightarrow S\geq3\sqrt[3]{288}$

Số lượng gạch xây bể nhỏ nhất $\Leftrightarrow S=3\sqrt[3]{288}$ tại $\frac{12}{x}=2x^2\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{6}\Rightarrow z=\frac{4}{x^2}=\frac{4}{\sqrt[3]{36}}$.

Câu 45: **[Mức độ 3]** Tập hợp các tham số thực m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3mx$ đồng biến trên $(1;+\infty)$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $(-\infty;1]$.

Lời giải

Xét hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3mx$, tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3m$

Hàm số đã cho đồng biến trên $(1;+\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow m(2x-1) \leq x^2, \forall x \in (1;+\infty)$

$\Leftrightarrow m \leq \dfrac{x^2}{2x-1}, \forall x \in (1;+\infty)$ (1)

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{x^2}{2x-1}$ trên $(1;+\infty)$.

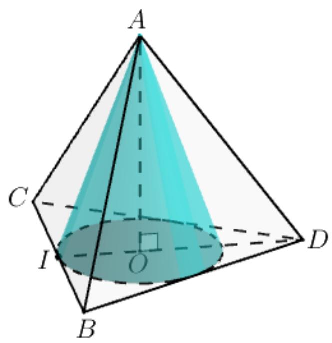
$f'(x) = \dfrac{2x^2-2x}{(2x-1)^2} > 0, \forall x \in (1;+\infty) \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Do đó $(1) \Leftrightarrow m \leq f(1) \Leftrightarrow m \leq 1$.

Câu 46: **[Mức độ 2]** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $6a$, với $0 < a \in \mathbb{R}$. Diện tích xung quanh của hình nón có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác BCD bằng

A. $12\sqrt{3}\pi a^2$. **B.** $9\pi a^2$. **C.** $9\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

Lời giải



Hình nón đã cho có bán kính đáy $r = \dfrac{1}{3}\dfrac{(6a)\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$, đường sinh $l = \dfrac{(6a)\sqrt{3}}{2} = 3a\sqrt{3}$.

Vậy $S_{xq} = \pi rl = \pi a\sqrt{3}.3a\sqrt{3} = 9\pi a^2$.

Câu 47: **[Mức độ 2]** Tổng số tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-5x+4}$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

TXĐ $D = [-3;3] \setminus \{1\}$

Do $D = [-3;3] \setminus \{1\}$ nên không tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x \to +\infty} y$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} y \Rightarrow$ đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang

Mặt khác $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-5x+4}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-5x+4}=+\infty$ nên $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Do $D=[-3;3]\setminus\{1\}$ nên không tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x\to 4^+} y$ và $\lim\limits_{x\to 4^-} y \Rightarrow x=4$ không phải là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng 1.

Câu 48: **[Mức độ 2]** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(3-x^2\right)\geq 1$ là

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $[0;1]$. **D.** $[-1;1]$.

Lời giải

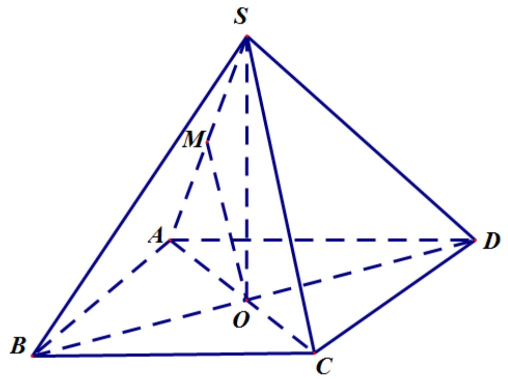
Đk: $3-x^2>0\Leftrightarrow -\sqrt{3}<x<\sqrt{3}$

Ta có bpt $\Leftrightarrow 3-x^2\geq 2\Leftrightarrow x^2\leq 1\Leftrightarrow -1\leq x\leq 1$, kết hợp với điều kiện ta được $-1\leq x\leq 1$ nên tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=[-1;1]$

Câu 49: **[Mức độ 2]** Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác đều có các cạnh bằng $6a$ (với $0<a\in\mathbb{R}$) là

A. $144\pi a^2$. **B.** $72\pi a^2$. **C.** $18\pi a^2$. **D.** $36\pi a^2$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm của cạnh bên SA.

Ta có SO là trục của đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Dựng mặt phẳng trung trực (α) của cạnh bên SA, mặt phẳng (α) cắt trục SO tại I.

Ta có: $\begin{cases} IA=IB=IC=ID\,(\text{do } I\in SO)\\ IA=IS\quad\quad(\text{do } I\in(\alpha))\end{cases}\Rightarrow IA=IB=IC=ID=IS\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$, bán kính mặt cầu là: $R=SI=\dfrac{SA^2}{2SO}$. (*)

Ta có: $SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{36a^2-\left(\dfrac{6a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=3a\sqrt{2}\Rightarrow I\equiv O.$

Từ $(*) \Rightarrow R = \dfrac{36a^2}{2.3a\sqrt{2}} = 3a\sqrt{2}.$

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đều $S.ABCD$ là: $S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi.\left(3a\sqrt{2}\right)^2 = 72\pi a^2.$

Câu 50: **[Mức độ 2]** Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 + \left(m^2 - 2m\right)x$ có cực tiểu là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 2mx + m^2 - 2m$.

Để hàm số $y = x^3 - mx^2 + \left(m^2 - 2m\right)x$ có cực tiểu thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow m^2 - 3\left(m^2 - 2m\right) > 0 \Leftrightarrow -2m^2 + 6m > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 3$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

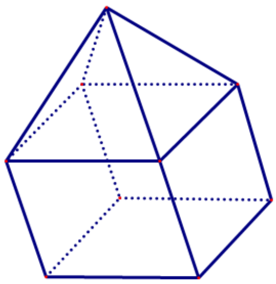
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 19

Câu 1: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=8$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

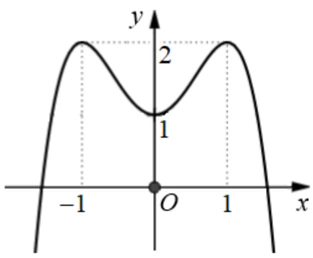
A. 24. **B.** 14. **C.** 16. **D.** 48.

Câu 2: Hình đa diện trong hình bên có bao nhiêu đỉnh?



A. 8. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



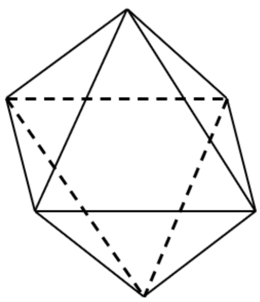
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 4: Hình bát diện đều (tham khảo hình vẽ bên) có số cạnh là:



A. 30. **B.** 6. **C.** 20. **D.** 12.

Câu 5: Hàm số $y=-x^3+3x$ đạt cực đại tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $2^{2x+3} = 2^{x+7}$

A. $x = \frac{10}{3}$. **B.** $x = \frac{4}{3}$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 10$.

Câu 7: Thể tích của khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $2\pi r^2 h$. **B.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\pi r^2 h$.

Câu 8: Cho khối nón có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = \sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối nón đã cho

A. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = 4\pi$. **C.** $V = 16\pi\sqrt{3}$. **D.** $V = 12\pi$.

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** 18. **D.** 2.

Câu 10: Hình đa diện đều loại $\{4;3\}$ được gọi là

A. hình bát diện đều. **B.** hình hai mươi mặt đều.
C. hình mười hai mặt đều. **D.** hình lập phương.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = \log x$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

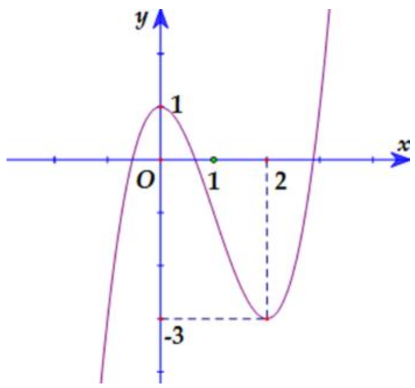
Câu 12: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

A. $y = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = -\frac{1}{2}$.

Câu 13: Với a là số dương tùy ý khác 1, $\log_a \sqrt{a}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $2a$. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}a$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$. **C.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 15: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = -1$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = \frac{1}{2}$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = -\frac{1}{2}$.

Câu 16: Cho a là các số thực dương và m, n là các số thực tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^m.a^n = a^m + a^n$. **B.** $a^m.a^n = (a^m.a)^n$. **C.** $a^m.a^n = a^{m+n}$. **D.** $a^m.a^n = a^{mn}$.

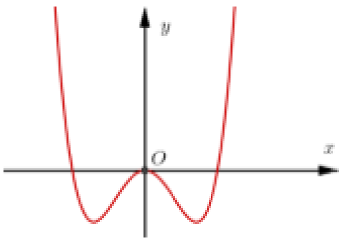
Câu 17: Số mặt của khối chóp tứ giác là

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 18: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-4}{x+2}$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** -5.

Câu 19: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?

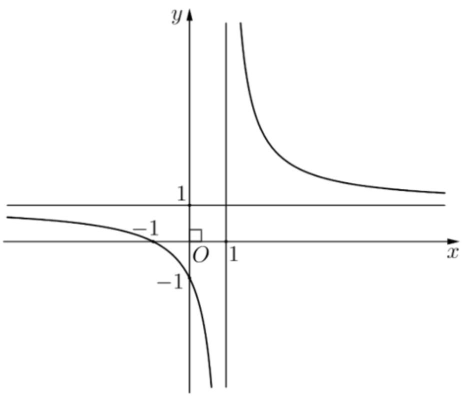


A. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. **B.** $y = x^4 - 2x^2$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Câu 20: Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 9$

A. $x = -2$. **B.** $x = -\frac{1}{2}$. **C.** $x = \frac{1}{2}$. **D.** $x = 2$.

Câu 21: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình dưới?



A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. **B.** $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x+3} > \frac{1}{25}$ là

A. $\left(-\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\frac{5}{2}\right)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 23: Cho mặt cầu có bán kính $R = 2$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. 4π. **B.** 8π. **C.** $\frac{32}{3}\pi$. **D.** 16π.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 25: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Giá trị cực đại của hàm số là 5.
B. Giá trị cực đại của hàm số là -2.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -2$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 27: Tập nghiệm của phương trình $4^x - 20.2^x + 64 = 0$ là

A. $\{-1;-2\}$. **B.** $\{2;4\}$. **C.** $\left\{\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4}\right\}$. **D.** $\{1;2\}$.

Câu 28: Hàm số $y = 5^{1-x}$ có đạo hàm là

A. $y' = -5^{1-x}$. **B.** $y' = -5^{1-x}\ln 5$. **C.** $y' = 5^{1-x}\ln 5$. **D.** $y' = 5^{1-x}$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\max\limits_{(-\infty;1)} f(x) = 1$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = -1$. **C.** $\max\limits_{(-\infty;1)} f(x) = f(-1)$. **D.** $\min\limits_{[2;+\infty)} f(x) = f(2)$.

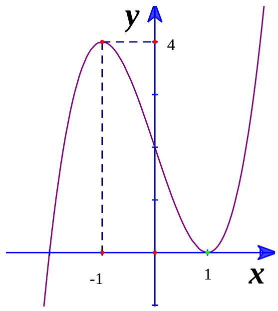
Câu 30: Số nghiệm của phương trình $\log\left(x-1\right)+\log\left(x-3\right)=\log\left(x+3\right)$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 31: Tập xác định của hàm số $y = x+1^{\frac{1}{5}}$

A. $\left(-1;+\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 32: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x+2-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt



A. $0<m<4$. **B.** $m>4$.
C. $0\le m\le 4$. **D.** $m<0$.

Câu 33: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ với trục hoành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 34: Cho $\log_2 3=m, \log_2 5=n$. Tính $\log_2 15$ tính theo m và n.

A. $\log_2 15=1+m+n$. **B.** $\log_2 15=m.n$. **C.** $\log_2 15=2+m+n$. **D.** $\log_2 15=m+n$.

Câu 35: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông với $AB=a, SA\perp\left(ABCD\right)$ và $SA=2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $6a^3$.

Câu 36: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log^2_{\sqrt{2}}\left(2x\right)-23\log_2 x+7<0$ là

A. vô số. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 37: Mặt phẳng đi qua trục của hình trụ, cắt hình trụ theo một thiết diện là hình vuông có cạnh bằng $2R$. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $4\pi R^2$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $6\pi R^2$. **D.** $8\pi R^2$.

Câu 38: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ là

A. $y=-2x+1$. **B.** $y=-2x-1$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=2x+1$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left(\dfrac{1}{7}\right)^x-\log_7\left(m-1\right)=0$ có nghiệm dương?

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

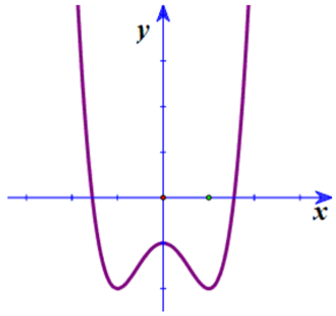
Câu 40: Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{3}$ là

A. $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{9\pi a^3}{2}$. **C.** $12\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{6}$.

Câu 41: Cho lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông và cạnh bên bằng $2a$. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AD, đường thẳng $A'C$ hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{16a^3}{3}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{30}}{27}$. **C.** $\frac{16a^3}{9}$. **D.** $\frac{8a^3\sqrt{30}}{9}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 43: Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó lĩnh được số tiền (cả tiền gửi ban đầu lẫn tiền lãi) nhiều hơn 200 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không đổi?

A. 11 năm. **B.** 12 năm. **C.** 10 năm. **D.** 9 năm.

Câu 44: Đồ thị hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận ngang?

A. $y = x^3 - 2x^2 + 3$. **B.** $y = \frac{x^2+2}{x-10}$. **C.** $y = \frac{x-10}{x^2+2}$. **D.** $y = x^2 - x + 3$.

Câu 45: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - x^2 + mx + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m < 3$. **B.** $m \leq \frac{1}{3}$. **C.** $m \geq \frac{1}{3}$. **D.** $m < -3$.

Câu 46: Cho bất phương trình $\log_7(-x^2 + 4x + m) + \log_{\frac{1}{7}}(x^2 + 1) < \log_7 5$. Tổng các giá trị nguyên dương của tham số m sao cho bất phương trình đã cho nghiệm đúng $\forall x \in [1; 4]$ bằng

A. 21. **B.** 28. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C với $BC = a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy biết $SA = a$, $ASB = 120°$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $2a$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a}{4}$. **D.** a.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, gọi G là trọng tâm tam giác SAD, mặt phẳng (α) chứa BG và song song với AC cắt SA, SD, SC lần lượt tại A', D', C'. Tỉ số $\frac{V_{S.A'BC'D'}}{V_{S.ABCD}}$ bằng

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{9}{20}$. **C.** $\frac{5}{16}$. **D.** $\frac{117}{128}$.

Câu 49: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đường cong $y=x^4-8x^2+10$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1. Số phần tử của S là

A. 12. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 11.

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+3x^2+3mx-1$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $m>0$. **B.** $m\le 1$. **C.** $m\le -1$. **D.** $m\ge 2$.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.B	4.D	5.D	6.C	7.D	8.A	9.C	10.D
11.B	12.B	13.A	14.C	15.B	16.C	17.D	18.D	19.B	20.A
21	22.A	23.D	24.D	25.B	26.A	27.B	28.B	29.C	30.D
31.A	32.A	33.A	34.D	35.C	36.D	37.A	38.A	39.C	40.B
41.D	42.B	43.A	44.C	45.C	46.A	47.D	48.B	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=8$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

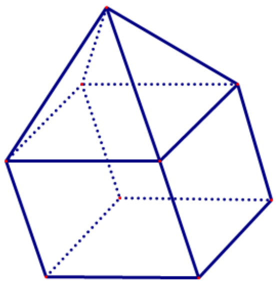
A. 24. **B.** 14. **C.** 16. **D.** 48.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp đã cho là: $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.8.6=16$ (đvtt).

Câu 2: Hình đa diện trong hình bên có bao nhiêu đỉnh?

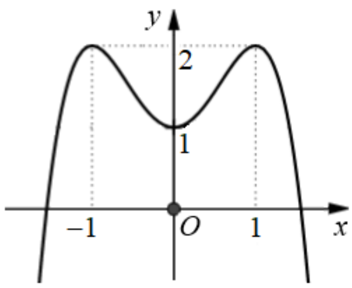


A. 8. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

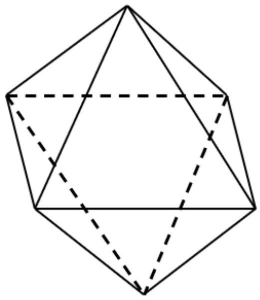
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta thấy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 4: Hình bát diện đều (tham khảo hình vẽ bên) có số cạnh là:



A. 30. **B.** 6. **C.** 20. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Hình bát diện đều có số cạnh là 12.

Câu 5: Hàm số $y=-x^3+3x$ đạt cực đại tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D

$y'=-3x^2+3$.

$y'=0 \Leftrightarrow -3x^2+3=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 6: Nghiệm của phương trình $2^{2x+3}=2^{x+7}$

A. $x=\dfrac{10}{3}$. **B.** $x=\dfrac{4}{3}$. **C.** $x=4$. **D.** $x=10$.

Lời giải

Chọn C

$2^{2x+3}=2^{x+7} \Leftrightarrow 2x+3=x+7 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 7: Thể tích của khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $2\pi r^2h$. **B.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2h$. **D.** πr^2h.

Lời giải

Chọn D

Công thức tính thể tích của khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy r là $\pi r^2 h$.

Câu 8: Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối nón đã cho

A. $V=\dfrac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=4\pi$. **C.** $V=16\pi\sqrt{3}$. **D.** $V=12\pi$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích V của khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=\sqrt{3}$ là:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi 4^2\sqrt{3}=\frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$$

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** 18. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-3,\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=1\in[0;3] \\ x_2=-1\notin[0;3] \end{array}\right.$.

$y(0)=0;\ y(1)=2;\ y(3)=18$. Vậy $\max\limits_{[0;3]} y=y(3)=18$

Câu 10: Hình đa diện đều loại $\{4;3\}$ được gọi là

A. hình bát diện đều. **B.** hình hai mươi mặt đều.
C. hình mười hai mặt đều. **D.** hình lập phương.

Lời giải

Chọn D

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y=\log x$ là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\log x$ xác định khi $x>0$.

Tập xác định $D=(0;+\infty)$.

Câu 12: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}=-\infty$.

$\Rightarrow x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 13: Với a là số dương tùy ý khác 1, $\log_a\sqrt{a}$ bằng

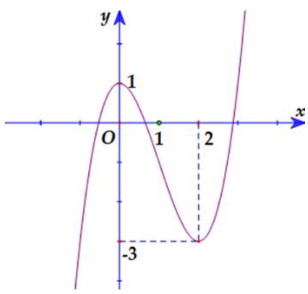
A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $2a$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{2}a$.

Lời giải

Chọn A

$\log_a\sqrt{a}=\log_a a^{\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{2}\log_a a=\dfrac{1}{2}$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=x^3-3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ $(0;1)$, suy ra loại B và **D.**

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị có hoành độ lần lượt là 0 ; 2, suy ra loại **A.** (vì đồ thị hàm số ở đáp án A có hoành độ điểm cực trị là nghiệm phương trình: $y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm1$).

Câu 15: Nghiệm của phương trình $\log_2 x=-1$ là

A. $x=2$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 x=-1\Leftrightarrow x=2^{-1}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 16: Cho a là các số thực dương và m, n là các số thực tùy ý. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^m.a^n = a^m + a^n$. **B.** $a^m.a^n = (a^m.a)^n$.

C. $a^m.a^n = a^{m+n}$. **D.** $a^m.a^n = a^{mn}$.

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất của lũy thừa, ta chọn đáp án **C.**

Câu 17: Số mặt của khối chóp tứ giác là

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Khối chóp tứ giác có 4 mặt bên và 1 mặt đáy. Vậy số mặt của khối chóp tứ giác là 5.

Câu 18: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x-4}{x+2}$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** -5.

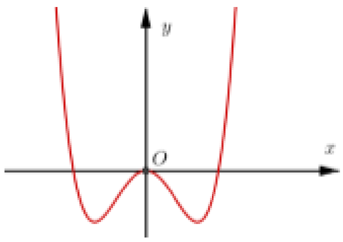
Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

Ta có $y = \dfrac{x-4}{x+2} \Rightarrow y' = \dfrac{6}{(x+2)^2} > 0, \forall x \in [-1;2] \Rightarrow \underset{[-1;2]}{Min}\, y = y(-1) = -5.$

Câu 19: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$. **B.** $y = x^4 - 2x^2$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị ta thấy nhánh đường cong phía phải đi lên, suy ra hệ số $a > 0 \Rightarrow$ Loại A và **D.**

Đồ thị đi qua gốc tọa độ, nên $x = 0 \Rightarrow y = 0$. Nên chọn đáp án đúng là đáp án **B.**

Câu 20: Nghiệm của phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^x = 9$

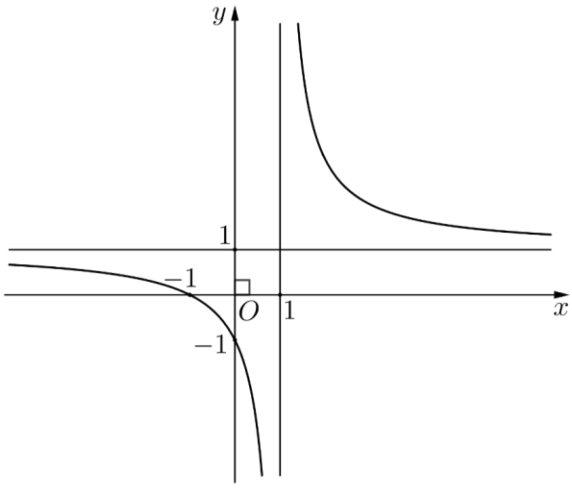
A. $x = -2$. **B.** $x = -\dfrac{1}{2}$. **C.** $x = \dfrac{1}{2}$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 9 \Leftrightarrow 3^{-x} = 3^2 \Leftrightarrow -x = 2 \Leftrightarrow x = -2$.

Câu 21: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình dưới?



A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. **B.** $y = \frac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Từ hình vẽ đồ thị hàm số ta thấy: Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-1;0)$ và $(0;-1)$; đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng; đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=1$ làm tiệm cận ngang. Vậy hàm số cần xác định là $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x+3} > \frac{1}{25}$ là

A. $\left(-\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\frac{5}{2}\right)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $5^{2x+3} > \frac{1}{25} \Leftrightarrow 2x+3 > \log_5 \frac{1}{25} \Leftrightarrow 2x+3 > -2 \Leftrightarrow 2x > -5 \Leftrightarrow x > -\frac{5}{2}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\left(-\frac{5}{2};+\infty\right)$.

Câu 23: Cho mặt cầu có bán kính $R=2$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. 4π. **B.** 8π. **C.** $\frac{32}{3}\pi$. **D.** 16π.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu đã cho là: $S=4\pi R^2=4.\pi.2^2=16\pi$ (đvdt).

Câu 24: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;3\right)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 25: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=-1$ và $y=1$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Giá trị cực đại của hàm số là 5. **B.** Giá trị cực đại của hàm số là -2.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại là 5 tại $x=0$ và đạt giá trị cực tiểu bằng -2 tại $x=1$.

Câu 27: Tập nghiệm của phương trình $4^x-20.2^x+64=0$ là

A. $\{-1;-2\}$. **B.** $\{2;4\}$. **C.** $\left\{\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right\}$. **D.** $\{1;2\}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $2^x = t\,(t > 0)$

Ta có phương trình trở thành $t^2 - 20t + 64 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 16 \Rightarrow 2^x = 16 \Leftrightarrow x = 4 \\ t = 4 \Rightarrow 2^x = 4 \Leftrightarrow x = 2 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình đó là $\{2;4\}$.

Câu 28: Hàm số $y = 5^{1-x}$ có đạo hàm là

A. $y' = -5^{1-x}$. **B.** $y' = -5^{1-x}\ln 5$. **C.** $y' = 5^{1-x}\ln 5$. **D.** $y' = 5^{1-x}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức đạo hàm $\left(a^u\right)' = a^u.\ln a.u'$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\max\limits_{(-\infty;1)} f(x) = 1$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = -1$.

C. $\max\limits_{(-\infty;1)} f(x) = f(-1)$. **D.** $\min\limits_{[2;+\infty)} f(x) = f(2)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(-\infty;1)$, $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 1 nên $\max\limits_{(-\infty;1)} f(x) = 1$. Vậy đáp án C sai.

Câu 30: Số nghiệm của phương trình $\log(x-1) + \log(x-3) = \log(x+3)$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x > 3$.

Ta có $\log(x-1)+\log(x-3)=\log(x+3) \Leftrightarrow \log[(x-1)(x-3)]=\log(x+3)$

$\Leftrightarrow (x-1)(x-3)=x+3 \Leftrightarrow x^2-5x=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=5 \end{array}\right. \Rightarrow x=5$ (do $x>3$).

Vậy phương trình đã cho chỉ có duy nhất 1 nghiệm.

Câu 31: Tập xác định của hàm số $y = x+1^{\frac{1}{5}}$

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

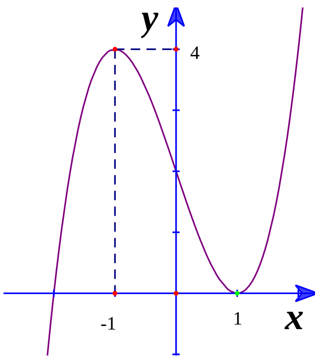
Chọn A

Xét hàm số $y = x+1^{\frac{1}{5}}$

ĐK: $x+1>0 \Leftrightarrow x>-1$ (do $\frac{1}{3}$ là số không nguyên)

TXĐ: $(-1;+\infty)$.

Câu 32: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị như đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x+2-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt



A. $0<m<4$. **B.** $m>4$. **C.** $0\le m\le 4$. **D.** $m<0$.

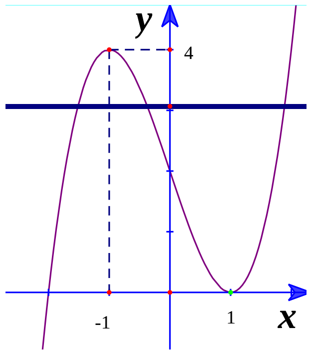
Lời giải

Chọn A

$x^3-3x+2-m=0 \Leftrightarrow x^3-3x+2=m$ là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị

1) $y=x^3-3x+2$ (đồ thị đề cho)

2) $y=m$ (cùng phương trục Ox)



Đê phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $0 < m < 4$

Câu 33: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ với trục hoành là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ với trục hoành là số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x + 1 = 0$. Ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt. Do đó đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ cắt trục hoành tại 3 điểm.

Câu 34: Cho $\log_2 3 = m, \log_2 5 = n.$ Tính $\log_2 15$ tính theo m và $n.$

A. $\log_2 15 = 1 + m + n$. **B.** $\log_2 15 = m.n$. **C.** $\log_2 15 = 2 + m + n$. **D.** $\log_2 15 = m + n$.

Lời giải

Chọn C

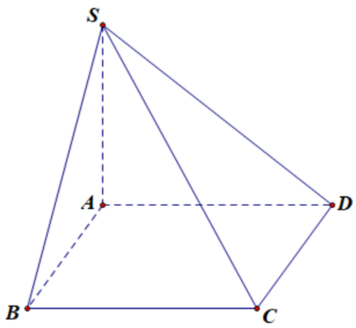
Ta có $\log_2 15 = \log_2 (3.5) = \log_2 3 + \log_2 5 = m + n.$

Câu 35: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông với $AB = a, SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$, chiều cao $h = SA = 2a$.

Vậy thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}a^2.2a=\frac{2a^3}{3}$.

Câu 36: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\sqrt{2}}^2(2x)-23\log_2 x+7<0$ là

A. vô số. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_{\sqrt{2}}^2(2x)-23\log_2 x+7<0 \Leftrightarrow 4(\log_2 x+1)^2-23\log_2 x+7<0$

$\Leftrightarrow 4\log_2^2 x-15\log_2 x+11<0 \Leftrightarrow 1<\log_2 x<\frac{11}{4} \Leftrightarrow 2^1<x<2^{\frac{11}{4}}$.

Vì $x\in\mathbb{Z} \Rightarrow x\in\{3,4,5,6\}$.

Câu 37: Mặt phẳng đi qua trục của hình trụ, cắt hình trụ theo một thiết diện là hình vuông có cạnh bằng $2R$. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $4\pi R^2$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $6\pi R^2$. **D.** $8\pi R^2$.

Lời giải

Chọn A

Vì thiết diện là hình vuông có cạnh là $2R$ nên chiều cao của hình trụ là $2R$ và bán kính đáy bằng R. Do đó diện tích xung quanh của hình trụ bằng $S_{xq}=2\pi Rh=2\pi R.2R=4\pi R^2$.

Câu 38: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ là

A. $y=-2x+1$. **B.** $y=-2x-1$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=2x+1$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=R$.

Đạo hàm $y'=3x^2-6x$;

$y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1), B(2;-3)$. Do đó đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là

$$\frac{y-1}{-3-1}=\frac{x-0}{2-0} \Rightarrow y=-2x+1.$$

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^x-\log_7(m-1)=0$ có nghiệm dương?

A. 7. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $m>1$.

Ta có: $\left(\frac{1}{7}\right)^x - \log_7(m-1)=0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{7}\right)^x = \log_7(m-1)\ (*)$.

Số nghiệm phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left(\frac{1}{7}\right)^x$ và đường thẳng $y=\log_7(m-1)$.

Phương trình đã cho có nghiệm dương

$\Leftrightarrow 0<\log_7(m-1)<1 \Leftrightarrow \begin{cases} 0<\log_7(m-1) \\ \log_7(m-1)<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1>1 \\ m-1<7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>2 \\ m<8 \end{cases} \Leftrightarrow 2<m<8$.

Do $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{3;4;5;6;7\}$.

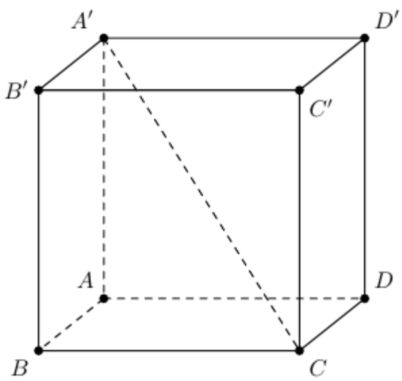
Vậy có 5 giá trị nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40: Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{3}$ là

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{9\pi a^3}{2}$. **C.** $12\sqrt{3}\pi a^3$. **D.** $\frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Hình lập phương có đường chéo $A'C=a\sqrt{3}.\sqrt{3}=3a$.

Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là $R=\frac{3a}{2}$.

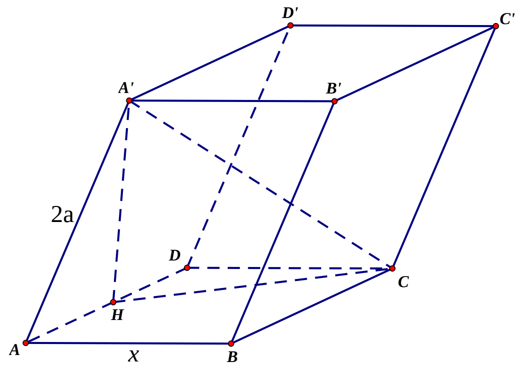
Vậy thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương là $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi.\left(\frac{3a}{2}\right)^3=\frac{9\pi a^3}{2}$ (đvtt).

Câu 41: Cho lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông và cạnh bên bằng $2a$. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AD, đường thẳng $A'C$ hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45°. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{16a^3}{3}$. **B.** $\frac{8a^3\sqrt{30}}{27}$. **C.** $\frac{16a^3}{9}$. **D.** $\frac{8a^3\sqrt{30}}{9}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là hình chiếu của A' trên $(ABCD)$.

Theo bài ra HC là hình chiếu vuông góc của $A'C$ trên mặt phẳng $(ABCD)$

$\Rightarrow (A'C,(ABCD)) = (HC, A'H) = HCA' = 45^\circ$.

Đặt $AD = x \Rightarrow HD = \frac{x}{2}$.

Trong tam giác vuông HDC có: $CH = \sqrt{HD^2 + CD^2} = \sqrt{\frac{x^2}{4} + x^2} = \frac{x\sqrt{5}}{4}$.

Trong tam giác vuông $A'HA$ có: $A'A^2 = AH^2 + A'H^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x\sqrt{5}}{2}\right)^2 = \frac{6x^2}{4} = \frac{3x^2}{2}$.

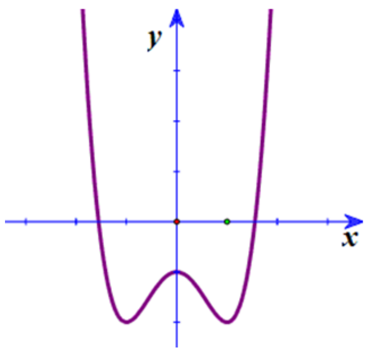
Mà $A'A = 2a$ suy ra $4a^2 = \frac{3x^2}{2} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{6}a}{3}$.

Tam giác $A'HA$ vuông cân tại $H \Rightarrow HA' = HC = \frac{a\sqrt{30}}{3}$.

Diện tích đáy của lăng trụ $S_{ABCD} = AB.AD = \frac{8}{3}a^2$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = S_{ABCD}.A'H = \frac{8}{3}a^2.\frac{a\sqrt{30}}{3} = \frac{a^3 8\sqrt{30}}{9}$.

Câu 42: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



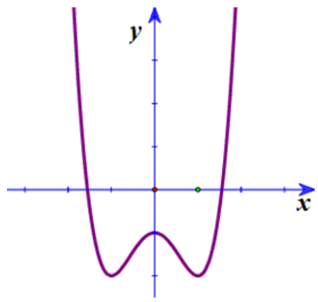
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,b>0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$.

C. $a>0,b>0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

Lời giải

Chọn B



Đạo hàm $y'=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right)$

Dáng điệu đồ thị cho ta $a>0$, đồ thị giao với Oy ở phần âm suy ra $c<0$.

Đồ thị cho biết hàm số có 3 cực trị nên $y'=2x\left(2ax^2+b\right)$ phải có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 2x=0 & (1) \\ 2ax^2+b=0 & (2) \end{array}\right.$ có 3 nghiệm phân biệt

Phương trình (1) luôn có nghiệm $x=0$, để $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt thì phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt khác không, ta phải có:

$2ax^2+b=0 \Leftrightarrow x^2=\dfrac{-b}{2a}>0$ vì $a>0$ suy ra $b<0$.

Vậy ta được $a>0,b<0,c<0$.

Câu 43: Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó lĩnh được số tiền (cả tiền gửi ban đầu lẫn tiền lãi) nhiều hơn 200 triệu đồng, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không đổi?

A. 11 năm. **B.** 12 năm. **C.** 10 năm. **D.** 9 năm.

Lời giải

Chọn A

Sau n năm, số tiền (cả tiền gửi ban đầu lẫn tiền lãi) thu được là $100(1+0,07)^n=100\times 1,07^n$ triệu đồng.

Để số tiền thu được nhiều hơn 200 triệu đồng thì $100\times 1,07^n>200 \Leftrightarrow n>\log_{1,07}2\approx 10,245$.

Vậy sau ít nhất 11 năm thì số tiền thu được nhiều hơn 200 triệu đồng.

Câu 44: Đồ thị hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận ngang?

A. $y=x^3-2x^2+3$. **B.** $y=\dfrac{x^2+2}{x-10}$. **C.** $y=\dfrac{x-10}{x^2+2}$. **D.** $y=x^2-x+3$.

Lời giải

Chọn C

Các hàm số ở hai phương án A và D là các hàm đa thức nên đồ thị của chúng không có tiệm cận ngang.

Xét phương án B, có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2+2}{x-10}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2+2}{x-10}=-\infty$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2}{x-10}$ không có tiệm cận ngang.

Xét phương án C, có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-10}{x^2+2}=0$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-10}{x^2+2}$ có một tiệm cận ngang là đường thẳng $\Delta: y=0$.

Câu 45: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=x^3-x^2+mx+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m<3$. **B.** $m\le\dfrac{1}{3}$. **C.** $m\ge\dfrac{1}{3}$. **D.** $m<-3$.

Lời giải

Chọn C

$y'=3x^2-2x+m\ge0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'\le0\Leftrightarrow1-3m\le0\Leftrightarrow m\ge\dfrac{1}{3}$.

Câu 46: Cho bất phương trình $\log_7(-x^2+4x+m)+\log_{\frac{1}{7}}(x^2+1)<\log_7 5$. Tổng các giá trị nguyên dương của tham số m sao cho bất phương trình đã cho nghiệm đúng $\forall x\in[1;4]$ bằng

A. 21. **B.** 28. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $-x^2+4x+m>0;\forall x\in[1;4]\Leftrightarrow m>x^2-4x;\forall x\in[1;4]\Leftrightarrow m>\max\limits_{[1;4]}(x^2-4x)=0$

$\log_7(-x^2+4x+m)+\log_{\frac{1}{7}}(x^2+1)<\log_7 5\Leftrightarrow\log_7(-x^2+4x+m)-\log_7(x^2+1)<\log_7 5$

$\Leftrightarrow\log_7\dfrac{-x^2+4x+m}{x^2+1}<\log_7 5\Leftrightarrow\dfrac{-x^2+4x+m}{x^2+1}<5\Leftrightarrow-x^2+4x+m<5(x^2+1)$

$\Leftrightarrow m<6x^2-4x+5$.

Yêu cầu bài toán tương đương với

$m<6x^2-4x+5;\forall x\in[1;4]\Leftrightarrow m<\min\limits_{[1;4]}(6x^2-4x+5)=7$.

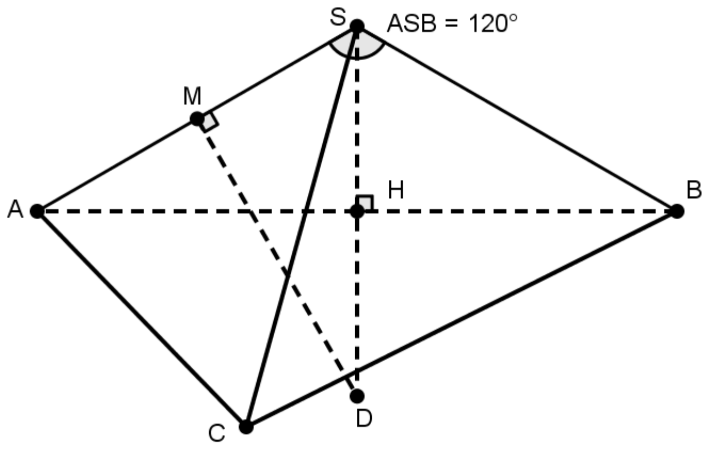
Kết hợp điều kiện ta có $0<m<7\Leftrightarrow m=\overline{1;6}$. Vậy tổng bằng $1+2+3+4+5+6=21$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C với $BC=a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy biết $SA=a$, $\widehat{ASB}=120^\circ$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

A. $2a$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{a}{4}$. **D.** a.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm AB, ta có: tam giác SAB cân tại S nên $SH \perp AB$, tam giác ABC vuông tại C nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ SH \subset (SAB) \\ SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

Khi đó SH là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Gọi M là trung điểm SA. Trong (SAB), vẽ đường thẳng qua M, vuông góc với SA và cắt SH tại D. Ta có D là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Tam giác SAH vuông tại H, $\widehat{ASH} = 60°$, suy ra: $SH = \frac{a}{2} = SM$.

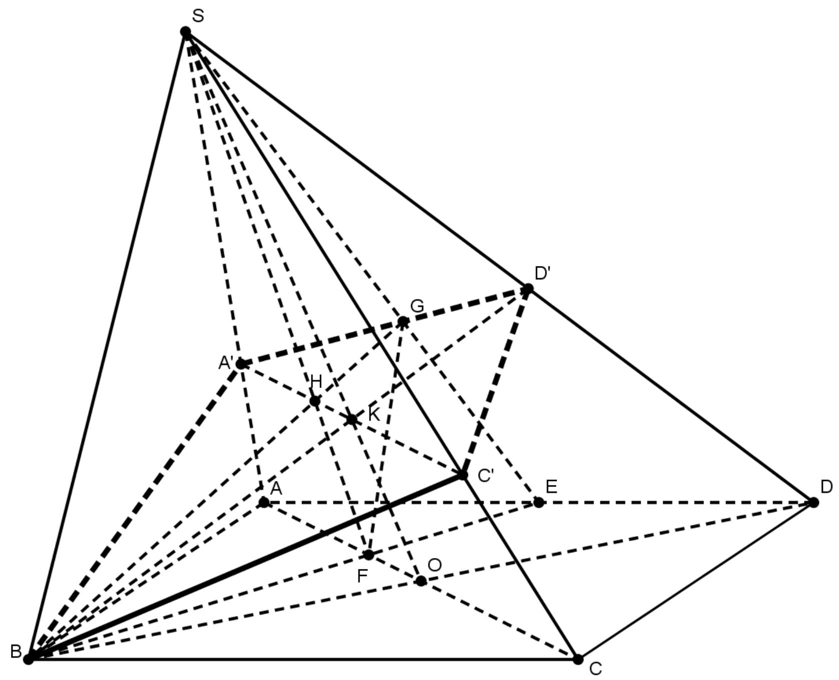
Ta có $\triangle SAH = \triangle SDM$ (g – c – g) $\Rightarrow DS = AS = a$. Vậy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là a.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, gọi G là trọng tâm tam giác SAD, mặt phẳng (α) chứa BG và song song với AC cắt SA, SD, SC lần lượt tại A', D', C'. Tỉ số $\frac{V_{S.A'BC'D'}}{V_{S.ABCD}}$ bằng

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{9}{20}$. **C.** $\frac{5}{16}$. **D.** $\frac{117}{128}$.

Lời giải

Chọn B



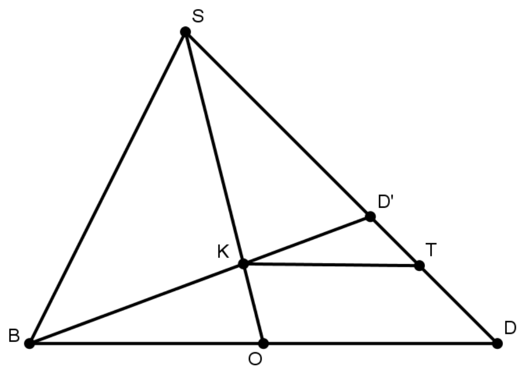
Gọi E là trung điểm AD, F là giao điểm của AC và BE, suy ra $\dfrac{EF}{FB} = \dfrac{AE}{BC} = \dfrac{1}{2}$.

Do đó $GF//SB$, $\dfrac{SB}{GF} = \dfrac{SE}{GE} = 3$.

Gọi H là giao điểm của BG và SF, suy ra $\dfrac{SH}{HF} = \dfrac{SB}{GF} = 3 \Rightarrow \dfrac{SH}{SF} = \dfrac{3}{4}$.

Trong (SAC), vẽ đường thẳng qua H, song song với AC và cắt SA, SC lần lượt tại A', C'.
Ta có (α) là $(BG, A'C')$. Khi đó $\Rightarrow \dfrac{SA'}{SA} = \dfrac{SC'}{SC} = \dfrac{3}{4}$.

Gọi O là giao điểm của AC và BD, K là giao điểm của SO và $A'C'$, D' là giao điểm của BK và SD, ta có $D' = SD \cap (\alpha)$ và $\Rightarrow \dfrac{SK}{SO} = \dfrac{SC'}{SC} = \dfrac{3}{4}$



Trong (SBD), vẽ $KT // BD$, $T \in SD$, ta có $\dfrac{KT}{OD} = \dfrac{ST}{SD} = \dfrac{SK}{SO} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow \dfrac{D'T}{D'D} = \dfrac{KT}{BD} = \dfrac{3}{8}$.

$$\begin{cases}\dfrac{ST}{SD}=\dfrac{3}{4}\\ \dfrac{D'T}{D'D}=\dfrac{3}{8}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{ST}{TD}=3\\ \dfrac{D'T}{TD}=\dfrac{3}{5}\end{cases}\Rightarrow\dfrac{ST}{D'T}=5\Rightarrow SD'=4D'T\,.\ (1)$$

$$\dfrac{D'T}{D'D}=\dfrac{3}{8}\Rightarrow D'D=\dfrac{8}{3}D'T\,.\ (2)$$

$$(1),\ (2)\Rightarrow\dfrac{SD'}{D'D}=\dfrac{3}{2}\Rightarrow\dfrac{SD'}{SD}=\dfrac{3}{5}$$

Ta có $\dfrac{V_{S.A'BC'}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SC'}{SC}=\dfrac{3}{4}.\dfrac{3}{4}=\dfrac{9}{16}\Rightarrow\dfrac{V_{S.A'BC'}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{9}{32}$. (3)

$$\dfrac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ACD}}=\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SC'}{SC}.\dfrac{SD'}{SD}=\dfrac{3}{4}.\dfrac{3}{4}.\dfrac{3}{5}=\dfrac{27}{80}\Rightarrow\dfrac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{27}{160}.\ (4)$$

$$(1),\ (2)\Rightarrow\dfrac{V_{S.A'BC'D'}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{V_{S.A'BC'}}{V_{S.ABCD}}+\dfrac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{9}{32}+\dfrac{27}{160}=\dfrac{9}{20}.$$

Câu 49: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đường cong $y=x^4-8x^2+10$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1. Số phần tử của S là

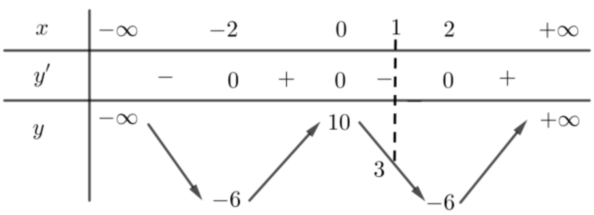
A. 12. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^4-8x^2+10$. Ta có $y'=4x^3-16x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: đường thẳng $y=m$ cắt đường cong $y=x^4-8x^2+10$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn 1 khi và chỉ khi $-6<m<3$.

Vì $m\in\mathbb{N}^*$ nên $m=1$ hoặc $m=2$.

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+3x^2+3mx-1$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $m>0$. **B.** $m\le1$. **C.** $m\le-1$. **D.** $m\ge2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = -3x^2 + 6x + 3m$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi $y' \le 0, \forall x \in (0;+\infty)$

$$\Leftrightarrow m \le x^2 - 2x, \forall x \in (0;+\infty) \quad (*).$$

Xét $f(x) = x^2 - 2x$ trên $(0;+\infty)$. Ta có $f'(x) = 2x - 2$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

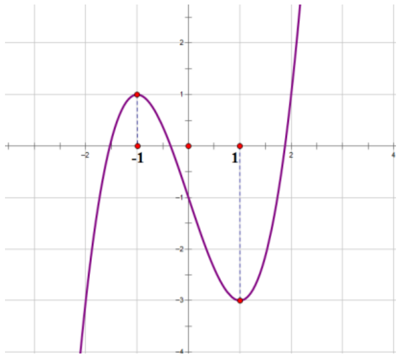
Từ bảng biến thiên suy ra $(*) \Leftrightarrow m \le \min\limits_{(0;+\infty)} f(x) \Leftrightarrow m \le -1$.

HẾT

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 20

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây:



A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$.

C. $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 2: Hàm số $y=x^{\frac{1}{2}}$ có tập xác định là

A. $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\left[0;+\infty\right)$.

C. $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(1+x\right)\left(1-x\right)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4: Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=x^3+3x^2-3$.

A. $y_{CT}=0$. **B.** $y_{CT}=-3$. **C.** $y_{CT}=9$. **D.** $y_{CT}=1$.

Câu 5: Cho hình nón $\left(N\right)$ có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón $\left(N\right)$.

A. $S=10\pi a^2$. **B.** $S=14\pi a^2$. **C.** $S=36\pi a^2$. **D.** $S=20\pi a^2$.

Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên $\left[0;2\right]$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 5. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** -5.

Câu 7: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=2021$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-2021$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

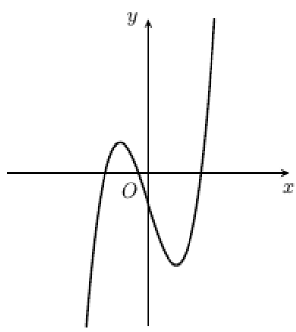
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2021$ và $x=-2021$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2021$ và $y=-2021$.

Câu 8: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4 và độ dài đường sinh bằng $l=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 19π. **D.** 48π.

Câu 9: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây.



A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$.

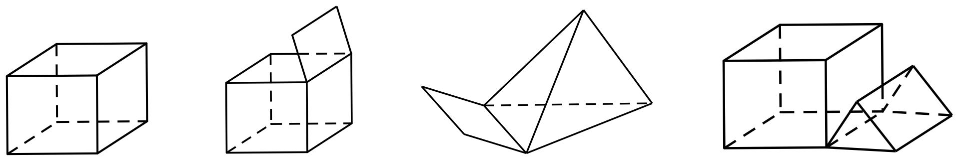
C. $y=-x^3-3x-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Câu 10: Tìm số giao điểm của $\left(C\right): y=x^3+x-3$ và đường thẳng $y=x-2$?

A. 2. **B.** 0.

C. 3. **D.** 1.

Câu 11: Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), tìm hình đa diện.



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 4. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 1.

Câu 12: Cho $a, x, y > 0; a \neq 1; \alpha \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\log_a(x.y) = \log_a x + \log_a y$. **B.** $\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x$.

