# ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP THI HỌC KÌ I
# NĂM HỌC 2018 – 2019
# MÔN TOÁN 12

## PHẦN 1. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

**Câu 1.** **[2D1-1]** Hàm số $y=x^5-2x^3+1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 1. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Câu 2.** **[2D1-1]** Hàm số nào sau đây có cực trị?

**A.** $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{-x^2-2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+2x-1}{x+2}$.

**Câu 3.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y=3x^4-4x^3$. Khẳng định nào sau đây là ĐÚNG?

**A.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

**C.** $A(1;-1)$ là điểm cực tiểu của hàm số. **D.** Hàm số có $2$ điểm cực trị.

**Câu 4.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y=x+\dfrac{4}{x+1}$. Phát biểu nào sau đây là ĐÚNG?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $(-3;1)$.

**B.** Hàm số không có cực trị.

**C.** Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;-3)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 5.** **[2D1-1]** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$:

**A.** $y=x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^3+3x^2-3x$. **C.** $y=\sin x+3x-3$. **D.** $y=\dfrac{2x}{x+1}$.

**Câu 6.** **[2D1-1]** GTLN của hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$ trên $\left[\dfrac{-1}{2};2\right]$ bằng

**A.** $\dfrac{10}{3}$. **B.** $2$. **C.** $-2$. **D.** $\dfrac{11}{3}$

**Câu 7.** **[2D1-1]** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x+2}{x^2-3x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $0$.

**Câu 8.** **[2D1-1]** Biết đồ thị $(C): y=\dfrac{ax-1}{bx+1}$ có hai đường tiệm cận cắt nhau tại $I(-1;2)$. Khi đó tỉ số $\dfrac{a}{b}$ bằng

**A.** $\dfrac{1}{2}$. **B.** $2$. **C.** $-2$. **D.** $-1$.

**Câu 9.** **[2D1-1]** Trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^3}{3}+x^2+3x-\dfrac{11}{3}$, cặp điểm nào đối xứng nhau qua trục $Oy$?

**A.** $\left(3;\dfrac{16}{3}\right),\left(-3;\dfrac{16}{3}\right)$. **B.** $(3;-3),(-3;-3)$.

**C.** $(3;3),(-3;3)$. **D.** $\left(3;\dfrac{-16}{3}\right),\left(-3;\dfrac{-16}{3}\right)$.

**Câu 10.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

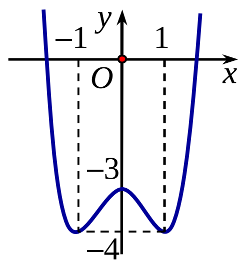
**A.** Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;3\right)$.

**B.** Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

**C.** Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 3$; $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 0$.

**Câu 11.** **[2D1-1]** Hàm số nào có đồ thị như hình dưới đây




**A.** $y = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^2 - 3$ **B.** $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **D.** $y = \frac{1}{2}x^4 - x^2 - 3$.

**Câu 12.** **[2D1-1]** Giá trị cực tiểu của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ bằng

**A.** $0$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $-1$.

**Câu 13.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y = \frac{5}{3-2x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

**B.** Đường thẳng $x = \frac{3}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**C.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{3}{2}\right\}$.

**D.** Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $\left(0;\frac{5}{3}\right)$.

**Câu 14.** **[2D1-1]** Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

**A.** $y = x^3 - x^2 + x - 3$. **B.** $y = \sqrt{x+1}$. **C.** $y = x^3 + x^2 - 5x + 3$. **D.** $y = \frac{x-1}{2x+1}$.

**Câu 15.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định và liên trục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | | | $\nearrow$ | | |

**A.** Hàm số đồng biến trên $\left(-2;2\right)\cup\left(2;+\infty\right)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;-2\right)$.

**Câu 16.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $2$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $-5$ | $\nearrow$ | $2$ |

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số có bốn điểm cực trị.
**B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
**C.** Hàm số không có cực đại.
**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.

**Câu 17.** **[2D1-1]** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 5x^2 + 7x - 3$ là

**A.** $(1;0)$.
**B.** $(0;1)$.
**C.** $\left(\frac{7}{3};-\frac{32}{27}\right)$.
**D.** $\left(\frac{7}{3};\frac{32}{27}\right)$.

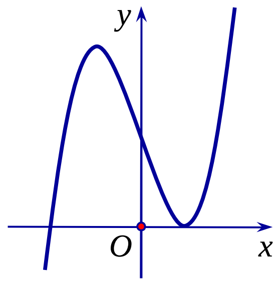
**Câu 18.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$. Hàm số có:

**A.** Một cực đại và hai cực tiểu.
**B.** Một cực tiểu và hai cực đại.
**C.** Một cực đại và không có cực tiểu.
**D.** Một cực tiểu và một cực đại.

**Câu 19.** **[2D1-1]** Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

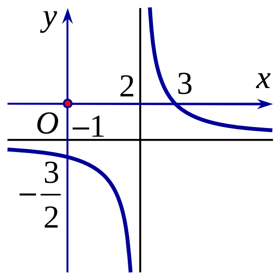
**A.** $3$.
**B.** $0$.
**C.** $2$.
**D.** $1$.

**Câu 20.** **[2D1-1]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



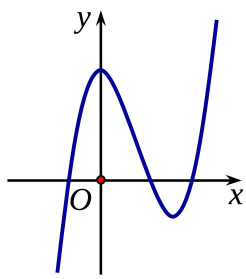

**A.** $y = x^3 - 3x + 2$.
**B.** $y = x^4 - x^2 + 1$.
**C.** $y = x^4 + x^2 + 1$.
**D.** $y = -x^3 + 3x + 2$.

**Câu 21.** **[2D1-1]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a$, $b$, $c$, $d$ là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



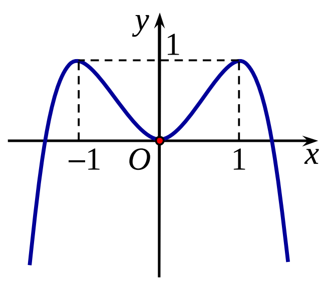

**A.** $y' < 0$, $\forall x \neq 1$.
**B.** $y' < 0$, $\forall x \neq 2$.
**C.** $y' > 0$, $\forall x \neq 2$.
**D.** $y' > 0$, $\forall x \neq 1$.

**Câu 22.** **[2D1-1]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y = x^3 - 3x^2 + 3$.
**B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
**C.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$.
**D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

**Câu 23.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có bốn nghiệm thực phân biệt?




**A.** $m > 0$.
**B.** $0 \le m \le 1$.
**C.** $0 < m < 1$.
**D.** $m < 1$.

**Câu 24.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị $(C)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $(C)$ cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** $(C)$ cắt trục hoành tại một điểm.

**C.** $(C)$ không cắt trục hoành. **D.** $(C)$ cắt trục hoành tại ba điểm.

**Câu 25.** **[2D1-2]** Giá trị $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2$ có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác vuông là

**A.** $m=-4$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=1$.

**Câu 26.** **[2D1-2]** Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+ax+b$ có điểm cực tiểu là $A(2;-2)$. Khi đó giá trị $a^2-b^2$ là

**A.** $0$. **B.** $4$. **C.** $-4$. **D.** $2$.

**Câu 27.** **[2D1-2]** Điều kiện của $m$ để hàm số $y=4x^3+mx^2-3x$ có 2 điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thoả mãn $x_1=-4x_2$ là

**A.** $m=\pm\frac{9}{2}$. **B.** $m=\pm\frac{3}{2}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=\pm\frac{1}{2}$.

**Câu 28.** **[2D1-2]** Điều kiện của $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-m+1)x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

**A.** $m\le 1$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\le 0$.

**Câu 29.** **[2D1-2]** Khoảng nghịch biến của hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^4+2m^2$ có độ dài lớn nhất là

**A.** $2m$. **B.** $2$. **C.** $1$. **D.** $|m|$.

**Câu 30.** **[2D1-2]** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{\tan x+2}{\tan x-2}$ trên $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$. Đặt $P=M.m$, khi đó khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

**A.** $P<0$. **B.** $1<P<2$. **C.** $2<P<4$. **D.** $P>4$.

**Câu 31.** **[2D1-2]** Có bao nhiêu giá trị $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+m-1$ trên $[0;3]$ bằng $-1$?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** Vô số.

**Câu 32.** **[2D1-2]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^3 x-\cos 2x+\sin x+2$ trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ bằng

**A.** $\frac{23}{27}$. **B.** $0$. **C.** $-1$. **D.** $\frac{-1}{9}$.

**Câu 33.** **[2D1-2]** Giá tị lớn nhất của hàm số $y=x^3\mathrm{e}^{-x}$ trên $(0;+\infty)$ bằng

**A.** $\left(\frac{\mathrm{e}}{3}\right)^3$. **B.** $\left(\frac{3}{\mathrm{e}}\right)^3$. **C.** $\frac{\sqrt[3]{\mathrm{e}}}{27}$. **D.** $\left(\frac{\mathrm{e}}{\ln 3}\right)^3$.

**Câu 34.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y=-x^3+3x-2$ có đồ thị $(C)$ và đường thẳng $y=-x-2$. Gọi $d$ là tiếp tuyến của $(C)$ tại giao điểm của $(C)$ với đường thẳng trên với tiếp điểm có hoành độ dương. Khi đó phương trình của $d$ là

**A.** $y=9x+18$. **B.** $y=-9x+22$. **C.** $y=-9x-9$. **D.** $y=-9x+14$.

**Câu 35.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Có bao nhiêu tiếp tuyến của $(C)$ đi qua điểm $A(0;2)$?

**A.** 1. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Câu 36.** **[2D1-2]** Biết đồ thị $y = x^4 - 2mx^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = x - 2m$ có đúng hai điểm chung. Khi đó phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

**A.** $m \in (0;1)$. **B.** $m \in \left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$. **C.** $m \in \left(\frac{1}{2};1\right]$. **D.** $m \in \left(-\infty;\frac{1}{2}\right) \cup \{1\}$.

**Câu 37.** **[2D1-2]** Đường thẳng $y = -m + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại ba điểm phân biệt khi:

**A.** $-2 < m < 2$. **B.** $m < -2$. **C.** $-2 < m \le 2$. **D.** $-2 \le m \le 2$.

**Câu 38.** **[2D1-2]** Điều kiện của $m$ để đường thẳng $y = -x + m$ cắt $(C): y = \frac{x}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt là

**A.** $1 < m < 4$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 2$. **C.** $m < 0$ hoặc $m > 4$. **D.** $m < 1$ hoặc $m > 4$.

**Câu 39.** **[2D1-2]** Trên đồ thị hàm số $y = \frac{3x-1}{x+1}$ có bao nhiêu điểm mà tọa độ là các số nguyên?

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $6$.

**Câu 40.** **[2D1-2]** Tìm tọa độ các điểm thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$ biết hệ số góc của tiếp tuyến tại các điểm đó bằng $9$.

**A.** $(1;6),(3;2)$. **B.** $(1;-6),(-3;-2)$. **C.** $(-1;-6),(-3;-2)$. **D.** $(-1;-6),(3;-2)$.

**Câu 41.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên và các nhận xét như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | $\|\|$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

(I) Hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

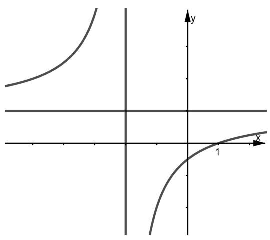
(II) Hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

(III) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(2;4)$.

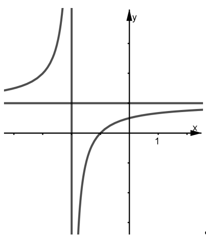
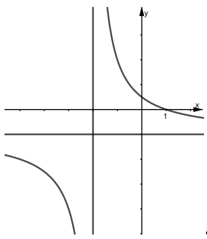
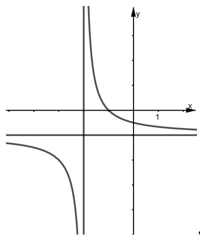
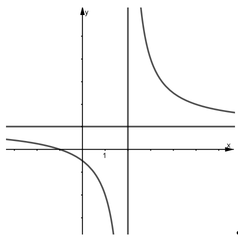
Khi đó khẳng định nào dưới đây đúng:

**A.** (I) và (III) đúng. **B.** Chỉ (III) đúng. **C.** (II) và (III) đúng. **D.** Chỉ (I) đúng.

**Câu 42.** **[2D1-2]** Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình dạng như hình dưới:



Đồ thị nào dưới đây là đồ thị hàm số $y = -f(x)$

**A.**  . **B.**  . **C.**  . **D.**  .

**Câu 43.** **[2D1-2]** Tìm $m$ để hàm số $y=-2x^3+3x^2+m$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;3]$ bằng $2019$.

**A.** $m=2017$. **B.** $m=2018$. **C.** $m=2020$. **D.** $m=2019$.

**Câu 44.** **[2D1-2]** Tìm các giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $y=-\dfrac{x^3}{3}+3x^2+mx+m^2-2$ có hai cực trị nằm về hai phía của trục tung.

**A.** $m>3$. **B.** $m<0$. **C.** $m>0$. **D.** $m<-3$.

**Câu 45.** **[2D1-2]** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y=\dfrac{1-x}{2x+1}$ tại giao điểm của $(C)$ với trục hoành là `

**A.** $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{3}$.

**Câu 46.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y=\cos 2x+x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Tại $x=\dfrac{-\pi}{2}$ hàm số không đạt cực đại. **B.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\dfrac{-11\pi}{12}$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\dfrac{-7\pi}{12}$. **D.** Tại $x=\dfrac{13\pi}{2}$ hàm số đạt cực tiểu.

**Câu 47.** **[2D1-2]** Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{x^2-1}$ là

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Câu 48.** **[2D1-2]** Khoảng đồng biến của hàm số $y=x^4+2x^2-5$ là

**A.** $(-\infty;\ 1)$. **B.** $(-\infty;\ 0)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

**Câu 49.** **[2D1-2]** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x-1}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

**A.** $m\geq 2$. **B.** $m>-2$. **C.** $m<-2$. **D.** $m\leq -2$.

**Câu 50.** **[2D1-2]** Số các điểm cực trị của hàm số $y=(2-3x)(2x+1)^3$ là

**A.** $1$. **B.** $4$. **C.** $3$. **D.** $2$.

**Câu 51.** **[2D1-2]** Đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau không có điểm chung với trục hoành.

**A.** $y=x-\sqrt{x^2-5}$. **B.** $y=\mathrm{e}^x-1$. **C.** $y=x^3-1$. **D.** $y=\dfrac{2x}{x-3}$.

**Câu 52.** **[2D1-2]** Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x+1}$ là

**A.** $5\sqrt{2}$. **B.** $4$. **C.** $8$. **D.** $4\sqrt{5}$.

**Câu 53.** **[2D1-2]** Khoảng nghịch biến của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+11$ là

**A.** $(-3;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

**Câu 54.** **[2D1-2]** Tất cả các giá trị của $m$ để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^4}{4}-2x^2+1$ tại 4 điểm phân biệt là

**A.** $m>-3$. **B.** $m<1$. **C.** $-12<m<3$. **D.** $-3<m<1$.

**Câu 55.** **[2D1-2]** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+9}{x+3}$ trên $\left[0;3\right]$. Khi đó $M+m$ bằng

**A.** $\dfrac{7}{2}$. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** $\dfrac{11}{2}$. **D.** $\dfrac{15}{2}$.

**Câu 56.** **[2D1-2]** Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại điểm $x=1$ khi

**A.** $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=1$ hoặc $m=2$.

**Câu 57.** **[1D4-2]** Hàm số $y=x^3-3x^2+4$ đồng biến trên.

**A.** $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.

**C.** $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

**Câu 58.** **[1D2-2]** Hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^4-3x^2-3$ nghịch biến trên các khoảng nào?

**A.** $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)$ và $\left(0;\sqrt{3}\right)$ **B.** $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2};+\infty\right)$.

**C.** $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\sqrt{3};0\right)$ và $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

**Câu 59.** **[2D1-2]** Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ nghịch biến trên các khoảng:

**A.** $\left(-\infty;1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

**Câu 60.** **[2D1-2]** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $y=x^3+3x^2+3x+2008$. **B.** $y=x^4+x^2+2008$.

**C.** $y=\tan x$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

**Câu 61.** **[2D1-2]** Tìm $m$ để hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$.

**A.** $\left[-1;+\infty\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right)$.

**Câu 62.** **[2D1-2]** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $x^2\left(x^2-2\right)+3=m$ có $2$ nghiệm phân biệt.

**A.** $m<3$. **B.** $m>3$. **C.** $m>2$. **D.** $m>3$ hoặc $m=2$.

**Câu 63.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ có đồ thị $\left(C\right)$ và đường thẳng $d:y=x+m$. Các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $d$ cắt đồ thị $\left(C\right)$ tại $2$ điểm phân biệt là

**A.** $m>2$. **B.** $m<6$. **C.** $m=2$. **D.** $m<2$ hoặc $m>6$.

**Câu 64.** **[2D1-2]** Hàm số $y=x^3-3x^2+4$ đạt cực tiểu tại điểm:

**A.** $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=0$ và $x=2$.

**Câu 65.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+1}{x+1}$. Hàm số có hai điểm cực trị là $x_1$, $x_2$. Tích $x_1x_2$ có giá trị bằng

**A.** $-2$. **B.** $-5$. **C.** $-1$. **D.** $-4$.

**Câu 66.** **[2D1-2]** Hàm số $y=\left|x^2-4\right|+x$ có mấy điểm cực trị?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Câu 67.** **[2D1-2]** Tìm $m$ để hàm số $y=mx^3-\left(m^2-10\right)x+m-2$ đạt cực tiểu tại $x_0=1$.

**A.** $m=-2$. **B.** $m=5$. **C.** $m=-2;m=5$. **D.** $m=-2;m=-5$.

**Câu 68.** **[2D1-2]** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

**A.** $m=-1$. **B.** $m=-7$. **C.** $m=5$. **D.** $m=1$.

**Câu 69.** **[2D1-2]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn $1$.

**A.** $0<m<\sqrt[3]{4}$. **B.** $m<1$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m>0$.

**Câu 70.** **[2D1-2]** Tìm giá trị nhỏ nhất $m$ của hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

**A.** $m=\frac{17}{4}$. **B.** $m=10$. **C.** $m=5$. **D.** $m=3$.

**Câu 71.** **[2D1-2]** Tìm giá trị nhỏ nhất $m$ của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

**A.** $m=\frac{51}{4}$. **B.** $m=\frac{49}{4}$. **C.** $m=13$. **D.** $m=\frac{51}{2}$.

**Câu 72.** **[2D1-2]** Tìm giá trị lớn nhất $M$ của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

**A.** $M=9$. **B.** $M=8\sqrt{3}$. **C.** $M=6$. **D.** $M=1$.

**Câu 73.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y=\frac{x+m}{x+1}$ ($m$ là tham số thực) thoả mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $0<m\le 2$. **B.** $2<m\le 4$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m>4$.

**Câu 74.** **[2D1-2]** Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{\sqrt{1-x}-2x^2}{\sqrt{x}+1}$. Khi đó giá trị của $M-m$ là

**A.** $-2$. **B.** $-1$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Câu 75.** **[2D1-2]** Hàm số $y=4\sqrt{x^2-2x+3}+2x-x^2$ đạt giá trị lớn nhất tại $x_1$, $x_2$. Tích $x_1x_2$ bằng

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $-1$.

**Câu 76.** **[2D1-2]** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=3\sin x-4\sin^3 x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ bằng

**A.** $-1$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $7$.

**Câu 77.** **[2D1-2]** Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

**A.** $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=\frac{1}{x^2+x+1}$. **C.** $y=\frac{1}{x^4+1}$. **D.** $y=\frac{1}{x^2+1}$.

**Câu 78.** **[2D1-2]** Đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

**A.** $0$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Câu 79.** **[2D1-2]** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $0$. **D.** $1$.

