15 ĐỀ TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KÌ I

TOÁN 12

HOÀNG XUÂN NHÀN

15 ĐỀ TOÁN 12

ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KÌ I

MỤC LỤC:

Câu 1. Thể tích của khối cầu bán kính r là

A. $\frac{4}{3}\pi r^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi r^2$. **C.** $4\pi r^2$. **D.** $2\pi r^3$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-8)=2$ là

A. $x=-4$. **B.** $x=12$. **C.** $x=4$. **D.** $x=-\frac{4}{3}$.

Câu 3. Khối trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích khối trụ bằng:

A. πa^3. **B.** $\frac{1}{3}\pi a^3$. **C.** $\frac{2}{3}\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 4. Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

A. $y=2x^4+4x^2+1$. **B.** $y=x^4+2x^2-1$. **C.** $y=-x^4-x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y=x^{\frac{1}{2}}$ là

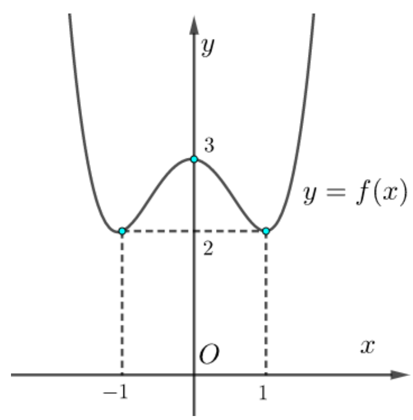
A. $[0;+\infty)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 6. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2x-1}{x+2}$ trên đoạn $[-1;1]$ là:

A. $\max\limits_{[-1;1]} y=\frac{1}{3}$. **B.** $\max\limits_{[-1;1]} y=1$.

C. $\max\limits_{[-1;1]} y=-3$. **D.** $\max\limits_{[-1;1]} y=-\frac{1}{2}$.

Câu 7. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng đường cong như hình bên dưới?



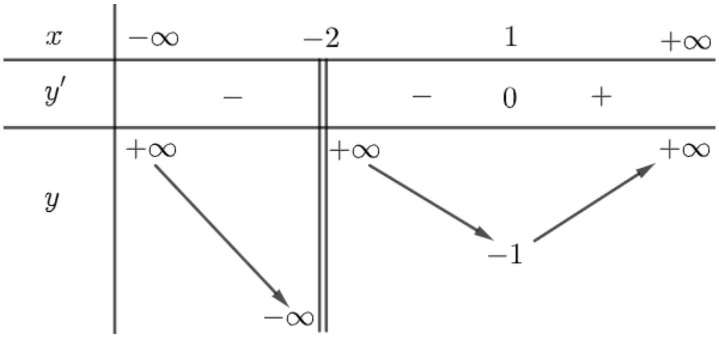
A. $y=-x^4-2x^2+3$.

B. $y=x^3-3x+3$.

C. $y=-x^4+2x^2+3$.

D. $y=x^4-2x^2+3$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến biên dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là **sai** ?



A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}^*$.

Câu 10. Cho khối trụ có chiều cao bằng $2\sqrt{3}$ và bán kính đáy bằng 2. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 8π. **B.** $8\sqrt{3}\pi$. **C.** $\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$. **D.** 24π.

Câu 11. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. a^3. **B.** $4a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $3a^3$.

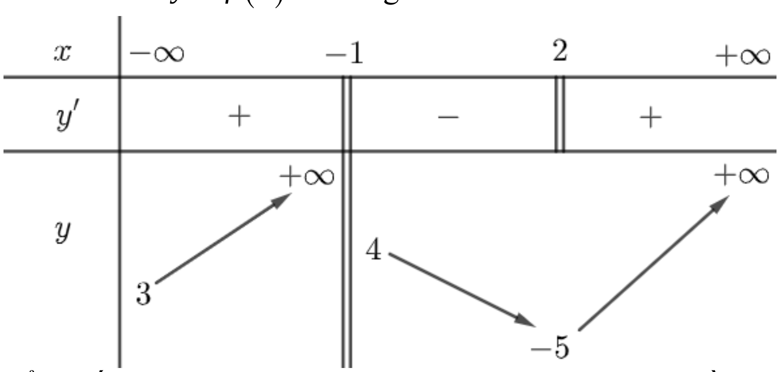
Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x+\sqrt{8-x^2}$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $-2\sqrt{2}$. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x^2-2x}\geq 64$ là

A. $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $[-1;3]$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 15. Cho khối cầu thể tích $V=4\pi a^3$ $(a>0)$, bán kính R của khối cầu trên theo a là

A. $R=a$. **B.** $R=a\sqrt[3]{3}$. **C.** $R=a\sqrt[3]{2}$. **D.** $R=a\sqrt[3]{4}$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{3}}(x+2)<0$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 17. Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=2x^3+3mx^2+2mx-5$ không có cực trị là

A. $0\le m\le \frac{4}{3}$. **B.** $0<m<\frac{4}{3}$. **C.** $-\frac{4}{3}<m<0$. **D.** $-\frac{4}{3}\le m\le 0$.

Câu 18. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng $3a$ và bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $12\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** πa^2.

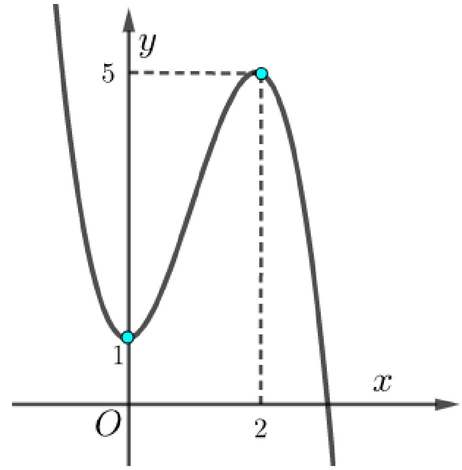
Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại ba điểm phân biệt là

A.Vô số.

B. 3.

C. 0.

D. 5.



Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(2x^2-x+1)$ là

A. $\frac{2x-1}{(2x^2-x+1)\ln 3}$. **B.** $\frac{4x-1}{(2x^2-x+1)\ln 3}$.

C. $\frac{(4x-1)\ln 3}{(2x^2-x+1)}$. **D.** $\frac{4x-1}{(2x^2-x+1)}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết cạnh bên $SA=a$, $SA\perp(ABCD)$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. a^3. **B.** $\frac{9a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $3a^3$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 23. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+1$ với trục hoành là

A.1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_8(x^2+3x-1)^3\ge -\log_{0,5}(x+2)$ là

A. $[-3;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$.

Câu 25. Biết đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x+5}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $A,\ B$ có hoành độ lần lượt $x_A,\ x_B$. Khi đó giá trị của $x_A.x_B$ bằng

A. 6. **B.** –2. **C.** 2. **D.** –6.

Câu 26. Có bao nhiêu tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ song song với đường thẳng $y=9x-14$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=2$, $AB=1$, $BC=\sqrt{3}$. Bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

B.1. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Câu 28. Cắt khối nón tròn xoay có chiều cao bằng 6 bởi mặt phẳng vuông góc và đi qua trung điểm của trục khối nón, thiết diện thu được là hình tròn có diện tích 9π. Thể tích khối nón bằng

A. 54π. **B.** 16π. **C.** 72π. **D.** 216π.

Câu 29. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-4x-5}$. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 30. Cho khối lập phương có thể tích bằng 27,diện toàn toàn phần của khối lập phương đã cho bằng

A. 72. **B.** 36. **C.** 18. **D.** 54.

Câu 31. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi V, V' lần lượt là thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và thể tích của khối chóp $A'.ABC'D'$. Khi đó,

A. $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{2}{7}$. **C.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{2}{5}$.

Câu 32. Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x+3}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 33. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy, $AB=a, SO=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Góc giữa cạnh SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 34. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có hệ số góc nhỏ nhất là đường thẳng

A. $y=0$. **B.** $y=-3x-2$. **C.** $y=x$. **D.** $y=-3x+2$.

Câu 35. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân và có cạnh góc vuông bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của một hình nón bằng

A. $2\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{2}a^2$. **D.** $\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 36. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\cos 2x-5\cos x$ bằng

A. -4. **B.** $-\dfrac{33}{8}$. **C.** -5. **D.** -6.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^{-x^2}=m$ có nghiệm?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln x^2<2\ln(4x+4)$ là:

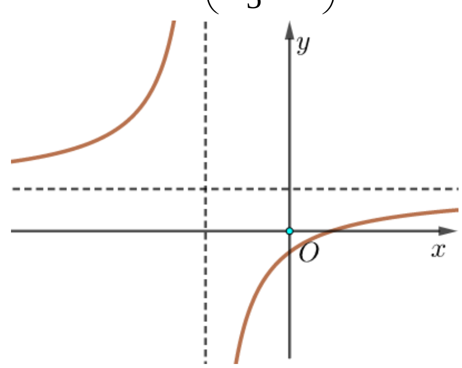
A. $(-1;+\infty)\setminus\{0\}$. **B.** $\left(-\dfrac{4}{5};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{4}{3};+\infty\right)\setminus\{0\}$. **D.** $\left(-\dfrac{4}{5};+\infty\right)\setminus\{0\}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=\dfrac{x+b}{cx+d},(b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b<0,c>0,d<0$. **B.** $b>0,c<0,d<0$.

C. $b<0,c>0,d>0$. **D.** $b>0,c>0,d>0$.



Câu 40. Cho hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-(m-1)x^2+3(m-1)x+1$. Số các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A . 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 41. Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn $(O;R)$ và $(O';R)$. Cho AB là một dây cung của đường tròn $(O;R)$, tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O;R)$ một góc 60^0. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{5}R^3}{5}$. **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{7}R^3}{7}$. **D.** $\dfrac{3\pi\sqrt{5}R^3}{5}$.

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Khoảng cách từ A đến $(BDD'B')$ bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** a.

Câu 43. Cho biết phương trình $\log_3\left(1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}\right)=\dfrac{2}{3}\log_2\sqrt{x}$ có nghiệm là x_0, hỏi 2^{x_0} có tất cả bao nhiêu chữ số?

A. 1234. **B.** 4097. **C.** 1234. **D.** 1233.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

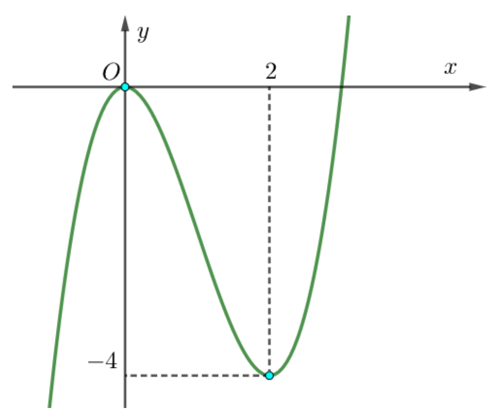
Hàm số $y=f(x^2-2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD=2\sqrt{2}$, $AB=1$, $SA=SB$, $SC=SD$. Biết rằng hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau và $S_{\Delta SAB}+S_{\Delta SCD}=\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

Câu 46. Biết rằng hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left[f(x)\right]$ là



A. 3.
B. 5.
C. 4.
D. 6.

Câu 47. Cho $x;y$ là hai số thực dương thỏa mãn $x\neq y$ và $\left(2^x+\dfrac{1}{2^x}\right)^y<\left(2^y+\dfrac{1}{2^y}\right)^x$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{x^2+3y^2}{xy-y^2}$.

A. $\min P = \dfrac{13}{2}$. **B.** $\min P = \dfrac{9}{2}$. **C.** $\min P = -2$. **D.** $\min P = 6$.

Câu 48. Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^{2x} = b^{3y} = a^6 b^6$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4xy + 2x - y$ có dạng $m + n\sqrt{165}$ (với m, n là các số tự nhiên), tính $S = m + n$.

A. 58. **B.** 54. **C.** 56. **D.** 60.

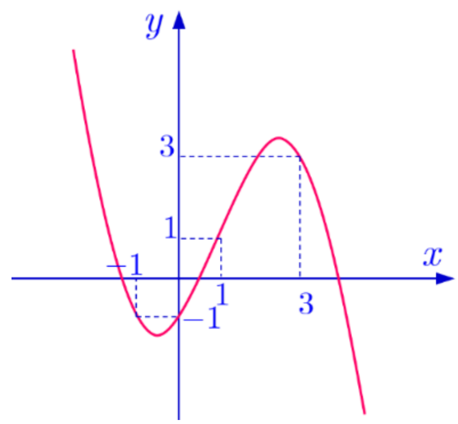
Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\dfrac{5\pi}{4}; \dfrac{5\pi}{4}\right]$ của phương trình $3f\left(\dfrac{\sin x - \cos x}{\sqrt{2}}\right) - 7 = 0$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = 2f(|x-1|) - x^2 + 2x + 2023$ đồng biến trên khoảng nào?



A. $(\infty; -3)$.

B. $(-3; 1)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(-2; 0)$.

________________HẾT________________

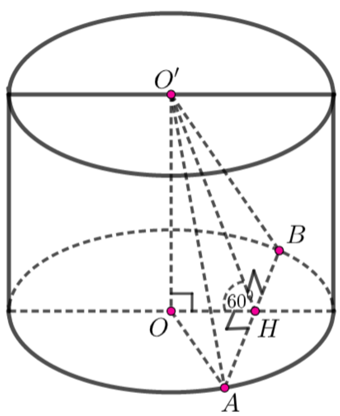
ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 01

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	D	D	D	A	D	A	B	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	A	C	B	B	A	B	B	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	A	D	B	D	A	C	C	A	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	A	A	D	D	A	B	D	C	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	C	A	B	C	D	C	C	A

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 01

Câu 41. Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn $(O;R)$ và $(O';R)$. Cho AB là một dây cung của đường tròn $(O;R)$, tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O;R)$ một góc 60^0. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{5}R^3}{5}$. **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{7}R^3}{7}$. **D.** $\dfrac{3\pi\sqrt{5}R^3}{5}$.



Hướng dẫn giải:

Đặt $AB = 2x\ (x>0) \Rightarrow AH = x$; vì tam giác $O'AB$ đều nên

$O'H = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = x\sqrt{3}$.

Gọi H là trung điểm AB, ta có: $\left((O'AB),(OAB)\right) = O'HO = 60^0$.

Suy ra: $OH = O'H\cos 60^0 = \dfrac{x\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác OAH vuông tại H có: $OH^2 + HA^2 = OA^2$

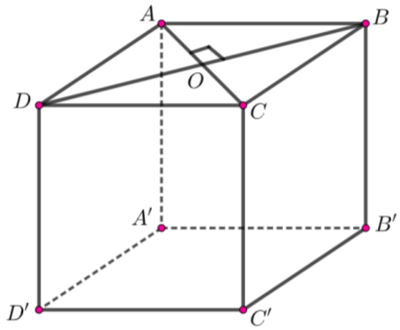
$\Rightarrow \dfrac{3x^2}{4} + x^2 = R^2 \Rightarrow \dfrac{7}{4}x^2 = R^2 \Rightarrow x = \dfrac{2R\sqrt{7}}{7}$.

Khi đó: $OO' = OH.\tan 60^0 = \dfrac{x\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3} = \dfrac{2R\sqrt{7}}{7}.\dfrac{3}{2} = \boxed{\dfrac{3R\sqrt{7}}{7} = h}$.

Do vậy, thể tích khối trụ: $V = \pi R^2 h = \dfrac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$. **Chọn A.**

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Khoảng cách từ A đến $(BDD'B')$ bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** a.



Hướng dẫn giải:

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, ta có:

$$\begin{cases} OA \perp BD \\ OA \perp BB' \end{cases} \Rightarrow OA \perp (BDD'B').$$

Suy ra $OA = d\left(A,(BDD'B')\right) = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn B.

Câu 43. Cho biết phương trình $\log_3\left(1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}\right) = \dfrac{2}{3}\log_2\sqrt{x}$ có nghiệm là x_0, hỏi 2^{x_0} có tất cả bao nhiêu chữ số?

A. 1234. **B.** 4097. **C.** 1234. **D.** 1233.

Nhận xét: Điều kiện bài toán là $x>0$. Ta thấy trong lôgarit xuất hiện căn bậc hai và căn bậc ba (có bội số chung là 6), thêm nữa ta muốn đổi biến sao cho $\log_2\sqrt{x}$ được tính một cách dễ dàng. Từ những lí do trên, ta nảy sinh ý tưởng đặt $x = 2^{6y}$.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $x>0$. Đặt $x = 2^{6y}$, phương trình trở thành: $\log_3\left(1+\sqrt{2^{6y}}+\sqrt[3]{2^{6y}}\right) = \dfrac{2}{3}\log_2\sqrt{2^{6y}}$

$\Leftrightarrow \log_3\left(1+2^{3y}+2^{2y}\right) = \dfrac{2}{3}.\log_2 2^{3y} \Leftrightarrow \log_3\left(1+2^{3y}+2^{2y}\right) = 2y \Leftrightarrow 1+2^{3y}+2^{2y} = 3^{2y}$

$\Leftrightarrow 1+8^y+4^y = 9^y \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{9}\right)^y + \left(\dfrac{8}{9}\right)^y + \left(\dfrac{4}{9}\right)^y = 1 \quad (*)$.

Đặt $f(y) = \left(\dfrac{1}{9}\right)^y + \left(\dfrac{8}{9}\right)^y + \left(\dfrac{4}{9}\right)^y$; ta có $f(2)=1$ và $f(y)$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ (vì nó là tổng của các hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Do vậy phương trình (*) có nghiệm duy nhất $y=2$.

Suy ra: $x = 2^{6.2} = 2^{12} = 4096 = x_0$. Khi đó: $2^{x_0} = 2^{4096}$.

Số các chữ số của 2^{4096} là $[4096\log 2]+1 = 1234$ (chữ số). **Chọn C.**

Ghi nhớ: Số các chữ số của số tự nhiên rất lớn M là $[\log M]+1$; trong đó $[\log M]$ là phần nguyên của log$M$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y = f(x^2-2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Hướng dẫn giải:

Đặt $g(x) = f(x^2-2)$, ta có: $g'(x) = 2xf'(x^2-2)$;

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow 2xf'(x^2-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-2=-2 \\ x^2-2=0 \\ x^2-2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \\ x=\pm 2 \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
$f'(x^2-2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **Chọn A.**

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = 2\sqrt{2}$, $AB = 1$, $SA = SB$, $SC = SD$. Biết rằng hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau và $S_{\Delta SAB} + S_{\Delta SCD} = \sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H, K lần lượt là trung điểm $AB, CD \Rightarrow SH \perp AB,\ SK \perp CD$. Gọi $SH = x,\ SK = y,\ (x, y > 0)$.

Theo giả thiết: $S_{\Delta SAB} + S_{\Delta SCD} = \sqrt{3} \Leftrightarrow SH.AB + SK.CD = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \boxed{x+y=2\sqrt{3}}$.

Ta có: $\begin{cases} (SAB)\cap(SCD) = Sx // AB // CD \\ SH \perp Sx \text{ (do } SH \perp AB) \\ SK \perp Sx \text{ (do } SK \perp CD) \end{cases} \Rightarrow \big((SAB),(SCD)\big) = (SH, SK) = 90^0$ hay $SH \perp SK$.

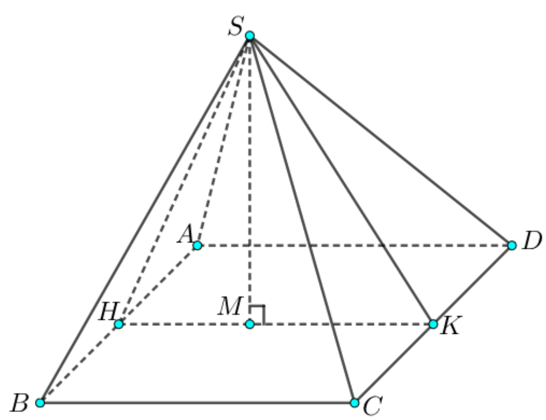
Từ đó suy ra: $SH^2 + SK^2 = HK^2 \Leftrightarrow \boxed{x^2+y^2=8}$

(với $HK = AD = 2\sqrt{2}$).

Ta có hệ: $\begin{cases} x+y=2\sqrt{3} \\ x^2+y^2=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=2\sqrt{3} \\ (x+y)^2-2xy=8 \end{cases} \Rightarrow xy = 2$

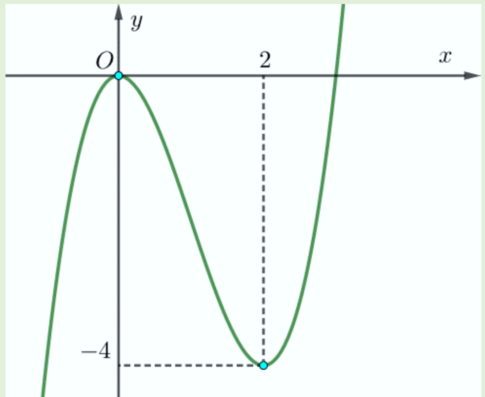
Gọi M là hình chiếu của S trên HK ta có $SM \perp (ABCD)$, đồng thời:

$SM.HK = SH.SK \Rightarrow \boxed{SM = \dfrac{SH.SK}{HK} = \dfrac{xy}{2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}}$.



$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SM.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{1}{\sqrt{2}}.1.2\sqrt{2} = \frac{2}{3}$. **Chọn B.**

Câu 46. Biết rằng hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f[f(x)]$ là



A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Hướng dẫn giải:

Xét hàm số $y = f[f(x)]$ có đạo hàm là $y' = f'(x).f'[f(x)]$

Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f'[f(x)] = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \vee x = 2 \\ \underbrace{f(x) = 0}_{(1)} \vee \underbrace{f(x) = 2}_{(2)} \end{array}\right.$.

$\boxed{\text{Trường hợp 1:}}$ $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = a > 2 \end{array}\right.$ trong đó $x = 0$ là nghiệm kép (hoành độ tiếp điểm).

$\boxed{\text{Trường hợp 2:}}$ $f(x) = 2 \Leftrightarrow x = b > a$.

Vậy hàm số $y = f[f(x)]$ có 4 điểm cực trị $x = 0,\ x = 2,\ x = a > 2,\ x = b > a$. **Chọn C.**

Câu 47. Cho x, y là hai số thực dương thỏa mãn $x \neq y$ và $\left(2^x + \frac{1}{2^x}\right)^y < \left(2^y + \frac{1}{2^y}\right)^x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{x^2 + 3y^2}{xy - y^2}$.

A. $\min P = \frac{13}{2}$. **B.** $\min P = \frac{9}{2}$. **C.** $\min P = -2$. **D.** $\min P = 6$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\left(2^x + \frac{1}{2^x}\right)^y < \left(2^y + \frac{1}{2^y}\right)^x \Rightarrow y\ln\left(2^x + \frac{1}{2^x}\right) < x\ln\left(2^y + \frac{1}{2^y}\right) \Rightarrow \boxed{\frac{\ln\left(2^x + \frac{1}{2^x}\right)}{x} < \frac{\ln\left(2^y + \frac{1}{2^y}\right)}{y}}$ $(*)$.

Xét hàm $f(t) = \frac{\ln\left(2^t + \frac{1}{2^t}\right)}{t}$, $t > 0$ có $f'(t) = \frac{\left(2^t - \frac{1}{2^t}\right)t\ln 2 - \left(2^t + \frac{1}{2^t}\right)\ln\left(2^t + \frac{1}{2^t}\right)}{t^2\left(2^t + \frac{1}{2^t}\right)}$.

Do $\begin{cases} 2^t - \dfrac{1}{2^t} < 2^t + \dfrac{1}{2^t} \\ t\ln 2 = \ln 2^t < \ln\left(2^t + \dfrac{1}{2^t}\right) \end{cases}$, $\forall t > 0$ nên $f'(t) < 0,\ \forall t > 0 \Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó: (*) suy ra $x > y \Rightarrow \boxed{\dfrac{x}{y} > 1}$.

Ta có: $P = \dfrac{x^2 + 3y^2}{xy - y^2} = \dfrac{\left(\dfrac{x}{y}\right)^2 + 3}{\dfrac{x}{y} - 1}$. Đặt $t = \dfrac{x}{y} > 1 \Rightarrow \boxed{P = \dfrac{t^2+3}{t-1} = t + 1 + \dfrac{4}{t-1}}$

$\underbrace{P = (t-1) + \dfrac{4}{t-1}}_{AM-GM} + 2 \geq 2\sqrt{4} + 2 = 6$. Do đó: $P_{\min} = 6$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t - 1 = \dfrac{4}{t-1} \Rightarrow t = 3 \Rightarrow x = 3y$.

Vậy $P_{\min} = 6$. **Chọn D.**

Câu 48. Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a > 1, b > 1$ và $a^{2x} = b^{3y} = a^6 b^6$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4xy + 2x - y$ có dạng $m + n\sqrt{165}$ (với m, n là các số tự nhiên), tính $S = m + n$.

A. 58. **B.** 54. **C.** 56. **D.** 60.

Hướng dẫn giải:

Theo giả thiết: $a^{2x} = b^{3y} = a^6 b^6 \Leftrightarrow \begin{cases} a^{2x} = a^6 b^6 \\ b^{3y} = a^6 b^6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \log_a\left(a^6 b^6\right) \\ 3y = \log_b\left(a^6 b^6\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 6 + 6\log_a b \\ 3y = 6 + 6\log_b a \end{cases}$

$\Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} x = 3(1 + \log_a b) \\ y = 2(1 + \log_b a) \end{cases}}$. Vì $a > 1, b > 1$ nên $\log_a b > 0, \log_b a > 0$.

Do đó: $P = 4xy + 2x - y = 24(1 + \log_a b)(1 + \log_b a) + 6 + 6\log_a b - 2 - 2\log_b a$

$$P = 52 + \underbrace{30\log_a b + 22\log_b a}_{AM-GM} \geq 52 + 2\sqrt{30\log_a b . 22\log_b a} = 52 + 4\sqrt{165}.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $30\log_a b = 22\log_b a \Leftrightarrow \log_a b = \sqrt{\dfrac{11}{15}} \Leftrightarrow b = a^{\sqrt{\frac{11}{15}}}$.

Vậy $\boxed{P_{\min} = 52 + 4\sqrt{165}}$, suy ra: $m = 52,\ n = 4 \Rightarrow m + n = 56$. **Chọn C.**

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

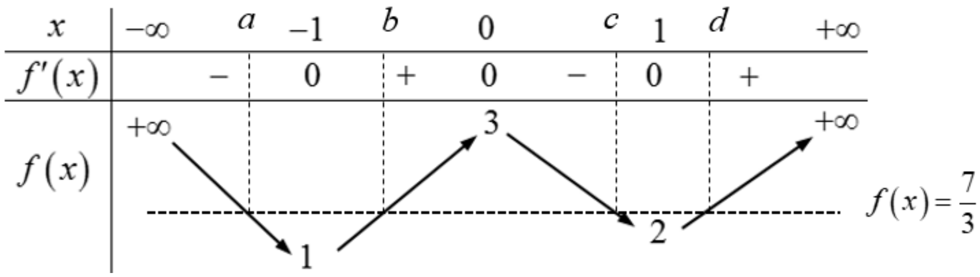
Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\dfrac{5\pi}{4}; \dfrac{5\pi}{4}\right]$ của phương trình $3f\left(\dfrac{\sin x - \cos x}{\sqrt{2}}\right) - 7 = 0$ là

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

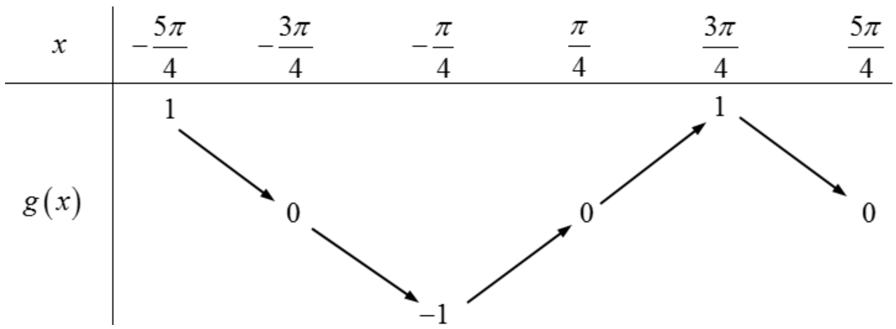
Hướng dẫn giải:

Ta có: $3f\left(\dfrac{\sin x-\cos x}{\sqrt{2}}\right)-7=0 \Leftrightarrow 3f\left(\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)-7=0 \Leftrightarrow f\left(\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)=\dfrac{7}{3}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \underbrace{\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=a<-1}_{x\in\varnothing} \vee \sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=b\in(-1;0) \\ \sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=c\in(0;1) \vee \underbrace{\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=d>1}_{x\in\varnothing} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=b\in(-1;0) \\ \sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=c\in(0;1) \end{array}\right.$$ (Xem bảng dưới).



Xét hàm số $g(x)=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$ trên $\left[-\dfrac{5\pi}{4};\dfrac{5\pi}{4}\right]$, ta có bảng biến thiên như sau:

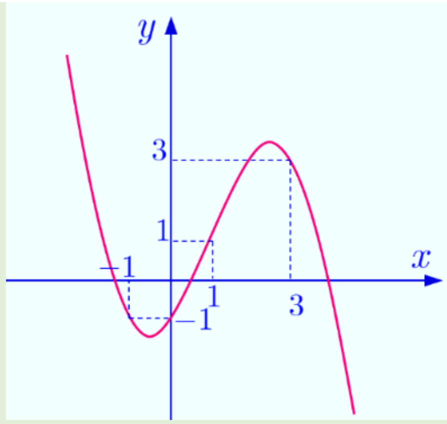


Ta thấy: Phương trình $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=b\in(-1;0)$ cho ra ***2 nghiệm*** $x_1\in\left(-\dfrac{3\pi}{4};-\dfrac{\pi}{4}\right)$, $x_2\in\left(-\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{4}\right)$.

Phương trình $\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=c\in(0;1)$ cho ra ***3 nghiệm*** $x_3\in\left(-\dfrac{5\pi}{4};-\dfrac{3\pi}{4}\right)$, $x_4\in\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{3\pi}{4}\right)$,

$x_5\in\left(\dfrac{3\pi}{4};\dfrac{5\pi}{4}\right)$. Tất cả các nghiệm này không trùng nhau. Vì vậy phương trình ban đầu có tất cả ***5 nghiệm*** trên $\left[-\dfrac{5\pi}{4};\dfrac{5\pi}{4}\right]$. **Chọn C**.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=2f(|x-1|)-x^2+2x+2023$ đồng biến trên khoảng nào?



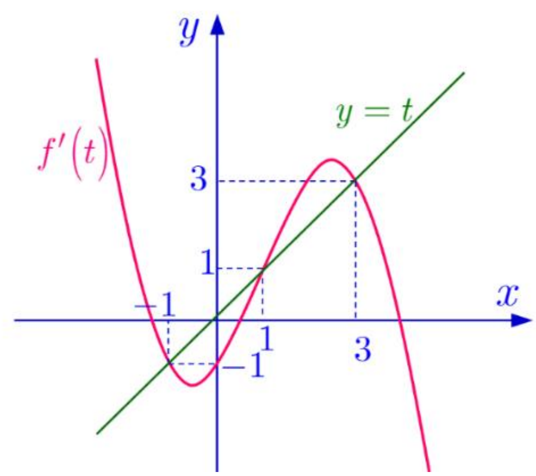
A. $(\infty;-3)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-2;0)$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $g'(t)=2(|x-1|)'\,f'(|x-1|)-2(x-1)=2\dfrac{x-1}{|x-1|}f'(|x-1|)-2(x-1)$

$$=2\frac{(x-1)}{|x-1|}\left[f'(|x-1|)-|x-1|\right]=\boxed{2\frac{(x-1)}{|x-1|}\left[f'(t)-t\right]} \text{ với } t=|x-1|.$$

Đến đây, ta cần vẽ thêm đường thẳng $y=x$ trên cùng một hệ trục với đồ thị $y=f'(x)$. (Xem hình bên).



Từ đó: $f'(t)-t=0 \Leftrightarrow t=-1 \vee t=1 \vee t=3$.

Do vậy có thể biểu diễn hàm $f'(t)-t$ theo cách sau: $\boxed{f'(t)-t=k(t+1)(t-1)(t-3)}$ với $k<0$.

Khi đó: $g'(t)=2\dfrac{x-1}{|x-1|}.k(t+1)(t-1)(t-3)$

$$=2\frac{x-1}{|x-1|}.k(|x-1|+1)(|x-1|-1)(|x-1|-3)$$

$$=2k\frac{x-1}{|x-1|}\frac{\left(|x-1|^2-1^2\right)\left(|x-1|^2-3^2\right)}{(|x-1|+3)}=2k\frac{(x-1)(x-2)x(x-4)(x+2)}{|x-1|(|x-1|+3)}\ (k<0).$$

Ta có bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$		-2		0		1		2		4		$+\infty$
g'		+	0	−	0	+	‖	−	0	+	0	−	

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-2)$; $(0;1)$; $(2;4)$. **Chọn A.**

Câu 1. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $5a^2$ và chiều cao bằng $2a$ là

A. $10a^3$. **B.** $\dfrac{10a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{7a^3}{3}$. **D.** $7a^3$.

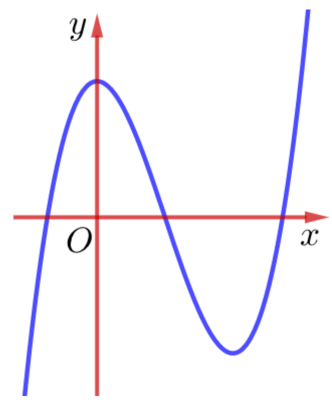
Câu 2. Hàm số nào sau đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới

A. $y=-x^3+3x^2+2$.

B. $y=x^4-4x+2$.

C. $y=x^3-3x^2+2$.

D. $y=-x^4+4x+2$.



Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=\sqrt{2}a$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ (như hình vẽ). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 90°. **B.** 60°.

C. 30°. **D.** 45°.

Câu 4. Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ có đường tiệm cận ngang đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $N(2;1)$. **B.** $Q(0;1)$. **C.** $P(-1;0)$. **D.** $M(1;2)$.

Câu 5. Một khối lăng trụ có diện tích đáy 3 và có thể tích bằng 6 thì chiều cao bằng :

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)=\log(x^2+2023)$. Khi đó $f'(x)$ bằng

A. $f'(x)=\dfrac{2x}{x^2+2023}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{x}{(x^2+2023)\ln 10}$.

C. $f'(x)=\dfrac{2x}{(x^2+2023)\ln 10}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{1}{(x^2+2023)\ln 10}$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 8. Bán kính của mặt cầu có diện tích bằng $20\pi a^2$ là

A. $\sqrt{5}a$. **B.** $5a$. **C.** $\sqrt{10}a$. **D.** $\sqrt{15}a$.

Câu 9. Phương trình $\log_4\left(3.2^x - 1\right) = x - 1$ có hai nghiệm x_1, x_2. Tính giá trị của $P = x_1 + x_2$.

A. 2. **B.** $\log_2\left(6 - 4\sqrt{2}\right)$. **C.** 12. **D.** $6 + 4\sqrt{2}$.

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;3]$ là

A. 7. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 11. Một hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông, diện tích xung quanh bằng 4π. Thể tích khối trụ là

A. 4π. **B.** $\dfrac{2}{3}\pi$. **C.** 2π. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi$.

Câu 12. Cho $\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{1}{5} = a$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\log_2\dfrac{1}{5} + \log_2\dfrac{1}{25} = 3a$. **B.** $\log_5 4 = -\dfrac{2}{a}$.

C. $\log_2 25 + \log_2\sqrt{5} = \dfrac{5a}{2}$. **D.** $\log_2 5 = -a$.

Câu 13. Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$

A. $N(1;-2)$. **B.** $P(2;7)$. **C.** $M(0;-1)$. **D.** $Q(-1;2)$.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2027$ và công sai $d = -3$. Số hạng u_3

A. $u_3 = 2027(-3)^3$. **B.** $u_3 = 2021$. **C.** $u_3 = 2020$. **D.** $u_3 = 2054$.

Câu 15. Cho a, b là các số thực dương, $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính $\log_{\sqrt{a}} a^2b^3$?

A. 24. **B.** 25. **C.** 22. **D.** 23.

Câu 16. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 10 + \dfrac{1}{x-10}$?

A. $y = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 10$. **D.** $x = 10$.

Câu 17. Thể tích khối nón có độ dài đường sinh bằng 11 **v**à diện tích xung quanh bằng 55π là

A. $\dfrac{275\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{100\sqrt{6}\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{25\sqrt{146}\pi}{3}$. **D.** $100\sqrt{6}\pi$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	1	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f(x) + m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 9.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{4x} \leq \left(\dfrac{3}{2}\right)^{2-x}$ là

A. $\left(-\infty;-\frac{2}{3}\right]$. B. $\left[-\frac{2}{3};+\infty\right)$. C. $\left(-\infty;\frac{2}{5}\right]$. D. $\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$.

Câu 20. Trong một chặng đua xe đạp có 15 vận động viên cùng xuất phát. Hỏi có bao nhiêu khả năng xếp loại ba vận động viên nhất, nhì, ba?

A. 45. B. A_{15}^{3}. C. $\frac{15!}{3!}$. D. C_{15}^{3}.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5 x \ge 1$ là

A. $(-\infty;5]$. B. $(0;5]$. C. $[1;+\infty)$. D. $[5;+\infty)$.

Câu 22. Hình chóp $S.ABC$ có chiều cao $h=a$, diện tích tam giác ABC là $3a^2$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{2}$. B. a^3. C. $3a^3$. D. $\frac{3}{2}a^3$.

Câu 23. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Hỏi hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi nào?

A. $\left[\begin{array}{l} a=b=0, c>0 \\ a>0\,;\, b^2-3ac\le 0 \end{array}\right.$. B. $\left[\begin{array}{l} a=b=0, c>0 \\ a>0\,;\, b^2-3ac\ge 0 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} a=b=0, c>0 \\ a<0\,;\, b^2-3ac\le 0 \end{array}\right.$. D. $\left[\begin{array}{l} a=b=c=0 \\ a<0\,;\, b^2-3ac<0 \end{array}\right.$.

Câu 24. Cho khối cầu có bán kính $R=2$. Thể tích của khối cầu đã cho là

A. $\frac{32\pi}{3}$. B. 256π. C. 64π. D. 16π.

Câu 25. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+9$ có đồ thị là (C). Điểm cực tiểu của đồ thị (C) là

A. $M(0;9)$. B. $M(9;0)$. C. $M(5;2)$. D. $M(2;5)$.

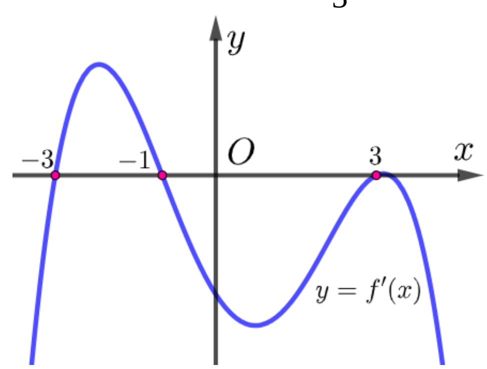
Câu 26. Biết phương trình $\log_2^2 x - 2\log_2(2x) - 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2. Giá trị của x_1x_2 bằng

A. $\frac{1}{8}$. B. 4. C. -3. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 27. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng a, góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Tính thể tích V của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho

A. $V=\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{3}$. B. $V=\frac{a^3\pi\sqrt{3}}{9}$. C. $V=a^3\pi\sqrt{3}$. D. $V=\frac{4a^3\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$, biết $f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là



A. 2.
B. 1.
C. 3.
D. 0.

Câu 29. Nghiệm của bất phương trình $\log_5\left(2^x-7\right)<0$ là

A. $\log_2 7 < x < 3$. B. $x<3$.

C. $0<x<3$. D. $x>3$.

Câu 30. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $C.ABB'A'$ là

A. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 31. Tập xác định D của hàm số $y=(x-2)^{-4}+\log_4(x-1)$ là

A. $D=(2;+\infty)$. **B.** $D=(1;2)$.

C. $D=(1;+\infty)$. **D.** $D=(1;2)\cup(2;+\infty)$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)=x^2(x^2-1)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 33. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số vi khuẩn A ban đầu, $s(t)$ là số vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

A. 12 phút. **B.** 7 phút. **C.** 19 phút. **D.** 48 phút.

Câu 34. Gọi a và b là nghiệm nguyên lớn nhất và nhỏ nhất của bất phương trình $2.5^{x+2}+5.2^{x+2}<133.\sqrt{10^x}$. Khi đó $A=a-b$ có giá trị bằng

A. -4. **B.** 6. **C.** -6. **D.** 4.

Câu 35. Xét các số thực a và b thoả mãn $\log_2\left(2^a.64^b\right)=\log_{2\sqrt{2}}2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $3a+18b=2$. **B.** $a+6b=1$. **C.** $a+6b=7$. **D.** $3a+18b=4$.

Câu 36. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2$ có đồ thị (C). Gọi d_1, d_2 là tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $x-9y+2021=0$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1, d_2

A. $\dfrac{32}{\sqrt{82}}$. **B.** $\dfrac{16}{\sqrt{82}}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Câu 37. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2019;2019]$ sao cho hàm số $y=\dfrac{\ln x-4}{\ln x-2m}$ đồng biến trên khoảng $(1;e)$ là

A. 2020. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2019.

Câu 38. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, biết $AA'=4a$, $BD=a$, $AC=2a$. Thể tích V của khối lăng trụ là

A. $V=2a^3$. **B.** $V=4a^3$. **C.** $V=\dfrac{8}{3}a^3$. **D.** $V=8a^3$.

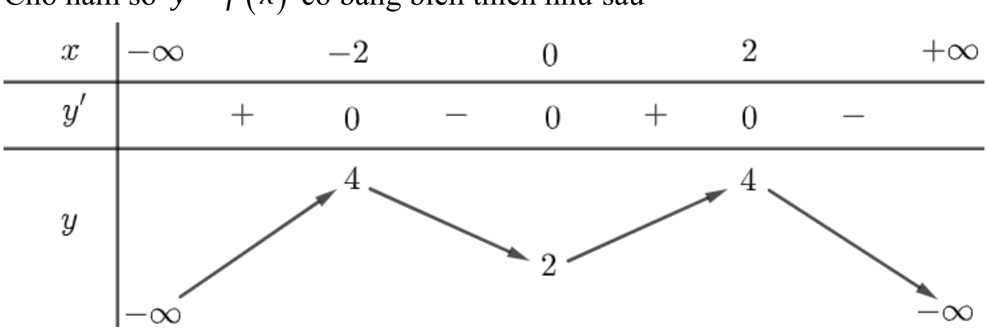
Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $f(x)=-\dfrac{1}{3}x^3+mx^2-9x-3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log(x-40)+\log(60-x)<2$?

A. 10. **B.** Vô số. **C.** 20. **D.** 18.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



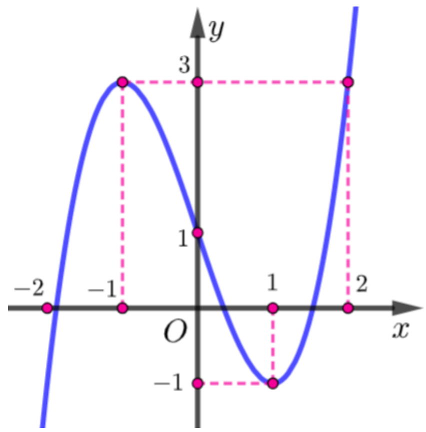
Số nghiệm của phương trình $\left[f(x)\right]^2-3f(x)+2=0$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, cạnh $AB=2AD=2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** a.

Câu 43. Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f\left(2x^3+x-1\right)+m$. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên đoạn $[0;1]$ bằng 2021.



A. 2022. **B.** 2023. **C.** 2021. **D.** 2000.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $3a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy $ABCD$ là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HB=2HA$. Cạnh SA hợp với mặt phẳng đáy góc 60^0. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $21\pi a^2$. **B.** $\dfrac{55\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{475\pi a^2}{3}$. **D.** $22\pi a^2$.

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng $3a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B sao cho $AB=6\sqrt{3}a$. Biết khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến (P) bằng $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. Thể tích V của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $V=54\pi a^3$. **B.** $V=108\pi a^3$. **C.** $V=36\pi a^3$. **D.** $V=18\pi a^3$.

Câu 46. Cho hàm số $y=x^3+mx+2$ có đồ thị (C_m). Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

A. $m<-3$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m>-3$.

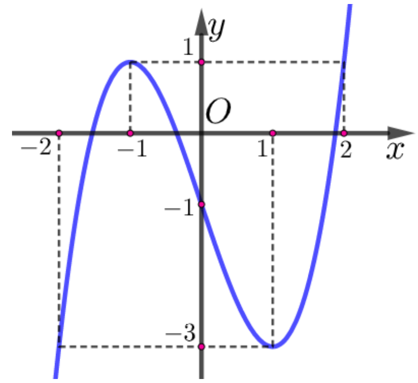
Câu 47. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'). Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' cắt (O) tại A, B và cắt (O') tại C, D. Biết $ABCD$ là hình vuông cạnh 1 và (α) tạo với đáy một góc $45°$. Khi đó, thể tích khối trụ bằng

A. $\dfrac{3\pi\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\dfrac{3\pi\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{3\pi\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\dfrac{\pi\sqrt{2}}{16}$.

Câu 48. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 x+\log_3 y\ge\log_3\left(x+y^2\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x+3y$ là

A. $\dfrac{25\sqrt{2}}{4}$. **B.** 8. **C.** 9. **D.** $\dfrac{17}{2}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Số giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $f\left(2\sin x\right)=f\left(m\right)$ có 5 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{3\pi}{2}\right]$ là



A. 1.
B. 3.
C. 2.
D. 0.

Câu 50. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f\left(x\right)=m^2\left(\dfrac{e^{5x}}{5}-16e^x\right)+3m\left(\dfrac{e^{3x}}{3}-4e^x\right)-14\left(\dfrac{e^{2x}}{2}-2e^x\right)+2021\sqrt{2022}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Tổng của tất cả các phần tử thuộc S bằng:

A. $-\dfrac{7}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** $-\dfrac{3}{8}$.

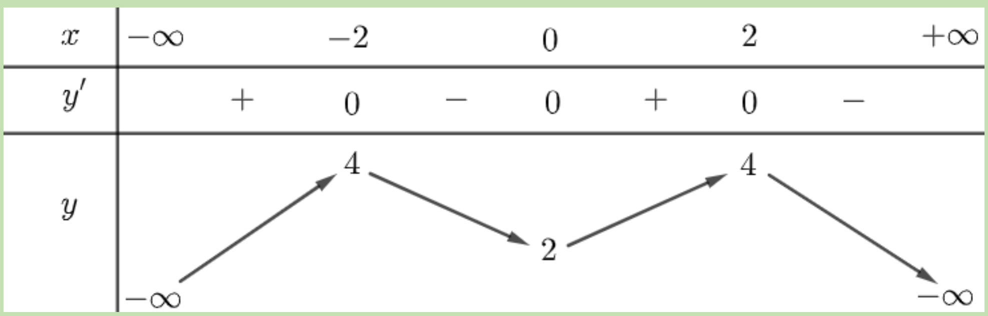
HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 02

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	D	D	A	C	D	A	A	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	C	D	B	C	C	B	B	B	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	B	A	A	D	B	A	A	A	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	B	B	D	A	A	B	B	A	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	A	B	C	D	D	C	A	D

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 02

Câu 41. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $\left[f\left(x\right)\right]^2 - 3f\left(x\right) + 2 = 0$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Ta có : $\left[f\left(x\right)\right]^2 - 3f\left(x\right) + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right) = 1 \\ f\left(x\right) = 2 \end{array}\right.$.

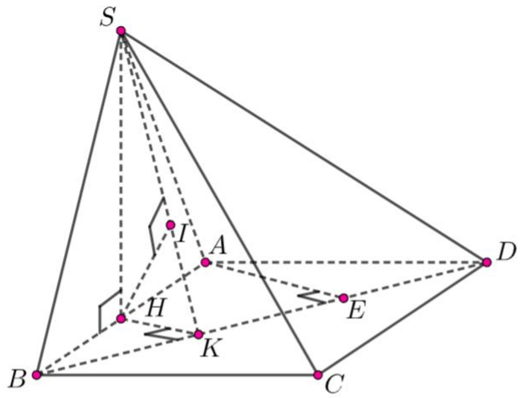
Dựa vào bảng biến thiên đã có, ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ tại hai điểm có hoành độ $x_1,\ x_2$; đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ tại ba điểm có hoành độ $x_3,\ x_4 = 0,\ x_5$ (khác $x_1,\ x_2$).

Vì vậy tổng số nghiệm hai phương trình $f\left(x\right) = 1;\ f\left(x\right) = 2$ là 5. **Chọn A.**

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, cạnh $AB = 2AD = 2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SBD\right)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** a.

Hướng dẫn giải:



Gọi H là trung điểm AB, theo giả thiết ta có $SH \perp (ABCD)$ và $\boxed{SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}}$.

Kẻ HK vuông góc với BD tại K (trong $(ABCD)$); kẻ HI vuông góc với SK tại I (trong (SHK)).

Ta có: $\begin{cases} BD \perp HK \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHK) \Rightarrow BD \perp HI$ mà $SK \perp HI$ nên $\boxed{HI \perp (SBD)}$.

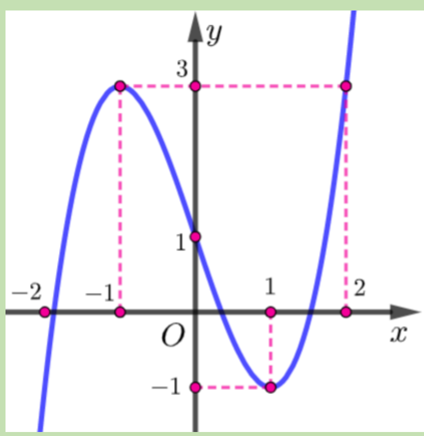
Ta có: $\dfrac{d(A,(SBD))}{d(H,(SBD))} = \dfrac{AB}{HB} = 2 \Rightarrow d(A,(SBD)) = 2d(H,(SBD)) = 2HI = 2\dfrac{SH.HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}}$ $(*)$.

Kẻ AE vuông góc BD tại E (trong $(ABCD)$) thì $AE = \dfrac{AB.AD}{\sqrt{AB^2 + AD^2}} = \dfrac{2a.a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Vì $HK // AE,\ HA = HB$ nên HK là đường trung bình $\Delta ABE \Rightarrow \boxed{HK = \frac{AE}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{5}}$.

Thay vào (*), ta được: $d(A,(SBD)) = 2\dfrac{SH.HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = 2\dfrac{a\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{3a^2 + \frac{a^2.5}{25}}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **Chọn A.**

Câu 43. Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(2x^3 + x - 1) + m$. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên đoạn $[0;1]$ bằng 2021.



A. 2022. **B.** 2023. **C.** 2021. **D.** 2000.

Hướng dẫn giải:

Đặt $u = 2x^3 + x - 1 \Rightarrow u' = 6x^2 + 1 > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Với $x \in [0;1]$ thì $u \in [-1;2]$.

Khi đó $g(x) = f(u) + m$ với $u \in [-1;2]$; ta có: $\boxed{g'(x) = u'.f'(u)}$ trong đó $u' > 0,\ \forall x \in [0;1]$.

Xét $g'(x) = 0 \Rightarrow u'.f'(u) = 0 \Rightarrow f'(u) = 0 \Rightarrow u = \pm 1 \in [-1;2]$ (xem đồ thị).

Bảng biến thiên hàm $g(x)$:

- Xét $u \in (1;2)$ thì hàm $f(u)$ tăng nên $f'(u) > 0 \Rightarrow g(x) > 0$.
- Xét $u \in (-1;1)$ thì hàm $f(u)$ giảm nên $f'(u) < 0 \Rightarrow g(x) < 0$.

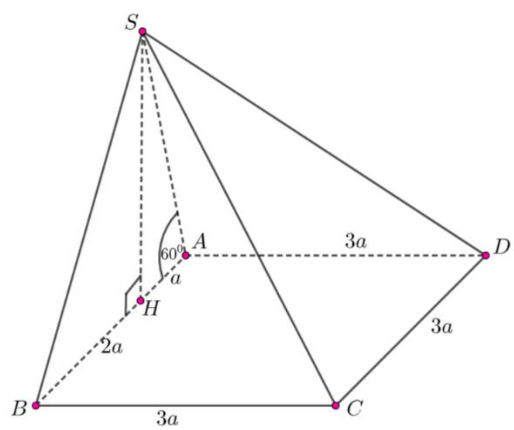
u	-1		1		2
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$	$-1+m$	$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên và giả thiết, ta có:
$\underset{[0;1]}{\text{Min}}\, g(x) = -1 + m = 2021 \Rightarrow m = 2022$. **Chọn A.**

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $3a$. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng đáy $ABCD$ là điểm H thuộc cạnh AB sao cho $HB = 2HA$. Cạnh SA hợp với mặt phẳng đáy góc 60^0. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $21\pi a^2$. **B.** $\dfrac{55\pi a^2}{3}$. **C.** $\dfrac{475\pi a^2}{3}$. **D.** $22\pi a^2$.

Hướng dẫn giải:



Hình chóp ta đang xét thuộc dạng hình chóp có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy, khi ấy bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ được tìm bởi công thức $R = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - \dfrac{d^2}{4}}$ với r_1 là bán kính đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy (hình vuông $ABCD$); r_2 là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB (nằm trong mặt bên); $d = AB$ với $AB = (SAB) \cap (ABCD)$.

Ta có: $r_1 = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$; $d = AB = 3a$.

Vì $SH \perp (ABCD)$ nên $\left(SA, (ABCD)\right) = \left(SA, AH\right) = SAH = 60^0$.

Suy ra: $SA = \dfrac{AH}{\cos 60^0} = 2a$, $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$,

$SB = \sqrt{SH^2 + BH^2} = \sqrt{3a^2 + 4a^2} = a\sqrt{7}$; $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} SH.AB = \dfrac{1}{2} a\sqrt{3}.3a = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

Ta lại có: $S_{\Delta ABC} = \dfrac{SA.SB.AB}{4r_2} \Rightarrow r_2 = \dfrac{SA.SB.AB}{4S_{\Delta ABC}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{3}$. Vì vậy: $R = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - \dfrac{d^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{165}}{6}$.

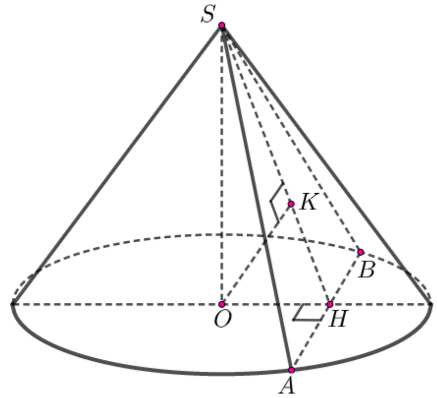
Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $S = 4\pi R^2 = \dfrac{55\pi a^2}{3}$. **Chọn B.**

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S có chiều cao bằng $3a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B sao cho $AB = 6\sqrt{3}a$. Biết khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến (P) bằng $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. Thể tích V của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

A. $V = 54\pi a^3$. **B.** $V = 108\pi a^3$. **C.** $V = 36\pi a^3$. **D.** $V = 18\pi a^3$.

Hướng dẫn giải:

Gọi O là tâm của đường tròn đáy. Gọi H là trung điểm của AB ta có $OH \perp AB$, hơn nữa $SO \perp AB$, vì vậy $AB \perp (SOH)$.



Trong (SOH), kẻ $OK \perp SH$; khi đó $OK \perp AB$, do đó $\boxed{OK \perp (SAB)} \Rightarrow d(O,(P)) = d(O,(SAB)) = OK$.

Xét tam giác vuông OHB, đặt $OB = x$, ta có:

$$OH = \sqrt{OB^2 - HB^2} = \sqrt{OB^2 - \frac{AB^2}{4}} = \sqrt{x^2 - 27a^2}.$$

Xét tam giác vuông SOH có đường cao OK với :

$$OK^2 = \frac{SO^2.OH^2}{SO^2 + OH^2} = \frac{9a^2.(r^2 - 27a^2)}{9a^2 + r^2 - 27a^2} = \frac{9a^2}{2} \Leftrightarrow \boxed{r = 6a}.$$

Thể tích khối nón là : $V = \frac{1}{3}\pi.(6a)^2.3a = 36\pi a^3$. **Chọn C.**

Câu 46. Cho hàm số $y = x^3 + mx + 2$ có đồ thị (C_m). Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

A. $m < -3$. **B.** $m \le 0$. **C.** $m \ge 0$. **D.** $m > -3$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và Ox: $x^3 + mx + 2 = 0 \Leftrightarrow \boxed{m = -x^2 - \frac{2}{x}}$ (*)

(Do $x = 0$ không là nghiệm phương trình).

Đặt $g(x) = -x^2 - \frac{2}{x}$ $(x \ne 0)$. Ta có $g'(x) = -2x + \frac{2}{x^2} = \frac{-2x^3 + 2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $m > -3$ thỏa mãn đề bài. **Chọn D.**

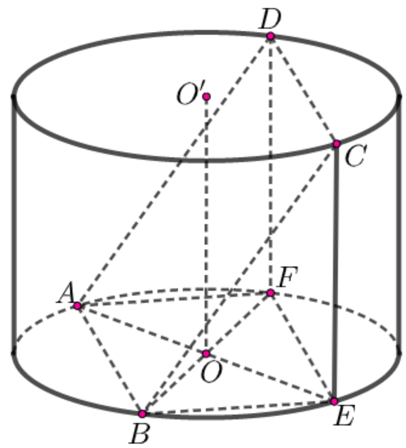
Câu 47. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O'). Một mặt phẳng (α) đi qua trung điểm của OO' cắt (O) tại A, B và cắt (O') tại C, D. Biết $ABCD$ là hình vuông cạnh 1 và (α) tạo với đáy một góc $45°$. Khi đó, thể tích khối trụ bằng

A. $\frac{3\pi\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\frac{3\pi\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{3\pi\sqrt{2}}{16}$. **D.** $\frac{\pi\sqrt{2}}{16}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi E, F lần lượt là hình chiếu của C, D trên mặt phẳng chứa đường tròn (O). Khi đó góc giữa mặt phẳng $(ABCD)$ với mặt đáy là $CBE = 45^0 \Rightarrow \Delta BCE$ vuông cân tại $E \Rightarrow BE = CE = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Ta có : $\begin{cases} AB \perp BC \\ AB \perp CE \end{cases} \Rightarrow AB \perp (BCE) \Rightarrow AB \perp BE$. Xét tam giác vuông ABE, ta có:



$AE^2 = AB^2 + BE^2 = 1^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{3}{2} \Rightarrow AE = \frac{\sqrt{6}}{2}$. Hình trụ có bán kính đáy $r = \frac{1}{2}AE = \frac{\sqrt{6}}{4}$; chiều cao $h = CE = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Thể tích của khối trụ là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.\left(\frac{\sqrt{6}}{4}\right)^2.\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi\sqrt{2}}{16}$.

Chọn D.

Câu 48. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 x + \log_3 y \ge \log_3(x + y^2)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x + 3y$ là

A. $\frac{25\sqrt{2}}{4}$. **B.** 8. **C.** 9. **D.** $\frac{17}{2}$.

Hướng dẫn giải:

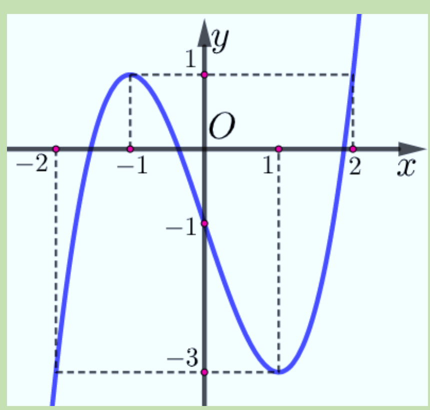
Ta có: $\log_3 x + \log_3 y \ge \log_3(x + y^2) \Leftrightarrow \log_3(xy) \ge \log_3(x + y^2) \Leftrightarrow xy \ge x + y^2 \Leftrightarrow \boxed{x(y-1) \ge y^2}$.

Do $x > 0,\ y > 0$ nên $y - 1 > 0 \Rightarrow \boxed{y > 1}$. Khi đó $x(y-1) \ge y^2 \Leftrightarrow \boxed{x \ge \frac{y^2}{y-1} = y + 1 + \frac{1}{y-1}}$

Vậy $T = x + 3y \ge 4y + 1 + \frac{1}{y-1} \Leftrightarrow T \ge \underbrace{4(y-1) + \frac{1}{y-1}}_{AM-GM} + 5 \ge 2\sqrt{4(y-1).\frac{1}{y-1}} + 5 = 9$.

Do vậy: $\boxed{\min T = 9}$; khi đó (dấu "=" xảy ra): $\begin{cases} x = \frac{y^2}{y-1} \\ 4(y-1) = \frac{1}{y-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{y^2}{y-1} \\ (y-1)^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$. **Chọn C.**

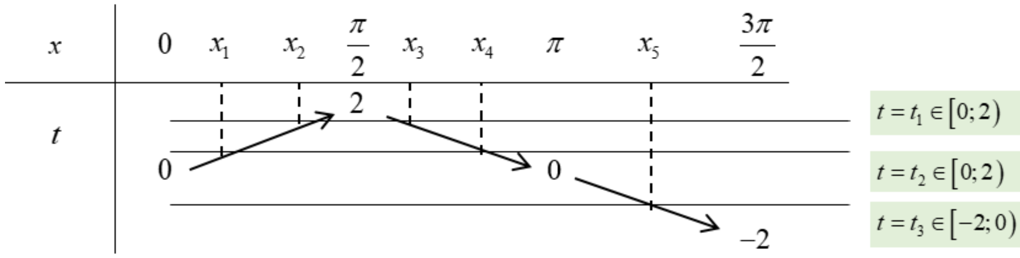
Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Số giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $f(2\sin x) = f(m)$ có 5 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

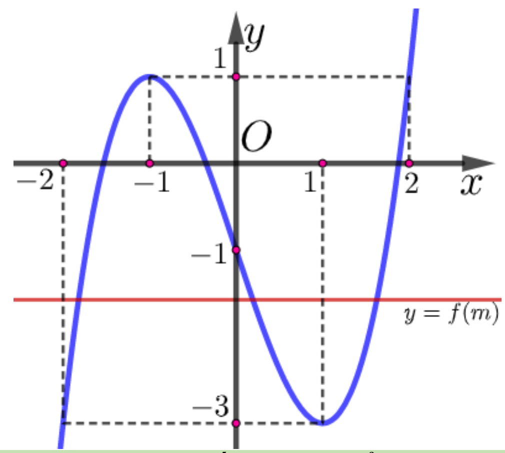
Hướng dẫn giải:

Đặt $t = 2\sin x$, ta có bảng biến thiên của t như sau:



Yêu cầu đề bài tương đương: Phương trình $f(t) = f(m)$ có ba nghiệm $t_1, t_2 \in [0;2), t_3 \in [-2;0)$. **(Lưu ý:** $t = 2$ cho ra nghiệm kép $x = \frac{\pi}{2}$ nên không nhận).