C. $\log_a \sqrt{x} = \frac{1}{2}\log_a x$. **D.** $\log_{\sqrt{a}} x = \frac{1}{2}\log_a x$.

Câu 13: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và cạnh bên bằng h là

A. $\frac{1}{2}B.h$. **B.** $3B.h$. **C.** $B.h$. **D.** $\frac{1}{3}B.h$.

Câu 14: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\int f'(x)\mathrm{d}x = f(x) + C$. **B.** $\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$.

C. $\int x^\alpha \mathrm{d}x = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \forall \alpha \neq -1$. **D.** $\int a^x \mathrm{d}x = a^x \ln a + C \ (0 < a \neq 1)$.

Câu 15: Thể tích của khối lập phương cạnh a bằng

A. a^3. **B.** a^2. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** $\frac{1}{3}a^2$.

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 + 3x - m^2 + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\left[\begin{array}{l} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{array}\right.$. **B.** $-4 \leq m \leq 2$. **C.** $-4 < m < 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -4 \end{array}\right.$.

Câu 17: Số nghiệm thực của phương trình $\log_{2020}(x^2 - 3x + 2) = \log_{2020}(x-1)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 18: Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{7}$. Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{\sqrt{14}}{12}.\pi a^3$. **B.** $\frac{7\sqrt{12}}{14}.\pi a^3$. **C.** $\frac{7\sqrt{14}}{3}.\pi a^3$. **D.** $\frac{7\sqrt{14}}{12}.\pi a^3$.

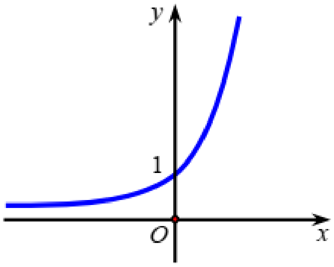
Câu 19: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{\cos x}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$.

A. $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{\pi}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$. **D.** $\frac{3}{2\pi}$.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{9}}(x-1) \geq -\frac{1}{2}$ là

A. $(1;4)$. **B.** $(1;4]$. **C.** $[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4]$.

Câu 21: Hàm số nào dưới đây có dạng đồ thị như hình vẽ?



A. $y = x^3 - 3x + 1$ **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

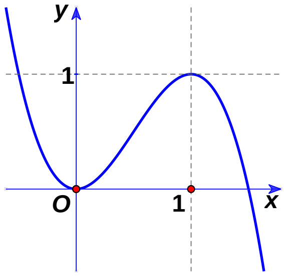
C. $y = 2020^x$. **D.** $y = \log_{2020}(x + 2020)$.

Câu 22: Cho biết $\int \frac{2x - 13}{(x+1)(x-2)} dx = a\ln|x+1| + b\ln|x-2| + C$.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a + 2b = 8$. **B.** $a + b = 8$. **C.** $2a - b = 8$. **D.** $a - b = 8$.

Câu 23: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x) = x$.



A. 0. **B.** 1.

C. 2. **D.** 3.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$. Tìm m để phương trình $f(x) = m^2 - 3m + 1$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $\left[\begin{array}{l} m > 3 \\ m < 0 \end{array}\right.$. **B.** $0 < m < 3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \geq 3 \\ m \leq 0 \end{array}\right.$. **D.** $0 \leq m \leq 3$.

Câu 25: Cho hàm số: $y = x^4 - 2x^2$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đi qua gốc tọa độ.

A. $(t_1): y = 0; (t_2): y = -\frac{\sqrt{6}}{9}x;\ (t_3): y = \frac{\sqrt{6}}{9}x$.

B. $(t_1): y = 0; (t_2): y = -\frac{4\sqrt{6}}{7}x;\ (t_3): y = \frac{4\sqrt{6}}{7}x$.

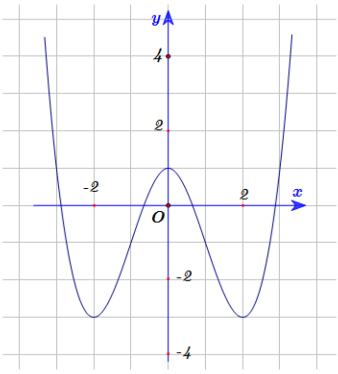
C. $(t_1): y = 0; (t_2): y = -\frac{4}{9}x;\ (t_3): y = \frac{4}{9}x$.

D. $(t_1): y = 0; (t_2): y = -\frac{4\sqrt{6}}{9}x;\ (t_3): y = \frac{4\sqrt{6}}{9}x$.

Câu 26: Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 3$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$

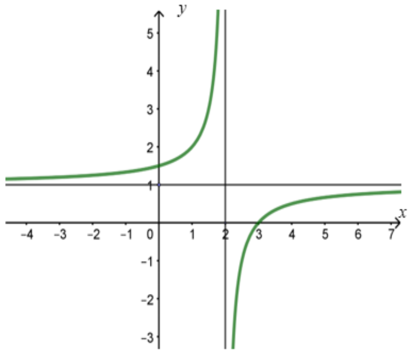
A. 6. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 27: Đồ thị trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây.



A. $y = |x^3 - 3x^2 + 1|$. **B.** $y = |x|^3 - 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 - 8x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 28: Đồ thị hàm số trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



A. $y=\dfrac{x-3}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{1+3x}{x-2}$.

C. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{-x+2}$.

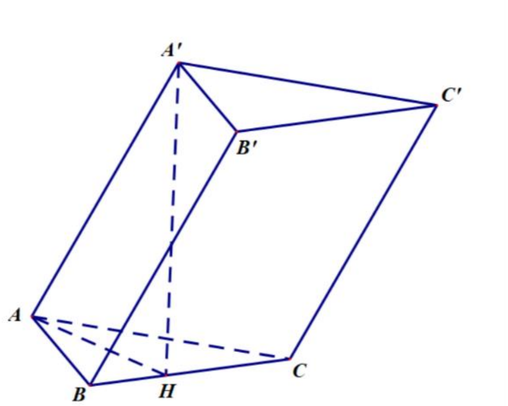
Câu 29: Một người gửi ngân hàng 100 tr theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,5\%$ một tháng (không đổi trong suốt quá trình gửi). Sau ít nhất bao nhiêu tháng người đó có nhiều hơn 125 tr.

A. 44 tháng. **B.** 45 tháng. **C.** 46 tháng. **D.** 47 tháng.

Câu 30: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^{x}\right)=-2$ là:

A. $\log_6 5$. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 31: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC=a\sqrt{3}$, $BC=3a$, $\widehat{ACB}=30^\circ$ (tham khảo hình vẽ). Gọi H là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $HC=2HB$. Hai mặt phẳng $(A'AH)$ và $(A'BC)$ cùng vuông góc với (ABC). Cạnh bên hợp với đáy một góc 60°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:



A. $\dfrac{9a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$.

C. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{9a^3}{2}$.

Câu 32: Tìm nguyên hàm của hàm số $\int x^5\sqrt{1-x^3}\,dx$.

A. $\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1-x^3}{2}-\dfrac{\left(1-x^3\right)^2\sqrt{1-x^3}}{3}\right)+c$. **B.** $-\dfrac{2}{3}\left(1-x^3\right)^2\left(\dfrac{1}{3\sqrt{1-x^3}}+\dfrac{\sqrt{1-x^3}}{5}\right)+c$.

C. $-\dfrac{2}{3}\left(1-x^3\right)^2\left(\dfrac{1}{3\sqrt{1-x^3}}-\dfrac{\sqrt{1-x^3}}{5}\right)+c$. **D.** $\dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1-x^3}{2}+\dfrac{\left(1-x^3\right)^2\sqrt{1-x^3}}{3}\right)+c$.

Câu 33: Cho hàm số $y=x^3-mx^2+(m-1)x+2$. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Câu 34: Một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích bằng 48 và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chất liệu làm đáy và 4 mặt bên của hộp có giá thành gấp ba lần giá thành của chất liệu làm nắp hộp. Gọi h là chiều cao của hộp để giá thành của hộp là thấp nhất. Biết $h=\dfrac{m}{n}$ với m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tổng $m+n$ là

A. 12. **B.** 13. **C.** 11. **D.** 14.

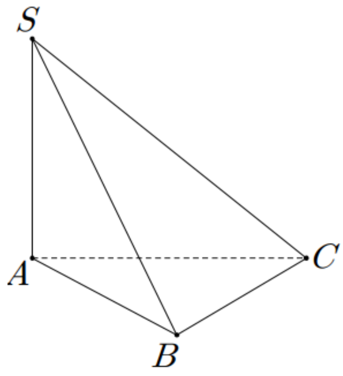
Câu 35: Một khách hàng gửi ngân hàng 20 triệu đồng, kỳ hạn 3 tháng, với lãi suất $0,65\%$ một tháng theo phương thức lãi kép. Hỏi sau bao lâu vị khách này mới có số tiền lãi nhiều hơn số tiền gốc ban đầu gửi ngân hàng? Giả sử người đó không rút lãi ở tất cả các định kỳ.

A. 8 năm. **B.** 19 tháng. **C.** 18 tháng. **D.** 9 năm.

Câu 36: Cho phương trình $\log_{0,2}(5x+m+1)+\log_5(4-3x-x^2)=0$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có nghiệm thực?

A. 18 **B.** 17 **C.** 23 **D.** 15

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=3a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng $30°$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng:



A. a. **B.** $\frac{2a}{3}$.

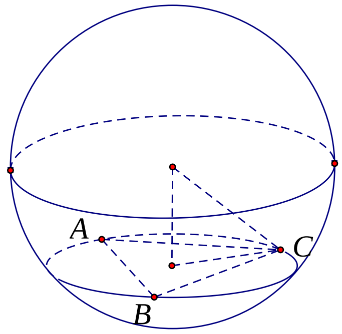
C. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Câu 38: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\ln(x^2+1)-mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ là:

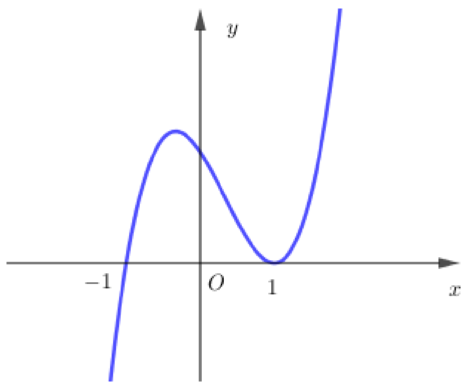
A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 39: Cho mặt cầu (S). Một mặt phẳng (P) cách tâm của mặt cầu một khoảng bằng $6(\text{cm})$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn đi qua ba điểm A, B, C biết $AB=6(\text{cm})$, $BC=8(\text{cm})$, $CA=10(\text{cm})$ (tham khảo hình vẽ). Đường kính của mặt cầu (S) bằng:

A. 14. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** 20. **D.** $2\sqrt{61}$.



Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)(x-1)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x)|x-1|=m^2-m$ có hai nghiệm có hoành độ nằm ngoài đoạn $[-1;1]$.

A. $m>0$. **B.** $m>1$ hoặc $m<0$. **C.** $m<1$. **D.** $0<m<1$.

Câu 41: Cho một mặt cầu bán kính bằng 1. Xét các hình chóp tam giác đều ngoại tiếp mặt cầu trên. Hỏi thể tích nhỏ nhất của chúng là bao nhiêu?

A. $\min V = 9\sqrt{3}$. **B.** $\min V = 16\sqrt{3}$. **C.** $\min V = 8\sqrt{3}$. **D.** $\min V = 4\sqrt{3}$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V. Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$, (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AE và song song với đường thẳng BD, (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AMEN$.

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{V}{6}$. **C.** $\frac{V}{12}$. **D.** $\frac{2V}{9}$.

Câu 43: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_2(m-x)+2m=2^x+3x-1$ có nghiệm thuộc $[0;3]$?

A. 2. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 44: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x-2m2^x+m+2=0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m>2$. **B.** $m>-2$. **C.** $-2<m<2$. **D.** $m<2$.

Câu 45: Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)=\log_2(mx-8)$ có hai nghiệm thực phân biệt là

A. 4. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 46: Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn hàm số $y=\frac{4a^3+a}{b+1}x+cos\left(\sqrt{2b+1}.x\right)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty;+\infty)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S=27b-8a^3$.

A. 40. **B.** 351. **C.** 345. **D.** 81.

Câu 47: Cho các số thực x, y, z thỏa mãn:

$$\begin{cases} x \geq 3y > 3 \\ x-2y+z-y^2-yz+1=0. \end{cases}$$

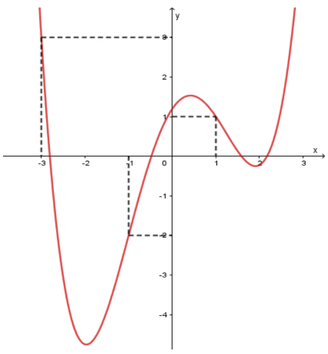
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P(x,y,z)=x^2+9y^2-2(3x-1)y+z$.

A. 0. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 48: Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{x^3-7x+1+m}=2x-1$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 16. **B.** 17. **C.** 18. **D.** 15.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 4. **B.** 1.

C. 3. **D.** 2.

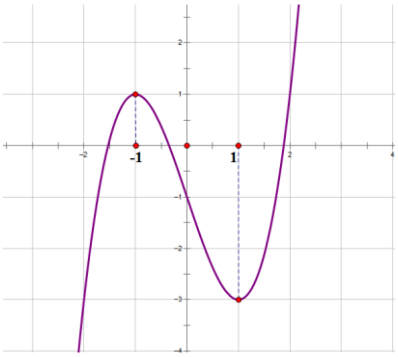
Câu 50: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-2mx+4}$ có 3 đường tiệm cận.

A. $m<2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>2\\ m<-2\end{array}\right.\\ m\neq\dfrac{5}{2}\end{cases}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m>2\\ m<-2\end{array}\right.$.

---------- **HẾT** ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây:



A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Nhìn đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ nên chọn đáp án **A.**

Câu 2: **[Mức độ 1]** Hàm số $y=x^{\frac{1}{2}}$ có tập xác định là

A. $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\left[0;+\infty\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Do $\frac{1}{2}\notin\mathbb{Z}$ nên tập xác định của hàm số là $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 3: **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(1+x\right)\left(1-x\right)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có bảng xét dấu của $f'\left(x\right)=\left(1+x\right)\left(1-x\right)$ như sau:

x		-1		1	
f'(x)	-	0	+	0	-

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 4: **[Mức độ 1]** Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y=x^3+3x^2-3$.

A. $y_{CT}=0$. **B.** $y_{CT}=-3$. **C.** $y_{CT}=9$. **D.** $y_{CT}=1$.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2+6x, y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

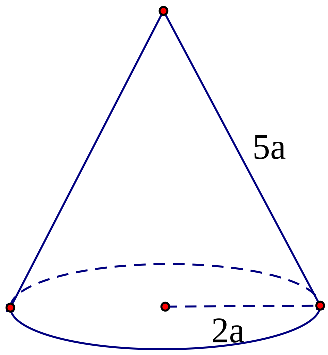
x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $y_{CT} = -3$.

Câu 5: **[Mức độ 1]** Cho hình nón (N) có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón (N).

A. $S = 10\pi a^2$. **B.** $S = 14\pi a^2$. **C.** $S = 36\pi a^2$. **D.** $S = 20\pi a^2$.

Lời giải



Diện tích xung quanh của hình nón (N) là: $S = \pi rl = \pi.2a.5a = 10\pi a^2$.

Câu 6: **[Mức độ 1]** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x-3}$ trên $[0;2]$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 5. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** -5.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $y' = \dfrac{-8}{(x-3)^2} < 0, \forall x \in [0;2]$.

Tính $y(0) = \dfrac{1}{3}$; $y(2) = -5$.

Suy ra $\max\limits_{[0;2]} y = \dfrac{1}{3}$ khi $x = 0$.

Câu 7: **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2021$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -2021$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2021$ và $x = -2021$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 2021$ và $y = -2021$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=2021$ và $y=-2021$.

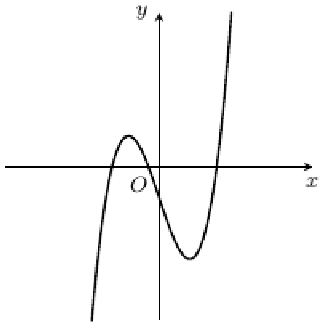
Câu 8: **[Mức độ 1]** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 4 và độ dài đường sinh bằng $l=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 24π. **C.** 19π. **D.** 48π.

Lời giải

Thể tích của khối trụ đã cho bằng $V=\pi r^2 l=\pi.4^2.3=48\pi$.

Câu 9: **[Mức độ 1]** Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây.



A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$. **C.** $y=-x^3-3x-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Lời giải

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a>0$.

Do đó đây là đồ thị của hàm số $y=x^3-3x-1$.

Câu 10: **[Mức độ 1]** Tìm số giao điểm của $(C): y=x^3+x-3$ và đường thẳng $y=x-2$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

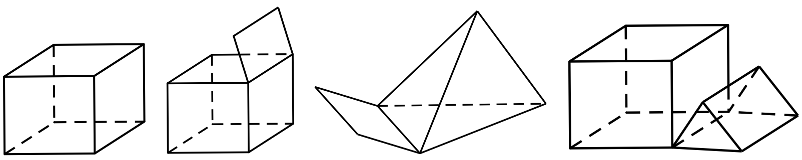
Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3+x-3=x-2 \Leftrightarrow x^3=1 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy có 1 giao điểm giữa (C) và đường thẳng $y=x-2$.

Chọn đáp án D.

Câu 11: **[Mức độ 1]** Mỗi hình sau gồm một số hữu hạn đa giác phẳng (kể cả các điểm trong của nó), tìm hình đa diện.



Hình 1 Hình 2 Hình 3 Hình 4

A. Hình 4. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 1.

Lời giải

Đoạn thẳng nối hai điểm bất kì từ hai cạnh của đa giác đều phải nằm trong đa giác đó $\Rightarrow$Hình 2,3,4 không thỏa mãn.

Chọn đáp án D.

Câu 12: **[Mức độ 1]** Cho $a,x,y>0;a\neq 1;\alpha\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\log_a(x.y)=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_a x^\alpha=\alpha\log_a x$.

C. $\log_a \sqrt{x} = \frac{1}{2}\log_a x$. **D.** $\log_{\sqrt{a}} x = \frac{1}{2}\log_a x$.

Lời giải

Ta có: $\log_{\sqrt{a}} x = \log_{a^{\frac{1}{2}}} x = 2\log_a x \Rightarrow$ đáp án D sai.

Chọn đáp án D.

Câu 13: **[Mức độ 1]** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và cạnh bên bằng h là

A. $\frac{1}{2}B.h$. **B.** $3B.h$. **C.** $B.h$. **D.** $\frac{1}{3}B.h$.

Lời giải

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và cạnh bên bằng h là $V = \frac{1}{3}B.h$.

Câu 14: **[Mức độ 1]** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\int f'(x)\mathrm{d}x = f(x) + C$. **B.** $\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$.

C. $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \forall \alpha \neq -1$. **D.** $\int a^x\mathrm{d}x = a^x \ln a + C\ (0 < a \neq 1)$.

Lời giải

Ta có $\int a^x\mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C\ (0 < a \neq 1)$ nên phương án **D** sai.

Câu 15: **[Mức độ 1]** Thể tích của khối lập phương cạnh a bằng

A. a^3. **B.** a^2. **C.** $\frac{1}{3}a^3$. **D.** $\frac{1}{3}a^2$.

Lời giải

Thể tích của khối lập phương có cạnh a bằng: $V = a^3$.

Câu 16: **[Mức độ 2]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 + 3x - m^2 + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\left[\begin{array}{l} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{array}\right.$. **B.** $-4 \leq m \leq 2$. **C.** $-4 < m < 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -4 \end{array}\right.$.

Lời giải

Hàm số $y = x^3 - (m+1)x^2 + 3x - m^2 + 2$ có $y' = 3x^2 - 2(m+1)x + 3$.

Để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ (*).

Ta có $y' = 3x^2 - 2(m+1)x + 3$ là tam thức bậc hai có hệ số của x^2 bằng $3 > 0$ và biệt thức $\Delta' = (m+1)^2 - 9$.

Do đó (*) $\Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 9 \leq 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq m+1 \leq 3 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 2$.

Câu 17: **[Mức độ 2]** Số nghiệm thực của phương trình $\log_{2020}(x^2 - 3x + 2) = \log_{2020}(x-1)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-3x+2>0 \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<1 \end{array}\right. \\ x>1 \end{cases} \Leftrightarrow x>2$.

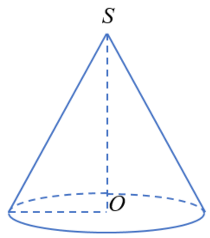
Phương trình đã cho tương đương với $x^2-3x+2=x-1 \Leftrightarrow x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Kết hợp với điều kiện $x>2$, suy ra phương trình có nghiệm duy nhất $x=3$.

Câu 18: **[Mức độ 2]** Một khối nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{7}$. Thể tích khối nón bằng

A. $\frac{\sqrt{14}}{12}.\pi a^3$. **B.** $\frac{7\sqrt{12}}{14}.\pi a^3$. **C.** $\frac{7\sqrt{14}}{3}.\pi a^3$. **D.** $\frac{7\sqrt{14}}{12}.\pi a^3$.

Lời giải



Thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{7}$ nên đường sinh $l=a\sqrt{7}$ và đường kính đường tròn đáy bằng $a\sqrt{14}$, bán kính $r=\frac{a\sqrt{14}}{2}$. Chiều cao $h=\frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{14}}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{14}}{2}=\frac{7\sqrt{14}}{12}.\pi a^3$.

Câu 19: **[Mức độ 2]** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{\cos x}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]$.

A. $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}}{\pi}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$. **D.** $\frac{3}{2\pi}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=\frac{-x\sin x-\cos x}{x^2}<0$, $\forall x\in\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]$.

Suy ra $\min\limits_{\left[\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]} f(x)=f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{3}{2\pi}$.

Câu 20: **[Mức độ 2]** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{9}}(x-1)\ge -\frac{1}{2}$ là

A. $(1;4)$. **B.** $(1;4]$. **C.** $[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4]$.

Lời giải

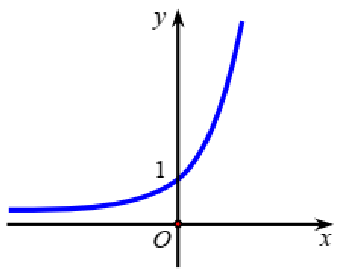
Điều kiện xác định: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$

Vì $0<\frac{1}{9}<1$ nên $\log_{\frac{1}{9}}(x-1)\geq -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x-1\leq \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x-1\leq 3 \Leftrightarrow x\leq 4$.

Kết hợp với điều kiện, ta có $1<x\leq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(1;4]$.

Câu 21: **[Mức độ 2]** Hàm số nào dưới đây có dạng đồ thị như hình vẽ?



A. $y=x^3-3x+1$ **B.** $y=x^4-2x^2+1$.

C. $y=2020^x$. **D.** $y=\log_{2020}(x+2020)$.

Lời giải

Do đồ thị hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên loại các phương án **A,** **B.**

Mà đồ thị luôn nằm phía trên trục Ox nên loại phương án **D.**

Câu 22: **[Mức độ 2]** Cho biết $\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)}dx = a\ln|x+1|+b\ln|x-2|+C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=8$. **B.** $a+b=8$. **C.** $2a-b=8$. **D.** $a-b=8$.

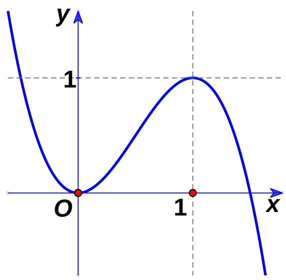
Lời giải

Ta có

$$\int \frac{2x-13}{(x+1)(x-2)}dx = \int\left(\frac{5}{x+1}-\frac{3}{x-2}\right)dx = 5\int\frac{1}{x+1}dx - 3\int\frac{1}{x-1}dx = 5\ln|x+1|-3\ln|x-2|+C.$$

Vậy $\begin{cases} a=5 \\ b=-3 \end{cases} \Rightarrow a-b=8$.

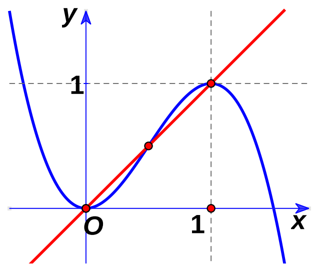
Câu 23: **[Mức độ 2]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x)=x$.



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x)=x$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=x$.



Dựa và hình vẽ suy ra phương trình $f(x)=x$ có 3 nghiệm.

Câu 24: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $f(x)=2x^2-4x+3$. Tìm m để phương trình $f(x)=m^2-3m+1$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $\left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<0 \end{array}\right.$. **B.** $0<m<3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 3 \\ m\le 0 \end{array}\right.$. **D.** $0\le m\le 3$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=4x-4=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$
					$y=m^2-3m+1$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Phương trình $f(x)=m^2-3m+1$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m^2-3m+1>1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<0 \end{array}\right.$

Câu 25: **[Mức độ 2]** Cho hàm số: $y=x^4-2x^2$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đi qua gốc tọa độ.

A. $(t_1): y=0; (t_2): y=-\dfrac{\sqrt{6}}{9}x;\ (t_3): y=\dfrac{\sqrt{6}}{9}x$.

B. $(t_1): y=0; (t_2): y=-\dfrac{4\sqrt{6}}{7}x;\ (t_3): y=\dfrac{4\sqrt{6}}{7}x$.

C. $(t_1): y=0; (t_2): y=-\dfrac{4}{9}x;\ (t_3): y=\dfrac{4}{9}x$.

D. $(t_1): y=0; (t_2): y=-\dfrac{4\sqrt{6}}{9}x;\ (t_3): y=\dfrac{4\sqrt{6}}{9}x$.

Lời giải

Gọi $A(x_0;y_0)\in(C)$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại A là: $y-(x_0^4-2x_0^2)=(4x_0^3-4x_0)(x-x_0)$.

Tiếp tuyến đi qua $O(0;0)$ nên

$$-\left(x_0^4-2x_0^2\right)=\left(4x_0^4-4x_0\right)\left(-x_0\right)\Leftrightarrow 3x_0^4-2x_0^2=0\Leftrightarrow x_0=0;\ x_0=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Thay các giá trị của x_0 vào phương trình của (t) ta được 3 tiếp tuyến của (C) kẻ từ $O(0;0)$ là: $d_1: y=0;\ d_2: y=-\frac{4\sqrt{6}}{9}x;\ d_3: y=\frac{4\sqrt{6}}{9}x$.

Câu 26: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+3$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$

A. 6. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 4.

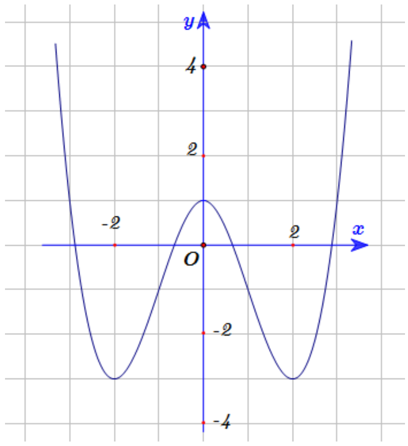
Lời giải

Ta có: $y'=-3x^2-2mx+4m+9$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-3<0\\ \Delta'=m^2+12m+27\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -9\le m\le -3$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=\{-9;-8;...;-3\}$. Vậy có tất cả 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27: **[Mức độ 2]** Đồ thị trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây.



A. $y=\left|x^3-3x^2+1\right|$. **B.** $y=|x|^3-3x^2+1$.

C. $y=x^4-8x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

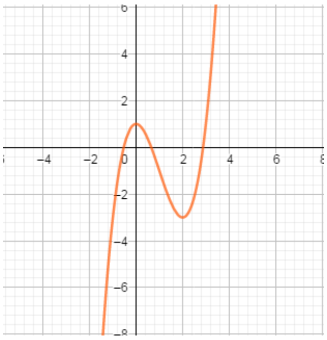
Nhìn vào đồ thị ta thấy:

Loại đáp án A vì hàm trị tuyệt đối luôn dương.

Loại đáp án C, D vì khi tính giá trị cực đại, cực tiểu ko đúng.

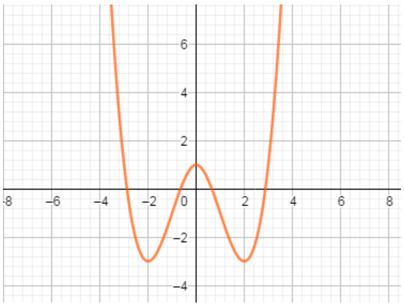
Chọn đáp án B vì: đây là đồ thị của hàm $y=f\left(|x|\right)=|x|^3-3x^2+1$

Hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có đồ thị như sau:

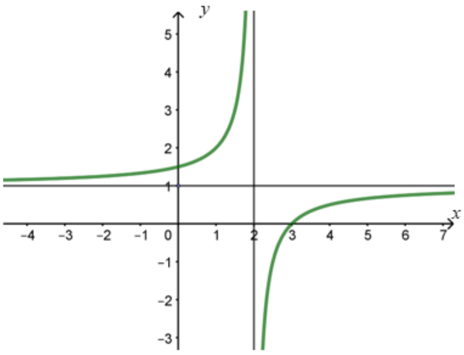


Lấy đối xứng phần đồ thị nằm bên phải trục Oy ta được đồ thị hàm số

Suy ra hàm số $y = f\left(|x|\right) = |x|^3 - 3x^2 + 1$



Câu 28: **[Mức độ 2]** Đồ thị hàm số trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



A. $y = \dfrac{x-3}{x-2}$. **B.** $y = \dfrac{1+3x}{x-2}$. **C.** $y = \dfrac{x+1}{x-2}$. **D.** $y = \dfrac{x-3}{-x+2}$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là $x = 2$ và tiệm cận ngang có phương trình là $y = 1$ nên loại **B** và **D**

Mặt khác đồ thị hàm số đi qua điểm $(3;0)$.Vậy **chọn A**

x

Câu 29: **[Mức độ 2]** Một người gửi ngân hàng 100 tr theo hình thức lãi kép với lãi suất $0,5\%$ một tháng (không đổi trong suốt quá trình gửi). Sau ít nhất bao nhiêu tháng người đó có nhiều hơn 125 tr.

A. 44 tháng. **B.** 45 tháng.
C. 46 tháng. **D.** 47 tháng.

Lời giải

Số tiền thu được sau n tháng là $P_n = 100(1+0,5\%)^n$

Ta có $P_n > 125 \Rightarrow n > \log_{(1+0,5\%)}\left(\frac{125}{100}\right) \approx 44,7$.

Vậy sau ít nhất 45 tháng thì người đó có nhiều hơn 125 tr.

Câu 30: **[Mức độ 2]** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}\left(6^{x+1}-36^x\right)=-2$ là:

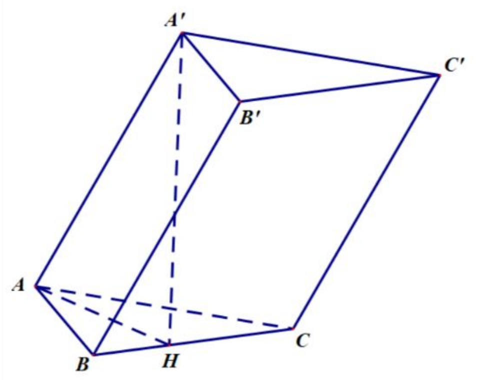
A. $\log_6 5$. **B.** 0. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Phương trình tương đương $6^{x+1}-36^x=5 \Leftrightarrow 36^x-6.6^x+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}6^x=1\\6^x=5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=\log_6 5\end{array}\right.$.

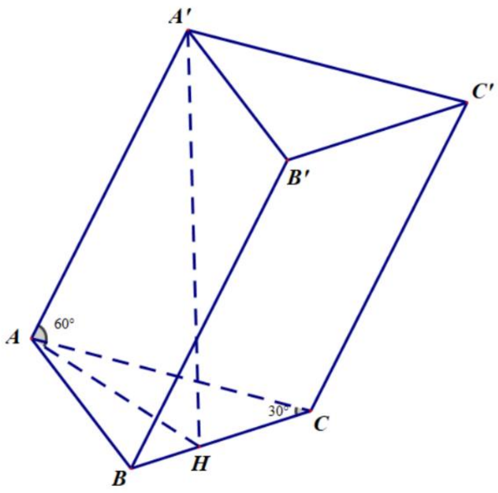
Vậy tích các nghiệm bằng 0.

Câu 31: **[Mức độ 2]** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC=a\sqrt{3}$, $BC=3a$, $\widehat{ACB}=30°$ (tham khảo hình vẽ). Gọi H là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $HC=2HB$. Hai mặt phẳng $(A'AH)$ và $(A'BC)$ cùng vuông góc với (ABC). Cạnh bên hợp với đáy một góc $60°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:



A. $\frac{9a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{4}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\frac{9a^3}{2}$.

Lời giải



Ta có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}CB.CA.\sin C = \frac{3a^2\sqrt{3}}{4}$.

Từ giả thiết $\begin{cases} (A'AH) \perp (ABC) \\ (A'BC) \perp (ABC) \\ (A'AH) \cap (A'BC) = A'H \end{cases} \Rightarrow A'H \perp (ABC)$.

Do đó góc hợp bởi cạnh bên AA' và đáy (ABC) là $A'AH = 60°$.

Xét tam giác $\Delta AA'H$ ta có

$AH^2 = AC^2 + HC^2 - 2AC.HC.\cos C = \left(\sqrt{3}a\right)^2 + (2a)^2 - 2.\sqrt{3}a.2a\cos 30° = a^2$ nên $AH = a$.

Xét tam giác ΔACH vuông tại H ta có $A'H = AH.\tan 60° = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là: $V = A'H.S_{\Delta ABC} = a\sqrt{3}.\frac{3a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9a^3}{4}$.

Câu 32: **[Mức độ 2]** Tìm nguyên hàm của hàm số $\int x^5\sqrt{1-x^3}\,dx$.

A. $\frac{2}{3}\left(\frac{1-x^3}{2} - \frac{(1-x^3)^2\sqrt{1-x^3}}{3}\right) + c$.

B. $-\frac{2}{3}(1-x^3)^2\left(\frac{1}{3\sqrt{1-x^3}} + \frac{\sqrt{1-x^3}}{5}\right) + c$.

C. $-\frac{2}{3}(1-x^3)^2\left(\frac{1}{3\sqrt{1-x^3}} - \frac{\sqrt{1-x^3}}{5}\right) + c$.

D. $\frac{2}{3}\left(\frac{1-x^3}{2} + \frac{(1-x^3)^2\sqrt{1-x^3}}{3}\right) + c$.

Lời giải

$I = \int x^5\sqrt{1-x^3}\,dx = \int x^2x^3\sqrt{1-x^3}\,dx$

Đặt $u = \sqrt{1-x^3} \Rightarrow u^2 = 1-x^3$

$\Rightarrow 2u\,du = -3x^2dx \Leftrightarrow x^2dx = -\frac{2}{3}u\,du$

$I = \int -\frac{2}{3}u(1-u^2)u\,du = -\frac{2}{3}\int (u^2-u^4)\,du = -\frac{2}{3}\left(\frac{u^3}{3} - \frac{u^5}{5}\right) + c$

$$I = -\frac{2}{3}\left(1-x^3\right)^2\left(\frac{1}{3\sqrt{1-x^3}} - \frac{\sqrt{1-x^3}}{5}\right) + c$$

Câu 33: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 + (m-1)x + 2$. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -1$.

Lời giải

$y' = 3x^2 - 2mx + m - 1$

$y'' = 6x - 2m$

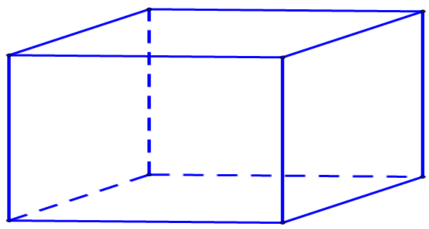
Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(1) = 0 \\ f''(1) > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2m + m - 1 = 0 \\ 6 - 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$

Câu 34: **[Mức độ 2]** Một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích bằng 48 và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chất liệu làm đáy và 4 mặt bên của hộp có giá thành gấp ba lần giá thành của chất liệu làm nắp hộp. Gọi h là chiều cao của hộp để giá thành của hộp là thấp nhất. Biết $h = \frac{m}{n}$ với m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tổng $m + n$ là

A. 12. **B.** 13. **C.** 11. **D.** 14.

Lời giải



Gọi chiều dài, chiều rộng của hộp là $2x$ và x $(x > 0)$. Khi đó, ta có thể tích của cái hộp là

$$V = 2x^2.h \Rightarrow 2x^2.h = 48 \Leftrightarrow x^2.h = 24$$

Do giá thành làm đáy và mặt bên hộp là 3, giá thành làm nắp hộp là 1 nên giá thành làm hộp là

$$L = 3\left(2x^2 + 2xh + 4xh\right) + 2x^2$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số không âm, ta được

$$L = 8x^2 + 9xh + 9xh \geq 3\sqrt[3]{8x^2.9xh.9xh} = 3\sqrt[3]{648\left(x^2h\right)^2} = 216$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases} 8x^2 = 9xh \\ x^2h = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9h}{8} \\ \frac{9^2}{8^2}.h^3 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ h = \frac{8}{3} \end{cases}$

Vậy $m = 8$, $n = 3$ và $m + n = 11$.

Câu 35: **[Mức độ 2]** Một khách hàng gửi ngân hàng 20 triệu đồng, kỳ hạn 3 tháng, với lãi suất $0,65\%$ một tháng theo phương thức lãi kép. Hỏi sau bao lâu vị khách này mới có số tiền lãi nhiều hơn số tiền gốc ban đầu gửi ngân hàng? Giả sử người đó không rút lãi ở tất cả các định kỳ.

A. 8 năm. **B.** 19 tháng. **C.** 18 tháng. **D.** 9 năm.

Lời giải

Ta có: Lãi suất theo kỳ hạn 3 tháng là $3.0,65\% = 1,95\%$

Gọi n là số kỳ hạn cần tìm. Theo giả thiết, ta có n là số tự nhiên nhỏ nhất thỏa:

$$20(1+0,0195)^n - 20 > 20 \Leftrightarrow n > 35.89$$

Ta chọn $n = 36$ (kỳ hạn), một kỳ hạn là 3 tháng, nên thời gian cần là 108 tháng, tức là 9 năm.

Câu 36: **[Mức độ 3] [Mức độ 3]** Cho phương trình $\log_{0,2}(5x+m+1)+\log_5(4-3x-x^2)=0$ (m là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình có nghiệm thực?

A. 18 **B.** 17 **C.** 23 **D.** 15

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} 5x+m+1>0 \\ 4-3x-x^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4<x<1 \\ 5x+m+1>0 \end{cases}$.

Khi đó, $\log_{0,2}(5x+m+1)+\log_5(4-3x-x^2)=0 \Leftrightarrow \log_5(4-3x-x^2)=\log_5(5x+m+1)$

$\Leftrightarrow 4-3x-x^2 = 5x+m+1 \Leftrightarrow 3-8x-x^2 = m \ (*)$.

Xét hàm số $f(x) = -x^2-8x+3$ trên $(-4;1)$, ta có $f'(x) = -2x-8$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-4$.

Bảng biến thiên

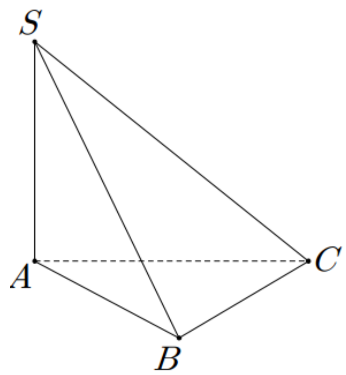
x	-4		1
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	19	$\searrow$	-6

Từ BBT suy ra phương trình $(*)$ có nghiệm trên $(-4;1) \Leftrightarrow -6<m<19$.

Do m nguyên dương nên $m \in \{1;2;...;18\}$.

Vậy có 18 giá trị của m.

Câu 37: **[Mức độ 3]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = 3a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) bằng $30°$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng:

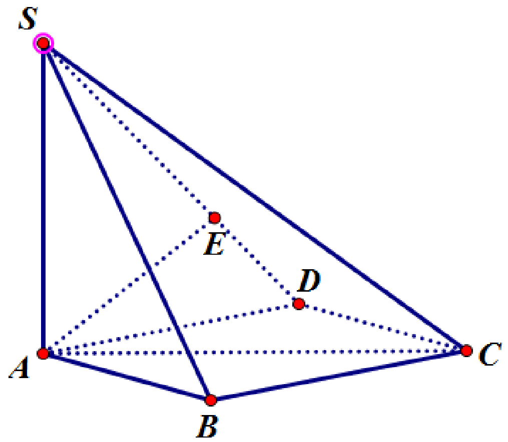


A. a. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \\ AB \cap SA = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (SBC) là góc $SBA = 30°$. Do đó $SA = 3a.\tan 30° = a\sqrt{3}$.



Dựng D sao cho $ABCD$ là hình vuông. Dựng $AE \perp SD$ tại E.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \\ AD \cap SA = A \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AE$.

Mà $AE \perp SD$ suy ra $AE \perp (SCD)$.

Ta có $d(AB;SC) = d(AB;(SCD)) = d(A;(SCD)) = AE$.

Tam giác SAD vuông tại A nên : $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = \sqrt{3a^2 + 9a^2} = 2\sqrt{3}a$.

Mà $AE = \frac{AS.AD}{SD} = \frac{\sqrt{3}a.3a}{2\sqrt{3}a} = \frac{3a}{2}$. Vậy $d(AB;SC) = \frac{3a}{2}$.

Câu 38: **[Mức độ 3]** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x) = \ln(x^2+1) - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ là:

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $[-1;1]$. **D.** $(-\infty;-1)$.

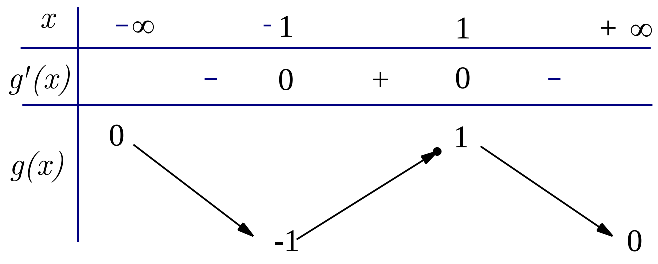
Lời giải

Ta có $f'(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}-m$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi

$$f(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \frac{2x}{x^2+1}-m\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \underset{(-\infty;+\infty)}{Min}\frac{2x}{x^2+1}\geq m$$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$ trên $\mathbb{R}$ có $g'(x)=\dfrac{2-2x^2}{(x^2+1)^2}$ và $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

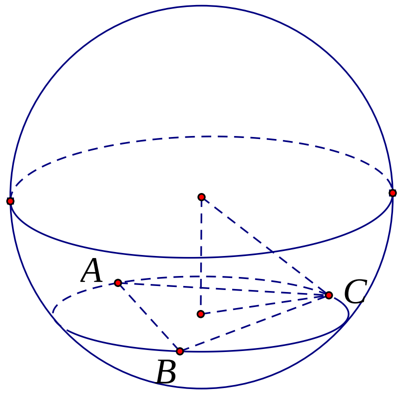


Suy ra $\underset{(-\infty;+\infty)}{Min}\dfrac{2x}{x^2+1}=-1$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi $m\leq -1$.

Câu 39: **[Mức độ 3]** Cho mặt cầu (S). Một mặt phẳng (P) cách tâm của mặt cầu một khoảng bằng $6(\text{cm})$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn đi qua ba điểm A, B, C biết $AB=6(\text{cm})$, $BC=8(\text{cm})$, $CA=10(\text{cm})$ (tham khảo hình vẽ). Đường kính của mặt cầu (S) bằng:

A. 14. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** 20. **D.** $2\sqrt{61}$.



Lời giải

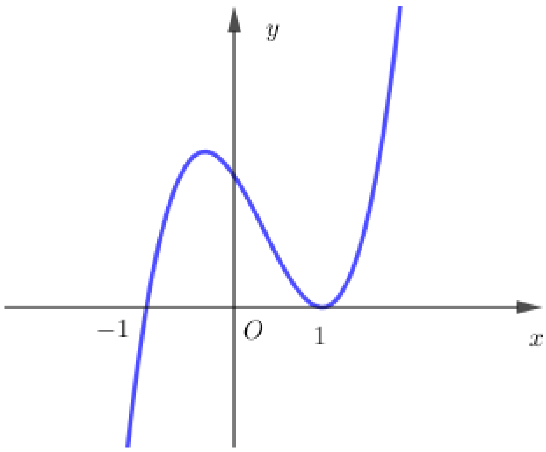
Gọi bán kính của mặt cầu (S) là R, bán kính đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) là r, khoảng cách từ tâm của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) là $h=6(\text{cm})$.

Ta có $R=\sqrt{r^2+h^2}$

Tam giác ABC có $AB^2+BC^2=6^2+8^2=100^2=CA^2$ suy ra tam giác ABC vuông ở B suy ra $r=\dfrac{CA}{2}=5(\text{cm})$ Suy ra $R=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{5^2+6^2}=\sqrt{61}$

Vậy đường kính của mặt cầu là $2R=2\sqrt{61}$

Câu 40: **[Mức độ 3]** Cho hàm số $y=f(x)(x-1)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $f(x)|x-1|=m^2-m$ có hai nghiệm có hoành độ nằm ngoài đoạn $[-1;1]$.

A. $m>0$.
B. $m>1$ hoặc $m<0$.
C. $m<1$.
D. $0<m<1$.

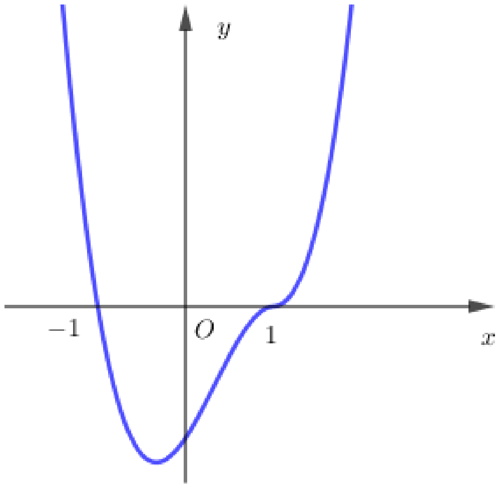
Lời giải

Số nghiệm của phương trình $f(x)|x-1|=m^2-m$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=m^2-m$ và đồ thị hàm số $y=f(x)|x-1|$.

Ta có $y=f(x)|x-1|=\begin{cases} f(x)(x-1) & \text{khi } x\ge 1 \\ -f(x)(x-1) & \text{khi } x<1 \end{cases}$ nên hàm số $y=f(x)|x-1|$ có đồ thị:

+) Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $y=f(x)(x-1)$ ứng với miền $x\ge 1$.

+) Lấy đối xứng qua Ox phần đồ thị của hàm số $y=f(x)(x-1)$ ứng với miền $x<1$ và bỏ phần đồ thị của hàm số $y=f(x)(x-1)$ ứng với miền $x<1$.



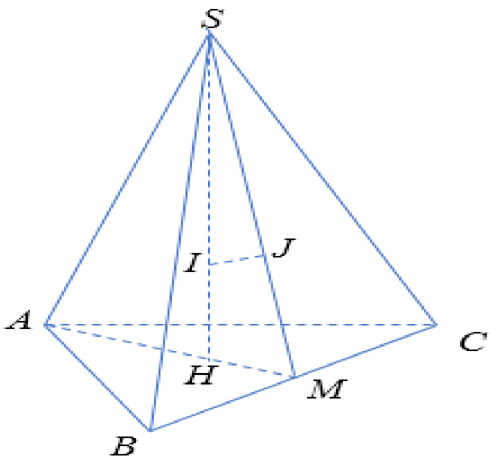
Để đường thẳng $y = m^2 - m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)|x-1|$ tại 2 điểm có hoành độ nằm ngoài đoạn $[-1;1]$ thì đường thẳng $y = m^2 - m$ nằm hoàn toàn trên trục hoành.

Khi đó $m^2 - m > 0 \Leftrightarrow m > 1$ hoặc $m < 0$.

Câu 41: **[Mức độ 3]** Cho một mặt cầu bán kính bằng 1. Xét các hình chóp tam giác đều ngoại tiếp mặt cầu trên. Hỏi thể tích nhỏ nhất của chúng là bao nhiêu?

A. $\min V = 9\sqrt{3}$. **B.** $\min V = 16\sqrt{3}$. **C.** $\min V = 8\sqrt{3}$. **D.** $\min V = 4\sqrt{3}$

Lời giải



Xét hình chóp tam giác đều $S.ABC$ ngoại tiếp mặt cầu (S) có bán kính bằng 1.

Gọi cạnh đáy của hình chóp là a; M là trung điểm của BC; H là tâm của tam giác ABC.

Gọi I là tâm của mặt cầu (S). Khi đó $I \in SH$. Dựng $IJ \perp SM, J \in SM$.

Dễ chứng minh được $IJ \perp (SBC)$ và $IJ = IH = 1$.

Ta có $\Delta SIJ \sim \Delta SMH \Rightarrow \dfrac{SI}{SM} = \dfrac{IJ}{MH} \Rightarrow MH.SI = IJ.SM \Rightarrow MH(SH - IH) = IJ\sqrt{SH^2 + HM^2}$

$\Rightarrow MH^2(SH-1)^2 = SH^2 + HM^2 \Leftrightarrow (MH^2 - 1)SH^2 - 2SH.MH^2 = 0$ (*)

Có $MH = \dfrac{1}{3}AM = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

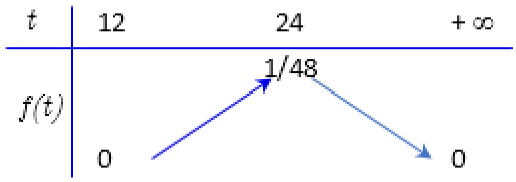
$(*) \Rightarrow (a^2-12)SH^2 - 2a^2SH = 0 \Rightarrow SH = \dfrac{2a^2}{a^2-12}, (a^2 > 12)$

Thể tích khối chóp: $V = \dfrac{1}{3}S_{ABC}.SH = \dfrac{\sqrt{3}}{6}\dfrac{a^4}{a^2-12} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}\dfrac{1}{\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{12}{a^4}}$.