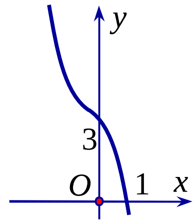
**Câu 80.** **[2D1-2]** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Câu 81.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y=\dfrac{(2m+1)x^2+3}{\sqrt{x^4+1}}$, ($m$ là tham số thực). Tìm $m$ để tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;-3)$.

**A.** $m=\pm1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

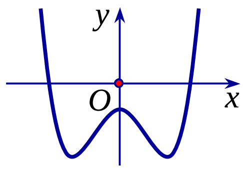
**Câu 82.** **[2D1-2]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=-x^3+3x^2-2$. **B.** $y=x^3+x^2-x+3$.

**C.** $y=-x^3-2x^2-x+3$. **D.** $y=-x^3-x^2-x+3$.

**Câu 83.** **[2D1-2]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a$, $b$, $c$ là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



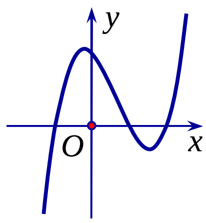

**A.** Phương trình $y'=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

**B.** Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm thực.

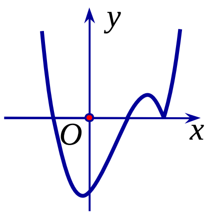
**C.** Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

**D.** Phương trình $y'=0$ vô nghiệm trên tập số thực.

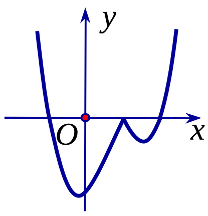
**Câu 84.** **[2D1-2]** Hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



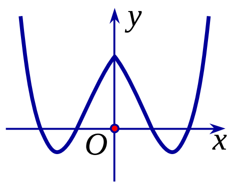

Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x-2|(x^2-1)$?



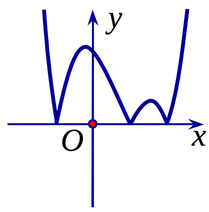
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

**A.** Hình 1. **B.** Hình $2$. **C.** Hình $3$. **D.** Hình $4$.

**Câu 85.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị $(C)$. Một tiếp tuyến của $(C)$ với hoành độ tiếp điểm lớn hơn 1, cắt $Ox$, $Oy$ tại $A$ và $B$ sao cho $\Delta OAB$ cân. Khi đó diện tích $\Delta OAB$ bằng

**A.** $25$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $1$. **D.** $\dfrac{25}{2}$.

**Câu 86.** **[2D1-3]** Trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-2}$ có bao nhiêu điểm mà tiếp tuyến tại các điểm đó tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân?

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** Vô số.

**Câu 87.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{3x-4}{x-2}$ có đồ thị $(C)$. Gọi $M$ là điểm tùy ý trên $(C)$ và $S$ là tổng khoảng cách từ $M$ đến hai đường tiệm cận của $(C)$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của $S$ là

**A.** $2$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Câu 88.** **[2D1-3]** Số đường tiệm cận của hàm số $y=\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2-1}}$ là

**A.** $4$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Câu 89.** **[2H1-3]** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)>0$, $\forall x\in(0;+\infty)$, biết $f(1)=2$. Khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?

**A.** $f(2)=1$. **B.** $f(2)+f(3)=4$. **C.** $f(2016)>f(2017)$. **D.** $f(-1)=4$.

**Câu 90.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với $m$ là tham số. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của $m$ để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** $5$. **B.** $4$. **C.** vô số. **D.** $3$.

**Câu 91.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+1$. Tìm giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A$, $B$ thỏa $x_A^2+x_B^2=2$.

**A.** $m=\pm1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\pm3$. **D.** $m=0$.

**Câu 92.** **[2D1-3]** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $d: y=(2m-1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

**A.** $m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=\dfrac{3}{4}$. **C.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=\dfrac{1}{4}$.

**Câu 93.** **[2D1-3]** Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có hai điểm cực trị $A$ và $B$. Tính diện tích $S$ của tam giác $OAB$ với $O$ là gốc tọa độ.

**A.** $S=9$. **B.** $S=\dfrac{10}{3}$. **C.** $S=10$. **D.** $S=5$.

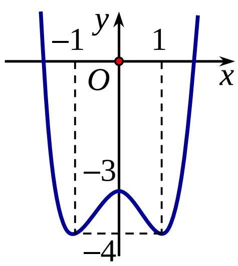
**Câu 94.** **[2D1-3]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $y=-mx$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2-m+2$ tại ba điểm phân biệt $A$, $B$, $C$ sao cho $AB=BC$.

**A.** $m\in(1;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;3)$. **C.** $m\in(-\infty;-1)$. **D.** $m\in(-\infty;+\infty)$.

**Câu 95.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ $(C)$. Tập tất cả các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $y=2x+m$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho góc $\widehat{AOB}$ nhọn là

**A.** $m<5$. **B.** $m>0$. **C.** $m>5$. **D.** $m<0$.

**Câu 96.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Xác định tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.

**A.** $m>4$; $m=0$. **B.** $3<m<4$.
**C.** $0<m<3$. **D.** $-4<m<0$.

**Câu 97.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{mx-1}{x+2}$ có đồ thị $(C_m)$ ($m$ là tham số). Với giá trị nào của $m$ thì đường thẳng $y=2x-1$ cắt đồ thị $(C_m)$ tại 2 điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho $AB=\sqrt{10}$.

**A.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\neq-\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=3$. **D.** $m\neq 3$.

**Câu 98.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | \|\| | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ \|\| $-\infty$ | $\nearrow$ | $-15$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Tìm $m$ để phương trình $f(x)+m=0$ có nhiều nghiệm thực nhất.

**A.** $\left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge 15 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-15 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>15 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 1 \\ m\le -15 \end{array}\right.$.

**Câu 99.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=-x^3+bx^2+cx+d$ có $\begin{cases} 1+b-c+d<0 \\ -8+4b+2c+d>0 \end{cases}$. Tìm số giao điểm phân biệt của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành.

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Câu 100.** **[2D1.5-3] (NSL-BG-L1-1819)** Cho hàm số $y=2x^4-4x^2+\dfrac{3}{2}$. Giá trị thức của $m$ để phương trình $\left|2x^4-4x^2+\dfrac{3}{2}\right|=m^2-m+\dfrac{1}{2}$ có đúng $8$ nghiệm thực phân biệt là

**A.** $0\le m\le 1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $0<m\le 1$. **D.** $0\le m<1$.

**Câu 101.** **[2D1.5-3] (NSL-BG-L1-1819)** Gọi $\Delta$ là tiếp tuyến tại điểm $M(x_0;y_0)$, $x_0<0$ thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ sao cho khoảng cách từ $I(-1;1)$ đến $\Delta$ đạt giá trị lớn nhất, khi đó tích $x_0.y_0$ bằng

**A.** $-2$. **B.** 2. **C.** $-1$. **D.** 0.

**Câu 102.** **[1D2.3-3] (NSL-BG-L1-1819)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\sqrt{5-x}+\sqrt{x-1}-\sqrt{(x-1)(5-x)}+5$ là

**A.** $7$. **B.** $0$. **C.** $3+3\sqrt{2}$. **D.** không tồn tại.

**Câu 103.** **[2D1.4-3] (NSL-BG-L1-1819)** Các giá trị của tham số $m$ để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{mx^2-3mx+2}}$ có bốn đường tiệm cận phân biệt là

**A.** $m>0$. **B.** $m>\dfrac{9}{8}$. **C.** $m>\dfrac{8}{9}$. **D.** $m>\dfrac{8}{9}, m\neq 1$.

**Câu 104.** **[2D1.1-3] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y=\dfrac{2x+m+1}{x+m-1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-4)$ và $(11;+\infty)$?

**A.** $13$. **B.** $12$. **C.** $15$. **D.** $14$.

**Câu 105.** **[2D1.3-3] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Tìm $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+2m-1\right|$ trên đoạn $[0;2]$ là nhỏ nhất. Giá trị của $m$ thuộc khoảng

**A.** $(0;1)$. **B.** $[-1;0]$. **C.** $\left(\frac{2}{3};2\right)$. **D.** $\left(-\frac{3}{2};-1\right)$.

**Câu 106.** **[2D1.4-3] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-3x+2}{x^2-mx-m+5}$ không có đường tiệm cận đứng?

**A.** $8$. **B.** $10$. **C.** $11$. **D.** $9$.

**Câu 107.** **[2D1.2-4] (NSL-BG-L1-1819)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-2x\right)$, với $\forall x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x^2+m\right)$ có $8$ điểm cực trị là

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $4$.

**Câu 108.** **[2D1-4]** Phương trình $2x+1+x\sqrt{x^2+2}+(x+1)\sqrt{x^2+2x+3}=0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

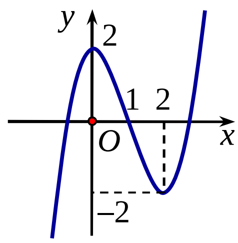
**Câu 109.** **[2D1-4]** Tìm $m$ để bất phương trình $\sqrt{1-x^2}+2\sqrt[3]{1-x^2}\le m+1$ nghiệm đúng với $\forall x\in[-1;1]$.

**A.** $m\le 3$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m\le 2$.

**Câu 110.** **[2D1.5-4] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Cho phương trình $x^3-3x^2-2x+m-3+2\sqrt[3]{2x^3+3x+m}=0$. Tập $S$ là tập hợp các giá trị của $m$ nguyên để phương trình có ba nghiệm phân biệt. Tính tổng các phần tử của $S$.

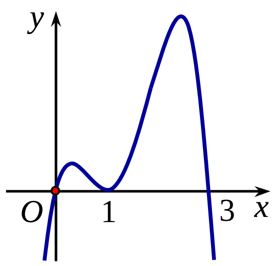
**A.** $15$. **B.** $9$. **C.** $0$. **D.** $3$.

**Câu 111.** **[2D1.5-4] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi $m$ là số nghiệm của phương trình $f\left(f(x)\right)=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?




**A.** $m=6$. **B.** $m=7$.
**C.** $m=5$. **D.** $m=9$.

**Câu 112.** **[2D1.2-4] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=\left(f(x)\right)^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

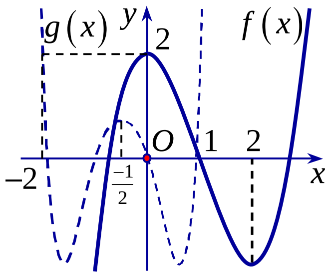



**A.** $5$. **B.** $3$.
**C.** $4$. **D.** $6$.

**Câu 113.** **[2D1.5-4] (BÌNH MINH-NBI-L1-1819)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị $(C)$. Biết rằng $(C)$ cắt trục hoành tại $3$ điểm phân biệt có hoành độ $x_1>x_2>x_3>0$ và trung điểm nối $2$ điểm cực trị của $(C)$ có hoành độ $x_0=\frac{1}{3}$. Biết rằng $\left(3x_1+4x_2+5x_3\right)^2=44\left(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1\right)$. Hãy tính tổng $S=x_1+x_2^2+x_3^3$.

**A.** $\frac{137}{216}$. **B.** $\frac{45}{157}$. **C.** $\frac{133}{216}$. **D.** $1$.

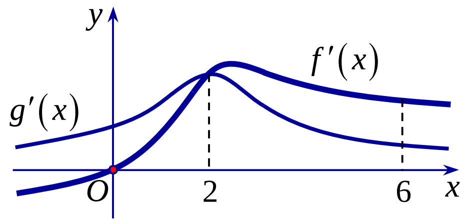
**Câu 114.** **[2D1.5-4] (BÌNH MINH-NBI-L1-1819)** Cho hàm số bậc ba $f(x)$ và $g(x)=f\left(mx^2+nx+p\right)$ $(m,n,p\in\mathbb{Q})$ có đồ thị như hình dưới (Đường nét liền là đồ thị hàm $f(x)$, nét đứt là đồ thị của hàm $g(x)$, đường thẳng $x=-\dfrac{1}{2}$ là trục đối xứng của đồ thị hàm số $g(x)$).




Giá trị của biểu thức $P=(n+m)(m+p)(p+2n)$ bằng bao nhiêu?

**A.** $12$. **B.** $16$. **C.** $24$. **D.** $6$.

**Câu 115.** **[2D1.3-3] (VĨNH YÊN-VPU-L1-1819)** Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $f(0)-f(6)<g(0)-g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)=f(x)-g(x)$ trên đoạn $[0;6]$ lần lượt là




**A.** $h(2)$, $h(6)$. **B.** $h(6)$, $h(2)$. **C.** $h(0)$, $h(2)$. **D.** $h(2)$, $h(0)$.

**Câu 116.** **[2D1.1-3] (NHÃ NAM – BGI-L1-1819)** Giá trị $m$ để hàm số $y=\dfrac{\cot x-2}{\cot x-m}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ là

**A.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$. **B.** $1\le m<2$. **A.** $m\le 0$ **D.** $m>2$.

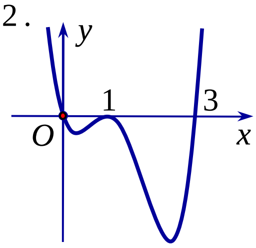
**Câu 117.** **[2D1.4-4] (VĨNH YÊN-VPU-L1-1819)** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$ có đồ thị $(C)$. Gọi $I$ là giao điểm của hai đường tiệm cận. Tiếp tuyến $\Delta$ của $(C)$ tại $M$ cắt các đường tiệm cận tại $A$ và $B$ sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác $IAB$ có diện tích nhỏ nhất. Khi đó tiếp tuyến $\Delta$ của $(C)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn nhất thuộc khoảng nào?

**A.** $(29;\ 30)$. **B.** $(27;\ 28)$. **C.** $(26;\ 27)$. **D.** $(28;\ 29)$.

**Câu 118.** **[2D1.3-4] (VĨNH YÊN-VPU-L1-1819)** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{x^2+mx+m}{x+1}\right|$ trên đoạn $[1;2]$ bằng $2$. Số phần tử của $S$ là

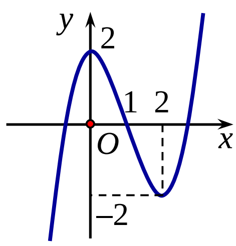
**A.** $1$. **B.** $4$. **C.** $3$. **D.** $2$.

**Câu 119.** **[2D1.2-4] (NHÃ NAM – BGI-L1-1819)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm $m$ để hàm số $y=f\left(x^2-2m\right)$ có 3 điểm cực trị.




**A.** $m\in\left(-\dfrac{3}{2};0\right]$. **B.** $m\in(3;+\infty)$. **C.** $m\in\left[0;\dfrac{3}{2}\right]$. **D.** $m\in(-\infty;0)$.

**Câu 120.** **[2D1.5-4] (LÝ NHÂN TÔNG-BNI-L1-1819)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi $m$ là số nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$. Khẳng định nào sau đây đúng?




**A.** $m=7$. **B.** $m=6$.
**C.** $m=5$. **D.** $m=9$.

## PHẦN 2. HÀM SỐ LŨY THỪA. HÀM SỐ MŨ. HÀM SỐ LOGARRIT

**Câu 121.** **[2D2-1]** Phương trình $2^{2017}-8^{x}=0$ có nghiệm là

**A.** $x=\dfrac{2017}{4}$. **B.** $x=\dfrac{2017}{5}$. **C.** $x=\dfrac{2017}{6}$. **D.** $x=\dfrac{2017}{3}$.

**Câu 122.** **[2D2-1]** Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_5\dfrac{x-3}{x+2}$.

**A.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **B.** $D=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

**C.** $D=(-2;3)$. **D.** $D=(-\infty;-2)\cup[4;+\infty)$.

**Câu 123.** **[2D2-1]** Rút gọn biểu thức $Q=b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}$ với $b>0$.

**A.** $Q=b^2$. **B.** $Q=b^{\frac{5}{9}}$. **C.** $Q=b^{-\frac{4}{3}}$. **D.** $Q=b^{\frac{4}{3}}$.

**Câu 124.** **[2D1-1]** Cho $a$ là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương $x,\ y$?

**A.** $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$. **B.** $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x+\log_a y$.

**C.** $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a(x-y)$. **D.** $\log_a\dfrac{x}{y}=\dfrac{\log_a x}{\log_a y}$.

**Câu 125.** **[2D2-1]** Cho $a$ là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $\log_2 a=\log_a 2$. **B.** $\log_2 a=\dfrac{1}{\log_2 a}$. **C.** $\log_2 a=\dfrac{1}{\log_a 2}$. **D.** $\log_2 a=-\log_a 2$.

**Câu 126.** **[2D2-1]** Đạo hàm của hàm số $y=\mathrm{e}^{x^2+x}$ là

**A.** $(2x+1)e^{x^2+x}$. **B.** $(2x+1)e^{x}$. **C.** $(x^2+x)e^{2x+1}$. **D.** $(2x+1)e^{2x+1}$.

**Câu 127.** **[2D2-1]** Đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x+\mathrm{e}^x)$ là

**A.** $\dfrac{1+\mathrm{e}^x}{\ln 2}$. **B.** $\dfrac{1+\mathrm{e}^x}{x+\mathrm{e}^x}$. **C.** $\dfrac{1}{(x+\mathrm{e}^x)\ln 2}$. **D.** $\dfrac{1+\mathrm{e}^x}{(x+\mathrm{e}^x)\ln 2}$.

**Câu 128.** **[2D2-1]** Cho hai đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ.

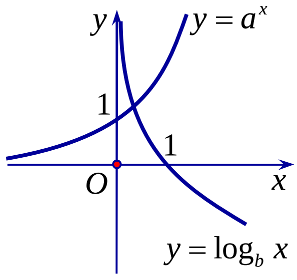
Nhận xét nào đúng?

**A.** $a>1, b>1$.

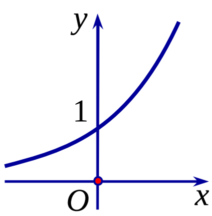
**B.** $a>1, 0<b<1$.

**C.** $0<a<1, 0<b<1$.

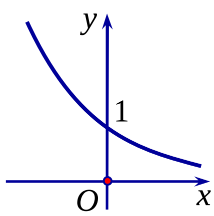
**D.** $0<a<1, b>1$.



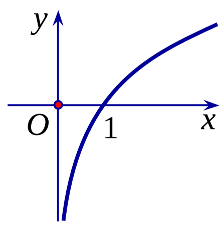

**Câu 129.** **[2D2-1]** Trong các hình sau hình nào là dạng đồ thị của hàm số $y=a^x, 0<a<1$.



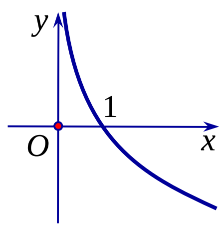
(I)



(II)



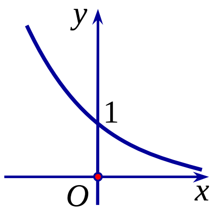
(III)

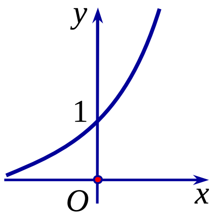


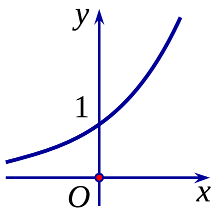
(IV)

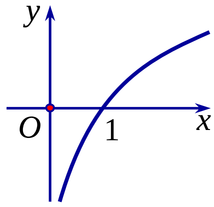
**A.** (I). **B.** (II). **C.** (III). **D.** (IV).