Xét phương trình $f(t) = f(m)$ có $y = f(m)$ là đường thẳng nằm ngang. Ta xem đồ thị bên:



Từ đồ thị suy ra $-3 < f(m) \le -1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 0 \le m < 1 \\ 1 < m < 2 \\ -2 < m < -1 \end{array}\right. \Rightarrow m = 0$ (vì m là số nguyên). **Chọn A**.

Câu 50. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = m^2\left(\frac{e^{5x}}{5} - 16e^x\right) + 3m\left(\frac{e^{3x}}{3} - 4e^x\right) - 14\left(\frac{e^{2x}}{2} - 2e^x\right) + 2021\sqrt{2022}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Tổng của tất cả các phần tử thuộc S bằng:

A. $-\frac{7}{8}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** $-\frac{3}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Đặt $t = e^x > 0$. Hàm số trở thành $g(t) = m^2\left(\frac{t^5}{5} - 16t\right) + 3m\left(\frac{t^3}{3} - 4t\right) - 14\left(\frac{t^2}{2} - 2t\right) + 2021\sqrt{2022}$.

Yêu cầu bài toán tương đương với việc tìm m để hàm $g(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ (1).

Ta có: $g'(t) = m^2(t^4 - 16) + 3m(t^2 - 4) - 14(t-2) = (t-2)\left[m^2(t^2+4)(t+2) + 3m(t+2) - 14\right]$.

Khi đó: $(1) \Leftrightarrow g'(t) \ge 0, \forall t > 0 \Leftrightarrow \boxed{(t-2)\left[m^2(t^2+4)(t+2) + 3m(t+2) - 14\right] \ge 0, \forall t > 0}$.

Nhận xét: Ta thấy $g'(t) = 0$ luôn có nghiệm $t = 2$. Nếu $t = 2$ là nghiệm đơn của $g'(t) = 0$ thì $g'(t)$ sẽ đổi dấu khi qua $t = 2$; khi đó $g'(t)$ không thể luôn dương với mọi $t > 0$. Do vậy ***điều kiện cần*** của bài toán: $t = 2$ là nghiệm kép của phương trình $g'(t) = 0$; khi đó $t = 2$ cũng là một nghiệm của phương trình $m^2(t^2+4)(t+2) + 3m(t+2) - 14 = 0$. Từ đây, ta có định hướng cho lời giải tiếp theo.

Điều kiện cần: $t = 2$ là một nghiệm của phương trình $m^2(t^2+4)(t+2) + 3m(t+2) - 14$

Suy ra: $m^2(2^2+4)(2+2) + 3m(2+2) - 14 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m = \frac{1}{2} \\ m = -\frac{7}{8} \end{array}\right.$.

Điều kiện đủ:

Với $m=\frac{1}{2}$ thì $g'(t)=(t-2)\left[\frac{1}{4}(t^2+4)(t+2)+\frac{3}{2}(t+2)-14\right]=\frac{1}{4}(t-2)(t^3+2t^2+10t-36)$

$=\frac{1}{4}(t-2)^2(t^2+4t+18)\ge 0,\ \forall t>0$. Do đó $m=\frac{1}{2}$ thỏa mãn.

Với $m=-\frac{7}{8}$ thì $g'(t)=(t-2)\left[\frac{49}{64}(t^2+4)(t+2)-\frac{21}{8}(t+2)-14\right]=\frac{1}{64}(t-2)(49t^3+98t^2+28t-840)$

$=\frac{1}{64}(t-2)^2(49t^2+196t+420)\ge 0,\ \forall t>0$. Do đó $m=-\frac{7}{8}$ thỏa mãn.

Vậy $S=\left\{\frac{1}{2};-\frac{7}{8}\right\}$. Tổng các phần tử thuộc S bằng: $\frac{1}{2}-\frac{7}{8}=-\frac{3}{8}$. **Chọn D**.

ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KÌ I

MÔN TOÁN – LỚP 12

ĐỀ SỐ 03

Trắc nghiệm: 50 câu Thời gian: 90 phút

Câu 1. Hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 2. Cho khối nón có bán kính đáy $r=\sqrt{3}$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V=\dfrac{16\pi\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V=4\pi$. **C.** $V=16\pi\sqrt{3}$. **D.** $V=12\pi$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2(2x-1)^2(x+1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x}{x^2-6x+9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

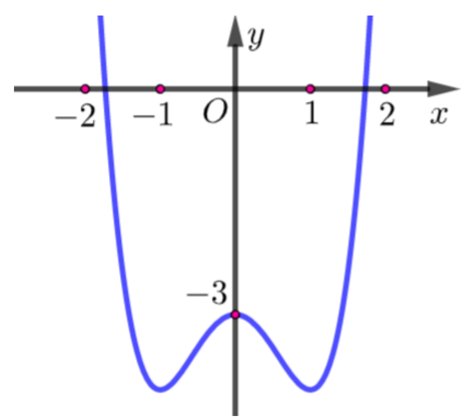
Câu 5. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $3^x+2=0$. **B.** $5^x-1=0$. **C.** $\log_2 x=3$. **D.** $\log(x-1)=1$.

Câu 6. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

A. $S=\pi R^2$. **B.** $S=\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

C. $S=\dfrac{3}{4}\pi R^2$. **D.** $S=4\pi R^2$.



Câu 7. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số nào dưới đây.

A. $y=-x^4-2x^2-3$.

B. $y=x^4+2x^2-3$.

C. $y=x^4-x^2-3$.

D. $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 8. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$ trên tập $D=(-\infty;-1]\cup\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$. Tính giá trị T của $m.M$.

A. $T=\dfrac{1}{9}$ **B.** $T=\dfrac{3}{2}$ **C.** $T=0$ **D.** $T=-\dfrac{3}{2}$

Câu 9. Trong các hàm số sau,hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\ln x$. **B.** $y=\log_{0,99} x$. **C.** $y=\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^x$. **D.** $y=x^{-3}$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng.

A. $m\neq -2$. **B.** $m>-2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m<-2$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(1-x^2\right)$ là

A. $\dfrac{2x}{x^2-1}$. **B.** $\dfrac{-2x}{x^2-1}$. **C.** $\dfrac{1}{x^2-1}$. **D.** $\dfrac{x}{1-x^2}$.

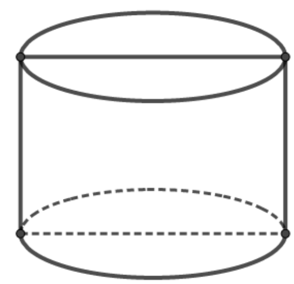
Câu 12. Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a^{\log_2 5}=4$, $b^{\log_4 6}=16$, $c^{\log_7 3}=49$. Tính giá trị $T=a^{\log_2^2 5}+b^{\log_4^2 6}+3c^{\log_7^2 3}$.

A. $T=126$. **B.** $T=5+2\sqrt{3}$. **C.** $T=88$. **D.** $T=3-2\sqrt{3}$.

Câu 13. Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

A. $y=x^4+5x^2-1$. **B.** $y=-x^3-7x^2-x-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=-x^4-4x^2+1$.

Câu 14. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng 20cm^2 và chu vi bằng 18cm. Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của hình trụ là



A. $30\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

B. $28\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

C. $24\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

D. $26\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 15. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+9x-2$ là

A. $y=2x+4$. **B.** $y=-x+2$. **C.** $y=2x-4$. **D.** $y=-2x+4$.

Câu 16. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

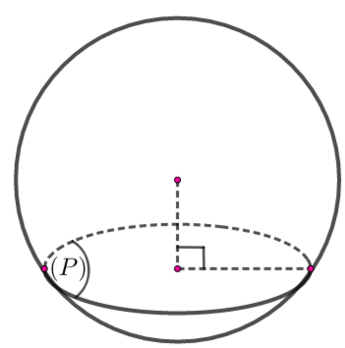
A. Nếu $0<a<1$ và $b>0$, $c>0$ thì $\log_a b<\log_a c \Leftrightarrow b>c$.

B. Nếu $a>1$ thì $a^m<a^n \Leftrightarrow m<n$.

C. Với mọi số a, b thỏa mãn $a.b>0$ thì $\log(a.b)=\log a+\log b$.

D. Với m, n là các số tự nhiên, $m>2$ và $a>0$ thì $\sqrt[m]{a^n}=a^{\frac{n}{m}}$.

Câu 17. Cho hình cầu đường kính $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P).



A. a.

B. $\dfrac{a}{2}$.

C. $a\sqrt{10}$.

D. $\dfrac{a\sqrt{10}}{2}$.

Câu 18. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 + \dfrac{3}{x}$ trên $(0;+\infty)$.

A. $m = 4\sqrt[4]{3}$. **B.** $m = 2\sqrt{3}$. **C.** $m = 4$ **D.** $m = 2$

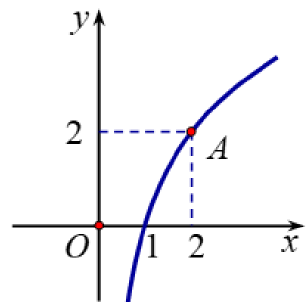
Câu 19. Phương trình $\left(\sqrt{2}-1\right)^x + \left(\sqrt{2}+1\right)^x - 2\sqrt{2} = 0$ có tích các nghiệm là:

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 20. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2

Câu 21. Giá trị thực của a để hàm số $y = \log_a x$ $(0 < a \neq 1)$ có đồ thị là hình bên dưới?



A. $a = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $a = \sqrt{2}$.

C. $a = \dfrac{1}{2}$.

D. $a = 2$.

Câu 22. Tìm giá trị lớn nhất của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (8-2m)x + m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 2$. **B.** $m = -2$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = -4$.

Câu 23. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = (2x-3)\mathrm{e}^x$ trên $[0;3]$ là

A. $\max\limits_{[0;3]} f(x) = \mathrm{e}^3$. **B.** $\max\limits_{[0;3]} f(x) = 5\mathrm{e}^3$. **C.** $\max\limits_{[0;3]} f(x) = 4\mathrm{e}^3$. **D.** $\max\limits_{[0;3]} f(x) = 3\mathrm{e}^3$.

Câu 24. Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 6t^2$ với t là thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động, $s(t)$ là quãng đường đi được trong khoảng thời gian t. Tính thời điểm t tại đó vận tốc đạt giá trị lớn nhất.

A. $t = 3.$ **B.** $t = 4.$ **C.** $t = 1.$ **D.** $t = 2.$

Câu 25. Trên đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{x+10}{x+1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 4. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 6

Câu 26. Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7 %/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi là lãi kép). Để người đó lãnh được số tiền 250 triệu thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất bao nhiêu năm ? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi).

A. 12 năm. **B.** 15 năm. **C.** 14 năm. **D.** 13 năm.

Câu 27. Người ta muốn thiết kế một bể cá theo dạng khối lăng trụ tứ giác đều, không có nắp trên, làm bằng kính, thể tích $8\ m^3$. Giá mỗi m^2 kính là 600.000 đồng/m^2. Gọi t là số tiền tối thiểu phải trả. Giá trị t xấp xỉ với giá trị nào sau đây ?

A. $11.400.000$ đồng. **B.** $6.790.000$ đồng. **C.** $4.800.000$ đồng. **D.** $14.400.000$ đồng.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{ax+1}{bx+c}(a,b,c \in \mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	1

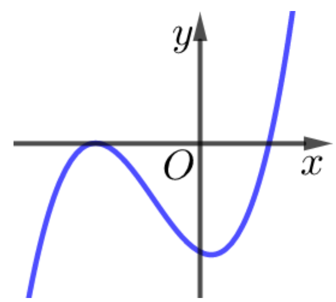
Trong các số a,b,c có bao nhiêu số dương?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 29. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $\left(a,\,b,\,c,\,d\in\mathbb{R},\,a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0$, $b>0$, $c>0$ $d<0$.
B. $a<0$, $b<0$, $c=0$, $d<0$.
C. $a>0$, $b>0$, $c=0$, $d<0$.
D. $a>0$, $b<0$, $c=0$, $d<0$.

Câu 31. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao hình chóp là $a\sqrt{2}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

C. $V=\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=3a$ và SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là.

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $6a^3$.

Câu 33. Kí hiệu A và B lần lượt là tập nghiệm của các phương trình $\log_3 x(x+2)=1$ và $\log_3(x+2)+\log_3 x=1$. Khi đó khẳng định đúng là

A. $A=B$. **B.** $A\subset B$. **C.** $B\subset A$. **D.** $A\cap B=\varnothing$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SB=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35. Cho hàm số $y=x^2.\mathrm{e}^{-x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số không có điểm cực trị.
B. Hàm số chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 36. Thể tích của khối lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a là

A. $3a^3$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 37. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{34}a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{34}a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

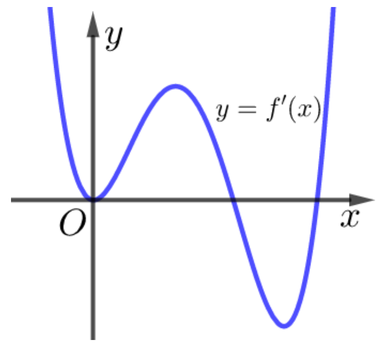
Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_2\dfrac{3x-1}{x+1}\right)\le 0$

A. $(-1;3]$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)\cup[3;+\infty)$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{a\sqrt{13}}{2}$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AB. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $a^3\sqrt{12}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?



A. Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

B. Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

C. Hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 41. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết $AB=AA'=a$, $AC=2a$. Gọi M là trung điểm của AC. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $5\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Câu 42. Một khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2040. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh A.

A. $\dfrac{1265}{3}$. **B.** $\dfrac{5045}{6}$. **C.** 595. **D.** 680.

Câu 43. Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị $A(1;-7)$, $B(2;-8)$. Tính $y(-1)$?

A. $y(-1)=7$. **B.** $y(-1)=11$ **C.** $y(-1)=-11$ **D.** $y(-1)=-35$

Câu 44. Tổng lập phương tất cả các nghiệm thực của phương trình $15x.5^x=5^{x+1}+27x+23$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 0.

Câu 45. Cho mặt nón tròn xoay đỉnh S đáy là đường tròn tâm O có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a; A, B là hai điểm bất kỳ trên (O). Thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{96}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **C.** $\dfrac{a^3}{96}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_3(x^2-5x+m)>\log_3(x-2)$ có tập nghiệm chứa khoảng $(2;+\infty)$. Tìm khẳng định đúng.

A. $S=(7;+\infty)$. **B.** $S=[6;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;4)$. **D.** $S=(-\infty;5]$.

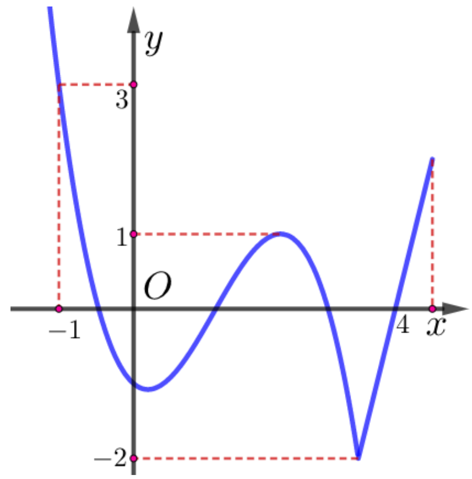
Câu 47. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x+2023$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. 2. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 48. Cho $f(x)=e^{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1).f(2).f(3)...f(2023).f(2024)=e^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m-n^2$.

A. $m-n^2=-1$. **B.** $m-n^2=1$. **C.** $m-n^2=2024$. **D.** $m-n^2=-2024$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-10;2022]$ để bất phương trình $|f(x)+m|<2m$ đúng với mọi x thuộc đoạn $[-1;4]$?

A. 2022.
B. 2021.
C. 2019.
D. 2020.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho bất phương trình $\log_3\left(x^2+2mx+2m^2-1\right)\le 1+\log_2\left(x^2+2x+3\right).\log_3\left(x^2+3\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

HẾT

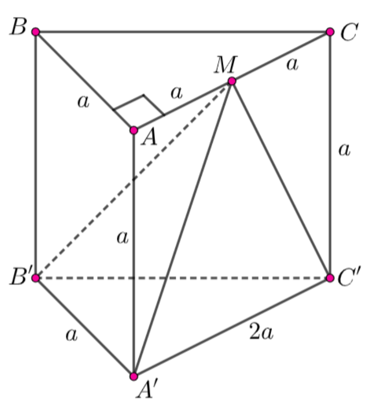
ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 03									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	B	A	A	D	D	C	A	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	C	C	B	D	C	A	C	A	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	A	D	D	D	C	A	C	D	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	C	B	D	C	C	D	A	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	D	D	B	A	D	A	C	B

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 03

Câu 41. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết $AB = AA' = a$, $AC = 2a$. Gọi M là trung điểm của AC. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $5\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Hướng dẫn giải:



Hình chóp $M.A'B'C'$ là hình chóp có mặt bên $(MA'C')$ vuông góc với mặt đáy nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp được tính theo công thức $\boxed{R = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - \frac{d^2}{4}}}$ $(*)$ với r_1 là bán kính đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy ($\Delta A'B'C'$); r_2 là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $\Delta MA'C'$ (nằm trong mặt bên);

$\boxed{d = A'C' = 2a}$ với $A'C' = (MA'C') \cap (A'B'C')$.

Tam giác $A'B'C'$ vuông tại A' nên $\boxed{r_1 = \frac{B'C'}{2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}}$.

Xét tam giác $MA'C'$, ta có: $S_{\Delta MA'C'} = S_{ABCD} - S_{\Delta AMA'} - S_{CMC'} = a.2a - \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}a^2 = a^2$;

$A'M = C'M = a\sqrt{2}$. Suy ra: $\boxed{r_2 = \frac{A'M.C'M.A'C'}{4S_{\Delta MA'C'}} = \frac{a\sqrt{2}.a\sqrt{2}.2a}{4.a^2} = a}$.

Lưu ý rằng: Học sinh có thể chứng minh tam giác $MA'C'$ vuông tại M để suy ra $r_2 = \frac{A'C'}{2} = a$.

Thay vào (*), ta được: $R = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 + a^2 - \frac{(2a)^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $M.A'B'C'$ là $S=4\pi R^2=4\pi\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2=5\pi a^2$. **Chọn C.**

Câu 42. Đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị $A(1;-7)$, $B(2;-8)$. Tính $y(-1)$?

A. $y(-1)=7$. **B.** $y(-1)=11$ **C.** $y(-1)=-11$ **D.** $y(-1)=-35$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c.$

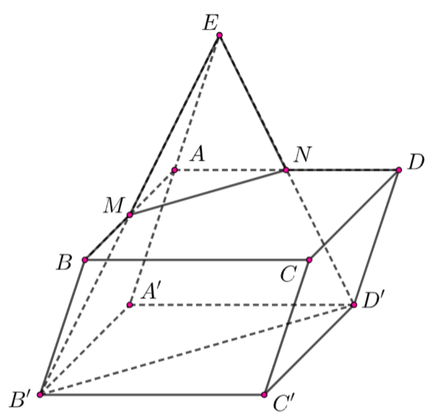
Theo đề bài ta có hệ: $\begin{cases} y'(1)=3a+2b+c=0 \\ y'(2)=12a+4b+c=0 \\ y(1)=a+b+c+d=-7 \\ y(2)=8a+4b+2c+d=-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b+c=0 \\ 12a+4b+c=0 \\ 7a+3b+c=-1 \\ d=-7-(a+b+c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-9 \\ c=12 \\ d=-12 \end{cases}.$

Vậy $y=2x^3-9x^2+12x-12 \Rightarrow y(-1)=-35.$ **Chọn D.**

Câu 43. Một khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2040. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh A.

A. $\frac{1265}{3}$. **B.** $\frac{5045}{6}$. **C.** 595. **D.** 680.

Hướng dẫn giải:



Gọi $E=MB'\cap AA'$ (trong $(ABB'A')$) và $N=ED'\cap AD$ (trong $(ADD'A')$).

Ta chứng minh được AM, AN lần lượt là đường trung bình của các tam giác $EA'B', EA'D'$ nên A là trung điểm đoạn EA' và N là trung điểm hai đoạn ED', AD.

Ta có: $\frac{V_{E.AMN}}{V_{E.A'B'D'}}=\frac{EA}{EA'}.\frac{EM}{EB'}.\frac{EN}{ED'}=\frac{1}{8}$ hay $V_{E.AMN}=\frac{1}{8}V_{E.A'B'D'}$.

Suy ra: $V_{AMNA'B'D'}=\frac{7}{8}V_{E.A'B'D'}=\frac{7}{8}.2.V_{A.A'B'D'}$ (do $EA'=2AA'$).

$V_{AMNA'B'D'}=\frac{7}{4}.\frac{1}{3}d\left(A,(A'B'C'D')\right).S_{\Delta A'B'D'}=\frac{7}{12}d\left(A,(A'B'C'D')\right).\frac{1}{2}S_{A'B'C'D'}=\frac{7}{24}V_{ABCD.A'B'C'D'}$;

$V_{AMNA'B'D'}=\frac{7}{24}.2040=595$. **Chọn C.**

Câu 44. Tổng lập phương tất cả các nghiệm thực của phương trình $15x.5^x=5^{x+1}+27x+23$.

A. 5. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 0.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $15x.5^x=5^{x+1}+27x+23 \Leftrightarrow 5^{x+1}.(3x-1)=27x+23$ (1).

Ta thấy $x=\frac{1}{3}$ không là nghiệm của (1). Với $x\neq\frac{1}{3}$, (1) trở thành: $\boxed{5^{x+1}=\frac{27x+23}{3x-1}}$ (2).

Trường hợp 1: Xét $x \in \left(\frac{1}{3};+\infty\right)$. Ta thấy hàm số $y = 5^{x+1}$ (với $y' = 5^{x+1}\ln 5 > 0$) đồng biến trên $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$, hàm số $y = \frac{27x+23}{3x-1}$ (với $y' = -\frac{96}{(3x-1)^2} < 0$) nghịch biến trên $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

Mặt khác: $x = 1 \in \left(\frac{1}{3};+\infty\right)$ là một nghiệm của (2). Vậy (2) có nghiệm duy nhất $x = 1 \in \left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

Trường hợp 2: Xét $x \in \left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$ ta có hàm số $y = 5^{x+1}$ đồng biến trên $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$, hàm số $y = \frac{27x+23}{3x-1}$ nghịch biến trên $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

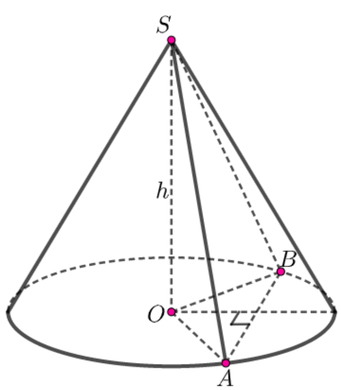
Mặt khác: $x = -1 \in \left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$ là một nghiệm của (2). Suy ra (2) có nghiệm duy nhất $x = -1 \in \left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

Vậy phương trình có hai nghiệm: $x = 1,\ x = -1$. Tổng lập phương các nghiệm là $1^3 + (-1)^3 = 0$. **Chọn D**.

Câu 45. Cho mặt nón tròn xoay đỉnh S đáy là đường tròn tâm O có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a; A, B là hai điểm bất kỳ trên (O). Thể tích khối chóp $S.OAB$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{96}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **C.** $\frac{a^3}{96}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Hướng dẫn giải:



Ta có: $OA = OB = \frac{a}{2}$, $SO = h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$;

$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}OA.OB.\sin AOB = \frac{a^2}{8}.\sin AOB$;

$V_{S.OAB} = \frac{1}{3}h.S_{\Delta OAB} = \frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}\frac{a^2}{8}.\sin AOB = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}.\underbrace{\sin AOB}_{\leq 1} \leq \frac{a^3\sqrt{3}}{48}.1$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\sin AOB = 1 \Leftrightarrow OA \perp OB$.

Vậy $V_{\max} = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{B}$

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_3\left(x^2 - 5x + m\right) > \log_3(x-2)$ có tập nghiệm chứa khoảng $(2;+\infty)$. Tìm khẳng định đúng.

A. $S = (7;+\infty)$. **B.** $S = [6;+\infty)$. **C.** $S = (-\infty;4)$. **D.** $S = (-\infty;5]$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\log_3\left(x^2 - 5x + m\right) > \log_3(x-2)$ (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} x-2>0 \\ x^2-5x+m > x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ m > -x^2+6x-2 \end{cases}$.

Theo đề: (*) có tập nghiệm chứa $(2;+\infty) \Leftrightarrow m > -x^2 + 6x - 2$ nghiệm đúng với mọi $x \in (2;+\infty)$.

Xét hàm số $f(x) = -x^2 + 6x - 2$ trên $(2;+\infty)$; ta có $f'(x) = -2x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 3$.

Bảng biến thiên:

x	2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	6	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên của $f(x)$ ta có: $m > -x^2 + 6x - 2$, $\forall x \in (2;+\infty) \Leftrightarrow m > 7$. $\xrightarrow{Chọn}$ $\boxed{A}$

Câu 47. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2023$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. 2. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m+1 \\ x = m-1 \end{array}\right.$. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$m-1$		$m+1$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Hàm số tồn tại giá trị nhỏ nhất trên $(0;+\infty)$ khi một trong hai trường hợp sau xảy ra:

$\boxed{\textbf{Trường hợp 1:}}$ $m - 1 \le 0 < m + 1 \Leftrightarrow -1 < m \le 1$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $\boxed{m \in \{0;1\}}$.

$\boxed{\textbf{Trường hợp 2:}}$ $\begin{cases} 0 < m - 1 \\ f(0) \ge f(m+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 2023 \ge (m+1)^3 - 3m(m+1)^2 + 3(m^2 - 1)(m+1) + 2023 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m^3 - 3m - 2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \le 2$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $\boxed{m \in \{2\}}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán. $\xrightarrow{Chọn}$ $\boxed{D}$

Câu 48. Cho $f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}}$. Biết rằng $f(1).f(2).f(3)...f(2023).f(2024) = \mathrm{e}^{\frac{m}{n}}$ với m, n là các số tự nhiên và $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m - n^2$.

A. $m - n^2 = -1$. **B.** $m - n^2 = 1$. **C.** $m - n^2 = 2024$. **D.** $m - n^2 = -2024$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $1 + \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{(x+1)^2} = \dfrac{x^2(x+1)^2 + (x+1)^2 + x^2}{x^2(x+1)^2} = \dfrac{(x^2 + x + 1)^2}{x^2(x+1)^2}$.

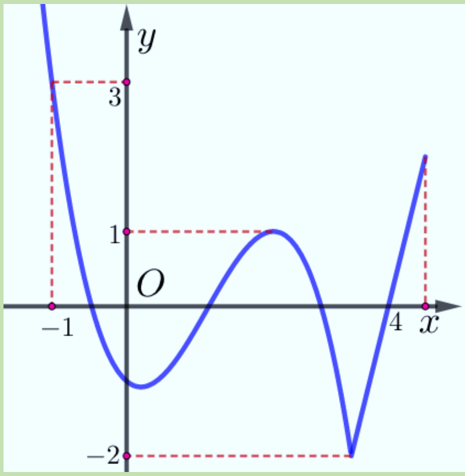
Khi đó: $f(x) = \mathrm{e}^{\sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}} = \mathrm{e}^{\frac{x(x+1)+1}{x(x+1)}} = \mathrm{e}^{1 + \frac{1}{x(x+1)}} = e^{1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}}$, $\forall x > 0$.

Ta có: $f(1).f(2).f(3)...f(2023).f(2024) = e^{1 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2}}.e^{1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}}.e^{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}}........e^{1 + \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024}}.e^{1 + \frac{1}{2024} - \frac{1}{2025}}$

$= e^{1.2024 + \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots\dots\dots\dots + \frac{1}{2023} - \frac{1}{2024} + \frac{1}{2024} - \frac{1}{2025}} = e^{2024 + 1 - \frac{1}{2025}} = e^{\frac{2025^2 - 1}{2025}} = e^{\frac{m}{n}}$.

Suy ra $m = 2025^2 - 1,\ n = 2025 \Rightarrow m - n^2 = -1$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{A}$

Câu 49. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-1;4\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $\left[-10;2022\right]$ để bất phương trình $\left|f\left(x\right)+m\right| < 2m$ đúng với mọi x thuộc đoạn $\left[-1;4\right]$?

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2020.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\left|f\left(x\right)+m\right| < 2m \Leftrightarrow \begin{cases} -2m < f\left(x\right)+m < 2m \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{cases} -3m < f\left(x\right) < m \\ m > 0 \end{cases}}$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$, ta có $\max\limits_{[-1;4]} f\left(x\right) = 3;\ \min\limits_{[-1;4]} f\left(x\right) = -2$.

Ta có: Bất phương trình $\left|f\left(x\right)+m\right| < 2m$ đúng, $\forall x \in \left[-1;4\right] \Leftrightarrow \begin{cases} -3m < -2 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{3} \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{m > 3}$.

Vì m nguyên thuộc $\left[-10;2022\right]$ nên $m \in \left\{4;5;...;2022\right\}$. Vì vậy có $2022 - 4 + 1 = 2019$ giá trị m thỏa mãn đề bài. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{C}$

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m sao cho bất phương trình $\log_3\left(x^2 + 2mx + 2m^2 - 1\right) \le 1 + \log_2\left(x^2 + 2x + 3\right).\log_3\left(x^2 + 3\right)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $x^2 + 2mx + 2m^2 - 1 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - \left(2m^2 - 1\right) < 0 \Leftrightarrow m^2 > 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$ (1).

Điều kiện cần: Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên nó cũng nghiệm đúng với $x = -1$. Thay $x = -1$ vào bất phương trình trên, ta có: $\log_3\left(2m^2 - 2m\right) \le 1 + \log_2 2.\log_3 4$

$\Leftrightarrow \log_3\left(2m^2 - 2m\right) \le \log_3 12 \Leftrightarrow 0 < 2m^2 - 2m \le 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \vee m > 1 \\ -2 \le m \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 \le m < 0 \\ 1 < m \le 3 \end{array}\right.$ (2).

Từ (1), (2) và $m \in \mathbb{Z}$ suy ra $m \in \left\{-2;2;3\right\}$.

Điều kiện đủ:

- Với $m=2$, bất phương trình trở thành: $\log_3\left(x^2+4x+7\right)\le 1+\log_2\left(x^2+2x+3\right).\log_3\left(x^2+3\right)$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{x^2+4x+7}{3}\right)\le \log_2\left(x^2+2x+3\right).\underbrace{\log_3\left(x^2+3\right)}_{\ge 1}\quad (*).$$

Nhận thấy: $\frac{x^2+4x+7}{3}\le x^2+3\Leftrightarrow\left(x+1\right)^2\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow \log_3\left(\frac{x^2+4x+7}{3}\right)\le \log_3\left(x^2+3\right).$

Ta lại có: $\log_2\left(x^2+2x+3\right)=\log_2\left(\left(x+1\right)^2+2\right)\ge 1$. Vì vậy (*) luôn đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

- Với $m=-2$, hoàn toàn tương tự ta chứng minh được bất phương trình đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.
- Với $m=3$, bất phương trình trở thành: $\log_3\left(\frac{x^2+6x+17}{3}\right)\le \log_2\left(x^2+2x+3\right).\log_3\left(x^2+3\right).$

Chọn $x=-\frac{1}{2}$, ta có: $\log_3\left(\frac{19}{4}\right)\le \log_2\left(\frac{9}{4}\right).\log_3\left(\frac{13}{4}\right)$, điều này vô lý. Vì vậy $m=3$ không thỏa.

Vậy có 2 giá trị thỏa mãn là $m=\pm 2$. $\xrightarrow{\textit{Chọn}}\boxed{B}$

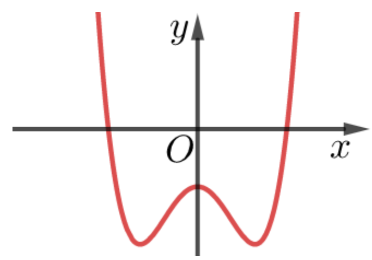
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** $+\infty$. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 2. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình bên ?



A. $y=-x^3+3x-1$.

B. $y=-x^4+2x^2-1$.

C. $y=x^4-2x^2-1$.

D. $y=x^3-3x-1$.

Câu 3. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=3$, $AD=4$, $AA'=5$. Gọi O là tâm của đáy $ABCD$. Thể tích của khối chóp $O.A'B'C'$ bằng

A. 30. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 60.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 5. Cho khối cầu có thể tích bằng 36π. Diện tích mặt cầu đã cho bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 18π. **D.** 16π.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a, AD=a\sqrt{2}$ $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{5}$.

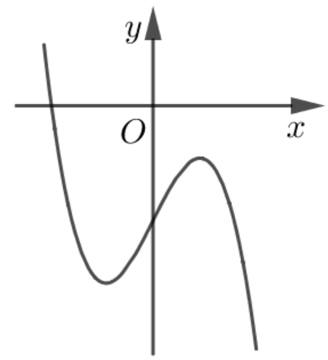
Câu 7. Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị:

A. $y=x^2-3x$. **B.** $y=\frac{3x+1}{2x-1}$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4+2x$.

Câu 8. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$ và $AA'=2a$. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Câu 9. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?

A. $y=-x^3+2x-2$.

B. $y=-x^3+2x+2$.

C. $y=-x^4+2x^2-2$.

D. $y=x^4+2x^2-2$.

Câu 10. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB=2a$, $AC=3a$, $AD=4a$. Thể tích của khối tứ diện đó là

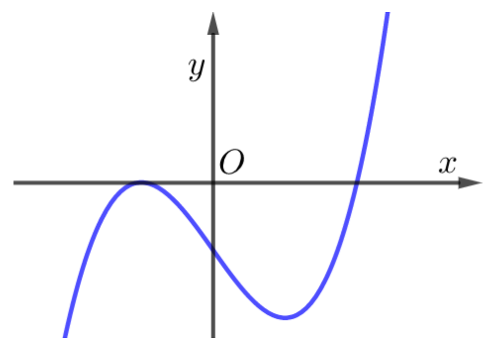
A. $12a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 11. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng 64π và thiết diện qua trục của hình trụ này là một hình vuông. Thể tích của hình trụ đó bằng

A. 512π. **B.** 128π.

C. 64π. **D.** 256π.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là



A. 3.

B. 2.

C. 0.

D. 1.

Câu 13. Thể tích của lăng trụ tam giác đều có đường cao bằng a, cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$ là

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 14. Bất phương trình $3^x-81\le 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 3. **B.** 4. **C.** vô số. **D.** 5.

Câu 15. Đồ thị của hàm số $y=\frac{4x-3}{x-2}$ nhận điểm $I(a;b)$ làm tâm đối xứng. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 2. **B.** –6. **C.** 6. **D.** –8.

Câu 16. Cho hai khối cầu có bán kính lần lượt bằng a và $2a$. Tỉ số giữa thể tích của khối cầu nhỏ với thể tích của khối cầu lớn bằng

A. $\frac{1}{4}$. B. 4. C. $\frac{1}{8}$. D. 8.

Câu 17. Đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 18. Số nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-6\right)=\log_2\left(x-2\right)+1$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 19. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(x-2\right)^2\left(x-3\right),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{27}{2}x^2+3$ trên đoạn $\left[0;80\right]$ bằng

A. $-\frac{229}{5}$. **B.** -180. **C.** $-\frac{717}{4}$. **D.** 3.

Câu 21. Tập xác định D của hàm số $y=\left(9x^2-1\right)^{-3}$ là

A. $D=\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$. **B.** $D=\mathbb{R}$.

C. $D=\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 22. Cho hàm số $y=\frac{\sqrt{x-2}}{\left(x^2-4\right)\left(2x-7\right)}$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 5.

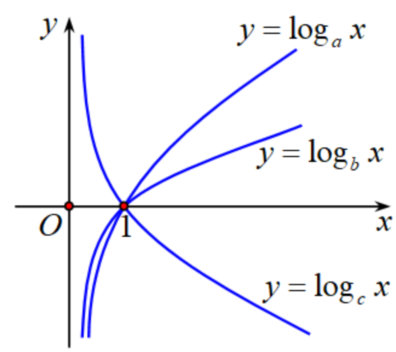
Câu 23. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1, AD=2, AA'=3$. Thể tích của khối chóp $D.A'B'C'D'$ là

A. $V=2$. **B.** $V=1$. **C.** $V=6$. **D.** $V=3$.

Câu 24. Cho a, b, c là ba số thực dương và khác 1. Đồ thị các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ được cho trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $a<b<c$. **B.** $c<a<b$.

C. $b<c<a$. **D.** $c<b<a$.



Câu 25. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	0	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	$-\infty$

Tổng số đường tiệm cận (bao gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 26. Nếu có một khối chóp có thể tích và diện tích đáy lần lượt bằng a^3 và a^2 thì chiều cao của nó bằng

A. $\frac{a}{3}$. **B.** $3a$. **C.** a. **D.** $\frac{a}{6}$.

Câu 27. Hàm số $y=x^3-4x^2+5x-1$ đạt cực trị tại các điểm x_1,x_2. Giá trị của $x_1^2+x_2^2$ bằng

A. $\frac{28}{3}$. **B.** $\frac{34}{9}$. **C.** $\frac{65}{9}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Câu 28. Tính thể tích V của khối trụ có chu vi đáy là 2π, chiều cao là $\sqrt{2}$?

A. $V=\sqrt{2}\pi$. **B.** $V=2\pi$. **C.** $V=\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$. **D.** $V=\frac{2\pi}{3}$.

Câu 29. Hình nón có đường sinh $l=2a$ và hợp với đáy góc $\alpha=60°$. Diện tích toàn phần của hình nón bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** πa^2.

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2}>\frac{1}{3}$ là

A. $\left(-\infty;\log_2\frac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(\log_2\frac{1}{3};+\infty\right)$.

C. $\left(-\infty;\log_2\frac{1}{3}\right)\cup\left(\log_2\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 31. Cho hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng 5cm. Mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo một thiết diện có chu vi bằng 26cm. Khoảng cách từ (α) đến trục của hình trụ bằng

A. 4 cm. **B.** 5 cm. **C.** 2 cm. **D.** 3 cm.

Câu 32. Cho số thực x thỏa mãn $2^{x^2}.3^{x+1}=1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $x^2+(x+1)\log_2 3=0$. **B.** $x^2+(x+1)\log_2 3=1$.

C. $(x+1)+x^2\log_3 2=1$. **D.** $(x+1)+x\log_3 2=0$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	
y	-5	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x)=m$ có nghiệm duy nhất ?

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 8.

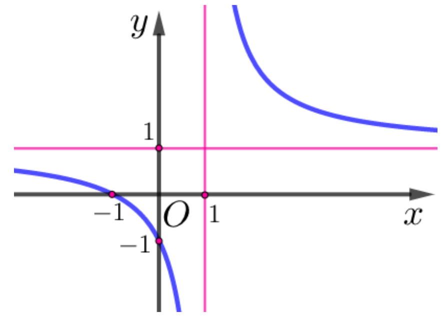
Câu 34. Đạo hàm của hàm số $y=\log_{2023}(x^2+x)$ là

A. $\frac{2x+1}{(x^2+x)\ln 2023}$. **B.** $\frac{2023}{x^2+x}$. **C.** $\frac{1}{(x^2+x)\ln 2023}$. **D.** $\frac{2x+1}{x^2+x}$.

Câu 35. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC=a$, $AC=b$. Quay tam giác ABC quanh trục AB ta thu được hình nón có diện tích xung quanh bằng

A. πab. **B.** $2\pi ab$. **C.** $\pi(a+b)b$. **D.** $\frac{1}{3}\pi ab$.

Câu 36. Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

B. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{2x-3}{2x-2}$.

D. $y=\dfrac{x}{x-1}$.

Câu 37. Hàm số $y=\log_{\frac{e}{3}}(x-1)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 38. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp đã cho.

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 39. Tập nghiệm của bất phương trình $-\log_3^2(x-1)+3\log_3(x-1)-2\ge 0$ là

A. $(3;9)$. **B.** $(4;10)$. **C.** $[4;10]$. **D.** $[3;9]$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_3{}^2 x-m\log_9 x^2+2-m=0$ có nghiệm $x\in[1;9]$.

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, có bảng biến thiên như hình bên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	2	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	-2

Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 1. **B.** 3.
C. 2. **D.** 4.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\ln x-6}{\ln x-2m}$ đồng biến trên khoảng $(1,e)$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

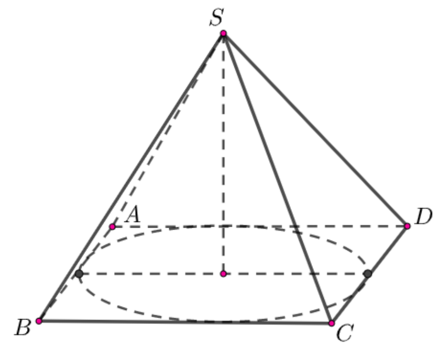
Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(2-3x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với mặt đáy góc $60°$ Hình nón (N) có đỉnh S, đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$. Diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng.



A. $\dfrac{2\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}\pi a^2}{4}$.

C. $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2}{2}$.

Câu 45. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2-6x+2m}}$ có hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của tập S là

A. Vô số. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 13.

Câu 46. Đường thẳng $x=m$ lần lượt cắt đồ thị hàm số $y=\log_5 x$ và đồ thị hàm số $y=\log_5(x+4)$ tại các điểm A, B. Biết rằng khi $AB=\dfrac{1}{2}$ thì $m=a+\sqrt{b}$ trong đó a, b là các số nguyên. Tổng $a+b$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=x^3+x+2$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt[3]{f^3(x)+f(x)+m}\right)=-x^3-x+2$ có nghiệm $x\in[-1;2]$?

A. 1750. **B.** 1748. **C.** 1747. **D.** 1746.

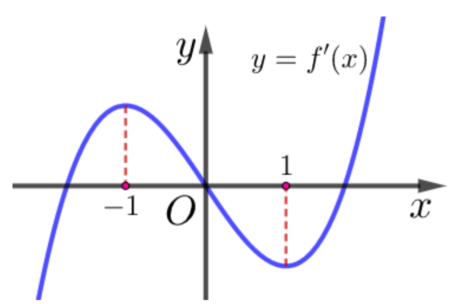
Câu 48. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số $m\in[-1;1]$ sao cho phương trình $\log_{m^2+1}(x^2+y^2)=\log_2(2x+2y-2)$ có nghiệm nguyên $(x;y)$ duy nhất?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V. Gọi P là trung điểm của SC. Mặt phẳng (α) chứa AP và cắt hai cạnh SD, SB lần lượt tại M và N. Gọi V' là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\dfrac{V'}{V}$.

A. $\dfrac{3}{8}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=1$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y=|4f(\sin x)+\cos 2x-a|$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?



A. 2.
B. 3.
C. Vô số.
D. 5.

HẾT

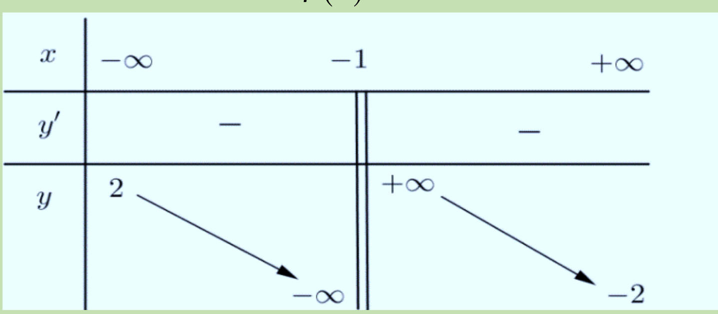
ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 04

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	C	B	A	B	C	B	A	A	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	C	B	C	C	D	D	C	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	A	A	B	C	B	B	A	B	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	A	A	A	A	B	A	B	C	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	B	B	A	A	B	B	B

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 04

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, có bảng biến thiên như hình bên:

Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Tìm tiệm cận ngang:

Khi $x\to+\infty$ thì $f(x)\to-2$, suy ra $\dfrac{1}{f(x)}\to-\dfrac{1}{2}$. Vậy $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f(x)}=-\dfrac{1}{2}$ nên $y=-\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$. Khi $x\to-\infty$ thì $f(x)\to2$, suy ra $\dfrac{1}{f(x)}\to\dfrac{1}{2}$. Vậy $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f(x)}=\dfrac{1}{2}$ nên $y=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$.

Tìm tiệm cận đứng:

Xét $f(x)=0$. Ta thấy đồ thị hàm $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=0$ tại hai điểm phân biệt $x_1,\ x_2$ nên phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$. Do đó đồ thị hàm $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có hai đường tiệm cận đứng.

Vậy, đồ thị hàm $y=\dfrac{1}{f(x)}$ có đúng bốn đường tiệm cận. **Chọn D**.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\ln x-6}{\ln x-2m}$ đồng biến trên khoảng $(1,e)$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $\ln x-2m\neq 0,\ \forall x\in(1;e)\Leftrightarrow 2m\neq \ln x,\ \forall \ln x\in(0;1)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2m\le 0\\ 2m\ge 1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge \dfrac{1}{2}\end{array}\right.$ (1).

Ta có: $y'=\dfrac{-2m+6}{(\ln x-2m)^2}>0\Rightarrow -2m+6>0\Rightarrow m<3$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $m\in(-\infty;0]\cup\left[\dfrac{1}{2};3\right)$. Vì m nguyên dương nên $m\in\{1;2\}$. **Chọn C**.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(2-3x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

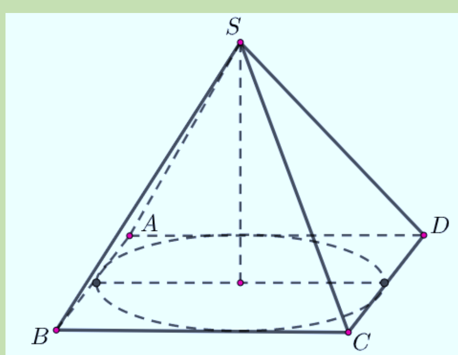
A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;3)$.

Hướng dẫn giải:

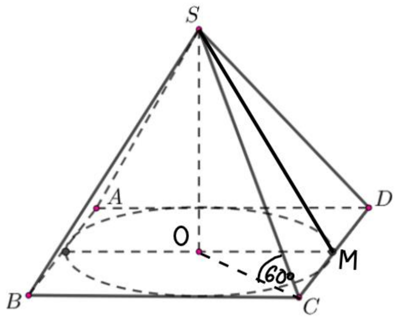
Xét: $y'=-3f'(2-3x)>0\Leftrightarrow f'(2-3x)<0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2-3x<-3\\ 0<2-3x<1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>\dfrac{5}{3}\\ -2<-3x<-1\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>\dfrac{5}{3}\\ \dfrac{2}{3}>x>\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

Ta thấy: $(2;3)\subset\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)\cup\left(\dfrac{5}{3};+\infty\right)$. **Chọn A**.

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với mặt đáy góc 60°. Hình nón (N) có đỉnh S, đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác $ABCD$. Diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng



A. $\dfrac{2\pi a^2}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}\pi a^2}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}\pi a^2}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2}{2}$.



Hướng dẫn giải:

Gọi M là trung điểm CD và O là tâm đường tròn đáy hình nón. Khi đó OM , SM lần lượt là bán kính đường tròn đáy và đường sinh của hình nón (N).

Ta có: $OM = \boxed{\frac{a}{2} = r}$, $OC = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do $SO \perp (ABCD)$ nên $\left(SC,(ABCD)\right) = \left(SC, OC\right) = SCO = 60^0$.

Ta có: $SO = OC.\tan 60^0 = \frac{a\sqrt{2}}{2}.\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$; ΔSOM vuông tại O có: $SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \boxed{\frac{a\sqrt{7}}{2} = l}$.

Vậy hình nón (N) có diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi r l = \pi.\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{7}}{2} = \frac{\pi a^2\sqrt{7}}{4}$. **Chọn B**.

Câu 45. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x^2 - 6x + 2m}}$ có hai đường tiệm cận đứng. Số phần tử của tập S là

A. Vô số. **B.** 12. **C.** 14. **D.** 13.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x+2 \ge 0 \\ x^2 - 6x + 2m > 0 \end{cases}$.

Để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $\underbrace{x^2 - 6x + 2m}_{g(x)} = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 lớn hơn $-2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - 2m > 0 \\ x_1 + x_2 > -4 \\ g(-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{2} \\ 6 > -4 \\ 4 + 12 + 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{2} \\ m > -8 \end{cases}$.

Do đó, tập $S = \{-7; -6; -5; ...; 4\}$ có 12 giá trị. **Chọn B**.

Câu 46. Đường thẳng $x = m$ lần lượt cắt đồ thị hàm số $y = \log_5 x$ và đồ thị hàm số $y = \log_5(x+4)$ tại các điểm A, B. Biết rằng khi $AB = \frac{1}{2}$ thì $m = a + \sqrt{b}$ trong đó a, b là các số nguyên. Tổng $a + b$ bằng

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Hướng dẫn giải:

Ta có: A là giao điểm của hai đồ thị $\begin{cases} x = m \\ y = \log_5 x \end{cases} \Rightarrow A(m; \log_5 m)$ với $m > 0$.

Ta có: B là giao điểm của hai đồ thị $\begin{cases} x = m \\ y = \log_5(x+4) \end{cases} \Rightarrow B(m; \log_5(m+4))$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB} = (0; \log_5(m+4) - \log_5 m) = \left(0; \log_5\left(\frac{m+4}{m}\right)\right)$; $AB = \sqrt{\left[\log_5\left(\frac{m+4}{m}\right)\right]^2}$.

Ta có: $AB=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\log_5\left(\frac{m+4}{m}\right)\right]^2=\frac{1}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_5\frac{m+4}{m}=\frac{1}{2}\\ \log_5\frac{m+4}{m}=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m+4=m\sqrt{5}\\ \sqrt{5}(m+4)=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1+\sqrt{5}\ (n)\\ m=-5-\sqrt{5}\ (l)\end{array}\right.$.

Vậy $m=1+\sqrt{5}\Rightarrow a=1,\ b=5\Rightarrow a+b=6$. **Chọn A**.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=x^3+x+2$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(\sqrt[3]{f^3(x)+f(x)+m}\right)=-x^3-x+2$ có nghiệm $x\in[-1;2]$?

A. 1750. **B.** 1748. **C.** 1747. **D.** 1746.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $f\left(\sqrt[3]{f^3(x)+f(x)+m}\right)=-x^3-x+2\Leftrightarrow\boxed{f\left(\sqrt[3]{f^3(x)+f(x)+m}\right)=f(-x)}$ (1)

Xét hàm số $f(t)=t^3+t+2$, ta có $f'(t)=3t^2+1>0,\ \forall t\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vì vậy (1) $\Leftrightarrow\sqrt[3]{f^3(x)+f(x)+m}=-x\Leftrightarrow\boxed{f^3(x)+f(x)+x^3=-m}$ (2).

Xét hàm số $\boxed{h(x)=f^3(x)+f(x)+x^3}$ trên đoạn $[-1;2]$.

Ta có: $h'(x)=3f'(x)\cdot f^2(x)+f'(x)+3x^2=f'(x)\left[3f^2(x)+1\right]+3x^2>0,\ \forall x\in[-1;2]$.

Suy ra $h(x)$ đồng biến với mọi $x\in[-1;2]$. Khi đó: $h(-1)\le h(x)\le h(2)$ hay $\boxed{-1\le h(x)\le 1748}$.

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình (2) có nghiệm $x\in[-1;2]\Leftrightarrow-1\le-m\le1748$ $\Leftrightarrow-1748\le m\le1$. Do m nguyên nên $m\in\{-1748;-1747;\ldots;0;1\}$.

Do đó số giá trị m thỏa mãn: $1-(-1748)+1=1750$. **Chọn A**.

Câu 48. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số $m\in[-1;1]$ sao cho phương trình $\log_{m^2+1}\left(x^2+y^2\right)=\log_2(2x+2y-2)$ có nghiệm nguyên $(x;y)$ duy nhất?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải:

Nhận xét: Vì $x,\ y$ có vai trò như nhau (đối xứng) nên nếu phương trình đã cho có một nghiệm $(x_0;y_0)$ thì $(y_0;x_0)$ cũng là một nghiệm của phương trình đó. Theo giả thiết, phương trình có nghiệm nguyên duy nhất nên $x_0=y_0$.

Điều kiện: $x+y-1>0$.

Điều kiện cần: Phương trình đã cho có nghiệm nguyên duy nhất $(x_0;y_0)\Rightarrow x_0=y_0$.

Thay vào phương trình, ta được: $\log_{m^2+1}\left(2x_0^2\right)=\log_2(4x_0-2)$ (*)

Vì $x_0\in\mathbb{Z},\ 4x_0-2>0\Rightarrow\boxed{4x_0-2>1}$. Hơn nữa: $2\left(x_0^2-1\right)^2\ge0\Rightarrow\boxed{2x_0^2\ge4x_0-2}$.

Do đó (*): $\underbrace{\log_2(4x_0-2)}_{+}=\log_{m^2+1}\left(2x_0^2\right)\ge\underbrace{\log_{m^2+1}(4x_0-2)}_{+}\Rightarrow\frac{1}{\log_{4x_0-2}2}\ge\frac{1}{\log_{4x_0-2}\left(m^2+1\right)}$

$\Rightarrow\underbrace{\log_{4x_0-2}\left(m^2+1\right)\ge\log_{4x_0-2}2}_{4x_0-2>1}\Rightarrow m^2+1\ge2\Rightarrow m^2\ge1$ mà $m\in[-1;1]\Rightarrow m=\pm1$.

Điều kiện đủ: Với $m=\pm1$ thì phương trình đã cho trở thành $\log_2\left(x^2+y^2\right)=\log_2(2x+2y-2)$

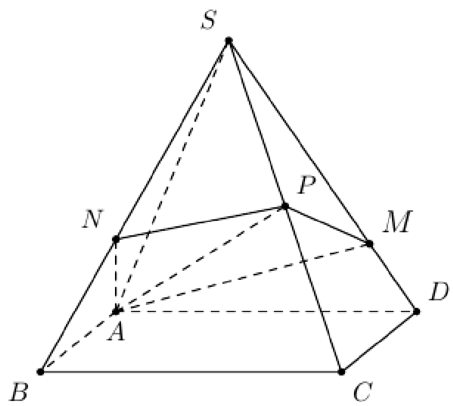
$\Leftrightarrow x^2+y^2=2x+2y-2 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$; ta thấy phương trình đã cho có nghiệm nguyên duy nhất $(1;1)$ nên $m=\pm 1$ thỏa mãn.

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn đề bài. **Chọn B**.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích là V. Gọi P là trung điểm của SC. Mặt phẳng (α) chứa AP và cắt hai cạnh SD, SB lần lượt tại M và N. Gọi V' là thể tích của khối chóp $S.AMPN$. Tìm giá trị nhỏ nhất của tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{3}{8}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải:



Do (α) đi qua A, P, M, N nên bốn điểm này đồng phẳng.

Áp dụng công thức: $\boxed{\frac{V_{S.ANPM}}{V_{S.ABCD}}=\frac{a+b+c+d}{4.a.b.c.d}}$ (*) với $\frac{SA}{SA}=a$, $\frac{SB}{SN}=b$, $\frac{SC}{SP}=c$, $\frac{SD}{SM}=d$ thỏa mãn $a+c=b+d$.

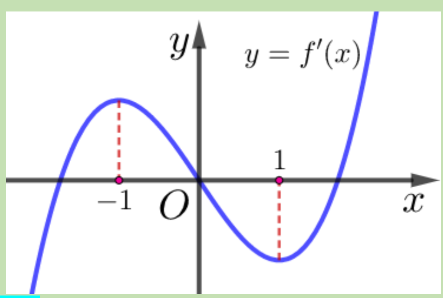
Ta có: $a=1$, $c=\frac{SC}{SP}=2$ và $\begin{cases} b,\ d>0 \\ b+d=3 \end{cases}$.

Từ (*) : $\frac{V'}{V}=\frac{1+2+b+d}{4.1.2.b.d}=\frac{3+3}{8bd}=\frac{3}{4bd}$

Theo ***AM-GM***, ta có: $bd \le \frac{(b+d)^2}{4}=\frac{9}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{bd} \ge \frac{4}{9}$; suy ra $\frac{V'}{V}=\frac{3}{4bd} \ge \frac{3}{4}.\frac{4}{9}=\frac{1}{3}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow b=d=\frac{3}{2}$. Vậy $\frac{V'}{V}$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{1}{3}$. **Chọn B**.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f(1)=1$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên dương a để hàm số $y=\left|4f(\sin x)+\cos 2x-a\right|$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$?



A. 2. **B.** 3. **C.** Vô số. **D.** 5.

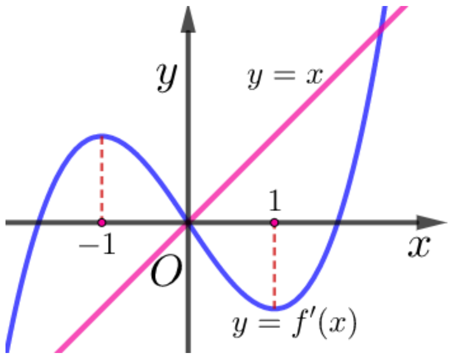
Hướng dẫn giải:

Đặt $g(x)=\left|4f(\sin x)+\cos 2x-a\right|$; $g'(x)=\frac{\left[4\cos x.f'(\sin x)-2\sin 2x\right]\left[4f(\sin x)+\cos 2x-a\right]}{\left|4f(\sin x)+\cos 2x-a\right|}$.

Ta có: $4\cos x.f'(\sin x)-2\sin 2x=4\cos x.f'(\sin x)-4\sin x\cos x=\underbrace{4\cos x}_{>0}\left[\underbrace{f'(\sin x)-\sin x}_{???}\right]$.

Vẽ thêm đồ thị hàm $y = x$ trên cùng hệ trục ban đầu, ta thấy $\boxed{f(t) - t < 0,\ \forall t \in (0;1)}$; do vậy $f'(\sin x) - \sin x < 0,\ \forall \sin x \in (0;1)$. Tóm lại, ta có $\boxed{4\cos x.f'(\sin x) - 2\sin 2x < 0}$, $\forall x \in \left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Vì vậy: Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow 4f(\sin x) + \cos 2x - a \geq 0,\ \forall x \in \left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$



$\Leftrightarrow \underbrace{\boxed{4f(\sin x) + 1 - 2\sin^2 x \geq a}}_{(*)},\ \forall x \in \left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Đặt $t = \sin x \in (0;1)$, (*) trở thành:

$\boxed{4f(t) + 1 - 2t^2 \geq a}$, $\forall t \in (0;1)$ (**).

Xét $h(t) = 4f(t) + 1 - 2t^2$; $h'(t) = 4f'(t) - 4t = 4\left[f'(t) - 1\right]$.

Với $t \in (0;1)$ thì $h'(t) < 0 \Rightarrow h'(t) - 1 < 0$. Do đó hàm $h(t)$ nghịch biến trên $(0;1)$.

Vì vậy $\boxed{h(t) > h(1)} = 4.f(1) + 1 - 2.1^2 = 4.1 - 1 = 3,\ \forall t \in (0;1)$.

Khi đó (**) $\Leftrightarrow a \leq h(1) = 3$. Vì a nguyên dương nên $a \in \{1;2;3\}$. **Chọn B**.

Câu 1. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=1,\ AD=2,\ AA'=3.$ Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 6. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=3$ là

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 3. Cho phương trình $4^x-3.2^{x+1}+2=0$. Khi đặt $t=2^x$, ta được phương trình nào sau đây?

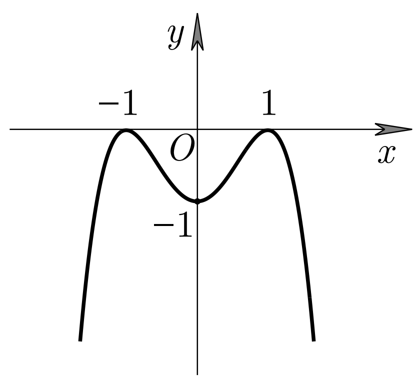
A. $t^2-3t+1=0.$ **B.** $2t^2-3t+2=0.$ **C.** $t^2-6t+2=0$. **D.** $t^2-3t+2=0.$

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(1-2x)\ge\log_2 3$ là

A. $\left(\frac{1}{2};1\right]$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$.

C. $\left(-\infty;-1\right]$. **D.** $\left[-1;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 5. Hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-2x^2-1.$

B. $y=-x^4-2x^2-1.$

C. $y=x^3-x^2+x-1.$

D. $y=-x^4+2x^2-1.$

Câu 6. Một khối lập phương có thể tích bằng $3\sqrt{3}a^3$ thì cạnh của khối lập phương đó bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $3a$. **C.** $3\sqrt{3}a$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 7. Giá trị của $\dfrac{\ln 8}{\ln 2}$ bằng

A. $2\ln 2$. **B.** $3\ln 2$. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 8. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

x	$-\infty$		0		1		2		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	0	$+$	

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 9. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2a$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** a^3.

Câu 10. Đồ thị của hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{1}{2x^2+x}$. **B.** $y=2x^2+x$. **C.** $y=e^x$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

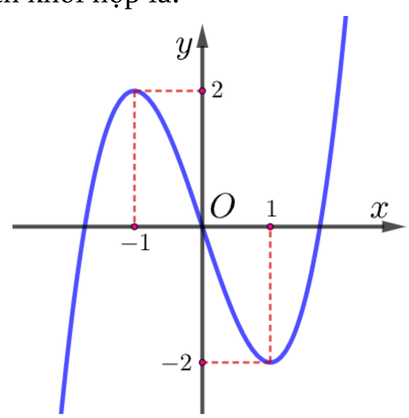
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $\left(-1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;4\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right)$.

Câu 12. Cho khối hộp có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao là $a\sqrt{3}$. Thể tích khối hộp là:

A. $3a^3$. **B.** $\sqrt{3}a^3$.
C. $3\sqrt{3}a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^2$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(x\right)-3m+5=0$ có ba nghiệm phân biệt.



A. 4.
B. 2.
C. 3.
D. 1.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3(1-2x)$ là

A. $y'=\dfrac{2}{(1-2x)\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{-2\ln 3}{1-2x}$. **C.** $y'=\dfrac{-2}{(1-2x)\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{(1-2x)\ln 3}$.