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{1}{t} - \dfrac{12}{t^2}, t > 12$.

Ta có $f'(t) = -\dfrac{1}{t^2} + \dfrac{24}{t^3}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 24$

Bảng biến thiên:



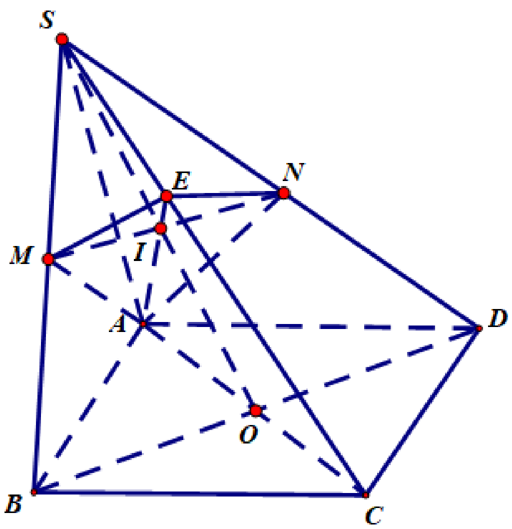
Suy ra $\dfrac{1}{a^2} - \dfrac{12}{a^4} \le \dfrac{1}{48} \Rightarrow V \ge 8\sqrt{3}$.

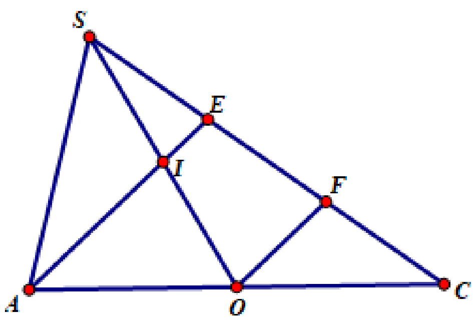
Vậy thể tích nhỏ nhất của khối chóp là $V = 8\sqrt{3}$.

Câu 42: **[Mức độ 3]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích V. Gọi E là điểm trên cạnh SC sao cho $EC = 2ES$, (α) là mặt phẳng chứa đường thẳng AE và song song với đường thẳng BD, (α) cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại hai điểm M, N. Tính theo V thể tích khối chóp $S.AMEN$.

A. $\dfrac{V}{3}$. **B.** $\dfrac{V}{6}$. **C.** $\dfrac{V}{12}$. **D.** $\dfrac{2V}{9}$.

Lời giải





Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$; I là giao điểm của AE và SO.

Theo bài ra: $\dfrac{SE}{SC} = \dfrac{1}{3}$; MN đi qua điểm I và $MN // BD$.

Ta có: $\dfrac{V_{S.AME}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SE}{SC}$; $\dfrac{V_{S.ANE}}{V_{S.ADC}}=\dfrac{SN}{SD}.\dfrac{SE}{SC}$, $V_{S.ABC}=V_{S.ADC}=\dfrac{V}{2}$.

Kẻ $OF//AE,\ F\in[SC]$. Vì O là trung điểm của AC nên F là trung điểm của EC, theo giả thiết suy ra E là trung điểm của SF.

Xét tam giác SOF có E là trung điểm của SF và $OF//IE$, suy ra I là trung điểm của SO.

$\Rightarrow \dfrac{SI}{SO}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow \dfrac{SM}{SB}=\dfrac{SN}{SD}=\dfrac{1}{2}$.

Do đó $\dfrac{V_{S.AME}}{\frac{1}{2}V}=\dfrac{V_{S.ANE}}{\frac{1}{2}V}=\dfrac{1}{6}\Rightarrow V_{SAMEN}=\dfrac{1}{6}V$.

Câu 43: **[Mức độ 3]** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_2(m-x)+2m=2^x+3x-1$ có nghiệm thuộc $[0;3]$?

A. 2. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện: $m-x>0$

Ta có $\log_2(m-x)+2m=2^x+3x-1$

$\Leftrightarrow \log_2(2m-2x)+2m-2x=2^x+x$

$\Leftrightarrow \log_2(2m-2x)+2m-2x=\log_2 2^x+2^x\ \ (*)$.

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+t$ trên $(0;+\infty)$.

Ta có: $f'(t)=1+\dfrac{1}{t.\ln 2}>0,\ \forall t>0$.

Suy ra hàm số $f(t)$ liên tục và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Do đó $(*)\Leftrightarrow f(2m-2x)=f(2^x)\Leftrightarrow 2m-2x=2^x\Leftrightarrow 2m=2^x+2x$.

Đặt $g(x)=2^x+2x$.

Vì $g'(x)=2^x.\ln 2+2>0,\ \forall x\in[0;3]$ nên ta có BBT

x	0	3
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	1 ↗	14

Do đó $ycbt\Leftrightarrow 1\le 2m\le 14\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\le m\le 7$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{1;2;3;4;5;6;7\}$.

Vậy có 7 giá trị m cần tìm.

Câu 44: **[Mức độ 3]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x-2m2^x+m+2=0$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m>2$. **B.** $m>-2$. **C.** $-2<m<2$. **D.** $m<2$.

Lời giải

Đặt $t = 2^x > 0$ ta có phương trình $t^2 - 2mt + m + 2 = 0\ (1)$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi (1) có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 2 \end{array}\right. \\ m > 0 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2.$$

Câu 45: **[Mức độ 3]** Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$ có hai nghiệm thực phân biệt là

A. 4. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\log_{\sqrt{2}}(x-1) = \log_2(mx-8)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 > 0 \\ mx - 8 > 0 \\ 2\log_2(x-1) = \log_2(mx-8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 > 0 \\ mx - 8 > 0 \\ \log_2(x-1)^2 = \log_2(mx-8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 > 0 \\ (x-1)^2 = mx - 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ m = x + \dfrac{9}{x} - 2 \quad (1) \end{cases}$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt (1) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Xét hàm số $f(x) = x + \dfrac{9}{x} - 2$ trên khoảng $(1; +\infty)$

$$f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3$$

Bảng biến thiên:

x	1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	8	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $4 < m < 8$. Vậy $m \in \{5; 6; 7\}$.

Câu 46: **[Mức độ 4]** Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn hàm số $y = \dfrac{4a^3 + a}{b+1}x + cos\left(\sqrt{2b+1}.x\right)$ đồng biến trong khoảng $(-\infty; +\infty)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = 27b - 8a^3$.

A. 40. **B.** 351. **C.** 345. **D.** 81.

Lời giải

Theo giả thiết ta có: $y' = \dfrac{4a^3+a}{b+1} - \sqrt{2b+1}\sin\left(\sqrt{2b+1}\,x\right)$

Hàm số đồng biến trong khoảng $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y' = \dfrac{4a^3+a}{b+1} - \sqrt{2b+1}\sin\left(\sqrt{2b+1}\,x\right) \ge 0$, $\forall x$

$\Leftrightarrow \min\limits_{\mathbb{R}}\left(\dfrac{4a^3+a}{b+1} - \sqrt{2b+1}\sin\left(\sqrt{2b+1}\,x\right)\right) \ge 0$

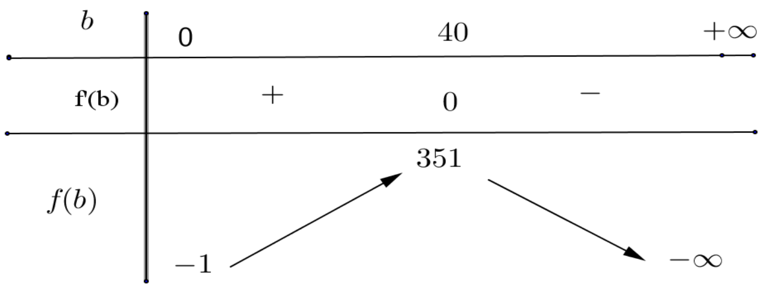
$\Leftrightarrow \dfrac{4a^3+a}{b+1} - \sqrt{2b+1} \ge 0 \Leftrightarrow 4a^3+a \ge (b+1)\sqrt{2b+1} \Leftrightarrow 8a^3+2a \ge \left[(2b+1)+1\right]\sqrt{2b+1}$

$\Leftrightarrow (2a)^3+2a \ge \left(\sqrt{2b+1}\right)^3 + \sqrt{2b+1} \Leftrightarrow 2a \ge \sqrt{2b+1}$.

Khi đó $S \le f(b) = 27b - \left(\sqrt{2b+1}\right)^3 \le \max\limits_{(0;+\infty)} f(b)$.

Xét hàm số $f(b) = 27b - \left(\sqrt{2b+1}\right)^3$ với $b>0$; $f'(b) = 27 - 3\sqrt{2b+1} = 0 \Leftrightarrow b = 40$

Bảng biến thiên hàm $f(b)$



Do đó: $S \le \max\limits_{(0;+\infty)} f(b) = f(40) = 351$

Câu 47: **[Mức độ 3]** Cho các số thực x, y, z thỏa mãn:

$$\begin{cases} x \ge 3y > 3 \\ x - 2y + z - y^2 - yz + 1 = 0. \end{cases}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P(x,y,z) = x^2 + 9y^2 - 2(3x-1)y + z$.

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $P(x,y,z) = x^2 + 9y^2 - 2(3x-1)y + z = x^2 - 6xy + 9y^2 + 2y + z = (x-3y)^2 + 2y + z$.

Suy ra $P \ge 2y + z$. (*)

Theo đề bài, $x - 2y + z - y^2 - yz + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 2y - z + y^2 + yz - 1$.

Do $x \ge 3$ nên $2y - z + y^2 + yz - 1 \ge 3 \Leftrightarrow 4y^2 + 4yz + 8y - 4z - 16 \ge 0$

$\Leftrightarrow 4y^2+4yz+z^2-z^2-8z-16+8y+4z\geq 0 \Leftrightarrow (2y+z)^2+4(2y+z)\geq (z+4)^2$

$\Leftrightarrow (2y+z)^2+4(2y+z)+4\geq (z+4)^2+4 \Leftrightarrow (2y+z+2)^2\geq (z+4)^2+4\geq 4$. (**)

Mặt khác vì $(2y+z+2)^2\geq (z+4)^2+4 \Leftrightarrow (2y+z+2)^2-(z+4)^2\geq 4>0$

Hay $(2y-2)(2y+2z+6)>0$.

Vì $3y>3\Rightarrow 2y-2>0$ nên $2y+2z+6>0\Leftrightarrow y+z+3>0\Leftrightarrow 2y+z>y-3$.

Mà $y>1\Rightarrow y-3>-2\Rightarrow 2y+z>-2$.

Từ (*) ta có $P+2\geq 2y+z+2\Rightarrow (P+2)^2\geq (2y+z+2)^2$.

Từ (**) ta suy ra $(P+2)^2\geq 4\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} P+2\geq 2\\ P+2\leq -2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} P\geq 0\\ P\leq -4\end{array}\right.$.

Do $P\geq 2y+z>-2$ nên loại $P\leq -4$. Suy ra $P\geq 0$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 0, dấu "=" xảy ra $\begin{cases} z=-4\\ x=3y\\ 2y+z=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=-4\\ y=2\\ x=6\end{cases}$.

Câu 48: **[Mức độ 3]** Số các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sqrt{x^3-7x+1+m}=2x-1$ có hai nghiệm phân biệt.

A. 16. **B.** 17 . **C.** 18. **D.** 15.

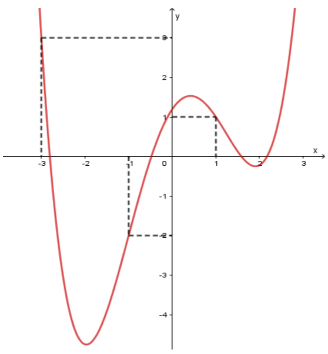
Lời giải

$$\sqrt{x^3-7x+1+m}=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1\geq 0\\ x^3-7x+1+m=(2x-1)^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq \dfrac{1}{2}\\ -x^3+4x^2+3x=m\end{cases}$$

Xét hàm số $f(x)=-x^3+4x^2+3x$ với $x\geq \dfrac{1}{2}$.

Ta có $f'(x)=-3x^2+8x+3$, $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3\\ x=-\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

Câu 49: **[Mức độ 3]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Từ đồ thị, ta thấy: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \\ x=x_3 \\ x=x_4 \end{array}\right. \ (x_1<x_2<x_3<x_4)$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		x_4		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 50: **[Mức độ 3]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-2mx+4}$ có 3 đường tiệm cận.

A. $m<2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $\left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right. \\ m\neq \dfrac{5}{2} \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right.$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=0, \lim\limits_{x\to+\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=0,\ \forall m$.

Do đó đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-2mx+4=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \Delta'>0 \\ m\neq \dfrac{5}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m^2-4>0 \\ m\neq \dfrac{5}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\neq \dfrac{5}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right. \end{array}\right..$$

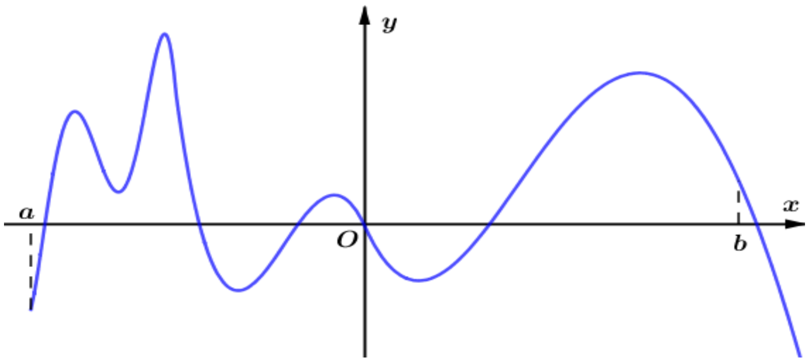
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 21

Câu 1: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+2}$. **B.** $y=-3x^3+x+4$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **D.** $y=-x^3+3x^2-9x+1$

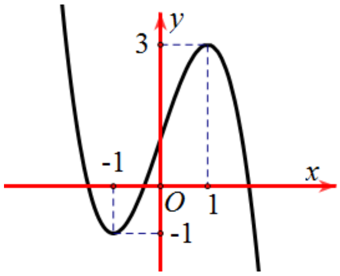
Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$?

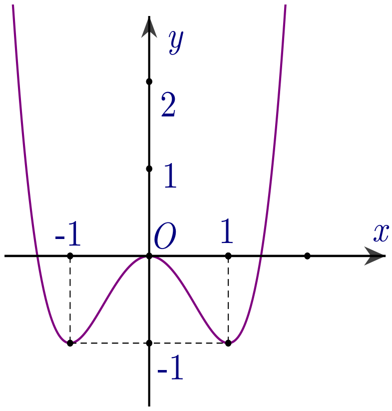
A. 4. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 3: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng.



A. Hàm số có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$ bằng 3.
B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ bằng -1.
C. Hàm số có giá trị lớn nhất trên $[-1;1]$ bằng 3.
D. Hàm số có giá trị lớn nhất trên $[-1;1)$ bằng 3.

Câu 4: Đường cong bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2-3$. **B.** $y=x^4+2x^2$.
C. $y=x^3-2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Câu 5: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x+1}$ có tiệm cận ngang là

A. $x=2$. **B.** $y=2$.
C. $y=-5$. **D.** $x=-1$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	7	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

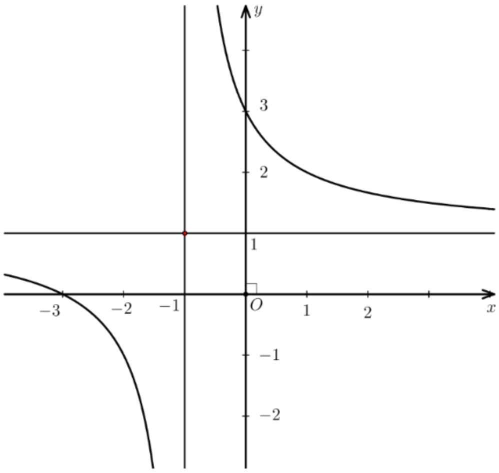
Giá trị m để đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=m$ tại ba điểm phân biệt là

A. $-3\le m\le 7$. **B.** $-1<m<7$. **C.** $m\ge 7$. **D.** $m\le -1$.

Câu 7: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{1-2x}$ có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-1$.

Câu 8: Đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang theo thứ tự là



A. $x=1$, $y=1$. **B.** $x=-3$, $y=3$. **C.** $x=-1$, $y=1$. **D.** $x=1$, $y=-1$.

Câu 9: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x-3\right)$.

A. $D=(-1;3)$. **B.** $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

C. $D=[-1;3]$. **D.** $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

Câu 10: Cho số thực $0<a\neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_a\sqrt{a}$.

A. $P=\dfrac{1}{2}$. **B.** $P=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $P=2$. **D.** $P=-2$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y=x^{\frac{7}{4}}$ là:

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $2^{x-1}=\dfrac{1}{4}$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Câu 13: Công thức tính thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V=Bh$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **C.** $V=3Bh$. **D.** $V=B^2h$.

Câu 14: Cho khối chóp có chiều cao h diện tích đáy S, khi đó thể tích khối chóp là?

A. $V=\dfrac{1}{6}hS$. **B.** $V=\dfrac{1}{2}hS$. **C.** $V=hS$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}hS$.

Câu 15: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a, đường cao là $2a$. Tính diện tích xung quanh hình nón?

A. $2\sqrt{5}\pi a^2$. **B.** $5a^2$ **C.** $2a^2$ **D.** $\sqrt{5}\pi a^2$

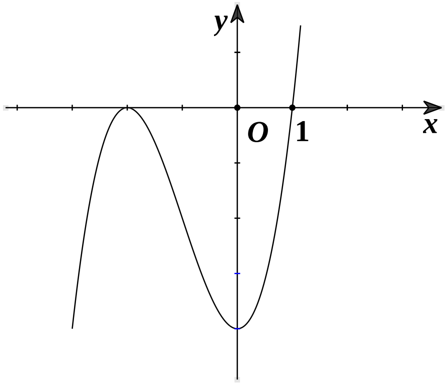
Câu 16: Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x+4$.

A. $y_{CT}=2$. **B.** $y_{CT}=1$. **C.** $y_{CT}=6$. **D.** $y_{CT}=-1$.

Câu 17: Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-3}{x-4m}$ đi qua điểm $A(-2;4)$?

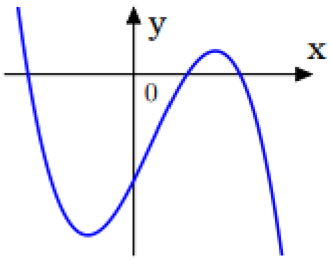
A. $m=1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 18: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+3x^2+d$ có đồ thị hàm số như hình bên dưới. Chọn nhận xét đúng trong các nhận xét sau



A. $a>0;d>0$. **B.** $a<0;d<0$. **C.** $a>0;d<0$. **D.** $a>0;d<0$.

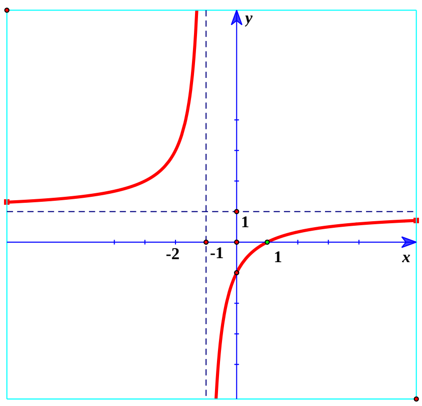
Câu 19: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $a<0,b<0,c<0,d<0$. **B.** $a<0,b>0,c>0,d>0$.

C. $a<0,b>0,c<0,d>0$. **D.** $a<0,b>0,c>0,d<0$.

Câu 20: Xác định a,b để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=1,\ b=-1$. **B.** $a=1,\ b=1$. **C.** $a=-1,\ b=1$. **D.** $a=-1,\ b=-1$.

Câu 21: Với các số thực a, b bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\dfrac{2020^a}{2020^b}=2020^{\frac{a}{b}}$. **B.** $\dfrac{2020^a}{2020^b}=2020^{a-b}$. **C.** $\dfrac{2020^a}{2020^b}=2020^{ab}$. **D.** $\dfrac{2020^a}{2020^b}=2020^{a+b}$

Câu 22: Với a,b là các số thực dương. Rút gọn của biểu thức $A=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}$ là

A. $\sqrt{a^3b^3}$. **B.** $\sqrt[3]{a^2b^2}$. **C.** $\sqrt[3]{ab}$. **D.** $\sqrt[6]{ab}$.

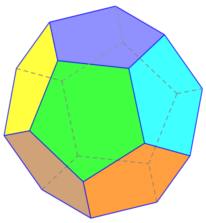
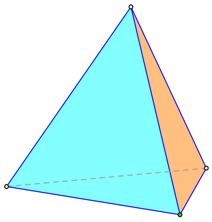
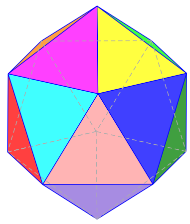
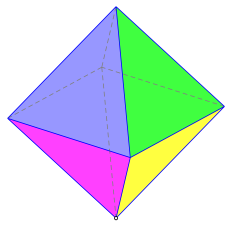
Câu 23: Nghiệm của phương trình $3^{\sqrt{x^2-5x+4}}=\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-1-x}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=1$.

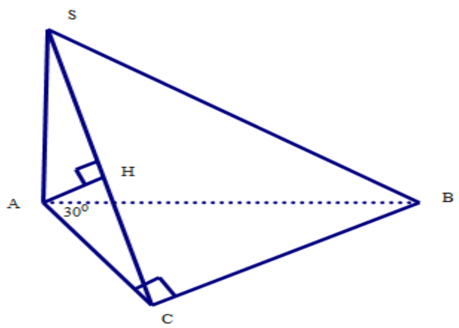
Câu 24: Phương trình $\log_2\left(x^2-2\right)+\log_{\frac{1}{2}}\left(5x-8\right)=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Tổng $P=x_1+x_2$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 25: Hình đa diện đều loại $\{3;5\}$ là hình nào sau đây.

A.  **B.**  **C.**  **D.** 

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA=2a$, tam giác ABC vuông ở C có $AB=2a$, góc $CAB=30^0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SC. Thể tích khối chóp $H.ABC$ là



A. $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{7}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 27: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ hợp với mặt phẳng đáy một góc 45^0. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{3a^3}{8}$ **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **D.** $\dfrac{a^3}{8}$

Câu 28: Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ biết ΔSBD là tam giác vuông cân tại S và $SB=a\sqrt{2}$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 29: Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB=4a$, $AC=5a$. Tính thể tích khối trụ.

A. $V=16\pi a^3$. **B.** $V=12\pi a^3$. **C.** $V=4\pi a^3$. **D.** $V=8\pi a^3$.

Câu 30: Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $V=4\pi a^3$. **B.** $V=\pi\dfrac{4}{3}a^3$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $V=\dfrac{3\pi a^3\sqrt{6}}{8}$.

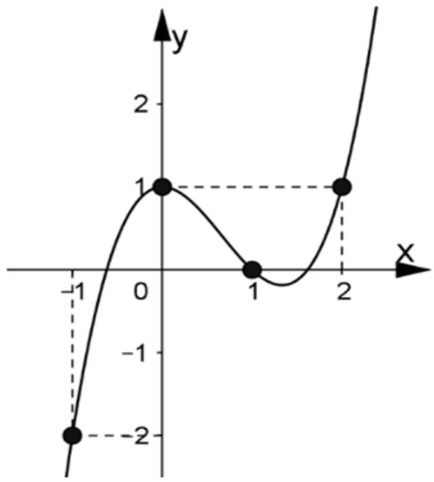
Câu 31: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left(m^3-3m\right)x^4+m^2x^3-mx^2+x+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 32: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-4}{\sqrt{x^2+x-2}-x}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình bên dưới. Hàm số $y=f(x)-\dfrac{1}{3}x^3+x^2-x+2$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?



A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Câu 34: Cho $f(x)=2.3^{\log_{81}x}+e^x+2020^{2021}$. Tính $f'(1)$

A. $f'(1)=e+\dfrac{1}{2}$. **B.** $f'(1)=e-1$. **C.** $f'(1)=\dfrac{-1}{2}+e$. **D.** $f'(1)=1+e$.

Câu 35: Với giá trị $m=m_0$ thì phương trình $4^{x^2}-4.2^{x^2}+5=m$ có 3 nghiệm phân biệt. Khi đó:

A. $m_0\in(-10;-5)$. **B.** $m_0\in(-8;2)$. **C.** $m_0\in(-2;6)$. **D.** $m_0\in(4;7)$.

Câu 36: Biết rằng phương trình $\log_2^3\left(x+a\right)^2+\log_{2a^2+2}\left(x+a\right)^2=0$ có 2 nghiệm thực x_1,x_2. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\left(x_1+x_2\right)^2=4$. **B.** $x_1.x_2=a^2$. **C.** $\left(x_1-x_2\right)^2=4$. **D.** $x_1.x_2=16a^2-1$.

Câu 37: Cho phương trình $(m-3)9^x+2(m+1)3^x-m-1=0$ (1). Biết rằng tập các giá trị của tham số m để phương (1) có hai nghiệm phân biệt là một khoảng $(a;b)$. Khi đó $a+b$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 38: Cho một khối đá trắng hình lập phương được sơn đen toàn bộ mặt ngoài. Người ta xẻ khối đá đó thành 729 khối đá nhỏ bằng nhau và cũng là hình lập phương. Hỏi có bao nhiêu khối đá nhỏ mà không có mặt nào bị sơn đen?

A. 345. **B.** 348. **C.** 346. **D.** 343.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3a,\ BC=4a,\ AC=5a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết các mặt bên của khối chóp cùng tạo với mặt đáy góc 45^0 và hình chiếu của S lên $mp(ABC)$ nằm trong tam giác ABC.

A. $4a^3$. **B.** $5a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$, $SC=a\sqrt{3}$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của SB,SD,CD,BC. Thể tích của khối chóp $A.MNPQ$ là

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 41: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC có $AC=a\sqrt{3}, BC=3a, ACB=30^o$. Cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy góc 60^o và hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc đoạn BC sao cho $CH=2HB$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{9a^3}{4}$. **C.** $\frac{9a^3}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 42: Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao bằng $8\,\text{cm}$, bán kính đáy bằng $6\,\text{cm}$. Cắt hình nónđã cho bởi một mặt phẳng vuông góc với trục ta được một hình nón (N) đỉnh S cóđường sinh bằng $4\,\text{cm}$. Tính thể tích của khối nón (N).

A. $V=\frac{2304}{125}\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $V=\frac{2358}{125}\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $V=\frac{768}{125}\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $V=\frac{786}{125}\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 43: Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, bán kính $R=3cm$, góc ở đỉnh hình nón là $\varphi=120°$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB, trong đó A, B là 2 điểm thuộc đường tròn đáy. Diện tích tam giác SAB bằng

A. $3\sqrt{3}\ \text{cm}^2$. **B.** $6\sqrt{3}\ \text{cm}^2$. **C.** $6\ \text{cm}^2$. **D.** $3\ \text{cm}^2$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=\frac{a\sqrt{6}}{2}$, các cạnh còn lại cùng bằng a. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

A. $R=\frac{a\sqrt{13}}{6}$ **B.** $R=\frac{a}{3}$ **C.** $R=\frac{a\sqrt{15}}{3}$ **D.** $R=\frac{a\sqrt{15}}{6}$

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $ADC=60^0$. Mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ADC$.

A. $S=\frac{13\pi a^2}{12}$. **B.** $S=\frac{5\pi a^2}{3}$. **C.** $S=\frac{13\pi a^2}{36}$. **D.** $S=\frac{5\pi a^2}{9}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-2x^2+(2-m)x+1$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

A. $\frac{2}{3}<m<2$. **B.** $\frac{2}{3}\le m<3$. **C.** $m>\frac{3}{2}$. **D.** $m<2$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$4 \searrow$		$-\infty$ || 5	$\searrow$	-5	$\nearrow$	4	$\searrow$	-5

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{2}{f^2(x)-9f(x)+20}$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 48: Tìm m để phương trình $\log_3^2 x-(m+3)\log_3 x+3m-1=0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2=27$.

A. $m=1$. **B.** $m=\dfrac{4}{3}$. **C.** $m=25$. **D.** $m=\dfrac{28}{3}$.

Câu 49: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'B$ vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, góc giữa AA' và $(ABCD)$ bằng $45°$. Khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và DD' bằng 1. Góc giữa mặt $(BB'C'C)$ và mặt phẳng $(CC'D'D)$ bằng $60°$. Thể tích khối hộp đã cho là

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 2.

Câu 50: Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60°, bán kính đáy bằng $2a$. Dãy mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... thỏa mãn: (S_1) tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón (N); (S_2) tiếp xúc ngoài với (S_1) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N); (S_3) tiếp xúc ngoài với (S_2) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N). Tổng diện tích các mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $9\pi a^2$.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.C	4.D	5.B	6.B	7.B	8.C	9.B	10.A
11.B	12.D	13.A	14.D	15.D	16.A	17.C	18.D	19.D	20.B
21.B	22.C	23.B	24.D	25.C	26.A	27.A	28.D	29.B	30.B
31.B	32.D	33.A	34.A	35.C	36.C	37.A	38.D	39.D	40.B
41.B	42.C	43.A	44.D	45.B	46.A	47.B	48.A	49.B	50.B

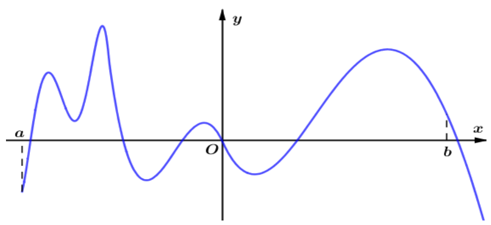
Câu 1: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+2}$. **B.** $y=-3x^3+x+4$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **D.** $y=-x^3+3x^2-9x+1$

Lời giải

Hàm số $y=-x^3+3x^2-9x+1$ có $y'=-3x^2+6x-9=-3(x-1)^2-6<0$ $\forall x\in(-\infty;+\infty)$ nên nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



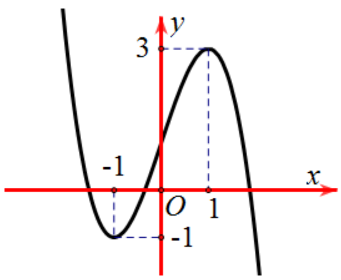
Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số suy ra hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng.



A. Hàm số có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$ bằng 3.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ bằng -1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất trên $[-1;1]$ bằng 3.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất trên $[-1;1)$ bằng 3.

Lời giải

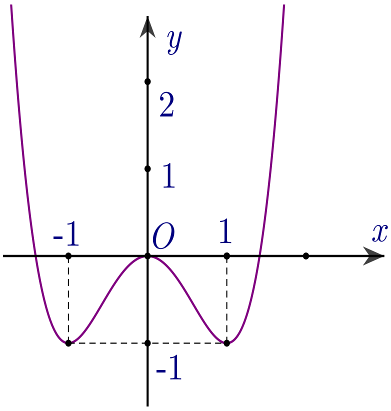
Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax^3+bx^2+cx+d\right)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(ax^3+bx^2+cx+d\right)=+\infty$, nên hàm số không tồn tại GTLN và GTNN trên $\mathbb{R}$.

$\lim\limits_{x\to1^-}\left(ax^3+bx^2+cx+d\right)=3$ nên không tồn tại $\max\limits_{[-1;1)}\left(ax^3+bx^2+cx+d\right)$.

Vậy dựa vào đồ thị hàm số suy ra $\max\limits_{[-1;1]}\left(ax^3+bx^2+cx+d\right)$.

Câu 4: Đường cong bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2-3$. **B.** $y=x^4+2x^2$. **C.** $y=x^3-2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Lời giải

Về hình ảnh, ta có: Đường cong là đồ thị của hàm bậc 4 $y=ax^4+bx^2+c$ với hệ số $a>0$ và có ba điểm cực trị.

Lại có $y=x^4-2x^2 \Rightarrow y'=4x^3-4x$.

Khi đó: $y'=0 \Leftrightarrow x=0$ hay $x=\pm1$. Phù hợp với hình vẽ của đồ thị có ba điểm cực trị.

Câu 5: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x+1}$ có tiệm cận ngang là

A. $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-5$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-5}{x+1}=2 \Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x+1}$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	7	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị m để đồ thị hàm sô $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=m$ tại ba điểm phân biệt là

A. $-3\le m\le7$. **B.** $-1<m<7$. **C.** $m\ge7$. **D.** $m\le-1$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=m$ tại ba điểm phân biệt khi $-1<m<7$. Vậy ta **Chọn B**

Câu 7: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{1-2x}$ có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

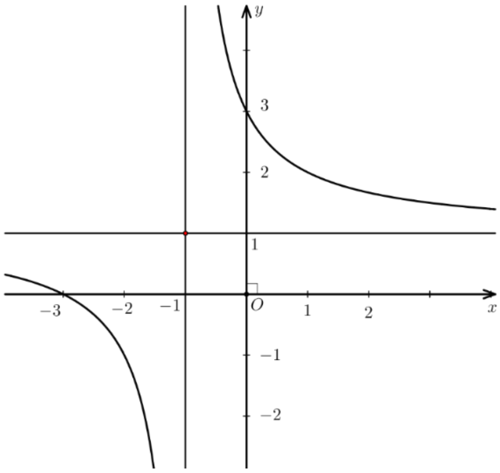
Tập xác định của hàm số $D=(-\infty,+\infty)\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$.

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-1}{1-2x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{1-2x}{x}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1-\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-2}=-\frac{1}{2}$

và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-1}{1-2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{1-2x}{x}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1-\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}-2}=-\frac{1}{2}$.

Nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=-\frac{1}{2}$.

Câu 8: Đồ thị hàm số như hình vẽ dưới đây có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang theo thứ tự là



A. $x=1$, $y=1$. **B.** $x=-3$, $y=3$. **C.** $x=-1$, $y=1$. **D.** $x=1$, $y=-1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là $x=-1$, $y=1$.

Câu 9: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x-3\right)$.

A. $D=(-1;3)$. **B.** $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

C. $D=[-1;3]$. **D.** $D=(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x-3\right)$ xác định khi $x^2-2x-3>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. Tập xác định của hàm số đã cho là $D=(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. Vậy **Chọn B**

Câu 10: Cho số thực $0<a\neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_a\sqrt{a}$.

A. $P=\frac{1}{2}$. **B.** $P=-\frac{1}{2}$. **C.** $P=2$. **D.** $P=-2$.

Lời giải

Ta có: $P=\log_a\sqrt{a}=\log_a a^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{7}{4}}$ là:

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có $\frac{7}{4}$ là số không nguyên. Do đó $D=(0;+\infty)$.

Câu 12: Nghiệm của phương trình $2^{x-1}=\frac{1}{4}$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Ta có phương trình

$2^{x-1}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^{x-1}=2^{-2}$

$\Leftrightarrow x-1=-2$

$\Leftrightarrow x=-1$.

Câu 13: Công thức tính thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V=Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **C.** $V=3Bh$. **D.** $V=B^2h$.

Lời giải

Công thức tính thể tích V của khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là: $V=Bh$.

Câu 14: Cho khối chóp có chiều cao h diện tích đáy S, khi đó thể tích khối chóp là?

A. $V=\frac{1}{6}hS$. **B.** $V=\frac{1}{2}hS$. **C.** $V=hS$. **D.** $V=\frac{1}{3}hS$.

Lời giải

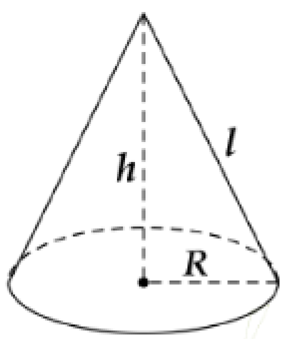
Ta có thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}hS$.

Câu 15: Cho hình nón có bán kính đáy bằng a, đường cao là $2a$. Tính diện tích xung quanh hình nón?

A. $2\sqrt{5}\pi a^2$. **B.** $5a^2$ **C.** $2a^2$ **D.** $\sqrt{5}\pi a^2$

Lời giải

Chọn D



Ta có $S_{xq}=\pi Rl=\pi a\sqrt{a^2+4a^2}=\sqrt{5}\pi a^2$ (đvdt).

Câu 16: Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x+4$.

A. $y_{CT}=2$. **B.** $y_{CT}=1$. **C.** $y_{CT}=6$. **D.** $y_{CT}=-1$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=-x^3+3x+4$ xác định liên tục trên $\mathbb{R}$ có $y'=-3x^2+3$.

Khi đó $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$ suy ra $y(1)=6; y(-1)=2$.

Đến đây để xác định giá trị cực tiểu ta có hai cách

Cách 1: Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số bậc ba với hệ số $a=-1<0$ nên $y_{CT}=y(-1)=2$

Cách 2: Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=y(-1)=2$.

Câu 17: Với giá trị nào của m thì đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-3}{x-4m}$ đi qua điểm $A(-2;4)$?

A. $m=1$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=\dfrac{mx-3}{x-4m}$.

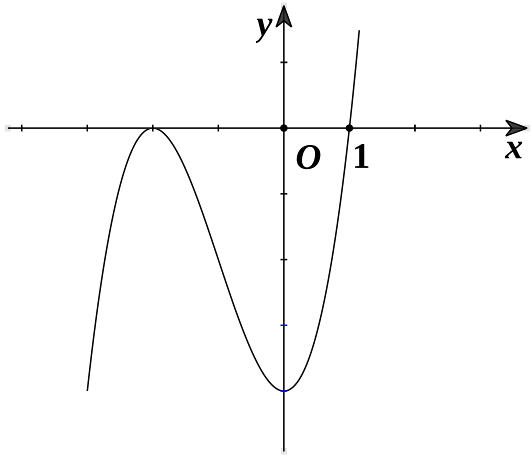
Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{4m\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=m$.

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $d: y=m$.

$A(-2;4)\in d$ nên $m=4$.

Câu 18: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+3x^2+d$ có đồ thị hàm số như hình bên dưới. Chọn nhận xét đúng trong các nhận xét sau



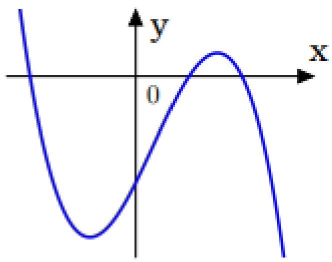
A. $a > 0; d > 0$. **B.** $a < 0; d < 0$. **C.** $a > 0; d < 0$. **D.** $a > 0; d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Từ hình dáng đồ thị ta nhận thấy $a > 0$. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-4)$ nên $d < 0$

Câu 19: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

Lời giải

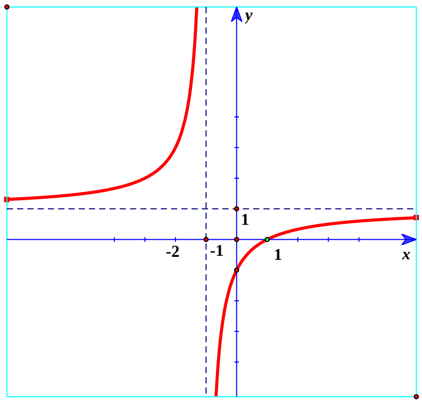
- Dựa vào hình dáng của đồ thị suy ra hệ số $a < 0$.

- Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$.

- Ta thấy đồ thị như hình vẽ có hai điểm cực trị, hoành độ các điểm cực trị trái dấu suy ra phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 trái dấu kéo theo $3a.c < 0 \Rightarrow c > 0$.

- Mặt khác $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 20: Xác định a, b để hàm số $y = \frac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=1,\ b=-1$. **B.** $a=1,\ b=1$. **C.** $a=-1,\ b=1$. **D.** $a=-1,\ b=-1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1 \Rightarrow a=1$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1 \Rightarrow -b=-1 \Rightarrow b=1$

Câu 21: Với các số thực a, b bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\dfrac{2020^a}{2020^b}=2020^{\frac{a}{b}}$. **B.** $\dfrac{2020^a}{2020^b}=2020^{a-b}$. **C.** $\dfrac{2020^a}{2020^b}=2020^{ab}$. **D.** $\dfrac{2020^a}{2020^b}=2020^{a+b}$

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất của lũy thừa ta có $\dfrac{2020^a}{2020^b}=2020^{a-b}$.

Câu 22: Với a,b là các số thực dương. Rút gọn của biểu thức $A=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}$ là

A. $\sqrt{a^3b^3}$. **B.** $\sqrt[3]{a^2b^2}$. **C.** $\sqrt[3]{ab}$. **D.** $\sqrt[6]{ab}$.

Lời giải

Ta có:

$$A=\frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}=\frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{b^3}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt[6]{a^3}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}=\frac{\sqrt[6]{a^2b^3}+\sqrt[6]{b^2a^3}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}=\frac{\sqrt[6]{a^2b^2}\left(\sqrt[6]{b}+\sqrt[6]{a}\right)}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}=\sqrt[6]{a^2b^2}=\sqrt[3]{ab}.$$

Câu 23: Nghiệm của phương trình $3^{\sqrt{x^2-5x+4}}=\left(\dfrac{1}{9}\right)^{-1-x}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=1$.

Lời giải

$$3^{\sqrt{x^2-5x+4}}=\left(\frac{1}{9}\right)^{-1-x}\Leftrightarrow 3^{\sqrt{x^2-5x+4}}=3^{2(x+1)}\Leftrightarrow \sqrt{x^2-5x+4}=2(x+1)\Leftrightarrow \begin{cases}x+1\ge 0\\ x^2-5x+4=4(x+1)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge -1\\ 3x^2+13x=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x\ge -1\\ \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-\dfrac{13}{3}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=0.$$

Câu 24: Phương trình $\log_2\left(x^2-2\right)+\log_{\frac{1}{2}}(5x-8)=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Tổng $P=x_1+x_2$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 6. **<u>D</u>.** 5.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases}x^2-2>0\\ 5x-8>0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x>\sqrt{2}\\ x<-\sqrt{2}\end{array}\right.\\ x>\dfrac{8}{5}\end{cases}\Leftrightarrow x>\dfrac{8}{5}$.

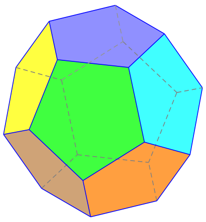
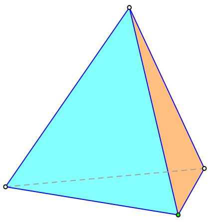
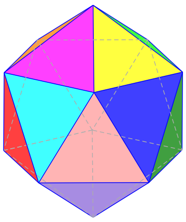
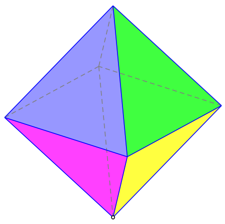
Với điều kiện trên ta có phương trình

$$\log_2\left(x^2-2\right)+\log_{\frac{1}{2}}(5x-8)=0\Leftrightarrow \log_2\left(x^2-2\right)-\log_2(5x-8)=0\Leftrightarrow \log_2\left(x^2-2\right)=\log_2(5x-8)$$

$\Leftrightarrow x^2-2=5x-8\Leftrightarrow x^2-5x+6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=3\end{array}\right.$ (Thoả mãn điều kiện trên).

Vậy tổng $P=x_1+x_2=2+3=5$.

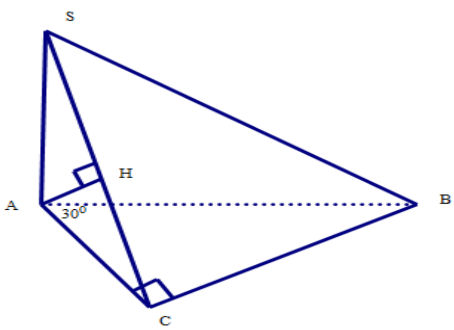
Câu 25: Hình đa diện đều loại $\{3;5\}$ là hình nào sau đây.

A. 
B. 
<u>C</u>. 
D. 

Lời giải

Hình đa diện đều loại $\{3;5\}$ là hình đa diện đều có các mặt có 3 cạnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của 5 mặt.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao $SA=2a$, tam giác ABC vuông ở C có $AB=2a$, góc $CAB=30^0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SC. Thể tích khối chóp $H.ABC$ là



A. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{7}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{7}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Ta có

$$AC = AB.\cos 30^0 = a\sqrt{3}; CB = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{4a^2 - 3a^2} = a$$

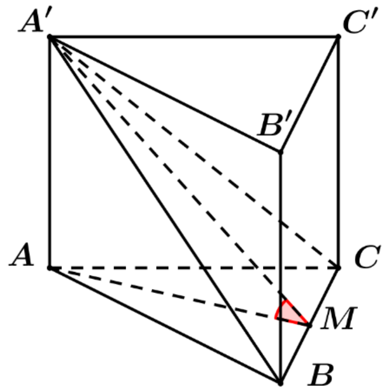
Do đó $\frac{CH}{CS} = \frac{AC^2}{CS^2} = \frac{3a^2}{7a^2} = \frac{3}{7}$

$$\Rightarrow V_{H.ABC} = \frac{3}{7}V_{S.ABC} = \frac{3}{7}.\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}.CA.CB = \frac{1}{14}.2a.a\sqrt{3}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{7}$$

Câu 27: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Mặt phẳng $(A'BC)$ hợp với mặt phẳng đáy một góc 45^0. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3}{8}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **D.** $\frac{a^3}{8}$

Lời giải



Vì đáy ABC là tam giác đều cạnh a nên diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi M trung điểm BC, ta có $((A'BC),(ABC)) = (A'M, AM) = A'MA = 45^0$.

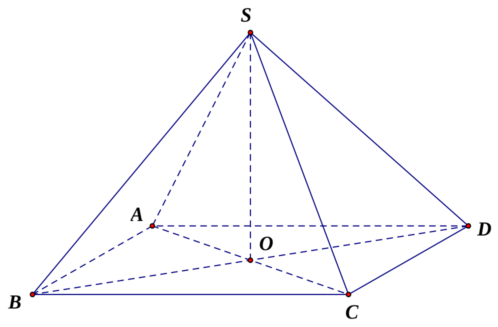
Xét $\Delta A'AM$ ta có $AA' = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = \frac{3a^3}{8}$

Câu 28: Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ biết ΔSBD là tam giác vuông cân tại S và $SB = a\sqrt{2}$.

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $V = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{2a^3}{3}$.

Lời giải



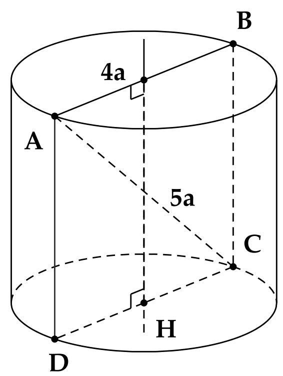
Xét tam giác vuông cân ΔSBD có: $BD=\sqrt{SB^2+SD^2}=\sqrt{2a^2+2a^2}=2a \Rightarrow \begin{cases} SO=a \\ AB=a\sqrt{2} \end{cases}$.

Vậy thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ là: $V=\frac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a.\left(a\sqrt{2}\right)^2=\frac{2a^3}{3}$.

Câu 29: Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB=4a$, $AC=5a$. Tính thể tích khối trụ.

A. $V=16\pi a^3$. **B.** $V=12\pi a^3$. **C.** $V=4\pi a^3$. **D.** $V=8\pi a^3$.

Lời giải



Ta có

+ Bán kính đường tròn đáy là: $r=\frac{AB}{2}=2a$.

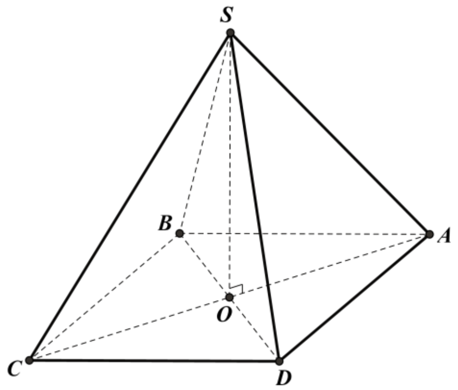
+ Chiều cao khối trụ: $h=AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{(5a)^2-(4a)^2}=3a$.

+ Thể tích khối trụ: $V=\pi.r^2.h=\pi.(2a)^2.3a=12\pi a^3$.

Câu 30: Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $V=4\pi a^3$. **B.** $V=\pi\frac{4}{3}a^3$. **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $V=\frac{3\pi a^3\sqrt{6}}{8}$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD ta có $OA = OB = OC = OD$

Ta lại có $\triangle ABC = \triangle ASC$ (c-c-c) $\Rightarrow$ $BO = SO$ (trung tuyến tương ứng)

$\Rightarrow OA = OB = OC = OD = SO$

Suy ra O là tâm của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

Ta có $r = OA = \dfrac{a\sqrt{2}.\sqrt{2}}{2} = a$.

Vậy. $V = \dfrac{4}{3}\pi.(a)^3$

Câu 31: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \left(m^3 - 3m\right)x^4 + m^2x^3 - mx^2 + x + 1$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; +\infty\right)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow y' = 4\left(m^3 - 3m\right)x^3 + 3m^2x^2 - 2mx + 1 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

(Dấu bằng chỉ xảy ra tại hữu hạn các điểm)

+ Với $m = 0$ ta có $y' = 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

+ Với $m = \sqrt{3}$ ta có $y' = 9x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $m = \sqrt{3}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

+ Với $m = -\sqrt{3}$ ta có $y' = 9x^2 + 2\sqrt{3}x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $m = -\sqrt{3}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

+ Với $m^3 - 3m > 0$ ta có $\lim\limits_{x \to -\infty} y' = -\infty$ nên không tồn tại m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, do đó không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

+ Với $m^3 - 3m < 0$ ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y' = -\infty$ nên không tồn tại m để $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, do đó không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Vậy có 3 giá trị thỏa mãn là $m \in \left\{0; \sqrt{3}; -\sqrt{3}\right\}$.