**Câu 130.** **[2D2-1]** Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = 2^x$?

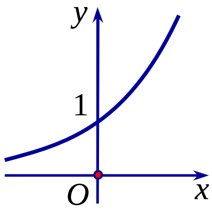
**A.** 


**B.** 

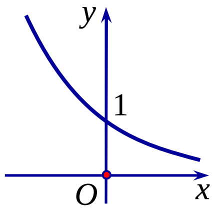

**C.** 


**D.** 

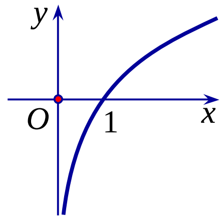

**Câu 131.** **[2D2-1]** Trong các hình sau hình nào là dạng đồ thị của hàm số $y = \log_a x, a > 1$.



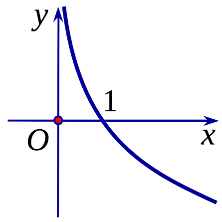
(I)



(II)



(III)



(IV)

**A.** (I). **B.** (II). **C.** (III). **D.** (IV).

**Câu 132.** **[2D2-1]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

**A.** $m \geq 1$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $m \neq 0$.

**Câu 133.** **[2D2-1]** Hàm số $y = x^{\mathrm{e}}$ có cùng tập xác định với hàm số nào trong các hàm số dưới đây.

**A.** $y = \sin x$. **B.** $y = \sqrt[3]{x}$. **C.** $y = e^x$. **D.** $y = \ln x$.

**Câu 134.** **[2D2-2]** Cho $a = \log_2 3$, $b = \log_3 5$. Khi đó $\log_{15} 20$ bằng

**A.** $\dfrac{ab+2}{b(a+1)}$. **B.** $\dfrac{ab+2}{b+1}$. **C.** $\dfrac{ab+2}{a+1}$. **D.** $\dfrac{ab+2}{a(b+1)}$.

**Câu 135.** **[2D2-2]** Cho biểu thức $A = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\dfrac{y}{x}} + \dfrac{y}{x}\right)^{-1}$, $(x > 0, y > 0)$. Giá trị của $A$ tại $x = 2018$ là

**A.** $2017$. **B.** $2018$. **C.** $2019$. **D.** $4036$.

**Câu 136.** **[2D2-2]** Biết $\left(\sqrt{2}+1\right)^m < \left(\sqrt{2}-1\right)^n$. Khẳng định nào sau đây luôn ĐÚNG?

**A.** $m = n$. **B.** $m > n$. **C.** $m + n < 0$. **D.** $mn < 0$.

**Câu 137.** **[2D2-2]** Biết $\log_a x = \log_b y = c$. Khi đó $c$ bằng

**A.** $\log_{ab} \dfrac{x}{y}$. **B.** $\log_{a+b}(xy)$. **C.** $\log_{ab}(xy)$. **D.** $\log_{ab}(x+y)$.

**Câu 138.** **[2D2-2]** Cho $a$, $b$ là các số thực thỏa mãn $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ và $\log_b \dfrac{3}{4} < \log_b \dfrac{4}{5}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

**A.** $0 < a < 1$, $b > 1$. **B.** $0 < a < 1$, $0 < b < 1$. **C.** $a > 1$, $b > 1$. **D.** $a > 1$, $0 < b < 1$.

**Câu 139.** **[2D2-2]** Biết $a = \dfrac{\log_3(\log_5 10)}{\log_3 10}$. Giá trị của $10^a$ bằng

**A.** $1$. **B.** $1 + \log_5 2$. **C.** $1 + \log_2 5$. **D.** $\log_5 2$.

**Câu 140.** **[2D2-2]** Cho hàm số $f(x) = \mathrm{e}^{x^2}$. Khi đó $f''(0)$ bằng

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $\mathrm{e}$.

**Câu 141.** **[2D2-2]** Hệ số góc của tiếp tuyến của $(C): y=\log^2 x$ tại điểm có hoành độ bằng $10$ là

**A.** $k=\ln 10$. **B.** $k=\dfrac{1}{5\ln 10}$. **C.** $k=10$. **D.** $k=2+\ln 10$.

**Câu 142.** **[2D2-2]** Cho hàm số $y=\ln\dfrac{1}{1+x}$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

**A.** $y'-2y=1$. **B.** $y.y'-2=0$. **C.** $y'-4e^y=0$. **D.** $y'+e^y=0$.

**Câu 143.** **[2D2-2]** Cho hàm số $f(x)=\ln x+\ln(2-x)$. Phương trình $f'(x)=0$ có tập nghiệm là

**A.** $S=\{1\}$. **B.** $S=\left\{\dfrac{1}{e}\right\}$. **C.** $S=\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$. **D.** $S=\varnothing$.

**Câu 144.** **[2D2-2]** Cho hàm số $f(x)=e^{\sqrt{x^2+1}}$. Khi đó giá trị $f'(1)$ thuộc khoảng nào:

**A.** $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

**Câu 145.** **[2D2-2]** Cho hàm số $y=\dfrac{e^x}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$. **B.** Hàm số đồng biến trên tập xác định.

**C.** $y'=\dfrac{e^x}{(x+1)^2}$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu $x=0$.

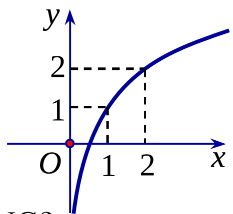
**Câu 146.** **[2D2-2]** Gọi $M$ là giá tị lớn nhất của hàm số $y=x^2.e^{-x}$ trên $[-1;1]$. Khi đó $\ln M$ bằng

**A.** $1$. **B.** $e$. **C.** $0$. **D.** $-1$.

**Câu 147.** **[2D2-2]** Điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\ln x}{x^2}$ thuộc đường thẳng nào?

**A.** $y=2\sqrt{e}x$. **B.** $y=\dfrac{1}{2\sqrt{e}}x-\dfrac{1}{e}$. **C.** $y=\dfrac{1}{e\sqrt{e}}x-\dfrac{1}{2e}$. **D.** $y=\dfrac{1}{e}x$.

**Câu 148.** **[2D2-2]** Trong các hàm số sua, hàm số nào có đồ thị phù hợp với hình vẽ:




**A.** $y=\log_2 x$. **B.** $y=\ln x$.

**C.** $=\ln x+1$. **D.** $y=\log_2 x+1$.

**Câu 149.** **[2D2-2]** Cho phương trình $4^{2x^2-x}+2^{2x^2-x+1}-3=0$. Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

**A.** Phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt **B.** Phương trình có nghiệm duy nhất.

**C.** Tổng các nghiệm là một số nguyên. **D.** Phương trình có nghiệm nguyên.

**Câu 150.** **[2D2-2]** Tập nghiệm của phương trình $\log_2\dfrac{5.2^x-8}{2^x+2}=3-x$ là

**A.** $\left\{2;-\dfrac{2}{5}\right\}$. **B.** $\left\{2;-\dfrac{4}{5}\right\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\{2;4\}$.

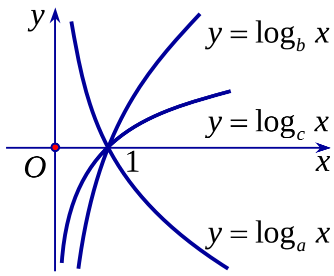
**Câu 151.** **[2D2-2]** Cho phương trình $\log_2^2(4x)-\log_{\sqrt{2}}(2x)=5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng

**A.** $(0;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(3;\,5)$. **D.** $(5;9)$.

**Câu 152.** **[2D2-2]** Anh Nam gửi $500$ triệu vào ngân hàng theo hình thức lãi kép kỳ hạn $1$ năm với lãi suất không thay đổi hàng năm là $7.5\%$ năm. Sau $5$ năm thì anh Nam nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là

**A.** $685755000$ đồng. **B.** $717815000$ đồng. **C.** $667735000$ đồng. **D.** $707645000$ đồng.

**Câu 153.** **[2D2-2]** Từ đồ thị các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ như hình vẽ. Khẳng định nào đúng?




**A.** $0<c<b<1<a$. **B.** $0<a<c<1<b$.
**C.** $0<a<1<b<c$. **D.** $0<a<1<c<b$.

**Câu 154.** **[2D2-2]** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y=\left(x^2-x-2\right)^{-3}$.

**A.** $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(0;+\infty)$.
**C.** $D=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\backslash\{-1;2\}$.

**Câu 155.** **[2D2-2]** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{3}}$.

**A.** $D=(-\infty;1)$. **B.** $D=(1;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=\mathbb{R}\backslash\{1\}$.

**Câu 156.** **[2D2-2]** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y=\log_3\left(x^2-4x+3\right)$.

**A.** $D=\left(2-\sqrt{2};1\right)\cup\left(3;2+\sqrt{2}\right)$. **B.** $D=(1;3)$.
**C.** $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $D=\left(-\infty;2-\sqrt{2}\right)\cup\left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$.

**Câu 157.** **[2D2-2]** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\log\left(x^2-2x-m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

**A.** $m\ge 0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m>2$.

**Câu 158.** **[2D2-2]** Cho $a$ là số thực dương khác $1$. Tính $I=\log_{\sqrt{a}} a$.

**A.** $I=\dfrac{1}{2}$. **B.** $I=0$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=2$.

**Câu 159.** **[2D2-2]** Cho $a$ là số thực dương khác $2$. Tính $I=\log_{\frac{a}{2}}\left(\dfrac{a^2}{4}\right)$.

**A.** $I=\dfrac{1}{2}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $I=-2$.

**Câu 160.** **[2D2-2]** Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

**A.** $P=x^{\frac{1}{8}}$. **B.** $P=x^2$. **C.** $P=\sqrt{x}$. **D.** $P=x^{\frac{2}{9}}$.

**Câu 161.** **[2D2-2]** Với $a$, $b$ là các số thực dương tùy ý và $a$ khác $1$, đặt $P=\log_a b^3+\log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $P=9\log_a b$. **B.** $P=27\log_a b$. **C.** $P=15\log_a b$. **D.** $P=6\log_a b$.

**Câu 162.** **[2D2-2]** Cho $\log_a b=2$ và $\log_a c=3$. Tính $P=\log_a\left(b^2c^3\right)$.

**A.** $P=31$. **B.** $P=13$. **C.** $P=30$. **D.** $P=108$.

**Câu 163.** **[2D2-2]** Cho $\log_3 a=2$ và $\log_2 b=\dfrac{1}{2}$. Tính $I=2\log_3\left[\log_3(3a)\right]+\log_{\frac{1}{4}} b^2$.

**A.** $I=\dfrac{5}{4}$. **B.** $I=4$. **C.** $I=0$. **D.** $I=\dfrac{3}{2}$.

**Câu 164.** **[2D2-2]** Với mọi $a$, $b$, $x$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

**A.** $x=3a+5b$. **B.** $x=5a+3b$. **C.** $x=a^5+b^3$. **D.** $x=a^5b^3$.

**Câu 165.** **[2D2-2]** Với mọi số thực dương $a$ và $b$ thỏa mãn $a^2+b^2=8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $\log(a+b)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$.
**B.** $\log(a+b)=1+\log a+\log b$.
**C.** $\log(a+b)=\frac{1}{2}(1+\log a+\log b)$.
**D.** $\log(a+b)=\frac{1}{2}+\log a+\log b$.

**Câu 166.** **[2D2-2]** Với mọi số thực dương $x$, $y$ tùy ý, đặt $\log_3 x=\alpha$, $\log_3 y=\beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\frac{\alpha}{2}-\beta\right)$.
**B.** $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\frac{\alpha}{2}+\beta$.
**C.** $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\frac{\alpha}{2}+\beta\right)$.
**D.** $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\frac{\alpha}{2}-\beta$.

**Câu 167.** **[2D2-2]** Cho hàm số $y=xe^x$. Chọn hệ thức đúng:

**A.** $y''-2y'+1=0$. **B.** $y''-2y'-3y=0$. **C.** $y''-2y'+y=0$. **D.** $y''-2y'+3y=0$.

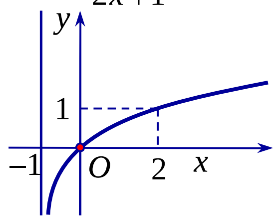
**Câu 168.** **[2D2-2]** Đạo hàm của hàm số $y=(2x-1)3^x$ là

**A.** $3^x(2-2x\ln 3+\ln 3)$.
**B.** $3^x(2+2x\ln 3-\ln 3)$.
**C.** $2.3^x+(2x-1)x.3^{x-1}$.
**D.** $2.3^x\ln 3$.

**Câu 169.** **[2D2-2]** Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

**A.** $y'=\frac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **B.** $y'=\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **C.** $y'=\frac{2}{2x+1}$. **D.** $y'=\frac{1}{2x+1}$.

**Câu 170.** **[2D2-2]** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?




**A.** $y=\log_2 x+1$.
**B.** $y=\log_2(x+1)$.
**C.** $y=\log_3 x$.
**D.** $y=\log_3(x+1)$.

**Câu 171.** **[2D2-2]** Cho phương trình $4^x+2^{x+1}-3=0$. Khi đặt $t=2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?

**A.** $2t^2-3=0$. **B.** $t^2+t-3=0$. **C.** $4t-3=0$. **D.** $t^2+2t-3=0$.

**Câu 172.** **[2D2-2]** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x)=2$.

**A.** $x=-4$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=5$.

**Câu 173.** **[2D2-2]** Tìm tập nghiệm $S$ của phương trình $\log_3(2x+1)-\log_3(x-1)=1$.

**A.** $S=\{4\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{-2\}$. **D.** $S=\{1\}$.

**Câu 174.** **[2D2-2]** Tìm tập nghiệm $S$ của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)=1$

**A.** $S=\{2+\sqrt{5}\}$. **B.** $S=\{2-\sqrt{5};2+\sqrt{5}\}$. **C.** $S=\{3\}$. **D.** $S=\left\{\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right\}$.

**Câu 175.** **[2D2-2]** Giải phương trình $2^{x^2-2x}=3$. Ta có tập nghiệm bằng

**A.** $\left\{1+\sqrt{1+\log_2 3};\ 1-\sqrt{1+\log_2 3}\right\}$.
**B.** $\left\{-1+\sqrt{1+\log_2 3};\ -1-\sqrt{1+\log_2 3}\right\}$.
**C.** $\left\{1+\sqrt{1-\log_2 3};\ 1-\sqrt{1-\log_2 3}\right\}$.
**D.** $\left\{-1+\sqrt{1-\log_2 3};\ -1-\sqrt{1-\log_2 3}\right\}$.

**Câu 176. [2D2-2]** Giải phương trình $3^x + 3^{3-x} = 12$. Ta có tập nghiệm bằng

**A.** $\{1;2\}$. **B.** $\{-1;2\}$. **C.** $\{1;-2\}$. **D.** $\{-1;-2\}$.

**Câu 177. [2D2-2]** Giải phương trình $125^x + 50^x = 2^{3x+1}$. Ta có tập nghiệm bằng

**A.** $\{-1\}$. **B.** $\{1\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\{0\}$.

**Câu 178. [2D2-2]** Phương trình $2^{x^2-x} - 2^{2+x-x^2} = 3$ có tổng các nghiệm bằng

**A.** $1$. **B.** $0$. **C.** $-2$. **D.** $-1$.

**Câu 179. [2D2-3]** Phương trình $\log_2 x + \dfrac{1}{x^2-x-8} = \dfrac{1}{x} + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{x^2-x-8}$ có bao nhiêu nghiệm nhỏ hơn $2$.

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Câu 180. [2D2-3]** Rút gọn biểu thức $A = \dfrac{a^{\frac{4}{3}} - 8.a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{ab} + 4b^{\frac{2}{3}}} . \left(1 - 2\sqrt[3]{\dfrac{b}{a}}\right)^{-1} - a^{\frac{2}{3}}$, $(a > 0, b > 0, a \neq 8b)$ bằng

**A.** $A = a - b$. **B.** $A = a - 2b$. **C.** $A = 1$. **D.** $A = 0$.

**Câu 181. [2D2-3]** Biết $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ và $\log_3 \cos x = -\dfrac{1}{2}$, khi đó $\log_2 \sin x$ bằng

**A.** $\dfrac{1}{2}(1 - \log_2 3)$. **B.** $1 - \log_2 3$. **C.** $\dfrac{1}{2}(\log_2 3 - 1)$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

**Câu 182. [2D2-3]** Biết phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ có hai nghiệm $x_1, x_2$ thỏa mãn $x_1x_2 = 27$. Khi đó giá trị $m$ là

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $25$. **D.** $\dfrac{28}{3}$.

**Câu 183. [2D2-3]** Tổng nghịch đảo các nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x = 4$ bằng

**A.** $0$. **B.** $4$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $1$.

**Câu 184. [2D2-3]** Gọi $x_0$ là một nghiệm của phương trình $9^x + 9^{-x} = 23$. Khi đó giá trị của biểu thức $A = \dfrac{5 + 3^{x_0} + 3^{-x_0}}{1 - 3^{x_0} - 3^{-x_0}}$ là

**A.** $\dfrac{3}{2}$. **B.** $-\dfrac{5}{2}$. **C.** $2$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

**Câu 185. [2D2-3]** Gọi $x_0$ là một nghiệm khác $1$ của phương trình $\log_{\sqrt{2}} x \log_{\sqrt{3}} x = \log_{\sqrt{2}} x + \log_{\sqrt{3}} x$. Khi đó khẳng định nào sau đây **SAI**?

**A.** $x_0 \in \mathbb{Q}$. **B.** $x_0^2 > 3$. **C.** $\log_6 x_0 > 1$. **D.** $2^{x_0} < 6$.

**Câu 186. [2D2-3]** Cho $\log_a x = 3$, $\log_b x = 4$ với $a$, $b$ là các số thực lớn hơn $1$. Tính $P = \log_{ab} x$.

**A.** $P = \dfrac{7}{12}$. **B.** $P = \dfrac{1}{12}$. **C.** $P = 12$. **D.** $P = \dfrac{12}{7}$.

**Câu 187. [2D2-3]** Cho $x$, $y$ là các số thực lớn hơn $1$ thoả mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \dfrac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

**A.** $M = \dfrac{1}{4}$. **B.** $M = 1$. **C.** $M = \dfrac{1}{2}$. **D.** $M = \dfrac{1}{3}$.

**Câu 188.** **[2D2-3]** Giải phương trình $4^{x^2}+\left(x^2-7\right).2^{x^2}+12-4x^2=0$. Ta có tập nghiệm bằng

**A.** $\left\{1;-1;\pm\sqrt{2}\right\}$. **B.** $\left\{0;-1;2\right\}$. **C.** $\left\{1;2\right\}$. **D.** $\left\{1;-2\right\}$.

**Câu 189.** **[2D2-3]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $4^x-2^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

**A.** $m\in\left(-\infty;1\right)$. **B.** $m\in\left(0;+\infty\right)$. **C.** $m\in\left(0;1\right]$. **D.** $m\in\left(0;1\right)$.

**Câu 190.** **[2D2-2]** Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-m\log_3 x+2m-7=0$ có hai nghiệm thực $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1x_2=81$.

**A.** $m=-4$. **B.** $m=4$. **C.** $m=81$. **D.** $m=-\dfrac{2}{3}$.

**Câu 191.** **[2D2-2]** Phương trình $x\left(\ln^2 x-1\right)=0$ có số nghiệm là

**A.** $3$. **B.** $0$. **C.** $2$. **D.** $1$.

**Câu 192.** **[2D2-2]** Tìm tất cả các điểm cực trị của hàm số $y=x\ln x$.

**A.** $\left\{\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right\}$. **B.** $\left\{\mathrm{e},\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right\}$. **C.** $1$. **D.** $\varnothing$.

**Câu 193.** **[2D2-2]** Biết $\log_2 3=a$, $\log_5 3=b$. Khi đó $\log 3$ tính theo $a$, $b$ là

**A.** $ab$. **B.** $a+b$. **C.** $\dfrac{ab}{a+b}$. **D.** $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$.

**Câu 194.** **[2D2-2]** Nghiệm của phương trình $25^x-15^x-6.9^x=0$ là

**A.** $x=-\log_{\frac{3}{5}}2$. **B.** $x=-\log_5 3$. **C.** $x=\log_{\frac{5}{3}}3$. **D.** $x=\log_3\dfrac{3}{5}$.

**Câu 195.** **[2D2-2]** Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{0,2}\left(x+1\right)}$ là

**A.** $\left(-1;+\infty\right)$. **B.** $\left[0;+\infty\right)$. **C.** $\left[-1;0\right]$. **D.** $\left(-1;0\right]$.