Câu 15. Trong các hàm số sau hàm số nào có 2 điểm cực tiểu:

A. $y=x^2-2x+3$. **B.** $y=\dfrac{x^3}{3}-x^2+1$. **C.** $y=x^4-x^2$. **D.** $y=-x^4+\sqrt{2}x^2+1$.

Câu 16. Cho a,b là các số thực dương lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b=2$. Tính giá trị biểu thức $P=\log_{a^2} b+\log_{ab^2} b^5$

A. $P=3$. **B.** $P=4$. **C.** $P=2$. **D.** $P=5$.

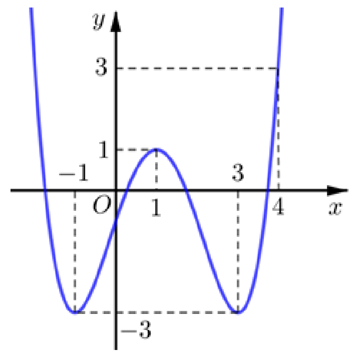
Câu 17. Tổng số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^4+x^2-2}$ bằng:

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 18. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x}=\dfrac{1}{3}$. Tính x_1+x_2.

A. 5. **B.** 2.
C. 3. **D.** 1.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1;4]$. Giá trị của $M+2m$ bằng



A. 0.
B. -3.
C. -5.
D. 2.

Câu 20. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, chiều cao là $3a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $24\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $20\pi a^2$. **D.** $40\pi a^2$.

Câu 21. Cho hàm số $y=\log_{\frac{1}{x}}\left(1-2x+x^2\right)$. Chọn mệnh đề đúng.

A. Hàm số liên tục trên $(0;+\infty)\setminus\{1\}$. **B.** Hàm số liên tục trên $(0;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số liên tục trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số liên tục trên $(0;+\infty)$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SBA=30^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{12}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)(x-2)^2$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$ là

A. $f(2)$. **B.** $f(3)$. **C.** $f(-1)$. **D.** $f(0)$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Câu 25. Hàm số $y=\ln\left(x^3-3x^2+1\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 26. Cho hàm số $f\left(x\right)=2^{x-1}.3^{x^2+1}$. Phương trình $f\left(x\right)=1$ không tương đương với phương trình nào trong các phương trình sau đây?

A. $\left(x-1\right)\log_{\frac{1}{3}}2=x^2+1$.
B. $x-1+\left(x^2+1\right)\log_2 3=0$.
C. $\left(x-1\right)\log_3 2+x^2+1=0$.
D. $x-1+\left(x^2+1\right)\log_{\frac{1}{2}}3=0$.

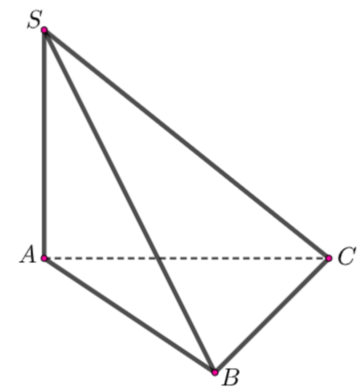
Câu 27. Cho hình trụ có chiều cao bằng 6. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục, thiết diện thu được là một hình chữ nhật có chu vi bằng 28. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 48π.
B. 24π.
C. 96π.
D. 36π.

Câu 28. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$ vuông góc với đường thẳng $y=x+1$ có phương trình

A. $y=-x-1$.
B. $y=-2x+1$.
C. $y=-x+1$.
D. $y=-2x-1$.

Câu 29. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $SA\perp\left(ABC\right)$ và $SA=a\sqrt{2}$ (minh họa hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(SAB\right)$ bằng



A. 60^o.
B. 90^o.
C. 45^o.
D. 30^o.

Câu 30. Điều kiện cần và đủ của m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+4x+5$ có hai điểm cực trị là

A. $m\in\mathbb{R}\setminus\left(-2;2\right)$.
B. $m\in\left(-\infty-2\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.
C. $m\in\left(-2;2\right)$.
D. $m\in\left[-2;2\right]$.

Câu 31. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân tại A, $AB=a$, $BAC=120^0$, $AA'=2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $8\pi a^2$.
B. $4\pi a^2$.
C. $\dfrac{16\pi a^2}{3}$.
D. $16\pi a^2$.

Câu 32. Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho hàm số $y=x^3+x^2+(1-m)x+2$ đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A. 5.
B. 7.
C. Vô số.
D. 6.

Câu 33. Phương trình $2\log\left(x+2\right)+\log 4=\log x+4\log 3$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$. Tính $P=\dfrac{x_1}{x_2}$

A. $P=4$.
B. $P=\dfrac{1}{64}$.
C. $P=\dfrac{1}{4}$.
D. $P=64$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x^2-2x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $g\left(x\right)=-2f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(2;+\infty\right)$.
B. $\left(-\infty;-2\right)$.
C. $\left(0;2\right)$.
D. $\left(-2;0\right)$.

Câu 35. Tập xác định của hàm số $y=\log_2\left(3-x\right)+e^{x-1}$ là

A. $\left(-\infty;3\right)$.
B. $\left[1;3\right)$.
C. $\left(1;3\right)$.
D. $\left(3;+\infty\right)$.

Câu 36. Tập nghiệm bất phương trình $\log_2\left(x-3\right)+\log_2\left(x-2\right)\le 1$ là

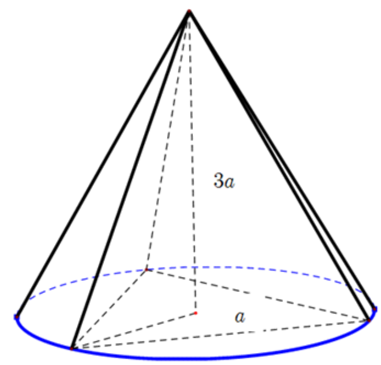
A. $\left(3;4\right)$.
B. $\left[1;4\right]$.
C. $\left(1;3\right)$.
D. $\left(3;4\right]$.

Câu 37. Biết rằng đường thẳng $y=1$ cắt đường cong $(C): y=-\dfrac{x^4}{2}-x^2+\dfrac{3}{2}$ tại hai điểm phân biệt A và B. Tính độ dài đoạn AB.

A. $\sqrt{4\sqrt{2}+4}$. **B.** $\sqrt{4\sqrt{2}-4}$.

C. $\sqrt{\sqrt{2}+1}$. **D.** $\sqrt{\sqrt{2}-1}$.

Câu 38. Cho hình nón (N) ngoại tiếp một hình chóp, đáy hình chóp là tam giác đều cạnh a, chiều cao hình chóp là $3a$. Tính thể tích khối nón xác định bởi hình nón (N) (tham khảo hình vẽ).



A. $\dfrac{\pi a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

C. πa^3. **D.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=a$, $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $BAD=60^\circ$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 40. Giả sử giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{(m+1)x+2}{-x+m}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng $\dfrac{1}{2}$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m\in(-5;-3)$. **B.** $m\in(2;4)$. **C.** $m\in(-9;-6)$. **D.** $m\in\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{0,02}\left[\log_2\left(3^x+1\right)\right]>\log_{0,02} m$ có nghiệm với mọi $x\in(-\infty;0)$.

A. $0<m<1$. **B.** $m\geq 1$. **C.** $m>1$. **D.** $m<2$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB=2a, AC=3a$, SA vuông góc với (ABC), $SA=5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{38}}{4}$. **B.** $R=a\sqrt{38}$. **C.** $R=\sqrt{38}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{38}}{2}$.

Câu 43. Một tấm vải được quấn 100 vòng (theo chiều dài tấm vải) quanh một lõi hình trụ có bán kính đáy bằng $5cm$. Biết rằng bề dày tấm vải là $0.3cm$. Khi đó chiều dài tấm vải gần với số nguyên nào nhất dưới đây ?

A. $150m$. **B.** $120m$. **C.** $125m$. **D.** $130m$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x-4$. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$ bằng.

A. 11. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc mặt phẳng đáy. Biết góc $BAC=30^0$, $SA=a$ và $BA=BC=a$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua AC. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{21}}{7}a$. **B.** $\dfrac{\sqrt{51}}{51}a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{17}}{68}a$. **D.** $\dfrac{\sqrt{17}}{51}a$.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trong đoạn $[-2022;2022]$ thỏa mãn bất phương trình sau

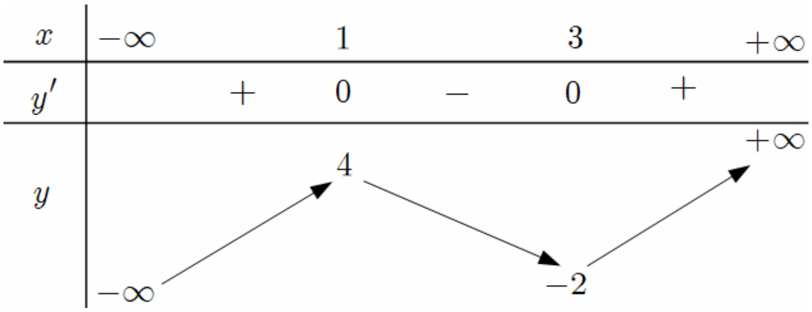
$16^x+25^x+36^x\leq 20^x+24^x+30^x$.

A. 3. **B.** 2022. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 47. Cho hình nón đỉnh S, đường tròn đáy tâm O bán kính $r=3$, đường cao $SO=3$. Mặt phẳng (P) di động luôn vuông góc với SO tại điểm H và cắt mặt nón theo giao tuyến là đường tròn (C). Mặt cầu (T) chứa (C) và tiếp xúc với đáy hình nón tại O. Thể tích khối cầu (T) đạt giá trị nhỏ nhất gần với giá trị nào sau đây?

A. $8,2$. **B.** $8,3$. **C.** $8,0$. **D.** $8,1$.

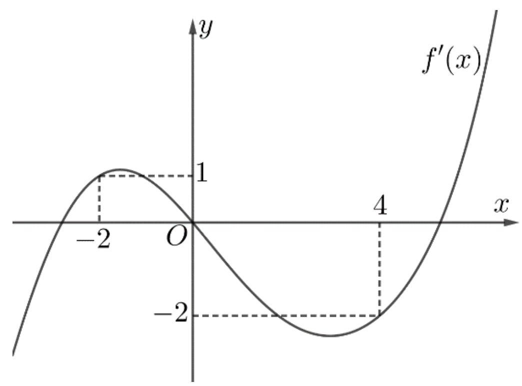
Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:



Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2022;2022]$ để bất phương trình $f\left(\sqrt{x-1}+1\right)\le m$ có nghiệm?

A. 2022. **B.** 2025. **C.** 4044. **D.** 4045.

Câu 49. Cho hàm số đa thức $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $f(0)=0$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình sau. Hàm số $g(x)=\left|4f(x)+x^2\right|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(4;+\infty)$.

B. $(0;4)$.

C. $(-\infty;-2)$.

D. $(-2;0)$.

Câu 50. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\ln x+x(x+y)\ge\ln(4-y)+4x$. Khi biểu thức $P=8x+16y+\frac{1}{x}+\frac{147}{y}$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị $\frac{x}{y}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(0;\frac{1}{4}\right)$. **D.** $(1;2)$.

____________________**HẾT**____________________

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 05

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	C	C	D	A	D	D	B	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	C	D	C	C	A	B	C	B	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	D	D	B	C	D	A	C	A	B
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	D	B	C	A	D	B	B	A	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	D	C	C	A	C	C	B	B	C

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 05

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_{0,02}\left[\log_2\left(3^x+1\right)\right]>\log_{0,02}m$ có nghiệm với mọi $x\in\left(-\infty;0\right)$.

A. $0<m<1$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m>1$. **D.** $m<2$.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $\begin{cases}\log_2\left(3^x+1\right)>0\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3^x+1>1\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\ m>0\end{cases}$.

Ta có: $\log_{0,02}\left[\log_2\left(3^x+1\right)\right]>\log_{0,02}m,\ \forall x\in\left(-\infty;0\right)\Leftrightarrow\log_2\left(3^x+1\right)<m,\ \forall x\in\left(-\infty;0\right)$

$\Leftrightarrow\boxed{3^x+1<2^m,\ \forall x\in\left(-\infty;0\right)}$.

Xét hàm $f\left(x\right)=3^x+1$ với $x\in\left(-\infty;0\right)$.

Ta có $f'\left(x\right)=3^x.\ln 3>0,\ \forall x\in\left(-\infty;0\right)$.

Bảng biến thiên của hàm $f\left(x\right)$:

x	$-\infty$		0
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	2

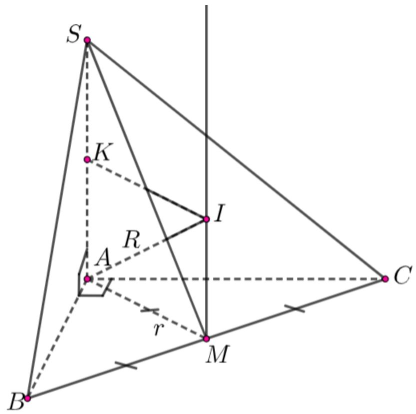
Bất phương trình có nghiệm với mọi $x\in\left(-\infty;0\right)\Leftrightarrow 2^m\ge 2\ \Leftrightarrow m\ge 1$.

Chọn B.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB=2a, AC=3a$, SA vuông góc với $\left(ABC\right)$, $SA=5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $R=\dfrac{a\sqrt{38}}{4}$. **B.** $R=a\sqrt{38}$. **C.** $R=\sqrt{38}$. **D.** $R=\dfrac{a\sqrt{38}}{2}$.

Hướng dẫn giải:



Hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp này được tính dựa vào công thức: $\boxed{R=\sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2+r^2}}$ $(*)$, trong đó $SA=5a$; r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đáy ABC.

Vì tam giác ABC vuông tại A nên $r=\frac{BC}{2}=\frac{a\sqrt{13}}{2}$.

Thay vào (*), ta được: $R=\sqrt{\left(\frac{5a}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{13}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{38}}{2}$. **Chọn D**.

Câu 43. Một tấm vải được quấn 100 vòng (theo chiều dài tấm vải) quanh một lõi hình trụ có bán kính đáy bằng $5cm$. Biết rằng bề dày tấm vải là $0.3cm$. Khi đó chiều dài tấm vải gần với số nguyên nào nhất dưới đây ?

A. $150m$. **B.** $120m$. **C.** $125m$. **D.** $130m$.

Hướng dẫn giải:

Bán kính hình trụ bằng $r_1=5$ (cm) nên vòng dây (vải) ban đầu có chu vi là $2\pi.r_1=2\pi.5$ (cm).

Vòng dây (vải) thứ hai có bán kính tăng thêm 0,3 (cm) nên có chu vi là: $2\pi r_2=2\pi(5+0,3)$ (cm).

Tương tự như vậy cho vòng dây (vải) thứ ba, chu vi là: $2\pi r_3=2\pi(5+2.0,3)$ (cm).

……………………………………………………………………………………

Vòng dây (vải) thứ 100 có chu vi là: $2\pi r_{100}=2\pi(5+99.0,3)$ (cm)

Vậy, tổng độ dài tấm vải là: $C=2\pi\left[5.100+0,3.(1+2+...+99)\right]=2\pi\left[5.100+0,3.\frac{(1+99)99}{2}\right]$

$C=3970\pi\approx 12472\ cm=124,72\ m$. Vậy chiều dài tấm vải gần với $125m$. **Chọn C**.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x-4$. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(|x|)\right|$ bằng.

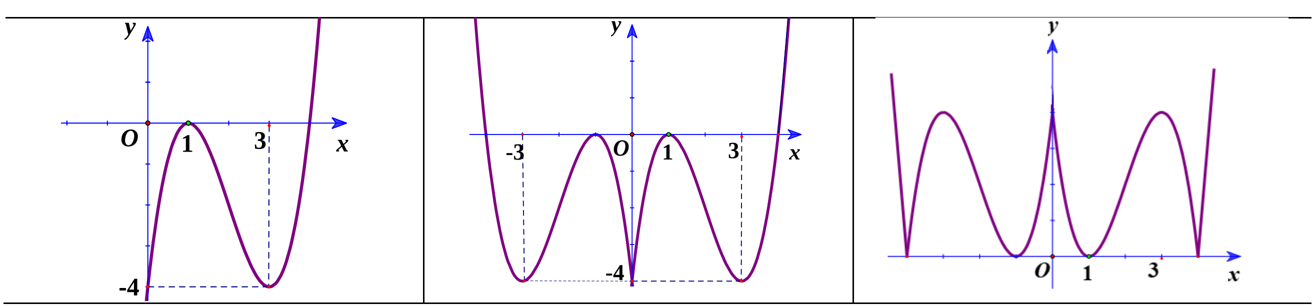
A. 11. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 6.

Hướng dẫn giải:

Ta có đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x-4$ ***(hình 1)***. Từ đó vẽ được đồ thị hàm số $y=f(|x|)$ theo quy tắc gồm hai bước:

- **Bước 1:** Giữ nguyên phần đồ thị $y=f(x)$ nằm bên phải trục Oy (gồm cả điểm trên trục Oy). (Xóa phần đồ thị $y=f(x)$ nằm bên trái trục Oy).
- **Bước 2:** Lấy đối xứng phần đồ thị $y=f(x)$ bên phải trục Oy qua Oy.

  Hợp đồ thị của hai bước trên ta được đồ thị $y=f(|x|)$ ***(hình 2)***.



Hình 1	Hình 2	Hình 3

Tiếp theo, từ đồ thị $y=f\left(|x|\right)$ ta thực hiện hai bước sau:

- **Bước 1:** Giữ nguyên phần đồ thị $y=f\left(|x|\right)$ nằm trên trục Ox (kể cả điểm thuộc Ox).
- **Bước 2:** Lấy đối xứng phần đồ thị $y=f\left(|x|\right)$ nằm dưới Ox qua Ox (xóa phần nằm dưới ấy).

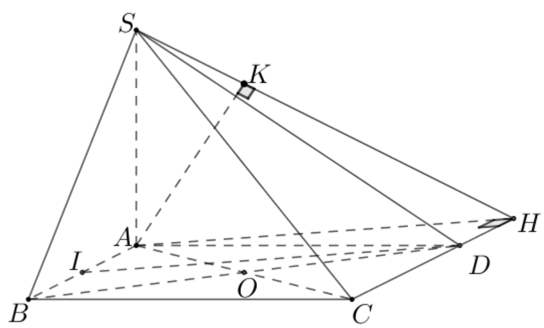
Hợp đồ thị của hai bước trên, ta có đồ thị $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ ***(hình 3)***.

Vậy hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ có 7 điểm cực trị. **Chọn C**.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc mặt phẳng đáy. Biết góc $BAC=30^0$, $SA=a$ và $BA=BC=a$. Gọi D là điểm đối xứng của B qua AC. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{21}}{7}a$. **B.** $\dfrac{\sqrt{51}}{51}a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{17}}{68}a$. **D.** $\dfrac{\sqrt{17}}{51}a$.

Hướng dẫn giải:

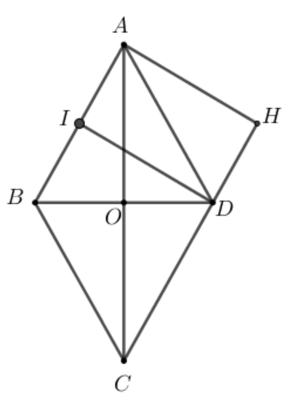


Gọi O là trung điểm AC, vì $BA=BC$ nên $BO\perp AC$. Điểm D là điểm đối xứng với B qua AC nên O là trung điểm của BD.

Ta thấy tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm O của mỗi đường nên $ABCD$ là hình bình hành, mà $BA=BC$ nên $ABCD$ là hình thoi.

Vì $BAC=30^0=BCA$ nên $ABC=120^0=ADC$, suy ra $BAD=60^0$, do vậy tam giác ABD đều.

Ta có $AB//(SCD)$ nên $\boxed{d\left(B,(SCD)\right)=d\left(A,(SCD)\right)}$



Trong $(ABCD)$, kẻ $AH\perp CD$ tại H, trong tam giác SAH, dựng đường cao AK (1).

Ta có: $\begin{cases} CD\perp AH \\ CD\perp SA \end{cases}$ nên $CD\perp(SAH)$, suy ra $CD\perp AK$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AK\perp(SCD)$, suy ra

$$\boxed{d\left(A,(SCD)\right)=AK=\frac{SA.AH}{\sqrt{SA^2+AH^2}}} \quad (*)$$

Xét ΔABD đều cạnh a với I là trung điểm AB, ta có $DI\perp AB$, $DI\perp CD$ và $DI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vì $\begin{cases} AI//DH \\ AH//DI \end{cases}\Rightarrow AIDH$ là hình bình hành, suy ra $AH=DI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thay vào công thức (*), ta được: $d\left(A,(SCD)\right)=AK=\dfrac{a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2+\dfrac{3a^2}{4}}}=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $d\left(B,(SCD)\right)=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **Chọn A**.

Câu 46. Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trong đoạn $[-2022;2022]$ thỏa mãn bất phương trình sau $16^x+25^x+36^x\le 20^x+24^x+30^x$.

A. 3. **B.** 2022. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải:

Ta có $16^x+25^x+36^x\le 20^x+24^x+30^x \Leftrightarrow 4^{2x}+5^{2x}+6^{2x}\le 4^x.5^x+4^x.6^x+5^x.6^x$

$\Leftrightarrow 2\left[\left(4^x\right)^2+\left(5^x\right)^2+\left(6^x\right)^2\right]-\left(2.4^x.5^x+2.4^x.6^x+2.5^x.6^x\right)\le 0 \Leftrightarrow \left(4^x-5^x\right)^2+\left(4^x-6^x\right)^2+\left(5^x-6^x\right)^2\le 0$

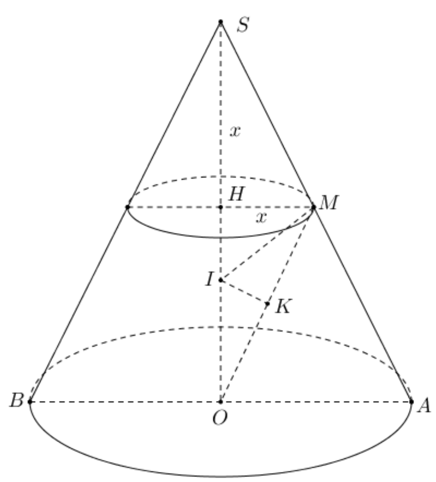
$$\Leftrightarrow \begin{cases}4^x-5^x=0\\4^x-6^x=0\\5^x-6^x=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}\left(\frac{4}{5}\right)^x=1\\\left(\frac{4}{6}\right)^x=1\\\left(\frac{5}{6}\right)^x=1\end{cases}\Leftrightarrow x=0\in[-2022;2022].$$

Vậy có 1 giá trị nguyên của x trong đoạn $[-2022;2022]$ thỏa mãn bất phương trình. **Chọn C.**

Câu 47. Cho hình nón đỉnh S, đường tròn đáy tâm O bán kính $r=3$, đường cao $SO=3$. Mặt phẳng (P) di động luôn vuông góc với SO tại điểm H và cắt mặt nón theo giao tuyến là đường tròn (C). Mặt cầu (T) chứa (C) và tiếp xúc với đáy hình nón tại O. Thể tích khối cầu (T) đạt giá trị nhỏ nhất gần với giá trị nào sau đây?

A. $8,2$. **B.** $8,3$. **C.** $8,0$. **D.** $8,1$.

Hướng dẫn giải:



Gọi ΔSAB là thiết diện qua trục của hình nón (S).

Gọi I là tâm khối cầu (T), M là giao điểm của (C) và SA

$\Rightarrow (T)$ có bán kính $\boxed{R=IM=IO}$.

Thể tích khối cầu (T) nhỏ nhất khi và chỉ khi R nhỏ nhất.

Xét tam giác SOA vuông cân tại O (vì $SO=OA=3$) nên

$SAO=45^0 \Rightarrow SMH=45^0 \Rightarrow \Delta SHM$ vuông cân tại H.

Đặt $HM=x=SH$; gọi K là trung điểm OM, suy ra $IK\perp OK$.

Từ đây ta có:

$$R=\frac{OK}{\cos SOM}=\frac{OM}{2\cos SOM}=\frac{\sqrt{x^2+(3-x)^2}}{2.\dfrac{3-x}{\sqrt{x^2+(3-x)^2}}}=\frac{2x^2-6x+9}{2(3-x)}.$$

$$R=\frac{2x(x-3)+9}{2(3-x)}=-x+\frac{9}{2(3-x)}=\underbrace{(3-x)+\frac{9}{2(3-x)}}_{AM-GM}-3\ge 2\sqrt{\frac{9}{2}}-3=\underbrace{3\sqrt{2}-3}_{\approx 1,24264}.$$

Do vậy $R_{\text{Min}}=3\sqrt{2}-3$; khi đó $(3-x)=\dfrac{9}{2(3-x)}\Rightarrow x=\dfrac{6-3\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích nhỏ nhất của khối cầu (T) là: $V_{\text{Min}}=\dfrac{4\pi R^3}{3}=\dfrac{4\pi.\left(3\sqrt{2}-3\right)^3}{3}\approx 8,03758$. **Chọn C.**

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2022;2022]$ để bất phương trình $f\left(\sqrt{x-1}+1\right)\le m$ có nghiệm?

A. 2022. **B.** 2025. **C.** 4044. **D.** 4045.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $x\ge 1$. Đặt $g(x)=f\left(\sqrt{x-1}+1\right)$, ta có: $g'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}.f'\left(\sqrt{x-1}+1\right)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\ f'\left(\sqrt{x-1}+1\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\ \left[\begin{array}{l}\sqrt{x-1}+1=1\\ \sqrt{x-1}+1=3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\ \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=5\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=5.$$

Ta có: $g(1)=f(1)=4;\quad g(5)=f(3)=-2$. Bảng biến thiên của $g(x)$:

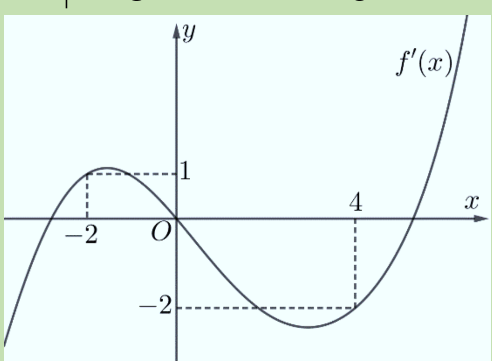
x	1		5		$+\infty$
$g'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$g(x)$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó, bất phương trình $f\left(\sqrt{x-1}+1\right)\le m$ có nghiệm $x\in[1;+\infty)$ $\Leftrightarrow m\ge -2$.

Mặt khác, do m nguyên thuộc $[-2022;2022]$ nên $m\in\{-2;-1;0;...;2022\}$.

Vậy có 2025 số nguyên m thỏa mãn đề bài. **Chọn B.**

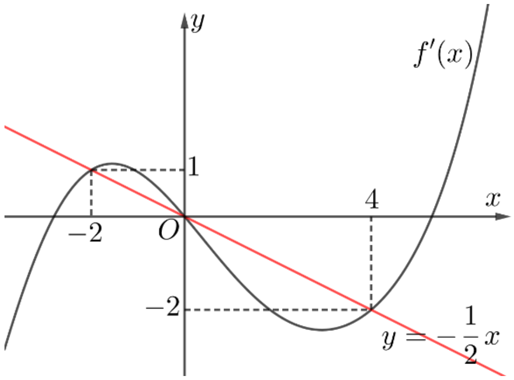
Câu 49. Cho hàm số đa thức $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $f(0)=0$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình sau.Hàm số $g(x)=\left|4f(x)+x^2\right|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(4;+\infty)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;0)$.

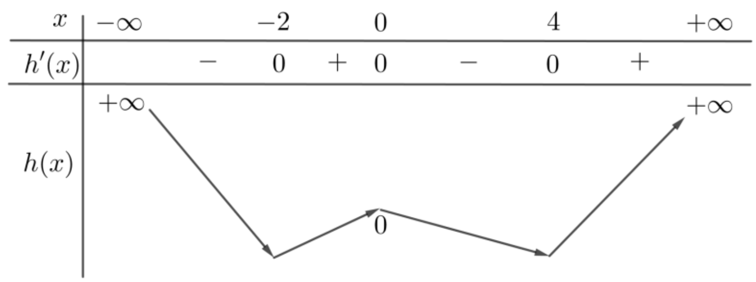
Hướng dẫn giải:

Xét hàm $h(x)=4f(x)+x^2$ trên $\mathbb{R}$; $h'(x)=4f'(x)+2x=4\left[f'(x)+\dfrac{x}{2}\right]=0\Leftrightarrow \boxed{f'(x)=-\dfrac{1}{2}x}$.

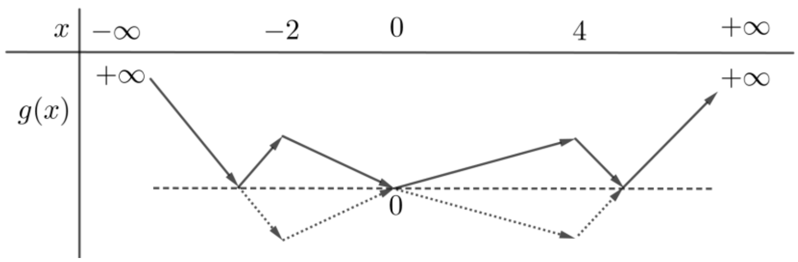


Vẽ đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2}x$ trên cùng hệ tọa độ với đồ thị $y=f'(x)$. Ta có $h'(x)=0\Leftrightarrow x\in\{-2;0;4\}$.

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau:



Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=|h(x)|$ như sau:



Dựa vào bảng biến thiên trên, ta thấy hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$. **Chọn B.**

Câu 50. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $\ln x+x(x+y)\ge \ln(4-y)+4x$. Khi biểu thức $P=8x+16y+\dfrac{1}{x}+\dfrac{147}{y}$ đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị $\dfrac{x}{y}$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(0;\dfrac{1}{4}\right)$. **D.** $(1;2)$.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x>0 \\ 0<y<4 \end{cases}$. Khi đó: $\ln x+x(x+y)\ge \ln(4-y)+4x$

$\Leftrightarrow \ln x+x^2\ge \ln(4-y)+x(4-y) \Leftrightarrow \ln x+\ln x+x^2\ge \ln x+\ln(4-y)+x(4-y)$

$\Leftrightarrow \boxed{\ln x^2+x^2\ge \ln\left[x(4-y)\right]+x(4-y)}$ $(*)$.

Xét hàm số $f(t)=\ln t+t$ trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có: $f'(t)=\dfrac{1}{t}+1>0,\ \forall t>0$.

Do đó hàm số $f(t)$ là hàm đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Vì vậy, $(*)$ trở thành: $f(x^2)\ge f(x(4-y))\Leftrightarrow x^2\ge x(4-y)\Leftrightarrow \boxed{x+y\ge 4}$ (do $x;y>0$).

Ta có: $\underbrace{P=8x+16y+\dfrac{1}{x}+\dfrac{147}{y}=4\left(\underbrace{x+y}_{\ge 4}\right)+\left(\underbrace{4x+\dfrac{1}{x}}_{AM-GM}\right)+\left(\underbrace{12y+\dfrac{147}{y}}_{AM-GM}\right)}_{???}$

$$\geq 4.4+2\sqrt{4x.\frac{1}{x}}+2\sqrt{12y.\frac{147}{y}}=104.$$

Dấu bằng xảy $\Leftrightarrow x=\frac{1}{2},\ y=\frac{7}{2}$. Suy ra $\frac{x}{y}=\frac{1}{2}:\frac{7}{2}=\frac{1}{7}\approx 0.1429\in\left(0;\frac{1}{4}\right)$. **Chọn C.**

Nhận xét: Chìa của bài này nằm ở ba chỗ: thứ nhất là xây dựng được hàm đặc trưng, thứ hai là tìm được điều kiện $x+y\geq 4$, thứ ba là nhóm các cụm và sử dụng bất đẳng thức $AM-GM$. Trong đó bước ngoặt thứ ba là khó nhất, làm sao để nhóm được $P=4\left(\underbrace{x+y}_{\geq 4}\right)+\left(\underbrace{4x+\frac{1}{x}}_{AM-GM}\right)+\left(\underbrace{12y+\frac{147}{y}}_{AM-GM}\right)$?

Ta dùng ***phương pháp cân bằng hệ số bất đẳng thức*** như sau:

Xét $P=\alpha(x+y)+(8-\alpha)x+(16-\alpha)y+\frac{1}{x}+\frac{147}{y}=\alpha\left(\underbrace{x+y}_{\geq 4}\right)+\left[\underbrace{(8-\alpha)x+\frac{1}{x}}_{AM-GM}\right]+\left[\underbrace{(16-\alpha)y+\frac{147}{y}}_{AM-GM}\right]$.

Ta cần: $\begin{cases}(8-\alpha)x=\frac{1}{x}\\(16-\alpha)y=\frac{147}{y}\\x+y=4\ (x,\ y>0)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{\sqrt{8-\alpha}}\\y=\sqrt{\frac{147}{16-\alpha}}\\x+y=4\end{cases}\Rightarrow\frac{1}{\sqrt{8-\alpha}}+\sqrt{\frac{147}{16-\alpha}}=4\Rightarrow\underset{CASIO}{\alpha=4}$.

ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KÌ I

MÔN TOÁN – LỚP 12

ĐỀ SỐ 06

Trắc nghiệm: 50 câu — Thời gian: 90 phút

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{4-x}$ là:

A. $y=2$. **B.** $y=\dfrac{3}{4}$. **C.** $y=-3$. **D.** $x=-3$.

Câu 2. Biết rằng đường thẳng $y=-2x+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+x+2$ tại điểm duy nhất có tọa độ $\left(x_0;y_0\right)$. Tìm y_0.

A. $y_0=4$. **B.** $y_0=0$. **C.** $y_0=-1$. **D.** $y_0=2$.

Câu 3. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và thể tích của khối chóp $V=24$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. 8. **B.** 24. **C.** 4. **D.** 12.

Câu 4. Cho hình trụ có diện tích xung quanh là $S_{xq}=8\pi$ và độ dài bán kính $R=2$. Khi đó độ dài đường sinh bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 4.

Câu 5. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

x	$-\infty$		-6		0		6		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-5	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

A. $x=-6$.

B. $x=-5$.

C. $x=6$.

D. $x=5$.

Câu 6. Tìm m để phương trình $x^4-4x^2-m+3=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

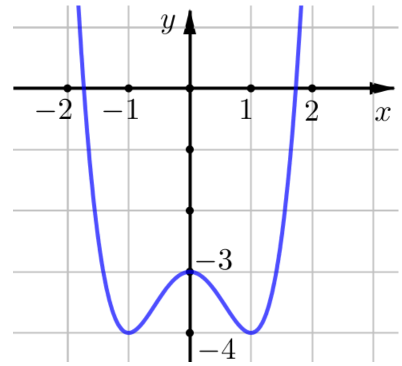
A. $m>4$. **B.** $-1<m<3$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m=-7 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m>3 \end{array}\right.$.

Câu 7. Hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển đa thức $(2+x)^{15}$ là

A. $2^9C_{15}^6$. **B.** $2^{10}C_{15}^5$.

C. $2^9C_{15}^5$. **D.** $2^{10}C_{15}^6$.

Câu 8. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=x^3-4x+3$.

B. $y=x^4-2x^2-3$.

C. $y=-x^3+4x-3$.

D. $y=-x^4+2x^2+3$.

Câu 9. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB=2, AD=3, AA'=4$ bằng

A. 14. **B.** 24. **C.** 20. **D.** 9.

Câu 10. Diện tích toàn phần của hình nón có đường sinh $l=5$ và bán kính đáy $r=2$ bằng

A. 18π. **B.** 10π. **C.** 14π. **D.** 20π.

Câu 11. Cho $0<a\neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

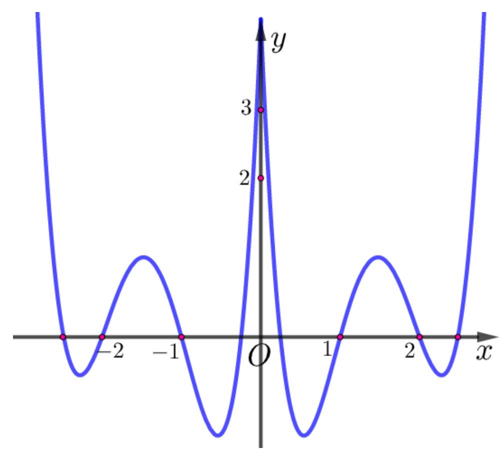
A. Tập giá trị của hàm số $y=a^x$ là tập $\mathbb{R}$.

B. Tập xác định của hàm số $y=\log_a x$ là tập $\mathbb{R}$.

C. Tập giá trị của hàm số $y=\log_a x$ là tập $\mathbb{R}$.

D. Tập xác định của hàm số $y=a^x$ là khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới dây, số điểm chung của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2$ là



A. 4.

B. 2.

C. 6.

D. 5.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+x}>\frac{1}{4}$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$.

C. $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)$.

Câu 14. Cho hàm số $y=-x^4+6x^2+1$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Điểm $A(\sqrt{3};10)$ là điểm cực tiểu của (C). **B.** Điểm $A(-\sqrt{3};10)$ là điểm cực đại của (C).

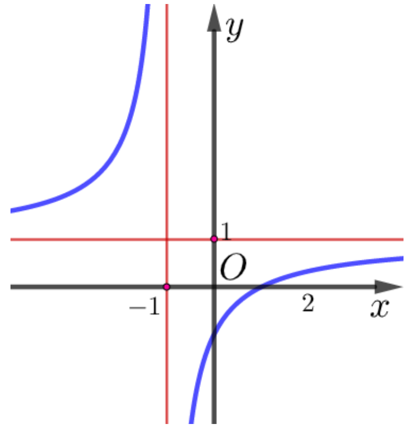
C. Điểm $A(-\sqrt{3};28)$ là điểm cực đại của (C). **D.** Điểm $A(0;1)$ là điểm cực đại của (C).

Câu 15. Tìm tập xác định D của hàm số $y=(1-x)^{\frac{2}{3}}+\log_2(x+1)$.

A. $D=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

C. $D=[-1;1]$. **D.** $D=(-1;1)$.

Câu 16. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

B. $y=\dfrac{-2x+1}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.

D. $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $f(3)<f(2)$. **B.** $f(\pi)=f(e)$. **C.** $f(\pi)>f(3)$. **D.** $f(-1)\geq f(1)$.

Câu 18. Hàm số $y=2^{2\ln x+2x^2}$ có đạo hàm y' là:

A. $\dfrac{4^{\ln x+x^2}}{\ln 2}$. **B.** $\left(\dfrac{1}{x}+2x\right)\dfrac{2^{2\ln x+2x^2}}{\ln 2}$.

C. $\left(\dfrac{1}{x}+2x\right)4^{\ln x+x^2}\ln 4$. **D.** $\left(\dfrac{1}{x}+2x\right)2^{2\ln x+2x^2}\ln 2$.

Câu 19. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+3}{x-2}$ trên $[-2;1]$. Giá trị của $M+m$ bằng

A. -5. **B.** -6. **C.** $-\dfrac{9}{4}$. **D.** $-\dfrac{25}{4}$.

Câu 20. Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh đường chéo AC ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay đó, biết $AB=2$.

A. $V=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}\pi$. **B.** $V=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\pi$. **C.** $V=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}\pi$. **D.** $V=\dfrac{6\sqrt{2}}{3}\pi$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $6a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đó.

A. $V=6a^3$. **B.** $V=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x\geq 2$ là

A. $(-\infty;-1]$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 23. Khối nón có chiều cao bằng bán kính đáy và có thể tích bằng 9π, chiều cao của khối nón đó bằng:

A. 3. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt[3]{9}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	2	$\nearrow$	$4 \;\|\|\; -\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-3x+2\right)\geq -1$ là

A $(-\infty;1)$. **B.** $[0;2)$. **C.** $[0;1)\cup(2;3]$. **D.** $(-;0]\cup[3;+\infty)$.

Câu 26. Cho khối cầu có thể tích $V=36\pi$. Bán kính của khối cầu đã cho bằng

A. $3\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 2.

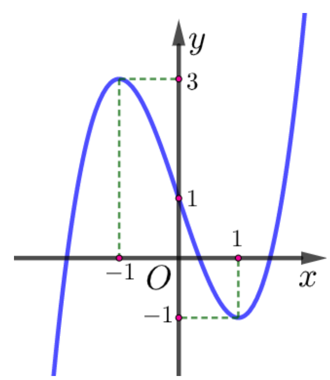
Câu 27. Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích là V; gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB và AC. Tính theo V thể tích của khối chóp $S.AB'C'$?

A. $\frac{1}{2}V$. **B.** $\frac{1}{4}V$. **C.** $\frac{1}{12}V$. **D.** $\frac{1}{3}V$.

Câu 28. Cho biết $a>1, b>1, c>1$ thoả mãn $\frac{2}{\log_a c^6}+\frac{3}{\log_b c^6}=\frac{1}{3}$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $a^2b^3=c^2$. **B.** $a^3b^2=c$. **C.** $a^2b^3=c^6$. **D.** $a^2b^3=c^{\frac{37}{6}}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $f\left(2-x\right)=m$ có đúng ba nghiệm phân biệt là



A. $(1;3)$.

B. $(-3;1)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(-1;3)$.

Câu 30. Cho tam giác đều ABC với cạnh bằng 2 có đường cao AH (H thuộc cạnh BC). Quay tam giác ABC xung quanh đường cao AH thì tạo ra một hình nón. Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đó bằng

A. $\frac{2}{3}\pi$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$. **D.** $\sqrt{3}\pi$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x+\log_2\left(10-x\right)<4$ là.

A. $(0;10)$. **B.** $(2;8)$. **C.** $(0;2)\cup(8;10)$. **D.** $\{1;9\}$.

Câu 32. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, $AA'=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 33. An có số tiền 1.000.000.000 đồng, dự định gửi tiền tại ngân hàng 9 tháng, lãi suất hàng tháng tại ngân hàng lúc bắt đầu gửi là 0,4%. Lãi gộp vào gốc để tính vào chu kì tiếp theo. Tuy nhiên, khi An gửi được 3 tháng thì do dịch Covid – 19 nên ngân hàng đã giảm lãi suất xuống còn 0,35%/tháng. An gửi tiếp 6 tháng nữa thì rút cả gốc lẫn lãi. Hỏi số tiền thực tế có được, chênh lệch so với dự kiến ban đầu của An gần số nào dưới đây nhất ?

A. 3.300.000đ. **B.** 3.000.000đ. **C.** 3.100.000đ. **D.** 3.400.000đ.

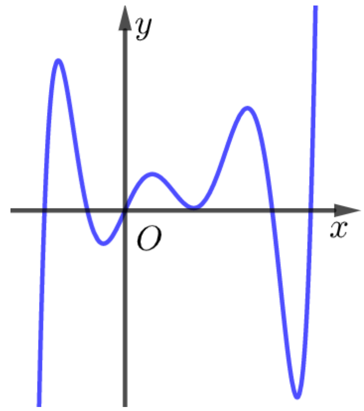
Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ chứa bao nhiêu số nguyên ?

A. 1. **B.** 0 . **C.** vô số. **D.** 2 .

Câu 35. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng -3.

A. $m = -3$. **B.** $m = 1$.
C. $m = 3$. **D.** $m = -1$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x)$ bằng



A. 5.
B. 3
C. 4.
D. 2.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $9^x - 2.6^{x+1} + (m-3).4^x = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. 35. **B.** 38.
C. 34. **D.** 33.

Câu 38. Cho khối nón có thể tích $V = 16\pi$, bán kính đáy $R = 4$. Một mặt phẳng chứa trục của khối nón, cắt khối nón theo một thiết diện có diện tích là.

A. 6 . **B.** 12 . **C.** 20 . **D.** 24 .

Câu 39. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4(x+y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a+\sqrt{b}}{2}$, với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a+b$.

A. $a+b=6$. **B.** $a+b=11$. **C.** $a+b=4$. **D.** $a+b=8$.

Câu 40. Cho biết sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức $S = Ae^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng $(r>0)$, t là thời gian tăng trưởng. Biết số vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ là 300 con. Thời gian để vi khuẩn tăng gấp đôi số ban đầu **gần nhất** với kết quả nào trong các kết quả sau?

A. 4 giờ 5 phút. **B.** 4 giờ 10 phút. **C.** 3 giờ 9 phút. **D.** 3 giờ 15 phút.

Câu 41. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được là hình vuông có diện tích bằng 16. Thể tích khối trụ bằng

A. $10\sqrt{6}\pi$. **B.** 24π. **C.** 32π. **D.** $12\sqrt{6}\pi$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \log_{0,2}(x^2 - 6x)$. Số các nghiệm nguyên thuộc nửa khoảng $(-2022;2022]$ của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

A. 2023. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2022.

Câu 43. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ có đồ thị (C). Gọi d_1, d_2 là tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $x - 9y + 1 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $\frac{32}{\sqrt{82}}$. **B.** $\frac{16}{\sqrt{82}}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Câu 44. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 12. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón.

A. $R=\dfrac{169}{24}$. **B.** $R=\dfrac{125}{24}$. **C.** $R=\dfrac{81}{24}$. **D.** $R=\dfrac{121}{24}$.

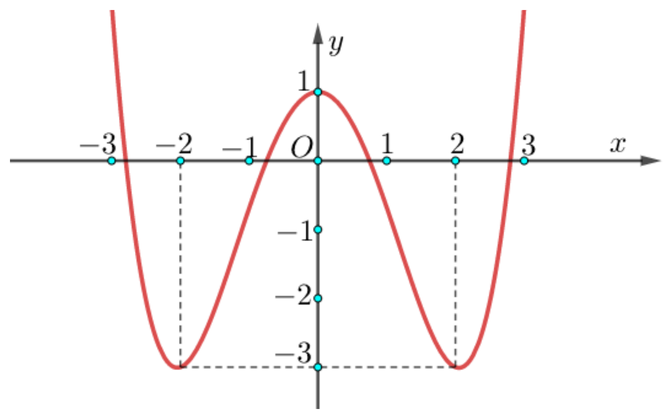
Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\left(3^{x^2-x}-9\right)\left(2^{x^2}-m\right)\le 0$ có 5 nghiệm nguyên?

A. 65021. **B.** 65024. **C.** 65022. **D.** 65023.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2a,\ AD=4a$, $SA\perp(ABCD)$, cạnh SC tạo với mặt đáy góc 30^{o}. Gọi M là trung điểm của $BC,\ N$ là điểm trên cạnh AD sao cho $DN=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SB là

A. $\dfrac{a\sqrt{35}}{14}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{35}}{7}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{35}}{7}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{35}}{7}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f(2\sin 2x)+3=0$ trong $\left[\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{4}\right]$ là



A.3. **B.**5. **C.**6. **D.**4.

Câu 48. Cho $x,\ y>0$ thỏa mãn $2^{y^2}\left[\log_2(x^2+1)-\log_2(2-y^2)+2^{x^2}\right]\le 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2(x+y)-1$ bằng

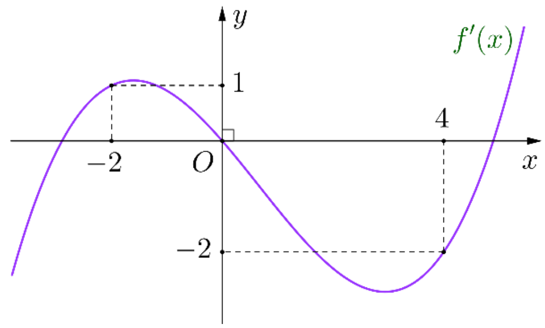
A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}+1}{2}$. **C.** $\dfrac{4-\sqrt{2}}{4}$. **D.** $2\sqrt{2}-1$.

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$; M là trung điểm CD, N là điểm trên cạnh $A'D'$ sao cho $3A'N=2D'N$. Mặt phẳng (BMN) chia khối hộp thành hai phần có thể tích lần lượt là $V_1,\ V_2$ thỏa mãn $V_1<V_2$. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. $\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{289}{511}$. **C.** $\dfrac{222}{511}$. **D.** $\dfrac{222}{289}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$, $(a\ne 0)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:

Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên thuộc khoảng $(-6;6)$ của tham số m để hàm số $g(x)=f(3-2x+m)+x^2-(m+3)x+2m^2$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Khi đó tổng giá trị các phần tử của S là



A.12.
B.9.
C.6.
D.15.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 06

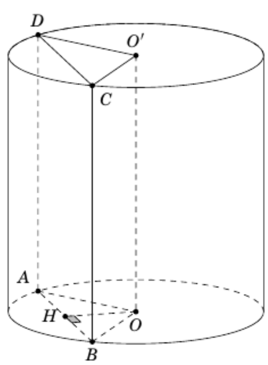
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	D	D	A	C	D	B	B	B	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	B	B	D	A	C	C	B	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	A	A	A	C	B	B	A	D	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	B	C	A	B	D	A	B	A	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	A	B	C	A	D	B	B

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 06

Câu 41. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{2}$, thiết diện thu được là hình vuông có diện tích bằng 16. Thể tích khối trụ bằng

A. $10\sqrt{6}\pi$. **B.** 24π. **C.** 32π. **D.** $12\sqrt{6}\pi$.

Hướng dẫn giải:



Thiết diện cắt bởi mặt phẳng song song với trục hình trụ là hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 16 nên ta có: $\begin{cases} AB.BC=16 \\ AB=BC \end{cases} \Rightarrow AB=BC=\boxed{4=h}$.

Gọi H là trung điểm cạnh AB, ta có: $\begin{cases} OH\perp AB \\ OH\perp BC//OO' \end{cases} \Rightarrow OH\perp(ABCD)$

$\Rightarrow d\left(O,(ABCD)\right)=d\left(OO',(ABCD)\right)=\boxed{OH=\sqrt{2}}$.

Xét ΔOHB vuông tại H, có $HB=\dfrac{AB}{2}=2$, $OH=\sqrt{2}$

$\Rightarrow OB=\sqrt{OH^2+HB^2}=\sqrt{2+4}=\boxed{\sqrt{6}=r}$. Vậy thể tích khối trụ là $V=\pi r^2h=\pi.\left(\sqrt{6}\right)^2.4=24\pi$.

Chọn B.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=\log_{0,2}\left(x^2-6x\right)$. Số các nghiệm nguyên thuộc nửa khoảng $(-2022;2022]$ của bất phương trình $f'(x)>0$ là

A. 2023. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2022.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $f'(x)>0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-6x>0 \\ \dfrac{2x-6}{(x^2-6x).\ln 0,2}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-6x>0 \\ \dfrac{2x-6}{x^2-6x}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0\vee x>6 \\ (2x-6)\left(x^2-6x\right)<0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x<0\vee x>6 \\ x<0\vee 3<x<6 \end{cases} \Leftrightarrow x<0$. Vì x thuộc $(-2022;2022]$ nên $x\in\{-2021;...;-1\}$. **Chọn C.**

Câu 43. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2$ có đồ thị (C). Gọi d_1, d_2 là tiếp tuyến của đồ thị (C) vuông góc với đường thẳng $x-9y+1=0$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $\dfrac{32}{\sqrt{82}}$. **B.** $\dfrac{16}{\sqrt{82}}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $8\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến d và đồ thị (C).

Ta có $y'=-3x^2+6x$; hệ số góc tiếp tuyến tại điểm M là $y'(x_0)=-3x_0^2+6x_0$.

Tiếp tuyến d vuông góc với $\Delta: y=\dfrac{1}{9}x+\dfrac{1}{9}$ nên có hệ số góc là $-\dfrac{1}{1/9}=-9$.

Vậy $y'(x_0)=-9\Leftrightarrow 3x_0^2-6x_0-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=3\\x_0=-1\end{array}\right.$.

Với $x_0=3$ thì $y_0=0$; phương trình tiếp tuyến là $d_1: y=-9(x-3)+0$ hay $\boxed{d_1: 9x+y-27=0}$.

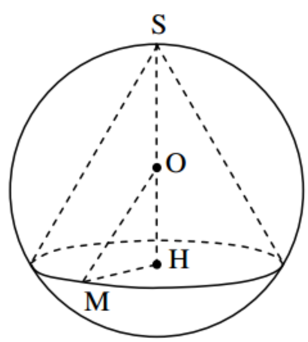
Với $x_0=-1$ thì $y_0=4$; phương trình tiếp tuyến là $d_2: y=-9(x+1)+4$ hay $\boxed{d_2: 9x+y+5=0}$.

Nhận thấy $d_1//d_2$, ta có: $d(d_1,d_2)=\dfrac{|-27-5|}{\sqrt{9^2+1^2}}=\dfrac{32}{\sqrt{82}}$. **Chọn A.**

Câu 44. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5 và chiều cao bằng 12. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình nón.

A. $R=\dfrac{169}{24}$. **B.** $R=\dfrac{125}{24}$. **C.** $R=\dfrac{81}{24}$. **D.** $R=\dfrac{121}{24}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi h, r lần lượt là chiều cao và bán kính đường tròn đáy của hình nón.

Ta có: $h=12,\ r=5$.

Gọi S là đỉnh và H là tâm đường tròn đáy của hình nón; M là một điểm bất kì thuộc đường tròn đáy, suy ra $HM=r=5$. Khi đó mặt cầu ngoại tiếp hình nón có tâm O thuộc đoạn SH và có bán kính $R=SO=OM$.

Xét tam giác OHM vuông tại H có $OM^2=OH^2+HM^2$

$\Leftrightarrow OM^2=(SH-SO)^2+HM^2\Leftrightarrow R^2=(12-R)^2+5^2$

$\Leftrightarrow R^2=144-24R+R^2+25\Leftrightarrow R=\dfrac{169}{24}$. **Chọn A.**

Câu 45. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\left(3^{x^2-x}-9\right)\left(2^{x^2}-m\right)\le 0$ có 5 nghiệm nguyên?

A. 65021. **B.** 65024. **C.** 65022. **D.** 65023.

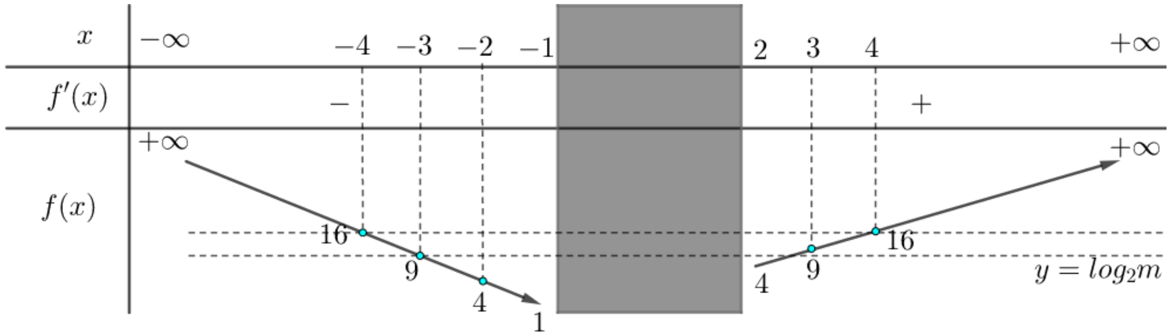
Hướng dẫn giải:

Xét bất phương trình $\left(3^{x^2-x}-9\right)\left(2^{x^2}-m\right)\le 0$ (*).

Trường hợp 1: $3^{x^2-x}-9\le 0\Leftrightarrow x^2-x\le 2\Leftrightarrow -1\le x\le 2$. Ta thấy (*) không thể có 5 nghiệm nguyên.

Trường hợp 2: $\begin{cases}3^{x^2-x}-9\ge 0\\2^{x^2}-m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le -1\\x\ge 2\end{array}\right.\\x^2\le\log_2 m\quad(m>0)\end{cases}$.

Xét hàm số $f(x)=x^2$ với $x\in(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$; $f'(x)=2x=0\Rightarrow x=0$ (loại).



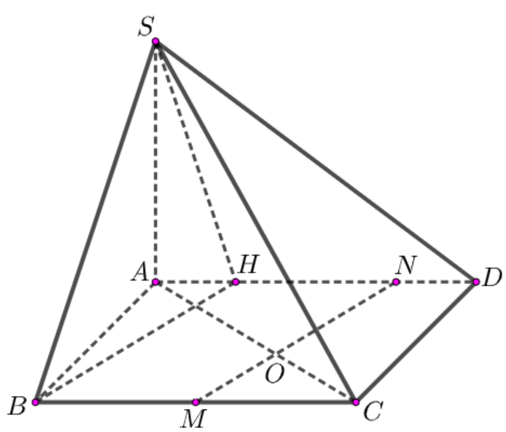
Từ bảng biến thiên ở trên, ta thấy nếu (*) có 5 nghiệm nguyên, thì 5 nghiệm đó phải là $\{-3;-2;-1;2;3\}$. Do vậy yêu cầu bài toán tương đương với $9\le\log_2 m<16\Leftrightarrow 512\le m<65536$.

Vì m nguyên nên $m\in\{512;...;65535\}$, do vậy có 65024 giá trị m thỏa mãn đề bài. **Chọn B.**

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2a$, $AD=4a$, $SA\perp(ABCD)$, cạnh SC tạo với mặt đáy góc 30°. Gọi M là trung điểm của BC, N là điểm trên cạnh AD sao cho $DN=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SB là

A. $\dfrac{a\sqrt{35}}{14}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{35}}{7}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{35}}{7}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{35}}{7}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi H thuộc cạnh AD sao cho $AH=a$. Khi đó:

$\begin{cases} HN=2a=BM \\ BM//HN \end{cases}\Rightarrow BMNH$ là hình bình hành, suy ra

$MN//BH\Rightarrow d(MN,SB)=d(MN,(SBH))$

$=d(N,\ (SBH))=\boxed{2d(A,(SBH))=2h}$; $h=d(A,(SBH))$.

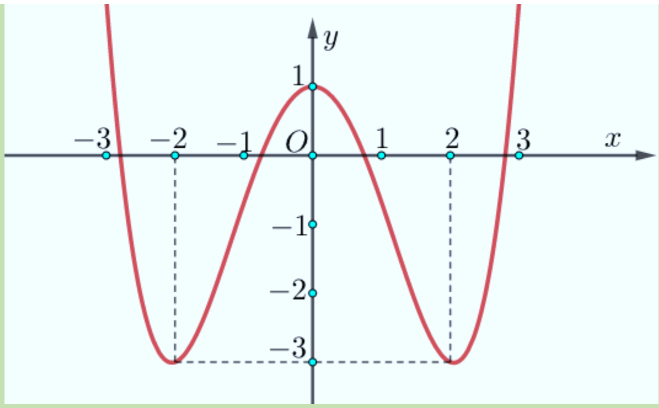
Ta có: $AC=\sqrt{4a^2+16a^2}=2\sqrt{5}a$

$\Rightarrow SA=AC.\tan 30^\circ=2\sqrt{5}a.\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}a$.

Xét tự diện $SABH$ có ba cạnh SA, AB, SH đôi một vuông góc tại A nên $\dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{AH^2}+\dfrac{1}{AS^2}+\dfrac{1}{AB^2}\Rightarrow h=\dfrac{a.\dfrac{2\sqrt{15}}{3}a.2a}{\sqrt{a^2.\dfrac{20}{3}a^2+\dfrac{20}{3}a^2.4a^2+4a^2.a^2}}=\dfrac{\sqrt{35}}{7}a$. Do đó:

$d(MN,\ SB)=2h=\dfrac{2\sqrt{35}}{7}a$. **Chọn C.**

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f(2\sin 2x)+3=0$ trong $\left[\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{4}\right]$ là



A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

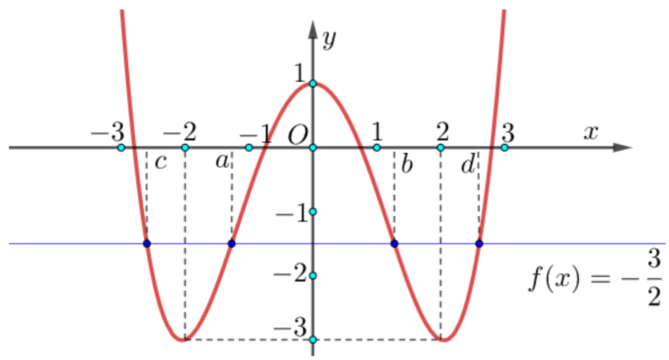
Hướng dẫn giải:

Đặt $t = 2\sin 2x$, với $x \in \left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{4}\right]$ thì ta có bảng biến thiên của t như sau:

x	$-\frac{\pi}{2}$		$-\frac{\pi}{4}$		0		$\frac{\pi}{4}$
$t = 2sin2x$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\nearrow$	2

Phương trình đã cho trở thành: $2f(t) + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow f(t) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = a \in (-2;-1) \\ t = b \in (1;2) \\ t = c < -2 \\ t = d > 2 \end{array}\right. .$$



Dựa vào bảng biến thiên hàm $t = 2\sin 2x$ ở trên, ta khẳng định:

- Phương trình $t = a \in (-2;-1)$ có hai nghiệm $x_1 \in \left(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{4}\right)$, $x_2 \in \left(-\frac{\pi}{4}; 0\right)$.
- Phương trình $t = b \in (1;2)$ có một nghiệm $x_3 \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.
- Các phương trình $t = c < -2;\ t = d > 2$ đều vô nghiệm.

Vậy phương trình $2f(2\sin 2x) + 3 = 0$ có 3 nghiệm thuộc $\left[\frac{-\pi}{2}; \frac{\pi}{4}\right]$. **Chọn A.**

Câu 48. Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $2^{y^2}\left[\log_2(x^2+1) - \log_2(2-y^2) + 2^{x^2}\right] \le 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2(x+y) - 1$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}+1}{2}$. **C.** $\frac{4-\sqrt{2}}{4}$. **D.** $2\sqrt{2}-1$.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $2 - y^2 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < y < \sqrt{2}$ mà $y > 0$ nên $0 < y < \sqrt{2}$.

Ta có: $2^{y^2}\left[\log_2(x^2+1)-\log_2(2-y^2)+2^{x^2}\right]\le 2 \Leftrightarrow \log_2(x^2+1)-\log_2(2-y^2)+2^{x^2}\le 2^{1-y^2}$

$\Leftrightarrow \boxed{\log_2(x^2+1)+\frac{1}{2}.2^{1+x^2}\le \log_2(2-y^2)+\frac{1}{2}.2^{2-y^2}}$ (1).