Câu 32: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x - 4}{\sqrt{x^2 + x - 2} - x}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Tập xác định: $D = \left(-\infty; -2\right] \cup \left[1; +\infty\right) \setminus \left\{2\right\}$.

Ta có

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x - 4}{\sqrt{x^2 + x - 2} - x} = \lim_{x \to +\infty} 2\left(\sqrt{x^2 + x - 2} + x\right) = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{2x-4}{\sqrt{x^2+x-2}-x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(2-\frac{4}{x}\right)}{-x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}}+1\right)}=-1$$

Suy ra đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y=-1$.

Mặt khác

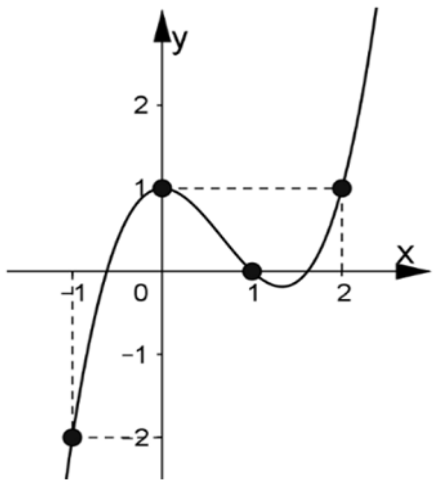
$$\lim_{x\to2^+} y=\lim_{x\to2^+}\frac{2x-4}{\sqrt{x^2+x-2}-x}=\lim_{x\to2^+}2\left(\sqrt{x^2+x-2}+x\right)=8$$

$$\lim_{x\to2^-} y=\lim_{x\to2^-}\frac{2x-4}{\sqrt{x^2+x-2}-x}=\lim_{x\to2^-}2\left(\sqrt{x^2+x-2}+x\right)=8$$

Suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số chỉ có 1 đường tiệm cận.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình bên dưới. Hàm số $y=f(x)-\frac{1}{3}x^3+x^2-x+2$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

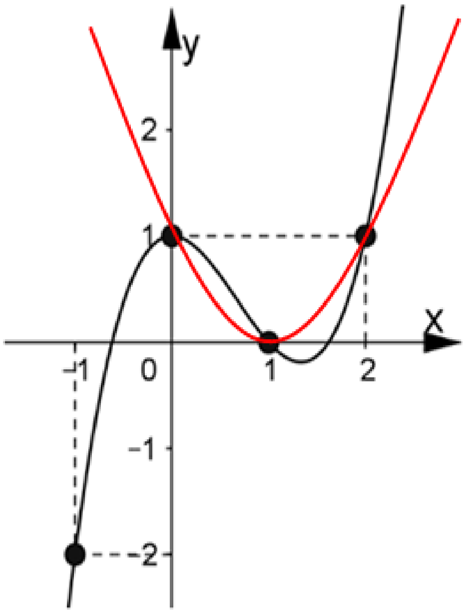


A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Ta có $y=g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3+x^2-x+2$, $g'(x)=f'(x)-\left(x^2-2x+1\right)=f'(x)-(x-1)^2$.

Vẽ đồ thị hàm số $y=(x-1)^2$ trên cùng với đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta được:



Dựa vào đồ thị, ta có bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Do đó $g'(x)$ đổi dấu dương sang âm khi qua $x=1$ nên hàm số $y=g(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 34: Cho $f(x)=2.3^{\log_{81}x}+e^x+2020^{2021}$. Tính $f'(1)$

A. $f'(1)=e+\frac{1}{2}$. **B.** $f'(1)=e-1$. **C.** $f'(1)=\frac{-1}{2}+e$. **D.** $f'(1)=1+e$.

Lời giải

TXĐ: $D=(0;+\infty)$.

$$f'(x)=2.3^{\log_{81}x}.\ln 3.(\log_{81}x)'+e^x=2.3^{\log_{81}x}.\ln 3.\frac{1}{x\ln 81}+e^x$$

$$f'(1)=2.3^0.\ln 3.\frac{1}{\ln 81}+e=2.1.\ln 3.\frac{1}{4\ln 3}+e=\frac{1}{2}+e.$$

Câu 35: Với giá trị $m=m_0$ thì phương trình $4^{x^2}-4.2^{x^2}+5=m$ có 3 nghiệm phân biệt. Khi đó:

A. $m_0\in(-10;-5)$. **B.** $m_0\in(-8;2)$. **C.** $m_0\in(-2;6)$. **D.** $m_0\in(4;7)$.

Lời giải

Đặt $2^{x^2}=t,(t\ge 1)$

Ta có phương trình: $t^2-4.t+5=m$. (1)

Xét hàm số $f(t)=t^2-4t+5,\ t\ge 1$ ta có bảng biến thiên:

t	1		2		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Để phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt thì phương trình (1) phải có 1 nghiệm $t=1$ và 1 nghiệm $t>1$.

Khi đó: $m=2 \Rightarrow m_0=2 \in (-2;6)$.

Câu 36: Biết rằng phương trình $\log_2^3\ x+a\ ^2+\log_{2a^2+2}\ x+a\ ^2=0$ có 2 nghiệm thực x_1, x_2. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $x_1+x_2\ ^2=4$. **B.** $x_1.x_2=a^2$. **C.** $x_1-x_2\ ^2=4$. **D.** $x_1.x_2=16a^2-1$.

Lời giải

$\log_2^3\ x+a\ ^2+\log_{2a^2+2}\ x+a\ ^2=0$ (điều kiện: $x \neq -a$)

$$\Leftrightarrow \log_2^3\ x+a\ ^2+\frac{\log_2\ x+a\ ^2}{\log_2\ 2a^2+2}=0 \Leftrightarrow \log_2\ x+a\ ^2\left(\log_2^2\ x+a\ ^2+\frac{1}{\log_2\ 2a^2+2}\right)=0$$

$\Leftrightarrow \log_2 (x+a)^2=0 \Leftrightarrow (x+a)^2=1 \Leftrightarrow x=-a\pm 1$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1-x_2\ ^2=4$.

Câu 37: Cho phương trình $(m-3)9^x+2(m+1)3^x-m-1=0\ (1)$. Biết rằng tập các giá trị của tham số m để phương (1) có hai nghiệm phân biệt là một khoảng $(a;b)$. Khi đó $a+b$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 2.

Lời giải

Đặt $t=3^x\ \ (t>0)$. Khi đó phương trình (1) trở thành

$(m-3)t^2+2(m+1)t-m-1=0\ (2)$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $t_1;t_2>0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta'>0 \\ t_1+t_2>0 \\ t_1.t_2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3\neq 0 \\ (m+1)^2+(m-3)(m+1)>0 \\ -\dfrac{2(m+1)}{m-3}>0 \\ \dfrac{-m-1}{m-3}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 3 \\ 2m^2-2>0 \\ \dfrac{m+1}{m-3}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 3 \\ \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ -1<m<3 \end{cases} \Leftrightarrow 1<m<3.$$

Vậy $m\in(1;3)$, do đó $a=1;b=3\Rightarrow a+b=4$.

Câu 38: Cho một khối đá trắng hình lập phương được sơn đen toàn bộ mặt ngoài. Người ta xẻ khối đá đó thành 729 khối đá nhỏ bằng nhau và cũng là hình lập phương. Hỏi có bao nhiêu khối đá nhỏ mà không có mặt nào bị sơn đen?

A. 345. **B.** 348. **C.** 346. **D.** 343.

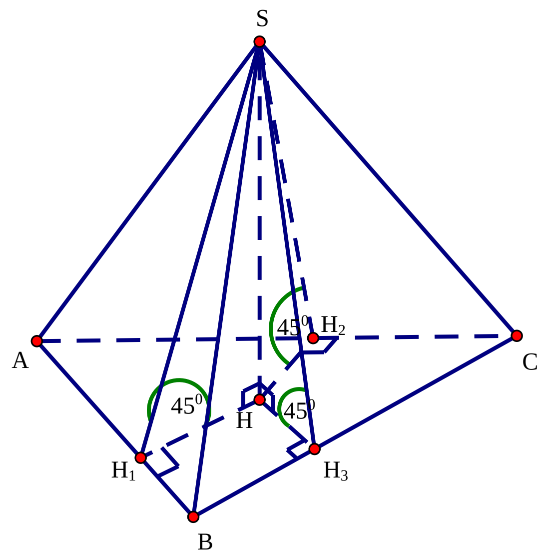
Lời giải

Gọi cạnh khối lập phương là 9 đơn vị. Dễ thấy $729=9^3$ khối đá nhỏ được sinh ra nhờ cắt vuông góc với từng mặt của khối lập phương bởi các mặt phẳng song song cách đều nhau 1 đơn vị và cách đều mỗi cạnh tương ứng của mặt đó 1 đơn vị. Do toàn bộ mặt ngoài của khối bị sơn đen nên khối đá nhỏ mà mặt ngoài không bị sơn đen là khối đá nhỏ cạnh 1 đơn vị được sinh ra bởi khối lập phương lõi có độ dài cạnh 7 đơn vị. Do đó, số khối đá cần tìm là $7^3=343$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=3a,\ BC=4a,\ AC=5a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết các mặt bên của khối chóp cùng tạo với mặt đáy góc 45^0 và hình chiếu của S lên $mp(ABC)$ nằm trong tam giác ABC.

A. $4a^3$. **B.** $5a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải



Giả sử H là hình chiếu của S lên $mp(ABC)$ và H_1,H_2,H_3 lần lượt là hình chiếu của H lên các cạnh AB, AC, BC. Khi đó góc giữa các mặt phẳng $(SAB),(SAC),(SBC)$ với mặt phẳng đáy lần lượt là SH_1H, SH_2H, SH_3H.

$\Rightarrow SH_1H=SH_2H=SH_3H=45^0\Rightarrow \Delta SH_1H=\Delta SH_2H=\Delta SH_3H\,(c.g.v-g.n)$.

$\Rightarrow H_1H=H_2H=H_3H=SH$. Suy ra H là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC.

Tam giác ABC có $AB^2+BC^2=AC^2$ nên tam giác ABC vuông tại B.

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}.BA.BC=\dfrac{1}{2}.3a.4a=6a^2$.

Nửa chu vi tam giác ABC là $p=\dfrac{3a+4a+5a}{2}=6a$.

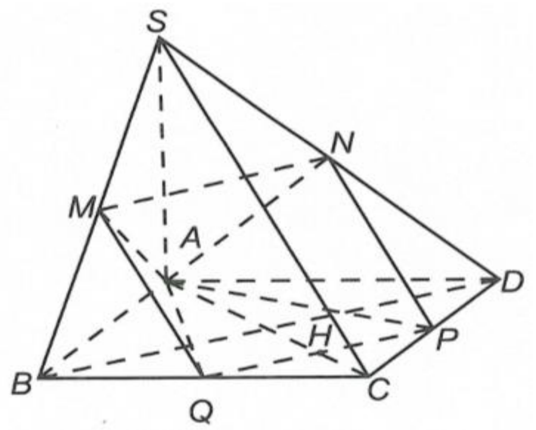
Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là $r=\dfrac{S_{\Delta ABC}}{p}=\dfrac{6a^2}{6a}=a$.

$\Rightarrow SH=H_1H=r=a\Rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.SH.S_{\Delta ABC}=2a^3$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$, $SC=a\sqrt{3}$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của SB,SD,CD,BC. Thể tích của khối chóp $A.MNPQ$ là

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{a^3}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} MN\ //\ PQ \\ MN=PQ \\ NP\perp PQ\left(BD\perp SC\right)\end{cases}\Rightarrow MNPQ$ là hình chữ nhật.

Mà $V_{A.MNPQ}=2V_{A.MQP}=2V_{M.AQP}$.

Trong tam giác SAC vuông tại A: $SA=\sqrt{SC^2-AC^2}=a$

Suy ra $d\left(M,(AQP)\right)=\dfrac{1}{2}SA=\dfrac{a}{2}$

$S_{\Delta AQP}=\dfrac{1}{2}AH.QP=\dfrac{1}{2}.\dfrac{3}{4}AC.\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{3}{16}AC.BD=\dfrac{3}{16}\left(a\sqrt{2}\right)^2=\dfrac{3}{8}a^2$.

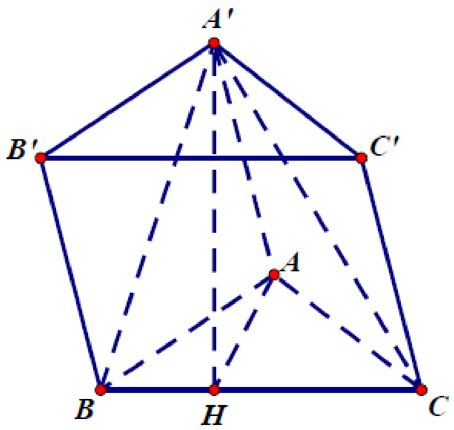
Do đó: $V_{M.AQP}=\dfrac{1}{3}d\left(M,(AQP)\right).S_{\Delta AQP}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{3}{8}.a^2=\dfrac{a^3}{16}$.

Vậy $V_{AMNPQ}=2V_{M.AQP}=2.\dfrac{a^3}{16}=\dfrac{a^3}{8}$.

Câu 41: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, đáy ABC có $AC=a\sqrt{3},BC=3a,ACB=30^o$. Cạnh bên hợp với mặt phẳng đáy góc 60^o và hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thuộc đoạn BC sao cho $CH=2HB$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{9a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{9a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases}(A'BC)\perp(ABC)\\(A'AH)\perp(ABC)\\(A'BC)\cap(A'AH)=A'H\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}A'H\perp(ABC)\\A'AH=60^o\end{cases}$

Xét ΔAHC có: $AH^2=AC^2+HC^2-2AC.HC.\cos ACH \Rightarrow AH=a$

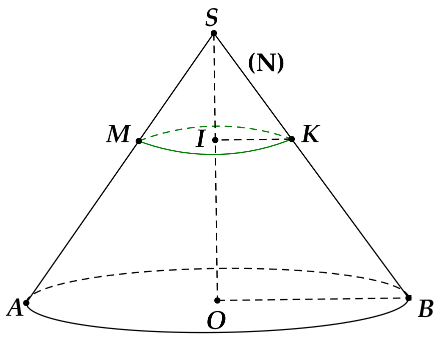
Xét $\Delta A'HA$ vuông tại H ta có $\tan A'AH=\dfrac{A'H}{AH}\Rightarrow A'H=a\sqrt{3}$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{1}{2}AC.BC.\sin ACB.A'H=\dfrac{9a^3}{4}$

Câu 42: Cho một hình nón đỉnh S có chiều cao bằng 8cm, bán kính đáy bằng 6cm. Cắt hình nónđã cho bởi một mặt phẳng vuông góc với trục ta được một hình nón (N) đỉnh S cóđường sinh bằng 4cm. Tính thể tích của khối nón (N).

A. $V=\dfrac{2304}{125}\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $V=\dfrac{2358}{125}\pi\,\text{cm}^3$. **C.** $V=\dfrac{768}{125}\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $V=\dfrac{786}{125}\pi\,\text{cm}^3$.

Lời giải



Đường sinh của hình nón lớn là: $l=SB=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10\,\text{cm}$.

Gọi l_2, r_2, h_2 lần lượt là đường sinh, bán kính đáy và chiều cao của hình nón (N).

$l_2=SK=4\,\text{cm}$

Ta có: ΔSOB và ΔSIK đồng dạng nên: $\dfrac{SI}{SO}=\dfrac{IK}{OB}=\dfrac{SK}{SB}=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$.

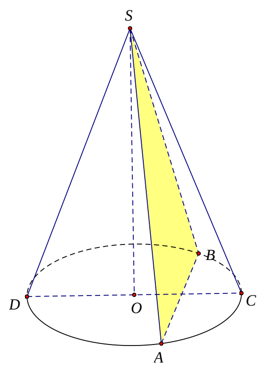
$$\Rightarrow \frac{h_2}{h}=\frac{r_2}{r}=\frac{l_2}{l}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}\Rightarrow \left[\begin{array}{l} h_2=\frac{2}{5}h=\frac{16}{5} \\ r_2=\frac{2}{5}.r=\frac{12}{5}\end{array}\right..$$

Thể tích khối nón (N) là: $V_{(N)}=\frac{1}{3}.\pi.r_2^2.h_2=\frac{1}{3}.\pi.\left(\frac{12}{5}\right)^2.\frac{16}{5}=\frac{768}{125}\pi\,\text{cm}^3$.

Câu 43: Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, bán kính $R=3cm$, góc ở đỉnh hình nón là $\varphi=120°$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB, trong đó A, B là 2 điểm thuộc đường tròn đáy. Diện tích tam giác SAB bằng

A. $3\sqrt{3}\ \text{cm}^2$. **B.** $6\sqrt{3}\ \text{cm}^2$. **C.** $6\ \text{cm}^2$. **D.** $3\ \text{cm}^2$.

Lời giải



Theo đề bài ta có góc ở đỉnh hình nón là $\varphi=120°$ và khi cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB nên mặt phẳng qua đỉnh S không chứa trục của hình nón.

Do góc ở đỉnh hình nón là $\varphi=120°$ nên $OSC=60°$.

Xét tam giác vuông SOC ta có $\tan OSC=\frac{OC}{SO}\Rightarrow SO=\frac{OC}{\tan OSC}=\frac{3}{\tan 60°}=\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông SOA ta có $SA=\sqrt{SO^2+OA^2}=2\sqrt{3}$.

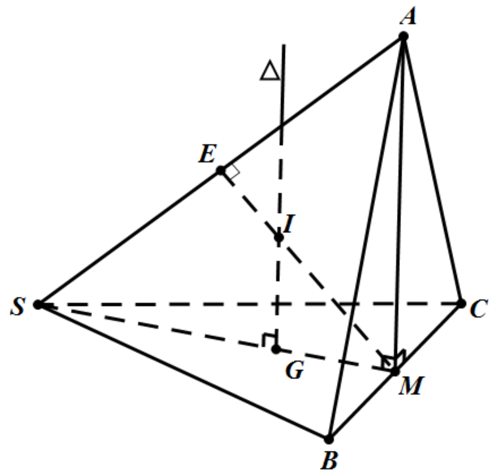
Do tam giác SAB đều nên $S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}\left(2\sqrt{3}\right)^2.\sin 60°=3\sqrt{3}\ \left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=\frac{a\sqrt{6}}{2}$, các cạnh còn lại cùng bằng a. Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

A. $R=\frac{a\sqrt{13}}{6}$ **B.** $R=\frac{a}{3}$ **C.** $R=\frac{a\sqrt{15}}{3}$ **D.** $R=\frac{a\sqrt{15}}{6}$

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm đoạn BC. Tam giác ABC và tam giác SBC đều cạnh a.

Ta có $SM = AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $SA = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$, do đó tam giác SAM vuông tại M.

Có $\left.\begin{matrix} AM \perp SM \\ AM \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow AM \perp (SBC)$.

Ta có (SAM) là mặt phẳng trung trực đoạn BC.

Gọi G là trọng tâm tam giác SBC, Δ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC.

Δ đi qua G và song song với AM.

Gọi E là trung điểm SA, ta có $I = \Delta \cap EM$, khi đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABC$.

Có $IG = GM.\tan 45^o = GM = \dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $SG = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

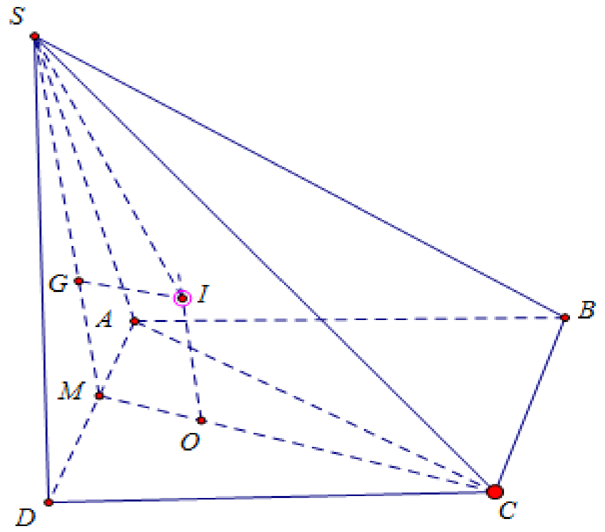
Do đó $R = SI = \sqrt{IG^2 + GS^2} = \sqrt{\dfrac{3a^2}{36} + \dfrac{3a^2}{9}} = \dfrac{a\sqrt{15}}{6}$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ADC} = 60^0$. Mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ADC$.

A. $S = \dfrac{13\pi a^2}{12}$. **B.** $S = \dfrac{5\pi a^2}{3}$. **C.** $S = \dfrac{13\pi a^2}{36}$. **D.** $S = \dfrac{5\pi a^2}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của cạnh AD. Vì ΔSAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy nên $SM \perp (ABCD)$

Gọi O, G lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác ΔADC và ΔSAD.

Ta có $\begin{cases} CM \perp AD \\ CM \perp SM \end{cases} \Rightarrow CM \perp (SAD)$.

Từ O kẻ đường thẳng $\Delta_1 \perp (ACD) \Rightarrow \Delta_1 \parallel SM$.

Trong mặt phẳn $(\Delta_1; SM)$ từ G kẻ đường thẳng $\Delta_2 \parallel CM$ và $\Delta_2 \cap \Delta_1 = I$.

Do $\Delta_2 \parallel CM \Rightarrow \Delta_2 \perp (SAD)$.

Vì $I \in \Delta_1 \Rightarrow IA = ID = IC$ (1). Vì $I \in \Delta_2 \Rightarrow IA = ID = IS$ (2). Từ (1), (2) có I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ADC$.

Các tam giác ADC và SAD đều cạnh a nên $SG = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ và $GI = OM = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Bán kính của mặt cầu là $R = SI = \sqrt{SG^2 + GI^2} = \sqrt{\dfrac{3a^2}{9} + \dfrac{3a^2}{36}} = \dfrac{a\sqrt{15}}{6}$.

Do đó diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ADC$ là: $S = 4\pi R^2 = \dfrac{5\pi a^2}{3}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 2x^2 + (2-m)x + 1$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

A. $\dfrac{2}{3} < m < 2$. **B.** $\dfrac{2}{3} \le m < 3$. **C.** $m > \dfrac{3}{2}$. **D.** $m < 2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 4x + 2 - m$.

Để hàm số $y=f\left(|x|\right)$ có 5 điểm cực trị thì hàm số $y=f\left(x\right)$ phải có 2 điểm cực trị dương.

Khi đó phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4-3(2-m)>0\\ \dfrac{4}{3}>0\\ \dfrac{2-m}{3}>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3m-2>0\\ 2-m>0\end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3}<m<2.$$

Câu 47: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	4	$\searrow$	$-\infty \Vert 5$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	4	$\searrow$	-5

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{2}{f^2\left(x\right)-9f\left(x\right)+20}$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Ta có $g\left(x\right)$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases}f^2\left(x\right)-9f\left(x\right)+20\neq 0\\ x\neq -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}f\left(x\right)\neq 4\\ f\left(x\right)\neq 5\\ x\neq -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\neq a\left(-1<a<2\right)\\ x\neq 4\\ x\neq -1\end{cases}$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} g\left(x\right)=\dfrac{1}{-5-4}=-\dfrac{1}{9}$ nên $y=-\dfrac{1}{9}$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} g\left(x\right)=+\infty$

Ta có $\lim\limits_{x\to-1^+} g\left(x\right)=\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{2}{\left(f\left(x\right)-4\right)\left(f\left(x\right)-5\right)}=-\infty$

Vì $\lim\limits_{x\to-1^+}\left(f\left(x\right)-5\right)=0,\ \lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{2}{f\left(x\right)-4}=2>0,\ f\left(x\right)<5, \forall x\neq -1$

Vậy $x=-1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Ta có $\lim\limits_{x\to4^+} g\left(x\right)=\lim\limits_{x\to4^+}\dfrac{2}{\left(f\left(x\right)-4\right)\left(f\left(x\right)-5\right)}=+\infty$

Vì $\lim\limits_{x\to4^+}\left(f\left(x\right)-4\right)=0, \lim\limits_{x\to4^+}\dfrac{2}{f\left(x\right)-5}=-2<0,\ f\left(x\right)<4, \forall x>4$

Vậy $x=4$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Ta có $\lim\limits_{x\to a^+} g(x) = \lim\limits_{x\to a^+} \dfrac{2}{\left(f(x)-4\right)\left(f(x)-5\right)} = +\infty$

Vì $\lim\limits_{x\to a^+}\left(f(x)-4\right)=0, \lim\limits_{x\to a^+}\dfrac{2}{f(x)-5}=-2<0, f(x)<4, \forall x>a$

Vậy $x=a$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Câu 48: Tìm m để phương trình $\log_3^2 x-(m+3)\log_3 x+3m-1=0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2=27$.

A. $m=1$. **B.** $m=\dfrac{4}{3}$. **C.** $m=25$. **D.** $m=\dfrac{28}{3}$.

Lời giải

Đặt $t=\log_3 x$

Phương trình trở thành: $t^2-(m+2)t+3m-1=0$

$$\Leftrightarrow (m+2)^2-4(3m-1)\ge 0$$

Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta\ge 0 \Leftrightarrow m^2-8m+8\ge 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 4+2\sqrt{2} \\ m\le 4-2\sqrt{2}\end{array}\right.$$

$x_1.x_2=27$

$\Leftrightarrow 3^{t_1}.3^{t_2}=27$

$\Leftrightarrow 3^{t_1+t_2}=27$

$\Leftrightarrow 3^{m+2}=27\ (Vi-et)$

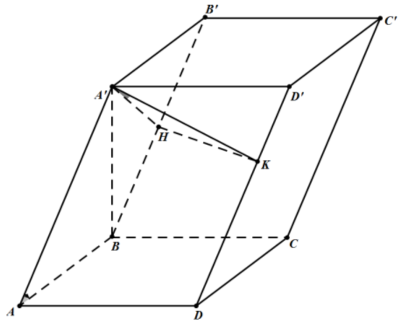
$\Leftrightarrow m+2=\log_3 27$

$\Leftrightarrow m=1$(nhận).

Câu 49: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'B$ vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, góc giữa AA' và $(ABCD)$ bằng $45°$. Khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và DD' bằng 1. Góc giữa mặt $(BB'C'C)$ và mặt phẳng $(CC'D'D)$ bằng $60°$. Thể tích khối hộp đã cho là

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 2.

Lời giải



Gọi H, K lần lượt là các hình chiếu vuông góc của A' trên các đường thẳng BB' và DD'.

Ta có: $d(A;BB')=d(A';BB')=A'H=1$, $d(A;DD')=d(A';DD')=A'K=1$.

$$\begin{cases}\left(AA',(ABCD)\right)=45^\circ\\ A'B\perp(ABCD)\end{cases}\Rightarrow\ \widehat{A'AB}=45^\circ\qquad(1).$$

$A'B\perp(ABCD)\Rightarrow A'B\perp AB\quad(2)$.

Từ (1) và (2) ta suy ra $\Delta A'AB$ là tam giác vuông cân tại $B\Rightarrow A'B=AB$.

$\Rightarrow A'B=A'B'\Rightarrow H$ là trung điểm BB'.

Ta có $\begin{cases}(BB'C'C)//(AA'D'D)\\(CC'D'D)//(BB'A'A)\end{cases}$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(BB'C'C)$ và $(CC'D'D)$ bằng góc giữa hai mặt phẳng $(AA'D'D)$ và $(BB'A'A)$ nên ta suy ra $\widehat{HA'K}=60^\circ$, mà $A'H=A'K=1$

$\Rightarrow\ \Delta A'HK$ là tam giác đều $\Rightarrow S_{\Delta A'HK}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

$A'H=1\Rightarrow BB'=2$.

Lại có: $\begin{cases}A'H\perp BB'\\A'K\perp BB'\\A'H\cap A'K=\{A'\}\end{cases}\Rightarrow BB'\perp(A'HK)$.

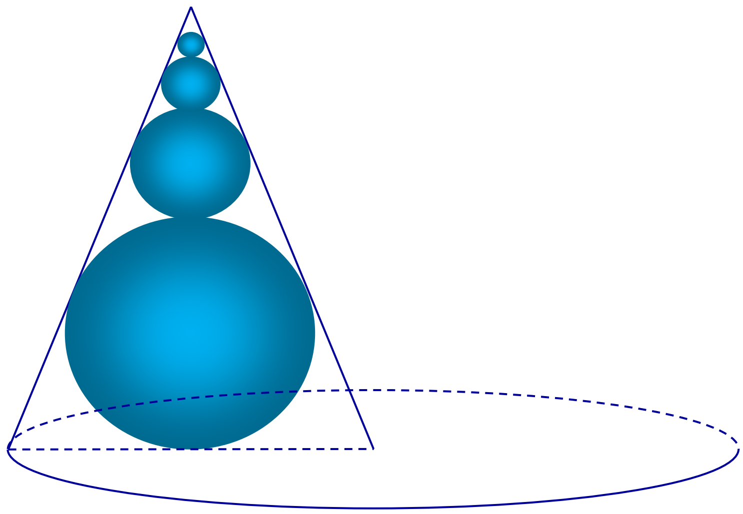
Do đó: $V_{A'B'D'.ABD}=BB'.S_{A'HK}=2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

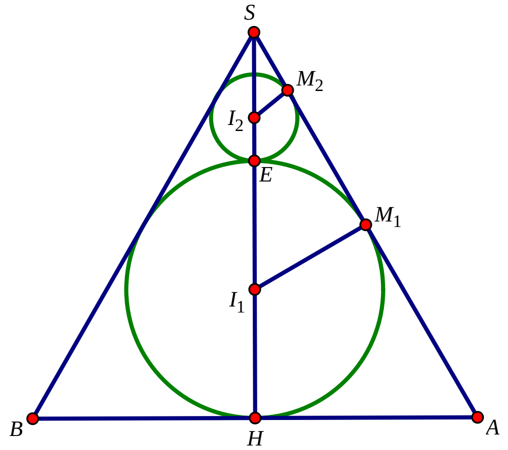
Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=2V_{A'B'D'.ABD}=2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

Câu 50: Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60°, bán kính đáy bằng $2a$. Dãy mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... thỏa mãn: (S_1) tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón (N); (S_2) tiếp xúc ngoài với (S_1) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N); (S_3) tiếp xúc ngoài với (S_2) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N). Tổng diện tích các mặt cầu (S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $9\pi a^2$.

Lời giải





Gọi I_1, I_2 lần lượt là tâm của các mặt cầu (S_1) và (S_2).

Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó ta có ΔSAB đều cạnh bằng $4a$ nên

$SH = 2\sqrt{3}a \Rightarrow r_1 = I_1H = \dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Hạ $I_1M_1 \perp SA$, $I_2M_2 \perp SA$.

Xét ΔSI_2M_2 có $\sin 30^{\circ} = \dfrac{I_2M_2}{SI_2} \Rightarrow SI_2 = 2I_2M_2 = 2r_2$. Khi đó ta có $SH = SI_2 + I_2E + EH$

$\Leftrightarrow 3r_1 = 3r_2 + 2r_1 \Leftrightarrow r_1 = 3r_2$.

Chứng minh tương tự ta có $r_2 = 3r_3, \dots, r_n = 3r_{n+1} \dots$

Do đó dãy r_1, $r_2, \dots, r_n, \dots$ lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với $r_1 = \dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$ và công bội $q = \dfrac{1}{3}$.

Suy ra diện tích của các mặt cầu (S_1), (S_2), $\dots, (S_n), \dots$ lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với số hạng đầu bằng $u_1 = \dfrac{16\pi a^2}{3}$ và công bội $q = \dfrac{1}{9}$.

Vậy tổng diện tích của các mặt cầu là: $S = \dfrac{u_1}{1-q} = 6\pi a^2$.

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 22

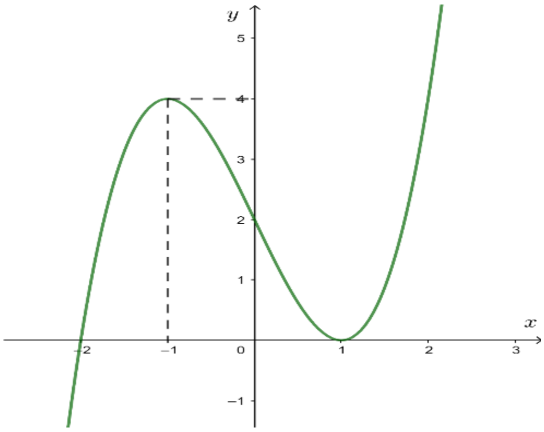
Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;4\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$. **C.** $\left(0;1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm kết luận đúng.



A. Hàm số $f\left(x\right)$ có điểm cực tiểu là $x=2$. **B.** Hàm số $f\left(x\right)$ có giá trị cực đại là -1.

C. Hàm số $f\left(x\right)$ có điểm cực đại là $x=4$. **D.** Hàm số $f\left(x\right)$ có giá trị cực tiểu là 0.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1. **B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.

C. Hàm số không xác định tại $x=-1$. **D.** Hàm số có đúng hai cực trị.

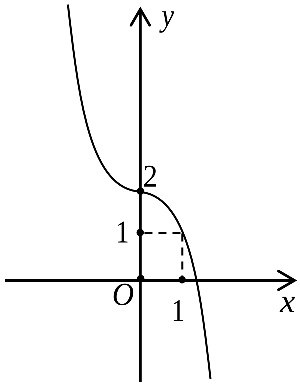
Câu 4: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{x^2-4}$

A. $x=-2$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $y=\pm 2$. **D.** $y=1$.

Câu 5: Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $\left(C\right):y=x^3+x+5$ và đường thẳng $\left(d\right):y=-2x+1$ là

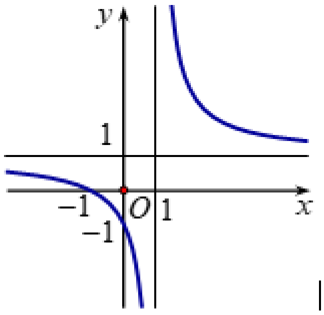
A. $\left(1;-1\right)$. **B.** $\left(0;1\right)$. **C.** $\left(0;5\right)$. **D.** $\left(-1;3\right)$.

Câu 6: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



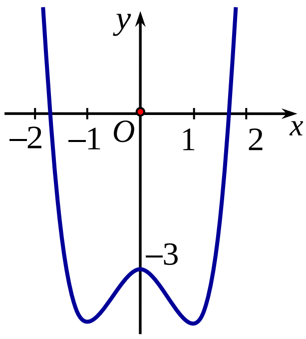
A. $y=-x^3+x+2$. **B.** $y=x^3-2x+2$. **C.** $y=x^3+x^2+2$. **D.** $y=-x^3+2$.

Câu 7: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Câu 8: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số nào cho dưới đây.



A. $y=-x^4-2x^2-3$. **B.** $y=x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2-2$ **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 10: Biểu thức $\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}}}$ viết dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{18}}$. **B.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{12}}$. **C.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{7}{6}}$. **D.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục tại mọi $x\neq -1$ có bảng biến thiên như bảng dưới đây.

x	$-\infty$		-3		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 12: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **B.** $y=(0,5)^x$. **C.** $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Câu 13: Cho $a>0$, $a\neq 1$, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 14: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\sqrt{3}-1\right)^x$. **B.** $y=(\pi-e)^x$. **C.** $y=\pi^x$. **D.** $y=(e-2)^x$.

Câu 15: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2 2x+1$.

A. $y'=\frac{1}{2x+1}$. **B.** $y'=\frac{2}{2x+1}$. **C.** $y'=\frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **D.** $y'=\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 16: Tập nghiệm của phương trình $\log_{2020}(x-1)=\log_{2020}(2x+1)$ là

A. $\left\{-2;\frac{1}{2}\right\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\{-2\}$. **D.** $\varnothing$.

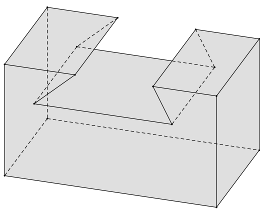
Câu 17: Nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x}\leq\left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$ là

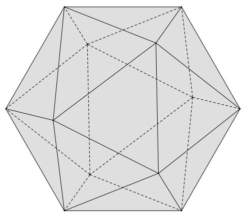
A. $x\leq\frac{2}{5}$. **B.** $x\geq-\frac{2}{3}$. **C.** $x\geq\frac{2}{5}$. **D.** $x\leq\frac{2}{3}$.

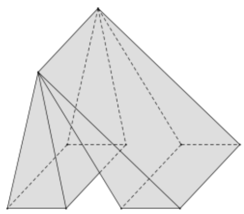
Câu 18: Các giá trị x thỏa mãn bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$ là

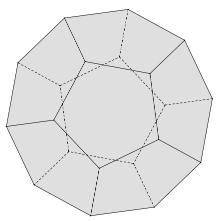
A. $x>3$. **B.** $\frac{1}{3}<x<3$. **C.** $x<3$. **D.** $x>\frac{10}{3}$.

Câu 19: Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?


Hình 1


Hình 2


Hình 3


Hình 4

A. Hình 3. **B.** Hình 1. **C.** Hình 4. **D.** Hình 2.

Câu 20: Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có số mặt là bao nhiêu?

A. 14. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, ΔABC vuông cân tại A, $SA=AB=2$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 4.

Câu 22: Cho một khối chóp có diện tích đáy là B và chiều cao là h. Khi đó thể tích V của khối chóp đó là

A. $V=Bh$. **B.** $V=3Bh$. **C.** $V=Bh^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 23: Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB=6\ cm$, $BC=8\ cm$, $AA'=10\ cm$.

A. $480\ cm^3$. **B.** $48\ cm^3$. **C.** $160\ cm^3$. **D.** $1440\ cm^3$.

Câu 24: Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=16\pi\sqrt{3}$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=4\pi$. **D.** $V=4$.

Câu 25: Một khối lăng trụ có chiều cao $3a$, diện tích đáy $2a^2$ thì có thể tích bằng

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $18a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 26: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^{2021}.(x-1)^{2020}.(x+1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

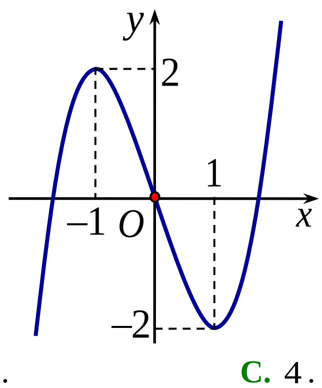
Câu 28: Tìm giá trị nhỏ nhất *m* của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

A. $m=13$. **B.** $m=25$. **C.** $m=85$. **D.** $m=\frac{51}{4}$.

Câu 29: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{2x^2-2x}$ là:

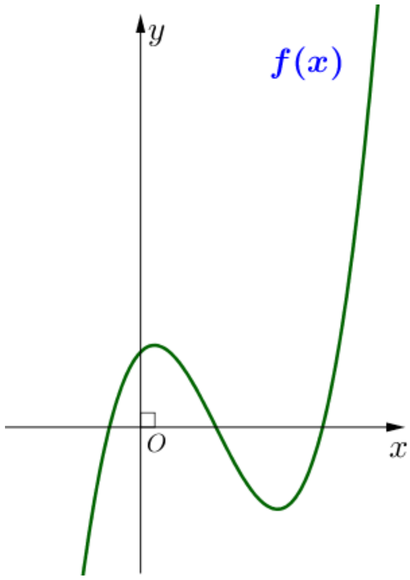
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như vẽ. Số nghiệm của phương trình $2|f(x)|-3=0$ là:



A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ad<0$. **B.** $cd<0$. **C.** $bd>0$. **D.** $ac>0$.

Câu 32: Cho $\log_2 3=a$, $\log_2 5=b$ Khi đó $\log_6 225$ được biểu diễn theo a,b là đáp án nào sau đây?

A. $\dfrac{ab+b}{1+3a}$. **B.** $\dfrac{a^2+b^2}{1+a}$. **C.** $\dfrac{2a+2b}{1+a}$. **D.** $\dfrac{a+b}{1+2a}$.

Câu 33: Số nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_2(x-6)=\log_2 7$

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{4}{5}\right)^{4x}\le\left(\dfrac{5}{4}\right)^{2-x}$ là:

A. $\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{2}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{2}{5}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{5};+\infty\right)$.

Câu 35: Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, biết cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa cạnh bên SD và mặt phẳng đáy bằng $60°$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36: Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Tính thể tích V của hình lăng trụ này biết tam giác ABC vuông cân tại A, $AB=a$, góc giữa $mp(ABC)$ và $mp(A'BC)$ bằng $60°$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{36}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 37: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đó bằng?

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 38: Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh $4a$. Thể tích của khối trụ này bằng

A. $32\pi a^3$. **B.** $8\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $16\pi a^3$.

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+6(m+2)x^2-m+1$ đồng biến trên $(-2;-1)$.

A. $m\in\left(-\infty;\frac{-5}{2}\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;\frac{-5}{2}\right]$. **C.** $m\in\left[\frac{5}{2};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$.

Câu 40: Tính tổng bình phương tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+m}{x^2+2x-3}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. 10. **B.** 9. **C.** 81. **D.** 82.

Câu 41: Cho phương trình $m.5^x-2(m-3).5^x+m-5=0 \quad (1)$. Tập hợp tất cả các giá trị dương của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt là một khoảng $(a;b)$. Khi đó, giá trị của $Q=2b-a$ bằng

A. $Q=-1$. **B.** $Q=13$. **C.** $Q=16$. **D.** $Q=1$.

Câu 42: Bất phương trình $\left(x^2-4(x-1)\right)\log_{\frac{1}{e}}\left(-x^2+4x+1\right)<0$ có tổng tất cả các nghiệm nguyên là?

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 10.

Câu 43: Một người nhận hợp đồng dài hạn làm việc cho một công ty với mức lương khởi điểm của mỗi tháng trong ba năm đầu tiên là 9 triệu đồng/ tháng. Tính từ ngày đầu làm việc, cứ sau đúng ba năm liên tiếp thì tăng lương 10% so với mức lương một tháng người đó đang hưởng. Nếu tính theo hợp đồng thì tháng đầu tiên của năm thứ 19 người đó nhận được mức lương là bao nhiêu?

A. $9.1,1^6$ (triệu đồng). **B.** $9.1,1^8$ (triệu đồng). **C.** $9.1,1^5$ (triệu đồng). **D.** $9.1,1^7$ (triệu đồng).

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân ở B, $AC=a\sqrt{2}$, $SA\perp(ABC)$, $SA=a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC, $mp(\alpha)$ đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S. Tính V.

A. $\frac{4a^3}{9}$ **B.** $\frac{4a^3}{27}$ **C.** $\frac{2a^3}{9}$ **D.** $\frac{5a^3}{54}$

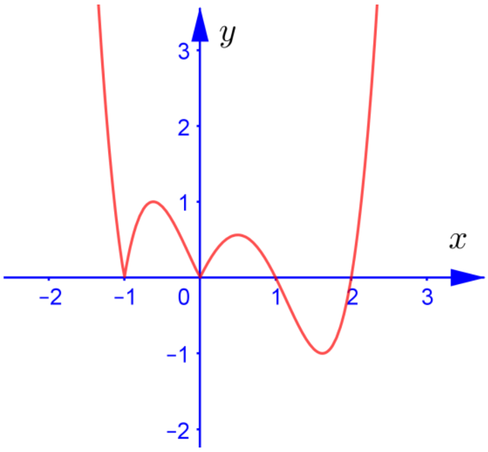
Câu 45: Cho hình nón có chiều cao và bán kính hình tròn đáy đều bằng $2a$. Mặt phẳng (α) đi qua đỉnh và tạo với đáy của hình nón một góc $60°$. Tính diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^2$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}a^2$. **C.** $8\sqrt{2}a^2$. **D.** $4\sqrt{2}a^2$.

Câu 46: Bạn Nam muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 90 (cm). Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC; P và Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn Nam có thể làm được là:

A. $\frac{91125}{4\pi}(cm^3)$. **B.** $\frac{91125}{2\pi}(cm^3)$. **C.** $\frac{108000\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$. **D.** $\frac{13500.\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$.

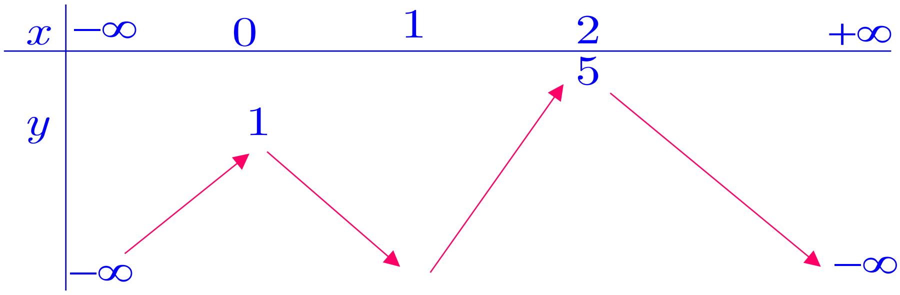
Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc 6 có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=\left[f\left(x+1\right)^3+m\right]^7$ có 2 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\left|\sin x+\sqrt{3}\cos x\right|\right)=m$ có 4 nghiệm phân biệt thuộc $\left[-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{3}\right]$.

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

Câu 49: Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $a^{\frac{2019}{2020}}>a^{\frac{2020}{2021}}$ và $\log_b a<0$. Tìm giá trị thực của tham số m khi biểu thức $P=\log_b^2 a+\log_b^2 2-\log_2 b^m\log_a 2^m+\log_b\dfrac{a^2}{16}-\dfrac{4^{ab^2}-m.2^{ab^2+1}}{\log_b a}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

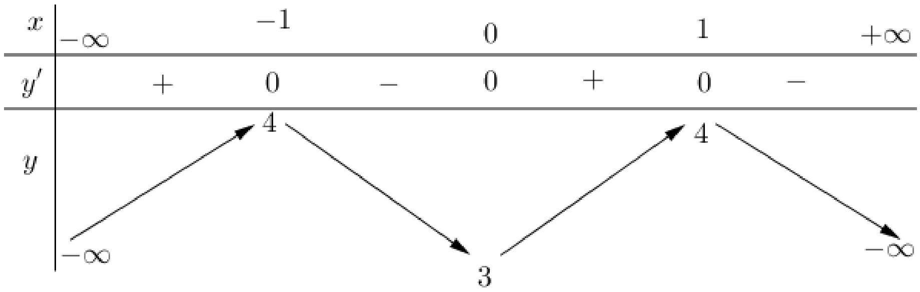
Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành thỏa mãn $AB=2a$, $BC=a\sqrt{2}$, $BD=a\sqrt{6}$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác BCD. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$, biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng a.

A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

---------- **HẾT** ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

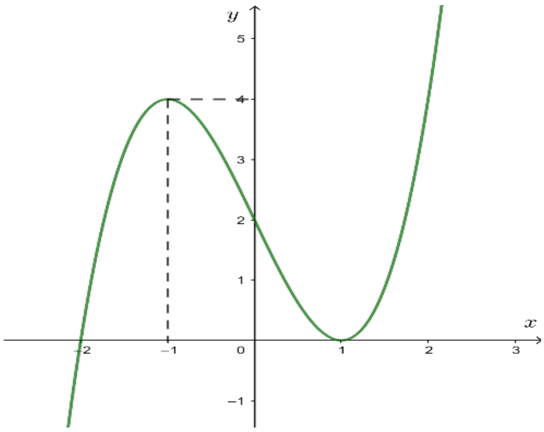
A. $\left(-\infty;4\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$. **C.** $\left(0;1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(0;1\right)$.

Do đó hàm số đồng biên trên khoảng $\left(0;1\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm kết luận đúng.



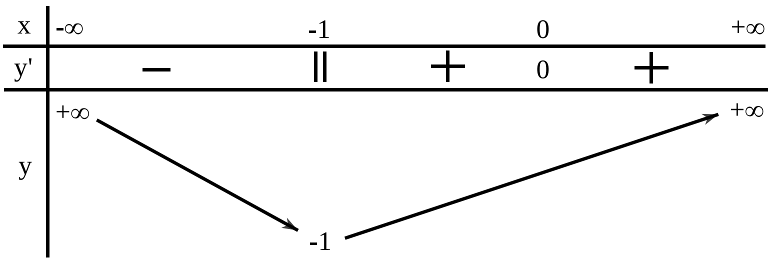
A. Hàm số $f\left(x\right)$ có điểm cực tiểu là $x=2$. **B.** Hàm số $f\left(x\right)$ có giá trị cực đại là -1.

C. Hàm số $f\left(x\right)$ có điểm cực đại là $x=4$. **D.** Hàm số $f\left(x\right)$ có giá trị cực tiểu là 0.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của hàm số ta suy ra được hàm số $f\left(x\right)$ có giá trị cực tiểu là 0.

Câu 3: **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1. **B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.

C. Hàm số không xác định tại $x=-1$. **D.** Hàm số có đúng hai cực trị.

Lời giải

Nhìn BBT ta thấy $y=-1$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Câu 4: **[Mức độ 1]** Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{x^2-4}$

A. $x=-2$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $y=\pm 2$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Ta có $y=\dfrac{x^2-2x}{x^2-4}\Rightarrow y=\dfrac{x}{x+2}$.

Có $\lim\limits_{x\to -2^-} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -2^+} y=-\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 5: **[Mức độ 1]** Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $(C): y=x^3+x+5$ và đường thẳng $(d): y=-2x+1$ là

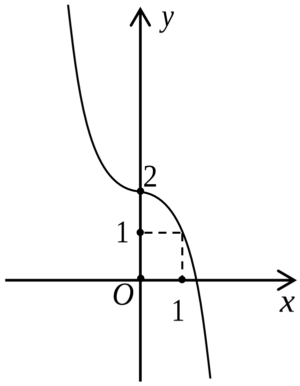
A. $(1;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(0;5)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3+x+5=-2x+1$

$\Leftrightarrow x^3+3x+4=0 \Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow y=3$.