**Câu 196.** **[2D2-2]** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-\log_3 x-2=0$ bằng

**A.** $\dfrac{28}{9}$. **B.** $\dfrac{25}{3}$. **C.** $\dfrac{25}{9}$. **D.** $\dfrac{28}{3}$.

**Câu 197.** **[2D2-2]** Cho hàm số $y=\mathrm{e}^{\sin x+\cos x}$. Khi đó phương trình $y'=0$ có nghiệm là

**A.** $x=\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

**Câu 198.** **[2D2-2]** Hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x}}{\log x-1}$ có tập xác định là

**A.** $\left[0;+\infty\right)\backslash\left\{10\right\}$. **B.** $\left[0;+\infty\right)\backslash\left\{\mathrm{e}\right\}$. **C.** $\left(0;+\infty\right)\backslash\left\{e\right\}$. **D.** $\left(0;+\infty\right)\backslash\left\{10\right\}$.

**Câu 199.** **[2D2-3]** Tìm $m$ để phương trình $4^{\cos x}-\left(m+1\right).2^{\cos x+1}-2m=0$ có nghiệm?

**A.** $-2-\sqrt{3}\le m\le 0$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m\ge -2+\sqrt{3}\\ m\le -2-\sqrt{3}\end{array}\right.$. **C.** $-2+\sqrt{3}\le m\le 0$. **D.** $\dfrac{-1}{2}\le m\le 0$.

**Câu 200.** **[2D2-3]** Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x-2.3^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1+x_2=1$.

**A.** $m=6$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=3$. **D.** $m=1$.

**Câu 201.** **[2D2-3]** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt:

$$\log_3\left(1-x^2\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(x+m-4\right)=0$$

**A.** $-\frac{1}{4}<m<0$. **B.** $5\le m\le\frac{21}{4}$. **C.** $5<m<\frac{21}{4}$. **D.** $-\frac{1}{4}\le m\le 2$.

**Câu 202.** **[2D2-3]** Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực $m$ để phương trình $6^x+\left(3-m\right)2^x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\ 1\right)$.

**A.** $\left[3;4\right]$. **B.** $\left[2;4\right]$. **C.** $\left(2;4\right)$. **D.** $\left(3;4\right)$.

**Câu 203.** **[2D2-3]** Xét các số thực $a$, $b$ thỏa mãn $a>b>1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức

$$P=\log^2_{\frac{a}{b}}\left(a^2\right)+3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$$

**A.** $P_{\min}=19$. **B.** $P_{\min}=13$. **C.** $P_{\min}=14$. **D.** $P_{\min}=15$.

**Câu 204.** **[2D2-3]** Xét hàm số $f\left(t\right)=\frac{9^t}{9^t+m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f\left(x\right)+f\left(y\right)=1$. Với mọi số thực x, y thỏa mãn $e^{x+y}\le e\left(x+y\right)$. Tìm số phần tử của S.

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** Vô số. **D.** $2$.

**Câu 205.** **[2D2-3]** Xét các số thực dương $x$, $y$ thỏa mãn $\log_3\frac{1-xy}{x+2y}=3xy+x+2y-4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=x+y$.

**A.** $P_{\min}=\frac{9\sqrt{11}-19}{9}$. **B.** $P_{\min}=\frac{9\sqrt{11}+19}{9}$. **C.** $P_{\min}=\frac{18\sqrt{11}-29}{9}$. **D.** $P_{\min}=\frac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

**Câu 206.** **[2D2-3]** Có bao nhiêu giá trị $m$ nguyên trong đoạn $\left[-2017;2017\right]$ để phương trình $\log\left(mx\right)=2\log\left(x+1\right)$ có nghiệm duy nhất?

**A.** $4034$. **B.** $2018$. **C.** $2017$. **D.** $4035$.

**Câu 207.** **[2D2-3]** Cho phương trình $\log_{0,5}\left(m+6x\right)+\log_2\left(3-2x-x^2\right)=0$ ($m$ là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của $m$ để phương trình có nghiệm thực?

**A.** $17$. **B.** $18$. **C.** $23$. **D.** $15$.

**Câu 208.** **[2D2-4]** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $x, y$ thỏa mãn phương trình $\log_2 x-\log_2 y=\log_2\left(x-y\right)$

**A.** $1$. **B.** $4$. **C.** $2$. **D.** Vô số.

**Câu 209.** **[2D2.5-4]** **(CH.QUANG TRUNG-BPU-L1-1819)** Cho $m$, $n$ là các số nguyên dương khác 1. Gọi $P$ là tích các nghiệm của phương trình $2018\left(\log_m x\right)\left(\log_n x\right)=2017\log_m x+2018\log_n x+2019$. $P$ nguyên và đạt giá trị nhỏ nhất khi:

**A.** $m.n=2^{2020}$. **B.** $m.n=2^{2017}$. **C.** $m.n=2^{2019}$. **D.** $m.n=2^{2018}$.

**Câu 210.** **[2D2-4]** Cho $x$, $y$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(\frac{x+4y}{x+y}\right)=2x-4y+1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{2x^4-2x^2y^2+6x^2}{\left(x+y\right)^3}$ bằng

**A.** $4$. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** $\frac{16}{9}$. **D.** $\frac{25}{9}$.

**Câu 211. [2D2-4]** Tìm tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2(2\sin x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(\cos 2x+m)=0$ có nghiệm:

A. $\left[-\frac{5}{2};+\infty\right)$. B. $\left[-\frac{1}{2};2\right]$. C. $\left(-\frac{1}{2}+\infty\right)$. D. $\left(-\frac{1}{2};2\right]$.

**Câu 212. [2D2-4]** Số giá trị nguyên của $m\in(-200;200)$ để $3.a^{\sqrt{\log_a b}}-b^{\sqrt{\log_b a}}>m.\sqrt{\log_a b}+2$ với mọi $a$, $b\in(1;+\infty)$ là

A. $200$. B. $199$. C. $2199$. D. $2002$.

**Câu 213. [2D2-4]** Cho tập hợp $A=\left\{2^k \mid k=\overline{1,...,10}\right\}$ có $10$ phần tử là các lũy thừa của $2$. Chọn ngẫu nhiên từ tập $A$ hai số khác nhau theo thứ tự $a$ và $b$. Xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên bằng

A. $\frac{17}{90}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{19}{90}$.

**Câu 214. [2D2-4]** Xét các số thực $x$, $y$ thỏa mãn $x^2+y^2>1$ và $\log_{x^2+y^2}(2x+3y)\ge 1$. Giá trị lớn nhất $P_{max}$ của biểu thức $P=2x+y$ bằng

A. $P_{max}=\frac{19+\sqrt{19}}{2}$. B. $P_{max}=\frac{7+\sqrt{65}}{2}$. C. $P_{max}=\frac{11+10\sqrt{2}}{3}$. D. $P_{max}=\frac{7-\sqrt{10}}{2}$.

**Câu 215. [2D2-4]** Xét $x,y$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(\frac{x+4y}{x+y}\right)=2x-4y+1$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\frac{2x^4-2x^2y^2+6x^2}{(x+y)^3}$ bằng

A. $\frac{25}{9}$. B. $4$. C. $\frac{9}{4}$. D. $\frac{16}{9}$.

**Câu 216. [2D2-4]** Cho phương trình $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_{2017}\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=\log_a\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(1;2018)$ của tham số $a$ sao cho phương trình đã cho có nghiệm lớn hơn $3$?

A. 20. B. 19. C. 18. D. 17.

**Câu 217. [2D2-4]** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để phương trình $5^{\sin^2 x}+6^{\cos^2 x}=7^{\cos^2 x}.\log_2 m$ có nghiệm?

A. $63$. B. $64$. C. $6$. D. $62$.

**Câu 218. [2D2-4]** Giả sử tồn tại số thực $a$ sao cho phương trình $\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x}=2\cos ax+4$ có $10$ nghiệm thực phân biệt. Số nghiệm (phân biệt) của phương trình $\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}=2\cos ax$ là

A. $5$. B. $20$. C. $10$. D. $4$.

**Câu 219. [2D2-4]** Có bao nhiêu số nguyên $m$ để phương trình $\ln\left(m+2\sin x+\ln(m+3\sin x)\right)=\sin x$ có nghiệm thực?

A. $5$. B. $4$. C. $3$. D. $6$.

**Câu 220. [2D2-4]** Cho $x$, $y$ là các số thực dương thỏa mãn $xy\le 4y-1$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\frac{6(2x+y)}{x}+\ln\frac{x+2y}{y}$ là $a+\ln b$. Giá trị của tích $a.b$ là

A. $45$. B. $81$. C. $115$. D. $108$.

## PHẦN 3. KHỐI ĐA DIỆN VÀ THỂ TÍCH CỦA CHÚNG

**Câu 221.** **[2H1-1]** Cho lăng trụ tam giác đều cạnh đáy bằng $a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đó là

**A.** $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$.

**Câu 222.** **[2H1-1]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $BC' = 2a$. Thể tích khối lập phương đó bằng

**A.** $2\sqrt{2}a^3$. **B.** $a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $3\sqrt{3}a^3$.

**Câu 223.** **[2H1-1]** Diện tích toàn phần của hình lập phương bằng $96\,\text{cm}^2$. Khi đó thể tích của khối lập phương là

**A.** $6\sqrt{6}\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $64\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $48\sqrt{6}\left(\text{cm}^3\right)$ **D.** $27\left(\text{cm}^3\right)$.

**Câu 224.** **[2H1-1]** Khi tăng tất cả các cạnh của một hình hộp chữ nhật lên gấp đôi thì thể tích của khối hộp chữ nhật tương ứng sẽ:

**A.** tăng $2$ lần. **B.** tăng $4$ lần. **C.** tăng $6$ lần. **D.** tăng $8$ lần.

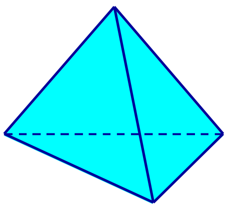
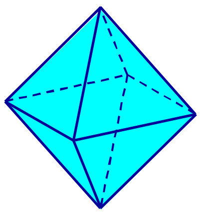
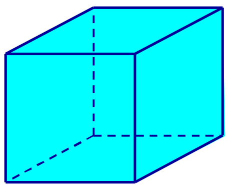
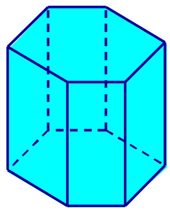
**Câu 225.** **[2H1-1]** Tính thể tích $V$ của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

**A.** $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **C.** $V = 3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = \dfrac{1}{3}a^3$.

**Câu 226.** **[2H1-1]** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$, cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích $V$ của khối chóp $S.ABCD$.

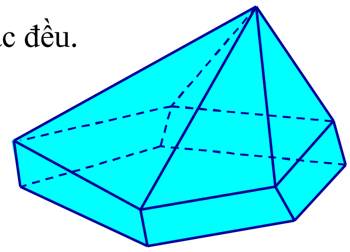
**A.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $V = \sqrt{2}a^3$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

**Câu 227.** **[2H1-1]** Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?

**A.** Tứ diện đều. **B.** Bát diện đều.

**C.** Hình lập phương. **D.** Lăng trụ lục giác đều.



**Câu 228.** **[2H1-1]** Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?

**A.** $6$. **B.** $10$.

**C.** $12$. **D.** $11$.

**Câu 229.** **[2H1-1]** Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

**A.** $\{5;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;4\}$.

**Câu 230.** **[2H1-1]** Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

**A.** Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

**B.** Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

**C.** Hai khối chóp tam giác.

**D.** Hai khối chóp tứ giác.

**Câu 231.** **[2H1-1]** Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right)$; $SA=4$, $AB=6$, $BC=10$ và $CA=8$. Tính thể tích $V$ của khối chóp $S.ABC$.

**A.** $V=40$. **B.** $V=192$. **C.** $V=32$. **D.** $V=24$.

**Câu 232.** **[2H1-1]** Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

**A.** $4$ mặt phẳng. **B.** $1$ mặt phẳng. **C.** $2$ mặt phẳng. **D.** $3$ mặt phẳng.

**Câu 233.** **[2H1-2]** Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB=3a$; $AD=4a$; các cạnh bên bằng nhau bằng $5a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

**A.** $\dfrac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{10a^3}{\sqrt{3}}$. **C.** $9\sqrt{3}a^3$. **D.** $10\sqrt{3}a^3$.

**Câu 234.** **[2H1-2]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh đáy bằng $a$ và mặt bên tạo với mặt đáy một góc $45°$. Thể tích của khối chóp đó là

**A.** $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{9}$.

**Câu 235.** **[2H1-2]** Cho tứ diện $OABC$ có $OA$, $OB$, $OC$ đôi một vuông góc; $OA=4a$, $OB=7a$, $OC=6a$. Gọi $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB$, $BC$, $CA$. Thể tích tứ diện $OMNP$ bằng

**A.** $\dfrac{7a^3}{2}$. **B.** $14a^3$. **C.** $\dfrac{28a^3}{3}$. **D.** $7a^3$.

**Câu 236.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt đáy, $SA=a\sqrt{3}$, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$, $BC=2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

**A.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

**Câu 237.** **[2H1-2]** Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $a$, có $\widehat{BAD}=45°$. Biết rằng $SD$ vuông góc với $\left(ABCD\right)$ và $SD=a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

**A.** $2a^3$. **B.** $a^3$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

**Câu 238.** **[2H1-2]** Cho hình lăng trụ xiên $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $a$, $AA'=a\sqrt{3}$. Biết cạnh bên tạo với $\left(ABC\right)$ góc $60°$. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

**A.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

**Câu 239.** **[1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$. Biết $SAD$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi $\beta$ là góc giữa $\left(SBC\right)$ và $\left(ABCD\right)$. Khi đó $\cos\beta$ bằng

**A.** $\dfrac{2}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

**Câu 240.** **[2H1-2]** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông cân tại $B$, cạnh bên $CC'=a\sqrt{3}$. Biết thể tích của lăng trụ bằng $2\sqrt{3}a^3$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $AB$ và $CC'$ bằng

**A.** $a\sqrt{2}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

**Câu 241.** **[1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a$, $\widehat{ABC}=60^\circ$, $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy. Khoảng cách từ $A$ đến $(SCD)$ bằng

**A.** $\frac{\sqrt{15}a}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}a}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

**Câu 242.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. $SA=a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. Khoảng cách từ $B$ đến $(SCD)$ bằng

**A.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. **B.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}a$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}a$.

**Câu 243.** **[2H1-2]** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a$. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng

**A.** $45^\circ$. **B.** $30^\circ$. **C.** $60^\circ$. **D.** $75^\circ$.

**Câu 244.** **[2H1-2]** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA=2a$, $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$, đáy $ABC$ là tam giác vuông tại $B$ có $AB=a$, $AC=2a$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $SB$, $SC$. Thể tích khối chóp $A.BCNM$ bằng

**A.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

**Câu 245.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=60^\circ$, $\widehat{CSA}=90^\circ$, $SA=SB=a$, $SC=3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

**A.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

**Câu 246.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm của $SA$, $SB$, $SC$. Gọi $V_1$ và $V_2$ lần lượt là thể tích khối đa diện $ABCMNP$ và khối chóp $S.ABC$. Đặt $k=\frac{V_1}{V_2}$, khi đó giá trị của $k$ là

**A.** $8$. **B.** $\frac{8}{7}$. **C.** $\frac{7}{8}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

**Câu 247.** **[2H1-2]** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $48$ (đvtt). Gọi $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm của $CC'$, $BC$, $B'C'$. Tính thể tích khối chóp $A.MNP$.

**A.** $24$ (đvtt). **B.** $16$ (đvtt). **C.** $12$ (đvtt). **D.** $8$ (đvtt).

**Câu 248.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $SB$ và $SC$. Tỉ lệ $\frac{V_{S.ABCD}}{V_{S.AMND}}$ bằng

**A.** $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $4$. **D.** $\frac{3}{8}$.

**Câu 249.** **[2H1-2]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a$. Thể tích khối tứ diện $ACB'D'$ bằng

**A.** $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

**Câu 250.** **[2H1-2]** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right)$, tam giác $ABC$ đều cạnh $a$, Góc giữa mặt bên $\left(SBC\right)$ và $\left(ABC\right)$ bằng $60°$. Khi đó thể tích hình chóp $S.ABC$ bằng

**A.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3}{8\sqrt{3}}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

**Câu 251.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $SA$ và $SB$. Gọi $V$ là thể tích của khối chóp $S.ABC$. Khi đó thể tích khối chóp $S.CMN$ tính theo $V$ là

**A.** $\dfrac{1}{4}V$. **B.** $\dfrac{1}{3}V$. **C.** $\dfrac{1}{2}V$. **D.** $\dfrac{1}{6}V$.

**Câu 252.** **[2H1-2]** Thể tích của khối cầu ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có cạnh bên bằng $2a$ và cạnh đáy bằng $a$ bằng

**A.** $\dfrac{32\pi a^3}{27\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{32\pi a^3\sqrt{3}}{81}$. **C.** $\dfrac{32\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{32\pi a^3\sqrt{3}}{27}$.

**Câu 253.** **[2H1-2]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a$. Thể tích khối tứ diện $ACB'D'$ bằng

**A.** $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

**Câu 254.** **[2H1-2]** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right)$, tam giác $ABC$ đều cạnh $a$, Góc giữa mặt bên $\left(SBC\right)$ và $\left(ABC\right)$ bằng $60°$. Khi đó thể tích hình chóp $S.ABC$ bằng

**A.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3}{8\sqrt{3}}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

**Câu 255.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $SA$ và $SB$. Gọi $V$ là thể tích của khối chóp $S.ABC$. Khi đó thể tích khối chóp $S.CMN$ tính theo $V$ là

**A.** $\dfrac{1}{4}V$. **B.** $\dfrac{1}{3}V$. **C.** $\dfrac{1}{2}V$. **D.** $\dfrac{1}{6}V$.

**Câu 256.** **[2H1-2]** Thể tích của khối cầu ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có cạnh bên bằng $2a$ và cạnh đáy bằng $a$ bằng

**A.** $\dfrac{32\pi a^3}{27\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{32\pi a^3\sqrt{3}}{81}$. **C.** $\dfrac{32\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{32\pi a^3\sqrt{3}}{27}$.

**Câu 257.** **[2H1-2]** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a$, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính tích $V$ của khối chóp tứ giác đã cho.

**A.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

**Câu 258.** **[2H1-2]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a$, $SA\perp\left(ABCD\right)$ và $SC$ tạo với mặt phẳng $\left(SAB\right)$ một góc $30°$. Tính thể tích $V$ của khối chóp đã cho.

**A.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $V=\sqrt{2}a^3$.

**Câu 259.** **[2H1-2]** Cho khối tứ diện có thể tích bằng $V$. Gọi $V'$ là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\dfrac{V'}{V}$.

**A.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{5}{8}$.

**Câu 260.** **[2H1-2]** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy $ABC$ là tam giác vuông cân tại $B$ và $AC=a\sqrt{2}$. Tính thể tích $V$ của khối lăng trụ đã cho.

**A.** $V=a^3$. **B.** $V=\frac{a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{a^3}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3}{2}$.

**Câu 261.** **[2H1-2]** Cho khối chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, $SA\perp(ABCD)$ và mp $(SBC)$ tạo với đáy góc $60°$. Tính thể tích $V$ của khối chóp $S.ABCD$.