Đặt $f(t)=\log_2 t+\frac{1}{2}.2^t$ $(t>0)$; $f'(t)=\frac{1}{t\ln 2}+\frac{1}{2}.2^t.\ln 2>0,\ \forall t>0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Do đó: (1) $\Leftrightarrow f(x^2+1)\le f(2-y^2)\Leftrightarrow x^2+1\le 2-y^2 \Leftrightarrow \boxed{x^2+y^2\le 1}$.

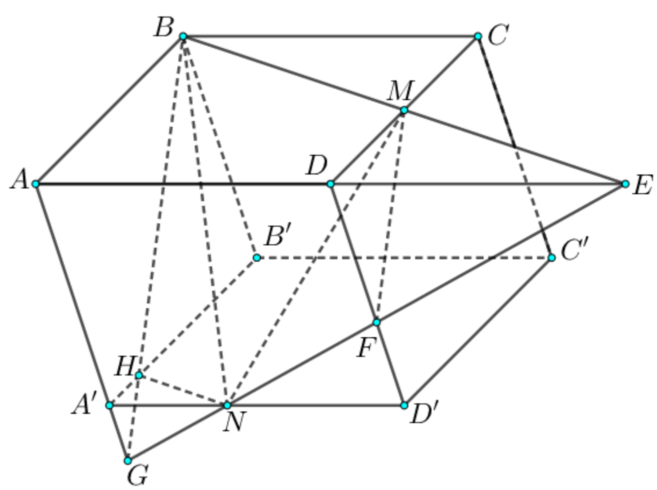
Áp dụng bất đẳng thức $B-C-S$, ta có: $1.x+1.y\le\sqrt{2}\sqrt{\underbrace{x^2+y^2}_{\le 1}}\le\sqrt{2}\Rightarrow \boxed{P=2(x+y)-1\le 2\sqrt{2}-1}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ x^2+y^2=1 \end{cases} \Rightarrow x=y=\frac{1}{\sqrt{2}}$. Vậy $P_{\text{Min}}=2\sqrt{2}-1$. **Chọn D.**

Câu 49. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$; M là trung điểm CD, N là điểm trên cạnh $A'D'$ sao cho $3A'N=2D'N$. Mặt phẳng (BMN) chia khối hộp thành hai phần có thể tích lần lượt là V_1, V_2 thỏa mãn $V_1<V_2$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng:

A. $\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{289}{511}$. **C.** $\frac{222}{511}$. **D.** $\frac{222}{289}$.

Hướng dẫn giải:



Trong $(ABCD)$, $E=BM\cap AD$; trong $(ADD'A')$, gọi $F=EN\cap DD'$, $G=EN\cap A'A$; trong $(ABB'A')$, gọi $H=GB\cap A'B'$.

Thiết diện của (BMN) và hình hộp là ngũ giác $BMFNH$. Ta thấy (BMN) chia khối hộp thành 2 phần là $ABMDFNA'H$ có thể tích V_1 và phần còn lại có thể tích V_2.

Ta có: $BC//DE\Rightarrow \frac{BM}{ME}=\frac{BC}{DE}=\frac{MC}{MD}=1\Rightarrow$ $BM=ME,\ BC=DE$ hay M là trung điểm BE, D là trung điểm AE.

Xét ΔAEG có D là trung điểm $AE,\ DF//AG\Rightarrow F$ là trung điểm GE.

Ta có: $3A'N=2D'N\Rightarrow \frac{A'N}{A'D'}=\frac{2}{5}\Rightarrow \frac{A'N}{AE}=\frac{1}{5}$

Ta có: $\frac{GN}{GE}=\frac{GA'}{GA}=\frac{GH}{GB}=\frac{1}{5}$ (theo định lý Ta-let với $A'N//AE,\ A'H//AB$).

Ta có: $\frac{V_{E.DMF}}{V_{E.ABG}}=\frac{EM}{EB}.\frac{ED}{EA}.\frac{EF}{EG}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$; $\frac{V_{G.A'HN}}{V_{G.ABE}}=\frac{GN}{GE}.\frac{GA'}{GA}.\frac{GH}{GB}=\frac{1}{5}.\frac{1}{5}.\frac{1}{5}=\frac{1}{125}$.

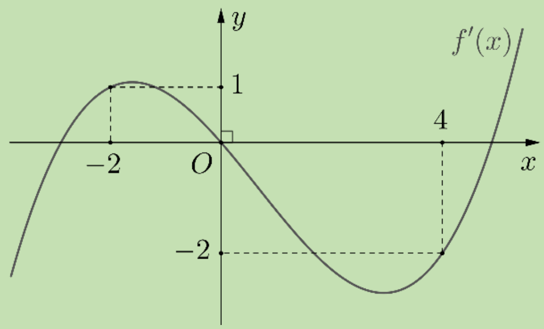
$V_1=V_{E.ABG}-V_{E.DMF}-V_{G.A'HN}=V_{E.ABG}-\frac{1}{8}V_{E.ABG}-\frac{1}{125}\underbrace{V_{G.ABE}}_{=V_{E.ABG}}=\frac{867}{1000}V_{E.AGB}$ hay $\boxed{V_1=\frac{867}{1000}V_{E.AGB}}$.

Vì $\Delta MBC = \Delta MED$ nên $S_{ABCD} = S_{\Delta ABE}$; $d_{(G,(ABCD))} = \dfrac{5}{4} d_{(A',(ABCD))}$.

Do đó: $V_{G.ABE} = \dfrac{1}{3} d_{(G,(ABCD))}.S_{\Delta ABE} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{5}{4}\underbrace{d_{(A',(ABCD))}.S_{ABCD}}_{=V_{ABCD.A'B'C'D'}} = \dfrac{5}{12} V_{ABCD.A'B'C'D'}$ hay $\boxed{V_{G.ABE} = \dfrac{5}{12} V_{ABCD.A'B'C'D'}}$

Từ đó: $V_1 = \dfrac{867}{1000}.\dfrac{5}{12} V_{ABCD.A'B'C'D'} = \dfrac{289}{800} V_{ABCD.A'B'C'D'} \Rightarrow V_2 = \dfrac{511}{800} V_{ABCD.A'B'C'D'} \Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{289}{511}$. **Chọn B.**

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, $(a \neq 0)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên thuộc khoảng $(-6;6)$ của tham số m để hàm số $g(x) = f(3-2x+m) + x^2 - (m+3)x + 2m^2$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Khi đó tổng giá trị các phần tử của S là

A. 12. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 15.

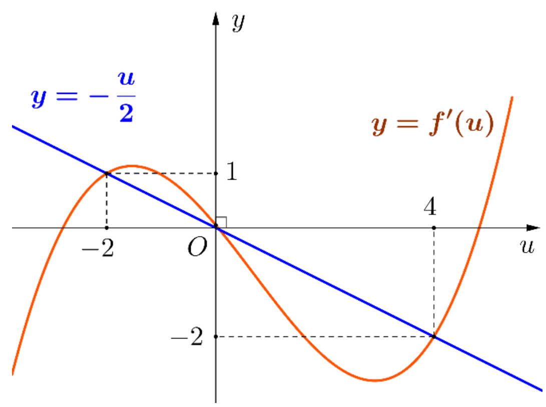
Hướng dẫn giải:

Xét hàm số $g(x) = f(3-2x+m) + x^2 - (m+3)x + 2m^2$; $g'(x) = -2f'(3-2x+m) - (3-2x+m)$.

Khi đó: $g'(x) \le 0 \Leftrightarrow \boxed{f'(3-2x+m) \ge -\dfrac{3-2x+m}{2}}$ $(*)$.

Đặt $u = 3-2x+m$, $(*)$ có dạng $\boxed{f'(u) \ge -\dfrac{u}{2}}$ $(**)$.

Xét sự tương giao đồ thị của hai hàm số $y = f'(u)$ và $y = -\dfrac{u}{2}$, ta có : $(**) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 \le u \le 0 \\ u \ge 4 \end{array}\right.$.



Suy ra: $\left[\begin{array}{l} -2 \le 3-2x+m \le 0 \\ 3-2x+m \ge 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \boxed{\left[\begin{array}{l} \dfrac{3+m}{2} \le x \le \dfrac{5+m}{2} \\ x \le \dfrac{m-1}{2} \end{array}\right.}$.

Theo giải thiết, hàm $g\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;1\right)$; khi đó: $\left[\begin{array}{l}\dfrac{3+m}{2}\le 0<1\le \dfrac{5+m}{2}\\ 1\le \dfrac{m-1}{2}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\le -3\\ m\ge -3\end{cases}\\ m\ge 3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=-3\\ m\ge 3\end{array}\right.$. Vì $\begin{cases}m\in \mathbb{Z}\\ -6<m<6\end{cases}$ nên $S=\left\{-3;3;4;5\right\}$. Tổng các phần tử của S bằng 9.

Chọn B.

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{x\sqrt[4]{x}}$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x^2\sqrt[4]{x}}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{4\sqrt[4]{x^5}}$. **C.** $y'=-\dfrac{5}{4\sqrt[4]{x^9}}$. **D.** $y'=\dfrac{5}{4}\sqrt[4]{x}$.

Câu 2. Hàm số $y=x^4-2x^2$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là ?

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 4. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R=3$ và đường sinh $l=6$ bằng

A. 54π. **B.** 36π. **C.** 18π. **D.** 108π.

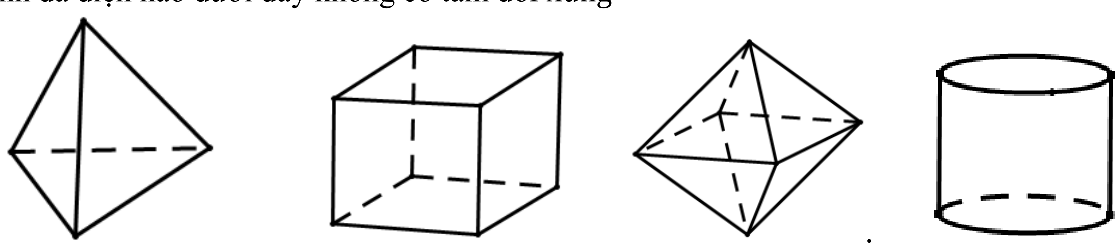
Câu 5. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Tìm tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số.

A. $(0;2)$. **B.** $(2;2)$. **C.** $(2;-2)$. **D.** $(0;-2)$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-8)=2$ là

A. 12. **B.** -4. **C.** 4. **D.** -12.

Câu 7. Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng



Tứ diện đều   Hình lập phương   Hình bát diện đều   Hình trụ

A. Tứ diện đều. **B.** Lập phương. **C.** Bát diện đều. **D.** Hình trụ.

Câu 8. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ trên $[-3;-1]$. Khi đó $M.m$ bằng

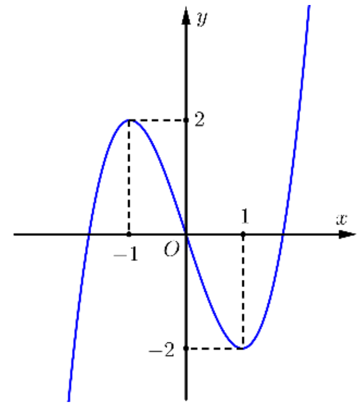
A. 0. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** -4.

Câu 9. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-3x-4\right)^{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;4\}$. **B.** $D=(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$.

C. $D=(-\infty;-1]\cup[4;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Câu 10. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)=1$ bằng



A. 2.
B. 3.
C. 0.
D. 1.

Câu 11. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $V=\sqrt{2}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 12. Cho $k\in\mathbb{N}$, $n\in\mathbb{N}$. Trong các công thức về số các chỉnh hợp và số các tổ hợp sau, công thức nào là công thức đúng?

A. $A_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$ (với $0\le k\le n$) **B.** $C_{n+1}^k=C_n^k+C_n^{k-1}$ (với $1\le k\le n$).

C. $C_{n+1}^k=C_n^{k+1}$ (với $0\le k\le n-1$). **D.** $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$ (với $0\le k\le n$).

Câu 13. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=2x^3-3x+3$ và $y=x^2-x+3$ bằng

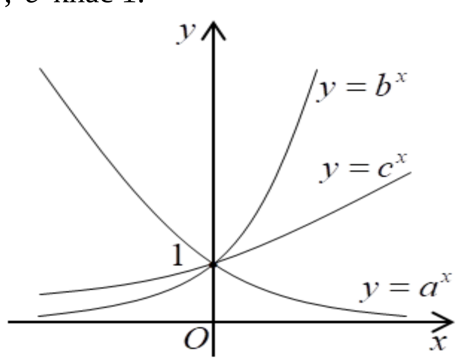
A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 14. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau.

A. $\log_2 x<0\Leftrightarrow x<1,\ \forall x>0$. **B.** $\log_{\frac{1}{5}} a>\log_{\frac{1}{5}} b\Leftrightarrow a>b,\ \forall a,b>0$.

C. $\log_{\frac{1}{2}} a=\log_{\frac{1}{2}} b\Leftrightarrow a=b,\ \forall a,b>0$. **D.** $\ln x>0\Leftrightarrow x>1,\ \forall x>0$.

Câu 15. Cho ba số thực dương a, b, c khác 1.



Đồ thị các hàm số $y=a^x$, $y=b^x$ và $y=c^x$ được cho như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

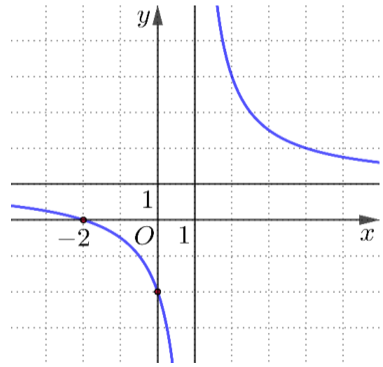
A. $1<a<b<c$. **B.** $1<a<c<b$. **C.** $0<a<1<b<c$. **D.** $0<a<1<c<b$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4a^3}{3}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{x+c}$ là có đồ thị như hình vẽ sau (đường nét đậm). Giá trị $a+2b+3c$ bằng

A. -6.
B. 2.
C. 8.
D. 0.



Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a=4\sqrt{2}$cm, cạnh bên SC vuông góc với đáy và $SC=2$cm. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và BC. Góc giữa hai đường thẳng SN và CM bằng

A. $90°$. **B.** $45°$.
C. $30°$. **D.** $60°$.

Câu 19. Tìm tập xác định của hàm số $y=\log\frac{x-2}{1-x}$

A. $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $R\setminus\{1\}$. **D.** $R\setminus\{1;2\}$.

Câu 20. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log(x-40)+\log(60-x)<2$

A. 10. **B.** Vô số. **C.** 20. **D.** 18.

Câu 21. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a và thiết diện qua trục là hình vuông. Diện tích xung quanh hình trụ đó bằng

A. πa^2. **B.** $\frac{\pi a^2}{2}$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Câu 22. Xét hàm số $y=\sqrt{4-3x}$ trên đoạn $[-1;1]$. Mệnh đề nào sau đấy đúng?

A. Hàm số có cực trị trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;1]$.

C. Hàm số đồng biến trên đoạn $[-1;1]$.

D. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$ và giá trị lớn nhất tại $x=-1$.

Câu 23. Đồ thị của hàm số $y=\frac{2x-1}{x-3}$ có đường tiệm cận ngang đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $N(2;1)$. **B.** $Q(0;1)$. **C.** $P(-1;0)$. **D.** $M(1;2)$.

Câu 24. Giải bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^x<1$.

A. $x<\log_{\frac{2}{3}}2$. **B.** $x>0$. **C.** $x<0$. **D.** $x>\log_{\frac{2}{3}}2$.

Câu 25. Cho các số thực a, b thỏa mãn $\log_2\left(2^a.4^b\right)=\log_4 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2a+4b=1$. **B.** $2a+2b=1$. **C.** $2a+4b=2$. **D.** $a+2b=2$.

Câu 26. Thể tích V của khối nón có thiết diện qua trục là một tam giác đều cạnh bằng a là

A. $V=\pi\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\pi\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\pi\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\pi\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 27. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x)=x^4-(m^2-1)x^2+2$ có một cực tiểu và không có cực đại là

A. $-1\le m\le 1$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $0<m\le 1$. **D.** $0\le m<1$.

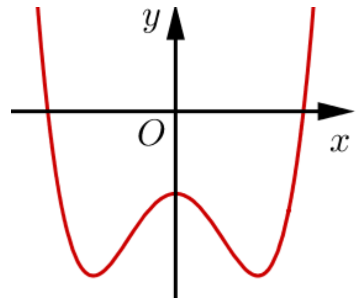
Câu 28. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(\frac{a^3}{4}\right)$ bằng

A. $2-3\log_2 a$. **B.** $3\log_2 a-2$. **C.** $2\log_2 a+3$. **D.** $2\log_2 a-3$.

Câu 29. Cho trước 5 chiếc ghế xếp thành một hàng ngang. Số cách xếp 3 bạn *A, B, C* vào 5 chiếc ghế đó sao cho mỗi bạn ngồi 1 ghế là

A. 6. **B.** C_5^3. **C.** A_5^3. **D.** 15.

Câu 30. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\ne 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Xác định dấu của a,b,c.



A. $a>0,b<0,c<0$.

B. $a>0,b<0,c>0$.

C. $a<0,b<0,c<0$.

D. $a>0,b>0,c<0$.

Câu 31. Diện tích mặt cầu (S) tâm I đường kính bằng a là

A. πa^2. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $\frac{\pi a^2}{4}$.

Câu 32. Tính đạo hàm của hàm số $y=\ln(\sin x)$.

A. $y'=\frac{1}{\sin x}$. **B.** $y'=\frac{-1}{\sin^2 x}$. **C.** $y'=\tan x$. **D.** $y'=\cot x$.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx-\sin x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m>1$. **B.** $m\le -1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m\ge -1$.

Câu 34. Cho phương trình $3^{x^2-5}-81=0$ có hai nghiệm x_1,x_2. Tính giá trị tích $x_1.x_2$.

A. -9. **B.** 9. **C.** -6. **D.** -27.

Câu 35. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó, thể tích của khối chóp bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 36. Cho hàm số $y=\frac{x+m^2}{x+1}$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(0;2022)$ để hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

A. 2022. **B.** 2019. **C.** 2021. **D.** 2020.

Câu 37. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=2a$ và $AC=a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh góc vuông AB thì đường gấp khúc ACB tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $5\pi a^2$. **B.** $\sqrt{5}\pi a^2$. **C.** $20\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{5}\pi a^2$.

Câu 38. Một nghiên cứu cho thấy một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài sinh vật và được kiểm tra lại xem họ nhớ bao nhiêu phần trăm mỗi tháng. Sau t tháng, khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh được cho bởi công thức $M(t)=60-15\ln(t+1)$, $t>0$ (đơn vị phần trăm). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì nhóm học sinh chỉ nhớ được không vượt quá 10% danh sách đó?

A. 27 tháng. **B.** 25 tháng. **C.** 28 tháng. **D.** 24 tháng.

Câu 39. Biết phương trình $9^x-2.12^x-16^x=0$ có một nghiệm dạng $x=\log_{\frac{a}{4}}\left(b+\sqrt{c}\right)$ với a,b,c là các số nguyên dương. Giá trị biểu thức: $a+2b+3c$ bằng

A. 8. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 2.

Câu 40. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\frac{2}{3}a^3$. **B.** $V=\frac{3}{2}a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}a^3$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$?

A. 0. **B.** 3. **C.** vô số. **D.** 4.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi N là một điểm thuộc cạnh SD sao cho $DN=2SN$. Mặt phẳng (P) qua BN, song song với AC cắt SA, SC lần lượt tại M, E. Biết khối chóp đã cho có thể tích V. Tính theo V thể tích khối chóp $S.BMNE$.

A. $\frac{V}{6}$. **B.** $\frac{V}{12}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{V}{3}$.

Câu 43. Đường thẳng $x=k$ cắt đồ thị hàm số $y=\log_5 x$ và đồ thị hàm số $y=\log_5(x+4)$. Khoảng cách giữa các giao điểm là $\frac{1}{2}$. Biết $k=a+\sqrt{b}$, trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tổng $a+b$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m^4-m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục toạ độ.

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=1$.

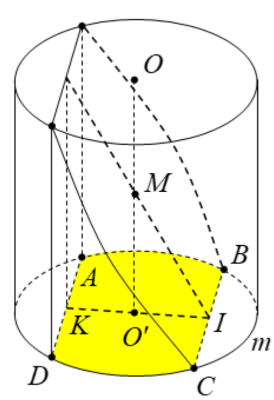
Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi có cạnh $4a$, $A'A=8a$, $BAD=120^\circ$. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm cạnh $AB', B'C, B'D$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm A, B, C, M, N, K là:

A. $12\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{28\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $16\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{40\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 46. Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn: $f^2(3-2x)=x-1-f^3(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$.

A. $y=\frac{1}{7}x-1$. **B.** $y=\frac{1}{7}x+\frac{8}{7}$. **C.** $y=\frac{1}{7}x-\frac{8}{7}$. **D.** $y=\frac{1}{7}x+1$.

Câu 47. Cho hình trụ (H) có chiều cao $h=a\sqrt{3}$ và bán kính đáy $r=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Gọi O, O' lần lượt là tâm hai đáy của (H) và M là trung điểm của OO'. Tính diện tích của thiết diện thu được khi cắt hình trụ bởi mặt phẳng qua M và tạo với đáy một góc 60°.



A. $\frac{(2+\pi)a^2}{4}$. **B.** $2a^2$.

C. $\frac{(2+\pi)a^2}{2}$. **D.** $\frac{(4+\pi)a^2}{2}$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Bất phương trình $f(x) < \sqrt{x^2 + e} + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-3; -1)$ khi và chỉ khi

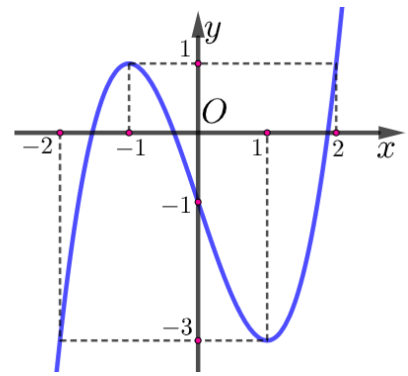
A. $m > f(-3) - \sqrt{e+9}$. **B.** $m \geq f(-1) - \sqrt{e+1}$.

C. $m \geq f(-3) - \sqrt{e+9}$. **D.** $m > f(-1) - \sqrt{e+1}$.

Câu 49. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $4^x - 2^{x+1} + 2(2^x - 1)\sin(2^x + y - 1) + 2 = 0$. Đặt $P = \sin^{2021}(y+1) + x^{2020}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P = 4$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = 0$. **D.** $P = 1$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Số giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $f(2\sin x) = f(m)$ có 5 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ là



A. 1.
B. 3.
C. 2.
D. 0.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 07

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	C	A	B	A	C	A	A	B	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	B	A	B	D	A	B	B	B	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	D	D	B	A	B	A	B	C	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	D	C	A	C	D	B	C	B	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	D	D	A	C	C	B	C	A

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 07

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x}+1}{\sqrt{1-x}+m}$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$?

A. 0. **B.** 3. **C.** vô số. **D.** 4.

Hướng dẫn giải :

Điều kiện: $\sqrt{1-x}+m\neq 0,\ \forall x\in(-3;0)\Leftrightarrow -m\neq\sqrt{1-x},$ với mọi $\sqrt{1-x}\in(1;2)$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}-m\le 1\\ -m\ge 2\end{array}\right.\Rightarrow\boxed{\left[\begin{array}{l}m\ge -1\\ m\le -2\end{array}\right.}$ (1).

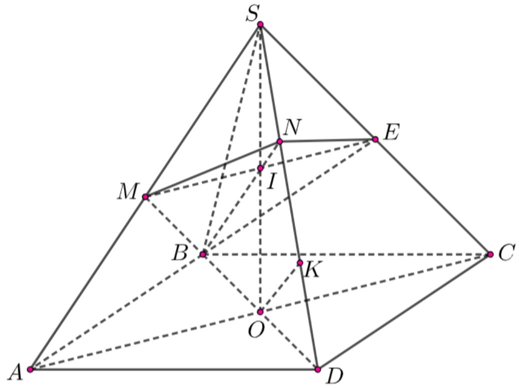
Ta có: $y'=\underbrace{\dfrac{m-1}{\left(\sqrt{1-x}+m\right)^2}}_{+}.\underbrace{\dfrac{-1}{2\sqrt{1-x}}}_{+}>0\Rightarrow -m+1>0\Rightarrow\boxed{m<1}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\left[\begin{array}{l}m\le -2\\ -1\le m<1\end{array}\right.$. Vậy có vô số giá trị nguyên của m thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi N là một điểm thuộc cạnh SD sao cho $DN=2SN$. Mặt phẳng (P) qua BN, song song với AC cắt SA, SC lần lượt tại M, E. Biết khối chóp đã cho có thể tích V. Tính theo V thể tích khối chóp $S.BMNE$.

A. $\dfrac{V}{6}$. **B.** $\dfrac{V}{12}$. **C.** $\dfrac{V}{4}$. **D.** $\dfrac{V}{3}$.

Hướng dẫn giải :



Gọi $O = AC \cap BD$ (trong $(ABCD)$) và $I = SO \cap ME$ (trong (SAC)), khi đó $(P) \equiv (BMNE)$.

Gọi K là trung điểm ND, ta có $SN = NK = KD$.
Vì OK là đường trung bình ΔBDN nên $OK // BN \Rightarrow IN // OK$ mà N là trung điểm SK nên I là trung điểm SO. Hơn nữa $ME // AC$ nên M, E lần lượt là trung điểm SA và SC.

Ta có: $\dfrac{V_{S.BMN}}{V_{S.BAD}} = \dfrac{SB}{SB}.\dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SD} = 1.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{6}$

$\Rightarrow \boxed{V_{S.BMN} = \dfrac{1}{6}V_{S.BAD} = \dfrac{1}{12}V_{S.ABCD}}$ (1).

Tương tự: $\dfrac{V_{S.BEN}}{V_{S.BCD}} = \dfrac{1}{6} \Rightarrow \boxed{V_{S.BEN} = \dfrac{1}{6}V_{S.BCD} = \dfrac{1}{12}V_{S.ABCD}}$ (2).

Cộng (1) và (2) theo vế: $V_{S.BMNE} = \boxed{V_{S.BMN} + V_{S.BEN} = \dfrac{1}{12}V_{S.ABCD} + \dfrac{1}{12}V_{S.ABCD}} = \dfrac{1}{6}V_{S.ABCD} = \dfrac{V}{6}$. **Chọn A.**

Câu 43. Đường thẳng $x = k$ cắt đồ thị hàm số $y = \log_5 x$ và đồ thị hàm số $y = \log_5(x+4)$. Khoảng cách giữa các giao điểm là $\dfrac{1}{2}$. Biết $k = a + \sqrt{b}$, trong đó a, b là các số nguyên. Khi đó tổng $a + b$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Hướng dẫn giải :

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng $x = k$ với đồ thị các hàm $y = \log_5 x,\ y = \log_5(x+4)$.
Suy ra: $A(k;\log_5 k), B(k;\log_5(k+4))$ với $k > 0$. Suy ra: $\overrightarrow{AB} = (0;\log_5(k+4) - \log_5 k)$.

Ta có: $AB = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow |\log_5(k+4) - \log_5 k| = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left|\log_5 \dfrac{k+4}{k}\right| = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_5 \dfrac{k+4}{k} = \dfrac{1}{2} \\ \log_5 \dfrac{k+4}{k} = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{k+4}{k} = \sqrt{5} \\ \dfrac{k+4}{k} = \dfrac{\sqrt{5}}{5} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 1 + \sqrt{5} \\ k = -5 - \sqrt{5} \end{array}\right.$. Do $k > 0$ nên $k = 1 + \sqrt{5} \Rightarrow a = 1,\ b = 5$. Vậy $a + b = 6$. **Chọn D.**

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^4 - m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục toạ độ.

A. $m = 2$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = \dfrac{1}{2}$. **D.** $m = 1$.

Hướng dẫn giải :

Ta có: $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$; $y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow m > 0$.
Khi đó, toạ độ các điểm cực trị là $A(0;2m^4 - m),\ B(\sqrt{m};2m^4 - m^2 - m),\ C(-\sqrt{m};2m^4 - m^2 - m)$.

Dễ thấy $A \in Oy$. Ta cần $B,\, C \in Ox$, khi đó: $2m^4 - m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ 2m^3 - m - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 1 \end{array}\right.$.

Do $m > 0$ nên ta nhận $m = 1$. **Chọn D.**

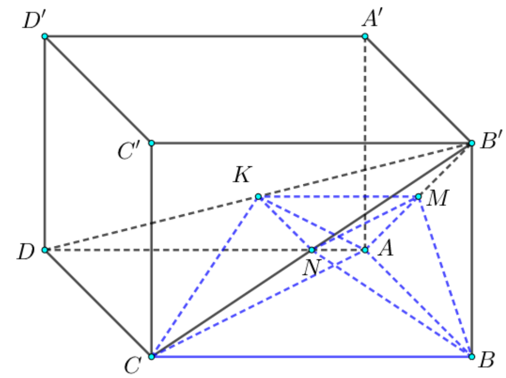
Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi có cạnh $4a$, $A'A = 8a$, $BAD = 120^\circ$. Gọi $M,\, N,\, K$ lần lượt là trung điểm cạnh $AB',\, B'C,\, B'D$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh là các điểm $A,\, B,\, C,\, M,\, N,\, K$ là:

A. $12\sqrt{3}\,a^3$. **B.** $\dfrac{28\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $16\sqrt{3}\,a^3$. **D.** $\dfrac{40\sqrt{3}}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải:

Do MN là đường trung bình của $\Delta AB'C$

$\Rightarrow MN // AC,\ MN = \dfrac{1}{2}AC$, $MNCA$ là hình thang.



$V_{MNKABC} = V_{K.MNCA} + V_{B.MNCA}$

Ta có: $\dfrac{d\left(K,(MNCA)\right)}{d\left(D,(MNCA)\right)} = \dfrac{B'K}{B'D} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \boxed{V_{K.MNCA} = \dfrac{1}{2}V_{D.MNCA}}$ mà

$\boxed{V_{B.MNCA} = V_{D.MNCA}}$ nên ta có:

$\boxed{V_{MNKABC} = \dfrac{1}{2}V_{B.MNCA} + V_{B.MNCA} = \dfrac{3}{2}V_{B.MNCA}}$ (1).

Mặt khác : $S_{\Delta B'MN} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 S_{\Delta B'AC} = \dfrac{1}{4}S_{\Delta B'AC} \Rightarrow S_{MNCA} = \dfrac{3}{4}S_{\Delta B'AC}$

$$\Rightarrow V_{B.MNCA} = \frac{3}{4}V_{B.B'AC} = \frac{3}{4}V_{B'.ABC} = \frac{3}{4}.\frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{8}V_{ABCD.A'B'C'D'}.$$

Ta có $BAD = 120^0 \Rightarrow ABC = 60^0 \Rightarrow \Delta ABC$ đều và $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = 2.\dfrac{(4a)^2\sqrt{3}}{4} = 8a^2\sqrt{3}$.

Do vậy $\boxed{V_{B.MNCA} = \dfrac{1}{8}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \dfrac{1}{8}.8a.8a^2\sqrt{3} = 8a^3\sqrt{3}}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $V_{MNKABC} = \dfrac{3}{2}V_{B.MNCA} = \dfrac{3}{2}8\sqrt{3}\,a^3 = 12\sqrt{3}\,a^3$. **Chọn A.**

Câu 46. Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn: $f^2(3-2x) = x - 1 - f^3(x)$ tại điểm có hoành độ $x = 1$.

A. $y = \dfrac{1}{7}x - 1$. **B.** $y = \dfrac{1}{7}x + \dfrac{8}{7}$. **C.** $y = \dfrac{1}{7}x - \dfrac{8}{7}$. **D.** $y = \dfrac{1}{7}x + 1$.

Hướng dẫn giải:

Gọi M là tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị $y = f(x)$. Xét $f^2(3-2x) = x - 1 - f^3(x)$ (1).

Thay $x = 1$ vào (1) ta được: $f^2(1) = -f^3(1) \Leftrightarrow f^2(1)\left[f(1)+1\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(1) = 0 \\ f(1) = -1 \end{array}\right. \Rightarrow \boxed{\left[\begin{array}{l} M(1;0) \\ M(1;-1) \end{array}\right.}$.

Lấy đạo hàm 2 vế của (1) ta được: $-4f'(3-2x).f(3-2x) = 1 - 3f'(x).f^2(x)$ (2)

Thay $x = 1$ vào (2) ta được: $\boxed{-4f'(1).f(1) = 1 - 3f'(1).f^2(1)}$ (3).

$\boxed{\text{Trường hợp 1:}}$ $M(1;0)$ tức là $f(1)=0$. Thay vào (3): $0=1$ (vô lí) nên $M(1;0)$ không thỏa mãn.

$\boxed{\text{Trường hợp 2:}}$ $M(1;-1)$ tức là $f(1)=-1$. Thay vào (3): $4f'(1)=1-3f'(1)\Rightarrow \boxed{f'(1)=\dfrac{1}{7}}$.

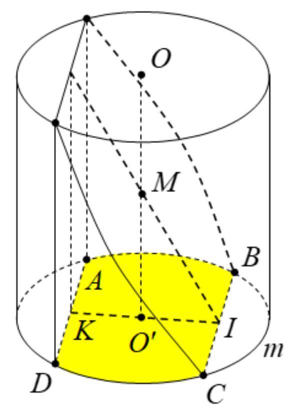
Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M(1;-1)$: $y=f'(1)(x-1)+f(1)$

$$\Leftrightarrow y=\frac{1}{7}(x-1)-1\Leftrightarrow y=\frac{1}{7}x-\frac{8}{7}.$$ **Chọn C.**

Câu 47. Cho hình trụ (H) có chiều cao $h=a\sqrt{3}$ và bán kính đáy $r=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Gọi O,O' lần lượt là tâm hai đáy của (H) và M là trung điểm của OO'. Tính diện tích của thiết diện thu được khi cắt hình trụ bởi mặt phẳng qua M và tạo với đáy một góc 60°.

A. $\dfrac{(2+\pi)a^2}{4}$. **B.** $2a^2$. **C.** $\dfrac{(2+\pi)a^2}{2}$. **D.** $\dfrac{(4+\pi)a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi BC là giao tuyến của mặt phẳng chứa thiết diện với mặt đáy chứa O', gọi S' là diện tích hình chiếu của thiết diện lên đáy. Ta thấy rằng góc tạo bởi thiết diện và mặt đáy chính là góc $MIK=60^\circ$, suy ra

$KI=\dfrac{h}{\tan 60^\circ}=a\Rightarrow O'I=\dfrac{a}{2}\Rightarrow BC=2BI=2\sqrt{r^2-O'I^2}=a$.

Ta có $BC=O'B.\sqrt{2}\Rightarrow BO'C=90^\circ$, như vậy diện tích hình quạt chứa dây cung BC là $S_q=\dfrac{1}{4}S_{(O')}=\dfrac{1}{8}\pi a^2$.

Diện tích hình viên phân BmC là $S_{BmC}=S_q-S_{O'BC}=\left(\dfrac{\pi}{8}-\dfrac{1}{4}\right)a^2$.

Do đó: $S'=S_{(O')}-2.S_{BmC}=\left(\dfrac{\pi}{2}-2\left(\dfrac{\pi}{8}-\dfrac{1}{4}\right)\right)a^2=\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}\right)a^2$.

Gọi S là diện tích thiết diện cần tìm, ta có: $\cos 60^\circ=\dfrac{S'}{S}\Rightarrow S=2\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}\right)a^2=\dfrac{(\pi+2)a^2}{2}$.

Chọn C.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Bất phương trình $f(x)<\sqrt{x^2+e}+m$ đúng với mọi $x\in(-3;-1)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(-3)-\sqrt{e+9}$. **B.** $m\ge f(-1)-\sqrt{e+1}$.

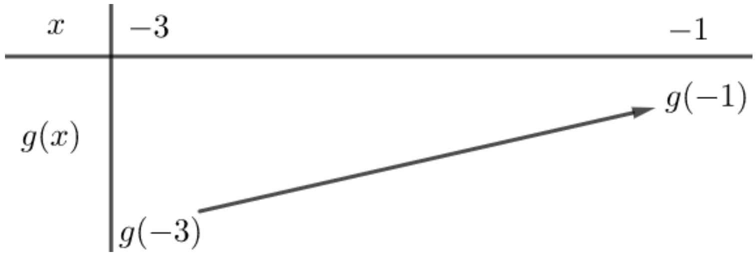
C. $m\ge f(-3)-\sqrt{e+9}$. **D.** $m>f(-1)-\sqrt{e+1}$.

Hướng dẫn giải:

Xét hàm số $g(x)=f(x)-\sqrt{x^2+e}$ với $x\in(-3;-1)$. Ta có: $g'(x)=f'(x)-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+e}}$.

Với mọi $x \in (-3;-1)$ có: $0 < f'(x) < 2,\ \dfrac{x}{\sqrt{x^2+e}} < 0 \Rightarrow g'(x) > 0$.

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;-1)$. Ta có bảng biến thiên của hàm $g(x)$:



Theo đề bài: $f(x) < \sqrt{x^2+e} + m,\ \forall x \in (-3;-1) \Leftrightarrow f(x) - \sqrt{x^2+e} \le m,\ \forall x \in (-3;-1)$

$\Leftrightarrow m \ge g(-1) \Leftrightarrow m \ge f(-1) - \sqrt{e+1}$.

Suy ra: $\max\limits_{[-3;-1]} g(x) = g(-1) = f(-1) - \sqrt{e+1}$. **Chọn B**.

Câu 49. Cho hai số thực dương x, y thỏa mãn $4^x - 2^{x+1} + 2(2^x - 1)\sin(2^x + y - 1) + 2 = 0$. Đặt $P = \sin^{2021}(y+1) + x^{2020}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P = 4$. **B.** $P = 2$. **C.** $P = 0$. **D.** $P = 1$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $4^x - 2^{x+1} + 2(2^x - 1)\sin(2^x + y - 1) + 2 = 0$

$\Leftrightarrow 4^x - 2.2^x + 1 + 2(2^x - 1)\sin(2^x + y - 1) + \sin^2(2^x + y - 1) + \cos^2(2^x + y - 1) = 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{(2^x - 1)^2 + 2(2^x - 1)\sin(2^x + y - 1) + \sin^2(2^x + y - 1)}_{(a+b)^2} + \cos^2(2^x + y - 1) = 0$

$\Leftrightarrow \left[(2^x - 1) + \sin(2^x + y - 1)\right]^2 + \cos^2(2^x + y - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases}(2^x - 1) + \sin(2^x + y - 1) = 0 \ \ (1)\\ \cos^2(2^x + y - 1) = 0 \ \ (2)\end{cases}$.

Từ (2) suy ra $\left[\begin{array}{l}\sin(2^x + y - 1) = 1\\ \sin(2^x + y - 1) = -1\end{array}\right.$.

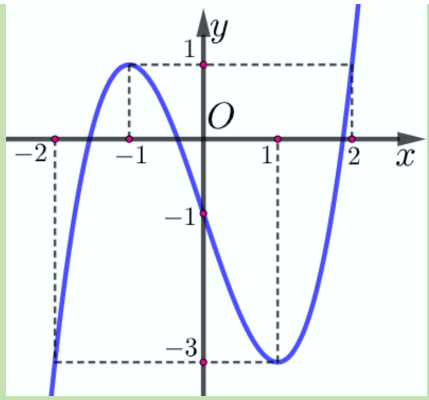
$\boxed{\text{Trường hợp 1:}}$ $\sin(2^x + y - 1) = 1$; khi đó (1) suy ra $(2^x - 1) + 1 = 0 \Rightarrow 2^x = 0$ (loại).

$\boxed{\text{Trường hợp 2:}}$ $\sin(2^x + y - 1) = -1$; khi đó (1) suy ra $(2^x - 1) - 1 = 0 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1$.

Do đó: $\sin(2^x + y - 1) = -1 = \sin(2 + y - 1) = \sin(y+1) \Rightarrow \sin^{2021}(y+1) = -1;\ x^{2020} = 1$.

Vậy : $P = \sin^{2021}(y+1) + x^{2020} = -1 + 1 = 0$. **Chọn C**.

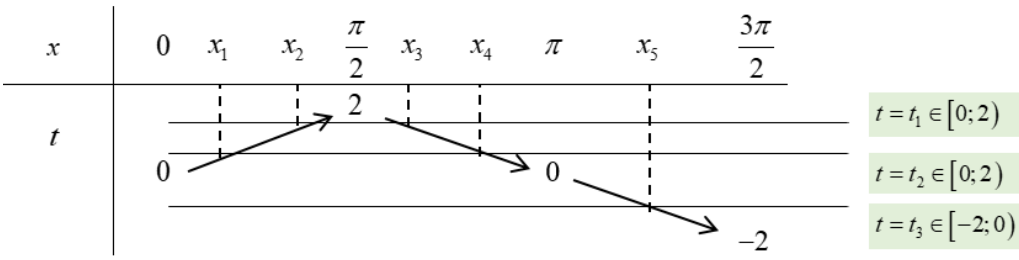
Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Số giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $f(2\sin x) = f(m)$ có 5 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{3\pi}{2}\right]$ là



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải:

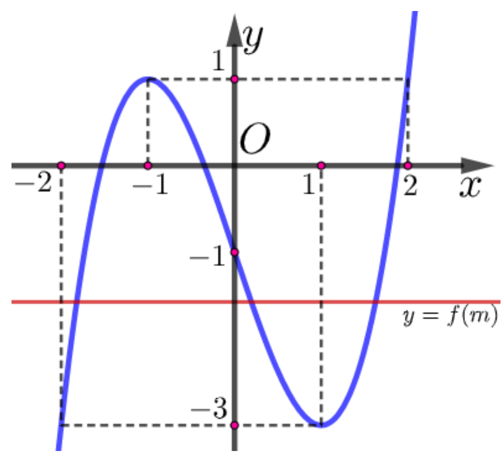
Đặt $t = 2\sin x$, ta có bảng biến thiên của t như sau:



Yêu cầu đề bài tương đương: Phương trình $f(2\sin x) = f(m)$ có ba nghiệm $t_1,\ t_2 \in [0;2),\ t_3 \in [-2;0)$.

(**Lưu ý:** $t = 2$ cho ra nghiệm kép $x = \dfrac{\pi}{2}$ nên không nhận).

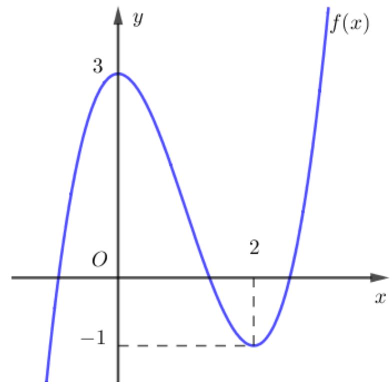
Xét phương trình $f(2\sin x) = f(m)$ có $y = f(m)$ là đường thẳng nằm ngang. Ta xem đồ thị bên:



Từ đồ thị suy ra $-3 < f(m) \le -1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 0 \le m < 1 \\ 1 < m < 2 \\ -2 < m < -1 \end{array}\right. \Rightarrow m = 0$

(vì m là số nguyên). **Chọn A**.

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây.



A. $\left(0;2\right)$.

B. $\left(2;+\infty\right)$.

C. $\left(0;+\infty\right)$.

D. $\left(-\infty;2\right)$.

Câu 2. Hình lăng trụ tam giác có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. 12. **B.** 10.
C. 6. **D.** 9.

Câu 3. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-5}$ là

A. $y=3$. **B.** $x=3$. **C.** $y=5$. **D.** $x=5$.

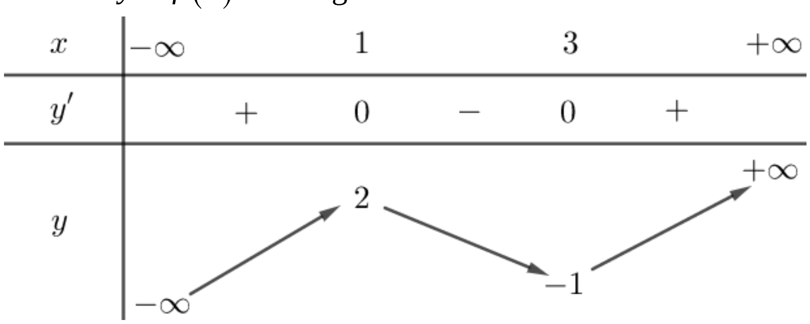
Câu 4. Cho $0<a,b\neq 1$; $n\in\mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log_a b=\dfrac{\log a}{\log b}$. **B.** $\log_{\sqrt[n]{a}} b=n\log_a b$. **C.** $\log_{\sqrt[n]{a}} b=\dfrac{1}{n}\log_a b$. **D.** $\log_a \sqrt[n]{b}=\dfrac{1}{n}\log_b a$.

Câu 5. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6. Hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình dưới:



Phương trình $f\left(x\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 7. Cho khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp bằng

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 8. Trong các hàm số sau hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{3x+1}{x+2}$. **B.** $y=x^3-2x^2+6x-1$. **C.** $y=\tan x+2$. **D.** $y=\sqrt{x^3+2x}$.

Câu 9. Khẳng định nào sau đây đúng về tính đơn điệu của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

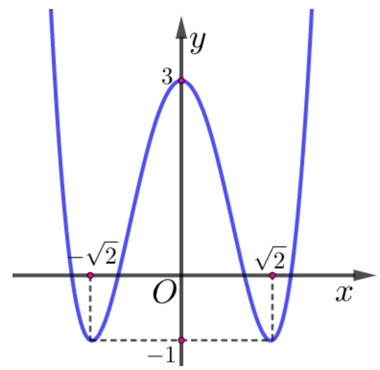
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 10. Thể tích khối nón có chiều cao bằng h, đường sinh bằng l là:

A. $\dfrac{1}{3}\pi l^2h$. **B.** $\dfrac{1}{3}\pi\left(l^2-h^2\right)h$.

C. $\pi l\sqrt{l^2-h^2}$. **D.** $\pi\left(l^2-h^2\right)h$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm



A. $x=\pm\sqrt{2}$.
B. $x=\pm 2$.
C. $x=-1$.
D. $x=3$.

Câu 12. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

A. $\left(2+\sqrt{3}\right)^{-2020}<\left(2+\sqrt{3}\right)^{-2021}$. **B.** $\left(2-\sqrt{3}\right)^{2021}>\left(2-\sqrt{3}\right)^{2020}$.

C. $\left(2+\sqrt{3}\right)^{2020}>\left(2+\sqrt{3}\right)^{2021}$. **D.** $\left(2-\sqrt{3}\right)^{2020}>\left(2-\sqrt{3}\right)^{2021}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $3a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-2)=2$ là

A. $x=5$. **B.** $x=4$. **C.** $x=3$. **D.** $x=6$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	-3		-2		0		1		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	1 ↘		-5	↗	0	↘	-3	↗	8

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;3]$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 8.

Câu 16. Tập xác định D của hàm số $y=\log_{\frac{2}{3}}(2024-x)$ là

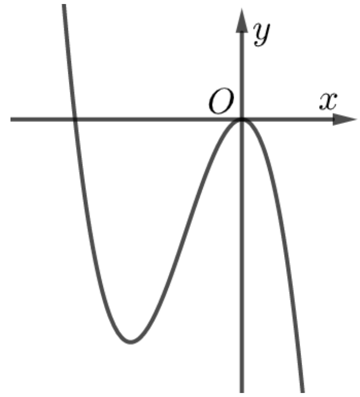
A. $D=(-\infty;2024]$. **B.** $D=(-\infty;2024)$. **C.** $D=\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$. **D.** $D=(2024;+\infty)$.

Câu 17. Hàm số $y=-x^4+4$ có điểm cực đại là

A. 4. **B.** 0.

C. $-\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 18. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3+3x$.

B. $y=-x^4+x^2$.

C. $y=-x^3-3x^2$.

D. $y=x^4+x^2$.

Câu 19. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có đường chéo $AC'=2\sqrt{6}$ bằng

A. $24\sqrt{3}$. **B.** $48\sqrt{6}$. **C.** $6\sqrt{6}$. **D.** $16\sqrt{2}$.

Câu 20. Cho mặt cầu có đường kính bằng $4a$. Thể tích khối cầu tương ứng bằng

A. $32\pi a^3$. **B.** $\frac{32\pi a^3}{3}$. **C.** $16\pi a^3$. **D.** $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 21. Tính đạo hàm của hàm số $y=3^x-\log\left(x^2+1\right)$

A. $y'=\frac{3^x}{\ln 3}-\frac{x^2+1}{\ln 10}$. **B.** $y'=\frac{3^x}{\ln 3}-\frac{1}{\left(x^2+1\right)\ln 10}$.

C. $y'=3^x\ln 3-\frac{2x\ln 10}{x^2+1}$. **D.** $y'=3^x\ln 3-\frac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 10}$.

Câu 22. Tính diện tích toàn phần S của mặt nón (N) biết thiết diện qua trục của nó là một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $2\sqrt{2}a$

A. $S=\left(2+2\sqrt{2}\right)\pi a^2$. **B.** $S=\left(4+4\sqrt{2}\right)\pi a^2$. **C.** $S=\left(2+4\sqrt{2}\right)\pi a^2$. **D.** $S=\left(4+2\sqrt{2}\right)\pi a^2$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2+3x\right)\le 2$ là:

A. $(-4;1)$. **B.** $(-4;-3)\cup(0;1)$. **C.** $[-4;-3)\cup(0;1]$. **D.** $[-4;1]$.

Câu 24. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2x+2$ và đồ thị hàm số $y=x^2-2x+3$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 25. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết rằng $AB=3$, $AC=4$, $AA'=5$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. 30. **B.** 60. **C.** 10. **D.** 20.

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x-1}<8$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 27. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{1}{2020}x^4-\frac{1}{2020}x^2+2021$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng:

A. $2021-\frac{1}{8080}$. **B.** 2020. **C.** $2021-\frac{1}{4040}$. **D.** 2021.

Câu 28. Phương trình $\frac{36}{2^{x-2}}=10+4^{\frac{x}{2}}$ có số nghiệm là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 29. Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $BC=3a$ và $AC=5a$. Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh cạnh AD thì đường gấp khúc $ABCD$ tạo thành một hình trụ có diện tích toàn phần bằng

A. $28\pi a^2$. **B.** $24\pi a^2$. **C.** $56\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

Câu 30. Đồ thị hàm số nào dưới đây có 3 tiệm cận?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}$. **D.** $y=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}$.

Câu 31. Ông A gửi số tiền 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 10 năm, nếu không rút lãi lần nào thì số tiền mà ông A nhận được gồm cả gốc lẫn lãi tính theo công thức nào dưới đây?

A. $10^8(1+0,7)^{10}$ (đồng). **B.** $10^8.(1+0,07)^{10}$ (đồng).

C. $10^8.0,07^{10}$ (đồng). **D.** $10^8.(1+0,007)^{10}$ (đồng).

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc mới mặt phẳng đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $\dfrac{2a^3}{3}$.

Câu 33. Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $\log_{27}a=\log_3\left(a\sqrt[3]{b}\right)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a^2+b=1$. **B.** $a+b^2=1$. **C.** $ab^2=1$. **D.** $a^2b=1$.

Câu 34. Biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận ngang là $y=3$. Khi đó đồ thị hàm số $y=-3f(x)+11$ có một tiệm cận ngang là:

A. $y=-4$. **B.** $y=3$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(|x|)=2022$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 36. Số nghiệm thực của phương trình $\log_4 x^2=\log_2\left(x^2-2\right)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

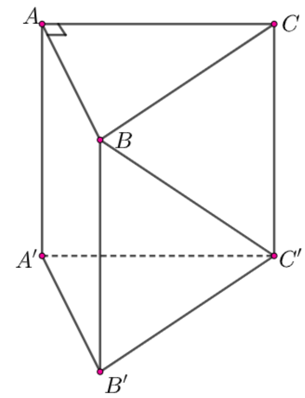
Câu 37. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a, M là trung điểm cạnh SD. Giá trị tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln^2 x+2\ln x-3<0$ là

A. $\left(e;e^3\right)$. **B.** $(e;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{e^3}\right)\cup(e;+\infty)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{e^3};e\right)$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BB' là



A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$.

B. a.

C. $\sqrt{2}a$.

D. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$.

Câu 40. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có BBT như hình vẽ. Giá trị của $a-b-c$ thuộc khoảng nào sau đây?

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	1 ↘	$-\infty$	||	$+\infty$ ↘	1

A. $\left(-1;0\right)$. **B.** $\left(-2;-1\right)$. **C.** $\left(1;2\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Câu 41. Cho khối nón có bán kính bằng 3 và khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến một đường sinh bất kì bằng $\dfrac{12}{5}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $V=12\pi$. **B.** $V=18\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=24\pi$.

Câu 42. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x-m}{x+2}$ (m là tham số). Để $\min\limits_{x\in[-1;1]} f\left(x\right)=\dfrac{1}{3}$ thì $m=\dfrac{a}{b}$, $\left(a\in\mathbb{Z},\ b\in\mathbb{N}\right)$. Tổng $a+b$ bằng

A. -10. **B.** 10. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=3$, $AD=4$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $45°$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=5$. **B.** $R=5\sqrt{2}$. **C.** $R=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R=\dfrac{5}{2}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$ ↗		4	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số $y=f\left(3x\right)$ là

A. $x=\dfrac{2}{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-3$. **D.** $x=-\dfrac{2}{3}$.

Câu 45. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+mx-1}{x-1}$ có đồ thị là (C) (m là tham số thực). Tổng bình phương các giá trị của m để đường thẳng $d: y=m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B sao cho $OA\perp OB$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương tình sau có nghiệm $m\log_{3-\sqrt{4-x}}3\ge x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}$.

A. $m\ge 2\sqrt{3}$. **B.** $m\le 12$. **C.** $m>0$. **D.** $2\sqrt{3}\le m\le 12\log_3 5$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA=BC=5a$, $SA\perp AB$ và $SC\perp CB$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là α thỏa $\cos\alpha=\dfrac{9}{16}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\dfrac{50a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{125\sqrt{7}a^3}{18}$. **C.** $\dfrac{50a^3}{9}$. **D.** $\dfrac{125\sqrt{7}a^3}{9}$.

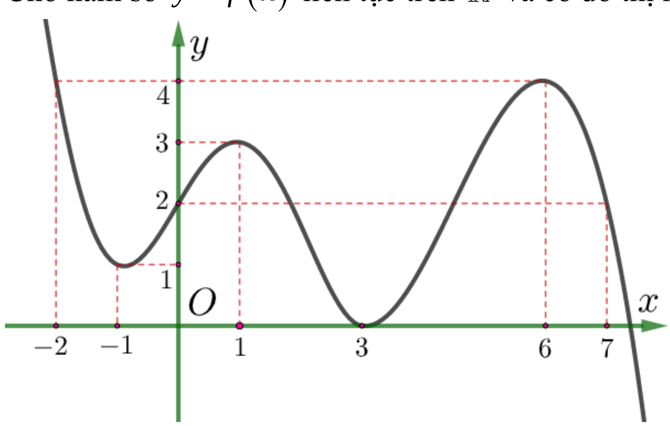
Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại số thực x thoả mãn $\log_2\left(4444+4x-2x^2\right)=2.2^{y^2}+y^2+x^2-2x-2220$?

A. 13. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 7.

Câu 49. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}$ và $y=e^{-x}+2022+3m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Có bao nhiêu số nguyên m thuộc $[-1000;1000]$ để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 3 điểm phân biệt?

A. 2022. **B.** 4044. **C.** 1674. **D.** 2001.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây:



Số nghiệm của phương trình $f(3\sin x)=3|\cos x|$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{9\pi}{2}\right)$ là

A. 16. **B.** 17. **C.** 15. **D.** 18.

HẾT

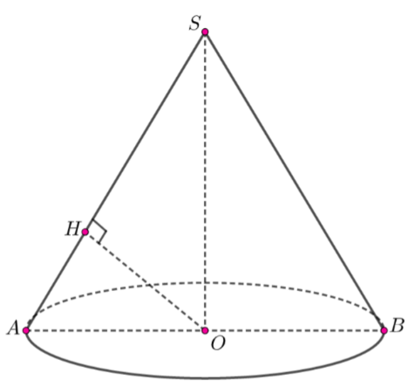
ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 08									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	D	D	B	A	A	D	B	A	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	D	D	D	D	B	B	C	D	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	A	C	B	A	D	A	B	C	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	B	D	C	A	B	A	D	B	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	C	A	A	C	B	D	C	A

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 08

Câu 41. Cho khối nón có bán kính bằng 3 và khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến một đường sinh bất kì bằng $\frac{12}{5}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $V=12\pi$. **B.** $V=18\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=24\pi$.

Hướng dẫn giải:



Gọi S, O lần lượt là đỉnh và tâm của đường tròn đáy hình nón, A là điểm thuộc đường tròn đáy hình nón đó. Gọi H là chân đường vuông góc hạ từ O đến SA.

Ta có: $OA=\boxed{r=3}$, $OH=\frac{12}{5}$.

Xét ΔSOA vuông tại O, đường cao OH, ta có:

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OS^2}\Leftrightarrow\frac{1}{OS^2}=\frac{1}{OH^2}-\frac{1}{OA^2}$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{OS^2}=\frac{1}{\left(\frac{12}{5}\right)^2}-\frac{1}{3^2}\Leftrightarrow OS^2=16\Leftrightarrow OS=\boxed{4=h}.$$

Vậy thể tích của khối chóp là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi$. **Chọn A.**

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=\frac{2x-m}{x+2}$ (m là tham số). Để $\min\limits_{x\in[-1;1]}f(x)=\frac{1}{3}$ thì $m=\frac{a}{b}$, $(a\in\mathbb{Z},\ b\in\mathbb{N})$. Tổng $a+b$ bằng

A. -10. **B.** 10. **C.** 4. **D.** -4.

Hướng dẫn giải:

Nhận xét: Hàm $f(x)=\dfrac{2x-m}{x+2}$ là ***hàm nhất biến*** liên tục trên $[-1;1]$ nên đạo hàm $f'(x)$ chỉ mang một dấu trên $[-1;1]$. Vì vậy $\min\limits_{x\in[-1;1]} f(x)=\min\{f(-1);f(1)\}$.

Trường hợp 1: $\begin{cases} f(-1)\ge f(1) \\ \min\limits_{x\in[-1;1]} f(x)=f(1)=\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-2-m}{-1+2}\ge \dfrac{2-m}{1+2} \\ \dfrac{2-m}{1+2}=\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(-2-m)\ge 2-m \\ m=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le -4 \\ m=1 \end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing.$

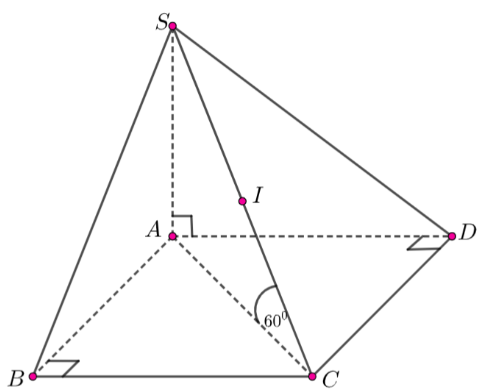
Trường hợp 2: $\begin{cases} f(-1)< f(1) \\ \min\limits_{x\in[-1;1]} f(x)=f(-1)=\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-2-m}{-1+2}< \dfrac{2-m}{1+2} \\ \dfrac{-2-m}{-1+2}=\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(-2-m)< 2-m \\ m=-\dfrac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m> -4 \\ m=-\dfrac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{m=-\dfrac{7}{3}}.$

Suy ra $a=-7,\ b=3$. Vậy $a+b=-4$. **Chọn D.**

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=3$, $AD=4$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $45°$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A. $R=5$. **B.** $R=5\sqrt{2}$. **C.** $R=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R=\dfrac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải:



Vì $SA\perp(ABCD)$ nên $\left(SC,(ABCD)\right)=\left(SC,AC\right)=SCA=45°$.

Ta có $AC=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Tam giác SAC vuông tại A có $SCA=45°$ nên $SA=AC=5$.

☺ Cách giải 1:

Ta có: $BC\perp AB,\ BC\perp SA\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB$.

Tương tự, ta cũng chứng minh được $CD\perp SD$.

Vì vậy, cả ba đỉnh A, B, D cùng nhìn đoạn SC dưới một góc 90^0, suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có tâm I là trung điểm SC, bán kính $R=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{\sqrt{SA^2+AC^2}}{2}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

☺ Cách giải 2:

Hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với $(ABCD)$ nên bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp này được tính theo công thức: $R=\sqrt{\left(\dfrac{SA}{2}\right)^2+r^2}$ với $SA=AC=5$; r là bán kính đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy (tức hình chữ nhật $ABCD$), $r=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{5}{2}$. Vậy $R=\sqrt{\left(\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(\dfrac{5}{2}\right)^2}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **Chọn C.**

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số $y=f\left(3x\right)$ là

A. $x=\dfrac{2}{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-3$. **D.** $x=-\dfrac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có $y'=3f'\left(3x\right)$; $y'=0\Leftrightarrow 3f'\left(3x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(3x\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x=-1\\3x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{3}\\x=\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$y'=f'(3x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$y=f(3x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Điểm cực tiểu của hàm số $y=f\left(3x\right)$ là $x=\dfrac{2}{3}$. **Chọn A.**

Câu 45. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+mx-1}{x-1}$ có đồ thị là $\left(C\right)$ (m là tham số thực). Tổng bình phương các giá trị của m để đường thẳng $d:y=m$ cắt đồ thị $\left(C\right)$ tại hai điểm A,B sao cho $OA\perp OB$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $\left(C\right)$ và đường thẳng d là:

$$\frac{x^2+mx-1}{x-1}=m\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\x^2+mx-1=mx-m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\g\left(x\right)=x^2+m-1=0\end{cases}.$$

d cắt đồ thị $\left(C\right)$ tại hai điểm phân biệt $A,B\Leftrightarrow g\left(x\right)=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=0-m+1>0\\g\left(1\right)=m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\boxed{m\in\left(-\infty;1\right)\setminus\left\{0\right\}}\quad (*).$$

Gọi $A\left(x_1;m\right)$, $B\left(x_2;m\right)$. Khi đó x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $g\left(x\right)=0$.

Ta có: $OA\perp OB\Leftrightarrow\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow x_1x_2+m^2=0$ (với $x_1x_2=m-1$)

$\Leftrightarrow m^2+m-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\approx 0,618 \\ m=\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\approx -1,618 \end{array}\right.$ (thỏa (*)). Khi đó: $\boxed{\left(\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)^2=3}$.

Chọn A.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương tình sau có nghiệm $m\log_{3-\sqrt{4-x}}3\geq x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}$.