Câu 6: **[Mức độ 1]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



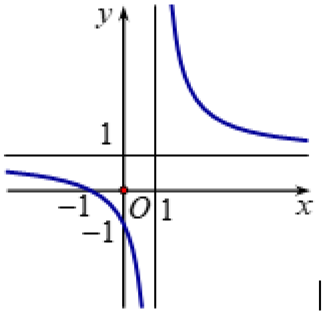
A. $y=-x^3+x+2$. **B.** $y=x^3-2x+2$. **C.** $y=x^3+x^2+2$. **D.** $y=-x^3+2$.

Lời giải

Đồ thị đi xuống nên $a<0$, loại câu B, **C.**

Đồ thị đi qua điểm $(1;1)$, chỉ có câu D đúng.

Câu 7: **[Mức độ 1]** Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



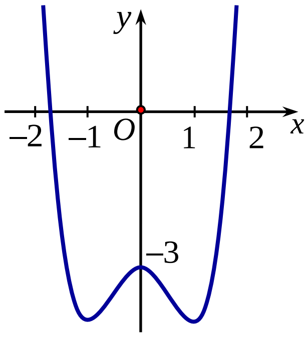
A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Lời giải

Quan sát đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ loại được đáp án C hoặc **D.**

Đồ thị có đường tiện cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=1$, loại đáp án **A.**

Câu 8: **[Mức độ 1]** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số nào cho dưới đây.



A. $y=-x^4-2x^2-3$. **B.** $y=x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2-2$ **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Lời giải

Từ đồ thị ta có:

Hàm số có 3 điểm cực trị nên loại A, **B.**

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-3)$ nên **Chọn D**

Câu 9: **[Mức độ 1]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 10: **[Mức độ 1]** Biểu thức $\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}}}$ viết dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{5}{18}}$. **B.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{12}}$. **C.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{7}{6}}$. **D.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}}}=\left(\frac{2}{3}.\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{3}}.\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{6}}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{1+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}=\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$

Câu 11: **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục tại mọi $x\neq -1$ có bảng biến thiên như bảng dưới đây.

x	$-\infty$		-3		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Vì hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục tại mọi $x\neq -1$ có bảng biến thiên như bảng ở trên ta thấy:

- $y=f(x)$ xác định và liên tục tại $x=-3$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua điểm $x=-3$ nên hàm số đạt cực trị tại $x=-3$.
- $y=f(x)$ không xác định và không liên tục tại $x\neq -1$ nên hàm số không đạt cực trị tại $x=-1$.
- $y=f(x)$ xác định và liên tục tại $x=0$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua điểm $x=0$ nên hàm số đạt cực trị tại $x=0$.
- $y=f(x)$ xác định và liên tục tại $x=2$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua điểm $x=2$ nên hàm số đạt cực trị tại $x=2$.
- $y=f(x)$ xác định và liên tục tại $x=4$ và $f'(x)$ không đổi dấu khi đi qua điểm $x=4$ nên hàm số không đạt cực trị tại $x=4$.

Câu 12: **[Mức độ 1]** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **B.** $y=(0,5)^x$. **C.** $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Lời giải

Hàm số $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$ đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ vì $\sqrt{2}>1$.

Hàm số $y=(0,5)^x$ nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ vì $0<0,5<1$.

Hàm số $y=\left(\frac{e}{\pi}\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ vì $0<\frac{e}{\pi}<1$.

Hàm số $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ vì $0<\frac{2}{3}<1$.

Câu 13: **[Mức độ 1]** Cho $a>0$, $a\neq 1$, giá trị của $\log_{a^3} a$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\log_{a^3} a=\frac{1}{3}\log_a a=\frac{1}{3}$.

Câu 14: **[Mức độ 1]** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\sqrt{3}-1\right)^x$. **B.** $y=(\pi-e)^x$. **C.** $y=\pi^x$. **D.** $y=(e-2)^x$.

Lời giải

Hàm số $y=a^x$ với $a>0$, $a\neq 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a>1$.

Ta có $\pi>1$ nên hàm số $y=\pi^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 15: **[Mức độ 1]** Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2 2x+1$.

A. $y'=\frac{1}{2x+1}$. **B.** $y'=\frac{2}{2x+1}$.

C. $y'=\frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **D.** $y'=\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $D=\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Xét hàm số $y=\log_2\ 2x+1$.

Ta có: $y'=\ \log_2\ 2x+1\ '=\dfrac{2x+1\ '}{2x+1\ \ln 2}=\dfrac{2}{2x+1\ \ln 2}$.

Câu 16: **[Mức độ 1]** Tập nghiệm của phương trình $\log_{2020}(x-1)=\log_{2020}(2x+1)$ là

A. $\left\{-2;\dfrac{1}{2}\right\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\{-2\}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Ta có phương trình đã cho $\Leftrightarrow\begin{cases}x-1=2x+1\\x>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\x>1\end{cases}$

Hệ phương trình trên vô nghiệm nên ta **Chọn D**

Câu 17: **[Mức độ 1]** Nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{4x}\le\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x-2}$ là

A. $x\le\dfrac{2}{5}$. **B.** $x\ge-\dfrac{2}{3}$. **C.** $x\ge\dfrac{2}{5}$. **D.** $x\le\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

$\left(\dfrac{2}{3}\right)^{4x}\le\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x-2}\Leftrightarrow 4x\ge x-2\Leftrightarrow x\ge-\dfrac{2}{3}$..

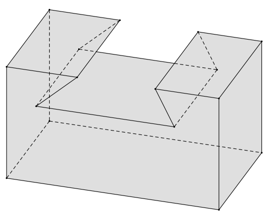
Câu 18: **[Mức độ 1]** Các giá trị x thỏa mãn bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$ là

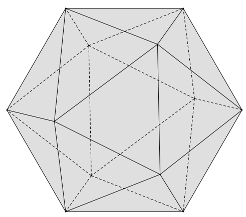
A. $x>3$. **B.** $\dfrac{1}{3}<x<3$. **C.** $x<3$. **D.** $x>\dfrac{10}{3}$.

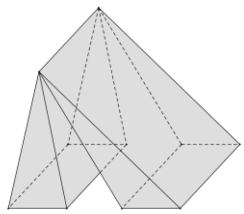
Lời giải

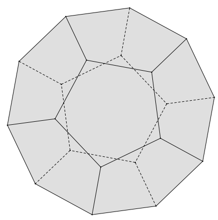
Ta có $\log_2(3x-1)>3\Leftrightarrow 3x-1>8\Leftrightarrow x>3$.

Câu 19: **[Mức độ 1]** Vật thể nào dưới đây không phải là khối đa diện?


Hình 1


Hình 2


Hình 3


Hình 4

A. Hình 3. **B.** Hình 1. **C.** Hình 4. **D.** Hình 2.

Lời giải

Vật thể cho bởi hình $1,2,4$ là các khối đa diện.

Vật thể cho bởi hình 3 không phải khối đa diện, vi phạm điều kiện mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Câu 20: **[Mức độ 1]** Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ có số mặt là bao nhiêu?

A. 14. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Khối đa diện đều loại $\{5;3\}$ là khối 12 mặt đều nên ta **Chọn B**

Câu 21: **[Mức độ 1]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, ΔABC vuông cân tại A, $SA=AB=2$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

ΔABC vuông cân tại A nên $AB = AC = 2$.

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}.AB.AC = 2$ (đvdt).

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.2.2 = \frac{4}{3}$ (đvtt).

Câu 22: **[Mức độ 1]** Cho một khối chóp có diện tích đáy là B và chiều cao là h. Khi đó thể tích V của khối chóp đó là

A. $V = Bh$. **B.** $V = 3Bh$. **C.** $V = Bh^3$. **D.** $V = \frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn đáp án **D.**

Câu 23: **[Mức độ 1]** Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB = 6\ cm$, $BC = 8\ cm$, $AA' = 10\ cm$.

A. $480\ cm^3$. **B.** $48\ cm^3$. **C.** $160\ cm^3$. **D.** $1440\ cm^3$.

Lời giải

Gọi V là thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.

Ta có $V = AB.BC.AA' = 6.8.10 = 480\ \left(cm^3\right)$.

Câu 24: **[Mức độ 1]** Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 16\pi\sqrt{3}$. **B.** $V = 12\pi$. **C.** $V = 4\pi$. **D.** $V = 4$.

Lời giải

$V = \frac{1}{3}.\pi.r^2.h = 4\pi$.

Câu 25: **[Mức độ 1]** Một khối lăng trụ có chiều cao $3a$, diện tích đáy $2a^2$ thì có thể tích bằng

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $18a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ là: $V = S.h = 2a^2.3a = 6a^2$.

Câu 26: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Lời giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có: $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0,\ \forall x \in D.$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 27: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $f\left(x\right)$ có $f'\left(x\right)=x^{2021}.\left(x-1\right)^{2020}.\left(x+1\right)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

$$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x^{2021}.\left(x-1\right)^{2020}.\left(x+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right..$$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-1)$	$\searrow$	$f(0)$	$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số chỉ có hai điểm cực trị.

Câu 28: **[Mức độ 2]** Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $\left[-2;3\right]$.

A. $m=13$. **B.** $m=25$. **C.** $m=85$. **D.** $m=\dfrac{51}{4}$.

Lời giải

Ta có: $y'=4x^3-2x; y'=0\Leftrightarrow 2x\left(2x^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\\x=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}\end{array}\right.$

$$f\left(-2\right)=25;\ f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{51}{4};\ f\left(0\right)=13;\ f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{51}{4};\ f\left(3\right)=85$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $\left[-2;3\right]$ là:

$$m=\min\left\{f\left(-2\right);f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right);f\left(0\right);f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right);f\left(3\right)\right\}=\frac{51}{4}$$

Câu 29: **[Mức độ 2]** Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{2x^2-2x}$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Tập xác định: $D=\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right]\cup\left[\dfrac{1}{2};1\right)\cup\left(1;+\infty\right)$

Tiệm cận đứng:

$$\lim_{x\to1^+}y=\lim_{x\to1^+}\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{2x\left(x-1\right)}=+\infty$$

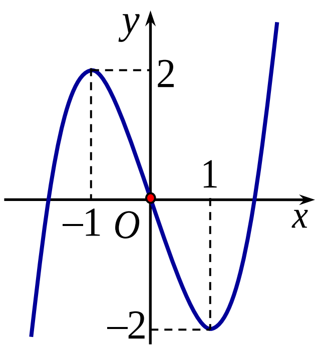
(Do $\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2\right)=5+\sqrt{3}>0;\ \lim\limits_{x\to 1^+}\left(2x(x-1)\right)=0;\ 2x(x-1)>0,\forall x>1$)

$$\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2}{2x(x-1)}=-\infty$$

(Do $\lim\limits_{x\to 1^-}\left(\sqrt{4x^2-1}+3x^2+2\right)=5+\sqrt{3}>0;\ \lim\limits_{x\to 1^-}\left(2x(x-1)\right)=0;\ 2x(x-1)<0,\forall x:0<x<1$)

Suy ra đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 30: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như vẽ. Số nghiệm của phương trình $2\left|f(x)\right|-3=0$ là:



A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $2\left|f(x)\right|-3=0\Leftrightarrow\left|f(x)\right|=\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=\dfrac{3}{2}\\ f(x)=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

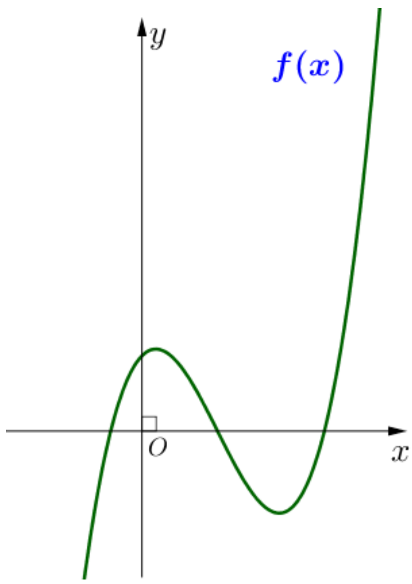
Dựa vào đồ thị ta có:

+ Số nghiệm của phương trình $f(x)=\dfrac{3}{2}$ là 3

+ Số nghiệm của phương trình $f(x)=-\dfrac{3}{2}$ là 3

Vậy số nghiệm của phương trình $2\left|f(x)\right|-3=0$ là 6

Câu 31: **[Mức độ 2]** Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ad<0$. **B.** $cd<0$. **C.** $bd>0$. **D.** $ac>0$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy

+Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên $a>0$.

+Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

+Vì $x_{CD};x_{CT}>0$ nên $\begin{cases} x_{CD}+x_{CT}=-\dfrac{2b}{3a}>0 \\ x_{CD}.x_{CT}=\dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b<0 \\ c>0 \end{cases}$.

Vậy $ac>0$.

Câu 32: **[Mức độ 2]** Cho $\log_2 3=a$, $\log_2 5=b$ Khi đó $\log_6 225$ được biểu diễn theo a,b là đáp án nào sau đây?

A. $\dfrac{ab+b}{1+3a}$. **B.** $\dfrac{a^2+b^2}{1+a}$. **C.** $\dfrac{2a+2b}{1+a}$. **D.** $\dfrac{a+b}{1+2a}$.

Lời giải

Ta có: $\log_6 225=\dfrac{\log_2 225}{\log_2 6}=\dfrac{\log_2\left(3^2.5^2\right)}{\log_2(2.3)}=\dfrac{2\log_2 3+2\log_2 5}{1+\log_2 3}=\dfrac{2a+2b}{1+a}$

Câu 33: **[Mức độ 2].** Số nghiệm của phương trình $\log_2 x+\log_2(x-6)=\log_2 7$

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x>0 \\ x-6>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>6$

Phương trình đã cho tương đương $\log_2\left[x.(x-6)\right]=\log_2 7 \Leftrightarrow x^2-6x-7=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1(l) \\ x=7 \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 34: **[Mức độ 2]** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{4}{5}\right)^{4x}\le\left(\dfrac{5}{4}\right)^{2-x}$ là:

A. $\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{2}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{2}{5}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{5};+\infty\right)$.

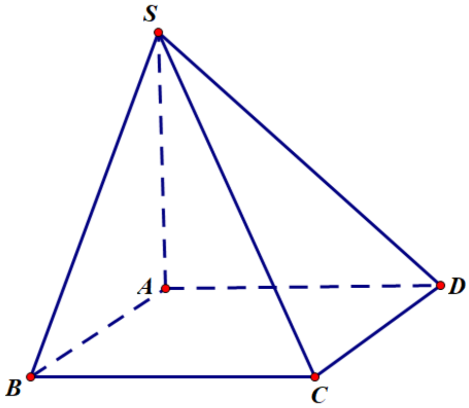
Lời giải

Ta có $\left(\dfrac{4}{5}\right)^{4x}\le\left(\dfrac{5}{4}\right)^{2-x} \Leftrightarrow \left(\dfrac{5}{4}\right)^{-4x}\le\left(\dfrac{5}{4}\right)^{2-x} \Leftrightarrow -4x\le 2-x \Leftrightarrow x\ge-\dfrac{2}{3}$.

Câu 35: **[Mức độ 2]** Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, biết cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và góc giữa cạnh bên SD và mặt phẳng đáy bằng $60°$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SD lên $(ABCD)$ là AD.

Vậy $(SD,(ABCD)) = (SD, AD) = \widehat{SDA} = 60°$.

Theo giả thiết, $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên diện tích của $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Mặt khác, do $SA \perp (ABCD)$nên $SA \perp AD$ hay tam giác SAD vuông tại A.

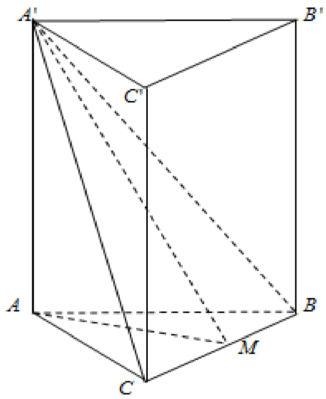
$\Rightarrow SA = AD.\tan \widehat{SDA} = a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 36: **[Mức độ 2]** Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$. Tính thể tích V của hình lăng trụ này biết tam giác ABC vuông cân tại A, $AB = a$, góc giữa $mp(ABC)$ và $mp(A'BC)$ bằng $60°$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải



Góc giữa $mp(ABC)$ và $mp(A'BC)$là $\widehat{A'MA}$ (M là trung điểm của đoạn thẳng BC).

Ta có $AB = a \Rightarrow BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

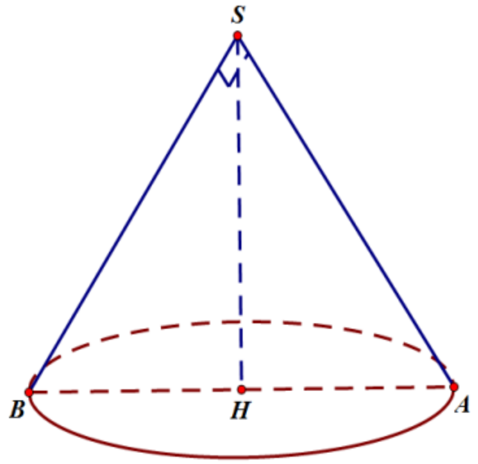
Lại có $\tan \widehat{A'MA} = \frac{A'A}{AM} \Rightarrow \tan 60° = \frac{A'A}{AM} \Rightarrow A'A = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $V = S_{\triangle ABC}.A'A = \frac{1}{2}a^2.\frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 37: **[Mức độ 2]** Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích V của khối nón đó bằng?

A. $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải



Theo đề ta có $AB=a\sqrt{6}$.

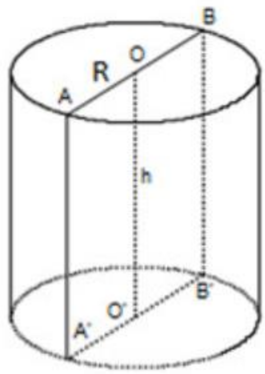
Ngoài ra ΔSAB vuông cân tại S nên $SH=AH=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối nón là $V=\dfrac{1}{3}SH.\pi.AH^2=\dfrac{1}{3}\dfrac{a\sqrt{6}}{2}.\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{2}\right)^2=\dfrac{\pi\sqrt{6}}{4}a^3$.

Câu 38: **[Mức độ 2]**Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông có cạnh $4a$. Thể tích của khối trụ này bằng

A. $32\pi a^3$. **B.** $8\pi a^3$. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $16\pi a^3$.

Lời giải



Thiết diện qua trục của một hình trụ là hình vuông $ABB'A'$ có cạnh $4a$ nên ta có chiều cao hình trụ là $h=OO'=4a$ và bán kính đáy $r=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{4a}{2}=2a$.

Thể tích của khối trụ $V_{ktru}=h\pi R^2=4a\pi.4a^2=16\pi a^3$.

Câu 39: **[Mức độ 3]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+6(m+2)x^2-m+1$ đồng biến trên $(-2;-1)$.

A. $m\in\left(-\infty;\dfrac{-5}{2}\right)$. **B.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{-5}{2}\right]$. **C.** $m\in\left[\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Ta có: $y'=-3x^2+12(m+2)x$.

Hàm số $y=-x^3+6(m+2)x^2-m+1$ đồng biến trên $(-2;-1)$ khi và chỉ khi:

$y' = -3x^2 + 12(m+2)x \geq 0, \forall x \in (-2;-1) \Leftrightarrow -x^2 + 4mx + 8x \geq 0, \forall x \in (-2;-1)$

$\Leftrightarrow 4mx \geq x^2 - 8x, \forall x \in (-2;-1) \Leftrightarrow m \leq \frac{x}{4} - 2, \forall x \in (-2;-1) \Leftrightarrow m \leq \frac{-2}{4} - 2 = \frac{-5}{2}$.

Câu 40: **[Mức độ 3]** Tính tổng bình phương tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+m}{x^2+2x-3}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. 10. **B.** 9. **C.** 81. **D.** 82.

Lời giải

Ta có: $y = \frac{x^2+m}{x^2+2x-3} = \frac{x^2+m}{(x-1)(x+3)}$.

Nhận xét: đồ thị hàm số nếu có tiệm cận đứng chỉ có thể có nhận đường thẳng $x=1$ hoặc $x=-3$ hoặc cả hai đường thẳng đó.

Vậy đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng nếu $x^2+m=0$ nhận nghiệm $x=1$ hoặc $x=-3$.

Khi đó: $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-9 \end{array}\right.$.

Với $m=-1$ có một tiệm cận đứng $x=-3$.

Với $m=-9$ có một tiệm cận đứng $x=1$.

Vậy $m \in \{-1;-9\}$. Vậy giá trị cần tìm là $81+1=82$

Câu 41: **[Mức độ 3]** Cho phương trình $m.25^x - 2(m-3).5^x + m - 5 = 0 \quad (1)$. Tập hợp tất cả các giá trị dương của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt là một khoảng $(a;b)$. Khi đó, giá trị của $Q = 2b - a$ bằng

A. $Q=-1$. **B.** $Q=13$. **C.** $Q=16$. **D.** $Q=1$.

Lời giải

Đặt $t = 5^x \ (t>0)$, khi đó phương trình (1) trở thành: $m.t^2 - 2(m-3)t + m - 5 = 0 \quad (*)$.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -m+9>0 \\ \dfrac{2(m-3)}{m} > 0 \\ \dfrac{m-5}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m < 9 \\ m < 0 \ hay\ m > 3 \\ m < 0 \ hay\ m > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ 5 < m < 9 \end{array}\right..$$

Vậy tập hợp các giá trị dương của m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt là $(5;9)$

$\Rightarrow a=5; b=9 \Rightarrow 2b-a=13$.

Câu 42: **[Mức độ 3]** Bất phương trình $\left(x^2 - 4(x-1)\right)\log_{\frac{1}{e}}\left(-x^2+4x+1\right) < 0$ có tổng tất cả các nghiệm nguyên là?

A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 10.

Lời giải

Ta có: $\left(x^2-4(x-1)\right)\log_{\frac{1}{e}}\left(-x^2+4x+1\right)<0 \Leftrightarrow (x-2)^2\log_{\frac{1}{e}}\left(-x^2+4x+1\right)<0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2\neq 0 \\ \log_{\frac{1}{e}}\left(-x^2+4x+1\right)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ -x^2+4x+1>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ -x^2+4x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ 0<x<4 \end{cases}.$

Vì $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{1;3\}$. Vậy tổng tất cả các nghiệm nguyên bằng 4.

Câu 43: **[Mức độ 3]** Một người nhận hợp đồng dài hạn làm việc cho một công ty với mức lương khởi điểm của mỗi tháng trong ba năm đầu tiên là 9 triệu đồng/ tháng. Tính từ ngày đầu làm việc, cứ sau đúng ba năm liên tiếp thì tăng lương 10% so với mức lương một tháng người đó đang hưởng. Nếu tính theo hợp đồng thì tháng đầu tiên của năm thứ 19 người đó nhận được mức lương là bao nhiêu?

A. $9.1,1^6$ (triệu đồng). **B.** $9.1,1^8$ (triệu đồng).

C. $9.1,1^5$ (triệu đồng). **D.** $9.1,1^7$ (triệu đồng).

Lời giải

Sau 3 năm, bắt đầu từ tháng đầu tiên của năm thứ 4 số tiền lương người đó nhận được sau mỗi tháng là $9+9.10\%=9.1,1$ (triệu đồng).

Sau 6 năm (2.3 năm), bắt đầu từ tháng đầu tiên của năm thứ 7 số tiền lương người đó nhận được sau mỗi tháng là $9.1,1+9.1,1.10\%=9.1,1.(1+10\%)=9.1,1^2$ (triệu đồng).

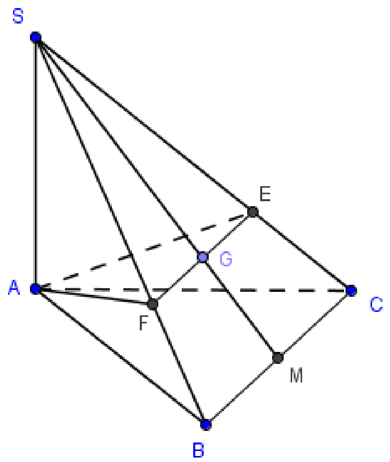
Tương tự như vậy sau 18 năm (6.3 năm), bắt đầu từ tháng đầu tiên của năm thứ 19 số tiền người đó nhận được sau mỗi tháng là $9.1,1^6$ (triệu đồng).

Vậy tháng đầu tiên của năm thứ 19, người đó nhận được mức lương là $9.1,1^6$ (triệu đồng).

Câu 44: **[Mức độ 3]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân ở B, $AC=a\sqrt{2}$, $SA\perp(ABC)$, $SA=a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC, $mp(\alpha)$ đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S. Tính V.

A. $\frac{4a^3}{9}$ **B.** $\frac{4a^3}{27}$ **C.** $\frac{2a^3}{9}$ **D.** $\frac{5a^3}{54}$

Lời giải



Trong mặt phẳng (SBC). Qua G kẻ đường thẳng song song với BC và lần lượt cắt SC, SB tại E, F. Khi đó ta được khối đa diện không chứa đỉnh S là $ABCEF$.

Ta có G là trọng tâm của tam giác SBC nên $\frac{V_{S.AFE}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA}.\frac{SF}{SB}.\frac{SE}{SC} = \frac{2}{3}.\frac{2}{3} = \frac{4}{9}$.

Do đó $V_{S.AFE} = \frac{4}{9}.V_{S.ABC} \Rightarrow V_{ABCEF} = V_{S.ABC} - \frac{4}{9}.V_{S.ABC} = \frac{5}{9}.V_{S.ABC}$.

Vì tam giác ABC vuông cân ở B, $AC = a\sqrt{2}$ nên $AB = BC = a$.

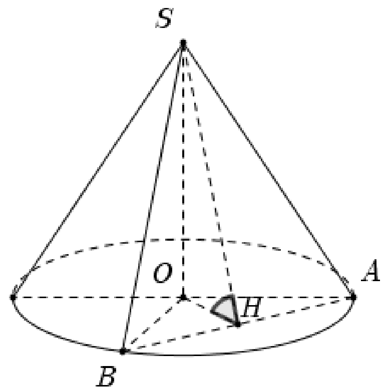
Mặt khác $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}a.a.a = \frac{a^3}{6}$.

Suy ra $V_{ABCEF} = \frac{5}{9}.\frac{a^3}{6} = \frac{5a^3}{54}$.

Câu 45: **[Mức độ 3]** Cho hình nón có chiều cao và bán kính hình tròn đáy đều bằng $2a$. Mặt phẳng (α) đi qua đỉnh và tạo với đáy của hình nón một góc $60°$. Tính diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^2$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}a^2$. **C.** $8\sqrt{2}a^2$. **D.** $4\sqrt{2}a^2$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình tròn đáy, thiết diện qua trục là tam giác SAB như hình vẽ.
Gọi H là trung điểm AB.
Ta có $OH \perp AB$ và $SH \perp AB$ nên góc giữa (α) và mặt đáy của hình nón là $SHO = 60°$.

$$\tan SHO = \frac{SO}{OH} \Rightarrow OH = \frac{SO}{\tan 60°} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a.$$

$$\sin SHO = \frac{SO}{SH} \Rightarrow SH = \frac{SO}{\sin 60°} = \frac{4\sqrt{3}}{3}a.$$

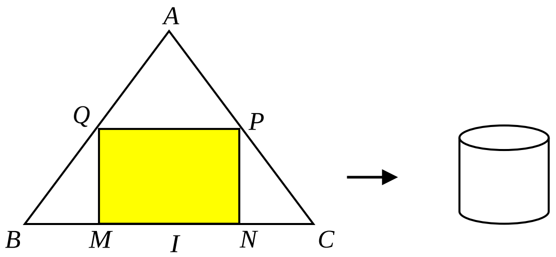
$$AB = 2HB = 2\sqrt{OB^2 - OH^2} = 2\sqrt{4a^2 - \frac{4a^2}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}a.$$

$$S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}SH.AB = \frac{1}{2}.\frac{4\sqrt{3}}{3}a.\frac{4\sqrt{6}}{3}a = \frac{8\sqrt{2}}{3}a^2.$$

Câu 46: **[Mức độ 3]** Bạn Nam muốn làm một chiếc thùng hình trụ không đáy từ nguyên liệu là mảnh tôn hình tam giác đều ABC có cạnh bằng 90 (cm). Bạn muốn cắt mảnh tôn hình chữ nhật $MNPQ$ từ mảnh tôn nguyên liệu (với M, N thuộc cạnh BC; P và Q tương ứng thuộc cạnh AC và AB) để tạo thành hình trụ có chiều cao bằng MQ. Thể tích lớn nhất của chiếc thùng mà bạn Nam có thể làm được là:

A. $\frac{91125}{4\pi}(cm^3)$. **B.** $\frac{91125}{2\pi}(cm^3)$. **C.** $\frac{108000\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$. **D.** $\frac{13500.\sqrt{3}}{\pi}(cm^3)$.

Lời giải



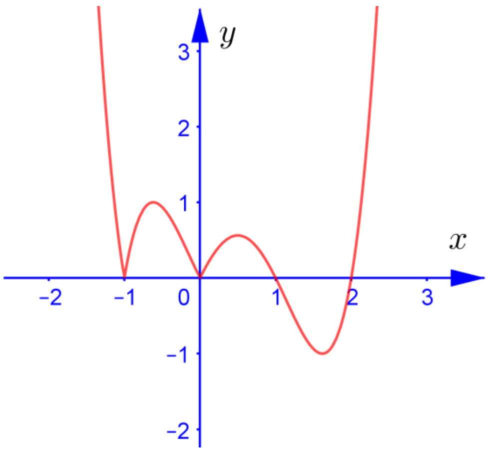
Gọi I là trung điểm BC. Suy ra I là trung điểm MN.

Đặt $MN = x$ ($0 < x < 90$); $\Rightarrow \frac{MQ}{AI} = \frac{BM}{BI} \Rightarrow MQ = \frac{\sqrt{3}}{2}(90 - x)$.

Gọi R là bán kính của trụ $\Rightarrow R = \frac{x}{2\pi}$ $\Rightarrow V_T = \pi(\frac{x}{2\pi})^2 \frac{\sqrt{3}}{2}(90 - x) = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}(-x^3 + 90x^2)$.

Xét $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{8\pi}(-x^3 + 90x^2)$ với $0 < x < 90$. Khi đó: $\max\limits_{x\in(0;90)} f(x) = \frac{13500.\sqrt{3}}{\pi}$ khi $x = 60$.

Câu 47: **[Mức độ 4]** Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 6 có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = \left[f(x+1)^3 + m \right]^7$ có 2 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

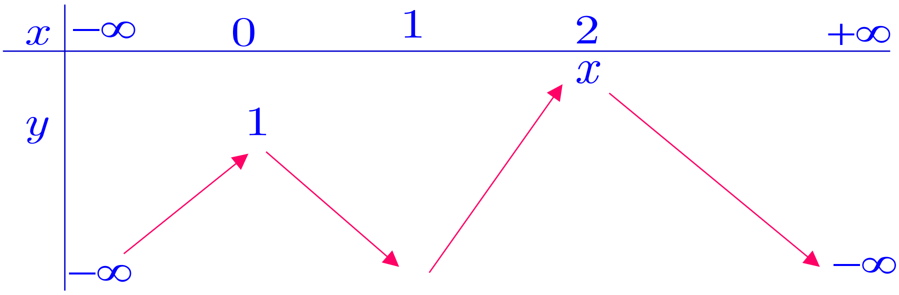
Ta có $g(x) = \left[f(x+1)^3 + m \right]^7 \Rightarrow g'(x) = 21.\left[f(x+1)^3 + m \right]^6 .f(x+1)^2 .f'(x+1)$

Ta có $\left[f(x+1)^3 + m \right]^6 .f(x+1)^2 \geq 0$ nên dấu của $g'(x)$ phụ thuộc vào dấu $f'(x+1)$.

Hàm số $f'(x)$cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt là $x = 1, x = 2$ (và đổi dấu khi x đi qua hai điểm đó) nên hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị, số điểm cực trị hàm $f(x+1)$ bằng số điểm cực trị hàm $f(x)$ nên $g(x)$ có 2 điểm cực trị với mọi m.

Vậy với mọi m hàm số $g(x)$đều có 2 điểm cực trị.

Câu 48: **[Mức độ 4]** Cho hàm số $y = f(x)$có bảng biến thiên như hình vẽ



Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\left|\sin x+\sqrt{3}\cos x\right|\right)=m$ có 4 nghiệm phân biệt thuộc $\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{3}\right]$.

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 12.

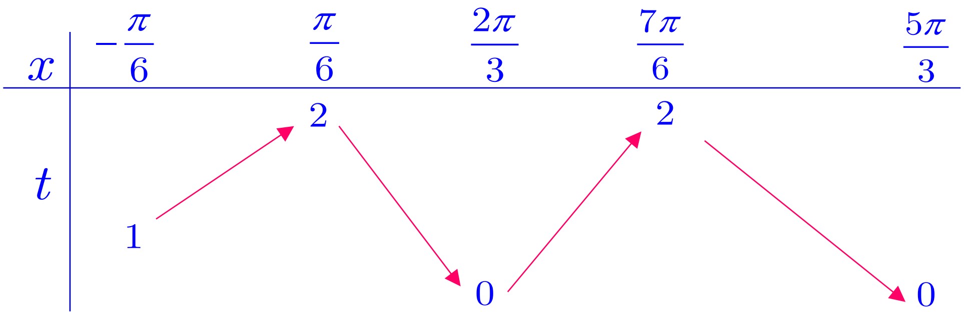
Lời giải

Ta đặt $t=\left|\sin x+\sqrt{3}\cos x\right|$

$$t'=\frac{(\sin(x)+\sqrt{3}\cos(x))(\cos(x)-\sqrt{3}\sin(x))}{|\sqrt{3}\cos(x)+\sin(x)|}=0\forall x\in\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{3}\right]$$

$$\Rightarrow x=\frac{\pi}{6},x=\frac{2\pi}{3},x=\frac{7\pi}{6},x=\frac{5\pi}{3}$$

Ta có bảng biến thiên



Để phương trình $f\left(\left|\sin x+\sqrt{3}\cos x\right|\right)=m$ có 4 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow f(t)=m$ có 1 nghiệm $t\in[1;2)$.

Theo bảng biên thiên hàm $y=f(x)$

$ycbt\Leftrightarrow 1<m<5; m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{2;3;4\}$

Vậy tổng giá trị m thỏa mãn là $2+3+4=9$.

Câu 49: **[Mức độ 4]** Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $a^{\frac{2019}{2020}}>a^{\frac{2020}{2021}}$ và $\log_b a<0$. Tìm giá trị thực của tham số m khi biểu thức $P=\log_b^2 a+\log_b^2 2-\log_2 b^m \log_a 2^m+\log_b\frac{a^2}{16}-\frac{4^{ab^2}-m.2^{ab^2+1}}{\log_b a}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

$a^{\frac{2019}{2020}}>a^{\frac{2020}{2021}}\Rightarrow a<1$, kết hợp $\log_b a<0\Rightarrow b>1$.

$$P=\log_b^2 a+\log_b^2 2-\log_2 b^m \log_a 2^m+\log_b \frac{a^2}{16}-\frac{4^{ab^2}-m.2^{ab^2+1}}{\log_b a}$$

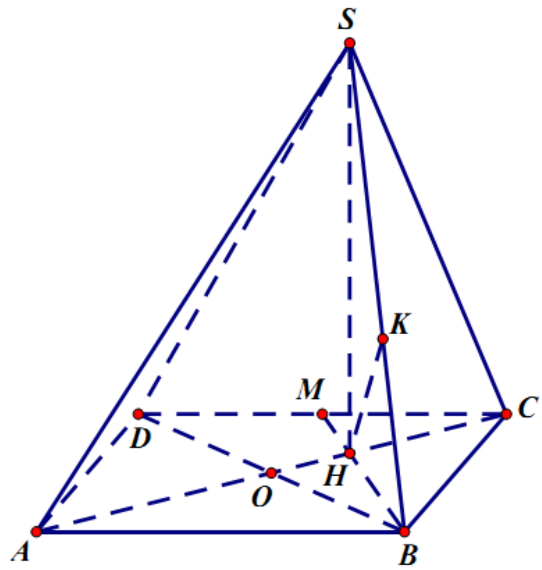
$$=\left(\log_b \frac{2}{a}-2\right)^2-\log_a b\left(2^{ab^2}-m\right)^2-4\ge -4$$

Vậy $\min P=-4$ khi $\begin{cases} m=2^{ab^2} \\ \log_b \frac{2}{a}=2 \end{cases} \Rightarrow m=4$.

Câu 50: **[Mức độ 4]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành thỏa mãn $AB=2a$, $BC=a\sqrt{2}$, $BD=a\sqrt{6}$. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm của tam giác BCD. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$, biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng a.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{5\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$, M là trung điểm của CD và O là tâm của đáy $ABCD$. Do AO là trung tuyến của tam giác ABD nên:

$$AO^2=\frac{AB^2+AD^2}{2}-\frac{BD^2}{4}=\frac{3a^2}{2}\Rightarrow AO=\frac{a\sqrt{6}}{2}\Rightarrow AH=AO+\frac{AO}{3}=\frac{2\sqrt{6}a}{3}.$$

$$BM^2=\frac{BD^2+BC^2}{2}-\frac{CD^2}{4}=\frac{6a^2+2a^2}{2}-\frac{4a^2}{4}=3a^2\Rightarrow BM=a\sqrt{3}\Rightarrow BH=\frac{2\sqrt{3}a}{3}.$$

Ta có $AH^2+BH^2=4a^2=AB^2\Rightarrow AH\perp BH$ kết hợp với $AH\perp SH\Rightarrow AH\perp(SHB)$.

Kẻ $HK\perp SB\,(K\in SB)$, theo chứng minh trên ta được $AH\perp(SHB)\Rightarrow AH\perp HK\Rightarrow HK$ là đoạn vuông góc chung của AC và SB, suy ra $HK=a$.

Trong tam giác vuông SHB ta có: $\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HB^2}\Rightarrow SH=a$.

$$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.SH.4S_{OAB}=\frac{4}{3}.SH.OA.BH=\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$$

꧁ HẾT ꧂

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 23

Câu 1: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3-2x$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=-x^3+2x$. **D.** $y=-x^4-2x^2$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như bên dưới.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	2	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Cực đại của hàm số đã cho là

A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-3$.

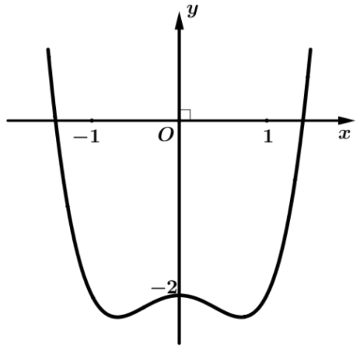
Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)=-\dfrac{x^3}{3}-x^2+3x+1$ trên $[0;2]$

A. $m=1$. **B.** $m=\dfrac{1}{3}$. **C.** $m=\dfrac{8}{3}$. **D.** $m=0$.

Câu 5: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3+2x}{x+1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=2$.

Câu 6: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^4-x^2-2$. **B.** $y=x^4+x^2-2$.

C. $y=-x^4-x^2-2$. **D.** $y=-x^4+x^2-2$.

Câu 7: Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x-1$ là

A. 6. **B.** -1. **C.** -6. **D.** 0.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-1\right)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 9: Cho số thực a dương và $a\neq 1$. Giá trị của biểu thức $P=\log_{\sqrt[3]{a^4}} a^2$ là

A. 1. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 3.

Câu 10: Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_{2020}\left(x^3-1\right)$.

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_2 x=\log_2 x^2$ là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Câu 12: Bất phương trình $2^{x-1}<5$ có tập nghiệm là

A. $S=(-\infty;1+\log_2 5)$. **B.** $S=(-\infty;\log_2 5)$. **C.** $S=(-\infty;1)$. **D.** $S=(-\infty;1+\log_5 2)$.

Câu 13: Một người gửi ngân hàng 70 triệu đồng theo hình thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất $5,6\%$ /năm. Hỏi sau 3 năm người đó có bao nhiêu tiền cả gốc và lãi? (đơn vị: triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $75,6$ triệu đồng. **B.** 80 triệu đồng. **C.** $82,43$ triệu đồng. **D.** $78,06$ triệu đồng.

Câu 14: Khối đa diện đều nào có số cạnh bằng số cạnh khối bát diện đều?

A. Khối nhị thập diện đều (20 mặt đều). **B.** Khối lập phương.
C. Khối thập nhị diện đều (12 mặt đều). **D.** Khối tứ diện đều.

Câu 15: Khối đa điện đều loại nào có số đỉnh bằng số mặt?

A. $\{5;3\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;3\}$.

Câu 16: Khối lập phương có cạnh bằng $3a$ có thể tích là?

A. $6a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** $27a^2$. **D.** $27a^3$.

Câu 17: Cho mặt cầu có bán kính bằng R. Diện tích của mặt cầu đó là:

A. $S=\pi R^2$. **B.** $S=2\pi R^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $S=4\pi R^2$.

Câu 18: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích toàn phần của hình trụ đó là:

A. $5\pi R^2$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $6\pi R^2$. **D.** $3\pi R^2$.

Câu 19: Diện tích xung quanh của một hình nón có đường sinh bằng 10 và đường kính đáy bằng 5 là:

A. 25π. **B.** 50π. **C.** 100π. **D.** 120π.

Câu 20: Cho hàm số $y = f \;\; x$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x)=(3-x)(x-5)(x-7)^3, \forall x \in \mathbb{R}$

Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f \;\; x$ đồng biến trên khoảng $\;1;5\;$.

B. Hàm số $y = f \;\; x$ nghịch biến trên khoảng $\;5;+\infty\;$.

C. Hàm số $y = f \;\; x$ đồng biến trên khoảng $\;5;6\;$.

D. Hàm số $y = f \;\; x$ nghịch biến trên khoảng $\;-\infty;3\;$.

Câu 21: Các khoảng nghịch biến của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ **B.** $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$ **C.** $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.**D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{x_3\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	$f'(x_1)$	$+$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(x_1)$	$\nearrow$	$f(x_2)$	$\searrow$	$\|$	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

B. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

C. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

D. Hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

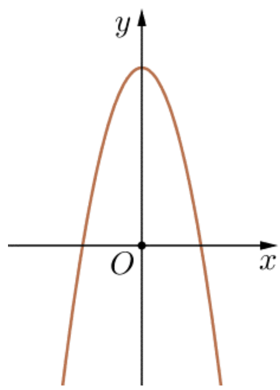
Câu 23: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+2}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng -4. Tính tổng các phần tử của S.

A. 0 **B.** 5 **C.** -5 **D.** 10

Câu 24: Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+4}{x^2+mx+1}$ có đúng 3 đường tiệm cận?

A. 16 **B.** 18 **C.** 14 **D.** 20

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Khi đó, hàm số $y=f(x)$ có phương trình là:



A. $y=f(x)=x^3-3x-2$.

B. $y=f(x)=-x^3+3x+2$.

C. $y=f(x)=x^4-2x^2+2$.

D. $y=f(x)=-x^4+2x^2-2$.

Câu 26: Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = -2$ là

A. $y = -40x - 102$. **B.** $y = -40x - 58$. **C.** $y = -40x + 102$. **D.** $y = -40x + 58$.

Câu 27: Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-e}$ là:

A. $D = (-\infty;1) \cup (2;+\infty)$ **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1;2\}$ **C.** $D = (0;+\infty)$ **D.** $D = (1;2)$

Câu 28: Cho $\log_2 \left(x^2 + y^2\right) = 1 + \log_2 xy \ \left(xy > 0\right)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $x > y$. **B.** $x = y$. **C.** $x < y$. **D.** $x = y^2$.

Câu 29: Tập xác định của hàm số $y = \left[\ln\left(x - 2\right)\right]^{\pi}$ là

A. $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(3;+\infty\right)$. **D.** R

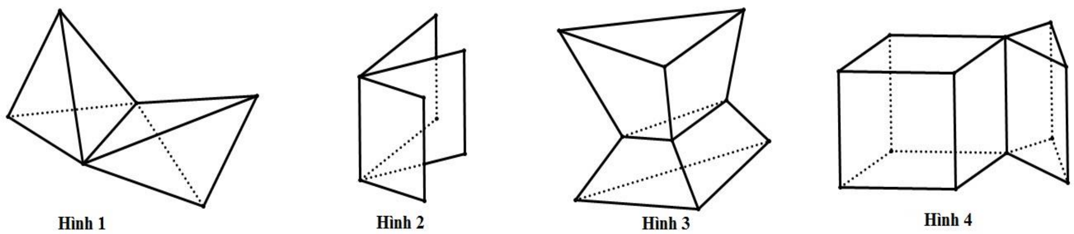
Câu 30: Cho phương trình $2^{x^2+x-1} - 2^{x^2-1} = 2^{2x} - 2^x$. Gọi x_1, x_2 là nghiệm nhỏ nhất và nghiệm lớn nhất của phương trình. Tích $x_1.x_2$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2\left(x+2\right) \le \log_2\left(12 - 3x\right)$ là

A. $\left(-8;4\right]$. **B.** $\left(-2;4\right)$. **C.** $\left[-8;1\right)$. **D.** $\left(-2;1\right]$.

Câu 32: Trong các hình dưới đây, hình nào là hình đa diện?



A. Hình 3. **B.** Hình 1. **C.** Hình 2. **D.** Hình 4.

Câu 33: Cho hình bát diện đều cạnh $2a$. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó, giá trị của S là

A. $S = 2\sqrt{3}a^2$. **B.** $S = 8\sqrt{3}a^2$. **C.** $S = 4\sqrt{3}a^2$. **D.** $S = 6\sqrt{3}a^2$.

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, biết góc tạo bởi mặt phẳng bên và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, độ dài đường chéo bằng $2a\sqrt{2}$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ACD$?

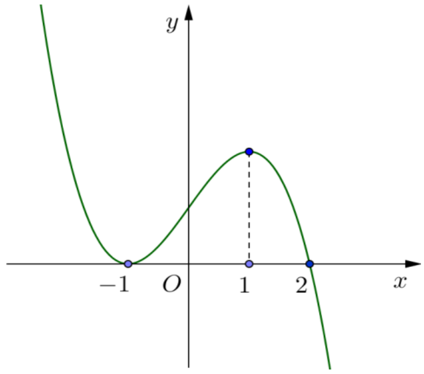
A. $2a\sqrt{6}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 36: Thiết diện qua trục một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{6}$. Thể tích của khối nón này là

A. $\pi\sqrt{6}$. **B.** $3\pi\sqrt{3}$. **C.** $3\pi\sqrt{2}$. **D.** $2\pi\sqrt{6}$.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Nhận xét nào đúng về hàm số $g(x)=f^2(x)$?

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng nào?



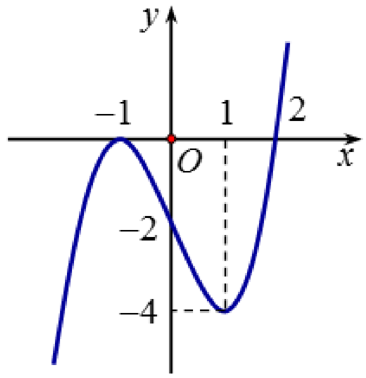
A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty;1)$.

C. $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 38: Tìm số các giá trị nguyên của tham số $m\in(-2021;2021)$ để hàm số $y=\left|x^4-4x^2+m+2020\right|$ có 7 điểm cực trị.

A. 2020. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc 4, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=f'(x)$, $(y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R})$. Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2)$. Hàm số g(x) đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;0)$. **B.** $(0;1)$.

C. $(-\infty;-2)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 40: Một con cá bơi ngược dòng từ A đến B với khoảng cách là $300(km)$. Vận tốc dòng nước là $6(km/h)$. Nếu vận tốc của con cá khi nước đứng yên là $v(km/h)$ thì năng lượng tiêu hao trong thời gian t giờ được cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$, trong đó c là một hằng số, E được tính bằng Jun. Vận tốc của con cá khi nước đứng yên là bao nhiêu để năng lượng tiêu hao là ít nhất?

A. $7km/h$. **B.** $10km/h$. **C.** $6km/h$. **D.** $9km/h$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-2020;2020]$ để hàm số $y=x^{2021}-mx+2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2023.

Câu 42: Biết rằng phương trình $\log_2\left(\dfrac{x^2+2}{2x+5}\right)=-x^2+4x+9$ có hai nghiệm $x=a+b\sqrt{c}$ và $x=a-b\sqrt{c}$ với a,b,c là các số nguyên dương. Tính tích $a.b.c$.

A. 8. **B.** -8. **C.** -12. **D.** 12.

Câu 43: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\log_2^2 x}-10x^{\log_2\frac{1}{x}}+3>0$ là:

A. $S=\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$. **B.** $S=(-2;0)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $S=(-\infty;0)\cup\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$.

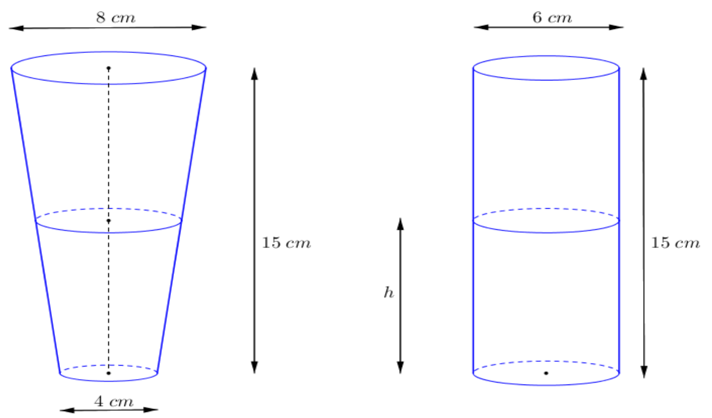
Câu 44: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại B, $BC=a$, $BD=a\sqrt{3}$, $AB=4a$ và $ACB=ADB=90^0$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $5a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính diện tích S của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $S=\dfrac{5\pi a^2}{3}$. **B.** $S=\dfrac{5\pi a^2}{12}$. **C.** $S=\dfrac{5\pi a^2}{6}$. **D.** $S=\dfrac{3\pi a^2}{8}$.