**A.** $V=\frac{a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=3a^3$.

**Câu 262.** **[2H1-2]** Cho khối chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh $a$, $SA\perp(ABCD)$ và khoảng cách từ $A$ đến mp $(SBC)$ bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích $V$ của khối chóp đã cho:

**A.** $V=\frac{a^3}{2}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$. **D.** $V=\frac{a^3}{3}$.

**Câu 263.** **[2H1-2]** Cho hình bát diện đều cạnh $a$. Gọi $S$ là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $S=4\sqrt{3}a^2$. **B.** $S=\sqrt{3}a^2$. **C.** $S=2\sqrt{3}a^2$. **D.** $S=8a^2$.

**Câu 264.** **[2H1-2]** Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a$ và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích $V$ của khối chóp $S.ABC$:

**A.** $V=\frac{\sqrt{13}a^3}{12}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{11}a^3}{12}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{11}a^3}{6}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{11}a^3}{4}$.

**Câu 265.** **[2H1-2]** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $ABC$ là tam giác cân với $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120°$, mp $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích $V$ của khối lăng trụ đã cho.

**A.** $V=\frac{3a^3}{8}$. **B.** $V=\frac{9a^3}{8}$. **C.** $V=\frac{a^3}{8}$. **D.** $V=\frac{3a^3}{4}$.

**Câu 266.** **[2H1-3]** Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a$; $SA$ vuông góc với $(ABCD)$; góc giữa hai mặt phẳng $(SBD)$ và $(ABCD)$ bằng $60°$. Gọi $M$, $N$ là trung điểm của $SB$, $SC$. Thể tích khối chóp $S.ADNM$ bằng

**A.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{4\sqrt{6}}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8\sqrt{2}}$.

**Câu 267.** **[2H1-3]** Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AB$, $AC$ và $AD$ đôi một vuông góc với nhau; $AB=6a$, $AC=7a$, $AD=4a$. Gọi $M$, $N$, $P$ tương ứng là trung điểm các cạnh $BC$, $CD$, $DB$. Tính thể tích $V$ của tứ diện $AMNP$.

**A.** $V=\frac{7}{2}a^3$. **B.** $V=14a^3$. **C.** $V=\frac{28}{3}a^3$. **D.** $V=7a^3$.

**Câu 268.** **[1H2-3]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông tại $B$, $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$, $SA=2a$ và $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$. Biết $(P)$ là mặt phẳng qua $A$ và vuông góc với $SB$, diện tích thiết diện cắt bởi $(P)$ và hình chóp là

**A.** $\frac{4a^2\sqrt{10}}{25}$. **B.** $\frac{4a^2\sqrt{3}}{15}$. **C.** $\frac{8a^2\sqrt{10}}{25}$. **D.** $\frac{4a^2\sqrt{6}}{15}$.

**Câu 269.** **[2H1-3]** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $a$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB$ và $BC$, $E$ là điểm đối xứng với $B$ qua $D$. Mặt phẳng $(MNE)$ chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh $A$ có thể tích $V$. Tính $V$.

**A.** $V=\dfrac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. **B.** $V=\dfrac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. **C.** $V=\dfrac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

**Câu 270.** **[2H1-3]** Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB=x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm $x$ để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

**A.** $x=\sqrt{6}$. **B.** $x=\sqrt{14}$. **C.** $x=3\sqrt{2}$. **D.** $x=2\sqrt{3}$.

**Câu 271.** **[2H1-3]** Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $A$, $SA\perp(ABC)$, khoảng cách từ $A$ đến mp $(SBC)$ bằng $3$. Gọi $\alpha$ là góc giữa hai mặt phẳng $(SBC)$ và $(ABC)$, tính $\cos\alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

**A.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{2}{3}$.

**Câu 272.** **[2H1.4-3] (NSL-BG-L1-1819)** Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$, đáy là tam giác $ABC$ cân tại $A$, độ dài trung tuyến $AD$ bằng $a$, cạnh bên $SB$ tạo với đáy góc $30°$ và tạo với mặt phẳng $(SAD)$ góc $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

**A.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

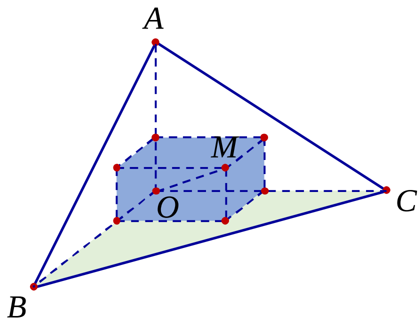
**Câu 273.** **[2H1.3-3] (NSL-BG-L1-1819)** Cho khối chóp $S.ABC$ có $AB=5\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$, $CA=7\text{ cm}$. Các mặt bên tạo với mặt phẳng đáy $(ABC)$ một góc $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

**A.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\text{ cm}^3$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}\text{ cm}^3$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}\text{ cm}^3$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\text{ cm}^3$.

**Câu 274.** **[2H1-4]** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác $SAD$ cân tại $S$ và mặt bên $(SAD)$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách $h$ từ $B$ đến mặt phẳng $(SCD)$.

**A.** $h=\dfrac{2}{3}a$. **B.** $h=\dfrac{4}{3}a$. **C.** $h=\dfrac{8}{3}a$. **D.** $h=\dfrac{3}{4}a$.

**Câu 275.** **[2H1.4-4] (NSL-BG-L1-1819)** Có một khối gỗ dạng hình chóp $O.ABC$ có $OA$, $OB$, $OC$ đôi một vuông góc với nhau, $OA=3\text{ cm}$, $OB=6\text{ cm}$, $OC=12\text{ cm}$. Trên mặt $ABC$ người ta đánh dấu một điểm $M$ sau đó người ta cắt gọt khối gỗ để thu được một hình hộp chữ nhật có $OM$ là một đường chéo đồng thời hình hộp có $3$ mặt nằm trên $3$ mặt của tứ diện (xem hình vẽ).




Thể tích lớn nhất của khối gỗ hình hộp chữ nhật bằng

**A.** $8\text{ cm}^3$. **B.** $24\text{ cm}^3$. **C.** $12\text{ cm}^3$. **D.** $36\text{ cm}^3$.

**Câu 276.** **[1H3.5-4] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và $SA=SB=SC=11$, $\widehat{SAB}=30°$, $\widehat{SBC}=60°$ và $\widehat{SCA}=45°$. Tính khoảng cách $d$ giữa hai đường thẳng $AB$ và $SD$.

**A.** $d=4\sqrt{11}$. **B.** $d=2\sqrt{22}$. **C.** $d=\dfrac{\sqrt{22}}{2}$. **D.** $d=\sqrt{22}$.

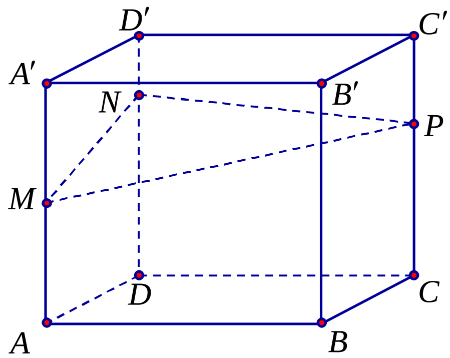
**Câu 277.** **[2H1.3-3] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên $SAB$ là một tam giác đều có diện tích bằng $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua trọng tâm tam giác $SAB$ và song song với mặt phẳng $(ABCD)$ chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tính thể tích $V$ của phần chứa điểm $S$.

**A.** $V = 24$. **B.** $V = 8$. **C.** $V = 12$. **D.** $V = 36$.

**Câu 278.** **[2H3.3-3] (LÝ NHÂN TÔNG-BNI-L1-1819)** ình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA} = 60°$. $SA = a$, $SB = 2a$, $SC = 3a$. Thể tích khối chóp đó là

**A.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

**Câu 279.** **[2H1-4]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $2110$. Biết $A'M = MA$; $DN = 3ND'$; $CP = 2PC'$. Mặt phẳng $(MNP)$ chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng




**A.** $\dfrac{7385}{18}$. **B.** $\dfrac{5275}{12}$.

**C.** $\dfrac{8440}{9}$. **D.** $\dfrac{5275}{6}$.

**Câu 280.** **[2H1-4]** Một viên đá có hình dạng là khối chóp tứ giác đều với tất cả các cạnh bằng $a$. Người ta cắt khối đá đó bởi mặt phẳng song song với đáy của khối chóp để chia khối đá thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích của thiết diện khối đá bị cắt bởi mặt phẳng nói trên. *(Giả thiết rằng tổng thể tích của hai khối đá sau vẫn bằng thể tích của khối đá đầu).*

**A.** $\dfrac{2a^2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{a^2}{\sqrt[3]{2}}$. **C.** $\dfrac{a^2}{4}$. **D.** $\dfrac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$.

## PHẦN 4. MẶT CẦU. MẶT TRỤ. MẶT NÓN

**Câu 281.** **[2H2-1]** Cho hình nón đỉnh $S$ có đáy là đường tròn tâm $O$, bán kính $R$. Biết $SO = h$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

**A.** $\sqrt{h^2 - R^2}$. **B.** $\sqrt{h^2 + R^2}$. **C.** $2\sqrt{h^2 - R^2}$. **D.** $2\sqrt{h^2 + R^2}$.

**Câu 282.** **[2H2-1]** Diện tích của mặt cầu có bán kính $R$ bằng

**A.** $2\pi R^2$. **B.** $\pi R^2$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** $2\pi R$.

**Câu 283.** **[2H2-1]** Thể tích của một khối cầu có bán kính $R$ là

**A.** $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $V = \dfrac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $V = \dfrac{1}{3}\pi R^3$. **D.** $V = 4\pi R^3$.

**Câu 284.** **[2H2-1]** Gọi $l$, $h$, $r$ lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh $S_{xq}$ của hình nón là

**A.** $S_{xq} = \pi rh$. **B.** $S_{xq} = 2\pi rl$. **C.** $S_{xq} = \pi rl$. **D.** $S_{xq} = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

**Câu 285.** **[2H2-1]** Nếu tăng bán kính đáy của một hình nón lên $4$ lần và giảm chiều cao của hình nón đó đi $8$ lần, thì thể tích khối nón tăng hay giảm bao nhiêu lần?

**A.** tăng $2$ lần. **B.** tăng $16$ lần. **C.** giảm $16$ lần. **D.** giảm $2$ lần.

**Câu 286. [2H2-1]** Tính thể tích $V$ của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng $2$.

**A.** $V = 4\pi$. **B.** $V = 12\pi$. **C.** $V = 16\pi$. **D.** $V = 8\pi$.

**Câu 287. [2H2-1]** Một hình trụ có bán kính đáy bằng $50\,\text{cm}$, Chiều cao $50\,\text{cm}$. diện tích xung quanh của hình trụ đó là

**A.** $5000\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $5000\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $2500\left(\text{cm}^2\right)$ **D.** $2500\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

**Câu 288. [2H2-1]** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$, $BC = 3a$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $AB$, $CD$. Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay xung quanh trục $MN$ ta được một khối trụ có thể tích bằng

**A.** $4\pi a^3$. **B.** $5\pi a^3$. **C.** $3\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

**Câu 289. [2H2-1]** Gọi $l$, $h$, $R$ lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của một hình nón. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng?

**A.** $l^2 = hR$. **B.** $\frac{1}{l^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{R^2}$. **C.** $l^2 = h^2 + R^2$. **D.** $R^2 = h^2 + l^2$.

**Câu 290. [2H2-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông cân, cạnh huyền $AB = 2a$. Cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt đáy $(ABC)$. Góc giữa $(SBC)$ và mặt đáy $(ABC)$ bằng $60°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

**A.** $5\pi a^2$. **B.** $\pi a^2$. **C.** $10\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

**Câu 291. [2H2-2]** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên tạo với đáy góc $45°$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó là

**A.** $a$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

**Câu 292. [2H2-2]** Một hình nón tròn xoay có độ dài đường sinh $l = 2a$, độ dài đường cao $h = a$. Gọi $S$ là diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón. Giá trị lớn nhất của S bằng

**A.** $2a^2$. **B.** $a^2\sqrt{3}$. **C.** $2a^2\sqrt{3}$. **D.** $4a^2$.

**Câu 293. [2H2-2]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng $2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

**A.** $4\pi a^2$. **B.** $\frac{16}{3}\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

**Câu 294. [2H2-2]** Cho chóp tam giác $SABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác $ABC$ vuông cân tại $A$ và $SA = 2a$, $AB = a$. Khi đó bán kính của mặt cầu ngoại tiếp $SABC$ là

**A.** $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $R = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $R = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

**Câu 295. [2H2-2]** Cắt hình trụ tròn xoay $(T)$ bởi một mặt phẳng qua trục của $(T)$ ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối trụ $(T)$ là

**A.** $V = 2\pi a^3$. **B.** $V = 4\pi a^3$. **C.** $V = \frac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $V = \pi a^3$.

**Câu 296. [2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a$, $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, cạnh $SC$ tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

**A.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

**Câu 297.** **[2H2-2]** Cắt mặt xung quanh của một hình nón tròn xoay $(N)$ dọc theo một đường sinh rồi trải ra trên mặt phẳng ta được một nửa hình tròn có bán kính $R$. Chiều cao của hính nón $(N)$ là

**A.** $h=\dfrac{R}{2}$. **B.** $h=R\sqrt{3}$. **C.** $h=\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h=R$.

**Câu 298.** **[2H2-2]** Cho hình chóp tròn xoay $(N)$ có chiều cao $3\,\text{cm}$ và bán kính đường tròn đáy là $4\,\text{cm}$. Thể tích của khối nón tròn $(N)$ bằng

**A.** $12\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $16\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $36\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $48\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

**Câu 299.** **[2H2-2]** Cho hình trụ tròn xoay $(T)$ có chu vi của đường tròn đáy bằng $4\pi a$ và chiều cao $h=a$. Diện tích xung quanh của hình trụ $(T)$ bằng

**A.** $\dfrac{4}{3}\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

**Câu 300.** **[2H2-3]** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi $M$, $N$, $E$, $F$ lần lượt là trọng tâm của các tam giác $BCD$, $ACD$, $ABD$, $ABC$. Gọi $R$, $r$ lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ và tứ diện $MNEF$. Tỉ số $\dfrac{R}{r}$ là

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $4$ **D.** $\dfrac{3}{2}$.

**Câu 301.** **[2H2-2]** Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD$, $ADD'A'$, $CDD'C'$ lần lượt là $15\,\text{cm}^2$, $20\,\text{cm}^2$, $12\,\text{cm}^2$. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp đó là

**A.** $\dfrac{250\pi}{3\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{250\pi}{3\sqrt{3}}$. **C.** $\dfrac{125\pi}{3\sqrt{2}}$ **D.** $\dfrac{125\pi}{2\sqrt{2}}$.

**Câu 302.** **[2H2-2]** Một mặt cầu $(S)$ tâm $O$, bán kính $13\text{cm}$. Ba điểm $A$, $B$, $C$ thuộc $(S)$ sao cho $AB=6\,\text{cm}$, $BC=8\,\text{cm}$ và $AC=10\,\text{cm}$. Khi đó khoảng cách từ $O$ đến $(ABC)$ bằng

**A.** $9(\text{cm})$. **B.** $10(\text{cm})$. **C.** $8(\text{cm})$ **D.** $12(\text{cm})$.

**Câu 303.** **[2H2-2]** Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông có diện tích $100\,\text{cm}^2$. Khi đó thể tích của khối trụ đó là

**A.** $150\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $100\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $250\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $500\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

**Câu 304.** **[2H2-2]** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $a$, chiều cao bằng $2a$. Mặt phẳng $(P)$ song song với trục của hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là một hình chữ nhật. Gọi $O$ là tâm của đường tròn đáy. Tính diện tích của thiết diện đó, biết khoảng cách từ $O$ đến $(P)$ bằng $\dfrac{a}{2}$

**A.** $3\sqrt{2}a^2$. **B.** $3\sqrt{3}a^2$. **C.** $2\sqrt{2}a^2$ **D.** $2\sqrt{3}a^2$.

**Câu 305.** **[2H2-2]** Cho tam giác $ABC$ đều cạnh $2a$. Gọi $H$ là trung điểm của $BC$. Cho tam giác $ABC$ quay xung quanh trục $AH$ ta được một hình nón có diện tích xung quanh bằng

**A.** $2\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

**Câu 306.** **[2H2-2]** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $a\sqrt{2}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Tính thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

**A.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\pi a^3$.

**Câu 307.** **[2H2-2]** Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $2$. Khi đó diện tích toàn phần của hình nón bằng

**A.** $\sqrt{2}\pi\left(2-\sqrt{2}\right)$. **B.** $\pi\left(\sqrt{2}+2\right)$. **C.** $\sqrt{2}\pi\left(\sqrt{2}+2\right)$. **D.** $2\pi\left(\sqrt{2}+2\right)$.

**Câu 308.** **[2H2-2]** Cho hình nón đỉnh $S$, đáy là đường tròn tâm $O$, bán kính bằng $a$. Hai điểm $A$, $B$ thuộc đường tròn $(O)$ sao cho $AB=a$. Tính diện tích tam giác $SAB$ biết $SO=\frac{a}{2}$.

**A.** $a^2$. **B.** $\frac{a^2}{3}$. **C.** $\frac{3a^2}{2}$. **D.** $\frac{a^2}{2}$.

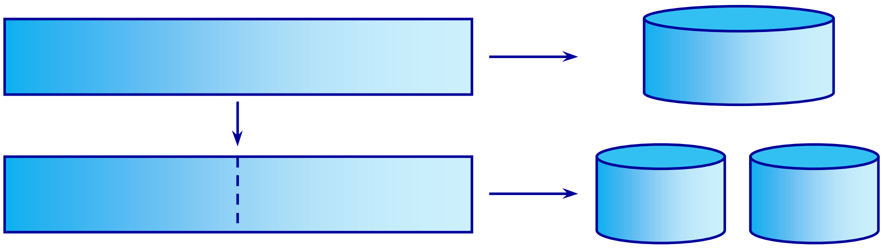
**Câu 309.** **[2H2-2]** Trong không gian, cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB=a$ và $AC=a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh $l$ của hình nón, nhận được khi quay tam giác $ABC$ xung quanh trục $AB$.

**A.** $l=a$. **B.** $l=\sqrt{2}a$. **C.** $l=\sqrt{3}a$. **D.** $l=2a$.

**Câu 310.** **[2H2-2]** Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50\text{ cm}\times 240\text{ cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $50\text{ cm}$, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

- Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.
- Cách 2: Cắt tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu $V_1$ là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và $V_2$ là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 1. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



**A.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=1$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=2$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=4$.

**Câu 311.** **[2H2-2]** Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi lần lượt $M,N$ là trung điểm của $AD$ và $BC$. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục $MN$, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần $S_{tp}$ của hình trụ đó.

**A.** $S_{tp}=4\pi$. **B.** $S_{tp}=2\pi$. **C.** $S_{tp}=6\pi$. **D.** $S_{tp}=10\pi$.

**Câu 312.** **[2H2-2]** Cho khối nón $(N)$ có bán kính đáy bằng $3$ và diện tích xung quanh bằng $15\pi$. Tính thể tích $V$ của khối nón $(N)$.

**A.** $V=12\pi$. **B.** $V=20\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=60\pi$.

**Câu 313.** **[2H2-2]** Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác $BCD$ vuông tại $C$, $AB\perp(BCD)$, $AB=5a$, $BC=3a$ và $CD=4a$. Tính bán kính $R$ của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

**A.** $R=\frac{5a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $R=\frac{5a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $R=\frac{5a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R=\frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

**Câu 314.** **[2H2-2]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=3a$, $BC=4a$, $SA=12a$ và $SA\perp(ABCD)$. Tính bán kính $R$ của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

**A.** $R=\frac{5a}{2}$. **B.** $R=\frac{17a}{2}$. **C.** $R=\frac{13a}{2}$. **D.** $R=6a$.

**Câu 315. [2H2-3]** Khi nhà sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng $V$ và diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng

**A.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **B.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$. **C.** $\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **D.** $\sqrt{\dfrac{V}{\pi}}$.