A. $m\geq 2\sqrt{3}$. **B.** $m\leq 12$. **C.** $m>0$. **D.** $2\sqrt{3}\leq m\leq 12\log_3 5$.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $\begin{cases} 3-\sqrt{4-x}>0 \\ 3-\sqrt{4-x}\neq 1 \\ 0\leq x\leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x<9 \\ 4-x\neq 4 \\ 0\leq x\leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0<x\leq 4.$

Với điều kiện trên thì $3-\sqrt{4-x}>1 \Rightarrow \log_{3-\sqrt{4-x}}3>0$. Vì vậy ta có :

$$m\log_{3-\sqrt{4-x}}3\geq x\sqrt{x}+\sqrt{x+12} \Leftrightarrow m\geq \frac{x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}}{\log_{3-\sqrt{4-x}}3} \Leftrightarrow \boxed{m\geq \left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right).\log_3\left(3-\sqrt{4-x}\right)}.$$

Đặt $f(x)=\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right).\log_3\left(3-\sqrt{4-x}\right)$;

$$f'(x)=\left(\frac{3}{2}\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt{x+12}}\right)\underbrace{\log_3\left(3-\sqrt{4-x}\right)}_{+}+\left(x\sqrt{x}+\sqrt{x+12}\right).\frac{1}{\left(3-\sqrt{4-x}\right)\ln 3.2\sqrt{4-x}}$$

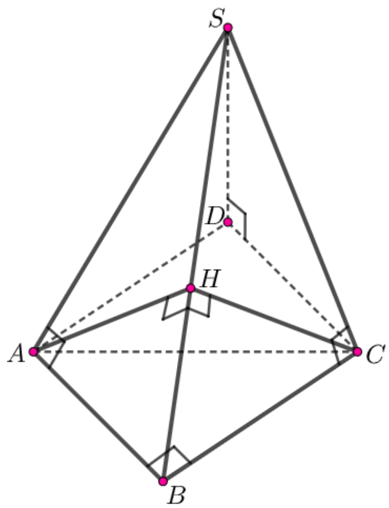
Dễ thấy $f'(x)>0,\ \forall x\in(0;4)\Rightarrow f(x)$ tăng trên $(0;4]\Rightarrow$Tập giá trị của $f(x)$ là $\boxed{T=(0;12]}$.

Vậy bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m>0$. **Chọn C.**

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA=BC=5a$, $SA\perp AB$ và $SC\perp CB$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là α thỏa $\cos\alpha=\dfrac{9}{16}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\dfrac{50a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{125\sqrt{7}a^3}{18}$. **C.** $\dfrac{50a^3}{9}$. **D.** $\dfrac{125\sqrt{7}a^3}{9}$.

Hướng dẫn giải:



Theo giả thiết $SA\perp AB$ và $SC\perp CB$ nên hai tam giác SAB, SBC là tam giác vuông có chung cạnh huyền SB, lại có $BA=BC$ nên ta có $\Delta SAB=\Delta SCB.$

Gọi H là hình chiếu của A lên SB suy ra H cũng chính là hình chiếu của C lên SB (do $\Delta SAB=\Delta SCB$ nên chân đường cao hạ từ A, C đến cạnh huyền SB phải trùng nhau) từ đây ta có $\begin{cases} AH\perp SB \\ CH\perp SB \end{cases}$, suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là góc AHC hoặc 180^0-AHC. Dễ thấy góc AHC tù nên $\cos AHC=-\dfrac{9}{16}$.

Đặt $AH=x=CH$, áp dụng định lý Cô-sin trong tam giác ACH ta có:

$AC^2=AH^2+CH^2-2AH.CH.\cos AHC$

$\Leftrightarrow 50a^2=2x^2+2x^2.\dfrac{9}{16}\Leftrightarrow \dfrac{2.25}{16}x^2=50a^2\Leftrightarrow x=4a$ hay $\boxed{AH=4a}$.

Xét tam giác vuông ΔSAB, ta có: $\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{SA^2}=\dfrac{1}{AH^2}\Leftrightarrow \dfrac{1}{25a^2}+\dfrac{1}{SA^2}=\dfrac{1}{16a^2}\Leftrightarrow \boxed{SA=\dfrac{20a}{3}}$.

Gọi D là đỉnh thứ tư của hình vuông $ABCD$.

Ta có: $\begin{cases} AB\perp SA \\ AB\perp AD \end{cases}\Rightarrow AB\perp SD$ (1); tương tự ta có $BC\perp SD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $SD\perp(ABCD)$. Xét tam giác vuông SDA có:

$$SD=\sqrt{SA^2-AD^2}=\sqrt{\left(\frac{20a}{3}\right)^2-(5a)^2}=\frac{5a\sqrt{7}}{3}.$$

Thể tích khối chóp là: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}.SD.S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{5a\sqrt{7}}{3}.(5a)^2=\dfrac{125a^3\sqrt{7}}{18}$.

Chọn B.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại số thực x thoả mãn $\log_2\left(4444+4x-2x^2\right)=2.2^{y^2}+y^2+x^2-2x-2220$?

A. 13. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 7.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $4444+4x-2x^2>0\Leftrightarrow \underbrace{1-3\sqrt{247}}_{\approx -46,15}<x<\underbrace{1+3\sqrt{247}}_{\approx 48,15}$.

Ta có: $\log_2\left(4444+4x-2x^2\right)=2.2^{y^2}+y^2+x^2-2x-2220$

$\Leftrightarrow 2\log_2\left(4444+4x-2x^2\right)=4.2^{y^2}+2y^2+2x^2-4x-4440$

$\Leftrightarrow 2\log_2\left(4444+4x-2x^2\right)+\left(4444+4x-2x^2\right)=2^{y^2+2}+2\left(y^2+2\right)$

$\Leftrightarrow 2\log_2\left(4444+4x-2x^2\right)+\left(4444+4x-2x^2\right)=2^{y^2+2}+2\log_2 2^{y^2+2}$ (1).

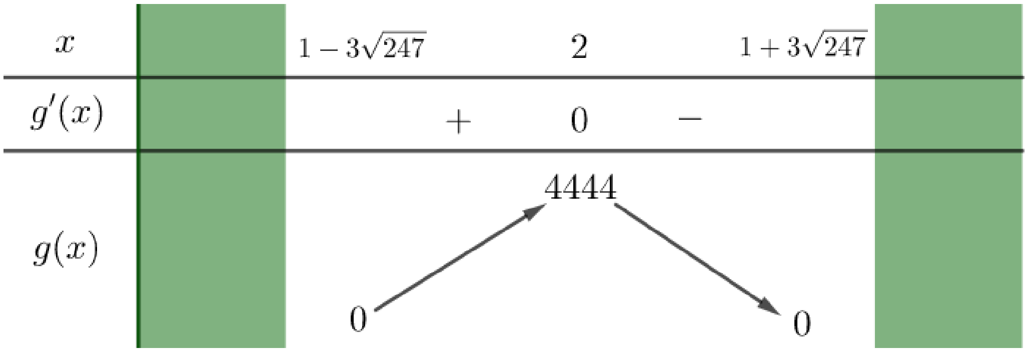
Xét hàm số $f(t)=2\log_2 t+t$ với $t>0$; ta có: $f'(t)=\dfrac{2}{t.\ln 2}+1>0,\ \forall t>0$.

Suy ra hàm số $f(t)=2\log_2 t+t$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Do vậy: $(1) \Leftrightarrow f\left(4444+4x-2x^2\right)=f\left(2^{y^2+2}\right) \Leftrightarrow \boxed{4444+4x-2x^2=2^{y^2+2}}$ (2).

Xét vế trái (2): $g(x)=4444+4x-2x^2$ với $\underbrace{1-3\sqrt{247}}_{\approx -46,15}<x<\underbrace{1+3\sqrt{247}}_{\approx 48,15}$.

$g'(x)=-2x+4=0 \Leftrightarrow x=2$. Bảng biến thiên $g(x)$:



Từ bảng biến thiên trên đây, ta có: $0 \le g(x) \le 4444$. Suy ra: $2^{y^2+2} \le 4444 \Rightarrow y^2+2 \le \log_2 4444$

$\Rightarrow y^2 \le -2+\log_2 4444 \Rightarrow |y| \le \underbrace{\sqrt{-2+\log_2 4444}}_{\approx 3,18}$. Vì $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

Vậy có 7 giá trị nguyên của y thoả mãn yêu cầu bài toán. **Chọn D.**

Câu 49. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}$ và $y=e^{-x}+2022+3m$ (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Có bao nhiêu số nguyên m thuộc $[-1000;1000]$ để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại 3 điểm phân biệt?

A. 2022. **B.** 4044. **C.** 1674. **D.** 2001.

Hướng dẫn giải:

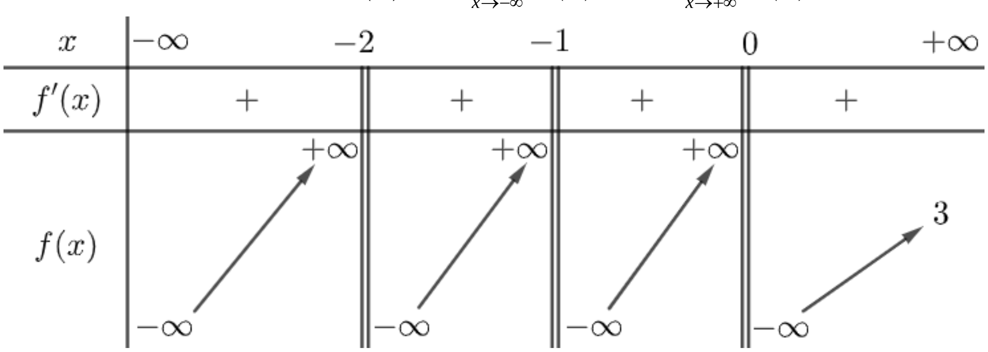
Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}=e^{-x}+2022+3m$

$\Leftrightarrow \dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}-e^{-x}=3m+2022$.

Xét hàm số: $\boxed{f(x)=\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}-e^{-x}}$ với tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;-1;0\}$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}+e^{-x}>0,\ \forall x \in D.$

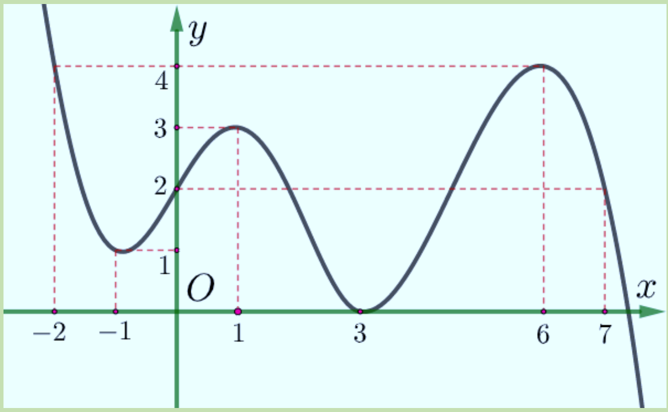
Bảng biến thiên của hàm $f(x)$ với $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty,\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$.



Ta thấy đồ thị hai hàm số cắt nhau tại 3 điểm phân biệt khi: $3m+2022 \ge 3 \Rightarrow \boxed{m \ge -673}$.

Vì m nguyên thuộc $[-1000;1000]$ và $m \ge -673$ nên $m \in \{-673;-672;...;1000\}$; vì vậy ta tìm được 1674 giá trị m thỏa mãn. **Chọn C.**

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình dưới đây:



Số nghiệm của phương trình $f(3\sin x) = 3|\cos x|$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{9\pi}{2}\right)$ là

A. 16. **B.** 17. **C.** 15. **D.** 18.

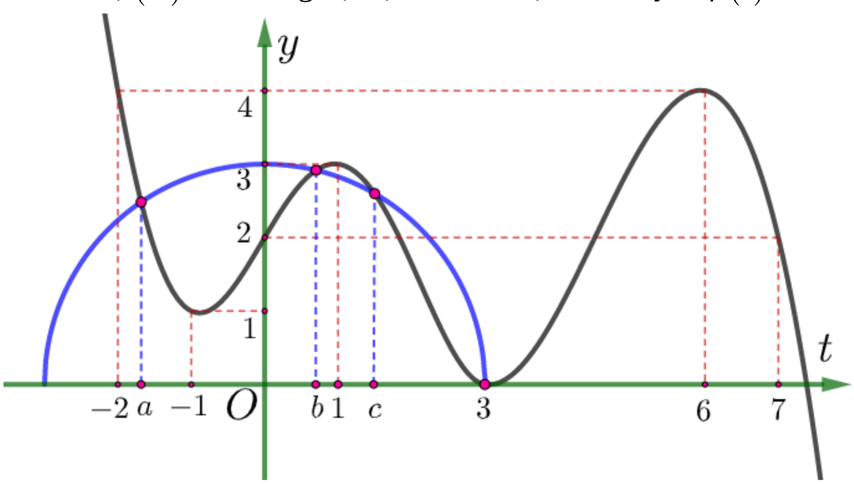
Hướng dẫn giải:

Phương trình đã cho tương đương: $f(3\sin x) = 3\sqrt{1-\sin^2 x} \Leftrightarrow f(3\sin x) = \sqrt{9-9\sin^2 x}$ (1).

Đặt $t = 3\sin x$ $(t \in [-3;3])$. Phương trình (1) trở thành $\boxed{f(t) = \sqrt{9-t^2}}$ (2).

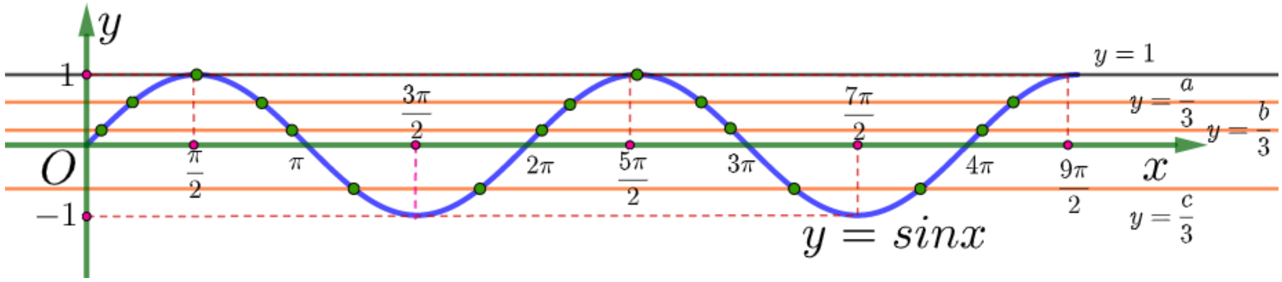
Gọi (C) là đồ thị hàm số $y = \sqrt{9-t^2}$ suy ra (C) là nửa trên đường tròn tâm O, bán kính $R = 3$.

Vẽ đồ thị (C) trên cùng hệ trục với đồ thị hàm số $y = f(t)$:



Dựa vào đồ thị, ta có $(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = a \in (-2;-1) \\ t = b \in (0;1) \\ t = c \in (1;3) \\ t = 3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = \dfrac{a}{3} \in \left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3}\right) \\ \sin x = \dfrac{b}{3} \in \left(0;\dfrac{1}{3}\right) \\ \sin x = \dfrac{c}{3} \in \left(\dfrac{1}{3};1\right) \\ \sin x = 1 \end{array}\right.$.

Xét đồ thị hàm số $y=\sin x$ với $x\in\left(0;\dfrac{9\pi}{2}\right)$, cùng với các đường thẳng $y=1,\ y=\dfrac{a}{3},\ y=\dfrac{b}{3},\ y=\dfrac{c}{3}$:



Ta thấy số giao điểm tìm được giữa các đường thẳng trên với đồ thị $y=\sin x$ khi $x\in\left(0;\dfrac{9\pi}{2}\right)$ là 16.

Vậy phương trình đã cho có 16 nghiệm. **Chọn A**.

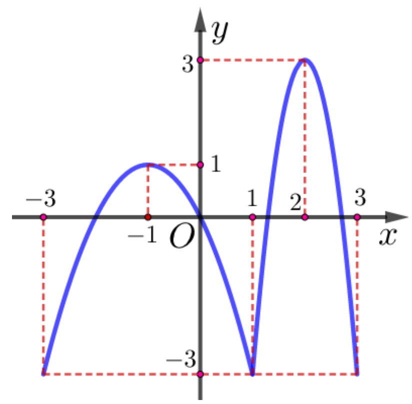
ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KÌ I

MÔN TOÁN – LỚP 12

ĐỀ SỐ 09

Trắc nghiệm: 50 câu — Thời gian: 90 phút

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng



A. $(-3;-1)$.

B. $(-1;0)$.

C. $(1;3)$.

D. $(0;2)$.

Câu 2. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x + \dfrac{2}{x-1}$ và đường thẳng $y = 2x$.

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = -1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) và các giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = 1$; $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = 1$; $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 2$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = 2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của (C).

B. Đường thẳng $y = 1$ là tiệm cận ngang của (C).

C. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận ngang của (C).

D. Đường thẳng $x = 2$ là tiệm cận đứng của (C).

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Gọi V là thể tích của khối chóp. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $V=\frac{1}{3}SA.AB.AC$. **B.** $V=\frac{1}{6}SA.AB.AC$.

C. $V=\frac{1}{2}SA.AB.AC$. **D.** $V=\frac{1}{6}SA.AB.BC$.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y=10^x$ là

A. $y'=\frac{10^x}{\ln 10}$. **B.** $y'=10^x.\ln 10$. **C.** $y'=10^x$. **D.** $y'=10^x\log_{10}e$.

Câu 7. Cho hàm số $y=-x^4+6x^2+1$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Điểm $A\left(\sqrt{3};10\right)$ là điểm cực tiểu của (C). **B.** Điểm $A\left(-\sqrt{3};10\right)$ là điểm cực đại của (C).

C. Điểm $A\left(-\sqrt{3};28\right)$ là điểm cực đại của (C). **D.** Điểm $A(0;1)$ là điểm cực đại của (C).

Câu 8. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=2a, AA'=3a$. Tính thể tích V của khối hộp chữ nhật đó.

A. $V=a^3$ **B.** $V=2a^3$ **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=6a^3$.

Câu 9. Đồ thị hàm số nào dưới đây có ba đường tiệm cận?

A. $y=\frac{1-2x}{1+x}$. **B.** $y=\frac{1}{4-x^2}$. **C.** $y=\frac{x+3}{5x-1}$. **D.** $y=\frac{x}{x^2-x+9}$.

Câu 10. Cho một khối nón có chiều cao bằng 4 cm, độ dài đường sinh 5 cm. Tính thể tích khối nón này.

A. $15\pi\text{ cm}^3$. **B.** $12\pi\text{ cm}^3$. **C.** $36\pi\text{ cm}^3$. **D.** $45\pi\text{ cm}^3$.

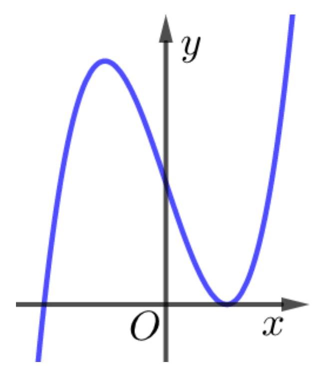
Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=1, \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(-1)\geq f(2)$. **B.** $f(-1)=f(2)$. **C.** $f(-1)>f(2)$. **D.** $f(-1)<f(2)$.

Câu 12. Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $3^a=2.3^b$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\frac{a}{b}=\log_3 2$. **B.** $b-a=\log_2 3$. **C.** $\frac{b}{a}=\log_2 3$. **D.** $a-b=\log_3 2$.

Câu 13. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=x^3-3x+2$.

B. $y=x^4-2x^2+2$.

C. $y=\frac{x+2}{x+1}$.

D. $y=-x^3+3x^2+2$.

Câu 14. Xét hàm số $y=\frac{x-1}{2x+1}$ trên $[0;1]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\max\limits_{[0;1]} y=0$. **B.** $\min\limits_{[0;1]} y=-\frac{1}{2}$. **C.** $\min\limits_{[0;1]} y=\frac{1}{2}$. **D.** $\max\limits_{[0;1]} y=1$.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $(0,5)^x\geq 1$ là

A. $(-\infty;2]$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAB là tam giác vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+2$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) mà có hệ số góc lớn nhất là

A. $y=-3x-1$. **B.** $y=-3x+1$. **C.** $y=3x-1$. **D.** $y=3x+1$.

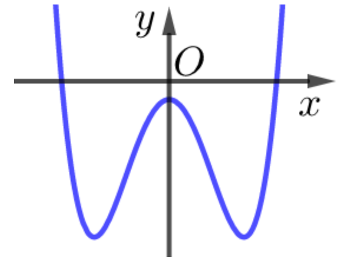
Câu 18. Từ đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq 0)$ được cho dạng như hình vẽ, ta có:

A. $a>0,\ b<0,\ c>0.$

B. $a>0,\ b>0,\ c<0.$

C. $a>0,\ b<0,\ c<0.$

D. $a<0,\ b>0,\ c<0.$



Câu 19. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA=a\sqrt{6}$ và $SA\perp(ABCD)$. Góc giữa SC và mặt đáy có số đo bằng bao nhiêu độ?

A. 60°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 90°.

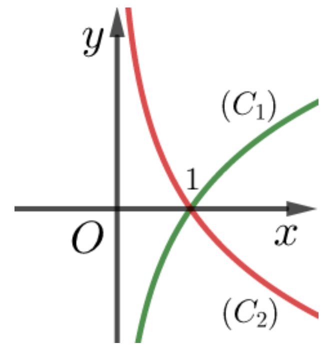
Câu 20. Cho hai hàm số $y=\log_a x,\ y=\log_b x$ (với $a,\ b$ là hai số thực dương khác 1) có đồ thị lần lượt là $(C_1),(C_2)$ như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0<a<1<b.$

B. $0<a<b<1.$

C. $0<b<1<a.$

D. $0<b<a<1.$



Câu 21. Tìm tập xác định D của hàm số $y=(1-x)^{\frac{2023}{2024}}+\log_2(x+1)$.

A. $D=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

C. $D=[-1;1]$. **D.** $D=(-1;1)$.

Câu 22. Tập tất cả các nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-x)\geq -1$ là

A. $[-1;2]$. **B.** $[-1;0)\cup(1;2]$. **C.** $(-\infty;-1]\cup(2;+\infty]$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 23. Trong không gian, cho tam giác đều ABC có cạnh bằng a và H là trung điểm của cạnh BC. Khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH tạo thành một hình nón có diện tích xung quanh bằng

A. πa^2. **B.** $\dfrac{1}{2}\pi a^2$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pi a^2$. **D.** $\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $9^{\sqrt{x-1}}=e^{\ln 81}$ là

A. $x=5$. **B.** $x=4$. **C.** $x=6$. **D.** $x=17$.

Câu 25. Cho hàm số $y=x^3-(m-2)x+2$ (với m là tham số). Hàm số đã cho có hai cực trị khi và chỉ khi

A. $m\neq 1$. **B.** $m>2$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $m<3$.

Câu 26. Có 3 quả bóng tennis được chứa vừa trọn trong một hộp hình trụ (hình vẽ bên) với chiều cao $21cm$ và bán kính $3,5cm$. Thể tích bên trong hình trụ không bị chiếm lấy bởi các quả bóng tennis (bỏ qua độ dày của vỏ hộp) bằng bao nhiêu.

A. $87,25\pi\,cm^3$.

B. $82,72\pi\,cm^3$.

C. $87,75\pi\,cm^3$.

D. $85,75\pi\,cm^3$.

Câu 27. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm nguyên âm của bất phương trình $\log_3(x+3)<2$. Tính giá trị $P=|x_1-x_2|$.

A. $P=3.$ **B.** $P=2.$ **C.** $P=1.$ **D.** $P=5.$

Câu 28. Ông Bình vừa bán một lô đất $1,2$ tỷ đồng và ông đã đến ngân hàng này gửi hết số tiền này theo kì hạn là một tháng với lãi suất kép $0,54\%$ một tháng. Mỗi tháng ông Bình rút 5 triệu đồng vào ngày ngân hàng tính lãi để chi tiêu. Hỏi sau ba năm số tiền còn lại của ông Bình là bao nhiêu (Giả sử lãi suất ngân hàng không đổi, kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

A. 1348914000 đồng. **B.** 1381581000 đồng.

C. 1258637000 đồng. **D.** 1236492000 đồng.

Câu 29. Số điểm cực trị của hàm số $y=x+\sqrt{2x^2+1}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Biết $SA=6a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $12\sqrt{3}a^3$. **B.** $24a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $6\sqrt{3}a^3$.

Câu 31. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau tại O và $OA=2$, $OB=4$, $OC=6$. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng.

A. 48. **B.** 24. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(3x+1)<\log_5(25-25x)$ là

A. $\left(-\frac{1}{3};1\right)$. **B.** $\left(\frac{6}{7};1\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{6}{7}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{3};\frac{6}{7}\right)$.

Câu 33. Cho khối nón có diện tích đáy bằng πa^2 và đường sinh $l=\sqrt{5}a.$ Tính thể tích khối nón đó.

A. $V=\frac{2}{3}\pi a^3.$ **B.** $V=\frac{8}{3}\pi a^3.$ **C.** $V=2\pi a^3.$ **D.** $V=\frac{4}{3}\pi a^3.$

Câu 34. Cho a,b,c là các số thực dương thoả mãn $a^3b^4c^5=10$. Giá trị biểu thức $3\ln a+2\ln b^2+5\ln c$ bằng

A. $\ln 10$. **B.** $-\ln 10$. **C.** 1. **D.** 10.

Câu 35. Biết x_1 và x_2 là hai nghiệm của phương trình $16^x-3.4^x+2=0$. Tích $P=4^{x_1}.4^{x_2}$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Câu 36. Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng a.

A. a^3. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+m-2$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB=2a$, $AC=a$, $SA=3a$, $SA\perp(ABC)$. Thể tích của hình chóp là

A. $V=2a^3$. **B.** $V=6a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 39. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2^2 x+3\log_2 x-4<0$

A. $\left[\frac{1}{16};2\right]$. **B.** $\left(\frac{1}{16};2\right)$.

C. $\left(-\infty;\frac{1}{16}\right)\cup(2;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{16}\right]\cup[2;+\infty)$.

Câu 40. Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn trong phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t)=S_0.e^{r.t}$. Trong đó S_0 là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng $(r>0)$, t (tính theo phút) là thời gian tăng trưởng, $S(t)$ số lượng vi khuẩn có sau thời gian t (phút). Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu có 500 con và sau 5 giờ có 1500 con. Hỏi cần bao nhiêu giờ để số lượng vi khuẩn đạt 121500 con kể từ lúc ban đầu?

A. 45 (giờ). **B.** 25 (giờ). **C.** 35 (giờ). **D.** 15 (giờ).

Câu 41. Có một giá trị m_0 của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+3x+2m-3$, đạt giá trị lớn nhất bằng 10 trên đoạn $[-1;3]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. ${m_0}^2-{m_0}^3>0$. **B.** $m_0-{m_0}^2=0$. **C.** $2m_0-3<0$. **D.** ${m_0}^2-3m_0<0$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp các giá trị của x để ba số $\log_8(4x)$, $1+\log_4 x$, $\log_2 x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Số phần tử của S là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^{\sin x}+2^{1+\sin x}-m=0$ có nghiệm.

A. $\frac{5}{4}\le m\le 8$. **B.** $\frac{5}{4}\le m\le 9$. **C.** $\frac{5}{4}\le m\le 7$. **D.** $\frac{5}{3}\le m\le 8$.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^3+3x^2+m+1}$ có đúng một tiệm cận đứng?

A. $\left[\begin{array}{l}m\le -4\\ m>0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m<-5\\ m>-1\end{array}\right.$. **C.** $-5\le m<-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\le -5\\ m>-1\end{array}\right.$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD=2$, $BA=BC=1$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=\sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Tính thể tích V của khối đa diện $SAHCD$.

A. $V=\frac{4\sqrt{2}}{9}$. **B.** $V=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\frac{2\sqrt{2}}{9}$.

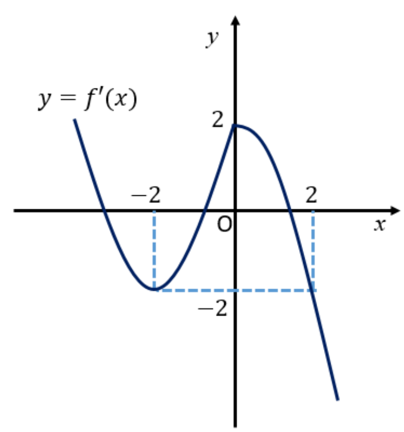
Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y=f(x+1)+x^2+2x$ đồng biến trên khoảng

A. $(-3;-2)$.

B. $(-2;-1)$.

C. $(-\infty;-5)$.

D. $(0;1)$.



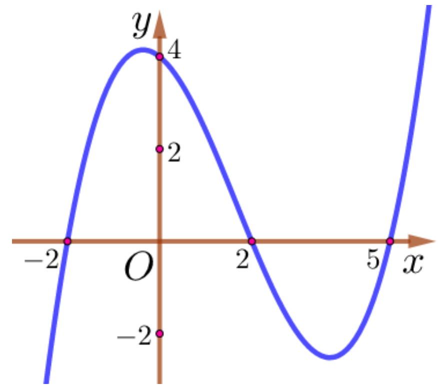
Câu 47. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\sqrt{\log x}+\sqrt{\log y}+\log\sqrt{x}+\log\sqrt{y}=100$ và $\sqrt{\log x}$, $\sqrt{\log y}$, $\log\sqrt{x}$, $\log\sqrt{y}$ là các số nguyên dương. Khi đó kết quả xy bằng

A. 10^{164}. **B.** 10^{144}. **C.** 10^{100}. **D.** 10^{200}.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $ASB = 60^0$, $BSC = 90^0$ và $CSA = 120^0$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB là

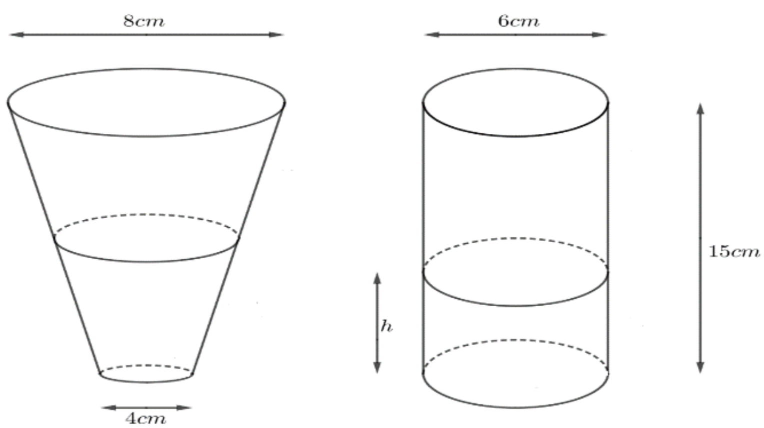
A. $\dfrac{a\sqrt{22}}{11}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{22}}{22}$.

Câu 49. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới đây. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m \in [-100;100]$ để hàm số $h(x) = \left|f^2(x) + 4f(x) + 3m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S bằng



A. 5050.
B. 5049.
C. 5047.
D. 5043.

Câu 50. Lon nước ngọt có hình trụ còn cốc uống nước có hình nón cụt (như hình vẽ minh họa dưới đây). Khi rót nước ngọt từ lon ra cốc thì chiều cao h của phần nước ngọt còn lại trong lon và chiều cao của phần nước ngọt có trong cốc là như nhau. Hỏi khi đó chiều cao h trong lon nước gần nhất số nào sau đây?



A. $9{,}18\,cm$. **B.** $14{,}2\,cm$. **C.** $8{,}58\,cm$. **D.** $7{,}5\,cm$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 09

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	A	D	A	B	B	B	D	B	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	D	A	A	C	D	D	C	A	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	B	B	A	B	D	C	C	B	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	D	A	A	B	D	A	C	B	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	A	D	A	D	A	A	B	C

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 09

Câu 41. Có một giá trị m_0 của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+3x+2m-3$, đạt giá trị lớn nhất bằng 10 trên đoạn $[-1;3]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m_0^2-m_0^3>0$. **B.** $m_0-m_0^2=0$. **C.** $2m_0-3<0$. **D.** $m_0^2-3m_0<0$.

Hướng dẫn giải :

Ta có: $y'=x^2-2x+3>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Do vậy: $\max\limits_{[-1;3]} y=y(3)=2m+6=10\Rightarrow m=\boxed{2=m_0}$. Ta có: $m_0^2-3m_0=-2<0$. **Chọn D.**

Câu 42. Gọi S là tập hợp các giá trị của x để ba số $\log_8(4x)$, $1+\log_4 x$, $\log_2 x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Số phần tử của S là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải :

Với $x>0$, ta có: $\log_8(4x)=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\log_2 x$, $1+\log_4 x=1+\frac{1}{2}\log_2 x$.

Từ giả thiết, ta có: $(1+\log_4 x)^2=\log_8(4x).\log_2 x\Leftrightarrow\left(1+\frac{1}{2}\log_2 x\right)^2=\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\log_2 x\right).\log_2 x$.

Đặt $t=\log_2 x$. Phương trình trở thành: $\left(1+\frac{t}{2}\right)^2=\left(\frac{2}{3}+\frac{t}{3}\right)t\Leftrightarrow\frac{(2+t)^2}{4}=\frac{2t+t^2}{3}$

$\Leftrightarrow 3t^2+12t+12=8t+4t^2\Leftrightarrow t^2-4t-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=6\\t=-2\end{array}\right.$.

Suy ra: $\left[\begin{array}{l}\log_2 x=6\\\log_2 x=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2^6\\x=2^{-2}\end{array}\right.$. **Chọn A.**

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $4^{\sin x}+2^{1+\sin x}-m=0$ có nghiệm.

A. $\frac{5}{4}\le m\le 8.$ **B.** $\frac{5}{4}\le m\le 9.$ **C.** $\frac{5}{4}\le m\le 7.$ **D.** $\frac{5}{3}\le m\le 8.$

Hướng dẫn giải :

Đặt $t=2^{\sin x}$; với $-1\le \sin x\le 1$ thì $\frac{1}{2}\le t\le 2.$

Phương trình trở thành: $t^2+2t-m=0\Leftrightarrow \boxed{t^2+2t=m}$ (*).

Xét hàm $f(t)=t^2+2t$ với $t\in\left[\frac{1}{2};2\right]$, ta có: $f'(t)=2t+2>0,\ \forall t\in\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Ta lại có: $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{4}$, $f(2)=8$. Hơn nữa, hàm $f(t)$ liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Vậy miền giá trị của hàm số $f(t)$ trên $\left[\frac{1}{2};2\right]$ là $\boxed{T=\left[\frac{5}{4};8\right]}$.

Phương trình đã cho có nghiệm $x\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có nghiệm $t\in\left[\frac{1}{2};2\right]\Leftrightarrow \frac{5}{4}\le m\le 8$. **Chọn A.**

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^3+3x^2+m+1}$ có đúng một tiệm cận đứng?

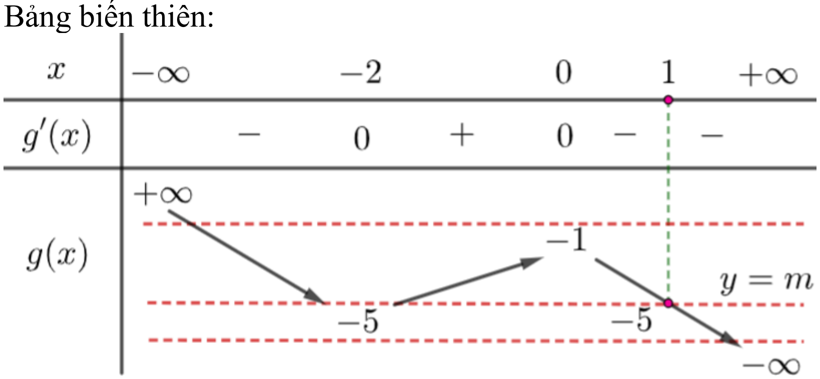
A. $\left[\begin{array}{l}m\le -4\\ m>0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m<-5\\ m>-1\end{array}\right.$. **C.** $-5\le m<-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\le -5\\ m>-1\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải:

Xét phương trình $x^3+3x^2+m+1=0\Leftrightarrow \boxed{m=-x^3-3x^2-1}$ (*).

Đặt $g(x)=-x^3-3x^2-1$ với $x\in\mathbb{R}$. Ta có: $g'(x)=-3x^2-6x=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



$\boxed{\text{Xét } m=-5:}$ ta thấy đường thẳng $y=-5$ cắt đồ thị $g(x)=-x^3-3x^2-1$ tại hai điểm có hoành độ: $x=-2$ (nghiệm kép), $x=1$ (nghiệm đơn). Vì vậy $x^3+3x^2+m+1=0\overset{m=-5}{=}(x+2)^2(x-1)$. Khi đó hàm số ban đầu trở thành: $y=\frac{x-1}{(x+2)^2(x-1)}=\frac{1}{(x+2)^2}$. Đồ thị tương ứng có một tiệm cận đứng $x=-2$.

$\boxed{\text{Xét } m\ne -5:}$ Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ (*) có một nghiệm duy nhất khác 1

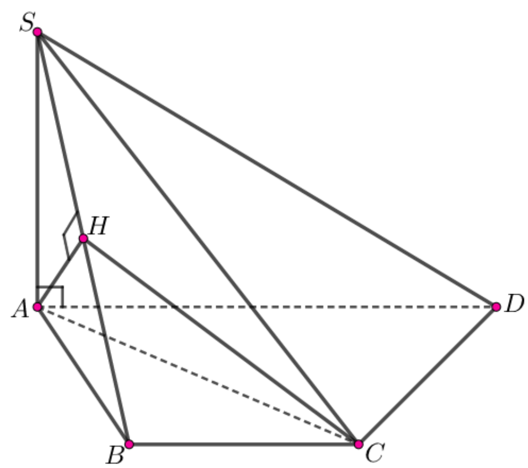
$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị $g(x)=-x^3-3x^2-1$ tại một điểm duy nhất $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-5\\ m>-1\end{array}\right.$.

Từ hai trường hợp trên, ta thấy $\left[\begin{array}{l} m \le -5 \\ m > -1 \end{array}\right.$ thỏa mãn đề bài. **Chọn D**.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD = 2$, $BA = BC = 1$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = \sqrt{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Tính thể tích V của khối đa diện $SAHCD$.

A. $V = \dfrac{4\sqrt{2}}{9}$. **B.** $V = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V = \dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \dfrac{2\sqrt{2}}{9}$.

Hướng dẫn giải :



Ta có: $\boxed{V_{SAHCD} = V_{S.ABCD} - V_{H.ABC}}$

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\sqrt{2}.\dfrac{1}{2}(1+2).1 = \boxed{\dfrac{\sqrt{2}}{2}}$.

Xét tam giác SAB vuông tại A có đường cao AH nên

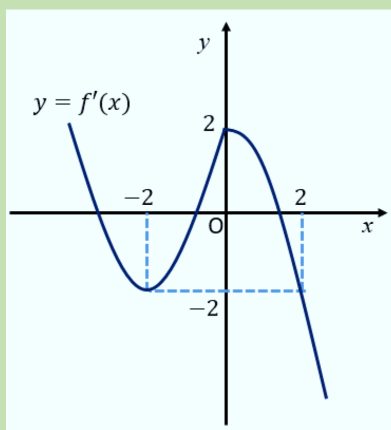
$AH = \dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$, $BH = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Ta có: $BC \perp AB,\ BC \perp SA \Rightarrow BC \perp (SAB)$. Do đó:

$V_{H.ABC} = V_{C.ABH} = \dfrac{1}{3}BC.S_{ABH} = \dfrac{1}{3}.1.\dfrac{1}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{3}.\dfrac{\sqrt{6}}{3} = \boxed{\dfrac{\sqrt{2}}{18}}$.

Do đó: $V_{SAHCD} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{18} = \dfrac{4\sqrt{2}}{9}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{A}$

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hàm số $y = f(x+1) + x^2 + 2x$ đồng biến trên khoảng



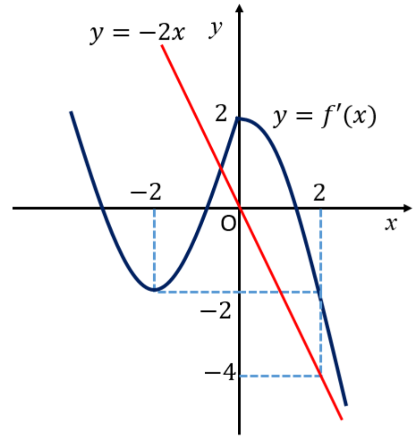
A. $(-3;-2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-\infty;-5)$. **D.** $(0;1)$.

Hướng dẫn giải :

Đặt $g(x)= f(x+1)+x^2+2x \Rightarrow g'(x)= f'(x+1)+2(x+1)$

Ta có $g'(x)\ge 0 \Leftrightarrow f'(x+1)\ge -2(x+1) \Leftrightarrow \boxed{f'(t)\ge -2t}$ với $t=x+1$.

Xét đường thẳng có phương trình $y=-2x$ (xem hình).



Khi đó, ta có: $f'(t)\ge -2t \Leftrightarrow a\le t\le b$ với $a\in(-1;0)$, $b>2$

$\Leftrightarrow a\le x+1\le b \Leftrightarrow \boxed{\underbrace{a-1}_{\in(-2;-1)} \le x \le \underbrace{b-1}_{>1}}$ (*).

Với kết quả (*), ta thấy các đáp án A, B, C đều sai và chỉ có D đúng. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{D}$

Nhận xét: Trong đồ thị như hình bên, ta có thể dự đoán đồ thị $y= f'(x)$ và đường thẳng $y=-2x$ còn có thể cắt nhau tại một điểm nữa ở rất xa; tuy nhiên bài toán này chỉ thuần túy trắc nghiệm, vì vậy ta chỉ cần phán đoán hai hoành độ giao điểm *a*, *b* như lời giải trên là đạt yêu cầu.

Câu 47. Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $\sqrt{\log x}+\sqrt{\log y}+\log\sqrt{x}+\log\sqrt{y}=100$ và $\sqrt{\log x}$, $\sqrt{\log y}$, $\log\sqrt{x}$, $\log\sqrt{y}$ là các số nguyên dương. Khi đó kết quả xy bằng

A. 10^{164}. **B.** 10^{144}. **C.** 10^{100}. **D.** 10^{200}.

Hướng dẫn giải :

Ta có: $\sqrt{\log x}+\sqrt{\log y}+\log\sqrt{x}+\log\sqrt{y}=\sqrt{\log x}+\sqrt{\log y}+\frac{1}{2}\log x+\frac{1}{2}\log y=100$ (1).

Đặt: $\begin{cases}\sqrt{\log x}=a\\ \sqrt{\log y}=b\end{cases}(a,b\in\mathbb{Z}^+)\Rightarrow\begin{cases}\log x=a^2\\ \log y=b^2\end{cases}$.

Khi đó (1) trở thành: $a+b+\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}b^2=100 \Leftrightarrow \boxed{(a+1)^2+(b+1)^2=202}$.

Vì $a+1$, $b+1$ là các số nguyên dương $\Rightarrow\begin{cases}a+1=9\\ b+1=11\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a+1=11\\ b+1=9\end{cases}$.

Trường hợp 1: $\begin{cases}a+1=9\\ b+1=11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=8\\ b=10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\log x=64\\ \log y=100\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=10^{64}\\ y=10^{100}\end{cases}\Rightarrow xy=10^{64+100}=10^{164}$.

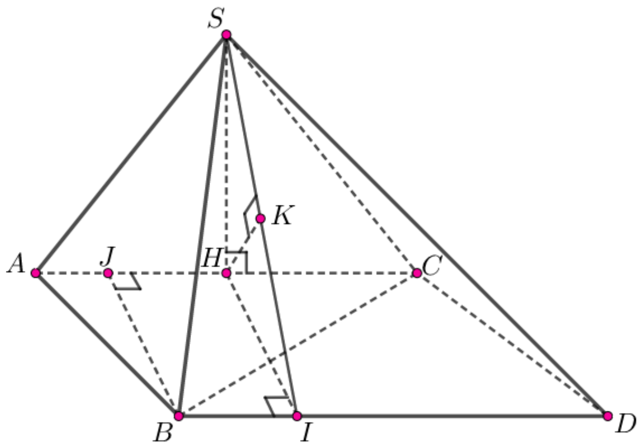
Trường hợp 2: $\begin{cases}a+1=11\\ b+1=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=10\\ b=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log x=100\\ \log y=64\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=10^{100}\\ y=10^{64}\end{cases}\Rightarrow xy=10^{100+64}=10^{164}$.

Vậy $xy=10^{164}$. $\xrightarrow{\text{Chọn}} \boxed{A}$

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a$, $ASB=60^0$, $BSC=90^0$ và $CSA=120^0$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng *AC* và *SB* là

A. $\frac{a\sqrt{22}}{11}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{22}}{22}$.

Hướng dẫn giải :



Xét ΔSAC ta có:

$AC^2 = SA^2 + SC^2 - 2SA.SC.\cos 120^0$

$= a^2 + a^2 - 2a.a.\left(-\frac{1}{2}\right) = 3a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông SBC có

$BC = \sqrt{SB^2 + SC^2} = a\sqrt{2}$.

Dễ thấy ΔSAB đều nên $AB = SA = SB = a$.

Xét ΔABC có $AB = a,\ BC = a\sqrt{2},\ AC = a\sqrt{3}$

$\Rightarrow AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B.

Gọi BJ là đường cao của ΔABC

$\Rightarrow BJ = \frac{AB.BC}{AC} = \frac{a.a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Gọi H là hình chiếu của S trên (ABC), do $SA = SB = SC = a$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC, mà ΔABC vuông tại $B \Rightarrow H$ là trung điểm AC.

Dựng hình bình hành $ABDC$, vì $AC // (SBD)$ nên $\boxed{d(AC,SB) = d(AC,(SBD)) = d(H,(SBD))}$.

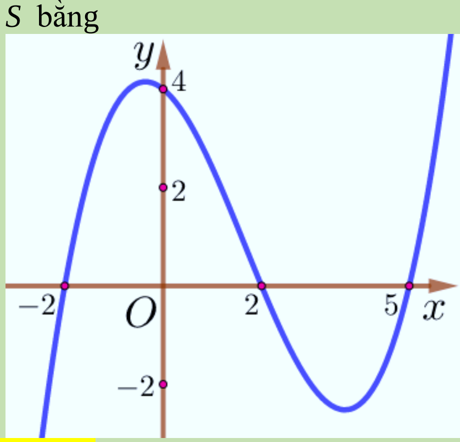
Trong $(ABCD)$, gọi I là hình chiếu của H trên BD, ta có $\begin{cases} BD \perp SH \\ BD \perp HI \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHI)$.

Trong ΔSHI, dựng đường cao HK, ta có $\begin{cases} HK \perp SI \\ HK \perp BD \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SBD) \Rightarrow \boxed{d(H,(SBD)) = HK}$.

Xét ΔSHI, ta có $HK = \underbrace{\frac{SH.HI}{\sqrt{SH^2 + HI^2}} = \frac{SH.BJ}{\sqrt{SH^2 + BJ^2}}}_{HI=BJ} = \frac{\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{3}}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2}} = \boxed{\frac{a\sqrt{22}}{11}}$.

(***Lưu ý rằng:*** $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$). $\xrightarrow{Chọn} \boxed{A}$

Câu 49. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới đây. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m \in [-100;100]$ để hàm số $h(x) = \left|f^2(x) + 4f(x) + 3m\right|$ có đúng 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các phần tử của S bằng



A. 5050. **B.** 5049. **C.** 5047. **D.** 5043 .

Hướng dẫn giải :

Đặt $g\left(x\right)=f^2\left(x\right)+4f\left(x\right)+3m$ với $\Delta'=4-3m$.

Ta có: $g'\left(x\right)=2.f'\left(x\right).f\left(x\right)+4f'\left(x\right)=2.f'\left(x\right).\left[f\left(x\right)+2\right]$; $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'\left(x\right)=0\\f\left(x\right)=-2\end{array}\right.$.

Quan sát đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ ta thấy: Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có 2 nghiệm đơn $x_1,\ x_2$; phương trình $f\left(x\right)=-2$ có 3 nghiệm đơn $x_3,\ x_4,\ x_5$. Các nghiệm x_i $\left(i=\overline{1,5}\right)$ khác nhau.

Ta thấy hàm số $y=g\left(x\right)$ có 5 cực trị (1). Hơn nữa ta có: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=+\infty\\\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-\infty\end{cases}$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}g\left(x\right)=+\infty$ (2).

Từ (1) và (2) ta có nhận định: $h\left(x\right)=\left|g\left(x\right)\right|$ có 5 cực trị $\Leftrightarrow g\left(x\right)\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

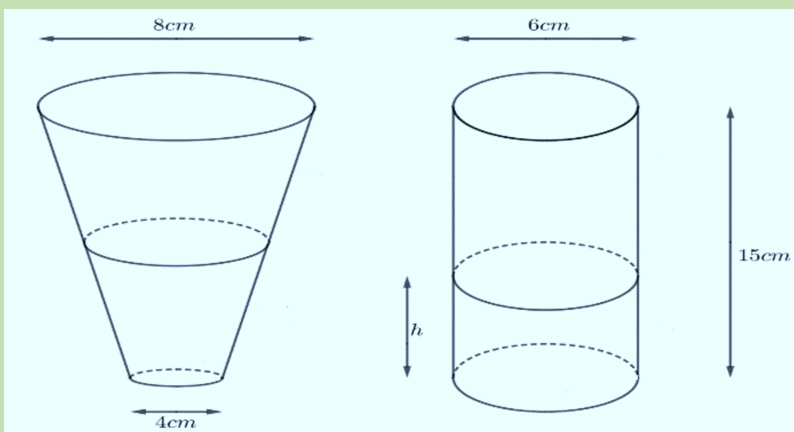
$$\Leftrightarrow\Delta'\le 0\Leftrightarrow 4-3m\le 0\Leftrightarrow m\ge\frac{4}{3}.$$

Hơn nữa, m nguyên thuộc $\left[-100;100\right]\Rightarrow m\in\left\{2;3;4;5;...;100\right\}$.

Ta thấy có 99 giá trị m có thể nhận lập thành cấp số cộng với $u_1=2,\ d=1$.

Suy ra tổng các phần tử của S là $2+3+4+...+100=\frac{\left(100+2\right).99}{2}=5049$. $\xrightarrow{\text{Chọn}}\boxed{B}$

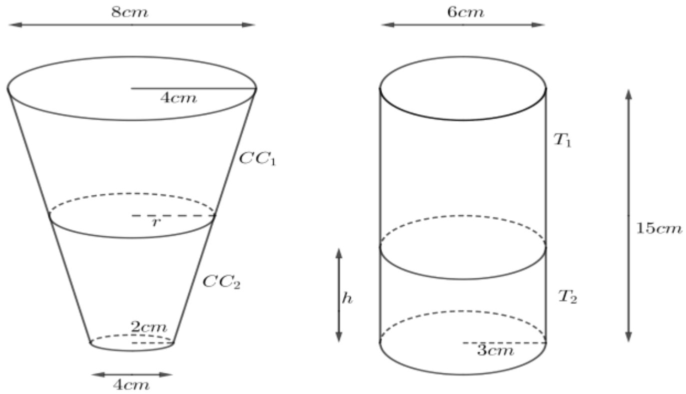
Câu 50. Lon nước ngọt có hình trụ còn cốc uống nước có hình nón cụt (như hình vẽ minh họa dưới đây). Khi rót nước ngọt từ lon ra cốc thì chiều cao h của phần nước ngọt còn lại trong lon và chiều cao của phần nước ngọt có trong cốc là như nhau. Hỏi khi đó chiều cao h trong lon nước gần nhất số nào sau đây?



A. $9,18cm$. **B.** $14,2cm$. **C.** $8,58cm$. **D.** $7,5cm$.

Hướng dẫn giải:

Ghi nhớ: Thể tích khối chóp cụt được tính theo công thức: $V_{CC}=\frac{1}{3}\pi h\left(r_1^2+r_1r_2+r_2^2\right)$ với $r_1,\ r_2$ lần lượt là bán kính hai đường tròn đáy, h là khoảng cách hai mặt đáy của hình chóp cụt đó.



Gọi $r\left(cm\right)$ là bán kính của hình tròn chia hình chóp cụt thành hai hình chóp cụt (CC_1) và (V_{CC_2}).
Điều kiện: $2<r<4$. Ta có thể tích của khối chóp cụt (cái cốc): $V_{CC}=V_{CC_1}+V_{CC_2}$.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi\left(4^2+2^2+4.2\right)15=\frac{1}{3}\pi\left(4^2+r^2+4.r\right)(15-h)+\frac{1}{3}\pi\left(r^2+2^2+2.r\right)h$$

$$\Leftrightarrow 28.15=\left(r^2+4r+16\right).15-\left(r^2+4r+16\right)h+\left(r^2+2r+4\right)h$$

$$\Leftrightarrow 420=\left(15r^2+60r+240\right)-\left(2r+12\right)h \Leftrightarrow 2\left(r+6\right)h=15r^2+60r-180$$

$$\Leftrightarrow 2\underbrace{\left(r+6\right)}_{+}h=15\underbrace{\left(r+6\right)}_{+}\left(r-2\right)\Leftrightarrow \boxed{h=\frac{15\left(r-2\right)}{2}}\quad (1).$$

Thể tích khối trụ (lon nước): $V_T=V_{CC_2}+V_{T_2}$ (do giả thiết là $V_{CC_2}=V_{T_1}$)

$$\Leftrightarrow 3^2.15\pi=\frac{1}{3}\pi\left(r^2+2^2+2.r\right)h+\pi.3^2h\Leftrightarrow 405=\left(r^2+2r+4\right)h+27h\Leftrightarrow \boxed{\left(r^2+2.r+31\right)h=405}\quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra: $\left(r^2+2r+31\right).\dfrac{15\left(r-2\right)}{2}=405\Leftrightarrow r^3+27r-116=0\Rightarrow r\approx 3{,}1\Rightarrow h\approx 8{,}58\left(cm\right)$.

Chọn C.

ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KÌ I

MÔN TOÁN – LỚP 12

ĐỀ SỐ 10

Trắc nghiệm: 50 câu — Thời gian: 90 phút

Câu 1. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(-1;+\infty\right)$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=2^x$ là:

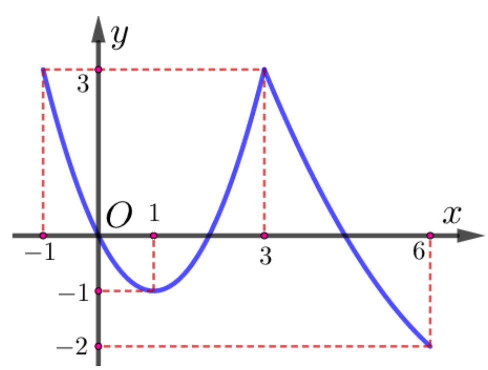
A. $y'=x.2^{x-1}$. **B.** $y'=2^x.\ln 2$. **C.** $y'=2^x$. **D.** $y'=x.2^{x-1}.\ln 2$.

Câu 3. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng 1.

A. π. **B.** $\dfrac{4\pi}{3}$. **C.** 4π. **D.** 3π.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\left[-1;+\infty\right)$ và có đồ thị như hình vẽ. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $\left[1;4\right]$.

A. 0.
B. 1.
C. 4.
D. 3.



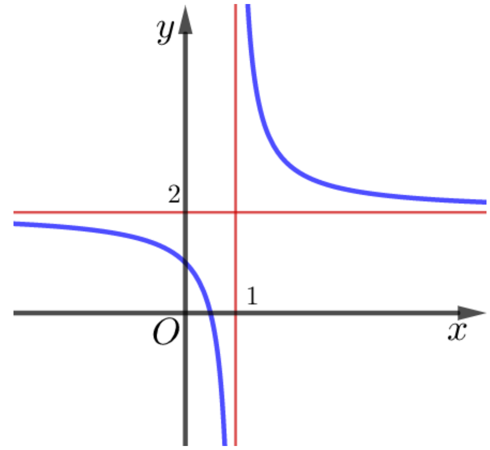
Câu 5. Nghiệm của phương trình $\log_3\left(2x-1\right)=2$ là

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** 4.
C. 5. **D.** 6.

Câu 6. Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^5}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a>0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $A=a^{\frac{-2}{7}}$. **B.** $A=a^{\frac{2}{7}}$. **C.** $A=a^{\frac{7}{2}}$. **D.** $A=a^{\frac{-7}{2}}$.

Câu 7. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình là



A. $x=1$.
B. $x=2$.
C. $y=1$.
D. $y=2$

Câu 8. Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là

A. $S_{xq}=2\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi rl$.
C. $S_{xq}=2rl$. **D.** $S_{xq}=rl$.

Câu 9. Thể tích khối bát diện đều cạnh bằng 2 là

A. $\dfrac{16}{3}$. **B.** $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

Câu 10. Cho $\log_a b=2$ (với $a>0, b>0, a\neq 1$). Tính $\log_a(a.b)$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 11. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $(1;+\infty)$?

A. $y=x^4+x^2+1$. **B.** $y=\log_2 x$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=2020^x$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1}>27$ là:

A. $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

Câu 13. Cho tứ diện $MNPQ$. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh MN, MP, MQ. Tỉ số thể tích $\dfrac{V_{MIJK}}{V_{MNPQ}}$ là

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

Câu 14. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào xác định với mọi giá trị thực của x?

A. $y=(2x-1)^{\frac{1}{2022}}$. **B.** $y=\left(2x^2+1\right)^{-\frac{1}{2021}}$. **C.** $y=(1-2x)^{-3}$. **D.** $\left(1+2\sqrt{x}\right)^3$.

Câu 15. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 3 bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 4. **D.** -2.

Câu 16. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB và $SM=2a$. Tính cosin góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17. Cho a, b là các số thực dương và $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{2}\log_a b$. **B.** $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b$.

C. $\log_{a^2}(ab)=\dfrac{1}{4}\log_a b$. **D.** $\log_{a^2}(ab)=2+2\log_a b$.

Câu 18. Tập nghiệm của phương trình $\log_{2020}\left(x^2-x+2020\right)=1$ là:

A. $\{-1;0\}$. **B.** $\{0;1\}$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\{0\}$.

Câu 19. Cho $\log_2(3x-y)=3$ và $5^x \cdot 125^y = 15625$. Tính $\log_5(8x+y)$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 20. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $BC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ biết $A'B=3a$

A. $V=2a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **C.** $V=6a^3$. **D.** $V=a^3\sqrt{2}$.

Câu 21. Hàm số $y=e^x.\sin 2x$ có đạo hàm là:

A. $y'=e^x.\cos 2x$. **B.** $y'=e^x.(\sin 2x-\cos 2x)$.

C. $y'=e^x.(\sin 2x+\cos 2x)$. **D.** $y'=e^x.(\sin 2x+2\cos 2x)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)<0, \forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=2020$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $f(2020)>f(2022)$. **B.** $f(2018)<f(2020)$.

C. $f(0)=2020$. **D.** $f(2)+f(3)=4040$.

Câu 23. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 24. Tìm tập xác định của hàm số $y=(x-2020)^{\frac{2019}{2023\pi}}$ là :

A. $\mathbb{R}$ **B.** $\mathbb{R}\setminus\{2020\}$. **C.** $(2020;+\infty)$. **D.** $[2020;+\infty)$.

Câu 25. Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng bao nhiêu?

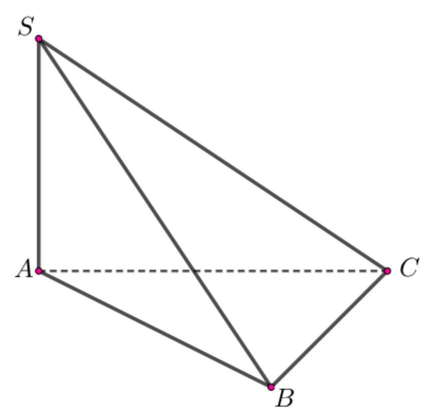
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 26. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^4-2mx^2+m+1$ có giá trị cực tiểu bằng -1. Tổng các phần tử thuộc S là

A. -2. **B.** 0.

C. 1. **D.** -1.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), đáy là tam giác đều, $SA=\dfrac{3a}{2}$, $AB=a$ (tham khảo hình vẽ bên). Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).



A. 30^0.

B. 45^0.

C. 60^0.

D. 90^0.

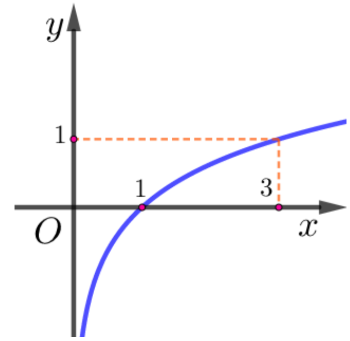
Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x^2-1)^{2n}(x^2-4)^{2m+3}(3x+8)^{2022}$, trong đó m và n là các số nguyên dương. Số điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 29. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D, $AD=CD=a$, $AB=2a$. Quay hình thang $ABCD$ quanh cạnh AB, thể tích khối tròn xoay thu được là :

A. πa^3. **B.** $\dfrac{5\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?



A. $y = 2^x$.

B. $y = \left(\dfrac{1}{3}\right)^x$.

C. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

D. $y = \log_3 x$.

Câu 31. Hàm số $y = \log_2\left(x^2 - 2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 32. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + 3\,(a \neq 0)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{85}{27}$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Xác định dấu của hệ số a, b, c?

A. $a > 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0.b < 0, c < 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c > 0$.

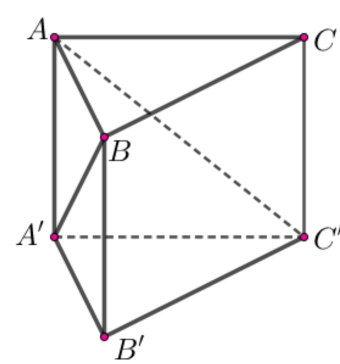
Câu 33. Bất phương trình $\log_2\left(-x^2 + 4x - 1\right) > \log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{1}{x-1}\right)$ có tập nghiệm là khoảng $(a;b)$. Tính $2b - a$.

A. 6 . **B.** 4 . **C.** 3 . **D.** 5.

Câu 34. Hàm số $f(x) = x^4(x-1)^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 2.

Câu 35. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng 2 (tham khảo hình vẽ bên) . Tính khoảng cách giữa hai đường AC' và $A'B$.



A. $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

B. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-8x+m}$ có 3 đường tiệm cận.

A. 14. **B.** 8. **C.** 15. **D.** 16.

Câu 37. Cho các số thực dương a,b thỏa mãn $\log_2(a+b)=3+\log_2(ab)$. Giá trị $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** 8.