Câu 46: Một cốc uống bia có hình nón cụt còn lon bia thì có hình trụ (như hình vẽ dưới đây). Khi rót bia từ lon ra cốc thì chiều cao h của phần bia còn lại trong lon và chiều cao của phần bia có trong cốc là như nhau. Hỏi khi đó chiều cao h của bia trong lon gần nhất là số nào sau đây?



A. $8,58$. **B.** $14,2$. **C.** $7,5$. **D.** $9,18$.

Câu 47: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số đối xứng nhau qua đường phân giác (d) của góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

A. 1 **B.** 4 **C.** 2. **D.** 3

Câu 48: Gọi $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-3x-4\le 0 \\ x^3-3x|x|-m^2-15m\ge 0 \end{cases}$ có nghiệm. Tính $a+b$.

A. -17. **B.** 15. **C.** 17. **D.** -15.

Câu 49: Cho tứ diện $SABC$ có $AB=a$, tam giác SBC đều, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trực tâm H của tam giác ABC, mặt phẳng (SCH) tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60^0. Tính thể tích khối tứ diện $GABC$ với G là trọng tâm của tam giác SAC.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{38}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{144}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{32}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

Câu 50: . Gọi r và h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của một hình nón. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối nón và thể tích khối cầu nội tiếp hình nón. Khi r và h thay đổi, tìm giá trị bé nhất của tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$

A. $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 2

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

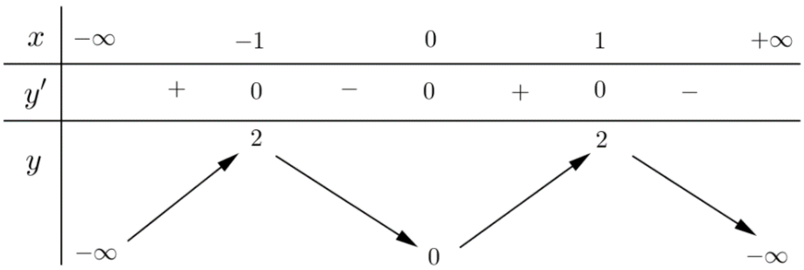
A. $y=-x^3-2x$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=-x^3+2x$. **D.** $y=-x^4-2x^2$.

Lời giải

Nhận xét $y=-x^3-2x$ có $y'=-3x^2-2<0, \forall x\in\mathbb{R}$

Do đó hàm số $y=-x^3-2x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như bên dưới.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

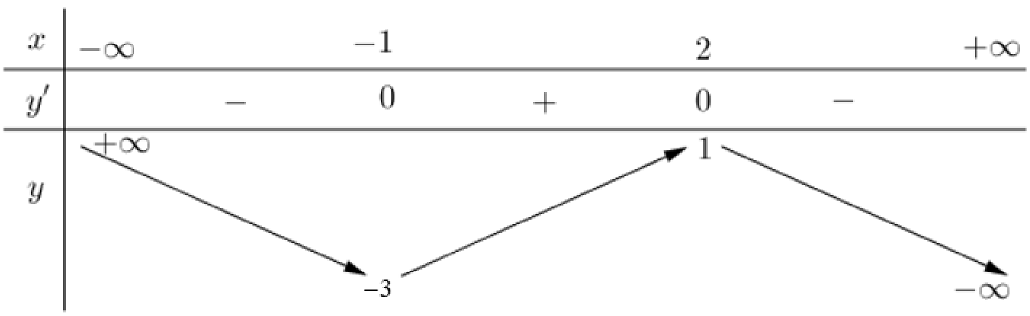
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên suy ra đáp án **C.**

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Cực đại của hàm số đã cho là

A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=-3$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có cực đại của hàm số $y=f(x)$ là $y=1$.

Câu 4: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)=-\dfrac{x^3}{3}-x^2+3x+1$ trên $[0;2]$

A. $m=1$. **B.** $m=\dfrac{1}{3}$. **C.** $m=\dfrac{8}{3}$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Hàm số $f(x)=-\frac{x^3}{3}-x^2+3x+1$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có $y'=-x^2-2x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;2] \\ x=-3\notin[0;2] \end{array}\right.$.

$f(0)=1;\ f(1)=\frac{8}{3};\ f(2)=\frac{1}{3}$.

Vậy $m=\min\limits_{[0;2]} f(x)=f(2)=\frac{1}{3}$.

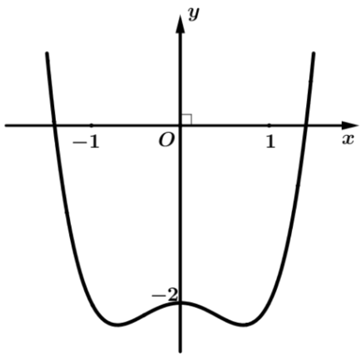
Câu 5: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-3+2x}{x+1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{-3+2x}{x+1}=2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2$.

Câu 6: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^4-x^2-2$. **B.** $y=x^4+x^2-2$. **C.** $y=-x^4-x^2-2$. **D.** $y=-x^4+x^2-2$.

Lời giải

Đồ thị hàm số đã cho có hệ số $a>0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab<0$ nên hệ số $b<0$.

Suy ra đồ thị hàm số chỉ có thể là đồ thị của hàm số $y=x^4-x^2-2$.

Câu 7: Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x-1$ là

A. 6. **B.** -1. **C.** -6. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $y'(x)=-3x^2+3$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A(1;0)$ của đồ thị hàm số đã cho là: $y'(1)=-3(1)^2+3=0$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-1\right)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số $y=\left(x^2-1\right)^{\frac{2}{3}}$ là: $x^2-1>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-1 \\ x>1 \end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 9: Cho số thực a dương và $a\neq 1$. Giá trị của biểu thức $P=\log_{\sqrt[3]{a^4}} a^2$ là

A. 1. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $P=\log_{\sqrt[3]{a^4}} a^2=\log_{a^{\frac{4}{3}}} a^2=2.\dfrac{3}{4}\log_a a=\dfrac{3}{2}$.

Câu 10: Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_{2020}\left(x^3-1\right)$.

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $x^3-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Câu 11: Nghiệm của phương trình $\log_2 x=\log_2 x^2$ là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Điều kiện $x>0$.

Ta có

$\log_2 x=\log_2 x^2 \Leftrightarrow \log_2 x^2-\log_2 x=0 \Leftrightarrow 2\log_2 x-\log_2 x=0 \Leftrightarrow \log_2 x=0 \Leftrightarrow x=1$.

Câu 12: Bất phương trình $2^{x-1}<5$ có tập nghiệm là

A. $S=(-\infty;1+\log_2 5)$. **B.** $S=(-\infty;\log_2 5)$.

C. $S=(-\infty;1)$. **D.** $S=(-\infty;1+\log_5 2)$.

Lời giải

Ta có

$2^{x-1}<5 \Leftrightarrow x-1<\log_2 5 \Leftrightarrow x<1+\log_2 5$.

Vậy tập nghiệm là $S=(-\infty;1+\log_2 5)$.

Câu 13: Một người gửi ngân hàng 70 triệu đồng theo hình thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất $5,6\%$ /năm. Hỏi sau 3 năm người đó có bao nhiêu tiền cả gốc và lãi? (đơn vị: triệu đồng, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $75,6$ triệu đồng. **B.** 80 triệu đồng. **C.** $82,43$ triệu đồng. **D.** $78,06$ triệu đồng.

Lời giải

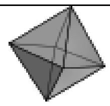
Tổng số tiền cả gốc và lãi người gửi nhận được sau n năm là $T=A(1+r)^n$, với A là số tiền ban đầu đem gửi (tính theo triệu đồng), r là lãi suất.

Áp dụng vào bài toán với $A=70$, $r=0,056$ và $n=3$ ta được số tiền cả gốc và lãi người đó nhận được sau 3 năm là $T=70.(1+0,056)^3\approx 82,43$ (triệu đồng).

Câu 14: Khối đa diện đều nào có số cạnh bằng số cạnh khối bát diện đều?

A. Khối nhị thập diện đều (20 mặt đều).
B. Khối lập phương.
C. Khối thập nhị diện đều (12 mặt đều).
D. Khối tứ diện đều.

Lời giải

Khối đa diện đều		**Số đỉnh**	**Số cạnh**	**Số mặt**	**Loại**
Tứ diện đều		4	6	4	3;3
Khối lập phương		8	12	6	4;3
Bát diện đều		6	12	8	3;4
Mười hai mặt đều		20	30	12	5;3
Hai mươi mặt đều		12	30	20	3;5

Dựa vào bảng khối đa diện đều ta thấy khối bát diện và khối lập phương đều có số cạnh bằng 12.

Câu 15: Khối đa điện đều loại nào có số đỉnh bằng số mặt?

A. $\{5;3\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;3\}$.

Lời giải

Dựa vào bảng phân loại sách giáo khoa

Câu 16: Khối lập phương có cạnh bằng $3a$ có thể tích là?

A. $6a^3$. **B.** $9a^3$. **C.** $27a^2$. **D.** $27a^3$.

Lời giải

Ta có thể tích khối lập phương là: $(3a)^3=27a^3$

Câu 17: Cho mặt cầu có bán kính bằng R. Diện tích của mặt cầu đó là:

A. $S=\pi R^2$. **B.** $S=2\pi R^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **D.** $S=4\pi R^2$.

Lời giải

Câu 18: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và đường sinh bằng đường kính đáy. Diện tích toàn phần của hình trụ đó là:

A. $5\pi R^2$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $6\pi R^2$. **D.** $3\pi R^2$.

Lời giải

Vì $l = 2R$ nên diện tích toàn phần của hình trụ bằng: $2\pi Rl + 2\pi R^2 = 6\pi R^2$.

Câu 19: Diện tích xung quanh của một hình nón có đường sinh bằng 10 và đường kính đáy bằng 5 là:

A. 25π. **B.** 50π. **C.** 100π. **D.** 120π.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi rl = \pi.\frac{5}{2}.10 = 25\pi.$$

Câu 20: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = (3-x)(x-5)(x-7)^3, \forall x \in \mathbb{R}$

Kết luận nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y = f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(1;5\right)$.

B. Hàm số $y = f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(5;+\infty\right)$.

C. Hàm số $y = f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(5;6\right)$.

D. Hàm số $y = f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;3\right)$.

Lời giải

Ta có:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = 5 \\ x = 7 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		3		5		7		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(5;6\right)$.

Câu 21: Các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-2}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ **B.** $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$ **C.** $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$. Đạo hàm: $y' = \dfrac{-5}{(x-2)^2} < 0,\ \forall x \neq 2.$

Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên mỗi khoảng $(-\infty;x_3)$ và $(x_3;+\infty)$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	$f'(x_1)$	$+$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(x_1)$	$\nearrow$	$f(x_2)$	$\searrow$	$\|$	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

B. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

C. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

D. Hàm số đã cho có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy

- $f'(x)$ đổi dấu từ "$-$" sang "$+$" khi x đi qua điểm x_1 suy ra x_1 là điểm cực tiểu của hàm số.
- $f'(x)$ đổi dấu từ "$+$" sang "$-$" khi x đi qua điểm x_2 suy ra x_2 là điểm cực đại của hàm số.
- $f'(x)$ đổi dấu từ "$-$" sang "$+$" khi x đi qua điểm x_3 nhưng tại x_3 hàm số $f(x)$ không xác định nên x_3 không phải là điểm cực tiểu.

Do đó hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

Câu 23: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+2}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng -4. Tính tổng các phần tử của S.

A. 0 **B.** 5 **C.** -5 **D.** 10

Lời giải

Ta có $y'=\dfrac{2+m^2}{(x+2)^2}>0, \forall x\neq -2$. Suy ra hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+2}$ đồng biến trên đoạn $[1;5]$, do đó $\max\limits_{[1;5]} y = y(5)=\dfrac{5-m^2}{7}$.

Theo giả thiết, $\dfrac{5-m^2}{7}=-4 \Leftrightarrow m^2=33 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{33}$. Vậy $S=\left\{\sqrt{33};-\sqrt{33}\right\}$ nên tổng các phần tử của S bằng 0.

Câu 24: Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in[-10;10]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+4}{x^2+mx+1}$ có đúng 3 đường tiệm cận?

A. 16 **B.** 18 **C.** 14 **D.** 20

Lời giải

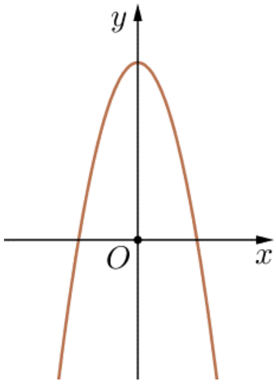
+) Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2+4}{x^2+mx+1}=1$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y=1$.

+) Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+4}{x^2+mx+1}$ có đúng 3 đường tiệm cận thì đồ thị hàm số cần có đúng 2 đường tiệm cận đứng, suy ra phương trình $x^2+mx+1=0$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta=m^2-4>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right.$.

Kết hợp với giả thiết, m là số nguyên và $m\in[-10;10]$ nên có 16 giá trị m thỏa mãn.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Khi đó, hàm số $y=f(x)$ có phương trình là:



A. $y=f(x)=x^3-3x-2$.
B. $y=f(x)=-x^3+3x+2$.
C. $y=f(x)=x^4-2x^2+2$.
D. $y=f(x)=-x^4+2x^2-2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$, ta có: $y=f(x)=-x^3+3x+2$.

Câu 26: Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^4+2x^2-2$ tại điểm có hoành độ $x_0=-2$ là

A. $y=-40x-102$. **B.** $y=-40x-58$. **C.** $y=-40x+102$. **D.** $y=-40x+58$.

Lời giải

Với $x_0=-2 \Rightarrow y_0=22$.

Ta có $y'=4x^3+4x \Rightarrow y'(-2)=-40$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x_0=-2$ là $y=-40(x+2)+22$ hay $y=-40x-58$.

Câu 27: Tập xác định của hàm số $y=(x^2-3x+2)^{-e}$ là:

A. $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$ **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$ **C.** $D=(0;+\infty)$ **D.** $D=(1;2)$

Lời giải

Hàm số $y=(x^2-3x+2)^{-e}$ xác định $\Leftrightarrow x^2-3x+2>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<1 \end{array}\right.$

Vậy tập xác định của hàm số $y=(x^2-3x+2)^{-e}$ là: $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$

Câu 28: Cho $\log_2(x^2+y^2)=1+\log_2 xy$ $(xy>0)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $x>y$. **B.** $x=y$. **C.** $x<y$. **D.** $x=y^2$.

Lời giải

Ta có

$$\log_2\left(x^2+y^2\right)=1+\log_2 xy\ \ (xy>0)$$
$$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2+y^2\right)=\log_2 2xy$$
$$\Leftrightarrow x^2+y^2=2xy$$
$$\Leftrightarrow (x-y)^2=0$$
$$\Leftrightarrow x=y$$

Câu 29: Tập xác định của hàm số $y=\left[\ln(x-2)\right]^{\pi}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** R

Lời giải

Hàm số đã cho xác định

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\ln(x-2)>0\\ x-2>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-2>1\\ x-2>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>3\\ x>2\end{cases} \Leftrightarrow x>3$$

Câu 30: Cho phương trình $2^{x^2+x-1}-2^{x^2-1}=2^{2x}-2^x$. Gọi x_1,x_2 là nghiệm nhỏ nhất và nghiệm lớn nhất của phương trình. Tích $x_1.x_2$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Phương trình

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-1}\left(2^x-1\right)=2^x\left(2^x-1\right)\Leftrightarrow\left(2^x-1\right)\left(2^{x^2-1}-2^x\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x-1=0\\ 2^{x^2-1}-2^x=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=1\\ 2^{x^2-1}=2^x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-1=x\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-x-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.$$

Suy ra nghiệm nhỏ nhất là $x_1=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$, nghiệm lớn nhất là $x_2=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

Vậy $x_1.x_2=-1$

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x+2)\le\log_2(12-3x)$ là

A. $(-8;4]$. **B.** $(-2;4)$. **C.** $[-8;1)$. **D.** $(-2;1]$.

Lời giải

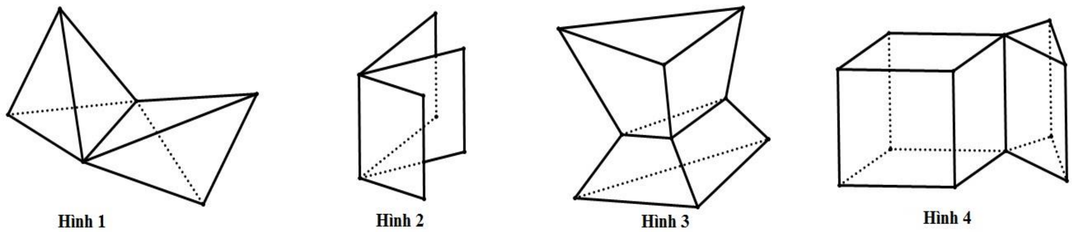
Điều kiện: $\begin{cases}x+2>0\\ 12-3x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-2\\ x<4\end{cases}$

Khi đó ta có: $2\log_2(x+2)\le\log_2(12-3x)\Leftrightarrow\log_2(x+2)^2\le\log_2(12-3x)$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2\le 12-3x\Leftrightarrow x^2+7x-8\le 0\Leftrightarrow -8\le x\le 1$$

Kết hợp điều kiện ta có $-2<x\le 1$

Câu 32: Trong các hình dưới đây, hình nào là hình đa diện?



A. Hình 3. **B.** Hình 1. **C.** Hình 2. **D.** Hình 4.

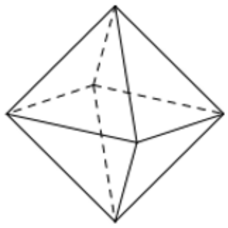
Lời giải

Trong các hình 1; 2; 4 có một cạnh là cạnh chung của từ 3 mặt nên không phải là hình đa diện. Hình đa diện là hình số 3

Câu 33: Cho hình bát diện đều cạnh $2a$. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó, giá trị của S là

A. $S = 2\sqrt{3}a^2$. **B.** $S = 8\sqrt{3}a^2$. **C.** $S = 4\sqrt{3}a^2$. **D.** $S = 6\sqrt{3}a^2$.

Lời giải



Hình bát diện đều là hình có tám mặt bằng nhau, mỗi mặt là một tam giác đều.

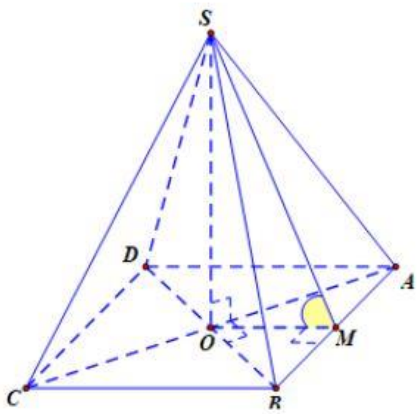
Diện tích mỗi mặt: $S_0 = a^2\sqrt{3}$

Diện tích tất cả các mặt: $S = 8\sqrt{3}a^2$

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, biết góc tạo bởi mặt phẳng bên và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Theo tính chất của hình chóp đều ta có:

$$\begin{cases} SM \perp AB \\ MO \perp AB \\ (SAB)\cap(ABCD) = SO \end{cases}$$

$\Rightarrow$Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ là góc $SMO = 60^0$

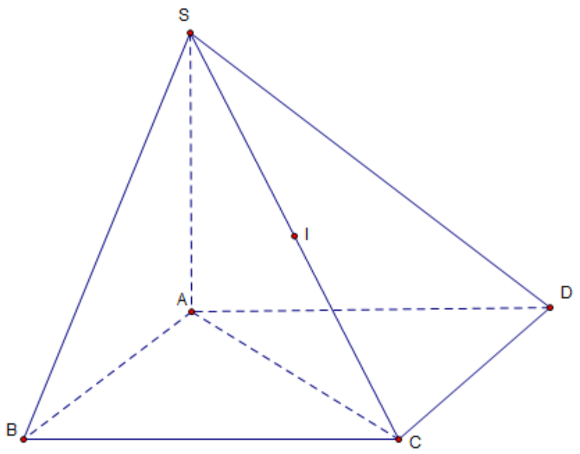
$$\Rightarrow SO = OM.\tan 60^0 = \frac{1}{2}a\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3}a^2.\frac{1}{2}a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, độ dài đường chéo bằng $2a\sqrt{2}$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính đường kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ACD$?

A. $2a\sqrt{6}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải



Cách 1 : **Tự luận**

Ta có : $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC \Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại A (1).

$$\left.\begin{matrix} DC \perp SA \\ DC \perp AD \end{matrix}\right\} \Rightarrow DC \perp SD \Rightarrow \Delta SDC \text{ vuông tại } D \ (2).$$

Từ (1); (2) suy ra $S;A;C;D$ cùng thuộc một mặt cầu đường kính SC.

Xét ΔSAC vuông tại A có $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 8a^2} = 2a\sqrt{3}$.

Đường kính của mặt cầu là $SC = 2a\sqrt{3}$.

Cách 2 : Trắc nghiệm.

Dùng công thức tính nhanh

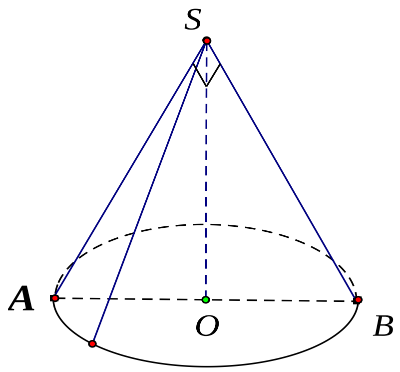
$$R_c = \sqrt{{R_d}^2 + \frac{h^2}{4}}$$

Đường kính của mặt cầu là : $2R_c = \sqrt{4R_d{}^2 + h^2} = \sqrt{8a^2 + (2a)^2} = 2a\sqrt{3}$.

Câu 36: Thiết diện qua trục một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2\sqrt{6}$. Thể tích của khối nón này là

A. $\pi\sqrt{6}$. **B.** $3\pi\sqrt{3}$. **C.** $3\pi\sqrt{2}$. **D.** $2\pi\sqrt{6}$.

Lời giải

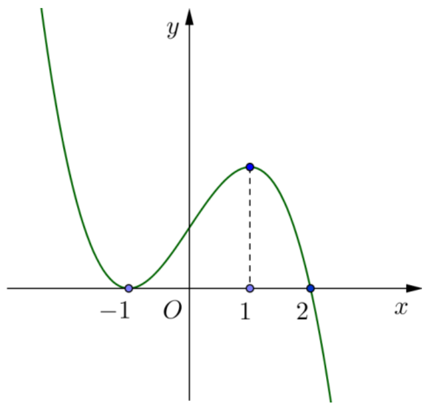


Gọi thiết diện qua trục là ΔSAB, tâm đường tròn đáy là O.

Xét ΔSAB vuông cân tại S : $SO = AO = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}.2\sqrt{6} = \sqrt{6}$.

$V = \frac{1}{3}.h.\pi.r^2 = \frac{1}{3}SO.\pi(OA)^2 = \frac{1}{3}.\sqrt{6}.\pi\left(\sqrt{6}\right)^2 = 2\pi\sqrt{6}$.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Nhận xét nào đúng về hàm số $g(x) = f^2(x)$?



Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có:

Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$, trong đó $x = -1$ là nghiệm kép.

Phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$ và $f'(x)>0$ khi $-1<x<1$.

Xét hàm số $g(x)=f^2(x)$ có $g'(x)=2f(x).f'(x)$;

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f'(x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\\x=-1\\x=1\end{array}\right..$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\vert$	$-$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

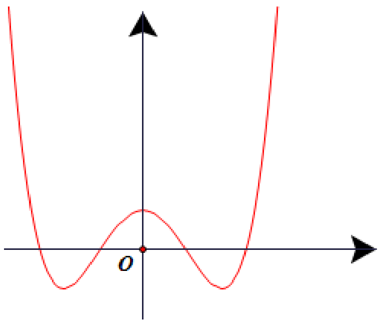
Từ bảng xét dấu ta có $g'(x)>0$ khi $x\in(-1;1)\cup(2;+\infty)$ nên hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 38: Tìm số các giá trị nguyên của tham số $m\in(-2021;2021)$ để hàm số $y=\left|x^4-4x^2+m+2020\right|$ có 7 điểm cực trị.

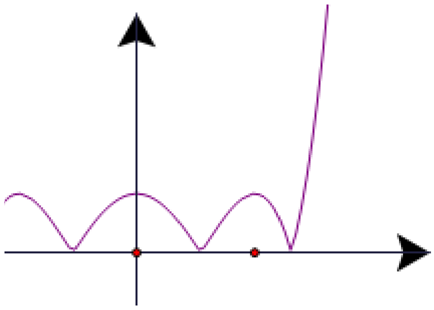
A. 2020. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Nhận xét: Hàm số $y=\left|x^4-4x^2+m+2020\right|$ có 7 điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $f(x)=x^4-4x^2+m+2020$ có ba điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox.



$y=x^4-4x^2+m+2020$



$y=\left|x^4-4x^2+m+2020\right|$

Xét hàm số $f(x)=x^4-4x^2+m+2020$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=4x^3-8x=4x(x^2-2)$.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 4x(x^2-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{2}\\x=-\sqrt{2}\end{array}\right..$$

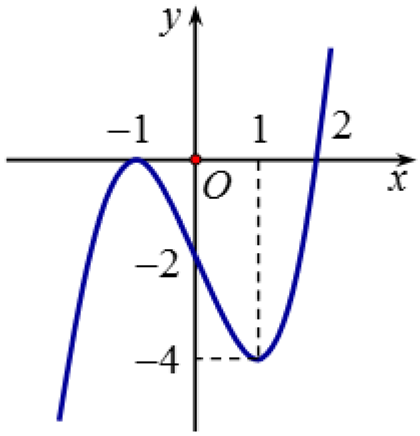
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\boxed{m+2016}$	$\nearrow$	$m+2020$	$\searrow$	$m+2016$	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $f(x)=x^4-4x^2+m+2020$ có ba điểm cực trị nằm về hai phía của trục Ox $\Leftrightarrow \begin{cases} m+2020>0 \\ m+2016<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-2020 \\ m<-2016 \end{cases}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu là: $\left[\begin{array}{l} m=-2019 \\ m=-2018 \\ m=-2017 \end{array}\right.$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm bậc 4, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ($y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2)$. Hàm số g(x) đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Từ đồ thị thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$ và $f'(x)>0 \Leftrightarrow x>2$.

Xét $g(x)=f(x^2-2)$ có TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$g'(x)=2xf'(t)$ với $t=x^2-2$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ t=x^2-2=-1 \\ t=x^2-2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

Có $f'(t)>0 \Leftrightarrow t=x^2-2>2 \Leftrightarrow x<-2 \vee x>2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$			$\nearrow$				$\searrow$			$\nearrow$	

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-2;0)$.

Câu 40: Một con cá bơi ngược dòng từ A đến B với khoảng cách là $300(km)$. Vận tốc dòng nước là $6(km/h)$. Nếu vận tốc của con cá khi nước đứng yên là $v(km/h)$ thì năng lượng tiêu hao trong thời gian t giờ được cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$, trong đó c là một hằng số, E được tính bằng Jun. Vận tốc của con cá khi nước đứng yên là bao nhiêu để năng lượng tiêu hao là ít nhất?

A. $7km/h$. **B.** $10km/h$. **C.** $6km/h$. **D.** $9km/h$.

Lời giải

Vận tốc của con cá bơi ngược dòng là: $v-6 \ (km/h)$

Thời gian để con cá bơi khoảng cách $300\,km$ là $t=\dfrac{300}{v-6} \ (h)$

Năng lượng tiêu hao của con cá vượt khoảng cách đó là:

$$E(v)=cv^3.\frac{300}{v-6}=300c.\frac{v^3}{v-6}(jun), v>6$$

$$E'(v)=600cv^2\frac{v-9}{(v-6)^2}$$

$$E'(v)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v=0(loai) \\ v=9 \end{array}\right.$$

v	6		9		$+\infty$
$V'(v)$		$-$	0	$+$	
$E(v)$		$\searrow$	$E(9)$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy để năng lượng tiêu hao là ít nhất thì vận tốc vận tốc của con cá khi nước đứng yên là $v=9(km/h)$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-2020;2020]$ để hàm số $y=x^{2021}-mx+2020$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2023.

Lời giải

Ta có $y'=2021.x^{2020}-m$. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 2021.x^{2020}-m\geq 0 \ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m\leq 2021.x^{2020} \ \forall x\in\mathbb{R}$.

Xét $f(x)=2021.x^{2020} \ \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow f'(x)=2021.2020.x^{2019}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 2021.2020.x^{2019}=0 \Leftrightarrow x=0$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra $m \le 0$, m là số nguyên trong đoạn $[-2020;2020]$ nên có 2021 số.

Câu 42: Biết rằng phương trình $\log_2\left(\dfrac{x^2+2}{2x+5}\right)=-x^2+4x+9$ có hai nghiệm $x=a+b\sqrt{c}$ và $x=a-b\sqrt{c}$ với a,b,c là các số nguyên dương. Tính tích $a.b.c$.

A. 8. **B.** -8. **C.** -12. **D.** 12.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\dfrac{x^2+2}{2x+5}>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{-5}{2}$

$\log_2\left(\dfrac{x^2+2}{2x+5}\right)=-x^2+4x+9 \Leftrightarrow \log_2\left(x^2+2\right)-\log_2\left(2x+5\right)=-x^2+4x+9$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2+2\right)+x^2+2=\log_2\left(2x+5\right)+\log_2 2+4x+10$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2+2\right)+x^2+2=\log_2\left(4x+10\right)+4x+10$

Xét hàm số: $f(t)=\log_2 t+t$

$f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}+1>0, \forall t>0$

$f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

Đặt: $\begin{cases} u=x^2+2>0 \\ v=4x+10>0 \end{cases}$

Khi đó ta được $\log_2 u+u=\log_2 v+v \Leftrightarrow f(u)=f(v)$

Do đó $f(u)=f(v) \Leftrightarrow u=v \Leftrightarrow x^2+2=4x+10$

$\Leftrightarrow x^2-4x-8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2+2\sqrt{3} \\ x=2-2\sqrt{3} \end{array}\right.$ (thỏa mãn điều kiện).

Vì a,b,c là các số nguyên dương nên $a=2, b=2, c=3$. Vậy $a.b.c=12$.

Câu 43: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{\log_2^2 x}-10x^{\log_2\frac{1}{x}}+3>0$ là:

A. $S=\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$. **B.** $S=(-2;0)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $S=(-\infty;0)\cup\left(\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$ (*). Đặt $u=\log_2 x\Rightarrow x=2^u$.

Bất phương trình đã cho trở thành $2^{u^2}-10\left(2^u\right)^{-u}+3>0\Leftrightarrow 2^{u^2}-\frac{10}{2^{u^2}}+3>0$ (1)

Đặt $t=2^{u^2}$, $t\geq 1$. $(1)\Rightarrow t^2+3t-10>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t<-5\\t>2\end{array}\right.$

So điều kiện ta suy ra $t>2\Leftrightarrow 2^{u^2}>2\Leftrightarrow u^2>1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u<-1\\u>1\end{array}\right.$

* Với $u>1\Rightarrow\log_2 x>1\Rightarrow x>2$

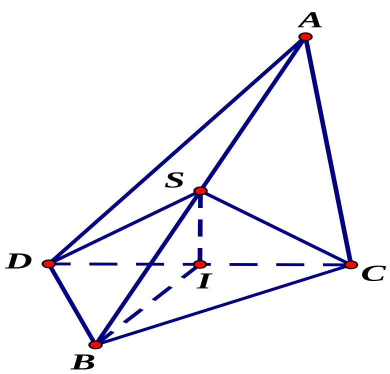
* Với $u<-1\Rightarrow\log_2 x<-1\Rightarrow x<\frac{1}{2}$.

Kết hợp điều kiện (*), ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là $x>2$ hoặc $0<x<\frac{1}{2}$.

Câu 44: Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại B, $BC=a$, $BD=a\sqrt{3}$, $AB=4a$ và $ACB=ADB=90^0$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $5a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải



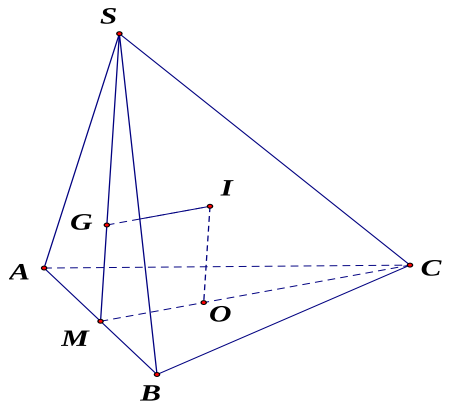
Gọi S là trung điểm của AB, suy ra $SB=SC=SD$, Gọi I là trung điểm DC suy ra $SI\perp(BCD)$.

$S_{BCD}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$; $DC=2a\Rightarrow BI=a\Rightarrow SI=a\sqrt{3}\Rightarrow V_{S.BCD}=\frac{1}{3}SI.S_{BCD}=\frac{a^3}{2}\Rightarrow V_{ABCD}=a^3$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính diện tích S của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $S=\frac{5\pi a^2}{3}$. **B.** $S=\frac{5\pi a^2}{12}$. **C.** $S=\frac{5\pi a^2}{6}$. **D.** $S=\frac{3\pi a^2}{8}$.

Lời giải



$(SAB)\perp(ABC)$ theo giao tuyến AB

Kẻ $SM\perp AB\Rightarrow SM\perp(ABC)$;

Và có M là trung điểm AB.

Gọi O, G lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, SAB.

Dựng đường thẳng qua O vuông góc với (ABC) và đường thẳng qua G vuông góc (SAB). Hai đường thẳng đó cắt nhau tại I. Ta có $I\in OI\Rightarrow IA=IB=IC$

$I\in GI\Rightarrow IA=IB=IS$

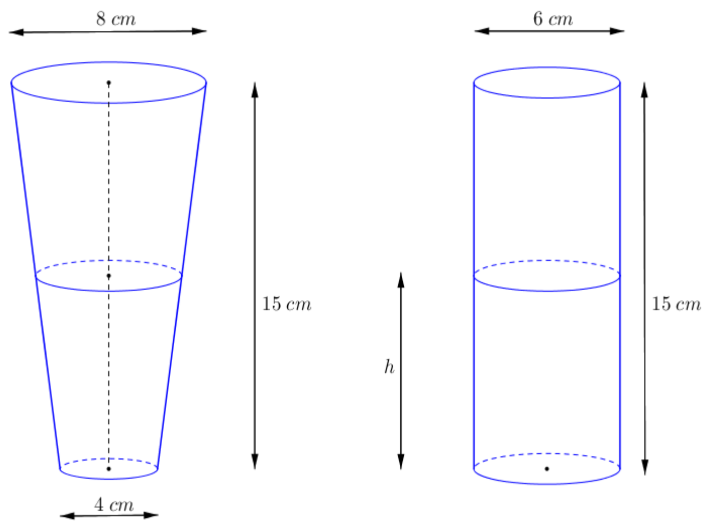
Nên $IA=IB=IC=IS$ hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Mặt cầu có bán kính là $R=IA$.

$$IA^2=AO^2+IO^2=\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2+\left(\frac{a}{2\sqrt{3}}\right)^2=\frac{5a^2}{12}$$

Vậy diện tích S của khối cầu ngoại tiếp hình chóp là

$$S=4\pi R^2=4\pi.\frac{5a^2}{12}=\frac{5\pi a^2}{3}.$$

Câu 46: Một cốc uống bia có hình nón cụt còn lon bia thì có hình trụ (như hình vẽ dưới đây). Khi rót bia từ lon ra cốc thì chiều cao h của phần bia còn lại trong lon và chiều cao của phần bia có trong cốc là như nhau. Hỏi khi đó chiều cao h của bia trong lon gần nhất là số nào sau đây?



A. 8,58. **B.** 14,2. **C.** 7,5. **D.** 9,18.

Lời giải

Gọi phần nước trong cốc là nón cụt có bán kính đáy dưới bằng 2, bán kính đáy trên bằng r

Phần bia trong cốc chính là bia từ lon rót ra nên ta có

$$\frac{\pi h}{3}\left(r^2+2^2+2.r\right)=\pi.9\left(15-h\right)\ \Leftrightarrow \frac{2h}{3}\left(r^2+2r+4\right)=9\left(30-2h\right)(1)$$

Theo tỉ số đồng dạng ta có $\frac{2}{r}=\frac{15}{15+h}\Leftrightarrow 30+2h=15r\Leftrightarrow 2h=15r-30$ thế vào (1) ta có

$$\frac{15r-30}{3}\left(r^2+2r+4\right)=9\left(30-15r+30\right)\Leftrightarrow\left(5r-10\right)\left(r^2+2r+4\right)=9\left(60-15r\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(r-2\right)\left(r^2+2r+4\right)=9\left(12-3r\right)\Leftrightarrow r^3+27r-116=0\Rightarrow r\approx 3{,}14$$

$$\Rightarrow 2h\approx 17{,}1\Rightarrow h\approx 8{,}55.$$

Câu 47: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số đối xứng nhau qua đường phân giác (d) của góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

A. 1 **B.** 4 **C.** 2. **D.** 3

Lời giải

Ta có: TXĐ: $D=R$

$y'=3x^2-6mx$. Hàm số có 2 cực trị khi $m\neq 0$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=4m^3\\ x=2m\Rightarrow y=0\end{array}\right.$$

Khi đó hai điểm cực trị của đồ thị là $A(0;4m^3),\ B(2m;0)$. Gọi I là trung điểm AB

Các điểm cực trị này đối xứng nhau qua đường thẳng $(d): y=x$ khi

$$\begin{cases}AB\perp(d)\\ I\in(d)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{a_d}\\ I(m;2m^3)\in(d)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2m-4m^3=0\\ m-2m^3=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ m=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.\text{ thõa mãn điều kiện}$$

Vậy có 2 giá trị của m

Câu 48: Gọi $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2-3x-4\le 0\\ x^3-3x|x|-m^2-15m\ge 0\end{cases}$ có nghiệm. Tính $a+b$.

A. -17. **B.** 15. **C.** 17. **D.** -15.

Lời giải

Xét hệ $\begin{cases}x^2-3x-4\le 0 & (1)\\ x^3-3x|x|-m^2-15m\ge 0 & (2)\end{cases}$.

Bất phương trình (1): $x^2-3x-4\le 0 \Leftrightarrow -1\le x\le 4$. Bài toán tương đương tìm tất các các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình (2) có nghiệm $x\in[-1;4]$.

Đặt $f(x)=x^3-3x|x|-m^2-15m$. Ta có $f(x)=\begin{cases}x^3+3x^2-m^2-15m, & -1\le x\le 0\\ x^3-3x^2-m^2-15m, & 0<x\le 4\end{cases}$.

Suy ra $f'(x)=\begin{cases}3x^2+6x, -1\le x\le 0\\ 3x^2-6x, \quad 0<x\le 4\end{cases}$.

Ta thấy khi $-1<x\le 2$ thì $f'(x)\le 0$, khi $2<x\le 4$ thì $f'(x)>0$. Do đó

$\underset{[-1;4]}{Max}\, f(x)=Max\{f(-1), f(4)\}=f(4)=-m^2-15m+16$.

Để bất phương trình $f(x)\ge 0$ có nghiệm thuộc $[-1;4]$ thì

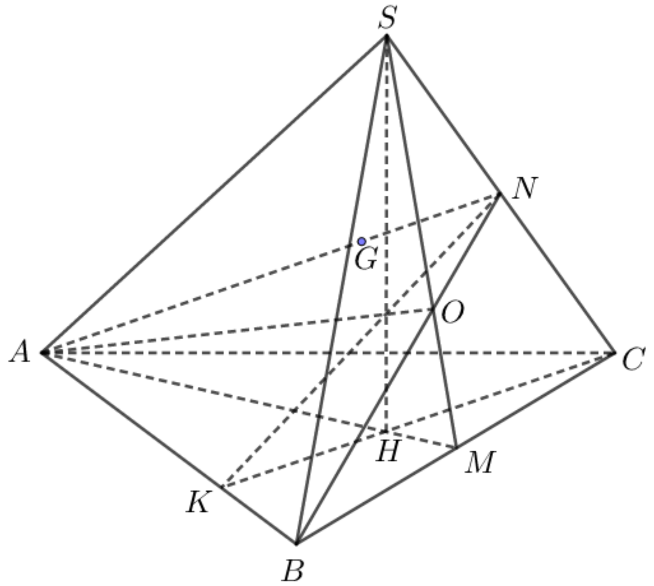
$\underset{[-1;4]}{Max}\, f(x)=-m^2-15m+16\ge 0 \Leftrightarrow -16\le m\le 1$.

Vậy $a+b=-15$.

Câu 49: Cho tứ diện $SABC$ có $AB=a$, tam giác SBC đều, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trực tâm H của tam giác ABC, mặt phẳng (SCH) tạo với mặt phẳng (SBC) một góc 60^0. Tính thể tích khối tứ diện $GABC$ với G là trọng tâm của tam giác SAC.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{38}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{144}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{32}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

Lời giải



Gọi O là trọng tâm của ΔSBC; M, K lần lượt là chân đường cao kẻ từ A, C của ΔABC; N là trung điểm của SC. Do ΔSBC đều nên O là trực tâm của ΔSBC. Mà theo giả thiết ta có $SABC$ là tứ diện trực tâm nên ta có $AO\perp(SBC)$. Do đó hình chóp $A.SBC$ là hình chóp đều.

Ta có $SC\perp(ABN)$ do $SC\perp OA, BN \Rightarrow \left((SCH),(SBC)\right)=KNB=60^0$. Suy ra ΔAOB vuông tại O có $AB=a$, $ABO=30^0$. Do đó: $AO=AB.\sin 30^o=\dfrac{a}{2}$, $BO=AB.cos30^o=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

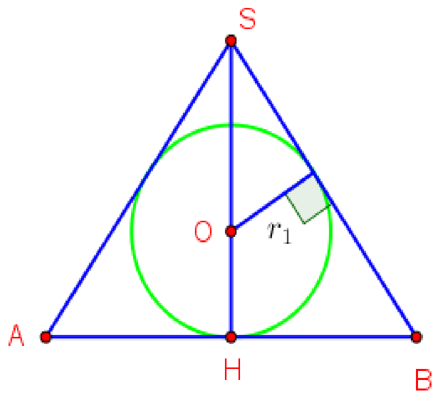
Suy ra $BC = BO.\sqrt{3} = \frac{3a}{2}$.

Vậy $V_{GABC} = \frac{1}{3}V_{SABC} = \frac{1}{9}AO.S_{\Delta SBC} = \frac{1}{9}.\frac{a}{2}.\left(\frac{3a}{2}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{32}$.

Câu 50: Gọi r và h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của một hình nón. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích khối nón và thể tích khối cầu nội tiếp hình nón. Khi r và h thay đổi, tìm giá trị bé nhất của tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

A. $\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 2

Lời giải



Gọi (P) là mặt phẳng đi qua trục của hình nón thì (P) cắt hình nón theo tam giác cân SAB, cắt mặt cầu theo đường tròn lớn, đường tròn này nội tiếp tam giác cân SAB. Khi đó, bán kính r_1 của khối cầu nội tiếp hình nón được tính bởi công thức $r_1 = \frac{rh}{r + \sqrt{h^2 + r^2}}$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{4}\frac{\left(\sqrt{1+\frac{h^2}{r^2}}+1\right)^3}{\frac{h^2}{r^2}} = \frac{1}{4}\frac{\left(1+\sqrt{1+x}\right)^3}{x}, \text{ ở đó } \frac{h^2}{r^2} = x > 0$$

Xét $f(x) = \frac{\left(1+\sqrt{1+x}\right)^3}{4x}$, $x \in (0;+\infty)$, $f'(x) = \frac{\left(\sqrt{1+x}+1\right)^2\left(x-2-2\sqrt{1+x}\right)}{4.2x^2\sqrt{x+1}}$

Vì $\frac{\left(\sqrt{1+x}+1\right)^2}{4.2x^2\sqrt{x+1}} > 0$ nên khi xét dấu của $f(x)$, ta chỉ cần xét dấu của $g(x) = x - 2 - 2\sqrt{1+x}$.

Ta có $g'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x+1}}$. Dễ thấy $g'(x) > 0$ vì khi $x > 0$ thì $\frac{1}{\sqrt{x+1}} < 1$, đồng thời

$g(x) = 0 \Leftrightarrow x = 8$

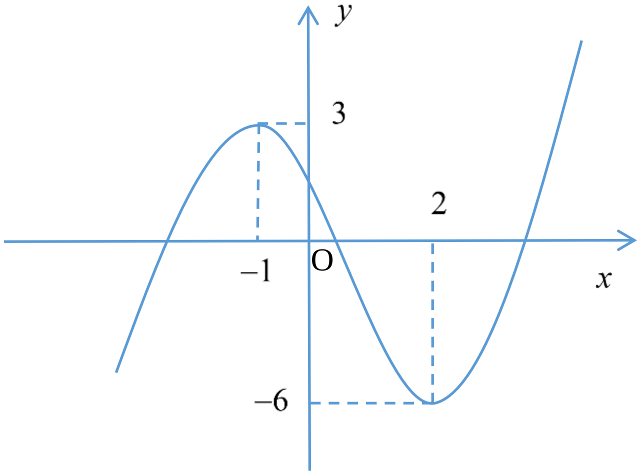
Vậy $g(x)$ là hàm tăng trên khoảng $(0;+\infty)$ và $g(8) = 0$ nên

Với $0 < x \leq 8$ thì $g\left(x\right) \leq 0$;

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\frac{V_1}{V_2}$ tại $x = 8$ suy ra $\frac{V_1}{V_2} = 2$.

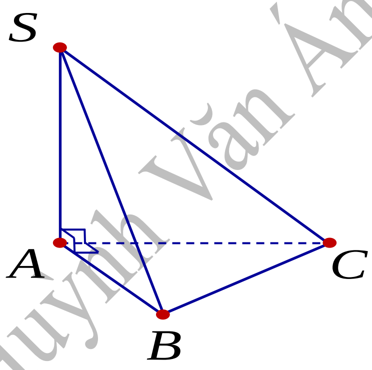
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 24

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x = -6$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 3$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = a, SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình bên). Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng



A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$+$	
y	-3	$\nearrow$	5

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 4: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 1$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 3π. **B.** 9π. **C.** 24π. **D.** 6π.

Câu 5: Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao $h = 9$. Đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 18. **B.** 36. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=\log_{\sqrt{2}} x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\{0\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $5^x > \dfrac{1}{25}$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 8: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$?

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=3$.

Câu 9: Cho khối nón có bán kính đáy $r=1$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}$. **B.** π. **C.** $2\sqrt{2}\pi$. **D.** 3π.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=4$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2				2		
	$-\infty$	↗		↘	1	↗		↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=x^{-2}$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 13: Cho khối lập phương có cạnh bằng 5. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 125. **B.** 15. **C.** 25. **D.** 50.

Câu 14: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=12$ và chiều cao $h=6$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 72. **B.** 24. **C.** 36. **D.** 6.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				1		
		↘	-3	↗		↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 16: Cho khối trụ có bán kính đáy $r=6$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 72π. **B.** 18π. **C.** 24π. **D.** 36π.

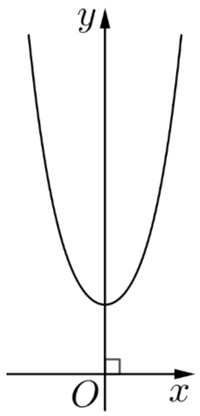
Câu 17: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=2$ là

A. $x=4$. **B.** $x=\dfrac{11}{2}$. **C.** $x=10$. **D.** $x=5$.

Câu 18: Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 8π. **B.** 3π. **C.** 16π. **D.** 9π.

Câu 19: Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình vẽ dưới?



A. $y=x^3+1$. **B.** $y=\dfrac{3x+2}{x+2}$. **C.** $y=x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 20: Cho a là số thực dương và m, n là các số thực tùy ý. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^m.a^n=a^{m+n}$. **B.** $a^m+a^n=a^{m+n}$. **C.** $a^m.a^n=a^{mn}$. **D.** $a^m+a^n=a^{mn}$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x-1)>-1$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(6;+\infty)$. **C.** $(1;6)$. **D.** $(-\infty;6)$.

Câu 23: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x-3}=8^{-x}$ bằng

A. 0. **B.** -3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 24: Cắt hình nón đỉnh S bởi một mặt phẳng qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng 2. Thể tích của khối nón tạo bởi hình nón đã cho bằng

A. $\dfrac{2\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{4\pi}{3}$. **C.** π. **D.** $\dfrac{\pi}{3}$.

Câu 25: Cho a, b là những số thực dương và a khác 1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

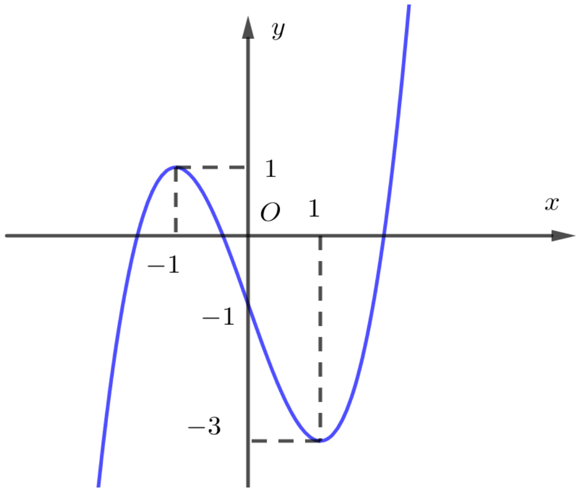
A. $\log_{a^6}(ab)=\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{6}\log_a b$. **B.** $\log_{a^6}(ab)=\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{6}\log_a b$.

C. $\log_{a^6}(ab)=6+6\log_a b$. **D.** $\log_{a^6}(ab)=\dfrac{1}{6}\log_a b$.

Câu 26: Tính đạo hàm của hàm số $y=3^{1-x}$.