**Câu 316. [2H2-3]** Cho hình chóp đều $S.ABC$. Gọi $(N_1)$, $(N_2)$ lần lượt là hai hình nón có đỉnh $S$ và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp, đường tròn nội tiếp tam giác $ABC$. Gọi $(V_1)$, $(V_2)$ là thể tích hai khối nón $(N_1)$, $(N_2)$. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng

**A.** $4$. **B.** $2$. **C.** $8$. **D.** $3$.

**Câu 317. [2H2-3]** Cho mặt cầu $(S)$ đường kính $AB = 2R$. Một mặt phẳng $(P)$ di động nhưng luôn vuông góc với $AB$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo một đường tròn. Hình nón tròn xoay $(N)$ có đỉnh $A$ và đáy là thiết diện tạo bởi $\text{mp}(P)$ với mặt cầu $(S)$. Thể tích khối nón của hình nón $(N)$ có giá trị lớn nhất bằng

**A.** $\dfrac{32}{81}\pi R^3$. **B.** $\dfrac{34}{69}\pi R^3$. **C.** $\dfrac{33}{78}\pi R^3$. **D.** $\dfrac{17}{36}\pi R^3$.

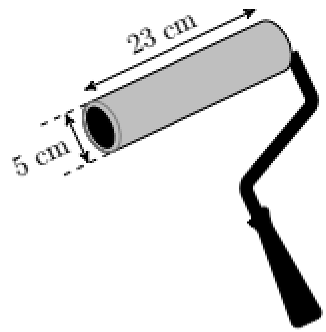
**Câu 318. [2H2-3]** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng $a$ và chiều cao bằng $h$. Tính thể tích $V$ của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

**A.** $\dfrac{\pi a^2 h}{9}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2 h}{3}$. **C.** $3\pi a^2 h$. **D.** $\pi a^2 h$.

**Câu 319. [2H2-3]** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 2a$. Tính bán kính $R$ của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

**A.** $R = 3a$. **B.** $R = \dfrac{3a}{4}$. **C.** $R = \dfrac{3a}{2}$. **D.** $R = 2a$.

**Câu 320. [2H2-3]** Một cái lăn sơn nước có dạng hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là $5\,\text{cm}$, chiều dài lăn là $23\text{cm}$ (hình dưới). Sau khi lăn trọn $15$ vòng thì lăn tạo nên hình phẳng có diện tích $S$. Tính giá trị của $S$.



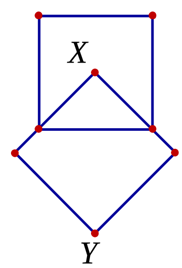

**A.** $1735\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $3450\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

**C.** $862,5\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $1725\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

**Câu 321. [2H2-3]** Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng $9$, tính thể tích $V$ của khối chóp có thể tích lớn nhất:

**A.** $V = 144$. **B.** $V = 576$. **C.** $V = 576\sqrt{3}$. **D.** $V = 144\sqrt{6}$.

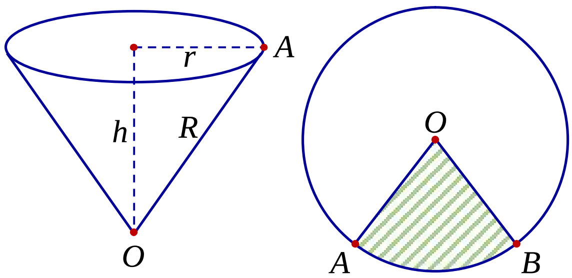
**Câu 322. [2H2-4]** Cho hai hình vuông cùng có cạnh bằng $5$ được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh $X$ của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ bên). Tính thể tích $V$ của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục $XY$.




**A.** $V = \dfrac{125\left(1+\sqrt{2}\right)\pi}{6}$. **B.** $V = \dfrac{125\left(5+2\sqrt{2}\right)\pi}{12}$.

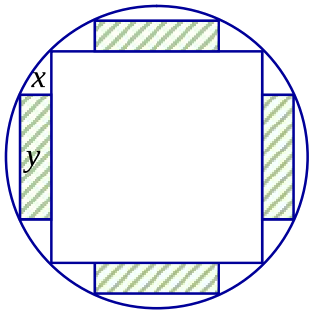
**C.** $V = \dfrac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}$. **D.** $V = \dfrac{125\left(2+\sqrt{2}\right)\pi}{4}$.

**Câu 323.** **[2H2-4]** Cắt bỏ hình quạt tròn $OAB$ - hình phẳng có nét gạch trong hình, từ một mảnh các-tông hình tròn bán kính $R$ và dán lại với nhau để được một cái phễu có dạng của một hình nón (phần mép dán coi như không đáng kể). Gọi $x$ là góc ở tâm của quạt tròn dùng làm phễu, $0 < x < 2\pi$. Tìm $x$ để hình nón có thể tích lớn nhất.




**A.** $x = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\pi$. **B.** $x = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}\pi$. **C.** $x = \dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $x = \pi$.

**Câu 324.** **[2H2-4]** Từ một khúc gỗ tròn hình trụ, đường kính bằng $8\sqrt{2}$ cần xẻ thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và 4 miếng phụ kích thước $x$, $y$ như hình vẽ. Hãy xác định $x$ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất?




**A.** $x = \sqrt{41} - 3$. **B.** $x = 1$.

**C.** $x = \sqrt{17} - 3$. **D.** $x = \pm\sqrt{41} - 3$.

**Câu 325.** **[2H2-4]** Cho hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ song song với nhau và cắt một mặt cầu tâm $O$ bán kính $R$ tạo thành hai đường tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai đường tròn và đáy trùng với đường tròn còn lại. Tính khoảng cách giữa $(P)$ và $(Q)$ để diện tích xung quanh hình nón đó là lớn nhất:

**A.** $R$. **B.** $R\sqrt{2}$. **C.** $2R\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$.

**Câu 326.** **[2H2-4]** Cho mặt cầu $(S)$ có bán kính $r$ không đổi. Gọi $S.ABCD$ là hình chóp đều có chiều cao $h$, nhận $(S)$ làm mặt cầu nội tiếp. Xác định $h$ theo $r$ để thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** $h = 3r$. **B.** $h = 4r$. **C.** $h = 2r$. **D.** $h = 2r\sqrt{3}$.

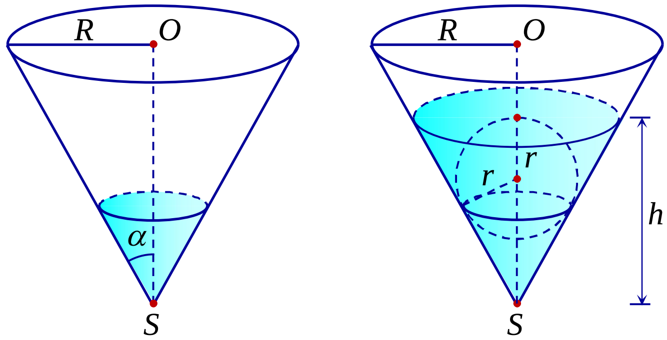
**Câu 327.** **[2H2-4]** Một cốc đựng nước hình nón đỉnh $S$, đáy tâm $O$ bán kính $R(\text{cm})$, chiều cao $SO = 3(\text{cm})$, trong cốc nước đã chứa một lượng nước có chiều cao $a = 1(\text{cm})$ so với đỉnh $S$. Người ta bỏ vào cốc một viên bi hình cầu thì nước dâng lên vừa phủ kín viên bi và không tràn nước ra ngoài, viên bi tiếp xúc với mặt xung quanh của hình nón. Hãy tính bán kính của viên bi theo $R$.

**A.** $\dfrac{3R}{\sqrt[3]{\left(R+\sqrt{R^2+9}\right)^3 - 36R}}$.

**B.** $\dfrac{3R}{R+\sqrt{R^2+9}}$.

**C.** $\dfrac{R}{\sqrt[3]{\left(R+\sqrt{R^2+9}\right)^3 - 36R}}$.

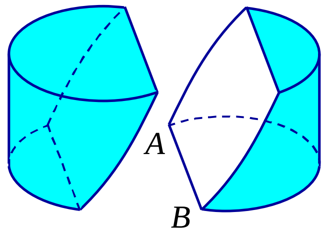
**D.** $\dfrac{R^2}{\sqrt[3]{\left(R+\sqrt{R^2+9}\right)^3 - 36R}}$.



**Câu 328.** **[2H2-4]** Khi cắt mặt cầu $S(O,\ R)$ bởi một mặt kính, ta được hai nửa mặt cầu và hình tròn lớn của mặt kính đó gọi là mặt đáy của mỗi nửa mặt cầu. Một hình trụ gọi là nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,\ R)$ nếu một đáy của hình trụ nằm trong đáy của nửa mặt cầu, còn đường tròn đáy kia là giao tuyến của hình trụ với nửa mặt cầu. Biết $R=1$, tính bán kính đáy $r$ và chiều cao $h$ của hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,\ R)$ để khối trụ có thể tích lớn nhất.

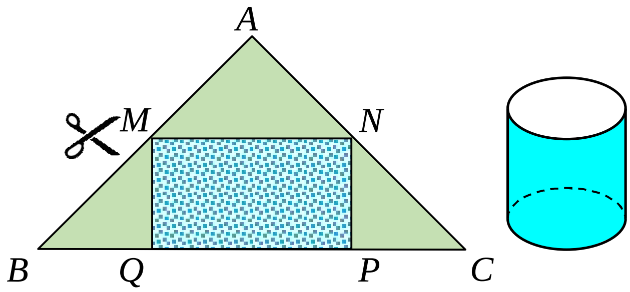
**A.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ h=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $r=\dfrac{\sqrt{6}}{2},\ h=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $r=\dfrac{\sqrt{6}}{3},\ h=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{3},\ h=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

**Câu 329.** **[2H2-4]** Một khối gỗ có hình trụ với bán kính đáy bằng $6$ và chiều cao bằng $8$. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm $A$, $B$ sao cho cung $AB$ có số đo $120°$. Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua $A$, $B$ và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Biết diện tích $S$ của thiết diện thu được có dạng $S=a\pi+b\sqrt{3}$. Tính $P=a+b$.




**A.** $P=60$. **B.** $P=30$. **C.** $P=50$. **D.** $P=45$.

**Câu 330.** **[2H2-4]** Có tấm bìa hình tam giác vuông cân $ABC$ có cạnh huyền $BC$ bằng $a$.Người ta muốn cắt tấm bìa đó thành hình chữ nhật $MNPQ$ rồi cuộn lại thành một hình trụ không đáy như hình vẽ. Diện tích hình chữ nhật đó bằng bao nhiêu để diện tích xung quanh của hình trụ là lớn nhất?




**A.** $\dfrac{a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{a^2}{4}$. **C.** $\dfrac{a^2}{12}$. **D.** $\dfrac{a^2}{8}$.

## PHẦN 5. BÀI TOÁN THỰC TẾ

**Câu 331.** **[2D1-3]** Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích $S$ thì hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

**A.** $2\sqrt{S}$. **B.** $4\sqrt{S}$. **C.** $2S$. **D.** $4S$.

**Câu 332.** **[1D5-2]** Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động $S=\dfrac{1}{2}gt^2$, trong đó $g=9{,}8\ (\text{m/s}^2)$ và $t$ tính bằng giây $(\text{s})$. Vận tốc tại thời điểm $t=5\ (\text{s})$ là

**A.** $49(\text{m/s})$. **B.** $25(\text{m/s})$. **C.** $10(\text{m/s})$. **D.** $18(\text{m/s})$.

**Câu 333.** **[2D1-3]** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x)=0{,}025x^2(30-x)$, trong đó $x(\text{mg})$ và $x>0$ là liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng

**A.** $15(\text{mg})$. **B.** $30(\text{mg})$. **C.** $40(\text{mg})$. **D.** $20(\text{mg})$.

**Câu 334.** **[2D2-4]** Ông A vay ngắn hạn ngân hàng $100$ triệu đồng, với lãi suất $12\%$ / năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng $1$ tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng $1$ tháng, số tiền hoàn nợ mỗi lần là như nhau và trả hết nợ sau đúng $3$ tháng kể từ ngày vay. Hỏi theo cách đó, số tiền $m$ (triệu đồng) mà ông A phải trả cho ngân hàng mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông A hoàn nợ.

**A.** $m=\dfrac{100(1{,}01)^3}{3}$. **B.** $m=\dfrac{(1{,}01)^3}{(1{,}01)^3-1}$. **C.** $m=\dfrac{100.1{,}01}{3}$. **D.** $m=\dfrac{120(1{,}12)^3}{(1{,}12)^3-1}$.

**Câu 335.** **[2D2-4]** Ông $B$ gửi tiết kiệm số tiền $50$ triệu với kỳ hạn $6$ tháng và tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất $6,0\%/\text{năm}$. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau $3$ năm số tiền ông $B$ nhận về xấp xỉ giá trị nào?

**A.** $59.702.614,9$.
**B.** $59.702.614,6$.
**C.** $59.702.614,8$.
**D.** $59.702.614,7$.

**Câu 336.** **[2D2-2]** Thang đo Richte được Charles Francis đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị Richte. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L = \log A - \log A_0$, $M_L$ là độ chấn động, $A$ là biên độ tối đa được đo bằng địa chấn kế và $A_0$ là biên độ chuẩn. Hỏi theo thang độ Richte, cùng với một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một chận động đất $7$ độ Richte sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất $5$ độ Richte?

**A.** $2$.
**B.** $20$.
**C.** $100$.
**D.** $10^{\frac{5}{7}}$.

**Câu 337.** **[2D2-2]** Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = A\mathrm{e}^{r.N}$ trong đó $A$ là dân số của năm lấy mốc tính, $S$ là dân số sau $N$ năm, $r$ là tỷ lệ tăng dân số hằng năm. Cho biết năm $2001$, dân số Việt Nam có khoảng $78.685.000$ người và tỷ lệ tăng dân số hằng năm là $1,7\%$ một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm không đổi thì đến năm nào dân số nước ta ở mức khoảng 120 triệu người?

**A.** 2020.
**B.** 2026.
**C.** 2022.
**D.** 2024.

**Câu 338.** **[2D2-2]** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau $t$ phút. Biết sau $3$ phút thì số lượng vi khuẩn A là $625$ nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là $10$ triệu con?

**A.** $48$ phút.
**B.** $19$ phút.
**C.** $7$ phút.
**D.** $12$ phút.

**Câu 339.** **[2D2-2]** Một người gửi ngân hàng $100$ triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất $0,5\%$ một tháng (kể từ tháng thứ $2$, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó và tiền lãi của tháng sau đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn $125$ triệu đồng?

**A.** $47$ tháng.
**B.** $46$ tháng.
**C.** $45$ tháng.
**D.** $44$ tháng.

**Câu 340.** **[2D1-3]** Ông Nam gởi $100$ triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn $1$ năm với lãi suất là $12\%$ một năm. Sau $n$ năm ông Nam rút toàn bộ số tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm số nguyên dương $n$ nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được lớn hơn $40$ triệu đồng (giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi).

**A.** $4$.
**B.** $5$.
**C.** $2$.
**D.** $3$.

----------HẾT----------

## BẢNG ĐÁP ÁN

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| B | C | C | D | C | A | B | B | A | B | C | B | A | A | D | B | C | A | B | A |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| B | A | C | B | D | C | A | A | B | C | B | A | B | D | C | D | A | C | D | D |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| C | B | B | C | A | B | D | B | B | A | A | D | B | D | C | A | B | A | A | A |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| A | D | D | B | B | D | B | C | B | D | A | C | D | D | D | B | A | D | A | C |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |
| D | D | A | A | D | B | B | A | B | A | D | B | D | B | C | A | C | C | D | B |
| 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | 111 | 112 | 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 |
| D | A | D | A | A | B | C | A | C | B | B | A | C | A | B | A | B | D | A | A |
| 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 | 129 | 130 | 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 |
| D | B | D | A | C | A | D | B | B | C | C | C | D | D | B | C | C | A | B | C |
| 141 | 142 | 143 | 144 | 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 | 151 | 152 | 153 | 154 | 155 | 156 | 157 | 158 | 159 | 160 |
| B | D | A | C | C | A | C | D | D | C | A | B | C | D | B | C | B | D | B | C |
| 161 | 162 | 163 | 164 | 165 | 166 | 167 | 168 | 169 | 170 | 171 | 172 | 173 | 174 | 175 | 176 | 177 | 178 | 179 | 180 |
| D | B | D | D | C | D | C | B | B | D | D | B | A | A | A | A | D | A | B | D |
| 181 | 182 | 183 | 184 | 185 | 186 | 187 | 188 | 189 | 190 | 191 | 192 | 193 | 194 | 195 | 196 | 197 | 198 | 199 | 200 |
| A | B | A | B | D | D | B | A | D | A | C | A | C | C | D | D | D | D | C | C |
| 201 | 202 | 203 | 204 | 205 | 206 | 207 | 208 | 209 | 210 | 211 | 212 | 213 | 214 | 215 | 216 | 217 | 218 | 219 | 220 |
| C | C | D | D | D | B | A | D | C | C | D | A | A | B | D | C | A | A | B | B |
| 221 | 222 | 223 | 224 | 225 | 226 | 227 | 228 | 229 | 230 | 231 | 232 | 233 | 234 | 235 | 236 | 237 | 238 | 239 | 240 |
| B | A | B | D | A | D | A | D | D | B | C | A | D | B | D | B | C | A | A | B |
| 241 | 242 | 243 | 244 | 245 | 246 | 247 | 248 | 249 | 250 | 251 | 252 | 253 | 254 | 255 | 256 | 257 | 258 | 259 | 260 |
| A | A | C | A | D | C | D | D | A | D | A | D | A | D | A | D | D | B | A | D |
| 261 | 262 | 263 | 264 | 265 | 266 | 267 | 268 | 269 | 270 | 271 | 272 | 273 | 274 | 275 | 276 | 277 | 278 | 279 | 280 |
| C | D | C | B | A | D | D | A | B | C | B | B | A | B | A | D | C | C | D | D |
| 281 | 282 | 283 | 284 | 285 | 286 | 287 | 288 | 289 | 290 | 291 | 292 | 293 | 294 | 295 | 296 | 297 | 298 | 299 | 300 |
| B | C | A | C | A | D | B | C | C | C | C | A | C | B | A | C | C | B | B | B |
| 301 | 302 | 303 | 304 | 305 | 306 | 307 | 308 | 309 | 310 | 311 | 312 | 313 | 314 | 315 | 316 | 317 | 318 | 319 | 320 |
| A | D | C | D | A | B | C | D | D | D | B | A | C | C | A | A | A | B | C | D |
| 321 | 322 | 323 | 324 | 325 | 326 | 327 | 328 | 329 | 330 | 331 | 332 | 333 | 334 | 335 | 336 | 337 | 338 | 339 | 340 |
| B | C | B | C | D | B | C | C | C | D | B | A | D | B | C | C | B | C | C | D |

**ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP THI HỌC KÌ I**
**NĂM HỌC 2018 – 2019**
**MÔN TOÁN 12**

## PHẦN 1. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

**Câu 1.** **[2D1-1]** Hàm số $y=x^5-2x^3+1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

$y=x^5-2x^3+1$. TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$$y'=5x^4-6x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=0\\x^2=\dfrac{6}{5}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\end{array}\right..$$

Ta thấy $x=0$ là nghiệm kép, $x=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$ là hai nghiệm đơn.

Do đó, hàm số có 2 điểm cực trị tại $x=\pm\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$.