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ bằng $2\sqrt{2}a^2$. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là:

A. a^3. **B.** $2a^3$. **C.** $\sqrt{2}a^3$. **D.** $2\sqrt{2}a^3$.

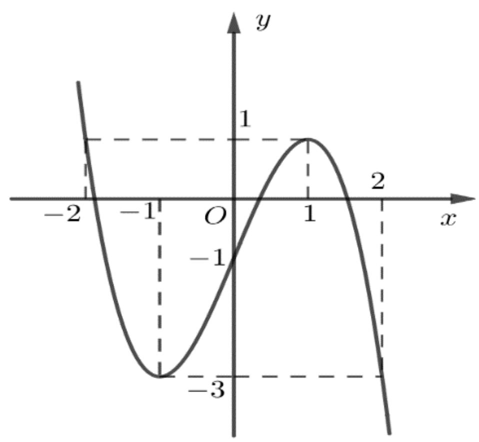
Câu 39. Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là $78.685.800$ người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là $1,7\%$. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S=A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm). Cứ tăng dân số theo tỉ lệ như năm 2001 thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người ?

A. 2020. **B.** 2026. **C.** 2022. **D.** 2025.

Câu 40. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2 x+\log_5 x\ge 1+\log_2 x.\log_5 x$ là

A. 2. **B.** Vô số.
C. 3. **D.** 4.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3.
B. 5.
C. 2.
D. 4.

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB,SBC,SCD,SDA. Biết thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là V, khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

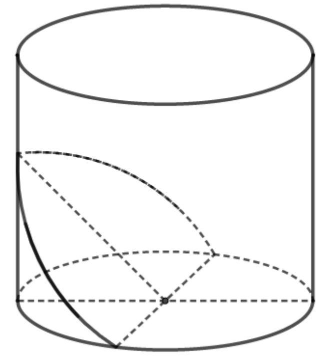
A. $\dfrac{27V}{4}$. **B.** $\left(\dfrac{9}{2}\right)^2 V$. **C.** $\dfrac{9V}{4}$. **D.** $\dfrac{81V}{8}$.

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y=mx-m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ tại ba điểm phân biệt A,B,C sao cho $AB=BC$.

A. $m\in(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$. **B.** $m\in(-3;+\infty)$.

C. $m \in \mathbb{R}$. **D.** $m \in (-1;+\infty)$.

Câu 44. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt phẳng (P) chứa đường kính của một mặt đáy và tạo với mặt đáy đó góc $60°$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P).



A. 4π.
B. $2\sqrt{3}\pi$.
C. 8.
D. $\dfrac{4\pi}{\sqrt{3}}$.

Câu 45. Cho biết có một giá trị của m để phương trình $4^{|x|} - 2^{|x|+1} - m = 0$ có nghiệm duy nhất, khi đó:

A. $-2 < m < -\dfrac{3}{2}$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < -2$. **D.** $-\dfrac{3}{2} < m < 0$.

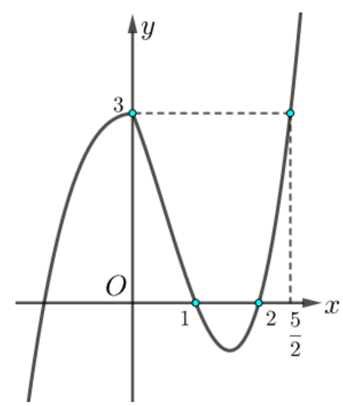
Câu 46. Cho x là một số thực dương và y là số thực thỏa mãn $2^{x+\frac{1}{x}} = \log_2\left[14 - (y-2)\sqrt{y+1}\right]$. Giá trị của biểu thức $P = x^2 + y^2 - xy + 2021$ là

A. 2021. **B.** 2020. **C.** 2022. **D.** 2023.

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \dfrac{x^7}{42} + mx - \dfrac{1}{12x^3} + 1$ đồng biến trên $(0;+\infty)$?

A. $m \le 0$. **B.** $m \le \dfrac{1}{2}$. **C.** $m \ge -\dfrac{5}{12}$. **D.** $m \ge \sqrt{3}$.

Câu 48. Cho $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Định m để bất phương trình dưới đây đúng $\forall x \ge 1 : \log_2\left[f(x+m)+1\right] < \log_{\sqrt{3}} f(x+m)$

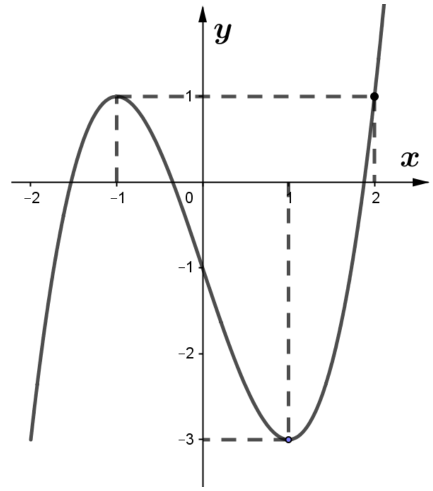


A. $m < \dfrac{3}{2}$.
B. $m \ge \dfrac{3}{2}$.
C. $m > \dfrac{3}{2}$.
D. $0 \le m < \dfrac{3}{2}$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O; mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SBD). Biết khoảng cách từ O đến các mặt phẳng $(SAB), (SBC), (SCD)$ lần lượt là 1, 2, $\sqrt{5}$. Tính khoảng cách d từ O đến mặt phẳng (SAD).

A. $d = \sqrt{\dfrac{19}{20}}$. **B.** $d = \sqrt{\dfrac{20}{19}}$. **C.** $d = \sqrt{2}$. **D.** $d = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Gọi $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x-\sqrt{2022}$. Biết $g(-1)+g(1)>g(0)+g(2)$. Với $x\in[-1;\ 2]$ thì $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng



A. $g(2)$.

B. $g(1)$.

C. $g(-1)$.

D. $g(0)$.

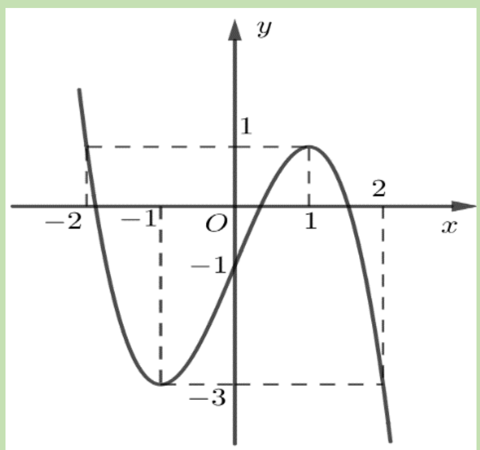
HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	D	D	C	B	A	B	B	D
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	C	D	B	B	B	B	B	A	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	A	A	C	A	B	C	B	D	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	B	D	A	A	A	D	D	B	D
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	B	A	D	C	C	C	B	A

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 10

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Xét hàm $y = f(x^2 - 2x)$, ta có: $y' = 2xf'(x^2 - 2x)$;

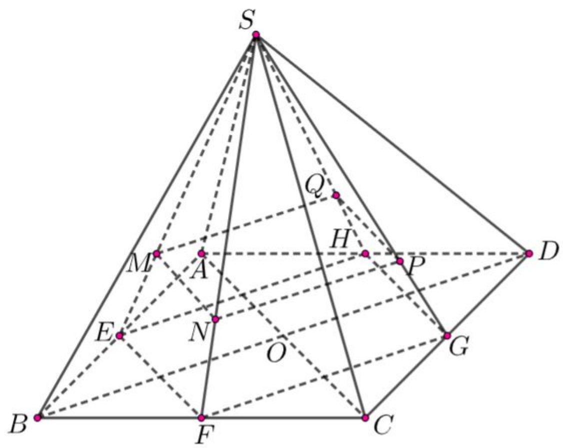
$$y' = 0 \Leftrightarrow 2xf'(x^2 - 2x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'(x^2 - 2x) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 2x = -1 \\ x^2 - 2x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \quad (\text{nghiệm kép}) \\ x = 1 \pm \sqrt{2} \end{array}\right..$$

Vậy hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ có ba điểm cực trị. **Chọn A.**

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, SBC, SCD, SDA. Biết thể tích khối chóp $S.MNPQ$ là V, khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{27V}{4}$. **B.** $\left(\dfrac{9}{2}\right)^2 V$. **C.** $\dfrac{9V}{4}$. **D.** $\dfrac{81V}{8}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi *E, F, G, H* lần lượt là các trung điểm của cạnh *AB, BC, CD, AD*.

Ta có: $\dfrac{SM}{SE}=\dfrac{SN}{SF}=\dfrac{SP}{SG}=\dfrac{SQ}{SH}=\dfrac{2}{3}$ nên (*MNPQ*) song song (*EFGH*). Khi đó:

$\dfrac{V_{S.MNPQ}}{V_{S.EFGH}}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^3=\dfrac{8}{27}\Rightarrow \boxed{V_{S.EFGH}=\dfrac{27}{8}V_{S.MNPQ}=\dfrac{27}{8}V}$ (1).

Ta có: $\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AH}{AD}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow$

$S_{\Delta AEH}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 S_{\Delta ABD}=\dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{2}S_{ABCD}=\dfrac{1}{8}S_{ABCD}$.

Hoàn toàn tương tự, ta cũng có: $S_{\Delta BEF}=S_{\Delta CFG}=S_{\Delta DGH}=\dfrac{1}{8}S_{ABCD}$.

Vì vậy $S_{EFGH}=S_{ABCD}-4.\dfrac{1}{8}S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}S_{ABCD}$, suy ra: $\boxed{V_{S.EFGH}=\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}}$ (2) (do hai hình chóp này chung đường cao kẻ từ *S*).

Từ (1) và (2) suy ra: $V_{S.EFGH}=\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}=\dfrac{27}{8}V\Rightarrow \boxed{V_{S.ABCD}=\dfrac{27}{4}V}$. **Chọn A.**

Câu 43. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y=mx-m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ tại ba điểm phân biệt A,B,C sao cho $AB=BC$.

A. $m\in(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$. **B.** $m\in(-3;+\infty)$.

C. $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\in(-1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số: $mx-m=x^3-3x^2+2\quad(1)$

$\Leftrightarrow m(x-1)=(x-1)(x^2-2x-2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-1=0\\x^2-2x-2=m\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x-2-m=0\quad(2)\end{array}\right.$.

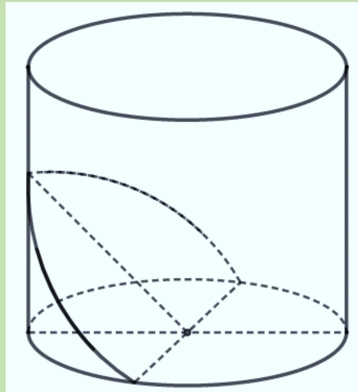
Đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có ba nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=1+2+m>0\\1-2-2-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-3\\m\neq -3\end{cases}\Leftrightarrow\boxed{m>-3}$.

Ta thấy $x=1$ cũng là hoành độ điểm uốn của đồ thị hàm $y=x^3-3x^2+2$ nên chọn $B(1;0)$ thì *B* luôn là trung điểm đoạn AC (theo tính chất của tâm đối xứng đồ thị); khi đó ta luôn có $AB=BC$.

Vậy $m > -3$ thỏa mãn đề bài. **Chọn B.**

Câu 44. Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt phẳng (P) chứa đường kính của một mặt đáy và tạo với mặt đáy đó góc $60°$. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P).



A. 4π. **B.** $2\sqrt{3}\pi$. **C.** 8. **D.** $\dfrac{4\pi}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải:

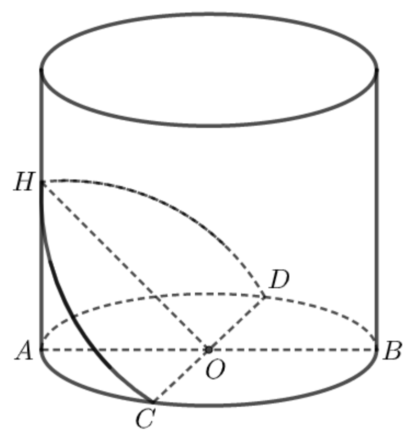
Thiết diện qua trục là hình vuông cạnh bằng 4, suy ra hình trụ có:
chiều cao $h = 4$, bán kính đáy $r = 2$.

Mặt phẳng (P) chính là nửa Elip qua điểm D, H, C như hình vẽ.

Vì (P) tạo với mặt đáy góc $60°$ nên $AOH = 60°$.

Một nửa diện tích đường tròn đáy là: $\frac{1}{2}S_đ = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\pi 2^2 = 2\pi.$

Ta thấy hình chiếu vuông góc của thiết diện trên mặt phẳng đáy là một nửa đường tròn đáy, vì vậy: $\boxed{\cos 60^0 = \dfrac{\frac{1}{2}S_đ}{S_{td}}}$ với S_{td} là diện tích thiết diện; khi đó: $S_{td} = \dfrac{\frac{1}{2}S_đ}{\cos 60^0} = \dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi.$ **Chọn A.**



Câu 45. Cho biết có một giá trị của m để phương trình $4^{|x|} - 2^{|x|+1} - m = 0$ có nghiệm duy nhất, khi đó:

A. $-2 < m < -\dfrac{3}{2}$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < -2$. **D.** $-\dfrac{3}{2} < m < 0$.

Hướng dẫn giải:

Xét hàm số $f(x) = 4^{|x|} - 2^{|x|+1} - m$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $f(-x) = 4^{|-x|} - 2^{|-x|+1} - m = 4^{|x|} - 2^{|x|+1} - m = f(x)$.

Vì vậy $f(x)$ là hàm số chẵn. Nếu x_0 là một nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ thì $-x_0$ cũng là một nghiệm của phương trình $f(x) = 0$.

Điều kiện cần: Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất suy ra $x_0 = -x_0 \Rightarrow x_0 = 0$.

Thay vào phương trình ban đầu, ta có: $4^0 - 2^{0+1} - m = 0 \Rightarrow m = -1.$

Điều kiện đủ: Thử lại với $m=-1$, thay vào phương trình đã cho:

$4^{|x|}-2.2^{|x|}+1=0 \Leftrightarrow \left(2^{|x|}-1\right)^2=0 \Leftrightarrow 2^{|x|}=1 \Leftrightarrow x=0$.

Vậy $m=-1$ thỏa mãn đề bài. **Chọn D.**

Câu 46. Cho x là một số thực dương và y là số thực thỏa mãn $2^{x+\frac{1}{x}}=\log_2\left[14-(y-2)\sqrt{y+1}\right]$. Giá trị của biểu thức $P=x^2+y^2-xy+2021$ là

A. 2021. **B.** 2020. **C.** 2022. **D.** 2023.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $\begin{cases} y\ge -1 \\ 14-(y-2)\sqrt{y+1}>0 \end{cases}$.

Theo AM-GM, ta có: $x+\dfrac{1}{x}\ge 2 \Rightarrow \boxed{2^{x+\frac{1}{x}}\ge 4}$ (1); dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{x} \Leftrightarrow x^2=1 \Rightarrow \boxed{x=1}$.

Đặt $t=\sqrt{y+1}$ $(t\ge 0)$, ta có : $14-(y-2)\sqrt{y+1}=14-(y+1-3)\sqrt{y+1}$

$=14-(y+1)\sqrt{y+1}+3\sqrt{y+1}=-t^3+3t+14$.

Xét hàm số $f(t)=-t^3+3t+14$ $(t\ge 0)$; $f'(t)=-3t^2+3=0 \Leftrightarrow t=\pm 1$.

Bảng biến thiên hàm số $f(t)$:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	12	$\nearrow$	16	$\searrow$	$-\infty$

Vì $t\ge 0 \Rightarrow f(t)\le 16$ hay $14-(y-2)\sqrt{y+1}\le 16 \Rightarrow \boxed{\log_2\left(14-(y-2)\sqrt{y+1}\right)\le 4}$ (2); dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow t=1 \Rightarrow \boxed{y=0}$.

Dựa vào (1) và (2) ta thấy: Phương trình ban đầu có nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+\frac{1}{x}}=4 \\ \log_2\left(14-(y-2)\sqrt{y+1}\right)=4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$. Từ đó: $P=2022$. **Chọn C.**

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\dfrac{x^7}{42}+mx-\dfrac{1}{12x^3}+1$ đồng biến trên $(0;+\infty)$?

A. $m\le 0$. **B.** $m\le \dfrac{1}{2}$. **C.** $m\ge -\dfrac{5}{12}$. **D.** $m\ge \sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

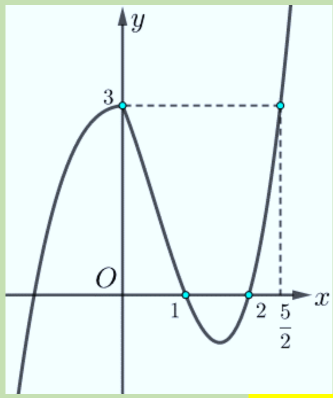
Ta có: $y' = \frac{1}{6}x^6 + m + \frac{1}{4x^4} \ge 0,\ \forall x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{4x^4} \ge -m},\ \forall x \in (0;+\infty)$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{4x^4} = \underbrace{\frac{x^6}{12} + \frac{x^6}{12} + \frac{1}{12x^4} + \frac{1}{12x^4} + \frac{1}{12x^4}}_{AM-GM} \ge 5\sqrt[5]{\frac{x^6}{12}.\frac{x^6}{12}.\frac{1}{12x^4}.\frac{1}{12x^4}.\frac{1}{12x^4}} = \frac{5}{12}$.

Do đó: $\boxed{f(x) \ge \frac{5}{12}}$, $\forall x \in (0;+\infty)$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \frac{x^6}{12} = \frac{1}{12x^4} \Leftrightarrow x^{10} = 1 \Rightarrow \boxed{x=1}$ (do $x > 0$).

Khi đó: Yêu cầu bài toán tương đương với $-m \le \frac{5}{12} \Leftrightarrow m \ge -\frac{5}{12}$. **Chọn C.**

Câu 48. Cho $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Định m để bất phương trình dưới đây đúng $\forall x \ge 1$: $\log_2\left[f(x+m)+1\right] < \log_{\sqrt{3}} f(x+m)$



A. $m < \frac{3}{2}$.
B. $m \ge \frac{3}{2}$.
C. $m > \frac{3}{2}$.
D. $0 \le m < \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $f(x+m) > 0$. Đặt $t = f(x+m) > 0$.

Bất phương trình trở thành: $\log_2(t+1) < \log_{\sqrt{3}} t \Leftrightarrow \boxed{\log_2(t+1) - \log_{\sqrt{3}} t < 0}$ $(*)$.

Xét hàm số $f(t) = \log_2(t+1) - \log_{\sqrt{3}} t$; ta có: $y' = \frac{1}{(t+1)\ln 2} - \frac{1}{t\ln\sqrt{3}} < 0,\ \forall t > 0$.

Suy ra hàm số $\boxed{f(t) \text{ nghịch biến trên } (0;+\infty) \text{ mà } f(3) = 0}$.

Do vậy ta có: $(*) \Leftrightarrow f(t) < 0 \Leftrightarrow f(t) < f(3) \Leftrightarrow t > 3$. Suy ra $f(x+m) > 3$.

Dựa vào đồ thị, ta có kết quả: $f(x+m) > 3 \Leftrightarrow x + m > \frac{5}{2} \Leftrightarrow \boxed{m > \frac{5}{2} - x}$.

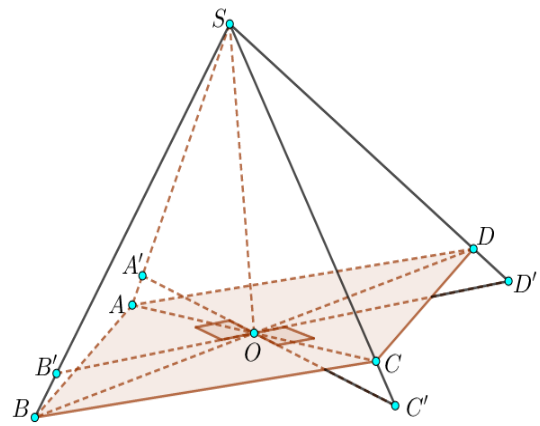
Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m > \frac{5}{2} - x,\ \forall x \ge 1$ mà $\frac{5}{2} - x \le \frac{5}{2} - 1 = \frac{3}{2},\ \forall x \ge 1$. Vì vậy ta có $\boxed{m > \frac{3}{2}}$.

Chọn C.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O; mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SBD). Biết khoảng cách từ O đến các mặt phẳng $(SAB),(SBC),(SCD)$ lần lượt là 1, 2, $\sqrt{5}$. Tính khoảng cách d từ O đến mặt phẳng (SAD).

A. $d=\sqrt{\dfrac{19}{20}}$. **B.** $d=\sqrt{\dfrac{20}{19}}$. **C.** $d=\sqrt{2}$. **D.** $d=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi p, q, u, v lần lượt là các khoảng cách từ O đến các mặt phẳng $(SAB),(SBC),(SCD),(SDA)$.

Trong mặt phẳng (SAC) dựng đường thẳng qua O vuông góc với đường thẳng SO cắt hai đường thẳng SA, SC lần lượt tại A', C'.

Trong mặt phẳng (SBD) dựng đường thẳng qua O vuông góc với đường thẳng SO cắt hai đường thẳng SB, SD lần lượt tại B', D'.

Do $(SAC)\perp(SBD)$, $(SAC)\cap(SBD)=SO$, $A'C'\perp SO$ nên $A'C'\perp(SBD)\Rightarrow A'C'\perp B'D'$.

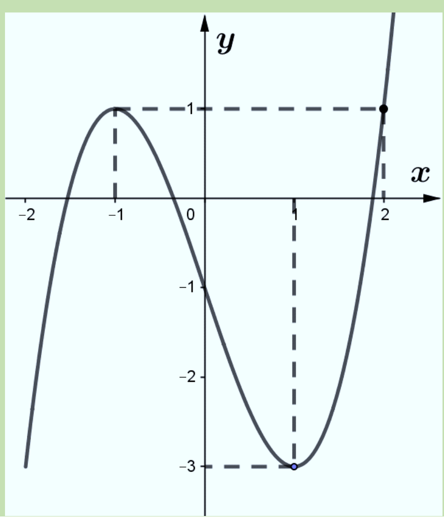
Khi đó tứ diện $OSA'B'$ có OS, OA', OB' đôi một vuông góc nên ta có: $\dfrac{1}{p^2}=\dfrac{1}{OS^2}+\dfrac{1}{OA'^2}+\dfrac{1}{OB'^2}$ (1)

Tương tự: $\dfrac{1}{q^2}=\dfrac{1}{OS^2}+\dfrac{1}{OB'^2}+\dfrac{1}{OC'^2}$ (2); $\dfrac{1}{u^2}=\dfrac{1}{OS^2}+\dfrac{1}{OC'^2}+\dfrac{1}{OD'^2}$ (3);

$\dfrac{1}{v^2}=\dfrac{1}{OS^2}+\dfrac{1}{OD'^2}+\dfrac{1}{OA'^2}$ (4). Từ $(1),(2),(3),(4)$ ta có $\dfrac{1}{p^2}+\dfrac{1}{u^2}=\dfrac{1}{q^2}+\dfrac{1}{v^2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{1^2}+\dfrac{1}{\left(\sqrt{5}\right)^2}=\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{v^2}\Rightarrow v=\sqrt{\dfrac{20}{19}}$. **Chọn B.**

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Gọi $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+x-\sqrt{2022}$. Biết $g(-1)+g(1)>g(0)+g(2)$. Với $x\in[-1;\,2]$ thì $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng



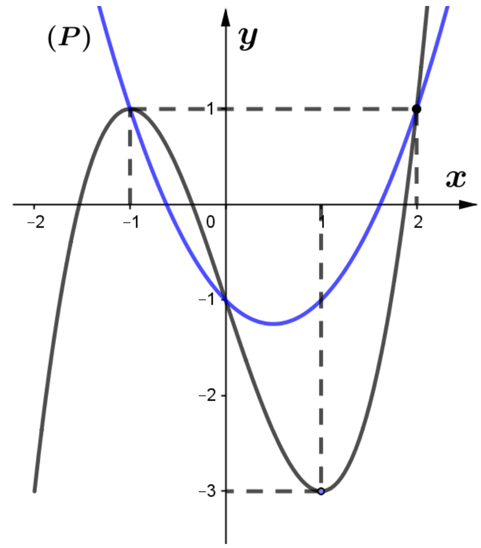
A. $g(2)$. **B.** $g(1)$. **C.** $g(-1)$. **D.** $g(0)$.

Hướng dẫn giải:

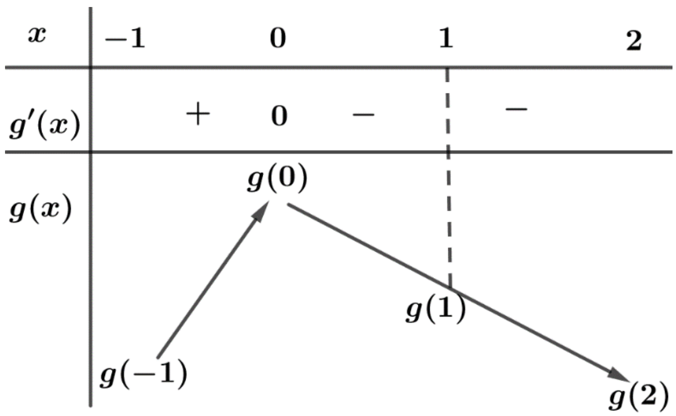
Xét hàm $g(x)$, $x \in [-1;\ 2]$. Ta có $g'(x) = f'(x) - x^2 + x + 1 = f'(x) - (x^2 - x - 1)$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và parabol $(P): y = x^2 - x - 1$ trên cùng hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Ta thấy $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x^2 - x - 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.



Bảng biến thiên của hàm $g(x)$:



Từ giả thiết : $g(-1) + g(1) > g(0) + g(2) \Leftrightarrow g(-1) - g(2) > \underbrace{g(0) - g(1) > 0}_{\text{BBT}} \Rightarrow g(-1) - g(2) > 0$

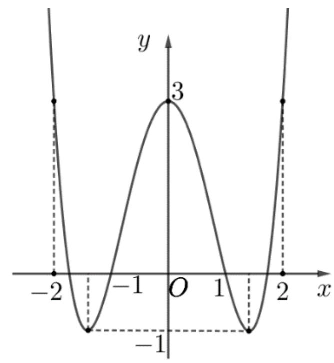
$\Rightarrow \boxed{g(-1) > g(2)}$. Dựa vào bảng biến thiên của $g(x)$ trên $[-1;\ 2]$, ta có: $\min\limits_{[-1;\ 2]} g(x) = g(2)$.

Chọn A.

ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KÌ I
MÔN TOÁN – LỚP 12
ĐỀ SỐ 11

Trắc nghiệm: 50 câu Thời gian: 90 phút

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $\left(0;1\right)$.

B. $\left(-2;-1\right)$.

C. $\left(-1;0\right)$.

D. $\left(-1;3\right)$.

Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=2x^3-3x^2-12x+10$ trên đoạn $\left[-3;3\right]$

A. $\max\limits_{[-3;3]} f\left(x\right)=1$. **B.** $\max\limits_{[-3;3]} f\left(x\right)=20$. **C.** $\max\limits_{[-3;3]} f\left(x\right)=17$. **D.** $\max\limits_{[-3;3]} f\left(x\right)=10$.

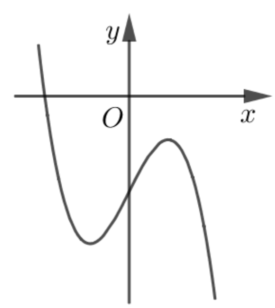
Câu 3. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?

A. $y=-x^3+2x-2$.

B. $y=-x^3+2x+2$.

C. $y=-x^4+2x^2-2$.

D. $y=x^4+2x^2-2$.



Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{4-x}$ là:

A. $y=2$. **B.** $y=\dfrac{3}{4}$.

C. $y=-3$. **D.** $x=-3$.

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính cosin của góc giữa một mặt bên và một mặt đáy.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(0,5\right)^x\ge 1$ là

A. $\left(-\infty;2\right]$. **B.** $\left[0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right]$. **D.** $\left[2;+\infty\right)$.

Câu 7. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 10, chiều cao $h=30$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 100. **B.** 3000. **C.** 1000. **D.** 300.

Câu 8. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=-6$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Câu 9. Hàm số $y=\left(4-x^2\right)^{\frac{3}{5}}$ có tập xác định là tập hợp nào sau đây?

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{\pm2\}$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Câu 10. Cho hai số dương a và b thỏa mãn đẳng thức $\log_3 a+\log_{\sqrt{3}} b=-2$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $9\left(a+\sqrt{b}\right)=1$. **B.** $9a^2b=1$. **C.** $9\left(a+b^2\right)=1$. **D.** $a\sqrt{b}=\frac{1}{9}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số là

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$-\infty \;\|\; +\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

A. 4. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -2

Câu 12. Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x+5$. Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(3;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1;3)$.

Câu 13. Gọi M và m là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;4]$. Giá trị $5M-3m$ bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 14. Cho các hàm số $y=\log_{\sqrt{2024}} x$, $y=\left(\dfrac{\pi}{e}\right)^x$, $y=\log_{\frac{1}{2025}} x$, $y=\left(\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right)^x$. Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số nghịch biến trên tập xác định của hàm số đó.

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 15. Số đường tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^2}$ là bao nhiêu?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 16. Tìm điểm cực đại của hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^4-2x^2-3$

A. $x_{CĐ}=-\sqrt{2}$. **B.** $x_{CĐ}=0$. **C.** $x_{CĐ}=\pm\sqrt{2}$. **D.** $x_{CĐ}=\sqrt{2}$.

Câu 17. Đặt $\ln 3 = a, \log_2 27 = b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln 72 = \dfrac{4ab+3a}{b}$. **B.** $\ln 72 = \dfrac{2ab+9a}{b}$. **C.** $\ln 72 = \dfrac{2ab+3a}{b}$. **D.** $\ln 72 = \dfrac{4ab+9a}{b}$.

Câu 18. Thể tích khối trụ có chiều cao $2a$ và bán kính a là

A. $4\pi a^3$. **B.** $3\pi a^3$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương $10^{x^2} < e^x$ là

A. $\left(0; \sqrt[10]{e}\right)$. **B.** $(0;e)$. **C.** $(0;\lg e)$. **D.** $(0;\ln 10)$.

Câu 20. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OB = OC = a\sqrt{6}$, $OA = a$. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng:

A. $3a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** a^3.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x^2(x-1)(x+2)^5$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 22. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Độ dài đường sinh của hình nón đã cho bằng

A. $3a$. **B.** $2a$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

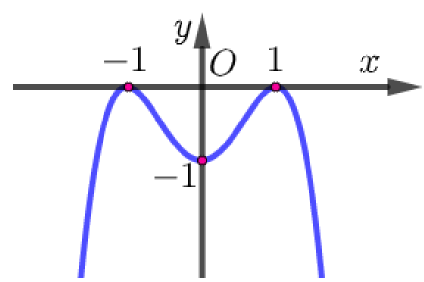
Câu 23. Số nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-6\right) = \log_2(x-2)+1$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 24. Rút gọn biểu thức $P = \sqrt[3]{x^5\sqrt[4]{x}}$ với $x > 0$.

A. $P = x^{\frac{20}{21}}$. **B.** $P = x^{\frac{7}{4}}$. **C.** $P = x^{\frac{20}{7}}$. **D.** $P = x^{\frac{12}{5}}$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $f(x) = \dfrac{-3}{2}$.

A. 3. **B.** 2.
C. 1. **D.** 4.

Câu 26. Cho a, b là các số thực dương tùy ý khác 1. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $a^{\log_b a} = b$. **B.** $\log_a b^a = b$. **C.** $\log_b a^a = b$. **D.** $a^{\log_a b} = b$.

Câu 27. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{\sqrt{x^2-1}}$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 28. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V = a^3$.

Câu 29. Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu là

A. $a < 0$, $b > 0$. **B.** $a > 0$, $b < 0$. **C.** $a > 0$, $b > 0$. **D.** $a < 0$, $b < 0$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 1$, $AD = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Quay hình chữ nhật $ABCD$ xung quanh trục MN ta được một hình trụ. Diện tích toàn phần của hình trụ đó là

A. 2π. **B.** 6π. **C.** 10π. **D.** 4π.

Câu 31. Cho điểm $I(-2;2)$ và A,B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2-4$. Tính diện tích S của tam giác IAB.

A. $S=10$. **B.** $S=\sqrt{10}$. **C.** $S=\sqrt{20}$. **D.** $S=20$.

Câu 32. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=2a$. Thể tích của khối chóp.

A. $\frac{\sqrt{14}}{6}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **D.** $a^3.\sqrt{\frac{7}{2}}$.

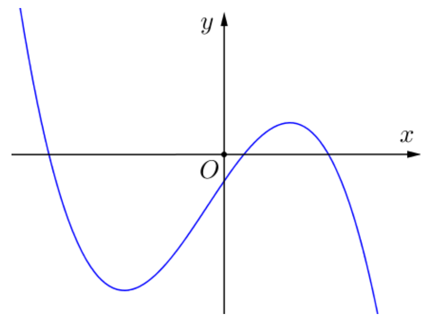
Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x+3)+\log_2(3x+1)>0$ là

A. $-\frac{1}{3}<x<2$. **B.** $-\frac{2}{3}<x<2$. **C.** $x<2$. **D.** $x>2$.

Câu 34. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=(x^2-1)(2-x^2)$ với trục hoành là

A. 4. **B.** 2.
C. 3. **D.** 0.

Câu 35. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a<0,\ b<0,\ c<0,\ d<0$.
B. $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d<0$.
C. $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.
D. $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$.

Câu 36. Bất phương trình $\log_3 x^2-\log_3|x|\le 2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên ?

A. 18. **B.** Vô số. **C.** 19. **D.** 9.

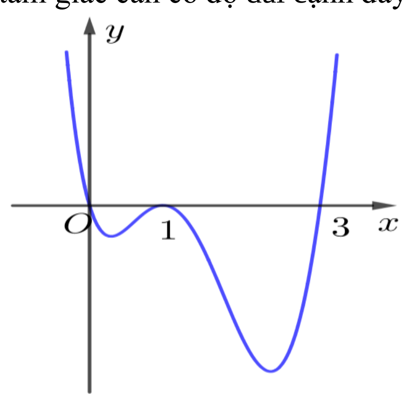
Câu 37. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng

A. -3. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 38. Một hình nón có chiều cao $h=\sqrt{17}$, bán kính đáy $r=10$. Mặt phẳng qua đỉnh của hình nón nhưng không đi qua trục của hình nón đó, cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân có độ dài cạnh đáy bằng 12. Tính diện tích thiết diện đó.

A. 64. **B.** 56.
C. 54. **D.** $54\sqrt{2}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;3)$.

C. $(3;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$.

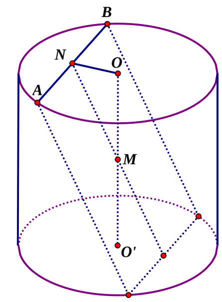
Câu 40. Cho mặt cầu (S) và mặt phẳng (P), biết khoảng cách từ tâm của mặt cầu (S) đến mặt phẳng (P) bằng a. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi $2\sqrt{3}\pi a$. Diện tích mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

A. $12\pi a^2$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $8\pi a^2$.

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+m$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm.

A. $\begin{cases} m<1 \\ m\neq 0 \end{cases}$.   **B.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m=1 \end{array}\right.$.   **C.** $m\le 0$.   **D.** $m>3$.

Câu 42. Cho hình trụ đứng có hai đáy là hai đường tròn tâm O và tâm O', bán kính bằng a, chiều cao hình trụ bằng $2a$. Mặt phẳng đi qua trung điểm OO' và tạo với OO' một góc $30°$, cắt đường tròn đáy tâm O theo dây cung AB. Độ dài đoạn AB là:



A. a.   **B.** $\dfrac{2a}{3}$.

C. $\dfrac{4\sqrt{3}}{9}a$.   **D.** $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}a$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty \;\|\|\; -\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; 3$	$\searrow$	-1

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-1}$.

A. 5.   **B.** 4.   **C.** 6.   **D.** 7.

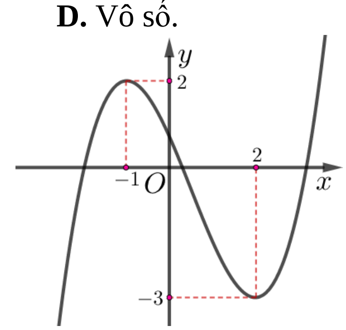
Câu 44. Cho khối lập phương (H) và gọi (B) là khối bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của (H). Tỉ số thể tích của (B) và (H) là

A. $\dfrac{1}{2}$.   **B.** $\dfrac{1}{4}$.   **C.** $\dfrac{1}{6}$.   **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 45. Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^3-6x^2+mx+2}$ luôn đồng biến trên khoảng $(1;3)$ là

A. 8.   **B.** 9.   **C.** 10.   **D.** Vô số.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x)-2x$ là



A. 2.
B. 1.
C. 3.
D. 4.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $\left(\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\right)\left(\sqrt{1+(a-3)^2}+a-3\right)\le 1$?

A. 4.   **B.** 1.   **C.** 3.   **D.** 2.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh $2a$, góc $BAD = 120^o$. Các mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa SO và mặt đáy bằng 45^o. Hãy tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng SB và AC theo a.

A. $h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $h = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $h = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $h = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 49. Xét các số thực x, y thỏa mãn $5^{(x+y)^2} + 25^{xy}\left(x^2 + y^2 - 1 - xy\right) - 5^{3xy+1} = 0$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^4 + y^4 - x^2y^2$. Khi đó $3m + 2M$ bằng

A. $3m + 2M = 1$. **B.** $3m + 2M = \dfrac{7}{3}$. **C.** $3m + 2M = \dfrac{10}{3}$. **D.** $3m + 2M = -1$.

Câu 50. Cho hai khối cầu đồng tâm có bán kính là 1 và 4. Xét hình chóp $S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ có đỉnh S thuộc mặt cầu nhỏ và các đỉnh A_i $\left(i = \overline{1;6}\right)$ thuộc mặt cầu lớn. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6$.

A. 24. **B.** 18. **C.** $24\sqrt{3}$. **D.** $18\sqrt{3}$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 11

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	C	A	C	B	C	C	D	C	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	A	B	C	B	B	B	D	C	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	A	D	B	B	D	A	C	A	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	A	D	A	D	A	C	C	B	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	C	C	B	B	D	A	C	D

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 11

Câu 41. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+m$ cắt trục hoành tại đúng hai điểm.

A. $\begin{cases} m<1 \\ m\neq 0 \end{cases}$.
B. $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m=1 \end{array}\right.$.
C. $m\le 0$.
D. $m>3$.

Hướng dẫn giải:

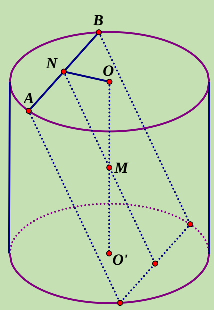
Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành: $x^4-2x^2+m=0$ (1).

Đặt $t=x^2\ge 0$. Phương trình (1) trở thành: $t^2-2t+m=0$ (2).

Theo giả thiết, phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

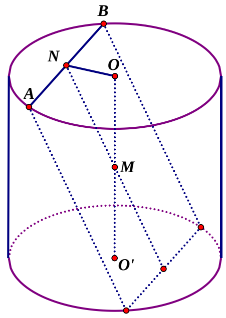
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \text{Phương trình (2) có nghiệm kép dương} \\ \text{Phương trình (2) có hai nghiệm trái dấu} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \Delta'=1-m=0 \\ -\dfrac{b}{2a}=1>0 \end{cases} \\ ac=1.m<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m<0 \end{array}\right.$$. **Chọn B.**

Câu 42. Cho hình trụ đứng có hai đáy là hai đường tròn tâm O và tâm O', bán kính bằng a, chiều cao hình trụ bằng $2a$. Mặt phẳng đi qua trung điểm OO' và tạo với OO' một góc $30°$, cắt đường tròn đáy tâm O theo dây cung AB. Độ dài đoạn AB là:



A. a.
B. $\dfrac{2a}{3}$.
C. $\dfrac{4\sqrt{3}}{9}a$.
D. $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}a$.

Hướng dẫn giải:



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OO' và AB.

Ta có: $\left(OO',(ABM)\right)=\left(OO',MN\right)=OMN=30^\circ$.

Tam giác OMN vuông tại O có $ON=OM.\tan OMN \Leftrightarrow ON=a.\tan 30^\circ=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Khi đó: $AB=2NB=2\sqrt{OB^2-ON^2}=2\sqrt{a^2-\dfrac{a^2}{3}}=\dfrac{2\sqrt{6}a}{3}$. **Chọn D.**

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$ ‖ 3	↘	-1

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-1}$.

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

Hướng dẫn giải:

Tìm tiệm cận ngang của đồ thị $(C): y=\dfrac{1}{f(x)-1}$:

- Khi $x\longrightarrow -\infty$ thì $f(x)\longrightarrow -\infty \Rightarrow \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{f(x)-1}=0$; đồ thị (C) có tiệm cận ngang $\boxed{y=0}$.
- Khi $x\longrightarrow +\infty$ thì $f(x)\longrightarrow -1 \Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{f(x)-1}=-\dfrac{1}{2}$; (C) có tiệm cận ngang $\boxed{y=-\dfrac{1}{2}}$.

Tìm tiệm cận đứng của $(C): y=\dfrac{1}{f(x)-1}$:

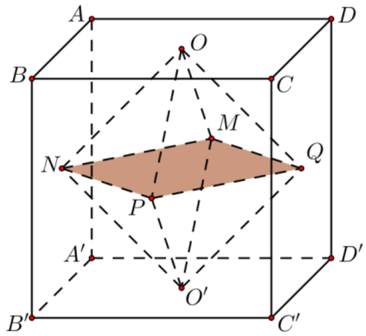
- Xét $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$. Quan sát bảng biến thiên của hàm $y=f(x)$, ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại bốn điểm phân biệt. Suy ra phương trình $f(x)=1$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4$; do vậy đồ thị (C) có bốn đường tiệm cận đứng.

Tóm lại đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)-1}$ có tất cả 6 đường tiệm cận. **Chọn C.**

Câu 44. Cho khối lập phương (H) và gọi (B) là khối bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của (H). Tỉ số thể tích của (B) và (H) là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi thể tích của khối lập phương (H) và khối bát diện đều (B) lần lượt là V_H và V_B. Gọi $a\sqrt{2}$ $(a>0)$ là độ dài cạnh của khối lập phương H, ta có: $\boxed{V_H=2\sqrt{2}a^3}$.

Ta có: $V_B=2.V_{O.MNPQ}=2.\frac{1}{3}.d\left(O,(MNPQ)\right).S_{MNPQ}$

$=\frac{1}{3}OO'.S_{MNPQ}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2$ hay $\boxed{V_B=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}}$.

Lưu ý : $MNPQ$ là hình vuông có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của mặt hình lập phương nên $MN=NP=PQ=MQ=a\Rightarrow S_{MNPQ}=a^2$).

Khi đó: $\frac{V_B}{V_H}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.\frac{1}{2\sqrt{2}a^3}=\frac{1}{6}$. **Chọn C.**

Câu 45. Số giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-6x^2+mx+2}$ luôn đồng biến trên khoảng $(1;3)$ là

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải:

Ta có $y'=\left(x^3-6x^2+mx+2\right)'\left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-6x^2+mx+2}\ln\frac{1}{2}=\left(3x^2-12x+m\right)\left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-6x^2+mx+2}\ln\frac{1}{2}$.

Hàm số $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^3-6x^2+mx+2}$ luôn đồng biến trên khoảng $(1;3)$ khi và chỉ khi $y'\geq 0$, $\forall x\in(1;3)$

$\Leftrightarrow 3x^2-12x+m\leq 0,\ \forall x\in(1;3)\Leftrightarrow \boxed{m\leq -3x^2+12x=g(x)}$, $\forall x\in(1;3)$ (*).

Xét hàm số $g(x)=-3x^2+12x$ có

$g'(x)=-6x+12=0\Rightarrow x=2$.

Bảng biến thiên:

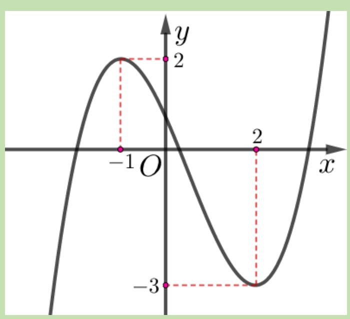
x	1	2	3
$g'(x)$		0	
$g(x)$	9 ↗	12	↘ 9

Từ bảng biến thiên, ta có: $(*)\Leftrightarrow m\leq 9$.

Mặt khác m nguyên dương nên $m\in\{1;2;3;...;9\}$. Vậy có 9 giá trị m thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên.

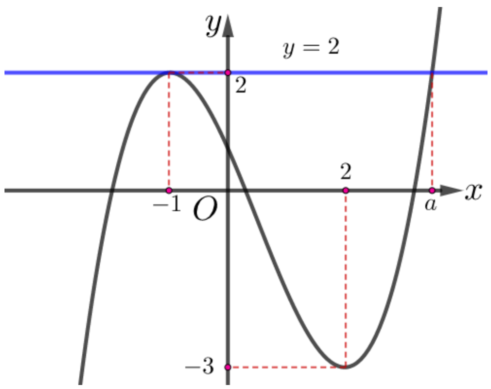


Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x)-2x$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $g(x)=f(x)-2x \Rightarrow g'(x)=f'(x)-2=0 \Leftrightarrow f'(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=a\ \ (a>2) \end{array}\right.$.



Vẽ đường thẳng $y=2$ trên cùng mặt phẳng tọa độ với đồ thị $y=f'(x)$. Ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		a		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y=g(x)$ có đúng một điểm cực trị. **Chọn B**.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $\left(\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\right)\left(\sqrt{1+(a-3)^2}+a-3\right)\le 1$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Vì $\sqrt{1+\ln^2 a}>|\ln a|\ge \ln a \Rightarrow \sqrt{1+\ln^2 a}-\ln a>0.$

Do đó: $\left(\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\right)\left(\sqrt{1+(a-3)^2}+a-3\right)\le 1 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{1+(a-3)^2}+a-3}{\sqrt{1+\ln^2 a}-\ln a}\le 1$

$\Leftrightarrow \sqrt{1+(a-3)^2}+a-3\le \sqrt{1+(-\ln a)^2}+(-\ln a)\quad (1)$.

Xét hàm số $f(t)=t+\sqrt{1+t^2}$, $t\in\mathbb{R}$; $f'(t)=1+\dfrac{t}{\sqrt{1+t^2}}=\dfrac{t+\sqrt{1+t^2}}{\sqrt{1+t^2}}>0,\ \forall t\in\mathbb{R}$. (Lưu ý rằng: $t+\sqrt{1+t^2}>t+\sqrt{t^2}=t+|t|\ge 0\Rightarrow t+\sqrt{1+t^2}>0$). Vì vậy hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó: $(1)\Leftrightarrow f(a-3)\le f(-\ln a)\Leftrightarrow a-3\le -\ln a\Leftrightarrow a-3+\ln a\le 0.$

Xét hàm số $g(a)=a-3+\ln a,\ a\in(0;+\infty)$; $g'(a)=1+\dfrac{1}{a}>0,\ \forall a>0.$

Hàm số $g(a)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$, do đó phương trình $g(a)=0$ có tối đa một nghiệm dương.

Mặt khác: $g(2).g(3)=(\ln 2-1)\ln 3<0$, suy ra $\exists a_0\in(2;3)$ để $g(a_0)=0$.

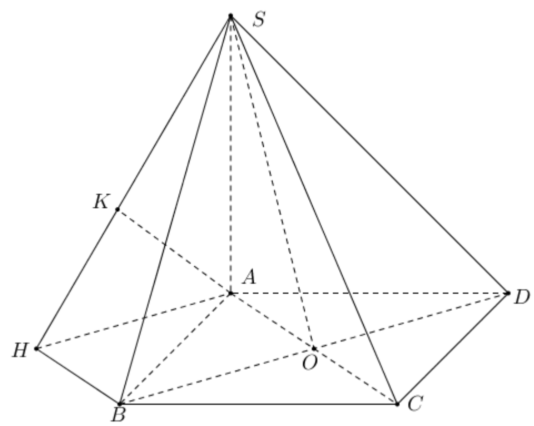
Do đó: $g(a)\le 0\Leftrightarrow g(a)\le g(a_0)\Leftrightarrow a\le a_0\Rightarrow a\in(0;a_0]$, mà a nguyên dương nên $\left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=2 \end{array}\right.$.

Vậy có hai giá trị của a thỏa mãn đề bài. **Chọn D**.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O cạnh $2a$, góc $BAD=120^\circ$. Các mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa SO và mặt đáy bằng 45^o. Hãy tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng SB và AC theo a.

A. $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $h=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $h=\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải:



Vì hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy nên $SA \perp (ABCD)$.

Hình chiếu của SO trên mặt phẳng $(ABCD)$ là AO

$\Rightarrow (SO,(ABCD)) = (SO,AO) = SOA = 45^o$.

Tam giác ABC có $AB = BC$, $B = 60^o \Rightarrow \Delta ABC$ đều cạnh $2a \Rightarrow AO = a \Rightarrow SA = a$.

Dựng hình chữ nhật $AOBH$, ta có

$AC // BH \Rightarrow AC // (SBH)$

$\Rightarrow d(AC,SB) = d(AC,(SBH)) = d(A,(SBH)) = h$.

Trong mặt phẳng ($ABCD$), kẻ $AK \perp SH$, trong tam giác SAH, dựng đường cao AK.

Suy ra: $AK \perp (SBH) \Rightarrow \boxed{d(A,(SBH)) = h = AK}$.

$\dfrac{1}{AK^2} = \dfrac{1}{AH^2} + \dfrac{1}{AS^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{3a^2} = \dfrac{4}{3a^2} \Rightarrow AK = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $\boxed{h = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}}$. **Chọn A.**

Câu 49. Xét các số thực x, y thỏa mãn $5^{(x+y)^2} + 25^{xy}\left(x^2 + y^2 - 1 - xy\right) - 5^{3xy+1} = 0$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^4 + y^4 - x^2y^2$. Khi đó $3m + 2M$ bằng

A. $3m + 2M = 1$. **B.** $3m + 2M = \dfrac{7}{3}$. **C.** $3m + 2M = \dfrac{10}{3}$. **D.** $3m + 2M = -1$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $5^{(x+y)^2} + 25^{xy}\left(x^2 + y^2 - 1 - xy\right) - 5^{3xy+1} = 0 \Leftrightarrow 5^{(x+y)^2 - 2xy} - 5^{xy+1} + \left(x^2 + y^2\right) - (xy + 1) = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{5^{x^2+y^2} + x^2 + y^2 = 5^{xy+1} + (xy+1)}$ (1).

Xét hàm $f(t) = 5^t + t$ với $t \in \mathbb{R}$; ta có $y' = 5^t.\ln 5 + 1 > 0,\ \forall t \in \mathbb{R}$. Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vì vậy: $(1) \Leftrightarrow f\left(x^2 + y^2\right) = f(xy + 1) \Leftrightarrow \boxed{x^2 + y^2 = xy + 1}$ (2).

Ta có: $\begin{cases} xy + 1 = x^2 + y^2 = (x-y)^2 + 2xy \\ xy + 1 = x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - xy = (x-y)^2 \geq 0 \\ 3xy + 1 = (x+y)^2 \geq 0 \end{cases}$. Suy ra $\boxed{-\dfrac{1}{3} \leq xy \leq 1}$.

Ta có: $P = x^4 + y^4 - x^2y^2 = \left(x^2 + y^2\right)^2 - 3x^2y^2 \overset{(2)}{=} (xy+1)^2 - 3x^2y^2 = -2(xy)^2 + 2xy + 1$.

Đặt $t = xy \in \left[-\dfrac{1}{3};1\right]$. Ta có: $P = P(t) = -2t^2 + 2t + 1$; $y' = -4t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{2} \in \left[-\dfrac{1}{3};1\right]$.

Ta có: $y\left(-\dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{1}{9}$, $y\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{3}{2}$, $y(1) = 1$ suy ra $m = \dfrac{1}{9}$, $M = \dfrac{3}{2}$. Vậy $3m + 2M = \dfrac{10}{3}$. **Chọn C.**

Câu 50. Cho hai khối cầu đồng tâm có bán kính là 1 và 4. Xét hình chóp $S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ có đỉnh S thuộc mặt cầu nhỏ và các đỉnh A_i $\left(i = \overline{1;6}\right)$ thuộc mặt cầu lớn. Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp $S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6$.

A. 24. **B.** 18. **C.** $24\sqrt{3}$. **D.** $18\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải:

Tính chất thừa nhận:

- Trong số tất cả tam giác nội tiếp cùng một đường tròn, tam giác đều chính là tam giác có diện tích lớn nhất.
- Trong tất cả tứ giác nội tiếp cùng một đường tròn, hình vuông là hình có diện tích lớn nhất.

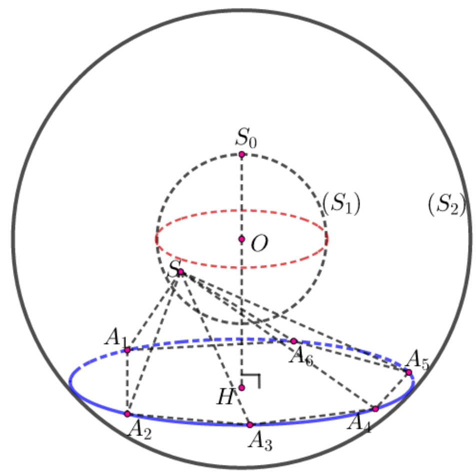
Mở rộng: Trong tất cả hình đa giác n cạnh nội tiếp cùng một đường tròn, đa giác đều n cạnh chính là hình có diện tích lớn nhất.

Gọi (S_1), (S_2) là hai khối cầu tâm O có bán kính lần lượt là $R_1 = 1,\ R_2 = 4$.

Giả sử đa giác $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ nằm trong mặt phẳng (α) hay $\{A_1; A_2; ...; A_6\} \subset (\alpha) \cap (S_2)$.

Kẻ $OH \perp (\alpha)$ tại H, gọi $S_0 = OH \cap (S_1)$ sao cho $d(S_0;(\alpha)) > d(O;(\alpha))$.

Khi đó ta có: $V_{S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6} \le V_{S_0.A_1A_2A_3A_4A_5A_6} = \dfrac{1}{3}S_0H.S_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6}$.



Đặt $OH = x\ (0 < x < 4)$ ta có $S_0H = x + 1$.

Áp dụng ***định lí Pi-ta-go*** ta có:

$HA_1 = \sqrt{OA_1^2 - OH^2} = \sqrt{16 - x^2}$.

Ta thừa nhận rằng: Lục giác $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ có diện tích lớn nhất khi nó là lục giác đều. Khi đó:

$$\max S_{A_1A_2A_3A_4A_5A_6} = \frac{3\sqrt{3}}{2}(16 - x^2).$$

$$V_{S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6} \le \frac{1}{3}(x+1).\frac{3\sqrt{3}}{2}(16 - x^2) = \frac{\sqrt{3}}{2}(x+1)(16 - x^2)$$

Xét hàm số $f(x) = (x+1)(16 - x^2)$ với $0 < x < 4$.

Ta có $f'(x) = 16 - x^2 - (x+1)2x = -3x^2 - 2x + 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \quad \text{(nhận)} \\ x = -\dfrac{8}{3} \ \text{(loại)} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của $f(x)$:

x	0		2		4
$f'(x)$		+	0	+	
$f(x)$	16	↗	36	↘	0

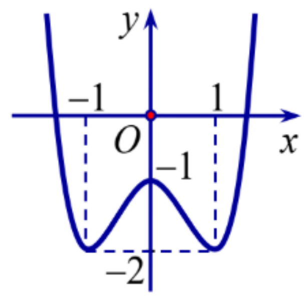
Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $\max\limits_{(0;4)} f(x) = f(2) = 36$.

Ta có: $V_{S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6} \le \dfrac{\sqrt{3}}{2}.36 = 18\sqrt{3}$; hay $\left(V_{S.A_1A_2A_3A_4A_5A_6}\right)_{\max} = 18\sqrt{3}$. **Chọn D.**

ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KÌ I
MÔN TOÁN – LỚP 12
ĐỀ SỐ 12

Trắc nghiệm: 50 câu — Thời gian: 90 phút

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?



A. $\left(-1;0\right)$.

B. $\left(0;1\right)$.

C. $\left(-\infty;1\right)$.

D. $\left(-1;1\right)$.

Câu 2. Cho mặt cầu có diện tích là 36π. Thể tích của khối cầu được giới hạn bởi mặt cầu đã cho là

A. 27π. **B.** 108π. **C.** 81π. **D.** 36π.

Câu 3. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số là

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=5$.

Câu 4. Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(ab^3\right)$ bằng

A. $3\log a+\log b$. **B.** $\log a+\dfrac{1}{3}\log b$. **C.** $3\left(\log a+\log b\right)$. **D.** $\log a+3\log b$.

Câu 5. Có bao nhiêu khối đa diện đều?

A. 5. **B.** 4 **C.** 6 **D.** 3

Câu 6. Cho khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp bằng

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{4}$.

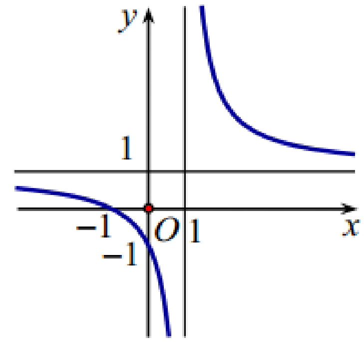
Câu 7. Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

A. $y = x^4 + x^2 + 1$.

B. $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

C. $y = x^3 - 3x - 1$.

D. $y = \dfrac{x+1}{x-1}$.



Câu 8. Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 4, diện tích xung quanh bằng 8π. Tính bán kính R của đường tròn đáy hình nón đó.

A. $R = 8$. **B.** $R = 4$.
C. $R = 2$. **D.** $R = 1$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	4 || $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 10. Có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách từ 7 quyển sách cho trước ?

A. C_7^2. **B.** A_7^2. **C.** 2^7. **D.** 7^2.

Câu 11. Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_{16} 27$ bằng

A. $\dfrac{3a}{4}$. **B.** $\dfrac{3}{4a}$. **C.** $\dfrac{4a}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3a}$.

Câu 12. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy S, đường cao h. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. $S.h$. **B.** $\dfrac{S^2h}{3}$. **C.** S^2h. **D.** $\dfrac{Sh}{3}$.

Câu 13. Cho biểu thức $P = \sqrt[6]{x \cdot \sqrt[4]{x^2 \cdot \sqrt{x^3}}}$. Với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{7}{12}}$. **B.** $P = x^{\frac{15}{16}}$. **C.** $P = x^{\frac{15}{12}}$. **D.** $P = x^{\frac{5}{16}}$.

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3-2x)$ là:

A. $D = (0;+\infty)$. **B.** $D = \left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $D = (-\infty;0)$. **D.** $D = \left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 3a$. Biết SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 16. Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu tiên $u_1 = 1$, công bội $q = 2$ thì số hạng thứ năm u_5 bằng

A. 32. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 17. Đường thẳng $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào sao đây?

A. $y=\dfrac{1+3x}{1+x}$. **B.** $y=\dfrac{3x^2+3}{2-x}$. **C.** $y=\dfrac{1-3x}{2+x}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x-2}$.

Câu 18. Hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. $3\pi a^3$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** πa^3. **D.** $5\pi a^3$.

Câu 19. Hàm số $y=x^2-4x+3$ có điểm cực tiểu là

A. $x=4$. **B.** $x=0$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 20. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-2x^2-7x+1$ trên đoạn $[-2;1]$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 21. Cho khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng a. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

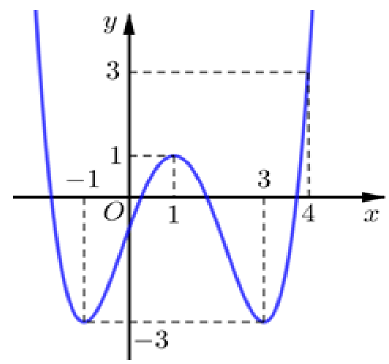
A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 22. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1)>\log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$ là

A. $(-1;6)$. **B.** $\left(\dfrac{5}{2};6\right)$.

C. $(-\infty;6)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-1;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1;4]$. Giá trị của $M+2m$ bằng



A. 0.

B. -3.

C. -5.

D. 2.

Câu 24. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC cân tại A, $\widehat{BAC}=30^\circ$, $AB=a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, $SA=2a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

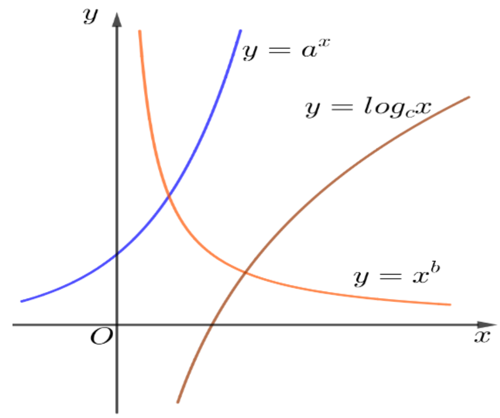
A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 25. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng $4\pi a^2$ và bán kính đáy là a. Tính độ dài đường cao của hình trụ đó.

A. $3a$. **B.** $4a$. **C.** $2a$. **D.** a.

Câu 26. Số nghiệm thực của phương trình $\log_4 x^2 = \log_2\left(x^2-2\right)$ là

A. 0. **B.** 2.
C. 4. **D.** 1.



Câu 27. Cho hai số a,c dương và khác 1. Các hàm số $y=a^x, y=x^b, y=\log_c x$ có đồ thị như hình vẽ.

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $c<b<a$.
B. $b<a<c$.
C. $b<c<a$.
D. $a<c<b$.

Câu 28. Tổng số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^4+x^2-2}$ bằng:

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

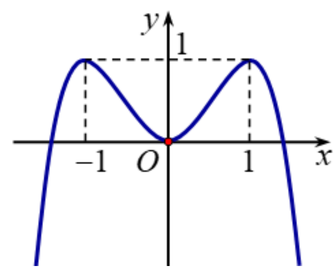
Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AF}$ và $\overrightarrow{EG}$ bằng

A. $0°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 30. Anh Bảo gửi 27 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kỳ hạn là một quý, với lãi suất $1{,}85$ % một quý. Hỏi thời gian tối thiểu bao nhiêu để anh Bảo có được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi?