A. $y'=-3^{1-x}$. **B.** $y'=3^{1-x}.\ln 3$. **C.** $y'=3^{1-x}$. **D.** $y'=-3^{1-x}.\ln 3$.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-2$ là



A. 3. **B.** 1.

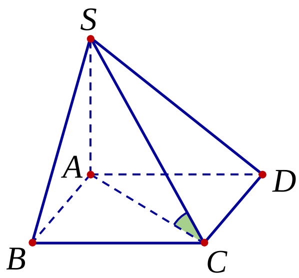
C. 0. **D.** 2.

Câu 28: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x+5}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+3}$.

C. $y=x^3+3x$. **D.** $y=-x^3-3x$.

Câu 29: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAC là tam giác cân (tham khảo hình bên). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

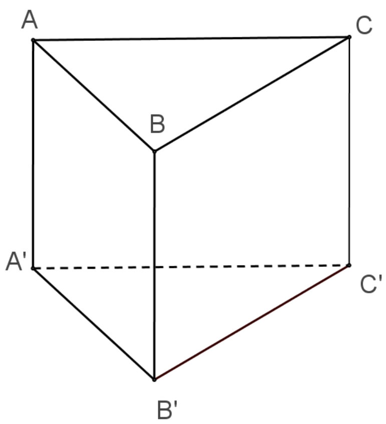


A. $V=a^3\sqrt{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=a^3$.

Câu 30: Cho a là số thực dương, $a\neq 1$ và $P=\log_{\sqrt{a}} a^4$. Mệnh đề nào sao đây là đúng?

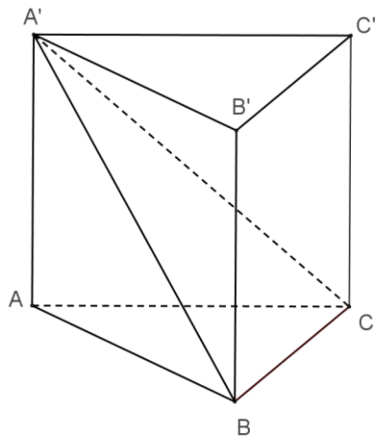
A. $P=2$. **B.** $P=6$. **C.** $P=4$. **D.** $P=8$.

Câu 31: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. a^3. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

Câu 32: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC=\sqrt{5}a$, $BC=2a$, $AA'=\sqrt{3}a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



A. $\dfrac{\sqrt{3}a}{4}$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Câu 33: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và trục hoành là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 34: Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 4. Thể tích của khối trụ tạo nên bởi hình trụ đã cho bằng

A. 8π. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $2\sqrt{2}\pi$. **D.** 2π.

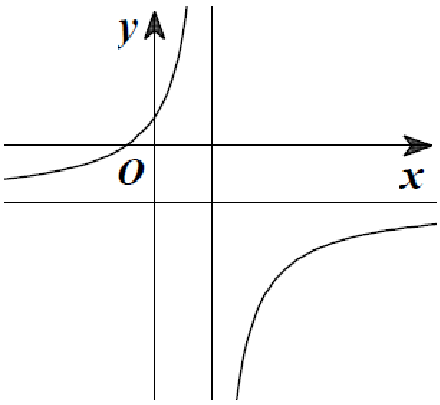
Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. –2. **B.** 1. **C.** –1. **D.** 3.

Câu 36: Cho hình nón có chiều cao bằng 4. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 32. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đó bằng

A. 32π. **B.** 64π. **C.** 192π. **D.** $\dfrac{64\pi}{3}$.

Câu 37: Cho hàm số $y = \dfrac{ax + 4 - b}{cx + b}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, 0 < b < 4, c < 0$. **B.** $a > 0, b > 4, c < 0$.

C. $a > 0, 0 < b < 4, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0$.

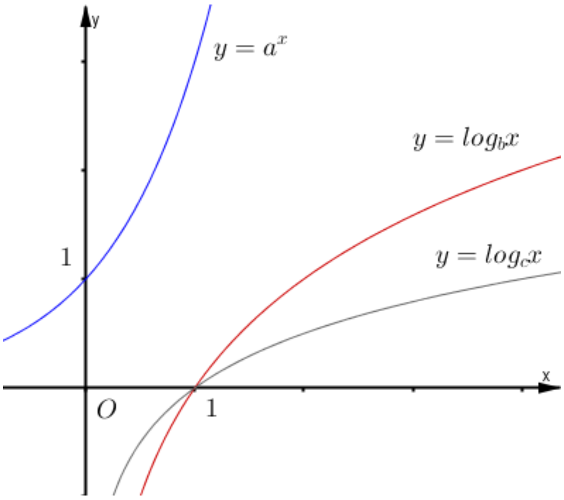
Câu 38: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Mặt phẳng qua AM và song song với BD chia khối chóp thành hai phần, trong đó phần chứa đỉnh S có thể tích V_1, phần còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên). Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=1$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+16x+10$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 7. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 40: Cho a,b,c là các số thực dương khác 1. Đồ thị hàm số $y=a^x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ được cho trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<b<c$. **B.** $b<c<a$. **C.** $c<b<a$. **D.** $b<a<c$.

Câu 41: Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\left(3+\sqrt{5}\right)^x+\left(3-\sqrt{5}\right)^x<3.2^x$ là khoảng $(a;b)$, hãy tính $S=b-a$.

A. $S=1$. **B.** $S=4$. **C.** $S=3$. **D.** $S=2$.

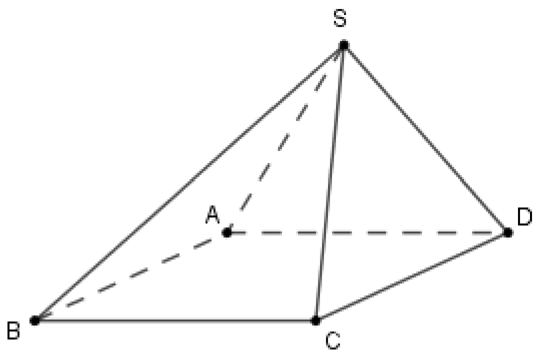
Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2020;2020]$ để hàm số $y=\left(\frac{7}{9}\right)^{\frac{x+21}{x+3m}}$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A. 2015. **B.** 8. **C.** 2014. **D.** 9.

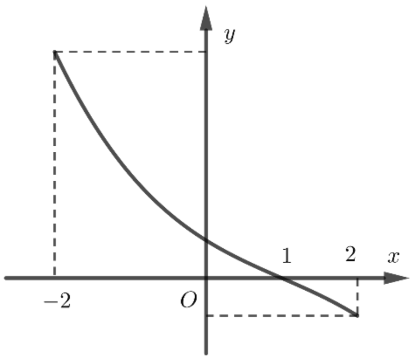
Câu 43: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Tam giác SAB là tam giác đều, tam giác SCD vuông tại S (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=2\sqrt{3}$.

C. $V=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\frac{8\sqrt{3}}{3}$.



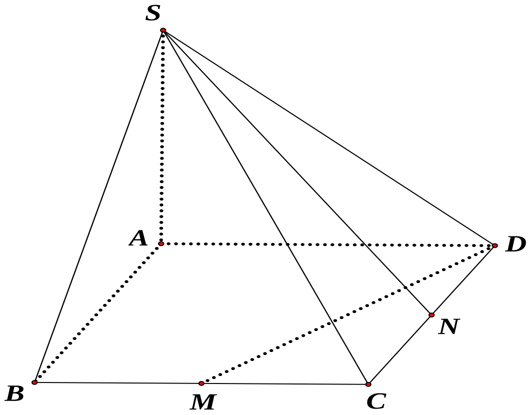
Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$. **B.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(-2)$.

C. $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Các điểm M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và $CD, SA=\sqrt{5}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng SN và DM bằng



A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 46: Cho bất phương $3^{\frac{2-\sqrt{x^2-2x+m}}{2}}+3^{\frac{2}{\sqrt{x^2-2x+m-2}}}>\frac{10}{3}$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x\in[0;2]$?

A. 10. **B.** 15. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-9x^2+(m+8)x-m\right|$ có năm điểm cực trị?

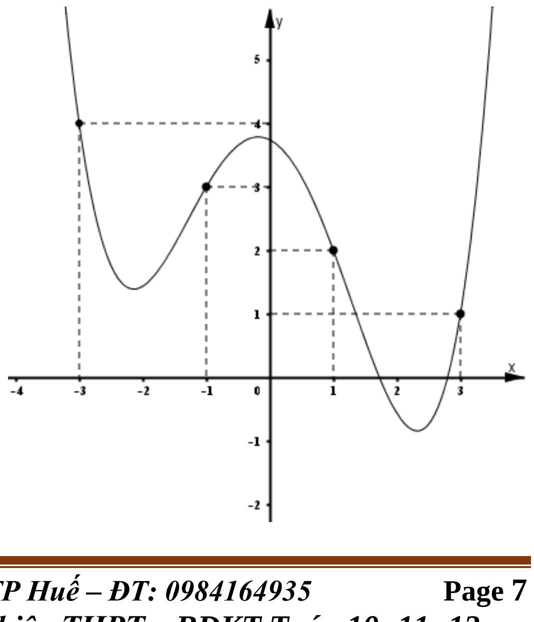
A. 14. **B.** 15. **C.** Vô số. **D.** 13.

Câu 48: Cho hàm số bậc năm $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.

Hàm số $g(x)=f(7-2x)+(x-1)^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-3;-1)$.

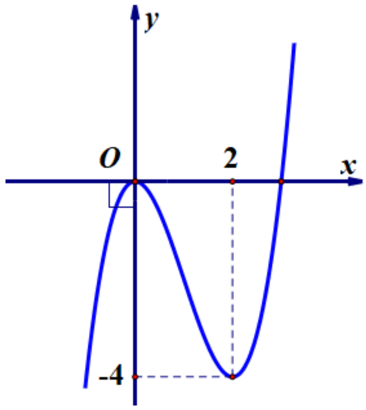
C. $(3;+\infty)$. **D.** $(2;3)$.



Câu 49: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = 2AB = 2AD$, $BAD = 90^\circ$, $BAA' = 60^\circ$, $DAA' = 120^\circ$ và $AC' = \sqrt{6}$. Tính thể tích của khối hộp đã cho.

A. $V = \sqrt{2}$. **B.** $V = 2\sqrt{3}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $V = 2\sqrt{2}$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Phương trình $\dfrac{f\left(f(x)\right) - 4}{2f^2(x) + f(x) + 1} = -4$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 7.

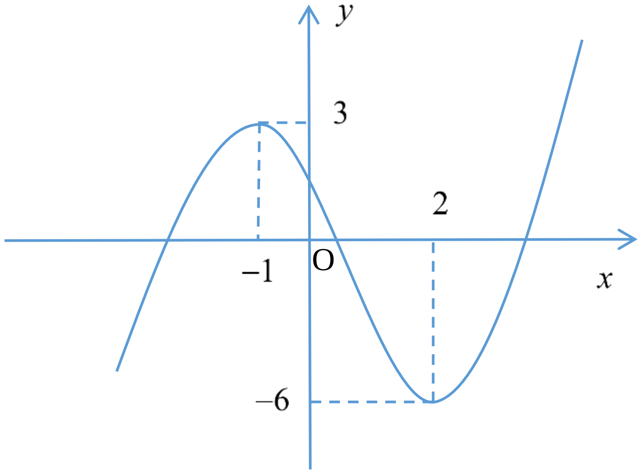
---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.B	4.D	5.B	6.D	7.D	8.B	9.B	10.D
11.A	12.D	13.A	14.B	15.A	16.A	17.D	18.A	19.C	20.A
21.C	22.C	23.A	24.D	25.A	26.D	27.A	28.C	29.C	30.D
31.B	32.D	33.B	34.D	35.C	36.B	37.C	38.D	39.C	40.D
41.D	42.B	43.A	44.A	45.C	46.A	47.A	48.D	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

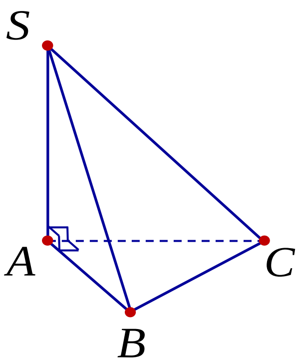


A. $x=-6$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=a, SA=a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình bên). Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng



A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn B

Góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng góc giữa SB và AB và bằng góc SBA.

Tam giác SAB vuông tại A: $\tan SBA=\dfrac{SA}{AB}=\sqrt{3}\Rightarrow SBA=60^0$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$+$	
y	-3	$\nearrow$	5

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -3$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 5$. Suy ra đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $y = -3$, $y = 5$.

Câu 4: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 1$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 3π. **B.** 9π. **C.** 24π. **D.** 6π.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh của hình trụ $S = 2\pi rl = 6\pi$.

Câu 5: Cho khối lăng trụ *ABCD.A'B'C'D'* có chiều cao $h = 9$. Đáy *ABCD* là hình vuông có cạnh bằng 2. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 18. **B.** 36. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

$S_{ABCD} = 4.$

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD}.h = 4.9 = 36.$

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{2}} x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\{0\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số là $x > 0$

Vậy hàm số có tập xác định là: $(0;+\infty)$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $5^x > \dfrac{1}{25}$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $5^x > \dfrac{1}{25} \Leftrightarrow 5^x > 5^{-2} \Leftrightarrow x > -2$.

Vậy $S = (-2;+\infty)$.

Câu 8: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x+2}$?

A. $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{3x-1}{x+2}=-\infty$ (hoặc $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{3x-1}{x+2}=+\infty$) nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 9: Cho khối nón có bán kính đáy $r=1$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}$. **B.** π. **C.** $2\sqrt{2}\pi$. **D.** 3π.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối nón đã cho bằng: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.1^2.3=\pi$ (đvtt).

Câu 10: Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=4$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2^{x+1}=4\Leftrightarrow 2^{x+1}=2^2\Leftrightarrow x+1=2\Leftrightarrow x=1$

Vậy phương trình có nghiệm là $x=1$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y			2				2		
		↗		↘		↗		↘	
	$-\infty$				1				$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=x^{-2}$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số $y=x^{-2}$ là: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 13: Cho khối lập phương có cạnh bằng 5. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 125. **B.** 15. **C.** 25. **D.** 50.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương cạnh *a* là $V=a^3=5^3=125$.

Câu 14: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=12$ và chiều cao $h=6$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 72. **B.** 24. **C.** 36. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp $V=\dfrac{1}{3}B.h=\dfrac{1}{3}.12.6=24.$

Câu 15: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;2\right)$. **C.** $\left(-1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên: Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 16: Cho khối trụ có bán kính đáy $r=6$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 72π. **B.** 18π. **C.** 24π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ là $V=h\pi r^2=2\pi 6^2=72\pi$.

Câu 17: Nghiệm của phương trình $\log_3\left(2x-1\right)=2$ là

A. $x=4$. **B.** $x=\dfrac{11}{2}$. **C.** $x=10$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3\left(2x-1\right)=2\Leftrightarrow 2x-1=3^2\Leftrightarrow x=5$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x=5$.

Câu 18: Cho hình nón có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

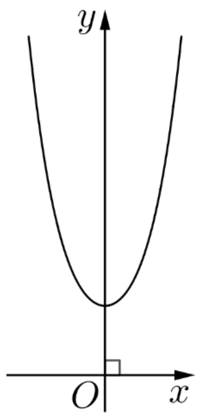
A. 8π. **B.** 3π. **C.** 16π. **D.** 9π.

Lời giải

Chọn A

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq}=\pi rl=\pi.2.4=8\pi$.

Câu 19: Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình vẽ dưới?



A. $y=x^3+1$. **B.** $y=\dfrac{3x+2}{x+2}$. **C.** $y=x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số nằm hoàn toàn phía trên trục hoành nên hàm số luôn nhận giá trị dương với mọi giá trị của x, mà $y=x^4+2x^2+1=\left(x^2+1\right)^2>0$ với mọi x

Vậy hàm số cần tìm là $y=x^4+2x^2+1$.

Câu 20: Cho a là số thực dương và m, n là các số thực tùy ý. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^m.a^n=a^{m+n}$. **B.** $a^m+a^n=a^{m+n}$. **C.** $a^m.a^n=a^{mn}$. **D.** $a^m+a^n=a^{mn}$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức nhân hai lũy thừa có cùng cơ số thì khẳng định đúng là **A.**

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Do $f'(x)$ đổi dấu 2 hai lần nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x-1)>-1$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(6;+\infty)$. **C.** $(1;6)$. **D.** $(-\infty;6)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>1$.

Ta có:

$$\log_{\frac{1}{5}}(x-1)>-1\Leftrightarrow\log_{\frac{1}{5}}(x-1)>-\log_{\frac{1}{5}}\frac{1}{5}\Leftrightarrow\log_{\frac{1}{5}}(x-1)>\log_{\frac{1}{5}}5\Leftrightarrow x-1<5\Leftrightarrow x<6.$$

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S=(1;6)$.

Câu 23: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x-3}=8^{-x}$ bằng

A. 0. **B.** -3. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$2^{x^2-3x-3}=8^{-x}\Leftrightarrow 2^{x^2-3x-3}=2^{-3x}\Leftrightarrow x^2-3x-3=-3x\Leftrightarrow x^2-3=0$$

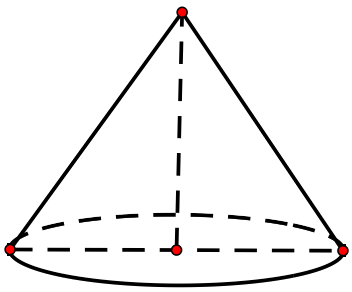
$\Rightarrow$Tổng các nghiệm của phương trình bằng 0.

Câu 24: Cắt hình nón đỉnh S bởi một mặt phẳng qua trục ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng 2. Thể tích của khối nón tạo bởi hình nón đã cho bằng

A. $\dfrac{2\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{4\pi}{3}$. **C.** π. **D.** $\dfrac{\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng 2 nên bán kính đáy của khối nón bằng chiều cao của khối nón: $r = h = \dfrac{2}{2} = 1$.

Thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi 1^2.1 = \dfrac{\pi}{3}$.

Câu 25: Cho a, b là những số thực dương và a khác 1. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\log_{a^6}(ab) = \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{6}\log_a b$. **B.** $\log_{a^6}(ab) = \dfrac{1}{5} + \dfrac{1}{6}\log_a b$.

C. $\log_{a^6}(ab) = 6 + 6\log_a b$. **D.** $\log_{a^6}(ab) = \dfrac{1}{6}\log_a b$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{a^6}(ab) = \dfrac{1}{6}\log_a(ab) = \dfrac{1}{6}(\log_a a + \log_a b) = \dfrac{1}{6}(1 + \log_a b) = \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{6}\log_a b$.

Chọn đáp án **A.**

Câu 26: Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{1-x}$.

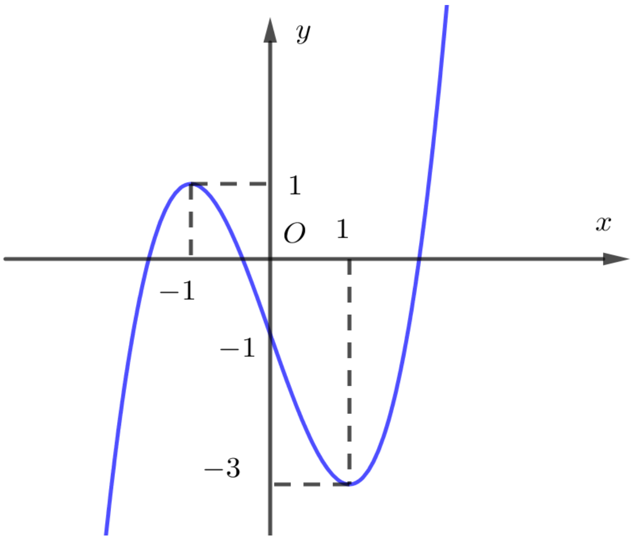
A. $y' = -3^{1-x}$. **B.** $y' = 3^{1-x}.\ln 3$. **C.** $y' = 3^{1-x}$. **D.** $y' = -3^{1-x}.\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = (1-x)'.3^{1-x}.\ln 3 = -3^{1-x}.\ln 3$. Chọn đáp án **D.**

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -2$ là



A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-2$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=-2$.

Dựa vào đồ thị ta có đường thẳng $y=-2$ cắt đồ thị đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f\left(x\right)=-2$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 28: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$?

A. $y=\dfrac{x+5}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+3}$. **C.** $y=x^3+3x$. **D.** $y=-x^3-3x$.

Lời giải

Chọn C

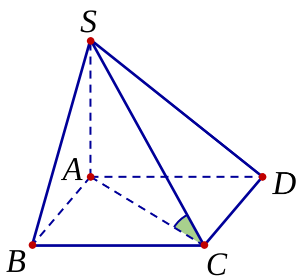
Loại đáp án A vì tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$

Loại đáp án B vì tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\left\{-3\right\}$

Chọn đáp án C vì $y'=3x^2+3>0\ \forall x\in\mathbb{R}$

Loại đáp án D vì $y'=-3x^2-3<0\ \forall x\in\mathbb{R}$

Câu 29: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác SAC là tam giác cân (tham khảo hình bên). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V=a^3\sqrt{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=a^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $AC = a\sqrt{2}$, $S_{ABCD} = a^2$.

Vì tam giác SAC cân tại A nên $SA = a\sqrt{2}$.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 30: Cho a là số thực dương, $a \neq 1$ và $P = \log_{\sqrt{a}} a^4$. Mệnh đề nào sao đây là đúng?

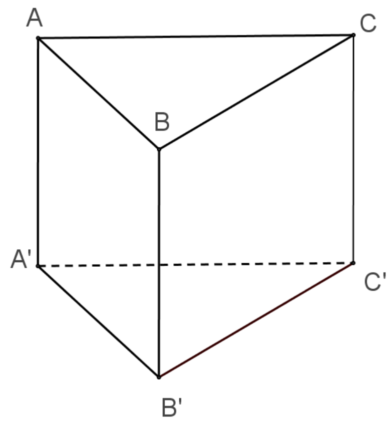
A. $P = 2$. **B.** $P = 6$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = 8$.

Lời giải

Chọn D

$$P = \log_{\sqrt{a}} a^4 = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a^4 = \frac{1}{\frac{1}{2}}.4.\log_a a = 8.$$

Câu 31: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $4a$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. a^3. **B.** $\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}a^3$.

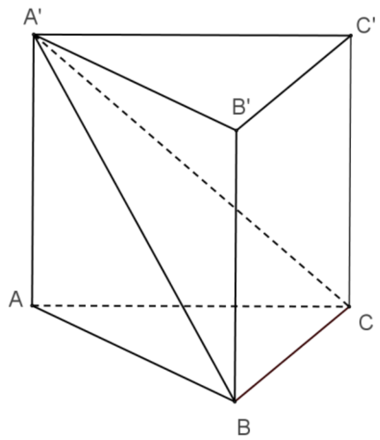
Lời giải

Chọn B

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = S.AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.4a = \sqrt{3}a^3$.

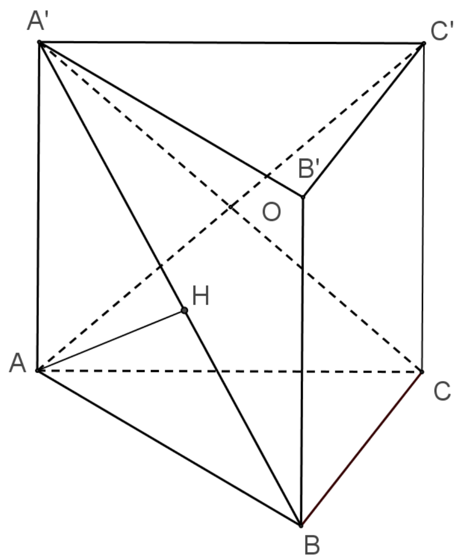
Câu 32: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AC = \sqrt{5}a$, $BC = 2a$, $AA' = \sqrt{3}a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



A. $\dfrac{\sqrt{3}a}{4}$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = A'C \cap AC'$. Ta có $C'O = AO \Rightarrow d\left(C',\left(A'BC\right)\right) = d\left(A,\left(A'BC\right)\right)$.

Kẻ $AH \perp A'B$ (1).

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp \left(A'AB\right) \Rightarrow BC \perp AH$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp \left(A'BC\right) \Rightarrow d\left(A,\left(A'BC\right)\right) = AH$.

Ta có $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a$.

Suy ra $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AA'^2} + \dfrac{1}{AB^2} = \dfrac{1}{3a^2} + \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d\left(C',\left(A'BC\right)\right) = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 33: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và trục hoành là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - x = 0 \quad (1)$

Ta có: $(1) \Leftrightarrow x(x^2-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

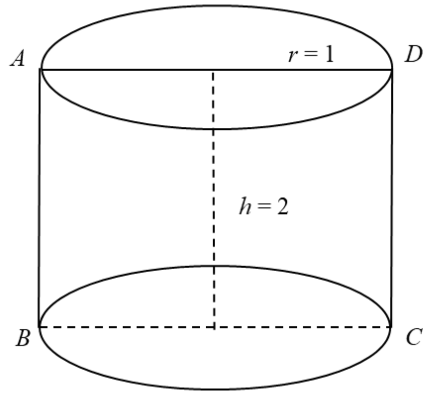
Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm chung với trục hoành.

Câu 34: Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 4. Thể tích của khối trụ tạo nên bởi hình trụ đã cho bằng

A. 8π. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $2\sqrt{2}\pi$. **D.** 2π.

Lời giải

Chọn D



Thiết diện là hình vuông có diện tích bằng 4 nên cạnh của thiết diện bằng 2.
Khi đó, hình trụ có chiều cao $h=2$ và đường kính đáy $2r=2 \Leftrightarrow r=1$.
Vậy, thể tích khối trụ là: $V=\pi r^2 h = 2\pi$.

Câu 35: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. -2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \notin (0;2) \\ x=1 \in (0;2) \end{array}\right.$.

$f(0)=1; f(1)=-1; f(2)=3.$

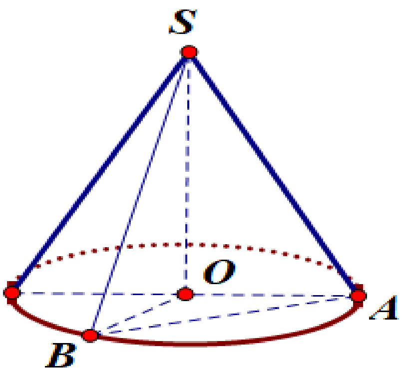
Vậy $\min\limits_{[0;2]} f(x) = -1$ tại $x=1$.

Câu 36: Cho hình nón có chiều cao bằng 4. Một mặt phẳng đi qua đỉnh hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 32. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đó bằng

A. 32π. **B.** 64π. **C.** 192π. **D.** $\frac{64\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B

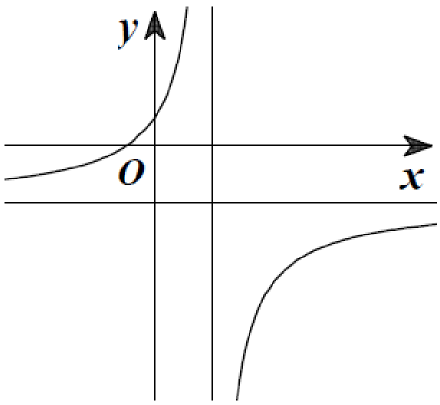


Vì tam giác SAB vuông tại S có diện tích bằng 32 nên $\frac{1}{2}SA.SB = 32 \Leftrightarrow SA^2 = 64 \Leftrightarrow SA = 8.$

Mặt khác, tam giác SAO vuông tại O nên $OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = 4\sqrt{3}.$

Do đó, $V = \frac{1}{3}\pi.OA^2.SO = \frac{1}{3}\pi\left(4\sqrt{3}\right)^2.4 = 64\pi.$

Câu 37: Cho hàm số $y = \dfrac{ax + 4 - b}{cx + b}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, 0 < b < 4, c < 0.$
B. $a > 0, b > 4, c < 0.$
C. $a > 0, 0 < b < 4, c < 0.$
D. $a > 0, b < 0, c < 0.$

Lời giải

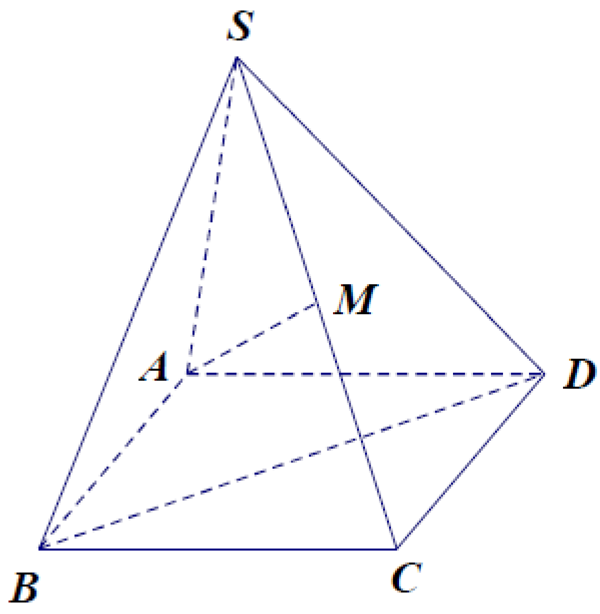
Chọn C

Giao với trục tung là $y = \dfrac{4-b}{b} > 0 \Rightarrow 0 < b < 4$.

Giao với trục hoành là $x = \dfrac{b-4}{a} < 0 \Rightarrow a > 0$

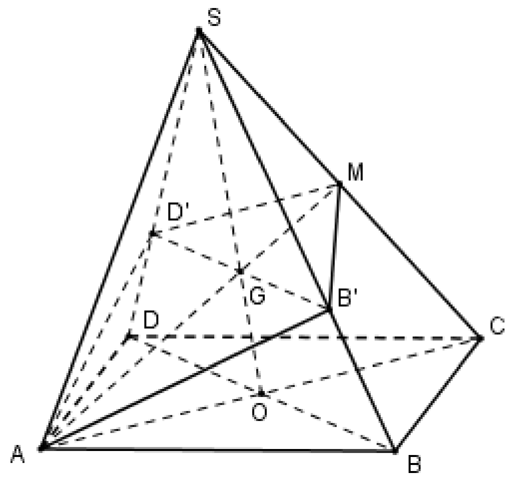
Câu 38: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Mặt phẳng qua AM và song song với BD chia khối chóp thành hai phần, trong đó phần chứa đỉnh S có thể tích V_1, phần còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ bên). Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{3}$.
B. $\dfrac{V_1}{V_2} = 1$.
C. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{2}{7}$.
D. $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}$.



Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD$, $G = SO \cap AM$ nên G là trọng tâm của ΔSAC suy ra $\dfrac{SG}{SO} = \dfrac{2}{3}$.

Mặt phẳng qua AM và song song với BD cắt mặt phẳng (SBD) theo giao tuyến là đường thẳng đi qua G song song với BD và cắt SB, SD lần lượt tại B', D'.

Ta có $\dfrac{SB'}{SB} = \dfrac{SD'}{SD} = \dfrac{SG}{SO} = \dfrac{2}{3}$.

$\dfrac{V_{SAB'M}}{V_{SABC}} = \dfrac{SB'}{SB} \cdot \dfrac{SM}{SC} = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow V_{SAB'M} = \dfrac{1}{6} V_{SABCD}$.

Tương tự $\dfrac{V_{SAD'M}}{V_{SADC}} = \dfrac{SD'}{SD} \cdot \dfrac{SM}{SC} = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow V_{SAD'M} = \dfrac{1}{6} V_{SABCD}$.

$V_1 = V_{SAB'M} + V_{SAD'M} = \dfrac{1}{3} V_{SABCD} \Rightarrow V_2 = \dfrac{2}{3} V_{SABCD} \Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{1}{2}$

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + 16x + 10$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. 7. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

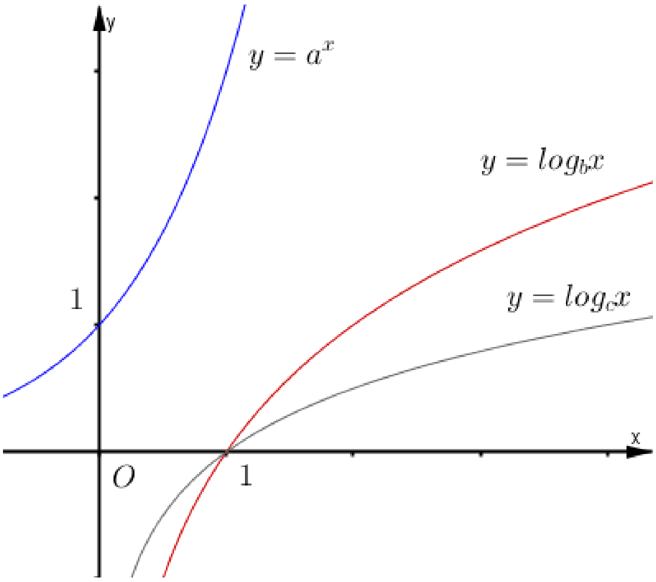
Chọn C

Ta có $y' = x^2 - 2mx + 16$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow y' \geq 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 16 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow m^2 - 16 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq m \leq 4$. Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{\pm 4; \pm 3; \pm 2; \pm 1; 0\}$. Vậy có 9 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

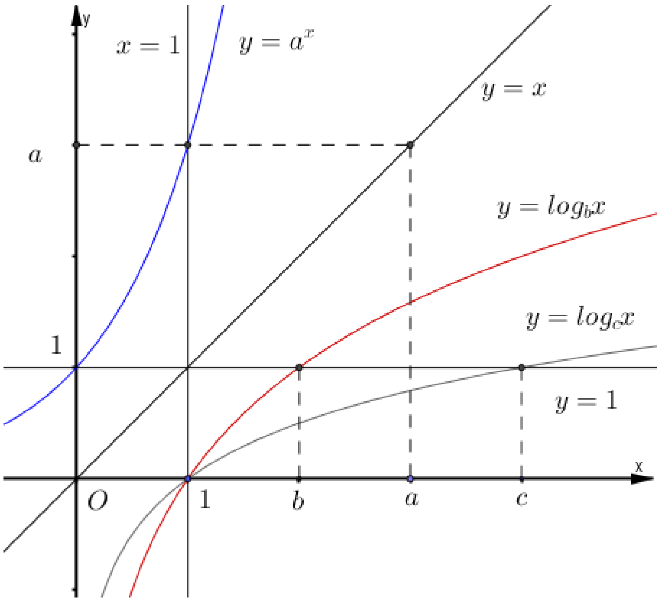
Câu 40: Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Đồ thị hàm số $y = a^x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ được cho trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < b < c$. **B.** $b < c < a$. **C.** $c < b < a$. **D.** $b < a < c$.

Lời giải

Chọn D



Vẽ các đường thẳng $x = 1$; $y = 1$; $y = x$.

Đường thẳng $x = 1$ cắt đồ thị $y = a^x$ tại điểm có tung độ bằng a. Đường thẳng $y = a$ cắt đường thẳng $y = x$ tại điểm có hoành độ $x = a$.

Đường thẳng $x=1$ cắt hai đồ thị hàm số $y=\log_b x;\ y=\log_c x$ lần lượt tại hai điểm có hoành độ $x=b;\ x=c$. So sánh các hoành độ $a,\ b,\ c$ trên hình vẽ ta có $b<a<c$.

Câu 41: Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\left(3+\sqrt{5}\right)^x+\left(3-\sqrt{5}\right)^x<3.2^x$ là khoảng $(a;b)$, hãy tính $S=b-a$.

A. $S=1$. **B.** $S=4$. **C.** $S=3$. **D.** $S=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(3+\sqrt{5}\right)^x+\left(3-\sqrt{5}\right)^x<3.2^x \Leftrightarrow \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x+\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x-3<0$ (1)

Đặt $t=\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x$ điều kiện $t>0$, vì $\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x.\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x=1$ nên ta có $\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}\right)^x=\dfrac{1}{t}$.

Khi đó (1) trở thành $t+\dfrac{1}{t}-3<0 \Leftrightarrow t^2-3t+1<0$ (vì $t>0$)

$\Leftrightarrow \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}<t<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}<\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^x<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow -1<x<1$

Do đó bất phương trình có tập nghiệm là $(-1;1)$ từ đó suy ra $a=-1, b=1$

Vậy $S=b-a=1-(-1)=2$.

Câu 42: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2020;2020]$ để hàm số $y=\left(\dfrac{7}{9}\right)^{\frac{x+21}{x+3m}}$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A. 2015. **B.** 8. **C.** 2014. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\dfrac{3m-21}{(x+3m)^2}.\left(\dfrac{7}{9}\right)^{\frac{x+21}{x+3m}}\ln\dfrac{7}{9}, x\neq -3m$.

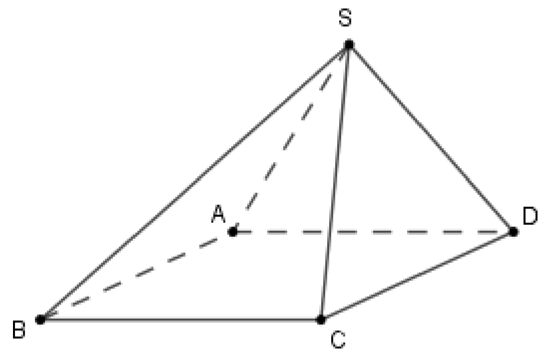
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'>0$, $\forall x\in(3;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases}3m-21<0\\ -3m\notin(3;+\infty)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<7\\ -3m\leq 3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<7\\ m\geq -1\end{cases} \Leftrightarrow -1\leq m<7$. Vì $\left(\dfrac{7}{9}\right)^{\frac{x+2}{x+3m}}>0$ và $\ln\dfrac{7}{9}<0$.

Kết hợp với điều kiện m là số nguyên và $m\in[-2020;2020]$ suy ra $m\in\{-1,0,1,2,3,4,5,6\}$

Vậy có 8 giá trị nguyên của tham số m.

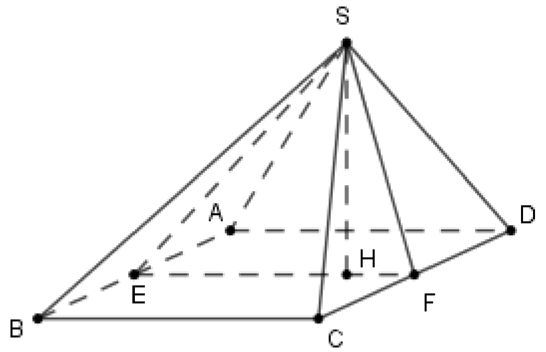
Câu 43: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Tam giác SAB là tam giác đều, tam giác SCD vuông tại S (tham khảo hình vẽ bên). Tính thể tích V của khối chóp đã cho.



A. $V=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=2\sqrt{3}$. **C.** $V=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh AB, CD.

Vì ΔSAB là tam giác đều nên $SE\perp AB$ và $SA=SB$.

Vì $SA=SB$, $EA=EB$, $FA=FB$ (do $ABCD$ là hình vuông và F là trung điểm của CD) nên (SEF) là mặt phẳng trung trực của AB và cũng là mặt phẳng trung trực của CD.

Suy ra $(SEF)\perp(ABCD)$ và $SC=SD$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên EF. Vì $CD\perp(SEF)$ nên $CD\perp SH$.

Vì $\begin{cases} SH\perp EF \\ SH\perp CD \\ CD\cap EF=F \end{cases}$ nên $SH\perp(ABCD)$. SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$.

SE là đường cao trong tam giác đều SAB nên $SE=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

SF là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông cân SCD nên $SF=\frac{2}{2}=1$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $EF=2$.

Xét ΔSEF có $EF^2=SE^2+SF^2$ nên ΔSEF vuông tại S.

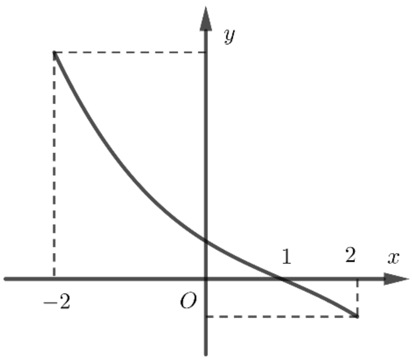
Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SEF:

$SH.EF=SE.SF\Leftrightarrow SH=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.2^2.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$. **B.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(-2)$.

C. $\min\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(2)$.

Lời giải

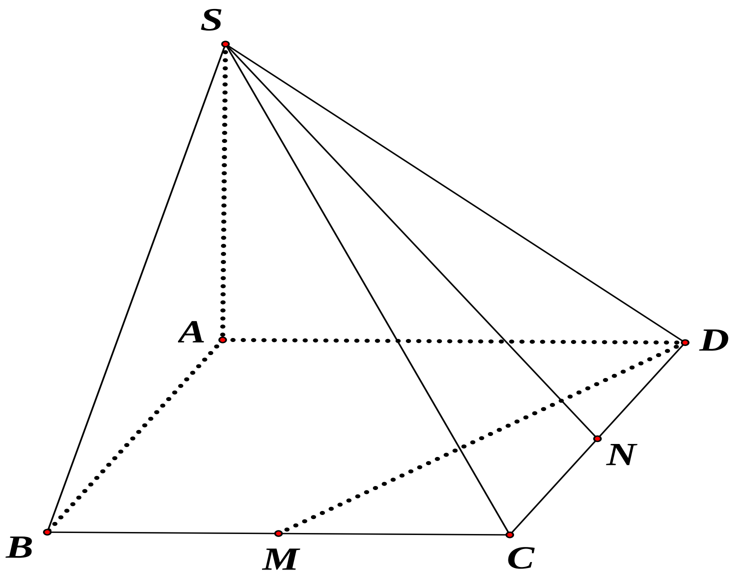
Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có bảng biến thiên:

x	-2		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$f(1)$	$\searrow$	

Do đó $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=f(1)$.

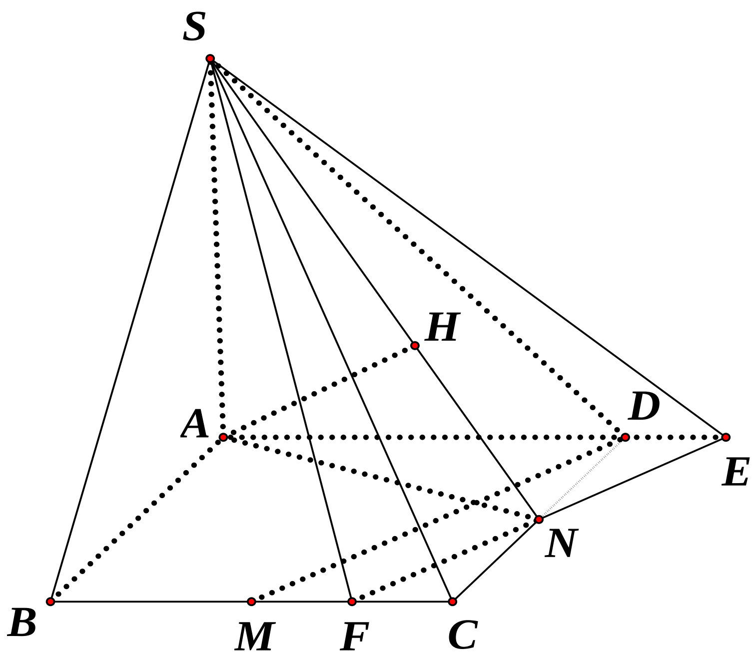
Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Các điểm M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và CD, $SA=\sqrt{5}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng SN và DM bằng



A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Dựng hình bình hành $DEFM \Rightarrow DM // (SEF)$ và F là trung điểm của CM

$\Rightarrow d(SN;DM) = d(DM;(SEF)) = d(D;(SEF)) = \frac{DE}{AE}.d(A;(SEF))$

$\frac{DE}{AD} = \frac{MF}{AD} = \frac{1}{4} \Rightarrow DE = \frac{1}{5}AE \Rightarrow d(SN;DM) = \frac{1}{5}.d(A;(SEF))$

Ta có $AE = AD + DE = \frac{5}{4}.AD = \frac{5}{2}$

Trong tam giác vuông ABF có $AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{5}{2}$

Do đó tam giác AEF cân tại $A \Rightarrow AN \perp EF$

Mặt khác có $SA \perp EF$

$\Rightarrow EF \perp (SAK) \Rightarrow (SEF) \perp (SAK)$ theo giao tuyến SN

Từ A hạ $AH \perp SN \Rightarrow AH \perp (SEF)$

$\Rightarrow d(A;(SEF)) = AH$

$EF = DM = \sqrt{CD^2 + CM^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

Trong tam giác vuông ANF có $AN = \sqrt{AF^2 - NF^2} = \sqrt{AF^2 - \left(\dfrac{DM}{2}\right)^2} = \sqrt{5}$

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{2}{5} \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

$$\Rightarrow d(SN;DM) = \frac{1}{5}.AH = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Câu 46: Cho bất phương $3^{\frac{2-\sqrt{x^2-2x+m}}{2}} + 3^{\frac{2}{\sqrt{x^2-2x+m}-2}} > \dfrac{10}{3}$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in [0;2]$?

A. 10. **B.** 15. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2 - 2x + m \ge 0$

Đặt $X = \dfrac{2-\sqrt{x^2-2x+m}}{2}$ $(X \le 1)$.

Bất phương trình $\Leftrightarrow 3^X + 3^{-\frac{1}{X}} > \dfrac{10}{3}$.

Xét hàm $f(X) = 3^X + 3^{-\frac{1}{X}}$ với $(-\infty;1]$.

$$f'(X) = 3^X \ln 3 + \frac{1}{X^2} 3^{-\frac{1}{X}} \ln 3 > 0,\ \forall X \ne 0$$

Bảng biến thiên:

X	$-\infty$		-1		0		1
$f'(X)$		$+$	|		||	$+$	
$f(X)$	1	↗	$\frac{10}{3}$	$+\infty$	|| 1	↗	$\frac{10}{3}$

Từ bảng biến thiên ta có $f(X) > \dfrac{10}{3} \Leftrightarrow X \in (-1;0)$

$$X \in (-1;0) \Leftrightarrow -1 < \frac{2-\sqrt{x^2-2x+m}}{2} < 0$$

$$\Leftrightarrow 2 < \sqrt{x^2-2x+m} < 4 (*)$$

Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in [0;2]$

$\Leftrightarrow$ bất phương trình $(*)$ nghiệm đúng $\forall x \in [0;2]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2-2x+m} > 2 \quad \forall x \in [0;2] \\ \sqrt{x^2-2x+m} < 4 \quad \forall x \in [0;2] \\ x^2-2x+m \ge 0 \quad \forall x \in [0;2] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x+m > 4, \ \forall x \in [0;2] \\ x^2-2x+m < 16, \ \forall x \in [0;2] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x > 4-m, \ \forall x \in [0;2] \\ x^2-2x < 16-m, \ \forall x \in [0;2] \end{cases} \quad (I)$$

Xét hàm $g(x) = x^2 - 2x$ trên $[0;2]$

$g'(x) = 2x - 2$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$

x	0		1		2
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0

Hệ bất phương trình $(I) \Leftrightarrow \begin{cases} 4-m < -1 \\ 16-m > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m < 16 \end{cases} \Leftrightarrow 5 < m < 16$

Mà m nguyên nên $m \in \{6;7;8;...15\}$ $\Rightarrow$ có 10 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left|x^3 - 9x^2 + (m+8)x - m\right|$ có năm điểm cực trị?

A. 14. **B.** 15. **C.** Vô số. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 9x^2 + (m+8)x - m$.

Để hàm số $y = |f(x)|$ có năm điểm cực trị thì hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm về hai phái của trục hoành.

Tức là đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

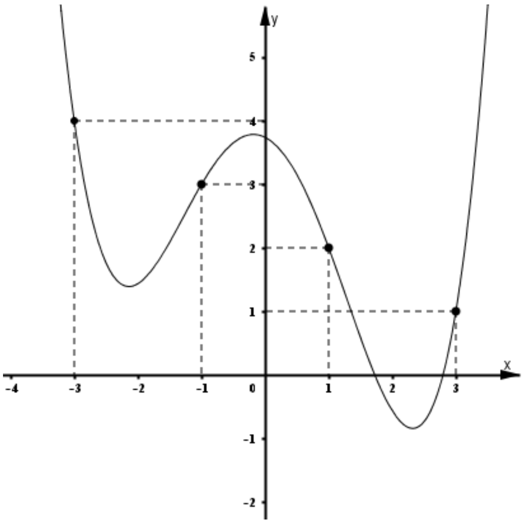
Hay $x^3 - 9x^2 + (m+8)x - m = 0$ (1) có ba nghiệm phân biệt.

$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ h(x) = x^2 - 8x + m = 0 \end{cases}$.

(1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{h(x)} > 0 \\ h(1) \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16-m > 0 \\ m-7 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m \ne 7 \end{cases}$.

Do m là số nguyên dương nên có 14 số nguyên m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 48: Cho hàm số bậc năm $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Hàm số $g(x)=f(7-2x)+(x-1)^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-3;-1)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(2;3)$.

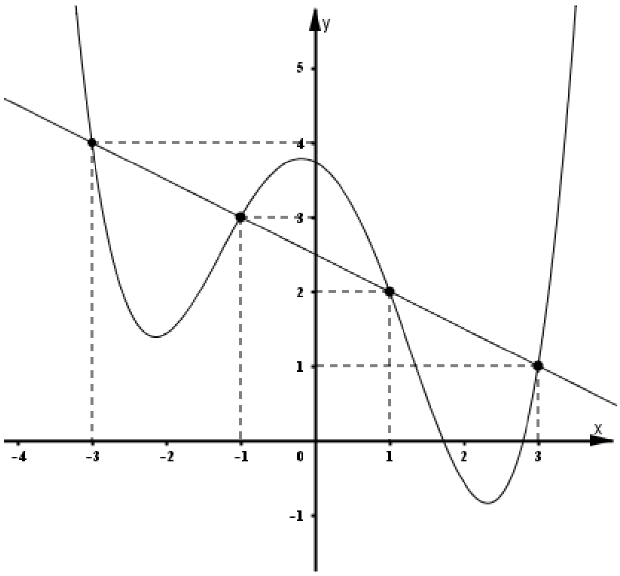
Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x)=-2.f'(7-2x)+2(x-1)$.

Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(7-2x)=x-1$.

Đặt $t=7-2x \Rightarrow x-1=\frac{5}{2}-\frac{t}{2}$, ta được $f'(t)=\frac{5}{2}-\frac{t}{2}$ đây là phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số $y=f'(t)$ và đường thẳng $y=\frac{5}{2}-\frac{t}{2}$.



Để hàm số $g(x)=f(7-2x)+(x-1)^2$ đồng biến thì $g'(x)\ge 0 \Leftrightarrow f'(t)\le \frac{5}{2}-\frac{t}{2}$.

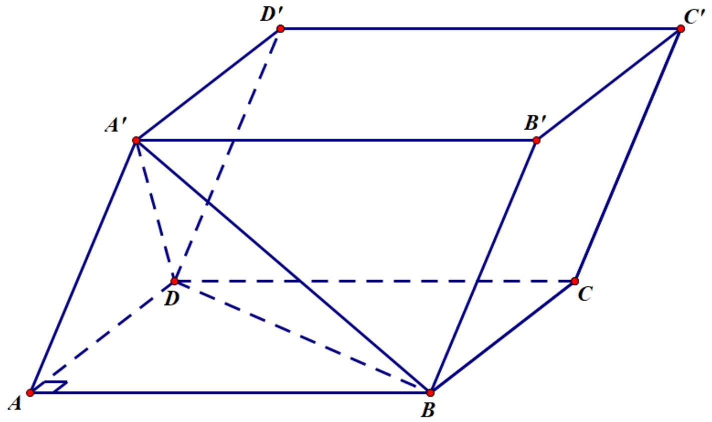
Dựa vào đồ thị hàm số, ta có $\left[\begin{array}{l} -3\le t\le -1 \\ 1\le t\le 3 \end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l} -3\le 7-2x\le -1 \\ 1\le 7-2x\le 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4\le x\le 5 \\ 2\le x\le 3 \end{array}\right.$.

Câu 49: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=2AB=2AD$, $\widehat{BAD}=90°$, $\widehat{BAA'}=60°$, $\widehat{DAA'}=120°$ và $AC'=\sqrt{6}$. Tính thể tích của khối hộp đã cho.

A. $V=\sqrt{2}$. **B.** $V=2\sqrt{3}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $V=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có đáy $ABCD$ là hình bình hành có $\widehat{BAD}=90^\circ$ nên là hình chữ nhật, lại có $AB=AD$ nên $ABCD$ là hình vuông.

Đặt $AB=AD=x$ ta được $AC=x\sqrt{2}$ và $AA'=2x$.

Trong hình bình hành $A'ABB'$ có $AB'^2=x^2+4x^2-2.x.2x.\cos120^\circ=7x^2$ suy ra $DC'=x\sqrt{7}$.

Ta có $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{AD}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}\right).\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AD}=x.2x.\cos120^\circ=-x^2$ do vậy $\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DC'}=x^2$ từ đây ta có $x.x\sqrt{7}.\cos\widehat{ADC'}=x^2\Leftrightarrow\cos\widehat{ADC'}=\dfrac{1}{\sqrt{7}}$.

Trong tam giác $\Delta ADC'$ ta có

$$AD^2+DC'^2-2AD.DC'.\cos\widehat{ADC'}=6\Leftrightarrow x^2+7x^2-2.x.x\sqrt{7}\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)=6\Leftrightarrow x=1.$$

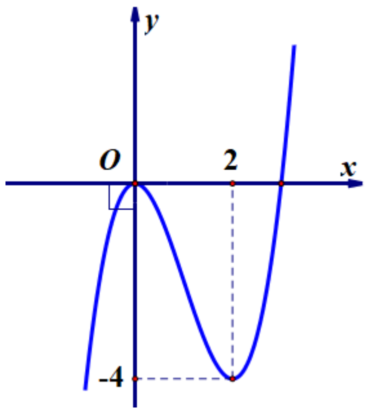
Từ đây ta có $AB=1, AD=1, AA'=2$, $\widehat{BAD}=90^\circ$, $\widehat{BAA'}=60^\circ$, $\widehat{DAA'}=120^\circ$ và thể tích của khối tứ diện $A'ABD$ được tính theo công thức

$$V_{A'ABD}=\frac{1}{6}AB.AD.AA'\sqrt{1+2\cos\widehat{BAD}\cos\widehat{BAA'}\cos\widehat{DAA'}-\cos^2\widehat{BAD}-\cos^2\widehat{BAA'}-\cos^2\widehat{DAA'}}$$

$$=\frac{1}{6}1.1.2.\sqrt{1+2\cos60^\circ\cos120^\circ\cos90^\circ-\cos^2 60^\circ-\cos^2 120^\circ-\cos^2 90^\circ}=\frac{\sqrt{2}}{6}.$$

Do đó thể tích của khối hộp là $V_{hop}=6V_{A'ABD}=\sqrt{2}$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Phương trình $\dfrac{f\left(f(x)\right)-4}{2f^2(x)+f(x)+1}=-4$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\dfrac{f\left(f(x)\right)-4}{2f^2(x)+f(x)+1}=-4 \Leftrightarrow \dfrac{f^3(x)-3f^2(x)-4}{2f^2(x)+f(x)+1}=-4$

$\Leftrightarrow f^3(x)+5f^2(x)+4f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=0 \\ f(x)=-1 \\ f(x)=-4 \end{array}\right.$.

Từ đồ thị hàm số đã vẽ ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$ và $f(x)=-4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Phương trình $f(x)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a \\ x=b \\ x=c \end{array}\right.$ với a,b,c đôi một khác nhau và cùng khác với các phần tử thuộc tập $\{-1;0;2;3\}$.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm.

---------- HẾT ----------

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
MÔN: TOÁN 12 – ĐỀ SỐ: 25

Câu 1: Đa diện đều loại $\{5;3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

A. Hai mươi mặt đều. **B.** Lập phương. **C.** Tứ diện đều. **D.** Mười hai mặt đều.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật $AD=2a, AB=a(a>0)$ có (SAB) và (SAD) vuông góc với đáy và góc SC và đáy bằng $30°$. Thể tích khối chóp là:

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{15}}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;+\infty)$.

C. $(1;-3)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 4: Tập xác định D hàm số $y=(x+1)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **B.** $D=(-1;+\infty)$.

C. $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(-\infty;-1)$.

Câu 5: Tính $P=\left(\dfrac{1}{16}\right)^{-0,75}+(0,25)^{-\frac{5}{2}}$

A. $P=80$. **B.** $P=40$. **C.** $P=10$. **D.** $P=20$.

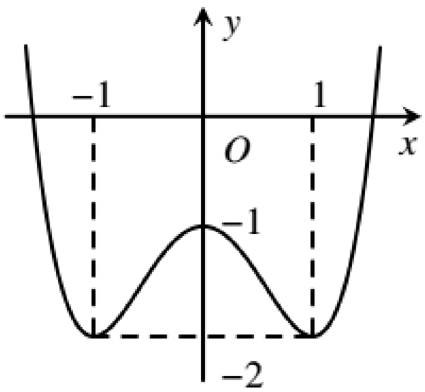
Câu 6: Cho a là một số thực dương. Viết $a^{\frac{2}{3}}.\sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ

A. $a^{\frac{7}{6}}$. **B.** $a^{\frac{5}{3}}$. **C.** $a^{\frac{1}{3}}$. **D.** $a^{\frac{7}{3}}$.

Câu 7: Phương trình $3^x=2$ có nghiệm là

A. $x=\log_2 3$. **B.** $x=\log_3 2$. **C.** $x=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x=2^3$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Giá trị cực đại của hàm số bằng?

A. 1. **B.** -2 **C.** -1 **D.** 0

Câu 9: Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $(x^m)^n=(x)^{m.n}$. **B.** $x^m.x^n=x^{m+n}$. **C.** $(x.y)^n=x^n.y^n$. **D.** $x^m.y^n=(x.y)^{m+n}$

Câu 10: Nếu hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$ thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$

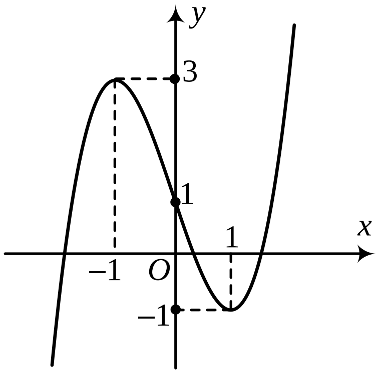
Câu 11: Hàm số nào sau đây **không** có cực trị?

A. $y=-x^4+2x^2-5$. **B.** $y=x^4+2x^2-5$. **C.** $y=-\dfrac{1}{4}x^4+6$. **D.** $y=x^3+6x-2019$

Câu 12: Với a,b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(a^2b^3\right)$ bằng:

A. $2\log a.3\log b$. **B.** $\dfrac{1}{2}\log a+\dfrac{3}{2}\log b$. **C.** $2\log a+3\log b$. **D.** $2\log a+\log b$

Câu 13: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^3-3x+3$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 14: Một khối hộp chữ nhật có bao nhiêu đỉnh?

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 16: Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

A. $M=f(0)$. **B.** $M=f(3)$. **C.** $M=f(2)$. **D.** $M=f(-1)$.

Câu 17: Biết rằng đường thẳng $y=4x+5$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2x+1$ tại điểm duy nhất, ký hiệu $x_0;y_0$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0=11$. **B.** $y_0=10$. **C.** $y_0=13$. **D.** $y_0=12$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f\ x$ có đạo hàm trên khoảng K. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Nếu $f'(x)\ge 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f\ x$ đồng biến trên K.

B. Nếu $f'(x)\le 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f\ x$ đồng biến trên K.

C. Nếu $f'(x)<0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f\ x$ đồng biến trên K.

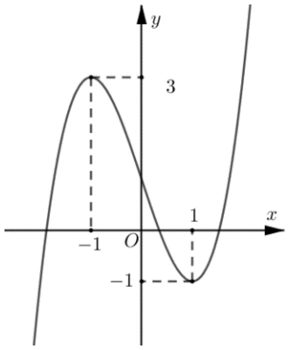
D. Nếu $f'(x)>0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f\ x$ đồng biến trên K.

Câu 19: Hãy chọn mệnh đề **đúng**.
A. Số đỉnh và số mặt trong một hình đa diện luôn bằng nhau.
B. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh bằng số cạnh.
C. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.
D. Tồn tại hình đa diện có số cạnh bằng số mặt.

Câu 20: Lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Khi đó thể tích khối chóp $A.BCB'C'$ bằng.

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{2V}{3}$. **C.** $\frac{3V}{4}$. **D.** $\frac{V}{2}$.

Câu 21: Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^3-3x+1$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^3-3x-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt?



A. $-2<m<2$. **B.** $-2<m<3$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-2\le m<2$.

Câu 22: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^3+x^2+5x-5$ là điểm nào?

A. $(-1;-8)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;-5)$. **D.** $\left(\frac{5}{3};\frac{40}{27}\right)$.

Câu 23: Tập hợp các giá trị m để đồ thị hàm số $y=\frac{mx^2+6x-2}{x+2}$ có tiệm cận đứng là

A. $\left\{\frac{7}{2}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{7}{2}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{7}{2}\right\}$.

Câu 24: Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+2x^2-mx+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\le-\frac{4}{3}$. **B.** $m\ge-\frac{4}{3}$. **C.** $m<-\frac{4}{3}$. **D.** $m>-\frac{4}{3}$.

Câu 25: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

A. $y'=\frac{1}{2x+1}$. **B.** $y'=\frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **C.** $y'=\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **D.** $y'=\frac{2}{2x+1}$.

Câu 26: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\log_2 x$. **C.** $y=3^x$. **D.** $y=x^4+2x^2+4$.

Câu 27: Phương trình $4^{x^2-x}+2^{x^2-x+1}=3$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Câu 28: Khối bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 29: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B, biết $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$ và thể tích khối lăng trụ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. Chiều cao của lăng trụ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 30: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt đối xứng

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 31: Có tất cả bao nhiêu khối đa diện đều?

A. 7 **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 32: Đặt $\log_2 5=a$, khi đó $\log_{25}16$ bằng

A. $\frac{1}{2a}$ **B.** $\frac{2}{a}$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{1}{2}a$.

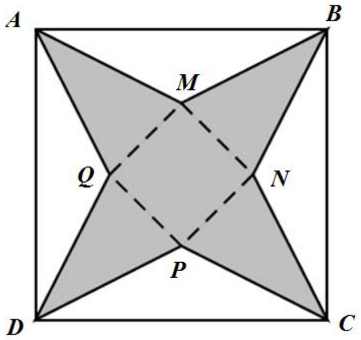
Câu 33: Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log^2_{\frac{1}{3}}x-5\log_3 x+4=0$. Tính T.

A. $T=84$. **B.** $T=5$. **C.** $T=-5$. **D.** $T=4$.

Câu 34: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\frac{4}{x}$ trên $(0;+\infty)$. Tìm m.

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=1$. **D.** $m=4$.

Câu 35: Cho một tấm bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 5 *dm*, người ta cắt bỏ bốn tam giác bằng nhau AMB, BNC, CPD, DQA.



Với phần còn lại, người ta gấp lên và ghép lại để thành hình chóp tứ giác đều. Hỏi cạnh đáy của khối chóp bằng bao nhiêu để thể tích của nó là lớn nhất?

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 36: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a^3. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC'. Tính thể tích khối chóp $ABMN$.

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Câu 37: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 16. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC. Tính thể tích khối tứ diện $AMNP$

A. $V=12$. **B.** $V=2$. **C.** $V=14$. **D.** $V=8$.

Câu 38: Biết rằng tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m-1)x^2-(m-3)x+2020m$ đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ và $(0;3)$ là đoạn $T=[a;b]$. Tính a^2+b^2

A. $a^2+b^2=8$. **B.** $a^2+b^2=13$. **C.** $a^2+b^2=10$. **D.** $a^2+b^2=5$.

Câu 39: Biết hàm số $f(x)=\frac{a}{b^2.3^x}$ có đồ thị đối xứng với đồ thị hàm số $y=3^x$ qua đường thẳng $x=-1$. Biết a,b là các số nguyên. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $b^2=9a$. **B.** $b^2=4a$. **C.** $b^2=6a$. **D.** $b^2=a$.

Câu 40: Tiếp tuyến của đường cong $(C): y=\frac{2x+1}{x-1}$ tại điểm $M(2;5)$ cắt các trục tọa độ Ox,Oy lần lượt tại A và B.Tính diện tích tam giác OAB.

A. $\frac{121}{6}$. **B.** $\frac{121}{3}$. **C.** $-\frac{121}{6}$. **D.** $-\frac{121}{3}$.

Câu 41: Phương trình $2^{x-2}=3^{x^2+2x-8}$ có 1 nghiệm dạng $x=\log_a b-4$ với a,b là các số nguyên dương thuộc khoảng $(1;5)$, Khi đó $a+2b$ bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 14. **D.** 7.

Câu 42: Hình tạo bởi 6 đỉnh là 6 trung điểm của các cạnh 1 tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Biết $AC=a, BC=\frac{a}{2}; SA=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và cạnh SA vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **B.** $a\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 44: Đặt $a=\log_2 3, b=\log_5 3$. Nếu biểu diễn $\log_6 45=\frac{a(m+nb)}{b(a+p)}$ với $m,n,p\in\mathbb{N}$ thì $m+n+p$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** -3.

Câu 45: Tìm m để bất phương trình $x+\frac{4}{x-1}\geq m$ có nghiệm trên khoảng $(-\infty;1)$.

A. $m\leq 3$. **B.** $m\leq -3$. **C.** $m\leq 5$. **D.** $m\leq -1$.

Câu 46: Anh X muốn mua một chiếc xe máy Yamaha Exciter giá 47500000 đồng của cửa hàng Phú Tài. Nhưng vì chưa đủ tiền nên anh X đã quyết định mua theo hình thức như sau: Trả trước 25 triệu đồng và trả góp trong 12 tháng, với lãi suất là $0,6\%/$ tháng. Hỏi mỗi tháng, anh X phải trả cho cửa hàng Phú Tài số tiền là bao nhiêu? (qui tròn đến hàng đơn vị).

A. 2014546 đồng. **B.** 1948000 đồng. **C.** 2014545 đồng. **D.** 1948927.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SB, N thuộc cạnh SD sao cho $SN=2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

A. $V=\frac{1}{12}a^3$. **B.** $V=\frac{1}{36}a^3$. **D.** $V=\frac{1}{8}a^3$. **D.** $V=\frac{1}{6}a^3$.

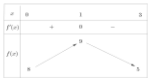
Câu 48: Một khu rừng có trữ lượng gỗ $4x10^5\ m^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm, khu rừng đó sẽ có khoảng bao nhiêu m^3 gỗ?

A. $35.10^5\ m^3$. **B.** $4,8666.10^5\ m^3$. **C.** $2016.10^3\ m^3$. **D.** $125.10^7\ m^3$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-6;5)$ sao cho phương trình $2\cos 2x + 4\sin x - m\sqrt{2} = 0$ vô nghiệm.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình $f(x) \geq mx^2(x^2-2)+2m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;3]$. Số phần tử của tập S là

A. 9. **B.** 10. **C.** Vô số. **D.** 0.

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.D	4.B	5.B	6.A	7.B	8.C	9.D	10.B
11.D	12.C	13.C	14.C	15.A	16.A	17.C	18.A	19.C	20.B.D
21.A	22.A	23.D	24.A	25.C	26.C	27.C	28.D	29.D	30.B
31.C	32.B	33.A	34.D	35.D	36.B	37.B	38.D	39.A	40.A
41.D	42.C	43.A	44.A	45.B	46.D	47.A	48.B	49.C	50.D

Câu 1: Đa diện đều loại $\{5;3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

A. Hai mươi mặt đều. **B.** Lập phương. **C.** Tứ diện đều. **D.** Mười hai mặt đều.

Lời giải

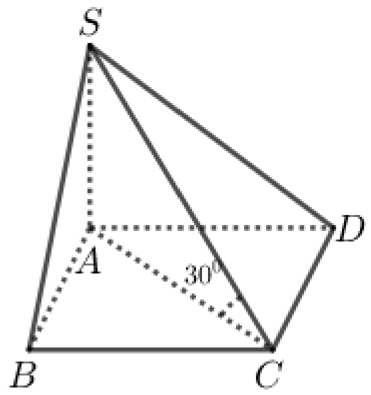
Chọn D

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật $AD = 2a, AB = a(a > 0)$ có (SAB) và (SAD) vuông góc với đáy và góc SC và đáy bằng $30°$. Thể tích khối chóp là:

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{15}}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có : $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$.

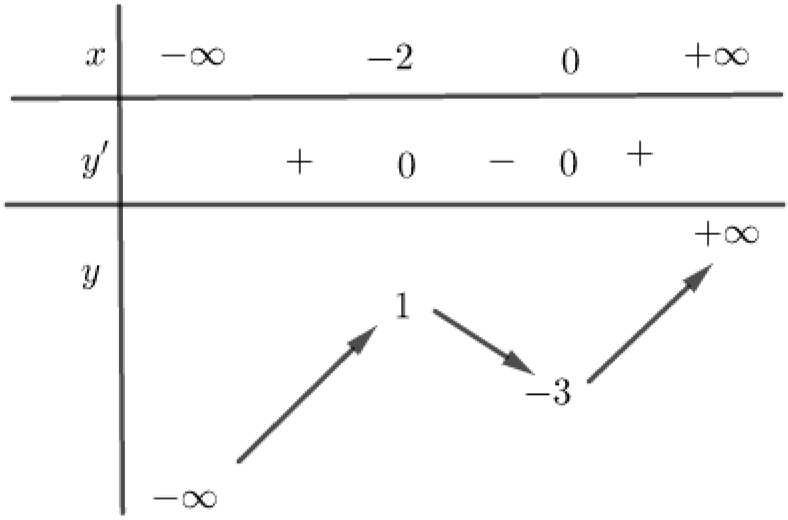
Vậy $(SC,(ABCD)) = (SC, AC) = SCA = 30°$.

$AC = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$

$SA = AC.\tan 30° = a\sqrt{5}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{1\sqrt{15}}{3}$.

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{15}}{3}.a.2a = \dfrac{2a^3\sqrt{15}}{9}$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;-3)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 4: Tập xác định D hàm số $y=(x+1)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **B.** $D=(-1;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $x+1>0 \Leftrightarrow x>-1$.

Vậy tập xác định D của hàm số là $D=(-1;+\infty)$.

Câu 5: Tính $P=\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}+(0,25)^{-\frac{5}{2}}$

A. $P=80$. **B.** $P=40$. **C.** $P=10$. **D.** $P=20$.

Lời giải

Chọn B

$$P=\left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}+(0,25)^{-\frac{5}{2}}=\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{5}{2}}=16^{\frac{3}{4}}+4^{\frac{5}{2}}=\left(2^4\right)^{\frac{3}{4}}+\left(2^2\right)^{\frac{5}{2}}=2^3+2^5=40$$

Câu 6: Cho a là một số thực dương. Viết $a^{\frac{2}{3}}.\sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ

A. $a^{\frac{7}{6}}$. **B.** $a^{\frac{5}{3}}$. **C.** $a^{\frac{1}{3}}$. **D.** $a^{\frac{7}{3}}$.

Lời giải

Chọn A

$a^{\frac{2}{3}}.\sqrt{a}=a^{\frac{2}{3}}.a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 7: Phương trình $3^x=2$ có nghiệm là

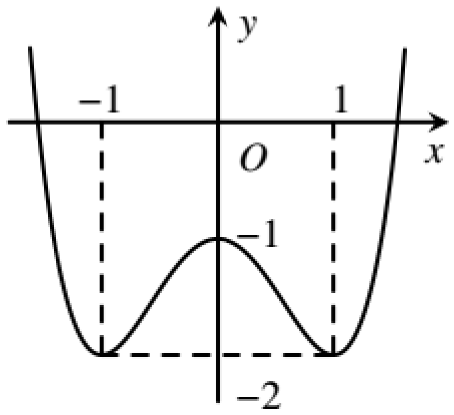
A. $x=\log_2 3$. **B.** $x=\log_3 2$. **C.** $x=\frac{2}{3}$. **D.** $x=2^3$.

Lời giải

Chọn B

$3^x=2 \Leftrightarrow x=\log_3 2$

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Giá trị cực đại của hàm số bằng?

A. 1. **B.** -2 **C.** -1 **D.** 0

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng -1.

Câu 9: Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây là **sai**?

A. $\left(x^m\right)^n=(x)^{m.n}$. **B.** $x^m.x^n=x^{m+n}$. **C.** $(x.y)^n=x^n.y^n$. **D.** $x^m.y^n=(x.y)^{m+n}$

Lời giải

Chọn D

Câu 10: Nếu hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$ thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$

Lời giải

Chọn B

Nếu $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=-\infty; \lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=+\infty; \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=-\infty; \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=+\infty$ thì đường thẳng $x=x_0$ được gọi là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 11: Hàm số nào sau đây **không** có cực trị?

A. $y=-x^4+2x^2-5$. **B.** $y=x^4+2x^2-5$. **C.** $y=-\frac{1}{4}x^4+6$. **D.** $y=x^3+6x-2019$

Lời giải

Chọn D

Xét đáp án D

Ta có: $y'=3x^2+6>0\ \forall x\in R$

$\Rightarrow$ phương trình $y'=0$ vô nghiệm

$\Rightarrow$ hàm số không có cực trị.

Câu 12: Với a, b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(a^2b^3\right)$ bằng:

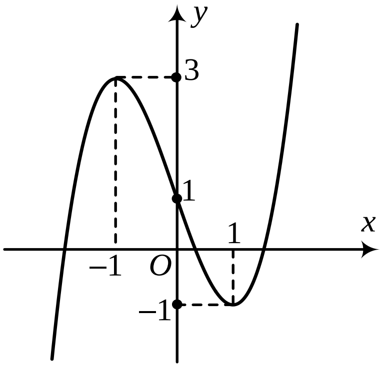
A. $2\log a.3\log b$. **B.** $\frac{1}{2}\log a+\frac{3}{2}\log b$. **C.** $2\log a+3\log b$. **D.** $2\log a+\log b$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log\left(a^2b^3\right)=\log a^2+\log b^3=2\log a+3\log b$

Câu 13: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=x^3-3x+3$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Lời giải

Chọn C

Nhánh ngoài cùng của đồ thị đi lên nên hệ số $a>0$, loại **D.**

Đồ thị đi qua điểm $(0;1)$ nên loại **A,** **B.**

Câu 14: Một khối hộp chữ nhật có bao nhiêu đỉnh?

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Khối hộp chữ nhật có 8 đỉnh.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{2a^3}{3}$. **B.** $2a^3$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.2a.a^2=\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 16: Hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-1;3\right]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-1;3\right]$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4

A. $M=f\left(0\right)$. **B.** $M=f\left(3\right)$. **C.** $M=f\left(2\right)$. **D.** $M=f\left(-1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 17: Biết rằng đường thẳng $y=4x+5$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2x+1$ tại điểm duy nhất, ký hiệu $x_0;y_0$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0.

A. $y_0=11$. **B.** $y_0=10$. **C.** $y_0=13$. **D.** $y_0=12$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $4x+5=x^3+2x+1 \Leftrightarrow x^3-2x-4=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=13$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f\ x$ có đạo hàm trên khoảng K. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Nếu $f'(x)\geq 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f\ x$ đồng biến trên K.

B. Nếu $f'(x)\leq 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f\ x$ đồng biến trên K.

C. Nếu $f'(x)<0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f\ x$ đồng biến trên K.

D. Nếu $f'(x)>0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $f\ x$ đồng biến trên K.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết.

Câu 19: Hãy chọn mệnh đề **đúng**.

A. Số đỉnh và số mặt trong một hình đa diện luôn bằng nhau.

B. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh bằng số cạnh.

C. Tồn tại hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

D. Tồn tại hình đa diện có số cạnh bằng số mặt.

Lời giải

Chọn C

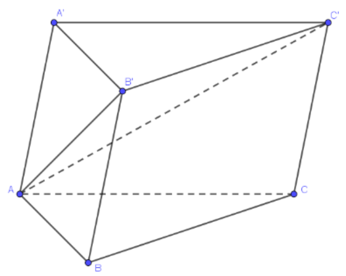
Đó là hình tứ diện (có 4 đỉnh, 4 mặt).

Câu 20: Lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Khi đó thể tích khối chóp $A.BCB'C'$ bằng.

A. $\frac{V}{3}$. **B.** $\frac{2V}{3}$. **C.** $\frac{3V}{4}$. **D.** $\frac{V}{2}$.

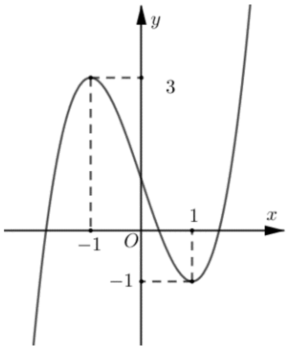
Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{A.BCB'C'}=V_{ABC.A'B'C'}-V_{A.A'B'C'}=V-\frac{1}{3}V=\frac{2}{3}V$.

Câu 21: Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^3-3x+1$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^3-3x-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt?



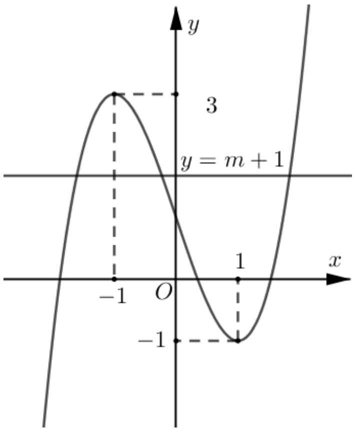
A. $-2<m<2$. **B.** $-2<m<3$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-2\le m<2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^3-3x-m=0 \Leftrightarrow x^3-3x+1=m+1$.

Số nghiệm của phương trình $x^3-3x-m=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ và đường thẳng $y=m+1$.



Để phương trình $x^3-3x-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -1<m+1<3 \Leftrightarrow -2<m<2$.

Câu 22: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^3+x^2+5x-5$ là điểm nào?

A. $(-1;-8)$. **B.** $(1;0)$. **C.** $(0;-5)$. **D.** $\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{40}{27}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=-3x^2+2x+5$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow -3x^2+2x+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{5}{3} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-8	$\nearrow$	$\frac{40}{27}$	$\searrow$	$-\infty$

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-1;-8)$.

Câu 23: Tập hợp các giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2+6x-2}{x+2}$ có tiệm cận đứng là

A. $\left\{\dfrac{7}{2}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\left\{-\dfrac{7}{2}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{7}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{-2\}$.

Để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng khi $x=-2$ không là nghiệm của phương trình $mx^2+6x-2=0$. Khi đó $m(-2)^2+6.(-2)-2\neq 0\Leftrightarrow m\neq\dfrac{7}{2}$.

Tập hợp các giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2+6x-2}{x+2}$ có tiệm cận đứng là $\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{7}{2}\right\}$.

Câu 24: Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+2x^2-mx+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\le-\dfrac{4}{3}$. **B.** $m\ge-\dfrac{4}{3}$. **C.** $m<-\dfrac{4}{3}$. **D.** $m>-\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2+4x-m$.

Để hàm số $y=x^3+2x^2-mx+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\begin{cases}\Delta'=4+3m\le 0\\ a=3>0\end{cases}\Leftrightarrow m\le-\dfrac{4}{3}$.

Vậy tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+2x^2-mx+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là $m\le-\dfrac{4}{3}$.

Câu 25: Tìm đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

A. $y'=\dfrac{1}{2x+1}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{2}{2x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 26: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\log_2 x$. **C.** $y=3^x$. **D.** $y=x^4+2x^2+4$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=3^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ do $y=3^x$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có cơ số $a=3>1$.

Câu 27: Phương trình $4^{x^2-x}+2^{x^2-x+1}=3$ có nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$4^{x^2-x}+2^{x^2-x+1}=3\Leftrightarrow 2^{2(x^2-x)}+2.2^{x^2-x}-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^{x^2-x}=1\\2^{x^2-x}=-3\ (VN)\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2-x}=1\Leftrightarrow x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right..$$

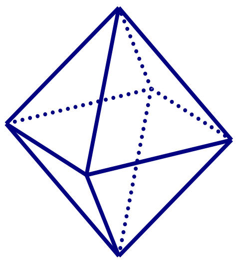
Vậy phương trình đã cho có nghiệm là: $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Câu 28: Khối bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D



Khối bát diện đều có 12 cạnh.

Câu 29: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại B, biết $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$ và thể tích khối lăng trụ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. Chiều cao của lăng trụ là

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Chiều cao khối lăng trụ là $h=\frac{V_{ABC.A'B'C'}}{S_{ABC}}=\frac{a^3\sqrt{6}}{2}:\left(\frac{1}{2}a.a\sqrt{3}\right)=a\sqrt{2}$.

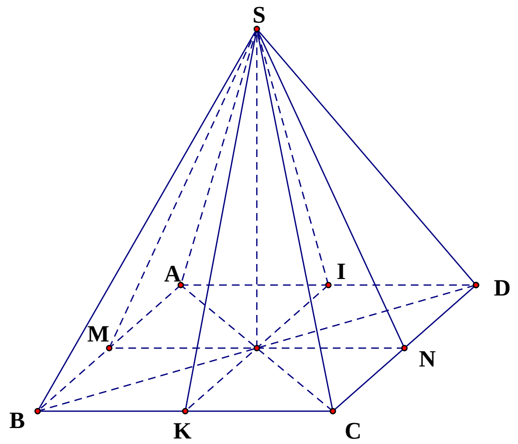
Câu 30: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt đối xứng

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Gọi M, K, N, I lần lượt là trung điểm AB, BC, CD và DA.



Hình chóp tứ giác đều có 4 mặt đối xứng là (SAC), (SBD), (SIK) và (SMN).

Câu 31: Có tất cả bao nhiêu khối đa diện đều?

A. 7 **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Có 5 khối đa diện đều là tứ diện đều – loại $\{3;3\}$, khối lập phương – loại $\{4;3\}$, bát diện đều – loại $\{3;4\}$, khối mười hai mặt đều – loại $\{5;3\}$ và khối hai mươi mặt đều – loại $\{3;5\}$.

Câu 32: Đặt $\log_2 5 = a$, khi đó $\log_{25} 16$ bằng

A. $\frac{1}{2a}$ **B.** $\frac{2}{a}$. **C.** $2a$. **D.** $\frac{1}{2}a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{25} 16 = \log_{5^2} 2^4 = \frac{4}{2}\log_5 2 = 2.\frac{1}{\log_2 5} = \frac{2}{a}$.

Câu 33: Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log^2_{\frac{1}{3}} x - 5\log_3 x + 4 = 0$. Tính T.

A. $T = 84$. **B.** $T = 5$. **C.** $T = -5$. **D.** $T = 4$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $x > 0$,

Phương trình tương đương với

$$(-\log_3 x)^2 - 5\log_3 x + 4 = 0 \Leftrightarrow (\log_3 x)^2 - 5\log_3 x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_3 x = 1\\ \log_3 x = 4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 3\\ x = 81\end{array}\right..$$

Vậy $T = 84$.

Câu 34: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên $(0;+\infty)$. Tìm m.

A. $m = 2$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 4$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$;

và đạo hàm của hàm số là $y' = 1 - \dfrac{4}{x^2} = \dfrac{x^2 - 4}{x^2}$;

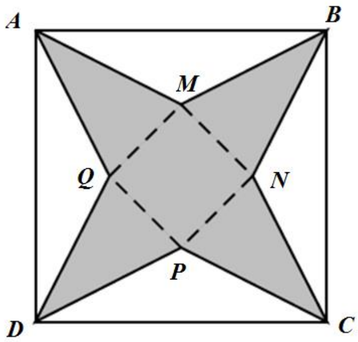
$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$y=f(x)$		↗		↘	‖	↘	4	↗	

Từ đây suy ra $m = 4$.

Câu 35: Cho một tấm bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 5 *dm*, người ta cắt bỏ bốn tam giác bằng nhau AMB, BNC, CPD, DQA.

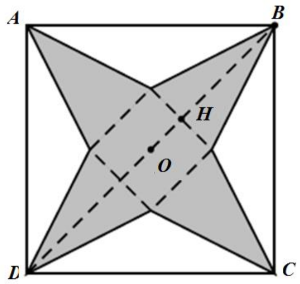


Với phần còn lại, người ta gấp lên và ghép lại để thành hình chóp tứ giác đều. Hỏi cạnh đáy của khối chóp bằng bao nhiêu để thể tích của nó là lớn nhất?

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi độ dài cạnh đáy của hình chóp là *x*, chiều cao của hình chóp là *h*.

Ta có: $x + 2BH = 5\sqrt{2} \Rightarrow BH = \dfrac{5\sqrt{2} - x}{2}$.

Suy ra: $h = \sqrt{HB^2 - OH^2} = \sqrt{\dfrac{x^2 - 10\sqrt{2}x + 50}{4} - \dfrac{x^2}{4}} = \dfrac{\sqrt{50 - 10\sqrt{2}x}}{2}$

Thể tích của mô hình là: $V(x) = \dfrac{1}{3}.x^2.\dfrac{\sqrt{50 - 10\sqrt{2}x}}{2}$.

Ta có: $V^2(x) = \dfrac{1}{18}.x^4.(25 - 5\sqrt{2}x)$.

$V(x)$ lớn nhất khi $V^2(x)$ lớn nhất hay $f(x) = -5\sqrt{2}x^5 + 25x^4$ lớn nhất.

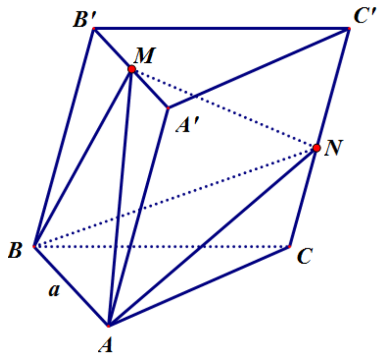
Mà $f'(x)=0 \Leftrightarrow -25\sqrt{2}x^4+100x^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2\sqrt{2} \end{array}\right.$. Vậy $x=2\sqrt{2}$ thỏa mãn đề bài.

Câu 36: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng a^3. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của $A'B'$ và CC'. Tính thể tích khối chóp $ABMN$.

A. $\frac{2a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{NABM} \overset{NC//(ABM)}{=} V_{CABM}$; $\frac{V_{C.ABM}}{V_{C.ABB'A'}}=\frac{S_{\Delta ABM}}{S_{\square ABB'A'}}=\frac{1}{2}$; $V_{C.ABB'A'}=\frac{2}{3}.V_{ABC.A'B'C'}$.

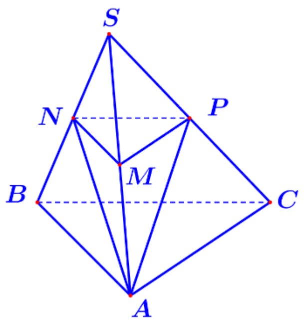
Từ đây suy ra $V_{N.ABM}=\frac{1}{3}.V_{ABC.A'B'C'}=\frac{a^3}{3}$.

Câu 37: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng 16. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh SA,SB,SC. Tính thể tích khối tứ diện $AMNP$

A. $V=12.$ **B.** $V=2.$ **C.** $V=14.$ **D.** $V=8.$

Lời giải

Chọn B



Vì M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh SA,SB,SC nên

$\frac{V_{SMNP}}{V_{SABC}}=\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}=\frac{1}{8} \Leftrightarrow V_{SMNP}=\frac{1}{8}V_{SABC}=2.$

Mà M là trung điểm SA nên $d\left(S,(MNP)\right)=d\left(A,(MNP)\right) \Leftrightarrow V_{SMNP}=V_{AMNP}=2.$

Câu 38: Biết rằng tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m-1)x^2-(m-3)x+2020m$ đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$ và $(0;3)$ là đoạn $T=[a;b]$. Tính a^2+b^2

A. $a^2+b^2=8.$ **B.** $a^2+b^2=13.$ **C.** $a^2+b^2=10.$ **D.** $a^2+b^2=5.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = x^2 - 2(m-1)x - (m-3)$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$ khi và chỉ khi $y' \ge 0, \forall x \in (a;b)$

$\Leftrightarrow x^2 - 2(m-1)x - (m-3) \ge 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 \ge (2x+1)m \quad (1)$

Trên khoảng $(-3;-1)$ thì $(1) \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{x^2+2x+3}{2x+1} \le m \Leftrightarrow m \ge \max\limits_{(-3;-1)} f(x)$

Trên khoảng $(0;3)$ thì $(1) \Leftrightarrow f(x) = \dfrac{x^2+2x+3}{2x+1} \le m \Leftrightarrow m \le \min\limits_{(0;3)} f(x)$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{x^2+2x+3}{2x+1}$ trên khoảng $(-3;-1)$ và $(0;3)$

Ta có $f'(x) = \dfrac{2x^2+2x-4}{(2x+1)^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	-3		-2		-1	0		1		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\frac{6}{5}$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-2 ||	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$\frac{18}{7}$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max\limits_{(-3;-1)} f(x) = -1;\ \min\limits_{(0;3)} f(x) = 2$

Vậy $-1 \le m \le 2$.

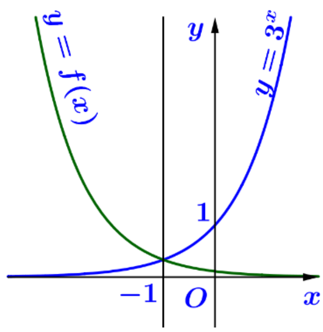
Khi đó $a^2 + b^2 = 5$.

Câu 39: Biết hàm số $f(x) = \dfrac{a}{b^2.3^x}$ có đồ thị đối xứng với đồ thị hàm số $y = 3^x$ qua đường thẳng $x = -1$. Biết a, b là các số nguyên. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. $b^2 = 9a$. **B.** $b^2 = 4a$. **C.** $b^2 = 6a$. **D.** $b^2 = a$.

Lời giải

Chọn A



Tại $x = -1$ ta có $f(-1) = 3^{-1} \Leftrightarrow \dfrac{a}{b^2.3^{-1}} = 3^{-1} \Leftrightarrow b^2 = 9a$.

Câu 40: Tiếp tuyến của đường cong $(C): y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ tại điểm $M(2;5)$ cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A và B. Tính diện tích tam giác OAB.

A. $\dfrac{121}{6}$. **B.** $\dfrac{121}{3}$. **C.** $-\dfrac{121}{6}$. **D.** $-\dfrac{121}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = \dfrac{-3}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(2) = -3$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(2;5)$ là $d: y = -3x + 11$

Khi đó $d \cap Ox = A\left(\dfrac{11}{3};0\right)$ và $d \cap Oy = B(0;11)$

Mà $A \in Ox; B \in Oy$ nên ΔOAB vuông tại O

Vậy $S_{OAB} = \dfrac{1}{2} OA.OB = \dfrac{121}{6}$.

Câu 41: Phương trình $2^{x-2} = 3^{x^2+2x-8}$ có 1 nghiệm dạng $x = \log_a b - 4$ với a, b là các số nguyên dương thuộc khoảng $(1;5)$, Khi đó $a + 2b$ bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 14. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$3^{x^2+2x-8}.2^{2-x} = 1 \Leftrightarrow \log_3\left(3^{(2-x)(-x-4)}.2^{2-x}\right) = 0 \Leftrightarrow (2-x)(-x-4) + (2-x)\log_3 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ -x - 4 + \log_3 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -4 + \log_3 2 \end{array}\right.$$

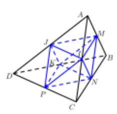
Suy ra $a = 3; b = 2 \Rightarrow a + 2b = 7$.

Câu 42: Hình tạo bởi 6 đỉnh là 6 trung điểm của các cạnh 1 tứ diện đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C



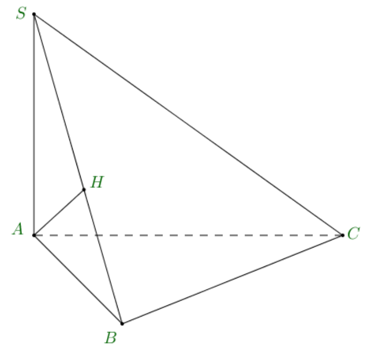
Sáu điểm M, I, J, K, N, P đó tạo thành hình bát diện đều nên có 9 mặt đối xứng.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B. Biết $AC = a, BC = \dfrac{a}{2}; SA = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và cạnh SA vuông góc với mặt đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **B.** $a\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Xét tam giác ABC vuông tại B ta có $AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ Gọi H là trung điểm cạnh SB.

$$\begin{cases} AH\perp BC \;\; BC\perp \;\; SAB \\ AH\perp SB \end{cases} \Rightarrow AH\perp \;\; SBC \;\; .$$

Do đó khoảng cách từ A đến mặt phẳng SBC là $AH=\dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 44: Đặt $a=\log_2 3, b=\log_5 3$. Nếu biểu diễn $\log_6 45=\dfrac{a\left(m+nb\right)}{b\left(a+p\right)}$ với $m,n,p\in\mathbb{N}$ thì $m+n+p$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_6 45=\dfrac{\log_2 45}{\log_2 6}=\dfrac{\log_2 5+2\log_2 3}{\log_2 3+1}=\dfrac{\log_2 3.\log_3 5+2\log_2 3}{\log_2 3+1}=\dfrac{a.\frac{1}{b}+2a}{a+1}=\dfrac{a \;\; 1+2b}{b \;\; a+1}$.

Suy ra $m=1, n=1, p=1$.

Vậy $m+n+p=3$.

Câu 45: Tìm m để bất phương trình $x+\dfrac{4}{x-1}\ge m$ có nghiệm trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$.

A. $m\le 3$. **B.** $m\le -3$. **C.** $m\le 5$. **D.** $m\le -1$.

Lời giải

Chọn B

Xét $f\left(x\right)=x+\dfrac{4}{x-1}\Rightarrow f'\left(x\right)=1-\dfrac{4}{\left(x-1\right)^2}=0\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-1\end{array}\right.$.

Ta có BBT

x	$-\infty$		-1		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT ta suy ra bất phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow m\le -3$.

Câu 46: Anh X muốn mua một chiếc xe máy Yamaha Exciter giá $47\,500\,000$ đồng của cửa hàng Phú Tài. Nhưng vì chưa đủ tiền nên anh X đã quyết định mua theo hình thức như sau: Trả trước 25

triệu đồng và trả góp trong 12 tháng, với lãi suất là $0,6\%/$ tháng. Hỏi mỗi tháng, anh X phải trả cho cửa hàng Phú Tài số tiền là bao nhiêu? (qui tròn đến hàng đơn vị).

A. 2014546 đồng. **B.** 1948000 đồng. **C.** 2014545 đồng. **D.** 1948927.

Lời giải

Chọn D

Số tiền còn lại: $47500000-25000000=22500000$ đồng

Áp dụng công thức trả góp:

$$A(1+r)^n=X.\frac{(1+r)^n-1}{r}\Rightarrow 22500000.(1+0,6\%)^{12}=\frac{X.(1+0,6\%)^{12}-1}{0,6\%}$$

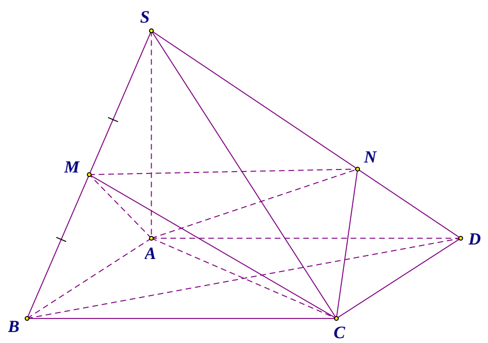
Suy ra: $X\approx 1948927$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của SB, N thuộc cạnh SD sao cho $SN=2ND$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ACMN$.

A. $V=\frac{1}{12}a^3$. **B.** $V=\frac{1}{36}a^3$. **D.** $V=\frac{1}{8}a^3$. **D.** $V=\frac{1}{6}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{a^3}{3}$.

Vì $ND\,//\,(MAC)\Rightarrow d\left(N,(MAC)\right)=d\left(D,(MAC)\right)=d\left(B,(MAC)\right)$

Nên $V_{AMNC}=V_{BMAC}=\frac{1}{4}V=\frac{a^3}{12}$.

Câu 48: Một khu rừng có trữ lượng gỗ $4\text{x}10^5\ \text{m}^3$. Biết tốc độ sinh trưởng của các cây ở khu rừng đó là 4% mỗi năm. Hỏi sau 5 năm, khu rừng đó sẽ có khoảng bao nhiêu m^3 gỗ?

A. $35.10^5\ \text{m}^3$. **B.** $4,8666.10^5\ \text{m}^3$. **C.** $2016.10^3\ \text{m}^3$. **D.** $125.10^7\ \text{m}^3$.

Lời giải

Chọn B

Lượng gỗ sau 5 năm là: $N=N_0\left(1+r\right)^n=4.10^5\left(1+4\%\right)^5=4,8666.10^5\ \text{m}^3$

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-6;5)$ sao cho phương trình $2\cos 2x+4\sin x-m\sqrt{2}=0$ vô nghiệm.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$$2\cos 2x+4\sin x-m\sqrt{2}=0\Leftrightarrow 2\left(1-2\sin^2 x\right)+4\sin x-m\sqrt{2}=0\Leftrightarrow -4\sin^2 x+4\sin x+2-m\sqrt{2}=0$$

$\Leftrightarrow -4\sin^2 x + 4\sin x + 2 = m\sqrt{2}$

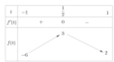
Đặt $t = \sin x,\ -1 \le t \le 1$

Ta có phương trình: $-4t^2 + 4t + 2 = m\sqrt{2}$

Xét hàm số $f(t) = -4t^2 + 4t + 2$ với $-1 \le t \le 1$

$f'(t) = -8t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{2}$

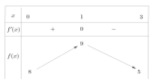
Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên, phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\sqrt{2} > 3 \\ m\sqrt{2} < -6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > \dfrac{3\sqrt{2}}{2} \\ m < -3\sqrt{2} \end{array}\right.$

mà $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (-6;5) \end{cases} \Rightarrow m \in \{-5;-4;3;4\} \Rightarrow$ có 4 giá trị nguyên m thỏa mãn

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình $f(x) \ge mx^2(x^2 - 2) + 2m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0;3]$. Số phần tử của tập S là

A. 9. **B.** 10. **C.** Vô số. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

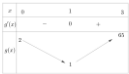
Ta có: $f(x) \ge mx^2(x^2 - 2) + 2m \Leftrightarrow f(x) \ge m(x^4 - 2x^2 + 2)\ (*)$

Vì $x^4 - 2x^2 + 2 = (x^2 - 1)^2 + 1 > 0$ nên $(*) \Leftrightarrow \dfrac{f(x)}{x^4 - 2x^2 + 2} \ge m$

Xét hàm số $g(x) = x^4 - 2x^2 + 2$ với $x \in [0;3]$

Ta có $g'(x) = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$. Vì $x \in [0;3]$ nên $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của $g(x)$



Từ bảng biến thiên của $g(x)$ ta có $1 \le g(x) \le 65$

Trên đoạn $[0;3]$ ta có $5 \le f(x) \le 9$

Từ đó ta có $\frac{5}{65} \le \frac{f(x)}{g(x)} \le \frac{1}{9},\ \forall x \in [0;3] \Leftrightarrow \frac{1}{13} \le \frac{f(x)}{g(x)} \le \frac{1}{9},\ \forall x \in [0;3]$

Bất phương trình đã cho có nghiệm thuộc đoạn $[0;3]$ $\Leftrightarrow m \le \frac{1}{9}$ mà $m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m \in \varnothing$