**Câu 2.** **[2D1-1]** Hàm số nào sau đây có cực trị?

**A.** $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{-x^2-2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+2x-1}{x+2}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Hàm số dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ luôn đơn điệu trên từng khoảng xác định của hàm số

$\Rightarrow$ Loại đáp án A và **B.**

Xét hàm số: $y=\dfrac{x-2}{-x^2-2}\Rightarrow y'=\dfrac{-5x^2+8x-2}{\left(-x^2-2\right)^2}=0\Leftrightarrow -5x^2+8x-2=0\ x=\dfrac{4\pm\sqrt{6}}{5}$.

$\Rightarrow$ Hàm số $y=\dfrac{x-2}{-x^2-2}$ có 2 điểm cực trị.

**Câu 3.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y=3x^4-4x^3$. Khẳng định nào sau đây là ĐÚNG?

**A.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$.

**B.** Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

**C.** $A(1;-1)$ là điểm cực tiểu của hàm số.

**D.** Hàm số có $2$ điểm cực trị.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$y=3x^4-4x^3$. TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$$y'=12x^3-12x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right..$$

BBT:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | |

Dựa vào BBT ta có: đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $A(1;-1)$.

**Câu 4.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y = x + \dfrac{4}{x+1}$. Phát biểu nào sau đây là ĐÚNG?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $(-3;1)$.

**B.** Hàm số không có cực trị.

**C.** Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

**D.** Hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;-3)$ và $(1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

TXĐ: $D = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$$y' = 1 - \frac{4}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)^2 - 4}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \\ x = 1 \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | \|\| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $-5$ | $\searrow$ | $-\infty$ \|\| $+\infty$ | $\searrow$ | $3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT suy ra hàm số đồng biến trên từng khoảng $(-\infty;-3)$ và $(1;+\infty)$.

**Câu 5.** **[2D1-1]** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$:

**A.** $y = x^4 + 2x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 + 3x^2 - 3x$. **C.** $y = \sin x + 3x - 3$. **D.** $y = \dfrac{2x}{x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Các hàm số dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ và $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Loại A, C.

Xét hàm số $y = \sin x + 3x - 3$. TXĐ: $D = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$y' = \cos x + 3 > 0$, $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ hàm số $y = \sin x + 3x - 3$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 6.** **[2D1-1]** GTLN của hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$ trên $\left[\dfrac{-1}{2};2\right]$ bằng

**A.** $\dfrac{10}{3}$. **B.** $2$. **C.** $-2$. **D.** $\dfrac{11}{3}$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}=x+1+\dfrac{1}{x+1}\Rightarrow y'=1-\dfrac{1}{(x+1)^2}$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

| $t$ | $\frac{1}{2}$ | | $0$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $\frac{5}{2}$ | $\searrow$ | $2$ | $\nearrow$ | $\frac{10}{3}$ |

Dựa vào bảng biến thiên suy ra GTLN của hàm số bằng $\dfrac{10}{3}$.

**Câu 7.** **[2D1-1]** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x+2}{x^2-3x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Áp dụng định nghĩa về đường tiệm cận, ta tính các giới hạn:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2+x+2}{x^2-3x+2}=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

$\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{x^2+x+2}{x^2-3x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{x^2+x+2}{x^2-3x+2}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2$.

$\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^2+x+2}{x^2-3x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x^2+x+2}{x^2-3x+2}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

**Câu 8.** **[2D1-1]** Biết đồ thị $(C): y=\dfrac{ax-1}{bx+1}$ có hai đường tiệm cận cắt nhau tại $I(-1;2)$. Khi đó tỉ số $\dfrac{a}{b}$ bằng

**A.** $\dfrac{1}{2}$. **B.** $2$. **C.** $-2$. **D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có hàm số phân thức bậc nhất trên có tiệm cận ngang là $y = \dfrac{a}{b}$, mà theo giả thiết, từ tọa độ giao điểm hai đường tiệm cận là $I\left(-1;2\right)$ nên ta có $y = \dfrac{a}{b} = 2$.

**Câu 9.** **[2D1-1]** Trên đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x^3}{3} + x^2 + 3x - \dfrac{11}{3}$, cặp điểm nào đối xứng nhau qua trục $Oy$?

**A.** $\left(3;\dfrac{16}{3}\right),\left(-3;\dfrac{16}{3}\right)$.

**B.** $\left(3;-3\right),\left(-3;-3\right)$.

**C.** $\left(3;3\right),\left(-3;3\right)$.

**D.** $\left(3;\dfrac{-16}{3}\right),\left(-3;\dfrac{-16}{3}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Để các điểm đối xứng nhau qua trục $Oy$ thì hoành độ của chúng đối nhau, tung độ của chúng bằng nhau.

Thay các giá trị $x = 3$ và $x = -3$ vào hàm số để tìm tung độ của điểm nằm trên đồ thị, ta thấy cặp điểm $\left(3;\dfrac{16}{3}\right),\left(-3;\dfrac{16}{3}\right)$ thỏa mãn.

**Câu 10.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | | | | | ↗ | $+\infty$ |
| | | ↗ | | ↘ | | | |
| | | | $3$ | | | | |

**A.** Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;3\right)$.

**B.** Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

**C.** Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

**D.** $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 3$; $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

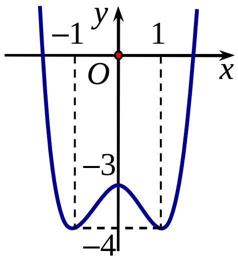
Đồ thị hàm số trên có hai điểm cực trị là $\left(1;3\right),\left(2;0\right)$. Do đó, mệnh đề B đúng.

Trên khoảng $\left(-\infty;3\right)$ hàm số vừa đồng biến vừa nghịch biến nên mệnh đề A sai.

Đường thẳng $x = 1$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số, do $\lim\limits_{x \to 1^+} y = \lim\limits_{x \to 1^-} y = 3$. Do đó, mệnh đề C sai.

Giá trị cực đại của hàm số là $3$ và giá trị cực tiểu của hàm số là $0$. Đây không tương ứng là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số. Do đó mệnh đề D sai.

**Câu 11.** **[2D1-1]** Hàm số nào có đồ thị như hình dưới đây




**A.** $y=-\frac{1}{2}x^4+2x^2-3$ **B.** $y=-x^4+2x^2-3$. **C.** $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=\frac{1}{2}x^4-x^2-3$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ đồ thị hàm số ta thấy ngay đây là hàm số bậc $4$ có hệ số của $x^4$ là số dương nên loại hai đáp án **A.** và **B.**

Mặt khác, hàm số đạt cực trị tại $x=\pm 1$ và $f(\pm 1)=-4$ nên loại đáp án **D.**

**Câu 12.** **[2D1-1]** Giá trị cực tiểu của hàm số $y=-x^4+2x^2+3$ bằng

**A.** $0$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Tập xác định: $\mathrm{D}=\mathbb{R}$.

$y'=-4x^3+4x=-4x\left(x^2-1\right)$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $3$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số là 3.

**Câu 13.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y=\frac{5}{3-2x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.

**B.** Đường thẳng $x=\frac{3}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**C.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{3}{2}\right\}$.

**D.** Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $\left(0;\frac{5}{3}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận là hai đường thẳng $x=\frac{3}{2}; y=0$.

B sai vì $x=\frac{3}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

C sai vì hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$; $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

D sai vì điểm $\left(0;\frac{5}{3}\right)$ là giao điểm của đồ thị hàm số và trục tung.

**Câu 14.** **[2D1-1]** Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

**A.** $y=x^3-x^2+x-3$. **B.** $y=\sqrt{x+1}$. **C.** $y=x^3+x^2-5x+3$. **D.** $y=\frac{x-1}{2x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đáp án A đúng vì $y'=3x^2-2x+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Đáp án B sai vì $y'=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}>0,\forall x\in(-1;+\infty)$.

Đáp án C sai vì $y'=3x^2+2x-5;\ y'>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-\frac{5}{2}\\x>1\end{array}\right.$.

Đáp án D sai vì $y'=\frac{3}{(2x+1)^2}>0,\forall x\neq-\frac{1}{2}$.

**Câu 15.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên trục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | ↘ | | ↗ | | ↗ | |

**A.** Hàm số đồng biến trên $(-2;2)\cup(2;+\infty)$.

**B.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

**Câu 16.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $2$ | ↗ | $4$ | ↘ | | ↗ | $2$ |

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Hàm số có bốn điểm cực trị.

**B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

**C.** Hàm số không có cực đại.

**D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

**Câu 17.** **[2D1-1]** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-5x^2+7x-3$ là

**A.** $(1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $\left(\frac{7}{3};-\frac{32}{27}\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{3};\frac{32}{27}\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có $y' = 3x^2 - 10x + 7$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{7}{3} \end{array} \right.$.

Theo tính chất dấu của tam thức bậc hai $y'$ sẽ đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ khi đi qua giá trị $x = \dfrac{7}{3}$.

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = \dfrac{7}{3}$ và $y_{CT} = -\dfrac{32}{27}$.

**Câu 18.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y = \dfrac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$. Hàm số có:

**A.** Một cực đại và hai cực tiểu. **B.** Một cực tiểu và hai cực đại.
**C.** Một cực đại và không có cực tiểu. **D.** Một cực tiểu và một cực đại.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có $y' = x^3 - 4x = x\left(x^2 - 4\right)$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{array} \right.$.

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-\infty$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | [illegible] | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | [illegible] | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Hàm số có một cực đại và hai cực tiểu.

**Câu 19.** **[2D1-1]** Hàm số $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** $3$. **B.** $0$. **C.** $2$. **D.** $1$.

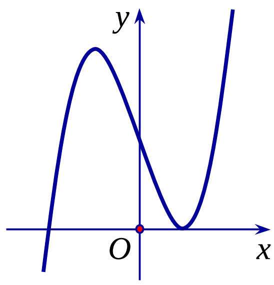
**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có $y' = -\dfrac{1}{(x+1)^2} < 0, \ \forall x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

Hàm số không có cực trị.

**Câu 20.** **[2D1-1]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



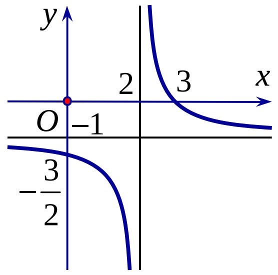

**A.** $y = x^3 - 3x + 2$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 + x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 2$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Căn cứ hình dáng đồ thị ta có hàm số bậc ba với hệ số $a > 0$.

**Câu 21.** **[2D1-1]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a$, $b$, $c$, $d$ là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



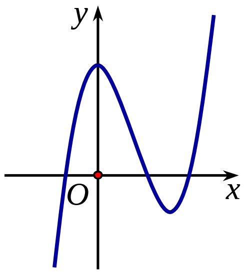

**A.** $y'<0$, $\forall x\ne 1$. **B.** $y'<0$, $\forall x\ne 2$. **C.** $y'>0$, $\forall x\ne 2$. **D.** $y'>0$, $\forall x\ne 1$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Hàm số giảm trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ nên $y'<0$, $\forall x\ne 2$.

**Câu 22.** **[2D1-1]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



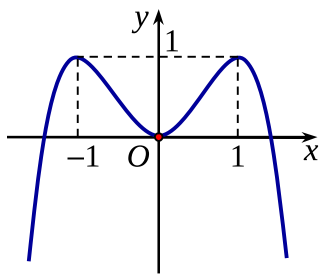

**A.** $y=x^3-3x^2+3$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Căn cứ hình dáng đồ thị ta có hàm số bậc ba với hệ số $a>0$.

**Câu 23.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y=-x^4+2x^2$ có đồ thị như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt?




**A.** $m>0$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m<1$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Số nghiệm thực của phương trình $-x^4+2x^2=m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào đồ thị suy ra $-x^4+2x^2=m$ có bốn nghiệm thực phân biệt khi $0<m<1$.

**Câu 24.** **[2D1-1]** Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị $(C)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $(C)$ cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** $(C)$ cắt trục hoành tại một điểm.

**C.** $(C)$ không cắt trục hoành. **D.** $(C)$ cắt trục hoành tại ba điểm.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Phương trình hoành độ giao điểm của $(C)$ và trục hoành $(x-2)(x^2+1)=0 \Leftrightarrow x=2$.

Vậy $(C)$ cắt trục hoành tại một điểm.

**Câu 25.** **[2D1-2]** Giá trị $m$ để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2$ có 3 điểm cực trị tạo thành tam giác vuông là

**A.** $m=-4$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=1$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$y=x^4-2mx^2+2$. TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3-4mx=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m \end{array}\right.$. Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m>0$ (*).

Giả sử hàm số có 3 điểm cực trị lần lượt là $A(0;2)$, $B\left(-\sqrt{m};2-m^2\right)$ và $C\left(\sqrt{m};2-m^2\right)$.

Dễ thấy 3 điểm cực trị $A$, $B$, $C$ tạo thành tam giác cân tại $A$.

Khi đó, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow AB\perp AC \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$.

Với $\overrightarrow{AB}=\left(-\sqrt{m};-m^2\right)$, $\overrightarrow{AC}=\left(\sqrt{m};-m^2\right)$

$\Rightarrow -m+m^4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=1 \end{array}\right.$. So với điều kiện (*) ta được $m=1$.

**Câu 26.** **[2D1-2]** Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+ax+b$ có điểm cực tiểu là $A(2;-2)$. Khi đó giá trị $a^2-b^2$ là

**A.** $0$. **B.** $4$. **C.** $-4$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$y'=3x^2-6x+a$ và $y''=6x-6$.

Hàm số có điểm cực tiểu $A(2;-2)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y'(2)=0 \\ y''(2)>0 \\ y(2)=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ 6>0 \\ -4+2a+b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=2 \end{cases}$.

Vậy $a^2-b^2=-4$.

**Câu 27.** **[2D1-2]** Điều kiện của $m$ để hàm số $y=4x^3+mx^2-3x$ có 2 điểm cực trị $x_1$, $x_2$ thoả mãn $x_1=-4x_2$ là

**A.** $m=\pm\dfrac{9}{2}$. **B.** $m=\pm\dfrac{3}{2}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=\pm\dfrac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$y'=12x^2+2mx-3=0 \Leftrightarrow 12x^2+2mx-3=0\ (1)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ PT $(1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ thoả mãn $x_1=-4x_2$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta' > 0\\ x_1 + x_2 = -\dfrac{m}{6}\\ x_1x_2 = -\dfrac{1}{4}\\ x_1 = -4x_2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 + 36 > 0,\ \forall m \in \mathbb{R}\\ -3x_2 = -\dfrac{m}{6}\\ x_2^2 = \dfrac{1}{16}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \pm\dfrac{1}{4}\\ m = \pm\dfrac{9}{2}\end{cases}.$$

Vậy $m = \pm\dfrac{9}{2}$ là giá trị cần tìm.

**Câu 28.** **[2D1-2]** Điều kiện của $m$ để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - m + 1\right)x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

**A.** $m \le 1$. **B.** $m \ge 1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m \le 0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y' = x^3 - 2mx + m^2 - m + 1$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^3 - 2mx + m^2 - m + 1 \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0\\ \Delta' \le 0\end{cases} \Leftrightarrow m - 1 \le 0 \Leftrightarrow m \le 1.$$

**Câu 29.** **[2D1-2]** Khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3\left(m^2 - 1\right)x - m^4 + 2m^2$ có độ dài lớn nhất là

**A.** $2m$. **B.** $2$. **C.** $1$. **D.** $|m|$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

TXĐ: $D = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$y' = 3x^2 - 6mx + 3\left(m^2 - 1\right) = 0$. $\Delta' = 9 > 0 \Rightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2$.

Vì hệ số $a > 0$ nên ta có BBT sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT suy ra: hàm số luôn nghịch biến trên $\left(x_1; x_2\right)$.

$A = |x_1 - x_2| \Rightarrow A^2 = \left(x_1 + x_2\right)^2 - 4x_1x_2 = 4m^2 - 4\left(m^2 - 1\right) = 4 \Rightarrow A = 2$.

Vậy $\max A = 2$.

**Câu 30.** **[2D1-2]** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{\tan x + 2}{\tan x - 2}$ trên $\left[0; \dfrac{\pi}{4}\right]$. Đặt $P = M.m$, khi đó khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

**A.** $P < 0$. **B.** $1 < P < 2$. **C.** $2 < P < 4$. **D.** $P > 4$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đặt $t=\tan x$ do $x\in\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$ nên $t=\tan x\in[0;1]$.

Khi đó $y=\dfrac{t+2}{t-2}=1+\dfrac{4}{t-1}\Rightarrow y'=-\dfrac{4}{(t-2)^2}<0,\forall x\in D$.

Nên $M=f(0)=-1$và $m=f(1)=-3$.

Vậy $P=3$.

**Câu 31.** **[2D1-2]** Có bao nhiêu giá trị $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+m-1$ trên $[0;3]$ bằng $-1$?

**A.** $0$. **B.** 1. **C.** $2$. **D.** Vô số.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có $y'=3x^2-3\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $m-1$ | $\searrow$ | $m-3$ | $\nearrow$ | $m+17$ |

Để GTLN của hàm số bằng $-1\Rightarrow m+17=-1\Leftrightarrow m=-18$

Vậy chỉ có một giá trị $m=-18$ thỏa mãn đề bài.

**Câu 32.** **[2D1-2]** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^3x-\cos 2x+\sin x+2$ trên $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ bằng

**A.** $\dfrac{23}{27}$. **B.** $0$. **C.** $-1$. **D.** $\dfrac{-1}{9}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có $y=\sin^3x-\cos 2x+\sin x+2=\sin^3x-\left(1-2\sin^2x\right)+\sin x+2$.

Đặt $t=\sin x$ do $x\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ nên $t=\sin x\in[-1;1]$.

Khi đó $y=t^3+2t^2+t+1\Rightarrow y'=3t^2+4t+1\Leftrightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=-\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $t$ | $-1$ | | $-\dfrac{1}{3}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $1$ | $\searrow$ | $\dfrac{23}{27}$ | $\nearrow$ | $5$ |

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $\dfrac{23}{27}$.

**Câu 33.** **[2D1-2]** Giá tị lớn nhất của hàm số $y = x^3\mathrm{e}^{-x}$ trên $(0;+\infty)$ bằng

**A.** $\left(\dfrac{\mathrm{e}}{3}\right)^3$. **B.** $\left(\dfrac{3}{\mathrm{e}}\right)^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt[3]{\mathrm{e}}}{27}$. **D.** $\left(\dfrac{\mathrm{e}}{\ln 3}\right)^3$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có $y' = \left(x^3\mathrm{e}^{-x}\right)' = 3x^2.\mathrm{e}^{-x} - x^3\mathrm{e}^{-x} = x^2.\mathrm{e}^{-x}(3-x)$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$.

$f(0) = 0$ và $f(3) = \dfrac{3^3}{\mathrm{e}^3}$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $0$ | $\nearrow$ | $\left(\dfrac{3}{\mathrm{e}}\right)^3$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $\left(\dfrac{3}{\mathrm{e}}\right)^3$

**Câu 34.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y = -x^3 + 3x - 2$ có đồ thị $(C)$ và đường thẳng $y = -x - 2$. Gọi $d$ là tiếp tuyến của $(C)$ tại giao điểm của $(C)$ với đường thẳng trên với tiếp điểm có hoành độ dương. Khi đó phương trình của $d$ là

**A.** $y = 9x + 18$. **B.** $y = -9x + 22$. **C.** $y = -9x - 9$. **D.** $y = -9x + 14$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm $-x^3 + 3x - 2 = -x - 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Chỉ có $x = 2$ có hoành độ dương nên $x_0 = 2$ trong

Phương trình tiếp tuyến: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

$\Leftrightarrow y + 4 = -9(x-2) \Leftrightarrow y = -9x + 14$.

**Câu 35.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Có bao nhiêu tiếp tuyến của $(C)$ đi qua điểm $A(0;2)$?

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đặt phương trình tiếp tuyến dạng: $y = ax + b$.

Phương trình tiếp tuyến đi qua $A(0;2)$ nên: $2 = a.0 + b \Leftrightarrow b = 2$.