A. 19 quý. **B.** 15 quý. **C.** 16 quý. **D.** 20 quý.

Câu 31. Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị như hình vẽ.



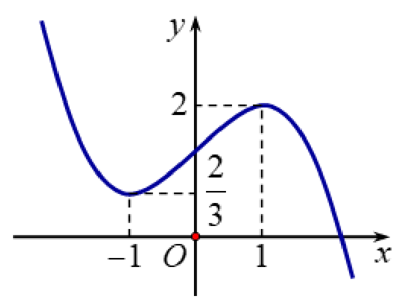
Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt.

A. $m>0$.
B. $0<m<1$.
C. $0\le m\le 1$.
D. $m<1$.

Câu 32. Tính đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(\sqrt{x}+1\right)$.

A. $\dfrac{1}{x+\sqrt{x}}$. **B.** $\dfrac{1}{2x+2\sqrt{x}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f\left(x+2023+m^2\right)=1$ với m là tham số thực.

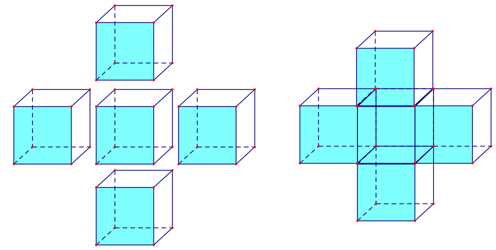


A. 2.
B. 1.
C. 3.
D. 4.

Câu 34. Tìm tất cả các nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{7}{11}\right)^{3x+2} \le \left(\dfrac{11}{7}\right)^{x^2}$

A. $\left[\begin{array}{l} x\ge -1 \\ x\le -2 \end{array}\right.$. **B.** $1\le x\le 2.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x\ge 2 \\ x\le 1 \end{array}\right.$. **D.** $-2\le x\le 1$.

Câu 35. Người ta ghép 5 khối lập phương cạnh a để được khối hộp chữ thập như hình dưới. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của khối chữ thập đó.



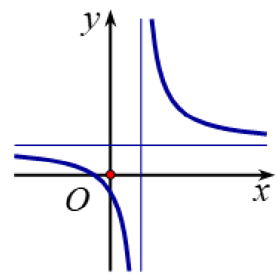
A. $S_{tp} = 20a^2$.

B. $S_{tp} = 12a^2$.

C. $S_{tp} = 30a^2$.

D. $S_{tp} = 22a^2$.

Câu 36. Cho hàm số $y = \dfrac{bx-c}{x-a}$ ($a \neq 0$ và a, b, $c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a > 0$, $b < 0$, $c - ab < 0$.
B. $a > 0$, $b > 0$, $c - ab < 0$.
C. $a < 0$, $b > 0$, $c - ab < 0$.
D. $a < 0$, $b < 0$, $c - ab > 0$.

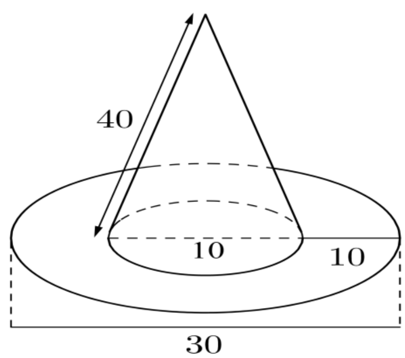
Câu 37. Cho hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{32\sqrt{3}\pi a^3}{27}$. **B.** $\dfrac{256\pi a^3}{81}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{8\sqrt{6}\pi a^3}{27}$.

Câu 38. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1{}^2 + x_2{}^2 = 3$ khi

A. $m = \dfrac{1}{2}$. **B.** $m = \dfrac{3}{2}$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 1$.

Câu 39. Diện tích vải tối thiểu để may được một chiếc mũ có hình dạng và kích thước (cùng đơn vị đo) được cho bởi hình vẽ bên (không kể viền, mép) là bao nhiêu? Biết phía trên có dạng một hình nón và phía dưới (vành mũ) có dạng hình vành khăn tròn.



A. 500π. **B.** 350π. **C.** 450π. **D.** 400π.

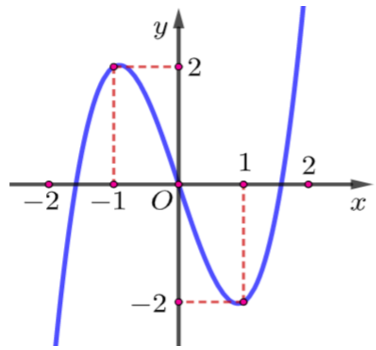
Câu 40. Cho các số thực dương a, b khác 1 thỏa mãn $\log_2 a = \log_b 16$ và $ab = 64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2 \dfrac{a}{b}\right)^2$ bằng

A. $\dfrac{25}{2}$. **B.** 20. **C.** 25. **D.** 32.

Câu 41. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\dfrac{3\sqrt{7}a}{7}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\dfrac{2}{3}a^3$. **B.** $V=\dfrac{3}{2}a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}a^3$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hình vẽ



Phương trình $f\left(f(x)\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 5. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 43. Cho $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh $2a$. Bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương bằng

A. $2a\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 44. Cho phương trình $\log_2 3^x.\log_2\left(2^m.3^x\right)=2$, với m là tham số thực. Tính giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $3^{x_1+x_2}=0,5$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=0$.

Câu 45. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2}\,\text{cm}$. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song AB, $A'B'$ mà $AB=A'B'=6\,\text{cm}$, diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng $60\,\text{cm}^2$. Tính bán kính đáy của hình trụ.

A. $5\,\text{cm}$. **B.** $3\sqrt{2}\,\text{cm}$. **C.** $4\,\text{cm}$. **D.** $5\sqrt{2}\,\text{cm}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $g(x)=f(|x|)+m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 47. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$, M là tâm của mặt bên $ABB'A'$. Tính thể tích của khối tứ diện $GMBC$ theo V.

A. $\dfrac{2}{9}V$. **B.** $\dfrac{1}{9}V$. **C.** $\dfrac{1}{3}V$. **D.** $\dfrac{1}{6}V$.

Câu 48. Cho các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a>1, b>1$ và $a^{x-1}=b^y=\sqrt[3]{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3x+4y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $(7;9]$. **B.** $(11;13)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $[5;7)$.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=|x|-|x^3-x+m|$ trên đoạn $[-1;2]$ không bé hơn -2024?

A. 4041. **B.** 4044. **C.** 4045. **D.** 4040.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=2025^x-2025^{-x}$. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để phương trình $f(\log_2 x-m)+f(\log_2^3 x)=0$ có nghiệm $x\in(1;16)$

A. 68. **B.** 65. **C.** 67. **D.** 69.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 12

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	D	B	D	A	D	D	C	D	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	A	D	D	A	B	A	A	D	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	D	B	C	C	B	C	B	B	C
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	B	C	A	D	B	A	B	D	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	D	A	C	A	B	A	C	C

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 12

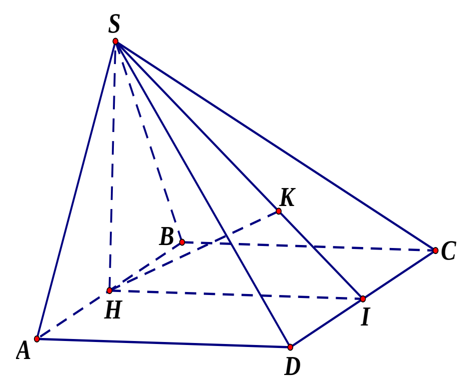
Câu 41. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3\sqrt{7}a}{7}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\frac{2}{3}a^3$. **B.** $V=\frac{3}{2}a^3$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=\frac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải:

Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB và CD, K là hình chiếu của H trên SI ta có

$SH\perp(ABCD)$, $HK\perp(SCD)$ và $\boxed{HK=\frac{3\sqrt{7}a}{7}}=d\left(A,(SCD)\right)$.



Đặt $AB=2x>0\Rightarrow\boxed{SH=x\sqrt{3},\ HI=2x}$.

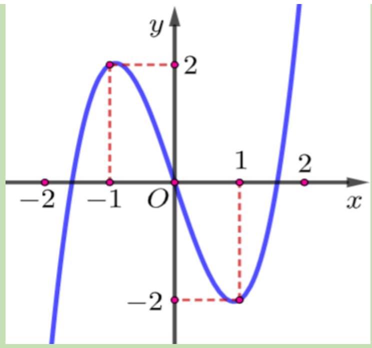
Vì tam giác SHI vuông tại H nên $\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HI^2}$.

Suy ra $\frac{7}{9a^2}=\frac{1}{3x^2}+\frac{1}{4x^2}\Rightarrow x=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó, $S_{ABCD}=\left(a\sqrt{3}\right)^2=3a^2$, $SH=\frac{3}{2}a$.

Vậy thể tích của khối chóp là: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{3}{2}a.3a^2=\boxed{\frac{3a^3}{2}=V}$. **Chọn B.**

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hình vẽ

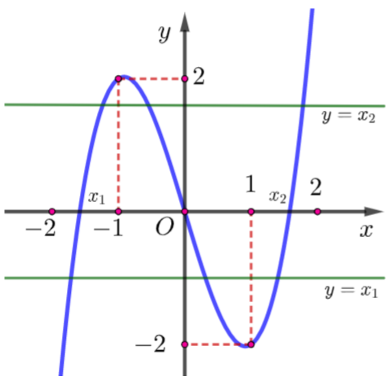


Phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 5. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 3.

Hướng dẫn giải :

Ta có: $f\left(f\left(x\right)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=x_1\in\left(-2;-1\right)\\ f\left(x\right)=0\\ f\left(x\right)=x_2\in\left(1;2\right)\end{array}\right.$.



Phương trình $f\left(x\right)=0$ có ba nghiệm phân biệt là: 0, x_1, x_2

Phương trình $f\left(x\right)=x_1$, $x_1\in\left(-2;-1\right)$ có ba nghiệm phân biệt x_3, x_4, x_5 (lần lượt khác 0, x_1, x_2).

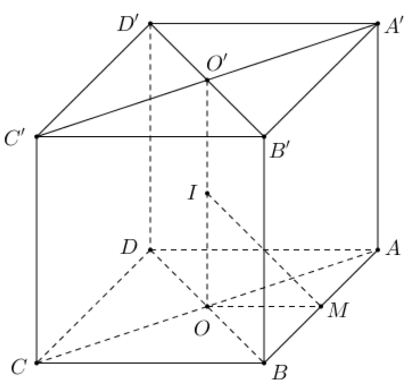
Phương trình $f\left(x\right)=x_2$, $x_2\in\left(1;2\right)$ có ba nghiệm phân biệt x_6, x_7, x_8 (lần lượt khác sáu nghiệm trên).

Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có 9 nghiệm khác nhau. **Chọn C.**

Câu 43. Cho $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh $2a$. Bán kính mặt cầu tiếp xúc với tất cả các cạnh của hình lập phương bằng

A. $2a\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi O và O' lần lượt là tâm của các hình vuông $ABCD$, $A'B'C'D'$.

Gọi I là tâm mặt cầu $\left(S\right)$ tiếp xúc với tất cả cạnh của hình lập phương đã cho, suy ra I là trung điểm của đoạn thẳng OO'. Gọi M là tiếp điểm của mặt cầu với tiếp tuyến AB, suy ra M là trung điểm đoạn thẳng AB.

Bán kính mặt cầu $\left(S\right)$ là: $R=MI=\sqrt{IO^2+OM^2}=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$.

Chọn D.

Câu 44. Cho phương trình $\log_2 3^x.\log_2\left(2^m.3^x\right)=2$, với m là tham số thực. Tính giá trị của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $3^{x_1+x_2}=0,5$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\log_2 3^x.\log_2\left(2^m.3^x\right)=2 \Leftrightarrow \log_2 3^x.\left(\log_2 3^x+m\right)=2 \Leftrightarrow \log_2^2 3^x+m.\log_2 3^x-2=0$ $(*)$.

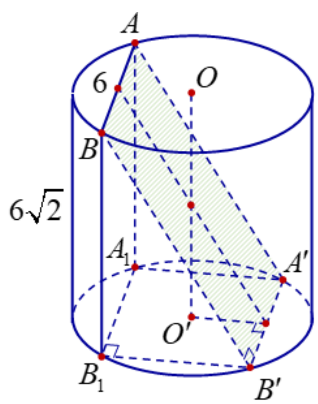
Phương trình $(*)$ là phương trình bậc hai theo ẩn $\log_2 3^x$ có $ac<0$ nên luôn có hai nghiệm trái dấu.

Theo định lý Vi-ét, ta có: $\log_2 3^{x_1}+\log_2 3^{x_2}=-m \Leftrightarrow \log_2\left(3^{x_1}.3^{x_2}\right)=-m \Leftrightarrow \boxed{\log_2 3^{x_1+x_2}=-m}$ mà theo giả thiết: $\boxed{3^{x_1+x_2}=0,5}$. Vậy: $m=-\log_2 0,5=1$. **Chọn A.**

Câu 45. Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2}\,\text{cm}$. Biết rằng một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung song song AB, $A'B'$ mà $AB=A'B'=6\,\text{cm}$, diện tích tứ giác $ABB'A'$ bằng $60\,\text{cm}^2$. Tính bán kính đáy của hình trụ.

A. $5\,\text{cm}$. **B.** $3\sqrt{2}\,\text{cm}$. **C.** $4\,\text{cm}$. **D.** $5\sqrt{2}\,\text{cm}$.

Hướng dẫn giải:



Gọi O, O' là tâm các đường tròn đáy hình trụ (hình vẽ).
Gọi A_1, B_1 lần lượt là hình chiếu của A, B trên mặt đáy chứa A' và B'

$\Rightarrow ABB_1A_1$ là hình chữ nhật với $AB=A_1B_1=6\,(\text{cm})$.

Xét tứ giác $A'B'B_1A_1$ có hai cạnh đối $A'B'$, A_1B_1 là các dây cung song song và bằng nhau của đường tròn đáy, vì vậy $A'B'B_1A_1$ là hình chữ nhật.

Ta có: $\begin{cases} A'B'\perp B'B_1 \\ A'B'\perp BB_1 \end{cases} \Rightarrow A'B'\perp BB'$. Vì $\begin{cases} A'B'//AB,\ A'B'=AB \\ A'B'\perp BB' \end{cases}$ nên $ABB'A'$ là hình chữ nhật. Ta có: $S_{ABB'A'}=AB.BB' \Leftrightarrow 60=6.BB' \Rightarrow \boxed{BB'=10}\,(\text{cm})$.

Xét tam giác vuông BB_1B' có: $B_1B'=\sqrt{BB'^2-BB_1^2}=\sqrt{10^2-\left(6\sqrt{2}\right)^2}=2\sqrt{7}\,(\text{cm})$.

Gọi R là bán kính đáy của hình trụ, ta có: $2R=A'B_1=\sqrt{B_1B'^2+A'B'^2}=\sqrt{6^2+\left(2\sqrt{7}\right)^2}=8$.

Suy ra: $R=4\,(\text{cm})$. **Chọn C.**

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $g(x)=f\left(|x|\right)+m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$; $g'(x)=\left(|x|\right)'.f'\left(|x|\right)=\dfrac{x}{|x|}.3|x|\left(|x|-2\right)=3x\left(|x|-2\right)$ với $x\neq 0$.

Xét $g'(x)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right. \\ x\neq 0 \end{cases}$. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$g'(\lvert x\rvert)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$g(\lvert x\rvert)$	$+\infty$	$\searrow$	$m-4$	$\nearrow$	m	$\searrow$	$m-4$	$\nearrow$	$+\infty$

$Ox: y=0$

Ta thấy: Đồ thị hàm số $g(x)=f(|x|)+m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi

$\begin{cases} m>0 \\ m-4<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<4$. Vì m nguyên nên $m\in\{1;2;3\}$.

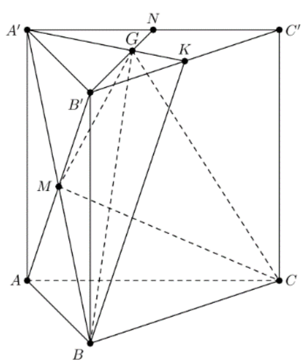
Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn. **Chọn A**.

Câu 47. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$, M là tâm của mặt bên $ABB'A'$. Tính thể tích của khối tứ diện $GMBC$ theo V.

A. $\frac{2}{9}V$. **B.** $\frac{1}{9}V$. **C.** $\frac{1}{3}V$. **D.** $\frac{1}{6}V$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $V_{G.MBC}=\frac{1}{3}d\left(G,(MBC)\right).S_{\Delta MBC}=\frac{1}{3}.\frac{2}{3}.d\left(K,(MBC)\right).S_{\Delta MBC}$ vì $\begin{cases} GA'=\frac{2}{3}KA' \\ A'=KG\cap(MBC) \end{cases}$.



$\boxed{V_{G.MBC}=\frac{1}{3}.\frac{2}{3}d\left(B',(MBC)\right).S_{\Delta MBC}=\frac{2}{3}V_{B'.MBC}}$ (*) do $B'K//BC\subset(MBC)$.

Ta lại có: $\frac{V_{B'.MBC}}{V_{B'.ABC}}=\frac{B'M}{B'A}=\frac{1}{2}\Rightarrow \boxed{V_{B'.MBC}=\frac{1}{2}V_{B'.ABC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{1}{6}V}$.

Thay vào (*), ta được: $V_{G.MBC}=\frac{2}{3}V_{B'.MBC}=\frac{2}{3}.\frac{1}{6}V=\frac{V}{9}$. **Chọn B.**

Câu 48. Cho các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a>1, b>1$ và $a^{x-1}=b^y=\sqrt[3]{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3x+4y$ thuộc tập hợp nào dưới đây?

A. $(7;9]$. **B.** $(11;13)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $[5;7)$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $a^{x-1}=b^y=\sqrt[3]{ab}\Leftrightarrow \begin{cases} a^{x-1}=a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} \\ b^y=a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\log_a b \\ y=\frac{1}{3}\log_b a+\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{4}{3}+\frac{1}{3}\log_a b \\ y=\frac{1}{3}\log_b a+\frac{1}{3} \end{cases}$.

Suy ra: $P=3x+4y=3\left(\dfrac{4}{3}+\dfrac{1}{3}\log_a b\right)+4\left(\dfrac{1}{3}\log_b a+\dfrac{1}{3}\right)=\log_a b+\dfrac{4}{3\log_a b}+\dfrac{16}{3}$.

Đặt $t=\log_a b$; vì $a>1, b>1$ nên $t>0$. Khi đó: $P=P(t)=t+\dfrac{4}{3t}+\dfrac{16}{3}\quad (t>0)$.

Ta có: $P'(t)=1-\dfrac{4}{3t^2}=0\Rightarrow 3t^2-4=0$

$\Rightarrow t=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}>0$.

Bảng biến thiên:

t	0		$\frac{2\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
$P'(t)$		$-$	0	$+$	
$P(t)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{16+4\sqrt{3}}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Ta thấy: $P_{\min}=\dfrac{16+4\sqrt{3}}{3}\approx 7,64\in(7;9]$.

Chọn A.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=|x|-|x^3-x+m|$ trên đoạn $[-1;2]$ không bé hơn -2024?

A. 4041. **B.** 4044. **C.** 4045. **D.** 4040.

Hướng dẫn giải:

Theo giả thiết, ta có : $|x|-|x^3-x+m|\ge -2024,\ \forall x\in[-1;2]\Leftrightarrow |x^3-x+m|\le |x|+2024,\ \forall x\in[-1;2]$

$\Leftrightarrow -|x|-2024\le x^3-x+m\le |x|+2024,\ \forall x\in[-1;2]$

$\Leftrightarrow \underbrace{-x^3+x-|x|-2024}_{g(x)}\le m\le \underbrace{-x^3+x+|x|+2024}_{h(x)},\ \forall x\in[-1;2]$.

Xét hàm số $g(x)=-x^3+x-|x|-2024$, với $x\in[-1;2]$.

Ta có : $g'(x)=-3x^2+1-\dfrac{x}{|x|}=\begin{cases}-3x^2,\ x>0\\ -3x^2+2,\ x<0\end{cases}$; $g'(x)=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Bảng biến thiên :

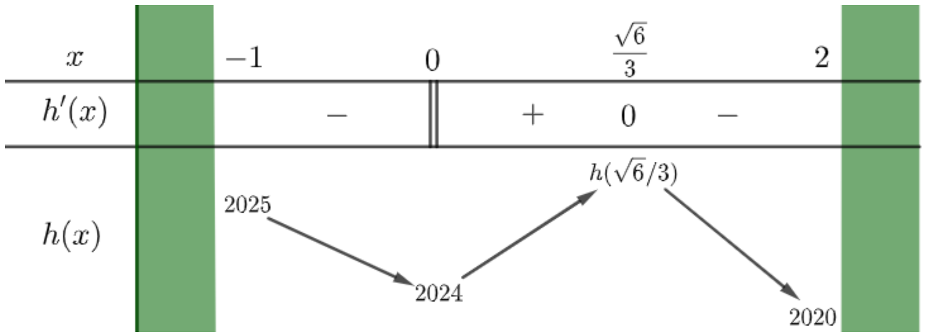
x	-1		$-\frac{\sqrt{6}}{3}$		0		2
$g'(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	
$g(x)$	-2025	$\searrow$	$g(-\sqrt{6}/3)$	$\nearrow$	-2024	$\searrow$	-2032

Do đó : $g(x)\le m,\ \forall x\in[-1;2]\Leftrightarrow \boxed{m\ge -2024}$ (1).

Xét hàm số $h(x)=-x^3+x+|x|+2024$, với $x\in[-1;2]$.

Ta có : $h'(x)=-3x^2+1+\dfrac{x}{|x|}=\begin{cases}-3x^2+2, x>0\\ -3x^2,\ x<0\end{cases}$; $h'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Bảng biến thiên :



Do đó: $m \le h(x),\ \forall x \in [-1;2] \Leftrightarrow \boxed{m \le 2020}$. (2)

Từ (1) và (2), ta được: $-2024 \le m \le 2020$, mà $m \in \mathbb{Z}$ nên có 4045 giá trị m thỏa mãn. **Chọn C**.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = 2025^x - 2025^{-x}$. Tìm giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để phương trình $f(\log_2 x - m) + f(\log_2^3 x) = 0$ có nghiệm $x \in (1;16)$

A. 68. **B.** 65. **C.** 67. **D.** 69.

Hướng dẫn giải:

Xét hàm số $f(x) = 2025^x - 2025^{-x}$. Ta có: $f'(x) = 2025^x.\ln 2025 + 2025^{-x}.\ln 2025 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó hàm số $f(x) = 2025^x - 2025^{-x}$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ (1).

Mặt khác, tập xác định của hàm $f(x)$ là $\mathbb{R}$ cũng là tập đối xứng, đồng thời:

$\forall x \in \mathbb{R},\ f(-x) = 2025^{-x} - 2025^x = -(2025^x - 2025^{-x}) = -f(x)$. Suy ra $f(x)$ là hàm số lẻ (2).

Theo giả thiết: $f(\log_2 x - m) + f(\log_2^3 x) = 0 \Leftrightarrow f(\log_2 x - m) = -f(\log_2^3 x)$

$\overset{(2)}{\Leftrightarrow} f(\log_2 x - m) = f(-\log_2^3 x) \overset{(1)}{\Leftrightarrow} \log_2 x - m = -\log_2^3 x \Leftrightarrow \boxed{m = \log_2^3 x + \log_2 x}$ (3).

Đặt $t = \log_2 x$; $x \in (1;16) \Rightarrow t \in (0;4)$.

Phương trình (3) trở thành: $\boxed{m = t^3 + t}$ (4).

Xét hàm số $g(t) = t^3 + t$ với $t \in (0;4)$.

Ta có: $g'(t) = 3t^2 + t > 0,\ \forall t \in (0;4)$ nên hàm số $g(t)$ đồng biến trên $(0;4)$.

Suy ra $g(0) < g(t) < g(4)$ hay $0 < g(t) < 68$.

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình (4) có nghiệm $t \in (0;4) \Leftrightarrow 0 < m < 68$

Giá trị nguyên lớn nhất của m thỏa mãn là $m_0 = 67$. **Chọn C**.

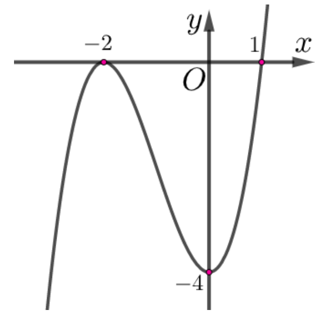
ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KÌ I

MÔN TOÁN – LỚP 12

ĐỀ SỐ 13

Trắc nghiệm: 50 câu — Thời gian: 90 phút

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x = 0$.
B. $x = -4$.
C. $x = -2$.
D. $x = 1$.

Câu 2. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $5a^2$ và chiều cao bằng $2a$ là

A. $10a^3$. **B.** $\dfrac{10a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{7a^3}{3}$. **D.** $7a^3$.

Câu 3. Chọn khẳng định **sai**.

A. Hàm số $y = \ln x$ không có cực trị trên $(0;+\infty)$.

B. Hàm số $y = \ln x$ có đồ thị nhận trục tung làm đường tiệm cận đứng.

C. Hàm số $y = \ln x$ luôn đồng biến trên $(0;+\infty)$.

D. Hàm số $y = \ln x$ có giá trị nhỏ nhất trên $(0;+\infty)$ bằng 0.

Câu 4. Số cạnh của hình bát diện đều là

A. 8. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 20.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau.

x	-3		-1		0		1		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(-3;3)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^5$ bằng

A. $5\log_5 a$. **B.** $\dfrac{1}{5}\log_5 a$. **C.** $5+\log_5 a$. **D.** a.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = (1-x)^{\sqrt{2}}$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 9. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{x^2-1}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 10. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty \; \|\| \; +\infty$	$\searrow$	2

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.
B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 11. Thể tích khối trụ có chiều cao $2a$ và bán kính a là

A. $4\pi a^3$. **B.** $3\pi a^3$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $f(x) - \dfrac{2024}{2025} = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 13. Viết công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ có đường cao h, bán kính đường tròn đáy R.

A. $S_{xq} = 2\pi h$. **B.** $S_{xq} = 2\pi Rh$. **C.** $S_{xq} = 2Rh$. **D.** $S_{xq} = \pi^2 Rh$.

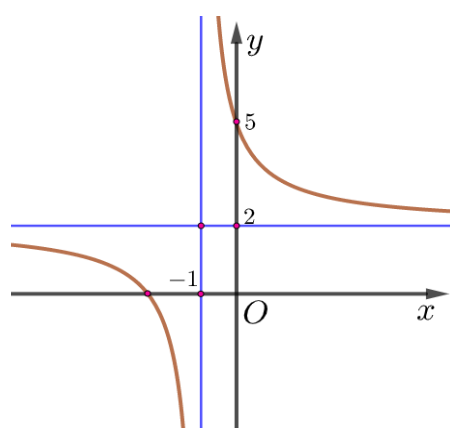
Câu 14. Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = a$, $AC = b$. Quay tam giác ABC quanh trục AB ta thu được hình nón có diện tích xung quanh bằng

A. πab. **B.** $2\pi ab$. **C.** $\pi(a+b)b$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi ab$.

Câu 15. Tập nghiệm của bât phương trình $\log_{0,5}(x-3) \geq -1$ là

A. $(3;5)$. **B.** $[5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;5)$. **D.** $(3;5]$.

Câu 16. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

B. $y = \dfrac{-2x+5}{-x-1}$.

C. $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$.

D. $y = \dfrac{2x+5}{x+1}$.

Câu 17. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+2$ trên $[0;2]$ bằng

A. 12. **B.** 11. **C.** 3. **D.** 20.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2^x-1}{2^x+1}$ là

A. $\dfrac{2^x\ln 2}{\left(2^x+1\right)^2}$. **B.** $\dfrac{2^x}{\left(2^x+1\right)^2}$. **C.** $\dfrac{2^{x+1}}{\left(2^x+1\right)^2}$. **D.** $\dfrac{2^{x+1}\ln 2}{\left(2^x+1\right)^2}$.

Câu 19. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC'=a\sqrt{3}$.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $V=3\sqrt{3}a^3$.

Câu 20. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x+2\right)^2\left(x-1\right)^3\left(x^2-4\right)\left(x^2-1\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 21. Nếu có một khối chóp có thể tích và diện tích đáy lần lượt bằng a^3 và a^2 thì chiều cao của nó bằng

A. $\dfrac{a}{3}$. **B.** $3a$. **C.** a. **D.** $\dfrac{a}{6}$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $4^{x+3}=2^{2020}$ là

A. $x=2013$. **B.** $x=2023$. **C.** $x=1007$. **D.** $x=2017$.

Câu 23. Tập tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$ là

A. $\{1\}$. **B.** $\{-1;-3\}$. **C.** $\{3\}$. **D.** $\{1;3\}$.

Câu 24. Độ dài đường sinh hình nón có diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$ và đường kính đáy bằng $2a$ là:

A. $2a$. **B.** $6a$. **C.** $3a$. **D.** $9a$.

Câu 25. Cho phương trình $25^x-20.5^{x-1}+3=0$. Khi đặt $t=5^x$, ta được phương trình nào sau đây?

A. $t^2-3=0$. **B.** $t^2-4t+3=0$. **C.** $t^2-20t+3=0$. **D.** $t-20\dfrac{1}{t}+3=0$.

Câu 26. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^3 x-\cos 2x+\sin x+2$ trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. 5. **B.** $\dfrac{23}{27}$. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{27}$.

Câu 27. Bất phương trình $3^x-81\le 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 3. **B.** 4. **C.** vô số. **D.** 5.

Câu 28. Cho hai khối cầu có bán kính lần lượt bằng a và $2a$. Tỉ số giữa thể tích của khối cầu nhỏ với thể tích của khối cầu lớn bằng

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 4. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** 8.

Câu 29. Hàm số $y=\sqrt{2x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Câu 30. Một người gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng với kì hạn 12 tháng, lãi suất 5,6% một năm theo hình thức lãi kép (sau 1 năm sẽ tính lãi và cộng vào gốc). Sau đúng 2 năm, người đó gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Cho biết số tiền cả gốc và lãi được tính theo công thức $T=A\left(1+r\right)^n$ trong đó A là số tiền gửi, r là lãi suất và n là số kì hạn gửi. Tính tổng số tiền người đó nhận được sau đúng 5 năm kể từ khi gửi tiền lần thứ nhất (số tiền lấy theo đơn vị triệu đồng, làm tròn 3 chữ số thập phân).

A. $381,329$ triệu đồng **B.** $380,391$ triệu đồng.
C. $385,392$ triệu đồng. **D.** $380,329$ triệu đồng.

Câu 31. Nghiệm của phương trình $\log_3\left(x^2-1\right)=\log_3 2\left(x+1\right)$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=3$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, BC đôi một vuông góc với nhau. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết $SA=a\sqrt{3}, AB=BC=a$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{9}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 33. Cho hàm số $y=\ln\left(x^2+4x+7\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 34. Đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 35. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a\sqrt{3}$ và $AD=a$. Góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và AC bằng

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 36. Cho khối lăng trụ đúng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh bằng $2a$ và có một góc bằng 60°, $AA'=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3\sqrt{3}$. **B.** $8a^3\sqrt{3}$. **C.** $6a^3$. **D.** $12a^3\sqrt{3}$.

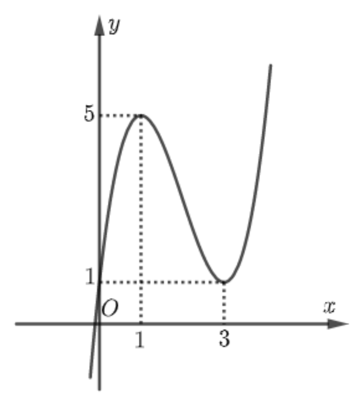
Câu 37. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\log_5\left(2x^2+3x+1\right)$ tại điểm có hoành độ bằng 0.

A. $y=\dfrac{3x+1}{\ln 5}$. **B.** $y=\dfrac{3x-2}{\ln 5}$. **C.** $y=\dfrac{3x}{\ln 5}$. **D.** $y=\dfrac{x}{2\ln 5}$.

Câu 38. Cho hình trụ có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng 5cm. Mặt phẳng (α) song song với trục, cắt hình trụ theo một thiết diện có chu vi bằng 26cm. Khoảng cách từ (α) đến trục của hình trụ bằng

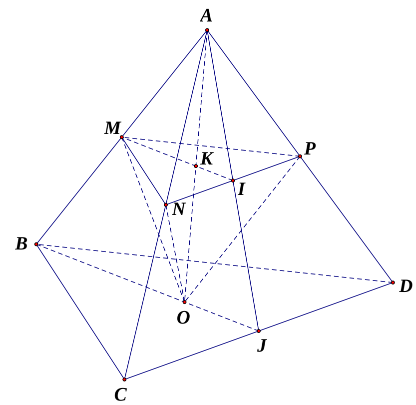
A. 4 cm. **B.** 5 cm.
C. 2 cm. **D.** 3 cm.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|f(x)\right|=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.



A. $m>5$, $0<m<1$.
B. $m<1$.
C. $m=1$, $m=5$.
D. $1<m<5$.

Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, AD và O là trọng tâm tam giác BCD. Tính tỉ số thể tích $\dfrac{V_{OMNP}}{V_{ABCD}}$.



A. $\dfrac{1}{6}$.

B. $\dfrac{1}{8}$.

C. $\dfrac{1}{12}$.

D. $\dfrac{1}{4}$.

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-4}{x^2-m^2x}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $3^{x^2+y^2}=4^{x+y}$

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

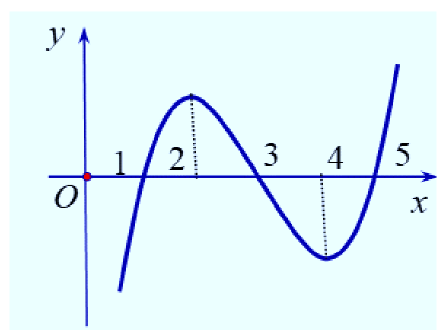
Câu 43. Cho hai khối nón có chung trục $OO'=3a$. Khối nón thứ nhất có đỉnh O, đáy là hình tròn có tâm O' và bán kính $2a$. Khối nón thứ hai có đỉnh O', đáy là hình tròn tâm O và bán kính a. Thể tích phần chung của hai khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{4\pi a^3}{27}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{9}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{9}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 44. Cho dãy số (a_n) thỏa $a_1=1$ và $a_n=10a_{n-1}-1,\ \forall n\geq 2$. Có bao nhiêu số nguyên dương n thỏa mãn $\log a_n<2$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ . Đặt $g(x)=f(x+1)$. Kết luận nào sau đây đúng?



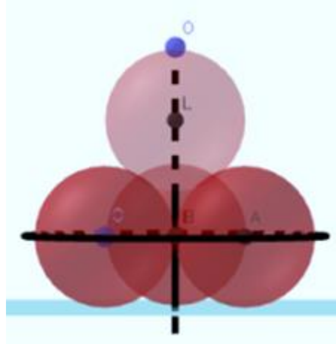
A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

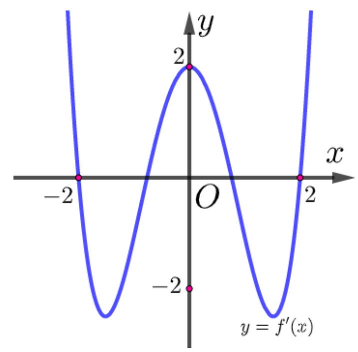
D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(4;6)$.

Câu 46. Có 4 viên bi hình cầu có bán kính bằng 1 cm. Người ta đặt 3 viên bi tiếp xúc nhau và cùng tiếp xúc với mặt bàn. Sau đó dán chặt 3 viên bi đó lại và đặt 1 viên bi thứ 4 tiếp xúc với cả 3 viên bi trên như hình vẽ dưới đây. Gọi O là điểm thuộc bề mặt của viên bi thứ tư có khoảng cách đến mặt bàn là lớn nhất. Khoảng cách từ O đến mặt bàn bằng



A. $\dfrac{6+2\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** $\dfrac{3+2\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có hàm số $y=f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f\left(x\right)>2x+m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in\left(0;2\right)$ khi và chỉ khi



A. $m\geq f\left(0\right)$.

B. $m>f\left(0\right)$.

C. $m\leq f\left(2\right)-4$.

D. $m<f\left(2\right)-4$.

Câu 48. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $SAB=SCB=90^\circ$, $AB=a, BC=2a$. Biết rằng góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là $\varphi=60^\circ$, thể tích khối chóp đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Câu 49. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+mx+m}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả giá trị của m sao cho $4\max\limits_{[1;2]}\left|f\left(x\right)\right|-\min\limits_{[1;2]}\left|f\left(x\right)\right|=3$. Tổng các phần tử của S bằng

A. $-\dfrac{11}{6}$. **B.** $-\dfrac{11}{3}$. **C.** $\dfrac{-67}{36}$. **D.** $\dfrac{-43}{36}$.

Câu 50. Xét các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3\left(1+ab\right)=\dfrac{1}{2}+\log_3\left(b-a\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{\left(1+a^2\right)\left(1+b^2\right)}{a\left(a+b\right)}$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

______________________**HẾT**______________________

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 13

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	A	D	B	B	A	A	C	A	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	B	A	D	D	B	D	A	C
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	C	A	C	B	B	B	C	B	B
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	C	B	D	C	C	C	D	A	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	C	C	C	B	A	D	C	A	B

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 13

Câu 41. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-4}{x^2-m^2x}$ có đúng hai đường tiệm cận.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải :

Ta có: $y=\dfrac{x-4}{x^2-m^2x}=\dfrac{x-4}{x\left(x-m^2\right)}$ (1).

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-4}{x^2-m^2x}=0$ nên đồ thị hàm số (1) có một đường tiệm cận ngang: $y=0$.

Xét $x\left(x-m^2\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=m^2\end{array}\right.$. Ta thấy đồ thị hàm số (1) luôn có đường tiệm cận đứng: $x=0$.

Theo giả thiết: đồ thị hàm số (1) có hai đường tiệm cận, suy ra $x=0$ là tiệm cận đứng duy nhất của đồ thị hàm số (1). Do vậy: $\left[\begin{array}{l}m^2=4\\m^2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\pm2\\m=0\end{array}\right.$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài. **Chọn A.**

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $3^{x^2+y^2}=4^{x+y}$

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $3^{x^2+y^2}=4^{x+y}\Leftrightarrow x^2+y^2=\log_3 4^{x+y}\Leftrightarrow x^2+y^2=(x+y)\log_3 4$

$\Leftrightarrow y^2-y\log_3 4+\left(x^2-x\log_3 4\right)=0$ $(*)$.

Ta xem $(*)$ là phương trình bậc hai có ẩn y, tham số x. Khi đó: $a=1,\ b=-\log_3 4,\ c=x^2-x\log_3 4$.

Phương trình $(*)$ có nghiệm thực $y \Leftrightarrow \Delta_x \geq 0 \Leftrightarrow (-\log_3 4)^2 - 4\left(x^2 - x\log_3 4\right) \geq 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{-4}_{a'}x^2 + \underbrace{4(\log_3 4)}_{b'}.x + \underbrace{(\log_3 4)^2}_{c'} \geq 0 \overset{CASIO}{\Leftrightarrow} x_1 \leq x \leq x_2$ với $\begin{cases} x_1 \approx -0,26 \\ x_2 \approx 1,52 \end{cases}$.

Vậy có hai số nguyên $x = 0$, $x = 1$ thỏa mãn đề bài. **Chọn C.**

Câu 43. Cho hai khối nón có chung trục $OO' = 3a$. Khối nón thứ nhất có đỉnh O, đáy là hình tròn có tâm O' và bán kính $2a$. Khối nón thứ hai có đỉnh O', đáy là hình tròn tâm O và bán kính a. Thể tích phần chung của hai khối nón đã cho bằng

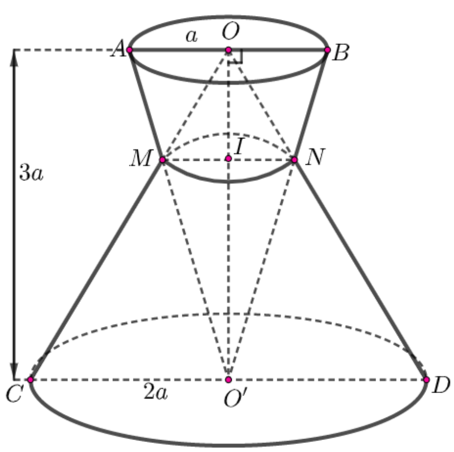
A. $\dfrac{4\pi a^3}{27}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{9}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{9}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Xét tam giác OCO' có $IM // CO'$, suy ra: $\dfrac{IM}{O'C} = \dfrac{OI}{OO'}$ (1).

Xét tam giác $O'OA$ có $IM // OA$, suy ra: $\dfrac{IM}{OA} = \dfrac{O'I}{OO'}$ (2).

Cộng theo vế (1) và (2): $\dfrac{IM}{O'C} + \dfrac{IM}{OA} = \dfrac{OI + O'I}{OO'} = \dfrac{OO'}{OO'} = 1 \Rightarrow IM\left(\dfrac{1}{O'C} + \dfrac{1}{OA}\right) = 1$.



Suy ra: $IM\left(\dfrac{1}{2a} + \dfrac{1}{a}\right) = 1 \Rightarrow \dfrac{3IM}{2a} = 1 \Rightarrow \boxed{IM = \dfrac{2a}{3}}$.

Thay vào (1): $OI = \dfrac{OO'.IM}{O'C} = \dfrac{3a.\dfrac{2a}{3}}{2a} = a \Rightarrow IO' = 2a$.

Thể tích chung của hai khối nón bằng $V_1 + V_2$, trong đó V_1, V_2 lần lượt là thể tích các khối nón có cùng bán kính đáy $r = IM = \dfrac{2a}{3}$ và chiều cao tương ứng $h_1 = IO = a$, $h_2 = IO' = 2a$.

Ta có : $V_1 + V_2 = \dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{2a}{3}\right)^2(a + 2a) = \dfrac{4\pi a^3}{9}$. **Chọn C.**

Câu 44. Cho dãy số (a_n) thỏa $a_1 = 1$ và $a_n = 10a_{n-1} - 1$, $\forall n \geq 2$. Có bao nhiêu số nguyên dương n thỏa mãn $\log a_n < 2$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $a_n = 10a_{n-1} - 1 \overset{???}{\Leftrightarrow} a_n - \dfrac{1}{9} = 10\left(a_{n-1} - \dfrac{1}{9}\right)$ (1).

Đặt $b_n = a_n - \dfrac{1}{9} \Rightarrow b_1 = a_1 - \dfrac{1}{9} = 1 - \dfrac{1}{9} = \dfrac{8}{9}$. Từ (1) $\Rightarrow b_n = 10b_{n-1}$, $\forall n \geq 2$, $n \in \mathbb{N}$.

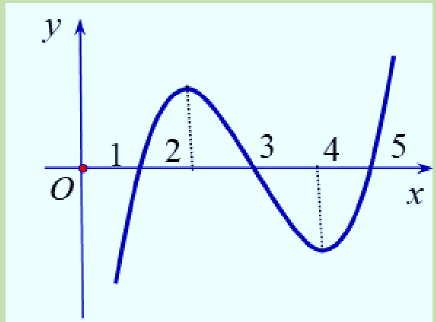
Vì vậy, dãy (b_n) là cấp số nhân với công bội là $q = 10$. Suy ra: $b_n = b_1.q^{n-1} = \dfrac{8}{9}.10^{n-1}$.

Do đó $a_n = b_n + \dfrac{1}{9} = \dfrac{8}{9}10^{n-1} + \dfrac{1}{9}$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Ta có $\log a_n < 2 \Leftrightarrow a_n < 100 \Leftrightarrow \frac{8}{9}10^{n-1} + \frac{1}{9} < 100 \Leftrightarrow 10^{n-1} < \frac{899}{8} \Leftrightarrow n-1 < \log\frac{899}{8} \Leftrightarrow n < \underbrace{1+\log\frac{899}{8}}_{\approx 3,05}$.

Vì n nguyên dương nên $n \in \{1;2;3\}$. **Chọn C.**

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ . Đặt $g(x) = f(x+1)$. Kết luận nào sau đây đúng?



A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;4)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

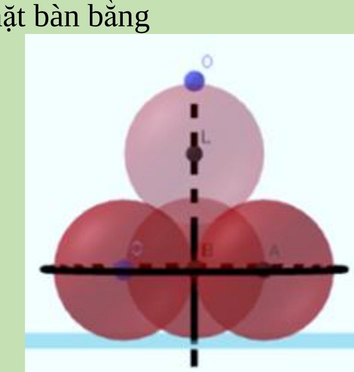
D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(4;6)$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $g'(x) = f'(x+1)$. Xét $g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(x+1) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1>5 \\ 1<x+1<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>4 \\ 0<x<2 \end{array}\right.$.

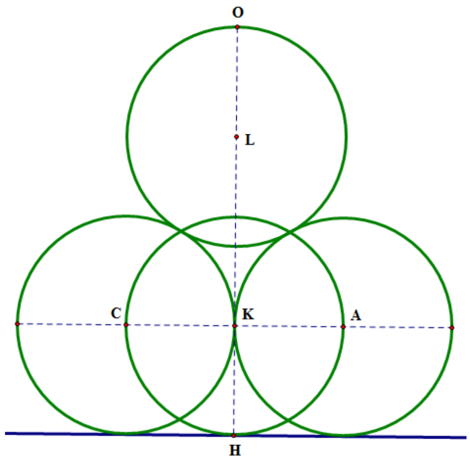
Suy ra : $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2<x<4 \\ x<0 \end{array}\right.$. Vậy hàm số $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $(0;2)$, $(4;+\infty)$ và nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$, $(2;4)$. **Chọn B.**

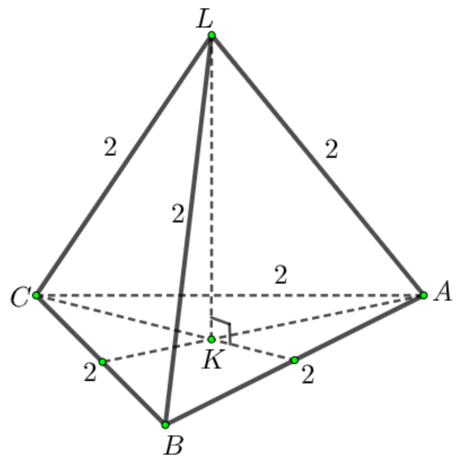
Câu 46. Có 4 viên bi hình cầu có bán kính bằng 1 cm. Người ta đặt 3 viên bi tiếp xúc nhau và cùng tiếp xúc với mặt bàn. Sau đó dán chặt 3 viên bi đó lại và đặt 1 viên bi thứ 4 tiếp xúc với cả 3 viên bi trên như hình vẽ dưới đây. Gọi O là điểm thuộc bề mặt của viên bi thứ tư có khoảng cách đến mặt bàn là lớn nhất. Khoảng cách từ O đến mặt bàn bằng



A. $\frac{6+2\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** $\frac{3+2\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải:





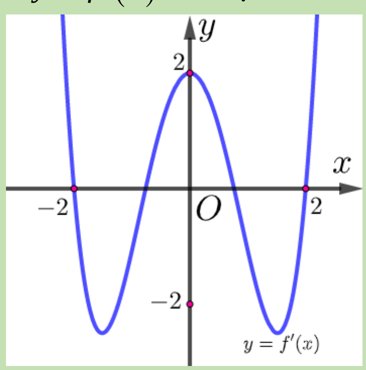
Nhận xét: Tâm A, tâm B, tâm C, tâm L của bốn mặt cầu lập thành một tứ diện đều cạnh bằng 2 cm. Tức là, tứ diện $LABC$ đều cạnh bằng 2 cm.

Xét tam giác đều ABC có: $KC = \frac{2}{3}.\frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; xét tam giác vuông LKC, có

$$LK = \sqrt{LC^2 - KC^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}.$$

Khoảng cách từ O đến mặt bàn: $d = OL + LK + KH = 1 + \frac{2\sqrt{6}}{3} + 1 = \frac{6+2\sqrt{6}}{3}$. **Chọn A.**

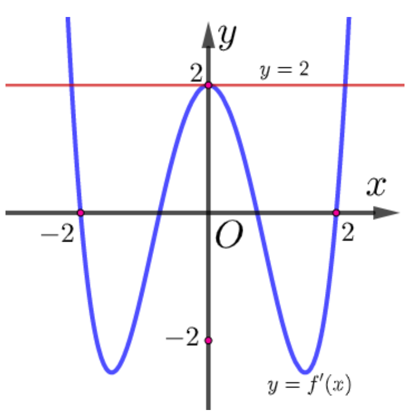
Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Bất phương trình $f(x) > 2x + m$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x \in (0;2)$ khi và chỉ khi

A. $m \geq f(0)$. **B.** $m > f(0)$. **C.** $m \leq f(2) - 4$. **D.** $m < f(2) - 4$.

Hướng dẫn giải:



Ta có: $f(x) > 2x + m$, $\forall x \in (0;2) \Leftrightarrow m < f(x) - 2x,\ \forall x \in (0;2)$

$\Leftrightarrow \boxed{m < g(x),\ \forall x \in (0;2)}$ (*), trong đó $g(x) = f(x) - 2x$.

Xét $g(x) = f(x) - 2x$; $g'(x) = f'(x) - 2$.

Từ đồ thị, ta suy ra: $g'(x) = f'(x) - 2 \leq 0,\ \forall x \in (0;2)$.

Vì vậy hàm $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Suy ra $g(2) < g(x) < g(0)$.

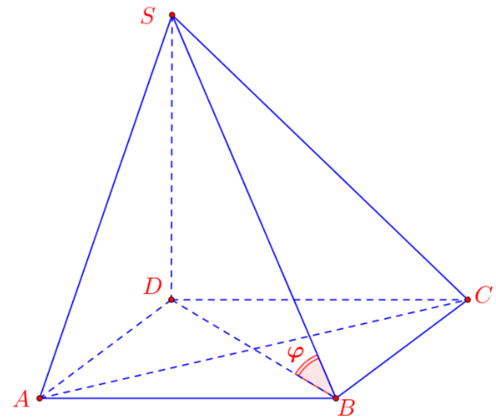
Từ (*), ta có: $m < g(2) = f(2) - 2.2$ hay $m < f(2) - 4$.

Chọn D.

Câu 48. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $SAB = SCB = 90^\circ$, $AB = a, BC = 2a$. Biết rằng góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là $\varphi = 60^\circ$, thể tích khối chóp đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{6}$.

Hướng dẫn giải :



Gọi D là đỉnh còn lại của hình chữ nhật $ABCD$.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp AD \\ AB \perp SA \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow \boxed{AB \perp SD}$ (1).

Tương tự: $\begin{cases} BC \perp CD \\ BC \perp SC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SCD) \Rightarrow \boxed{BC \perp SD}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\boxed{SD \perp (ABCD)}$, do đó:

$(SB,(ABCD)) = (SB, BD) = SBD = \varphi = 60^\circ$.

Ta có: $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = a\sqrt{5}$

$\Rightarrow SD = BD\tan 60^\circ = a\sqrt{5}.\sqrt{3} = a\sqrt{15}$.

Vậy thể tích khối chóp đã cho bằng $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SD.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{15}.\dfrac{1}{2}.a.2a = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$. **Chọn C.**

Câu 49. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 + mx + m}{x+1}$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp tất cả giá trị của m sao cho $4\max\limits_{[1;2]}|f(x)| - \min\limits_{[1;2]}|f(x)| = 3$. Tổng các phần tử của S bằng

A. $-\dfrac{11}{6}$. **B.** $-\dfrac{11}{3}$. **C.** $\dfrac{-67}{36}$. **D.** $\dfrac{-43}{36}$.

Hướng dẫn giải:

Xét $f(x) = \dfrac{x^2 + mx + m}{x+1} = \dfrac{x^2}{x+1} + m;\ f'(x) = \dfrac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} > 0,\ \forall x \in [1;2]$. Vì vậy $f(x)$ đồng biến $\forall x \in [1;2]$, suy ra: $f(1) \le f(x) \le f(2)$ hay $\boxed{m + \dfrac{1}{2} \le f(x) \le m + \dfrac{4}{3}}$.

Trường hợp 1: $0 < m + \dfrac{1}{2} < m + \dfrac{4}{3} \Rightarrow \boxed{m > -\dfrac{1}{2}}$. Ta có: $\max\limits_{[1;2]}|f(x)| = \left|m + \dfrac{4}{3}\right|_{+} = m + \dfrac{4}{3}$; $\min\limits_{[1;2]}|f(x)| = \left|m + \dfrac{1}{2}\right|_{+} = m + \dfrac{1}{2}$.

Theo giả thiết thì: $4\left(m + \dfrac{4}{3}\right) - \left(m + \dfrac{1}{2}\right) = 3 \Leftrightarrow m = -\dfrac{11}{18}$ (loại).

Trường hợp 2: $m + \dfrac{1}{2} < m + \dfrac{4}{3} < 0 \Rightarrow \boxed{m < -\dfrac{4}{3}}$. Ta có: $\max\limits_{[1;2]}|f(x)| = \left|m + \dfrac{1}{2}\right|_{-} = -m - \dfrac{1}{2}$;

$\min\limits_{[1;2]}|f(x)| = \left|m + \dfrac{4}{3}\right|_{-} = -m - \dfrac{4}{3}$. Theo giả thiết thì: $4\left(-m - \dfrac{1}{2}\right) - \left(-m - \dfrac{4}{3}\right) = 3 \Leftrightarrow m = -\dfrac{11}{9}$ (loại).

Trường hợp 3: $m+\frac{1}{2}\le 0\le m+\frac{4}{3}\Leftrightarrow \boxed{-\frac{4}{3}\le m\le -\frac{1}{2}}$, khi đó: $\max\limits_{[1;2]}\left|f\left(x\right)\right|=\max\left\{\left|m+\frac{1}{2}\right|;\left|m+\frac{4}{3}\right|\right\}$

$=\dfrac{\left|m+\frac{1}{2}+m+\frac{4}{3}\right|+\left|m+\frac{1}{2}-m-\frac{4}{3}\right|}{2}=\dfrac{\left|2m+\frac{11}{6}\right|+\frac{5}{6}}{2}=\left|m+\frac{11}{12}\right|+\frac{5}{12}$; $\min\limits_{[1;2]}\left|f\left(x\right)\right|=0$.

Theo giả thiết thì: $4\left(\left|m+\frac{11}{12}\right|+\frac{5}{12}\right)-0=3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-\frac{7}{12} \\ m=-\frac{5}{4}\end{array}\right.$ (nhận).

Ta có: $m_1+m_2=-\frac{7}{12}-\frac{5}{4}=-\frac{11}{6}$. **Chọn A.**

Câu 50. Xét các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3\left(1+ab\right)=\frac{1}{2}+\log_3\left(b-a\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{\left(1+a^2\right)\left(1+b^2\right)}{a\left(a+b\right)}$ bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $\begin{cases} b-a>0 \\ a>0,\ b>0\end{cases}$.

Ta có: $\log_3\left(1+ab\right)=\frac{1}{2}+\log_3\left(b-a\right)\Leftrightarrow \log_3\left(1+ab\right)-\log_3\left(b-a\right)=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \log_3\frac{1+ab}{b-a}=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{1+ab}{b-a}=\sqrt{3}\Leftrightarrow 1+ab=\sqrt{3}\left(b-a\right)\Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{a}+b=\sqrt{3}\left(\frac{b}{a}-1\right)}$.

Áp dụng ***bất đẳng thức AM-GM***: $\frac{1}{a}+b\ge 2\sqrt{\frac{b}{a}}$. Vì vậy: $\sqrt{3}\left(\frac{b}{a}-1\right)\ge 2\sqrt{\frac{b}{a}}\Leftrightarrow \sqrt{3}\frac{b}{a}-2\sqrt{\frac{b}{a}}-\sqrt{3}\ge 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{\frac{b}{a}}\ge \sqrt{3} \\ \sqrt{\frac{b}{a}}\le -\frac{1}{\sqrt{3}}\ \text{(loại)}\end{array}\right.\Leftrightarrow \sqrt{\frac{b}{a}}\ge\sqrt{3}\Leftrightarrow \boxed{\frac{b}{a}\ge 3}$.

Ta có: $P=\dfrac{\left(1+a^2\right)\left(1+b^2\right)}{a\left(a+b\right)}=\dfrac{1+a^2+b^2+a^2b^2}{a\left(a+b\right)}$.

Theo ***bất đẳng thức AM-GM***, ta có: $1+a^2b^2\ge 2\sqrt{a^2b^2}=2ab$.

Suy ra: $1+a^2+b^2+a^2b^2\ge a^2+b^2+2ab=\left(a+b\right)^2$

Ta có: $P=\dfrac{1+a^2+b^2+a^2b^2}{a\left(a+b\right)}\ge\dfrac{\left(a+b\right)^2}{a\left(a+b\right)}=\dfrac{a+b}{a}=1+\dfrac{b}{a}\ge 4$. Vậy $P_{\min}=4$. **Chọn B.**

Khi đó: $\begin{cases}\frac{b}{a}=3,\ ab=1 \\ a>0,\ b>0,\ b-a>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} b=3a,\ a.3a=1 \\ a>0,\ b>0,\ b-a>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=\frac{1}{\sqrt{3}} \\ b=\sqrt{3}\end{cases}$.

ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KÌ I
MÔN TOÁN – LỚP 12
ĐỀ SỐ 14
Trắc nghiệm: 50 câu Thời gian: 90 phút

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

C. Hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2(2x-1)^2(x+1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 3. Viết công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ có đường cao h, bán kính đường tròn đáy R.

A. $S_{xq}=2\pi h$. **B.** $S_{xq}=2\pi Rh$. **C.** $S_{xq}=2Rh$. **D.** $S_{xq}=\pi^2Rh$.

Câu 4. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là ?

A. $a^{\frac{5}{6}}$. **B.** $a^{\frac{7}{6}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** $a^{\frac{6}{7}}$.

Câu 5. Cho khối cầu có bán kính $r=2$. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. $\dfrac{256\pi}{3}$. **B.** 256π **C.** 64π. **D.** $\dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 6. Điểm $M(2;-2)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nào?

A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=-2x^3+6x^2-10$. **C.** $y=x^4-16x^2$. **D.** $y=-x^2+4x-6$.

Câu 7. Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2;\ 4;\ 6$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 8. **B.** 16. **C.** 48. **D.** 12.

Câu 8. Hàm số $f(x)=\log_2(x^2-2)$ có đạo hàm là

A. $f'(x)=\dfrac{1}{(x^2-2)\ln 2}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{2x}{(x^2-2)\ln 2}$.

C. $f'(x)=\dfrac{2x\ln 2}{x^2-2}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{\ln 2}{x^2-2}$.

Câu 9. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $SA\perp(ABC), SA=3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=2a^3$. **B.** a^3. **C.** $V=3a^3$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}a^3$.

Câu 10. Độ dài đường sinh hình nón có diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$ và đường kính đáy bằng $2a$ là:

A. $2a$. **B.** $6a$. **C.** $3a$. **D.** $9a$.

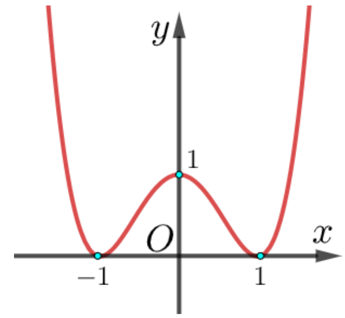
Câu 11. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(2a^2\right)$ bằng

A. $2\log_2(2a)$. **B.** $4\log_2(a)$. **C.** $1+2\log_2(a)$. **D.** $\frac{1}{2}\log_2(2a)$.

Câu 12. Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh bằng 2.

A. 12π. **B.** 4π. **C.** $\sqrt{3}\pi$. **D.** $4\sqrt{3}\pi$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)\cup(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 14. Tập nghiệm của phương trình $9^{x+1}=27^{2x+1}$ là

A. $\{0\}$. **B.** $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\left\{-\frac{1}{4};0\right\}$.

Câu 15. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN, ta được một hình trụ. Tính thể tích V của khối trụ tạo bởi hình trụ đó

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** π. **C.** 2π. **D.** 4π.

Câu 16. Cho các số dương a, b, c. Tính $S=\log_2\frac{a}{b}+\log_2\frac{b}{c}+\log_2\frac{c}{a}$.

A. $S=2$. **B.** $S=0$. **C.** $S=\log_2(abc)$. **D.** $S=1$.

Câu 17. Khối chóp tam giác có thể tích là: $\frac{2a^3}{3}$ và chiều cao $a\sqrt{3}$. Tìm diện tích đáy của khối chóp tam giác đó.

A. $\sqrt{3}a^2$. **B.** $2\sqrt{3}a^2$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^2}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}a^2}{9}$.

Câu 18. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=5$. **B.** $y=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)<\log_2(3-x)$ là

A. $S=(1;+\infty)$. **B.** $S=(1;3]$. **C.** $S=(-1;1)$. **D.** $S=(-\infty;1)$.

Câu 20. Thể tích V của khối nón có chiều cao $h=6$ và bán kính đáy $R=4$ là :

A. 16π. **B.** 96π. **C.** 48π. **D.** 32π.

Câu 21. Xác định x dương để $2x-3$, x, $2x+3$ lập thành cấp số nhân.

A. $x=3$. **B.** $x=\sqrt{3}$.

C. $x=\pm\sqrt{3}$. **D.** không có giá trị nào của x thỏa mãn.

Câu 22. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^2-3x+1$ tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn AB?

A. $AB=3$. **B.** $AB=2\sqrt{2}$. **C.** $AB=1$. **D.** $AB=\sqrt{2}$.

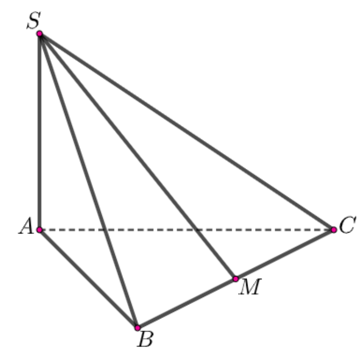
Câu 23. Một khối trụ có đường cao bằng 2, chu vi của thiết diện qua trục có giá trị gấp 3 lần đường kính đáy. Thể tích của khối trụ bằng

A. 2π. **B.** 32π. **C.** $\dfrac{8\pi}{3}$. **D.** 8π.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{4x}\le\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2-x}$ là

A. $\left[-\dfrac{2}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\dfrac{2}{3}\right]$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{2}{5}\right]$. **D.** $\left(\dfrac{2}{3};+\infty\right)$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$, $AB=AC=a$. Gọi M là trung điểm của BC (xem hình vẽ). Tính góc giữa đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC)

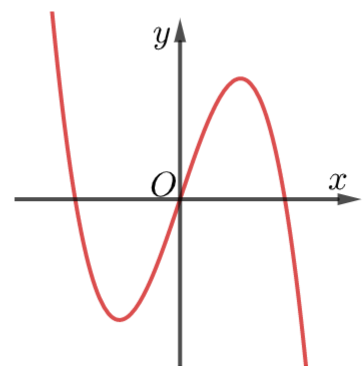


A. $90°$.
B. $60°$.
C. $30°$.
D. $45°$.

Câu 26. Phương trình $9^x-3.3^x+2=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 với $x_1<x_2$. Tính giá trị của $A=2x_1+3x_2$

A. $A=4\log_3 2$. **B.** $A=2$. **C.** $A=0$. **D.** $A=3\log_3 2$.

Câu 27. Đồ thị đã cho trong hình là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x$.
B. $y=-x^4-3x$.
C. $y=x^4-2x^2$.
D. $y=x^3-3x$.

Câu 28. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{\log_{0,3}(x+3)}$.

A. $D=(-3;+\infty)$. **B.** $D=(-3;-2)$.

C. $D=[-3;+\infty)$. **D.** $D=(-3;-2]$.

Câu 29. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác vuông cân tại B, $AC=a\sqrt{2}$, biết góc giữa $(A'BC)$ và đáy bằng 60°. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 30. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\log_2(ab)=\log_4(ab^4)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $a=b^2$. **B.** $a^3=b$. **C.** $a=b$. **D.** $a^2=b$.

Câu 31. Biết rằng hàm số $f(x)=-x+2024-\dfrac{1}{x}$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(0;4)$ tại x_0. Tính $P=x_0+2023$.

A. 2023. **B.** 2022. **C.** 2024. **D.** 2025.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Thể tích khối tứ diện $ABDB'$ bằng

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 33. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^4+x$ biết tiếp tuyến đó vuông góc với đường thẳng $d: y=-\frac{1}{5}x$.

A. $y=-5x+3$. **B.** $y=5x-3$. **C.** $y=5x+3$. **D.** $y=-5x-3$.

Câu 34. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_6\left[x(5-x)\right]=1$.

A. $S=\{2;-6\}$. **B.** $S=\{2;3;4\}$. **C.** $S=\{2;3\}$. **D.** $S=\{2;3;-1\}$.

Câu 35. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, cạnh bên bằng $2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm cạnh BC. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{14}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{14}}{12}$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=|x-1|$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. $f(1)=0$. **B.** $f(x)$ có đạo hàm tại $x=1$.

C. $f(x)$ liên tục tại $x=1$. **D.** $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$.

Câu 37. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, có cạnh đáy bằng $3a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $4\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{4\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $4\pi a^3\sqrt{2}$.

Câu 38. Các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=x-m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt là

A. $-5<m<-1$. **B.** $m>-5$.

C. $m<-1$. **D.** $m<-5$ hoặc $m>-1$.

Câu 39. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AB=a, ACB=30°$ và $SA=SB=SD$ với D là trung điểm của BC. Cạnh bên SA hợp với đáy một góc $45°$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 40. Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

A. $y=-x^4-4x^2+1$. **B.** $y=x^4+5x^2-1$.

C. $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=-x^3-7x^2-x-1$.

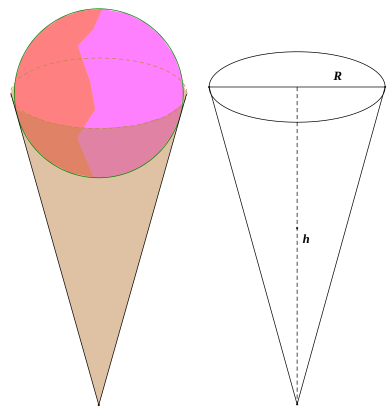
Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD. Thể tích khối tứ diện $SOMN$ bằng

A. $\frac{a^3}{16}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{3a^3}{8}$. **D.** $\frac{3a^3}{16}$.

Câu 42. Trong nông nghiệp, bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Một nhóm các nhà khoa học Việt Nam còn phát hiện ra rằng bèo hòa dâu có thể được dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần thì bèo phát triển thành ba lần lượng bèo đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm là như nhau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì bèo vừa kín mặt hồ.

A. 20. **B.** 21. **C.** 23. **D.** 22.

Câu 43. Một kem ốc quế gồm hai phần, phần kem có dạng hình cầu, phần ốc quế có dạng hình nón. Giả sử hình cầu và đáy của hình nón có bán kính bằng nhau, nếu kem tan chảy hết sẽ làm đầy phần ốc quế (biết thể tích kem sau khi tan chảy bằng 75% thể tích kem đóng băng ban đầu). Gọi $h,\ R$ lần lượt là chiều cao và bán kính của phần ốc quế. Tính tỷ số $\frac{h}{R}$.



A. $\frac{h}{R}=3$. **B.** $\frac{h}{R}=2$. **C.** $\frac{h}{R}=\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{h}{R}=\frac{16}{3}$.

Câu 44. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để đồ thị hàm số $y=x^3-(2m+1)x^2+2(3m-2)x-8=0$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số nhân. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 45. Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Một hình vuông $ABCD$ có AB, CD là hai dây cung của hai đường tròn đáy và mặt phẳng $(ABCD)$ không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng.

A. $\frac{5a^2}{4}$. **B.** $\frac{5a^2\sqrt{2}}{4}$. **C.** $5a^2$. **D.** $\frac{5a^2}{2}$.

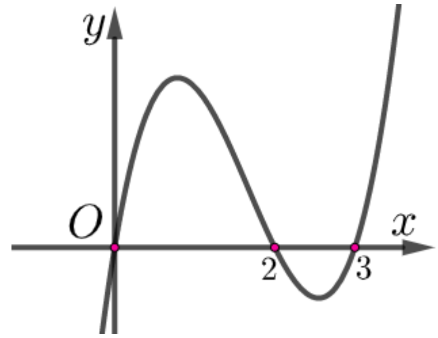
Câu 46. Tìm số giá trị nguyên của tham số $m\in(-10;10)$ để phương trình $\left(\sqrt{10}+1\right)^{x^2}+m\left(\sqrt{10}-1\right)^{x^2}=2.3^{x^2+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 14. **B.** 15. **C.** 13. **D.** 16.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $3a^3$ và mặt đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Khoảng cách giữa SB và CD bằng:

A. $6\sqrt{2}a$. **B.** $3\sqrt{3}a$. **C.** $6\sqrt{3}a$. **D.** $3\sqrt{2}a$.

Câu 48. Giả sử $f(x)$ là một đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y=f'(1-x)$ được cho như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=f(x^2-3)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



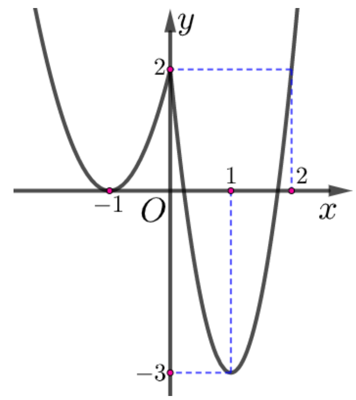
A. $(1;2)$.

B. $(-2;-1)$.

C. $(0;1)$.

D. $(-1;0)$.

Câu 49. Cho hàm số $u(x)=\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}$ và $f(x)$, trong đó đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình bên. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(u(x))=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?



A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 50. Xét tất cả các số thực dương x, y thỏa mãn $\dfrac{x+y}{10}+\log\left(\dfrac{1}{2x}+\dfrac{1}{2y}\right)=1+2xy$. Khi biểu thức $\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, tích xy bằng:

A. $\dfrac{9}{100}$. **B.** $\dfrac{9}{200}$. **C.** $\dfrac{1}{64}$. **D.** $\dfrac{1}{32}$.

HẾT

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 14

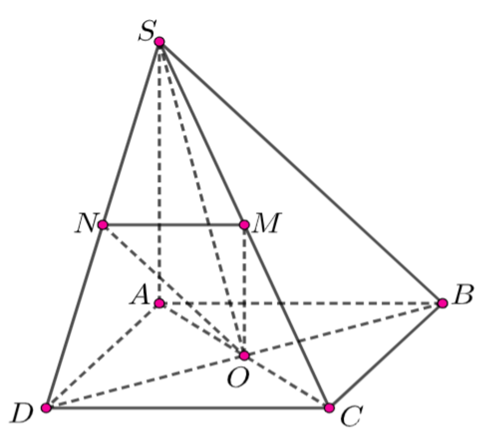
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	B	B	B	D	A	C	B	B	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	D	B	A	B	C	B	C	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	C	D	A	D	D	A	D	A	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	A	B	C	C	B	A	D	B	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	B	A	C	D	B	C	D	B	C

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 14

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD. Thể tích khối tứ diện $SOMN$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{16}$. **B.** $\dfrac{a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{16}$.

Hướng dẫn giải:



Ta có: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.3a.a^2=a^3$.

Xét: $\dfrac{V_{S.OMN}}{V_{S.OCD}}=\dfrac{SM}{SC}.\dfrac{SN}{SD}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}$

$\Rightarrow V_{S.OMN}=\dfrac{1}{4}V_{S.OCD}=\dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{4}V_{S.ABCD}$ (do $S_{\Delta OCD}=\dfrac{1}{4}S_{ABCD}$)

$V_{S.OMN}=\dfrac{1}{16}V_{S.ABCD}=\dfrac{a^3}{16}$. **Chọn A.**

Câu 42. Trong nông nghiệp, bèo hoa dâu được dùng làm phân bón, nó rất tốt cho cây trồng. Một nhóm các nhà khoa học Việt Nam còn phát hiện ra rằng bèo hòa dâu có thể được dùng để chiết xuất ra chất có tác dụng kích thích hệ miễn dịch và hỗ trợ điều trị ung thư. Bèo hoa dâu được thả nuôi trên mặt nước. Một người đã thả một lượng bèo hoa dâu chiếm 4% diện tích mặt hồ. Biết rằng cứ sau đúng một tuần thì bèo phát triển thành ba lần lượng bèo đã có và tốc độ phát triển của bèo ở mọi thời điểm là như nhau. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì bèo vừa kín mặt hồ.

A. 20. **B.** 21. **C.** 23. **D.** 22.

Hướng dẫn giải:

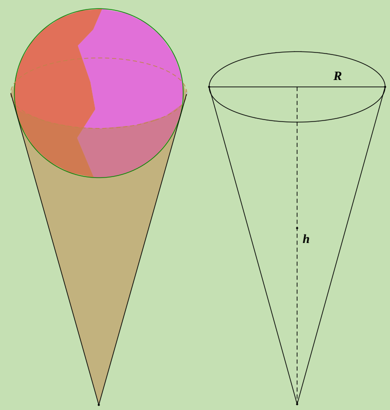
Gọi A là lượng bèo ban đầu, suy ra lượng bèo sẽ phủ kín mặt hồ là $\frac{100A}{4} = 25A$.

Sau n tuần thì lượng bèo sẽ là: $A.3^n$.

Khi bèo phủ đầy hồ, ta có: $25A = A.3^n \Leftrightarrow 3^n = 25 \Leftrightarrow n = \log_3 25$.

Vậy số ngày cần thiết để bèo vừa phủ kín mặt hồ là: $7\log_3 25 \approx 20,51$. **Chọn B.**

Câu 43. Một kem ốc quế gồm hai phần, phần kem có dạng hình cầu, phần ốc quế có dạng hình nón. Giả sử hình cầu và đáy của hình nón có bán kính bằng nhau, nếu kem tan chảy hết sẽ làm đầy phần ốc quế (biết thể tích kem sau khi tan chảy bằng 75% thể tích kem đóng băng ban đầu). Gọi h, R lần lượt là chiều cao và bán kính của phần ốc quế. Tính tỷ số $\frac{h}{R}$.



A. $\frac{h}{R} = 3$. **B.** $\frac{h}{R} = 2$. **C.** $\frac{h}{R} = \frac{4}{3}$. **D.** $\frac{h}{R} = \frac{16}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Nhận xét: Giả thiết bài toán cho ta thông tin quan trọng nhất là thể tích khối cầu (kem) bằng $\frac{4}{3}$ thể tích khối nón (ốc quế).

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích kem (khối cầu) và ốc quế (khối nón).

Thể tích kem ban đầu (khối cầu): $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3$, thể tích phần ốc quế (khối nón): $V_2 = \frac{1}{3}\pi.R^2.h$.

Ta có $V_2 = \frac{3}{4}V_1 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi.R^2.h = \frac{3}{4}.\frac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow \frac{h}{R} = 3$. **Chọn A.**

Câu 44. Gọi S là tập hợp các số nguyên m để đồ thị hàm số $y = x^3 - (2m+1)x^2 + 2(3m-2)x - 8 = 0$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số nhân. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Hướng dẫn giải:

Ghi nhớ: ***Định lí Vi-ét cho phương trình bậc ba.***

Nếu phương trình $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 thì $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = \frac{c}{a} \\ x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a} \end{cases}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành:

$$x^3-(2m+1)x^2+2(3m-2)x-8=0 \quad (*).$$

(Đây là phương trình bậc ba với $a=1,\ b=-(2m+1),\ c=2(3m-2),\ d=-8$).

Giả sử $x_1,\ x_2,\ x_3$ theo thứ tự là ba nghiệm của (*). Theo ***định lí Vi-ét***, ta có: $x_1x_2x_3=-\dfrac{d}{a}=8 \quad (1)$.

Do $x_1,\ x_2,\ x_3$ lập thành cấp số nhân nên $x_2^2=x_1x_3 \quad (2)$. Thay (2) vào (1): $x_2^3=8 \Rightarrow x_2=2$.

Thay nghiệm $x=x_2=2$ vào (*) ta được: $2^3-(2m+1).2^2+2.(3m-2).2-8=0 \Leftrightarrow m=3\in\mathbb{Z}$.

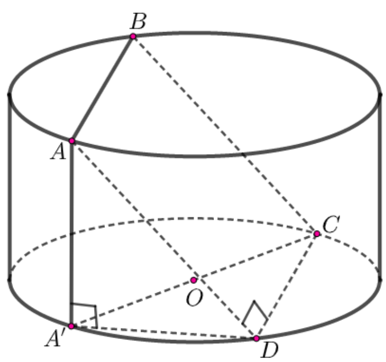
Thử lại: Thay $m=3$ vào (*), ta được: $x^3-7x^2+14x-8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=4 \end{array}\right.$ (ba số lập thành cấp số nhân).

Vậy $S=\{3\}$ nên có tổng các phần tử bằng 3. **Chọn C**.

Câu 45. Một hình trụ có bán kính đáy bằng chiều cao và bằng a. Một hình vuông $ABCD$ có $AB,\ CD$ là hai dây cung của hai đường tròn đáy và mặt phẳng $(ABCD)$ không vuông góc với đáy. Diện tích hình vuông đó bằng.

A. $\dfrac{5a^2}{4}$. **B.** $\dfrac{5a^2\sqrt{2}}{4}$. **C.** $5a^2$. **D.** $\dfrac{5a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải:



Kẻ đường sinh $A'A$ của hình trụ (A' thuộc đường tròn đáy tâm O).

Ta có: $\begin{cases} CD\perp AD \\ CD\perp A'A \end{cases} \Rightarrow CD\perp(A'AD)\Rightarrow CD\perp A'D$.

Vì $A'DC=90^0$ nên tam giác $A'DC$ nội tiếp chắn nửa đường tròn $(O;a)$, hay $A'C$ là đường kính của đường tròn $(O;a)\Rightarrow A'C=2a$.

Đặt cạnh hình vuông $ABCD$ là x.

Ta có: $A'D^2=AD^2-A'A^2=x^2-a^2$;

$$A'D^2+CD^2=A'C^2 \Leftrightarrow x^2-a^2+x^2=(2a)^2 \Leftrightarrow x^2=\frac{5a^2}{2}.$$

Diện tích hình vuông $ABCD$: $S_{ABCD}=x^2=\dfrac{5a^2}{2}$. **Chọn D**.

Câu 46. Tìm số giá trị nguyên của tham số $m\in(-10;10)$ để phương trình $\left(\sqrt{10}+1\right)^{x^2}+m\left(\sqrt{10}-1\right)^{x^2}=2.3^{x^2+1}$ có đúng hai nghiệm phân biệt?

A. 14. **B.** 15. **C.** 13. **D.** 16.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\left(\sqrt{10}+1\right)^{x^2}+m\left(\sqrt{10}-1\right)^{x^2}=2.3^{x^2+1} \Leftrightarrow \left(\dfrac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{x^2}+m\left(\dfrac{\sqrt{10}-1}{3}\right)^{x^2}=6 \quad (1)$.

Đặt $t=\left(\frac{\sqrt{10}+1}{3}\right)^{x^2}\Rightarrow\left(\frac{\sqrt{10}-1}{3}\right)^{x^2}=\frac{1}{t}$; với $x^2\ge 0$ thì $t\ge 1$.

Khi đó (1) trở thành: $t+m.\frac{1}{t}=6\Leftrightarrow t^2+m=6t\Leftrightarrow \boxed{-t^2+6t=m}$ (2).

Xét hàm số $f(t)=-t^2+6t$ trên khoảng $[1;+\infty)$, ta có: $f'(t)=-2t+6=0\Rightarrow t=3$.

Bảng biến thiên:

t	1		3		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	5	$\nearrow$	9	$\searrow$	$-\infty$

$y=m$

$y=m$

Nhận xét: (1) có đúng hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow(2)$ có đúng một nghiệm lớn hơn 1.

Dựa vào bảng biến thiên, ta được: $m<5$ hoặc $m=9$. Do $m\in(-10;10)$ nên $m\in\{-9;-8;...;3;4;9\}$. Vậy có 15 giá trị m cần tìm. **Chọn B**.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $3a^3$ và mặt đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Khoảng cách giữa SB và CD bằng:

A. $6\sqrt{2}a$. **B.** $3\sqrt{3}a$. **C.** $6\sqrt{3}a$. **D.** $3\sqrt{2}a$.

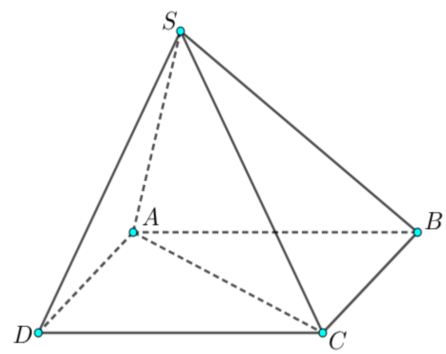
Hướng dẫn giải:

Ta có: $CD\,//\,AB\Rightarrow CD\,//\,(SAB)$. Do đó: $d(CD,SB)=d(CD,(SAB))=d(C,(SAB))$.

Ta lại có $V_{S.ABCD}=2V_{S.ABC}=2V_{C.SAB}\Rightarrow V_{C.SAB}=\frac{V_{S.ABCD}}{2}=\frac{3a^3}{2}$.

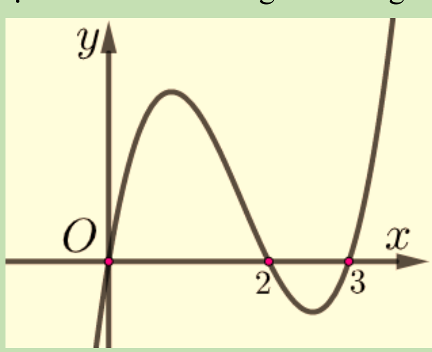
Do $V_{C.SAB}=\frac{1}{3}S_{\Delta SAB}.d(C,(SAB))$ nên

$$d(C,(SAB))=\frac{3V_{C.SAB}}{S_{\Delta SAB}}=\frac{\frac{9a^3}{2}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}=6\sqrt{3}a.$$



Vậy $d(CD,SB)=6\sqrt{3}a$. **Chọn C**.

Câu 48. Giả sử $f(x)$ là một đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y=f'(1-x)$ được cho như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=f(x^2-3)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(1;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Hướng dẫn giải:

Không làm mất tính tổng quát, ta chọn: $f'(1-x)=x(x-2)(x-3)$. Đặt $t=1-x\Rightarrow x=1-t$.

Ta có: $f'(t)=(1-t)(1-t-2)(1-t-3)=(1-t)(t+1)(t+2)$; $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\x=-2\end{array}\right.$ (*).

Ta có: $g'(x)=2xf'(x^2-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'(x^2-3)=0\end{array}\right.$

Từ (*), ta có: $f'(x^2-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-3=1\\x^2-3=-1\\x^2-3=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm2\\x=\pm\sqrt{2}\\x=\pm1\end{array}\right.$.

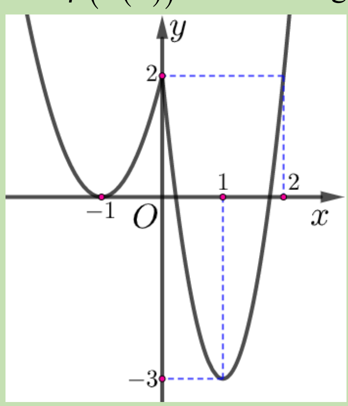
Bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$		-2		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

(Lấy $x=3$ ta có $g'(x)=6f'(6)<0$, qua các nghiệm của $g'(x)=0$ thì $g'(x)$ đổi dấu do các nghiệm này đều là nghiệm đơn của $g'(x)$).

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-1;0)$. **Chọn D**.

Câu 49. Cho hàm số $u(x)=\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}$ và $f(x)$, trong đó đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình bên. Hỏi có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(u(x))=m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt?

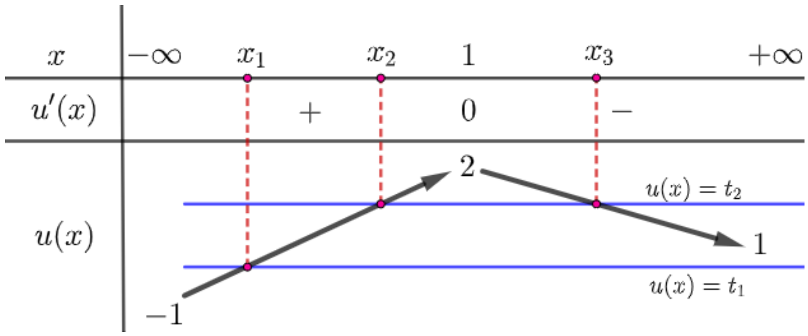


A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải:

Xét hàm $u(x)=\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}$; $u'(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+3}-(x+3).\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}}{x^2+3}=\dfrac{x^2+3-x^2-3x}{(x^2+3)\sqrt{x^2+3}}=\dfrac{3-3x}{(x^2+3)\sqrt{x^2+3}}$.

Ta có: $u'(x)=0\Leftrightarrow x=1$. Bảng biến thiên của $u(x)$:



Đặt $t=u(x)$, $t\in[-1;2]$; phương trình $f(u(x))=m$ trở thành $f(t)=m$.

Nhận xét: Với mỗi nghiệm $t\in(-1;1]$ hoặc $t=2$ thì phương trình $t=u(x)$ cho ra một nghiệm x. Với mỗi nghiệm $t\in(1;2)$ thì phương trình $t=u(x)$ cho ra hai nghiệm x_1, x_2 phân biệt.

Phương trình $f(u(x))=m$ có đúng 3 nghiệm $x_1,\ x_2,\ x_3$ phân biệt khi và chỉ khi $f(t)=m$ có hai nghiệm $t_1,\ t_2$ phân biệt thỏa: $\begin{cases} t_1\in(-1;1]\cup\{2\} \\ t_2\in(1;2) \end{cases}$ $(*)$. Suy ra: $m\in(-3;0]$; vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1;0\}$.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn B**.

Câu 50. Xét tất cả các số thực dương $x,\ y$ thỏa mãn $\dfrac{x+y}{10}+\log\left(\dfrac{1}{2x}+\dfrac{1}{2y}\right)=1+2xy$. Khi biểu thức $\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất, tích xy bằng:

A. $\dfrac{9}{100}$. **B.** $\dfrac{9}{200}$. **C.** $\dfrac{1}{64}$. **D.** $\dfrac{1}{32}$.

Hướng dẫn giải:

Với $x>0,\ y>0$, ta có: $\dfrac{x+y}{10}+\log\left(\dfrac{1}{2x}+\dfrac{1}{2y}\right)=1+2xy \Leftrightarrow \dfrac{x+y}{10}+\log\dfrac{x+y}{2xy}=1+2xy$

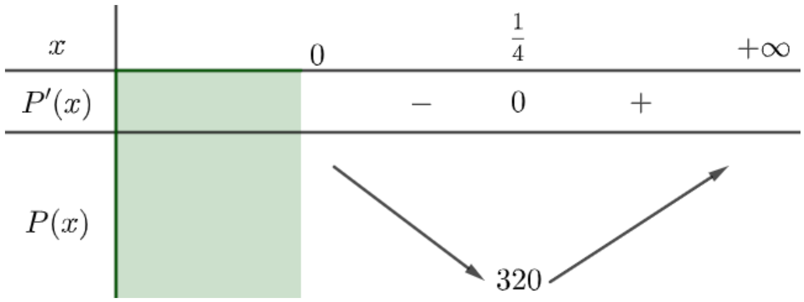
$\Leftrightarrow \dfrac{x+y}{10}+\log(x+y)-\log(2xy)=1+2xy \Leftrightarrow \dfrac{x+y}{10}+\log(x+y)-1=\log(2xy)+2xy$

$\Leftrightarrow \dfrac{x+y}{10}+\log\dfrac{x+y}{10}=\log(2xy)+2xy\ \ (*)$.

Xét hàm số $f(t)=\log t+t\ \ (t>0)$; ta có: $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 10}+1>0,\ \forall t>0$. Vì vậy hàm số $y=f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. Do đó: $(*)\Leftrightarrow \dfrac{x+y}{10}=2xy\Leftrightarrow x+y=20xy\Rightarrow y=\dfrac{x}{20x-1}$.

Ta có: $P=\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{1}{y^2}=\dfrac{4}{x^2}+\dfrac{(20x-1)^2}{x^2}=\dfrac{400x^2-40x+5}{x^2}=400-\dfrac{40}{x}+\dfrac{5}{x^2}=P(x)$

$P'(x)=\dfrac{40}{x^2}-\dfrac{10}{x^3}=\dfrac{40x-10}{x^3}=0\Rightarrow x=\dfrac{1}{4}$. Bảng biến thiên của $P(x)$:



Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $x=\dfrac{1}{4} \Rightarrow y=\dfrac{1}{16}$. Vậy $xy=\dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{16}=\dfrac{1}{64}$. **Chọn C**.

ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KÌ I

MÔN TOÁN – LỚP 12

ĐỀ SỐ 15

Trắc nghiệm: 50 câu Thời gian: 90 phút

Câu 1. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -2 và giá trị cực đại bằng 2.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

D. Hàm số có đúng một cực trị.

Câu 2. Hàm số $y=\log_3\left(3-2x\right)$ có tập xác định là

A. $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 3. Thể tích khối lập phương có cạnh $2\sqrt{3}$ bằng

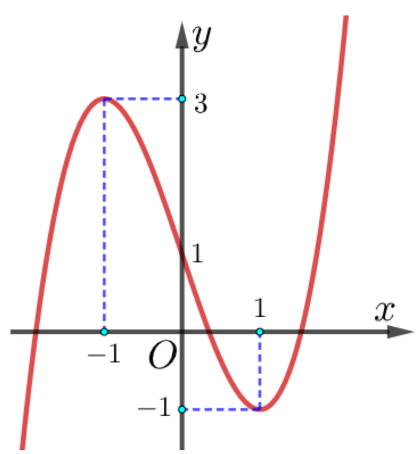
A. $24\sqrt{3}$. **B.** $54\sqrt{2}$. **C.** 8. **D.** $18\sqrt{2}$.

Câu 4. Các khoảng đồng biến của hàm số $y=x^4-8x^2-4$ là

A. $\left(-\infty;-2\right)$ và $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(-2;0\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.

C. $\left(-2;0\right)$ và $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 5. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$.

B. $y=x^3+3x+1$.

C. $y=-x^3-3x+1$.

D. $y=-x^3+3x+1$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=2^x$. **B.** $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$. **C.** $y=\left(\sqrt{\pi}\right)^x$. **D.** $y=\mathrm{e}^x$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác,diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$ và thể tích bằng a^3. Tính chiều cao h của hình chóp đã cho.

A. $h=\frac{\sqrt{3}a}{6}$. **B.** $h=\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\sqrt{3}a$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

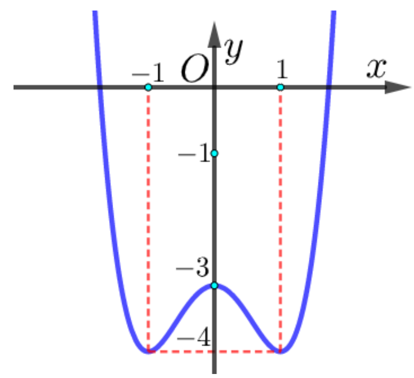
Câu 8. Tính giá trị của biểu thức $K=\log_a\sqrt{a\sqrt{a}}$ với $0<a\neq 1$ ta được kết quả là

A. $K=\frac{4}{3}$. **B.** $K=\frac{3}{2}$. **C.** $K=\frac{3}{4}$. **D.** $K=-\frac{3}{4}$.

Câu 9. Tổng hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+3$ và đường thẳng $y=x$ là.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 10. Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^4+2x^2-3$.

B. $y=x^4-2x^2-3$.

C. $y=-x^4-2x^2+3$.

D. $y=-x^4+2x^2+3$.

Câu 11. Phương trình $\log_3(3x-1)=2$ có nghiệm là

A. $x=\frac{3}{10}$. **B.** $x=3$.

C. $x=\frac{10}{3}$. **D.** $x=1$.

Câu 12. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=x-\sin^2 x$. **B.** $y=\cot x$. **C.** $y=\sin x$. **D.** $y=-x^3$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 14. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\left(\frac{3}{4}\right)^5<\left(\frac{3}{4}\right)^6$. **B.** $\left(\frac{4}{3}\right)^{-7}>\left(\frac{4}{3}\right)^{-6}$. **C.** $\left(\frac{3}{2}\right)^6>\left(\frac{3}{2}\right)^7$. **D.** $\left(\frac{2}{3}\right)^{-6}>\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$.

Câu 15. Một khối chóp có diện tích đáy bằng $3\sqrt{2}$ và thể tích bằng $\sqrt{50}$. Tính chiều cao của khối chóp đó.

A. 10. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 5.

Câu 16. Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$.

A. $m=0$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 17. Cho hình trụ có diện tích xung quanh bằng $3\pi a^2$ và bán kính đáy bằng a. Chiều cao của hình trụ đã cho bằng

A. $3a$. **B.** $2a$. **C.** $\frac{3}{2}a$. **D.** $\frac{2}{3}a$.

Câu 18. Cho các số thực a và b thỏa mãn $\log_5\left(5^a.\sqrt{5}^b\right)=\log_{\sqrt{5}}5$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $2a+b=4$. **B.** $2a+b=1$. **C.** $2a+4b=4$. **D.** $a+4b=4$.

Câu 19. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+4x-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-1<m<1$. **B.** $-1\le m\le 1$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $0<m<1$.

Câu 20. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $(d): y=x+1$ và đường cong $(C): y=\frac{2x+4}{x-1}$. Hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

A. $-\frac{5}{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** 1.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2+3x\right)\le 2$ là:

A. $(-4;1)$. **B.** $(-4;-3)\cup(0;1)$. **C.** $[-4;-3)\cup(0;1]$. **D.** $[-4;1]$.

Câu 22. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+2$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $2<m<3$. **B.** $1<m<2$. **C.** $m<2$. **D.** $m>2$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $(0{,}125)^{x^2-5}>64$ là

A. $\{-1;0;1\}$. **B.** $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$. **C.** $\left(-\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$. **D.** $(-3;3)$.

Câu 24. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA=BC=a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3}{2}$.

Câu 25. Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $4^x-4=0$. **B.** $9^x+1=0$. **C.** $\log_3(x+1)=1$. **D.** $\log(x+2)=2$.

Câu 26. Cắt hình trụ (T) bằng một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện là một hình chữ nhật có diện tích bằng $20\,\text{cm}^2$ và chu vi bằng $18\,\text{cm}$. Biết chiều dài của hình chữ nhật lớn hơn đường kính mặt đáy của hình trụ (T). Diện tích toàn phần của hình trụ là

A. $30\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $28\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $24\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $26\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(1-x^2\right)$ là

A. $\frac{2x}{x^2-1}$. **B.** $\frac{-2x}{x^2-1}$. **C.** $\frac{1}{x^2-1}$. **D.** $\frac{x}{1-x^2}$.

Câu 28. Số nghiệm của phương trình $\log_2\sqrt{x-3}+\log_2\sqrt{3x-7}=2$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 29. Cho khối cầu có thể tích $V=4\pi a^3$. Tính theo a bán kính R của khối cầu đã cho.

A. $R=a\sqrt[3]{3}$. **B.** $R=a\sqrt[3]{2}$. **C.** $R=a\sqrt[3]{4}$. **D.** $R=a$.

Câu 30. Đặt $\ln 2=a$, $\log_5 4=b$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\ln 100=\dfrac{ab+2a}{b}$. **B.** $\ln 100=\dfrac{4ab+2a}{b}$. **C.** $\ln 100=\dfrac{ab+a}{b}$. **D.** $\ln 100=\dfrac{2ab+4a}{b}$.

Câu 31. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao hình chóp là $a\sqrt{2}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 32. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh AB và cạnh CD nằm trên hai đáy của khối trụ. Biết $BD=a\sqrt{2}$, $DAC=60^\circ$. Tính thể tích khối trụ.

A. $\dfrac{3\sqrt{6}}{16}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{16}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{32}\pi a^3$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{48}\pi a^3$.

Câu 33. An có số tiền 1.000.000.000 đồng, dự định gửi tiền tại ngân hàng 9 tháng, lãi suất hàng tháng tại ngân hàng lúc bắt đầu gửi là 0,4%. Lãi gộp vào gốc để tính vào chu kì tiếp theo. Tuy nhiên, khi An gửi được 3 tháng thì do dịch Covid – 19 nên ngân hàng đã giảm lãi suất xuống còn 0,35%/tháng. An gửi tiếp 6 tháng nữa thì rút cả gốc lẫn lãi. Hỏi số tiền thực tế có được, chênh lệch so với dự kiến ban đầu của An gần số nào dưới đây nhất ?

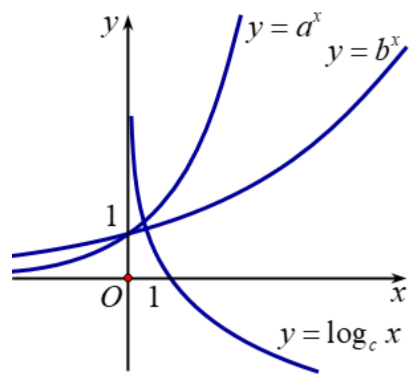
A. 3.300.000đ. **B.** 3.100.000đ. **C.** 3.000.000đ. **D.** 3.400.000đ.

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\log\left(x^2-2mx+4\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-2 \end{array}\right.$. **B.** $m=2$.

C. $m<2$. **D.** $-2<m<2$.

Câu 35. Cho a, b, c là các số dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y=a^x, y=b^x, y=\log_c x$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a<b<c$.

B. $c<b<a$.

C. $a<c<b$.

D. $c<a<b$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Biết $AB=AA'=a$, $AC=2a$. Gọi M là trung điểm của AC. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $MA'B'C'$ bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $5\pi a^2$. **D.** $3\pi a^2$.

Câu 37. Một hình nón và một hình trụ có cùng chiều cao bằng h và bán kính đường tròn đáy bằng r, hơn nữa diện tích xung quanh của chúng cũng bằng nhau. Khi đó, tỉ số $\dfrac{h}{r}$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** 2.

Câu 38. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\left(\dfrac{1}{9}\right)^x-m\left(\dfrac{1}{3}\right)^x+2m+1=0$ có nghiệm. Tập $\mathbb{R}\setminus S$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 4. **B.** 9. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 39. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 1 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SC lấy điểm E sao cho $SE = 2EC$. Tính thể tích V của khối tứ diện $SEBD$.

A. $V = \dfrac{1}{3}$. **B.** $V = \dfrac{1}{6}$. **C.** $V = \dfrac{1}{12}$. **D.** $V = \dfrac{2}{3}$.

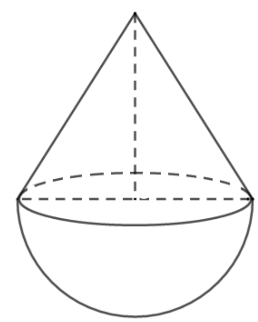
Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy. Biết SC tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45°. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

A. $V = \dfrac{4}{3}\pi a^3$. **B.** $V = \dfrac{1}{3}\pi a^3$. **C.** $V = \dfrac{2}{3}\pi a^3$. **D.** $V = \pi a^3$.

Câu 41. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{3^{x+1}.2^{x+2}}{6} - 2.3^x - 4.2^{x+1} + 8 \le 0$.

A. $S = [-1;\log_3 4]$. **B.** $S = \left[\dfrac{3}{4};\log_3 4\right]$. **C.** $S = [\log_3 4;+\infty]$. **D.** $S = [0;\log_3 4]$.

Câu 42. Một đồ chơi bằng gỗ có dạng một khối nón và một nửa khối cầu ghép với nhau (hình bên). Đường sinh của khối nón bằng 5cm, đường cao của khối nón là 4cm. Thể tích của đồ chơi bằng



A. $30\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

B. $72\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

C. $48\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

D. $54\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 43. Phương trình $\left|x^3 - 3x\right| = m^2 + m$ có sáu nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

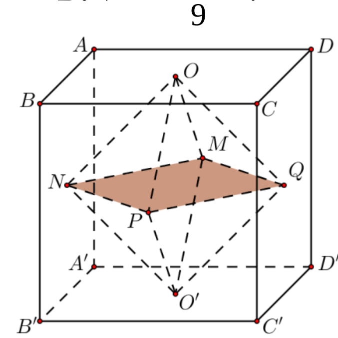
A. $m > 0$. **B.** $m < -2$ hoặc $m > 1$.

C. $-1 < m < 0$. **D.** $-2 < m < -1$ hoặc $0 < m < 1$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 2a,\ SB = 3a,\ SC = 4a$ và $ASB = BSC = 60^0,\ ASC = 90^0$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \dfrac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V = 2a^3\sqrt{2}$. **C.** $V = a^3\sqrt{2}$. **D.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{2}}{9}$.

Câu 45. Cho khối lập phương (H) và gọi (B) là khối bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của (H). Tỉ số thể tích của (B) và (H) là



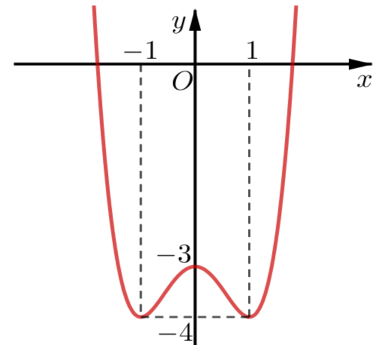
A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$.

C. $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x - m^2 + m}{x + 1}$. Gọi S là tập hợp chứa tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |f(x)|$ trên đoạn $[1;2]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng các phần tử của tập hợp S.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tìm m để phương trình $f(\sin x)=m$ có đúng hai nghiệm trên đoạn $[0;\pi]$.



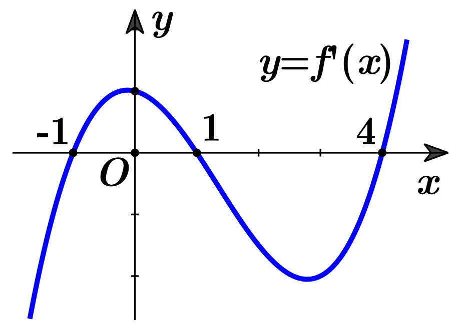
A. $-4<m\le -3$.

B. $-4\le m\le -3$.

C. $m=-4$ hoặc $m>-3$.

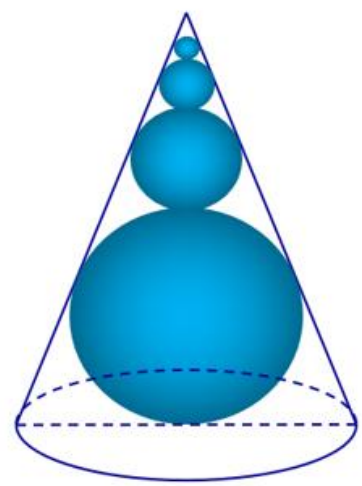
D. $-4\le m<-3$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết $f(0)=2022$. Có bao nhiêu giá trị nguyên M không vượt quá 2024 để bất phương trình $f(\cos x)<\mathrm{e}^{-\cos x}+M$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$?



A. 2021.
B. 2022.
C. 4.
D. 3.

Câu 49. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60°, độ dài đường sinh bằng a. Dãy hình cầu (S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... thỏa mãn: (S_1) tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón (N); (S_2) tiếp xúc ngoài với (S_1) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N); (S_3) tiếp xúc ngoài với (S_2) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N). Tính tổng thể tích các khối cầu (S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... theo a.



A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{52}$. **B.** $\dfrac{27\pi a^3\sqrt{3}}{52}$.

C. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\dfrac{9\pi a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 50. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2(x+2y)+x(x+3y-1)+y(2y-1)=0$. Khi biểu thức $P=\log_{2022}x+2\log_{2022}y$ đạt giá trị lớn nhất, tính giá trị $4x^2+5y^2$.

A. 1. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{8}{9}$. **D.** 3.

________________**HẾT**________________

ĐÁP ÁN ĐỀ SỐ 15

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	A	B	A	B	C	C	A	B
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	A	B	D	D	A	C	A	B	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	B	C	D	B	B	A	A	A	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	B	B	D	B	C	A	B	A	A
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	D	B	C	B	A	C	A	A

LỜI GIẢI CÂU HỎI VẬN DỤNG & VẬN DỤNG CAO ĐỀ SỐ 15

Câu 41. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{3^{x+1}.2^{x+2}}{6}-2.3^x-4.2^{x+1}+8\le 0$.

A. $S=\left[-1;\log_3 4\right]$. **B.** $S=\left[\dfrac{3}{4};\log_3 4\right]$. **C.** $S=\left[\log_3 4;+\infty\right]$. **D.** $S=\left[0;\log_3 4\right]$.

Hướng dẫn giải:

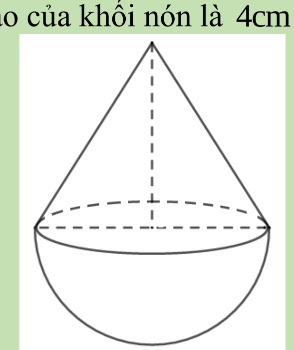
Ta có: $\dfrac{3^{x+1}.2^{x+2}}{6}-2.3^x-4.2^{x+1}+8\le 0\Leftrightarrow 3^x.2^{x+1}-2.3^x-4.2^{x+1}+8\le 0$

$\Leftrightarrow 3^x\left(2^{x+1}-2\right)-4\left(2^{x+1}-2\right)\le 0\Leftrightarrow\left(2^{x+1}-2\right)\left(3^x-4\right)\le 0\Leftrightarrow\begin{cases}2^{x+1}-2\ge 0\\3^x-4\le 0\end{cases}\vee\begin{cases}2^{x+1}-2\le 0\\3^x-4\ge 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\x\le\log_3 4\end{cases}\vee\begin{cases}x\le 0\\x\ge\log_3 4\end{cases}\Leftrightarrow 0\le x\le\log_3 4.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[0;\log_3 4\right]$. **Chọn D.**

Câu 42. Một đồ chơi bằng gỗ có dạng một khối nón và một nửa khối cầu ghép với nhau (hình bên). Đường sinh của khối nón bằng 5cm, đường cao của khối nón là 4cm. Thể tích của đồ chơi bằng



A. $30\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $72\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $48\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $54\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Hướng dẫn giải:

Theo giả thiết: $l = 5cm,\ h = 4cm$. Bán kính đáy của khối nón là: $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3cm$.

Do đó, thể tích của phần khối nón là: $V_1 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.3^2.4 = 12\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Nửa khối cầu có bán kính bằng bán kính đáy của khối nón là $r = 3$. Suy ra thể tích của nửa khối cầu là: $V_2 = \frac{1}{2}.\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3}.\pi.3^3 = 18\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

Vậy thể tích của đồ chơi là $V = V_1 + V_2 = 30\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **Chọn A**.

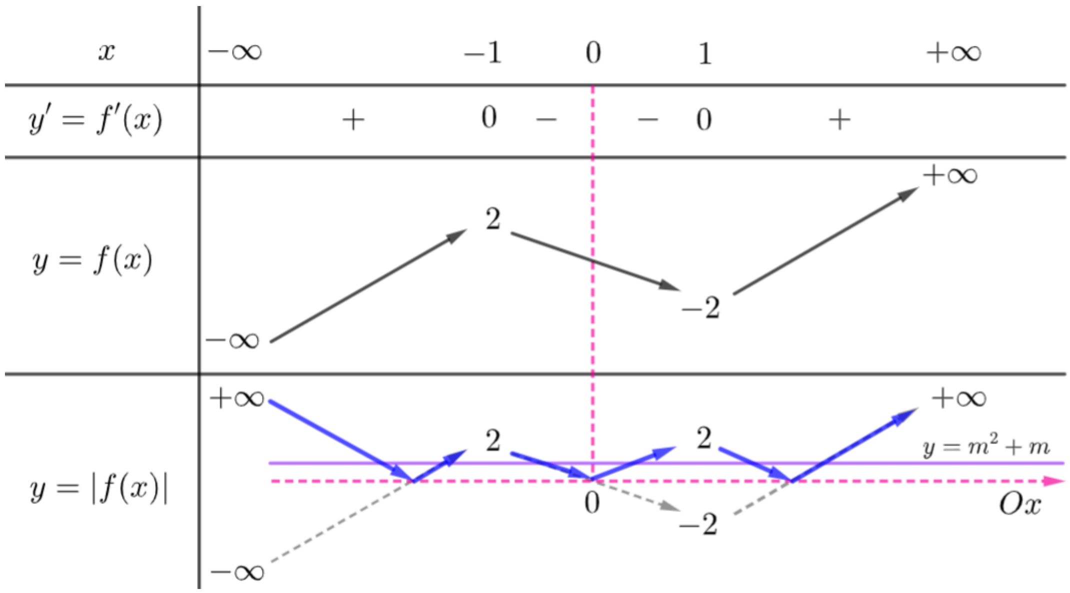
Câu 43. Phương trình $\left|x^3 - 3x\right| = m^2 + m$ có sáu nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

A. $m > 0$.
B. $m < -2$ hoặc $m > 1$.
C. $-1 < m < 0$.
D. $-2 < m < -1$ hoặc $0 < m < 1$.

Hướng dẫn giải:

Xét hàm số $f\left(x\right) = x^3 - 3x$ trên $\mathbb{R}$. Ta có: $f'\left(x\right) = 3x^2 - 3;\ f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên cho các hàm số $y = f\left(x\right)$ và $y = \left|f\left(x\right)\right|$:



Từ bảng biến thiên (hình dáng đồ thị) của $y = f\left(x\right)$, ta suy ra bảng biến thiên (hình dáng đồ thị) của $y = \left|f\left(x\right)\right|$ theo hai bước làm sau:

- **Bước 1:** Giữ nguyên phần đồ thị $y = f\left(x\right)$ phía trên *Ox* (kể cả điểm thuộc *Ox*), ta được $\left(C_1\right)$.
- **Bước 2:** Lấy đối xứng phần đồ thị $y = f\left(x\right)$ nằm dưới *Ox* qua *Ox*, ta được $\left(C_2\right)$. Hợp hai đồ thị $\left(C_1\right)$, $\left(C_2\right)$ chính là đồ thị của hàm số $y = \left|f\left(x\right)\right|$ (xem hàng cuối bảng biến thiên).

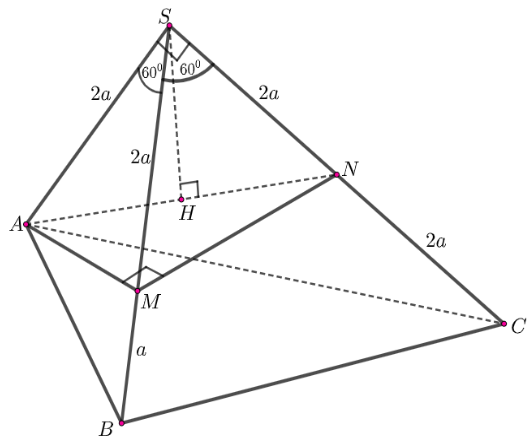
Phương trình đã cho có sáu nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $y = m^2 + m$ (ngang) cắt đồ thị hàm $y = \left|f\left(x\right)\right|$ tại sáu điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + m > 0 \\ m^2 + m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee m > 0 \\ -2 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-2;-1\right) \cup \left(0;1\right)$.

Chọn D.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 2a,\ SB = 3a,\ SC = 4a$ và $ASB = BSC = 60^0$, $ASC = 90^0$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $V=2a^3\sqrt{2}$. **C.** $V=a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{9}$.

Hướng dẫn giải:



☺ Cách giải 1:

Lấy điểm M, N lần lượt thuộc cạnh SB, SC sao cho $SM=SN=2a.$ Suy ra hai tam giác SAM, SMN đều cạnh $2a,$ tam giác SAN vuông cân tại S nên $AN=2a\sqrt{2}.$

Trong tam giác AMN có $AM^2+MN^2=AN^2$ và $AM=MN$ nên tam giác AMN vuông cân tại M.

Gọi H là trung điểm AN, suy ra H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN. Vì $SA=SM=SN\Rightarrow SH\perp(AMN)$.

Tam giác SAN vuông cân tại S nên đường cao $SH=a\sqrt{2}.$

Thể tích khối chóp $S.AMN$ là:

$$V_{S.AMN}=\frac{1}{3}.SH.S_{\Delta AMN}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.\frac{1}{2}.2a.2a=\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Ta có: $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow V_{S.ABC}=3V_{S.AMN}=3.\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}=2a^3\sqrt{2}.$ **Chọn B.**

☺ Cách giải 2:

✍ Ghi nhớ (công thức trắc nghiệm):

Nếu tứ diện $SABC$ có $SA=a,\ SB=b,\ SC=c,\ ASB=\alpha,\ BSC=\beta,\ ASC=\gamma$ thì thể tích tứ diện được tính theo công thức $\boxed{V_{SABC}=\dfrac{abc}{6}\sqrt{1+2\cos\alpha.\cos\beta.\cos\gamma-\cos^2\alpha-\cos^2\beta-\cos^2\gamma}}$.

Ta có: $V_{SABC}=\dfrac{2a.3a.4a}{6}\sqrt{1+2\cos 60^0.\cos 60^0.\cos 90^0-\cos^2 60^0-\cos^2 60^0-\cos^2 90^0}=2a^3\sqrt{2}$.

Câu 45. Cho khối lập phương (H) và gọi (B) là khối bát diện đều có các đỉnh là tâm các mặt của (H). Tỉ số thể tích của (B) và (H) là

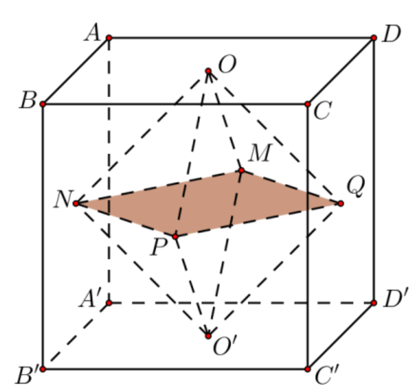
A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi thể tích của khối lập phương (H) và khối bát diện đều (B) lần lượt là V_H và V_B. Gọi $a\sqrt{2}$ $(a>0)$ là độ dài cạnh của khối lập phương H, ta có: $\boxed{V_H=2\sqrt{2}a^3}$.

Ta có: $V_B=2.V_{O.MNPQ}=2.\dfrac{1}{3}.d\left(O,(MNPQ)\right).S_{MNPQ}$

$=\dfrac{1}{3}OO'.S_{MNPQ}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.a^2$ hay $\boxed{V_B=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}}$.



Lưu ý : $MNPQ$ là hình vuông có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của mặt hình lập phương nên $MN = NP = PQ = MQ = a \Rightarrow S_{MNPQ} = a^2$).

Khi đó: $\frac{V_B}{V_H} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.\frac{1}{2\sqrt{2}a^3} = \frac{1}{6}$. **Chọn C.**

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = \frac{x - m^2 + m}{x+1}$. Gọi S là tập hợp chứa tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = |f(x)|$ trên đoạn $[1;2]$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng các phần tử của tập hợp S.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\max\limits_{[1;2]} g(x) = \max\limits_{[1;2]} |f(x)| = \max\left\{\frac{|-m^2+m+1|}{2}; \frac{|-m^2+m+2|}{3}\right\} = M$.

Vì $\begin{cases} M \ge \frac{|-m^2+m+1|}{2} \\ M \ge \frac{|m^2-m-2|}{3} \end{cases}$ nên $\begin{cases} 2M \ge |-m^2+m+1| \\ 3M \ge |m^2-m-2| \end{cases} \Rightarrow 5M \ge |-m^2+m+1| + |m^2-m-2|$.

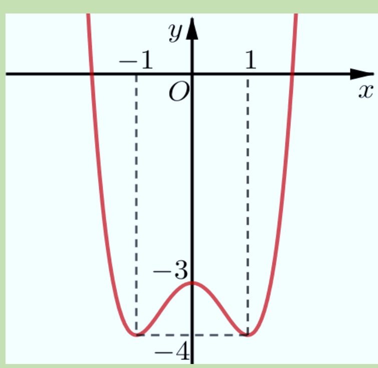
Áp dụng bất đẳng thức giá trị tuyệt đối dạng: $|a| + |b| \ge |a+b|$, ta được:

$5M \ge |-m^2+m+1| + |m^2-m-2| \ge |-m^2+m+1+m^2-m-2| = 1 \Rightarrow M \ge \frac{1}{5}$.

Do vậy: $\min M = \frac{1}{5}$; khi đó $\begin{cases} \frac{|-m^2+m+1|}{2} = \frac{|m^2-m-2|}{3} = \frac{1}{5} \\ (-m^2+m+1)(m^2-m-2) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{5-\sqrt{165}}{10} \vee m = \frac{5+\sqrt{165}}{10}$.

Vậy tổng các giá trị của m là: $\frac{5-\sqrt{165}}{10} + \frac{5+\sqrt{165}}{10} = 1$. **Chọn B.**

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tìm m để phương trình $f(\sin x) = m$ có đúng hai nghiệm trên đoạn $[0;\pi]$.



A. $-4 < m \le -3$. **B.** $-4 \le m \le -3$. **C.** $m = -4$ hoặc $m > -3$. **D.** $-4 \le m < -3$.

Hướng dẫn giải:

Đặt $t = \sin x$ với $x \in [0;\pi]$. Bảng biến thiên của hàm số $t = \sin x$ trên $[0;\pi]$:

x	0		$\dfrac{\pi}{2}$		π
t'		$+$	0	$-$	
t	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

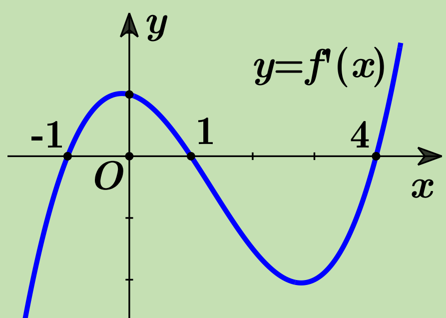
Phương trình ban đầu tương đương với $f(t) = m$, $t \in [0;1]$.

Khi đó, phương trình $f(\sin x) = m$ có đúng hai nghiệm trên đoạn $[0;\pi]$

$\Leftrightarrow$ Phương trình $f(t) = m$ có đúng một nghiệm $t \in [0;1) \Leftrightarrow -4 < m \le -3$.

Vậy $-4 < m \le -3$ là tập hợp giá trị của tham số m cần tìm. **Chọn A**.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết $f(0) = 2022$. Có bao nhiêu giá trị nguyên M không vượt quá 2024 để bất phương trình $f(\cos x) < \mathrm{e}^{-\cos x} + M$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$?



A. 2021. **B.** 2022. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Đặt $t = \cos x$ với $x \in \left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right) \Rightarrow t \in (-1;0) \Rightarrow f(\cos x) < \mathrm{e}^{-\cos x} + M \Leftrightarrow \boxed{f(t) - \mathrm{e}^{-t} < M}$.

Xét hàm số $g(t) = f(t) - \mathrm{e}^{-t}$. Ta có: $g'(t) = f'(t) + \mathrm{e}^{-t} > 0,\ \forall t \in (-1;0)$.

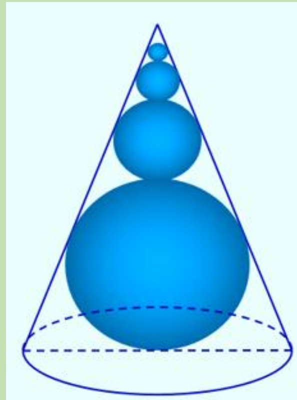
Suy ra $g(t)$ đồng biến trên $(-1;0)$. Do đó $g(t) < g(0) = f(0) - \mathrm{e}^{-0} = 2022 - 1 = 2021$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow M \ge 2021$ và $M \in \mathbb{Z}$, $M \le 2024$ nên $M \in \{2021; 2022; 2023; 2024\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của M thỏa mãn. **Chọn C**.

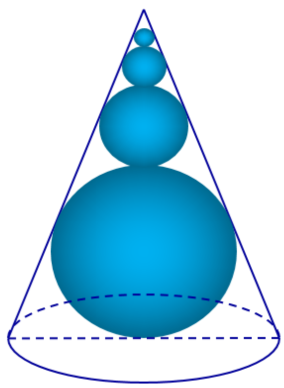
Câu 49. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 60°, độ dài đường sinh bằng a. Dãy hình cầu (S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... thỏa mãn: (S_1) tiếp xúc với mặt đáy và các đường sinh của hình nón (N); (S_2) tiếp xúc ngoài với (S_1) và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N); (S_3) tiếp xúc ngoài với (S_2)

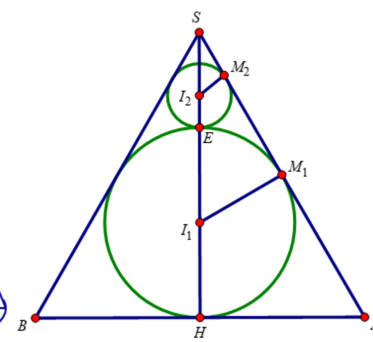
và tiếp xúc với các đường sinh của hình nón (N). Tính tổng thể tích các khối cầu (S_1), (S_2), (S_3),..., (S_n),... theo a.



A. $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{52}$. **B.** $\dfrac{27\pi a^3\sqrt{3}}{52}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\dfrac{9\pi a^3\sqrt{3}}{16}$.

Hướng dẫn giải:





Xét khối nón chứa hai mặt cầu (S_1) và (S_2) như hình bên để tìm mối liên hệ giữa bán kính r_1, r_2 của hai mặt cầu này.

Gọi I_1, I_2 lần lượt là tâm của mặt cầu (S_1) và (S_2); H là trung điểm của AB.

Vì ΔSAB đều nên theo tính chất trọng tâm: $r_1 = \frac{1}{3}SH = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Kẻ các đường $I_1M_1 \perp SA$ tại M_1, $I_2M_2 \perp SA$ tại M_2.

Xét ΔSI_2M_2 có $\sin 30^\circ = \frac{I_2M_2}{SI_2} \Rightarrow SI_2 = 2I_2M_2 = 2r_2$.

Khi đó ta có $SH = SI_2 + I_2E + EH \Leftrightarrow 3r_1 = 3r_2 + 2r_1 \Leftrightarrow r_1 = 3r_2$.

Chứng minh tương tự ta có $r_2 = 3r_3, \ldots, r_n = 3r_{n+1}$.

Do đó dãy bán kính r_1, $r_2, \ldots, r_n$,. lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với $r_1 = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ và công bội $q = \frac{1}{3}$. Suy ra dãy thể tích của các khối cầu (S_1), (S_2), …,(S_n),… lập thành một cấp số nhân lùi vô hạn với $V_1 = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^3 = \frac{\sqrt{3}}{54}\pi a^3$ và công bội $q_1 = \frac{1}{27}$.

Vậy tổng thể tích của các khối cầu $(S_1),(S_2),...,(S_n),...$ là: $V = \frac{V_1}{1-q} = \frac{\sqrt{3}}{52}\pi a^3$. **Chọn A.**

Câu 50. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_2(x+2y)+x(x+3y-1)+y(2y-1)=0$. Khi biểu thức $P=\log_{2022}x+2\log_{2022}y$ đạt giá trị lớn nhất, tính giá trị $4x^2+5y^2$.

A. 1. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\log_2(x+2y)+x(x+3y-1)+y(2y-1)=0 \Leftrightarrow \log_2(x+2y)+(x+2y)^2-y(x+2y)-(x+y)=0$

$\Leftrightarrow \log_2\frac{(x+2y)(x+y)}{(x+y)}+(x+2y)(x+y)=(x+y)$

$\Leftrightarrow \log_2(x+2y)(x+y)+(x+2y)(x+y)=\log_2(x+y)+(x+y) \quad (1)$

Xét hàm số: $f(x)=\log_2 x+x,\ x\in(0;+\infty)$; ta có $f'(x)=\frac{1}{x\ln 2}+1>0,\ \forall x\in(0;+\infty)$. Do vậy hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Vì vậy: $(1)\Leftrightarrow f\left((x+2y)(x+y)\right)=f\left(x+y\right)\Leftrightarrow (x+2y)(x+y)=x+y \Rightarrow \boxed{x+2y=1}$ (do $x,\ y>0$).

Khi đó: $P=\log_{2022}x+2\log_{2022}y=\log_{2022}\left(xy^2\right)=\log_{2022}\left(\underbrace{x.y.y}_{AM-GM}\right)\le\log_{2022}\left(\frac{x+y+y}{3}\right)^3=\log_{2022}\frac{1}{27}$.

Vậy $P_{\text{Max}}=\log_{2022}\frac{1}{27}$; khi đó $\begin{cases}x=y\\x+2y=1\end{cases}\Leftrightarrow x=y=\frac{1}{3}$. Suy ra: $4x^2+5y^2=1$. **Chọn A.**


Tài năng
được nuôi
dưỡng trong
cô tịch,
còn chí khí
được tạo bởi
những cơn
sóng dữ của
giông tố
cuộc đời
W. Goethe