Số tiếp tuyến của đồ thị hàm số là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x^4-2x^2+2=ax+2 (1) \\ 4x^3-4x=a (2) \end{cases}$

Lấy $(2)$ thay vào $(1)$ ta được $3x^4-2x^2=0$.

Phương trình có $3$ nghiệm nên có 3 tiếp tuyến thỏa mãn.

**Câu 36.** **[2D1-2]** Biết đồ thị $y=x^4-2mx^2+x-1$ và đường thẳng $y=x-2m$ có đúng hai điểm chung. Khi đó phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

**A.** $m\in(0;1)$. **B.** $m\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$. **C.** $m\in\left(\frac{1}{2};1\right]$. **D.** $m\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup\{1\}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4-2mx^2+x-1=x-2m \Leftrightarrow x^4-2mx^2+m^2=(m-1)^2$

$\Leftrightarrow \left(x^2-m\right)^2=(m-1)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=m+(m-1) \\ x^2=m-(m-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2=2m-1 \\ x^2=1 \end{cases}$

Để phương trình có hai điểm chung thì $\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1<0 \\ 2m-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<\frac{1}{2} \\ m=1 \end{array}\right.$.

**Câu 37.** **[2D1-2]** Đường thẳng $y=-m+2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ tại ba điểm phân biệt khi:

**A.** $-2<m<2$. **B.** $m<-2$. **C.** $-2<m\le 2$. **D.** $-2\le m\le 2$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x+2=-m+2$

$x^3-3x+m=0$

Đặt $f(x)=x^3-3x+m \Rightarrow f'(x)=3x^2-3 \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $f_{CĐ}.f_{CT}<0 \Leftrightarrow (m-2)(m+2)<0$.

$\Leftrightarrow -2<m<2$.

**Câu 38.** **[2D1-2]** Điều kiện của $m$ để đường thẳng $y=-x+m$ cắt $(C): y=\frac{x}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt là

**A.** $1<m<4$. **B.** $m<0$ hoặc $m>2$. **C.** $m<0$ hoặc $m>4$. **D.** $m<1$ hoặc $m>4$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Để đường thẳng $y=-x+m$ cắt $(C): y=\frac{x}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt thì phương trình hoành độ giao điểm $-x+m=\frac{x}{x-1}$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 1.

Ta có: $-x+m=\frac{x}{x-1} \Leftrightarrow x^2+mx-m=0$

Để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt khác 1 là $\begin{cases} \Delta=m^2-4m>0 \\ 1-m+m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>4 \\ m<0 \end{array}\right.$.

**Câu 39.** **[2D1-2]** Trên đồ thị hàm số $y=\frac{3x-1}{x+1}$ có bao nhiêu điểm mà tọa độ là các số nguyên?

**A.** $0$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Các điểm có tọa độ là các số nguyên nghĩa là hoành độ và tung độ đều là các số nguyên.

Ta có: $\dfrac{3x-1}{x+1}=3-\dfrac{4}{x+1}$

Để tung độ nguyên thì $\dfrac{4}{x+1}\in\mathbb{Z}$ nên $x+1$ phải là ước của $4$

$\Rightarrow x+1\in\{-4;-2;-1;1;2;4\}\Rightarrow x\in\{-5;-3;-2;0;1;3\}$.

Khi đó có 6 điểm có tọa độ nguyên nằm trên đồ thị hàm số đã cho.

**Câu 40.** **[2D1-2]** Tìm tọa độ các điểm thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-2$ biết hệ số góc của tiếp tuyến tại các điểm đó bằng $9$.

**A.** $(1;6),(3;2)$. **B.** $(1;-6),(-3;-2)$. **C.** $(-1;-6),(-3;-2)$. **D.** $(-1;-6),(3;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có phương trình tiếp tuyến tại điểm $(x_0;y_0)$ có dạng: $y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0$ có hệ số góc là $f'(x_0)$.

Theo đề bài ta có $f'(x_0)=9\Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Thay lại vào hàm số, ta có được hai điểm thỏa mãn điều kiện có tọa độ là $(-1;-6),(3;-2)$.

**Câu 41.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên và các nhận xét như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $\|\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | $\|\|$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

(I) Hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

(II) Hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

(III) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(2;4)$.

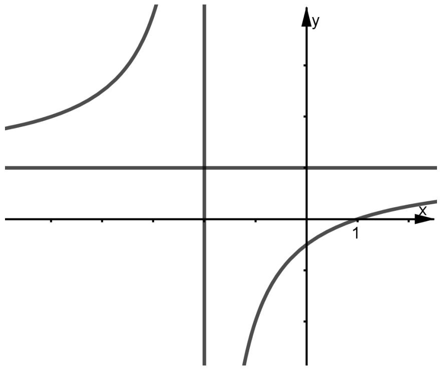
Khi đó khẳng định nào dưới đây đúng:

**A.** (I) và (III) đúng. **B.** Chỉ (III) đúng. **C.** (II) và (III) đúng. **D.** Chỉ (I) đúng.

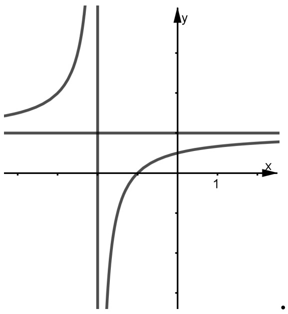
**Lời giải**

**Chọn C.**

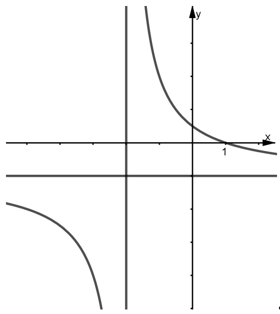
**Câu 42.** **[2D1-2]** Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hình dạng như hình dưới:



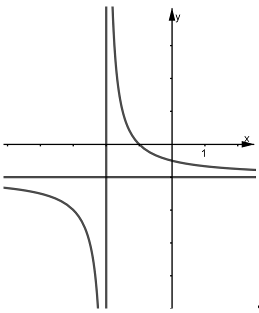

Đồ thị nào dưới đây là đồ thị hàm số $y=-f\left(x\right)$

**A.** 

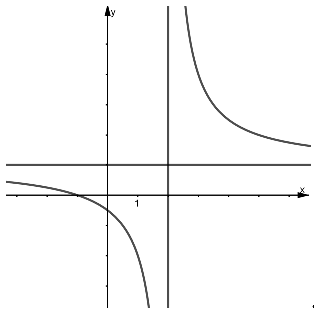
.

**B.** 

.

**.C.** 

.

**D.** 

.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đồ thị hàm số $y=-f\left(x\right)$ được vẽ bằng cách lấy đố xứng đồ thị hàm số $y=-f\left(x\right)$ qua trục $Ox$.

**Câu 43.** **[2D1-2]** Tìm $m$ để hàm số $y=-2x^3+3x^2+m$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[0;3\right]$ bằng $2019$.

**A.** $m=2017$. **B.** $m=2018$. **C.** $m=2020$. **D.** $m=2019$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có $y'=-6x^2+6x$

$$y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in\left[0;3\right]\\x=-1\notin\left[0;3\right]\end{array}\right.$$

Mặt khác $y\left(0\right)=m$; $y\left(3\right)=m-27$; $y\left(1\right)=m+1$

Nên $\max\limits_{\left[0;3\right]}y=m+1$, theo giả thiết ta có $m+1=2019\Leftrightarrow m=2018$.

**Câu 44.** **[2D1-2]** Tìm các giá trị của $m$ để đồ thị hàm số $y=-\dfrac{x^3}{3}+3x^2+mx+m^2-2$ có hai cực trị nằm về hai phía của trục tung.

**A.** $m>3$. **B.** $m<0$. **C.** $m>0$. **D.** $m<-3$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=-x^2+6x+m$ $(a=-1;b=6;c=m)$

Để đồ thị hàm số có hai cực trị nằm về hai phía của trục tung thì phương trình $y'=0$ phải có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Điều kiện là $a.c<0\Leftrightarrow(-1).m<0\Leftrightarrow m>0$.

**Câu 45.** **[2D1-2]** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(C): y=\dfrac{1-x}{2x+1}$ tại giao điểm của $(C)$ với trục hoành là `

**A.** $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{3}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}x-\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Giao điểm của $(C)$ và $Ox$ là $A(1;0)$

Ta có: $y'=\dfrac{-3}{(2x+1)^2}$ nên $y'(1)=-\dfrac{1}{3}$

Phương trình tiếp tuyến của $(C)$ tại $A(1;0)$ là $y=y'(1)(x-1)+0$ $\Leftrightarrow y=-\dfrac{1}{3}(x-1)$

hay $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{1}{3}$.

**Câu 46.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y=\cos 2x+x$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** Tại $x=\dfrac{-\pi}{2}$ hàm số không đạt cực đại. **B.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\dfrac{-11\pi}{12}$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\dfrac{-7\pi}{12}$. **D.** Tại $x=\dfrac{13\pi}{2}$ hàm số đạt cực tiểu.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

□ $y'=-2\sin 2x+1$

$$y'=0\Leftrightarrow \sin 2x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ 2x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.$$

□ $y''=-4\cos 2x$

$y''\left(\dfrac{\pi}{12}+k\pi\right)=-4\cos\left(\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\right)=-2\sqrt{3}<0\Rightarrow x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi$ là điểm cực đại của hàm số.

$y''\left(\dfrac{5\pi}{12}+k\pi\right)=-4\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\right)=2\sqrt{3}>0\Rightarrow x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Điểm cực đại của hàm số là $x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi$ với $k=-1\Rightarrow x=\dfrac{-11\pi}{12}$.

**Câu 47.** **[2D1-2]** Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3}{x^2-1}$ là

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$

$\lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

$\lim\limits_{x\to-1^+} y=-\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

**Câu 48.** **[2D1-2]** Khoảng đồng biến của hàm số $y=x^4+2x^2-5$ là

**A.** $(-\infty;\ 1)$. **B.** $(-\infty;\ 0)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3+4x=0 \Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $5$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên $(0;+\infty)$.

**Câu 49.** **[2D1-2]** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x-1}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

**A.** $m\ge2$. **B.** $m>-2$. **C.** $m<-2$. **D.** $m\le-2$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x-1}$ là $D=(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

$y'=\dfrac{-2-m}{(x-1)^2}$

Hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x-1}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó

$\Leftrightarrow y'<0\ \forall x\in D \Leftrightarrow -2-m<0 \Leftrightarrow m>-2$.

**Câu 50.** **[2D1-2]** Số các điểm cực trị của hàm số $y=(2-3x)(2x+1)^3$ là

**A.** 1. **B.** $4$. **C.** $3$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Xét $y'=0 \Leftrightarrow (2x+1)^2(-6x-3+12-18x)=0 \Leftrightarrow (2x+1)^2(-24x+9)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-1}{2} \\ x=\dfrac{3}{8} \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{3}{8}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | |

Từ đó ta kết luận: Vậy hàm số có duy nhất một điểm cực trị.

**Câu 51.** **[2D1-2]** Đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau không có điểm chung với trục hoành.

**A.** $y=x-\sqrt{x^2-5}$. **B.** $y=\mathrm{e}^x-1$. **C.** $y=x^3-1$. **D.** $y=\dfrac{2x}{x-3}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Xét phương trình $x-\sqrt{x^2-5}=0$ (1) $\Rightarrow x=\sqrt{x^2-5}\Rightarrow x^2=x^2-5$ (2)

Phương trình (2) vô nghiệm nên pt (1) vô nghiệm. Vậy đồ thị hàm số $y=x-\sqrt{x^2-5}$ không có điểm chung với trục hoành.

Với các pt: $\mathrm{e}^x-1=0\Leftrightarrow x=0$

$x^3-1=0\Leftrightarrow x=1$

$\dfrac{2x}{x-3}=0\Leftrightarrow x=0$

đều có nghiệm nên đồ thị có điểm chung với trục hoành.

**Câu 52.** **[2D1-2]** Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x+1}$ là

**A.** $5\sqrt{2}$. **B.** $4$. **C.** $8$. **D.** $4\sqrt{5}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$$y'=\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2};\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\ \ \ \Rightarrow y=0\\ x=-3\Rightarrow y=-8\end{array}\right.$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(1;0)$, $B(-3;-8)\Rightarrow AB=4\sqrt{5}$

**Câu 53.** **[2D1-2]** Khoảng nghịch biến của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+11$ là

**A.** $(-3;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6x-9$.

$$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\ x=-1\end{array}\right..$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\nearrow$ | $16$ | $\searrow$ | $-16$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số nghịch biến trong khoảng $(-1;3)$.

**Câu 54.** **[2D1-2]** Tất cả các giá trị của $m$ để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x^4}{4}-2x^2+1$ tại 4 điểm phân biệt là

**A.** $m>-3$. **B.** $m<1$. **C.** $-12<m<3$. **D.** $-3<m<1$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Cách 1: Phương trình hoành độ giao điểm

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x^4}{4}-2x^2+1=m \Leftrightarrow x^4-8x^2+4-4m=0 \quad (1)$.

Đặt $t=x^2\ (t\geq 0)$. Phương trình trở thành: $t^2-8t+4-4m=0 \quad (2)$.

Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x^4}{4}-2x^2+1$ tại 4 điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow (1)$ có 4 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}16-(4-4m)>0\\ 8>0\\ 4-4m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>-3\\ m<1\end{cases}.$$

Cách 2: Dùng bảng biến thiên

Xét hàm số $y=\frac{x^4}{4}-2x^2+1$ có $y'=x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm 2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | |

Dựa vào bảng biến thiên ta có đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x^4}{4}-2x^2+1$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -3<m<1$.

**Câu 55.** **[2D1-2]** Gọi $M$, $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{2x+9}{x+3}$ trên $[0;3]$. Khi đó $M+m$ bằng

**A.** $\frac{7}{2}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{11}{2}$. **D.** $\frac{15}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\{-3\}\Rightarrow$ Trên $[0;3]$ hàm số đã cho liên tục.

$y'=\dfrac{-3}{(x+3)^2}<0$ với $\forall x\neq -3\Rightarrow$ Hàm số luôn nghịch biến trên $[0;3]$.

$\Rightarrow M=f(0)=3,\ m=f(3)=\dfrac{5}{2}$

Vậy $M+m=3+\dfrac{5}{2}=\dfrac{11}{2}$.

**Câu 56.** **[2D1-2]** Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-m+1)x+1$ đạt cực đại tại điểm $x=1$ khi

**A.** $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=1$ hoặc $m=2$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: $y'=x^2-2mx+m^2-m+1$

Nếu hàm số đạt cực đại tại $x=1$ thì $y'(1)=0\ \Rightarrow m^2-3m+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=2\end{array}\right.$

Với $m=1$ thì $y'=x^2-2x+1=(x-1)^2\Rightarrow y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

Do đó: $m=1$ (không thỏa mãn).

Với $m=2$ thì $y'=x^2-4x+3$ và $y''=2x-4$

Mà $y'(1)=0$ và $y''(1)=-2<0$ nên hàm số đạt đại tại $x=1$.

Vậy $m=2$ (thỏa mãn).

**Câu 57.** **[1D4-2]** Hàm số $y=x^3-3x^2+4$ đồng biến trên.

**A.** $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

**C.** $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6x.$

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | |

Vậy hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

**Câu 58.** **[1D2-2]** Hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^4-3x^2-3$ nghịch biến trên các khoảng nào?

**A.** $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)$ và $\left(0;\sqrt{3}\right)$

**B.** $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và $\left(\frac{\sqrt{3}}{2};+\infty\right)$.

**C.** $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

**D.** $\left(-\sqrt{3};0\right)$ và $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=2x^3-6x.$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x^3-6x=0 \Leftrightarrow 2x\left(x^2-3\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-\sqrt{3}$ | | $0$ | | $\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-\frac{15}{2}$ | $\nearrow$ | $-3$ | $\searrow$ | $-\frac{15}{2}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số nghịch biến trên hai khoảng $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)$ và $\left(0;\sqrt{3}\right)$.

**Câu 59.** **[2D1-2]** Hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$ nghịch biến trên các khoảng:

**A.** $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$y'=\frac{-3}{(x-1)^2}<0,\forall x\in D.$

$\Rightarrow$ Hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.

**Câu 60.** **[2D1-2]** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**A.** $y=x^3+3x^2+3x+2008$.

**B.** $y=x^4+x^2+2008$.

**C.** $y=\tan x$.

**D.** $y=\frac{x+1}{x-2}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$y=x^3+3x^2+3x+2008$.

$y'=3x^2+6x+3=3\left(x^2+2x+1\right)=3(x+1)^2\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 61.** **[2D1-2]** Tìm $m$ để hàm số $y=\frac{x-1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**A.** $[-1;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$

$y'=\dfrac{m+1}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}-m\le 2\\ m+1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -2\\ m\ge -1\end{cases}\Leftrightarrow m\ge -1$.

Vậy $m\in[-1;+\infty)$.

**Câu 62.** **[2D1-2]** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $x^2\left(x^2-2\right)+3=m$ có $2$ nghiệm phân biệt.

**A.** $m<3$. **B.** $m>3$. **C.** $m>2$. **D.** $m>3$ hoặc $m=2$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$x^2\left(x^2-2\right)+3=m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $(d): y=m$ và đồ thị hàm số $y=x^2\left(x^2-2\right)+3$.

Xét hàm số $y=x^2\left(x^2-2\right)+3\Rightarrow y=x^4-2x^2+3$.

$y'=4x^3-4x$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm 1\end{array}\right.$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $2$ | $\nearrow$ | $3$ | $\searrow$ | $2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\ m>3\end{array}\right.$.

**Câu 63.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+2}$ có đồ thị $(C)$ và đường thẳng $d: y=x+m$. Các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $d$ cắt đồ thị $(C)$ tại $2$ điểm phân biệt là

**A.** $m>2$. **B.** $m<6$. **C.** $m=2$. **D.** $m<2$ hoặc $m>6$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và đường thẳng $d$:

$\dfrac{2x+3}{x+2}=x+m\ \ (x\ne -2)$

$\Leftrightarrow 2x+3=(x+m)(x+2)$ (Nhận xét: $x=-2$ không là nghiệm của phương trình này)

$\Leftrightarrow x^2+mx+2m-3=0\ \ (1)$

$d$ cắt đồ thị $(C)$ tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ $(1)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 12 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 2 \\ m > 6 \end{array}\right.$.

**Câu 64.** **[2D1-2]** Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ đạt cực tiểu tại điểm:

**A.** $x = 0$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 0$ và $x = 2$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

$y' = 3x^2 - 6x.$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Tại $x = 2$ đạo hàm đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

**Câu 65.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 4x + 1}{x + 1}$. Hàm số có hai điểm cực trị là $x_1$, $x_2$. Tích $x_1x_2$ có giá trị bằng

**A.** $-2$. **B.** $-5$. **C.** $-1$. **D.** $-4$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Hàm số đã cho luôn xác định trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$

Ta có $y' = \dfrac{x^2 + 2x - 5}{(x+1)^2}$. Cho $y' = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 5 = 0$ (Điều kiện: $x \neq -1$).

Phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1$; $x_2$ và $y'$ luôn đổi dấu khi đi qua hai nghiệm $x_1$; $x_2$. Do đó hàm số có hai điểm cực trị là $x_1$; $x_2$ $\Rightarrow$ $x_1x_2 = -5$.

**Câu 66.** **[2D1-2]** Hàm số $y = \left|x^2 - 4\right| + x$ có mấy điểm cực trị?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

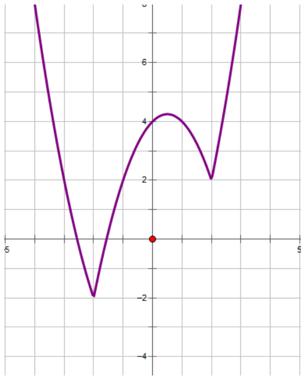
**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $y = \left|x^2 - 4\right| + x = \begin{cases} x^2 + x - 4 & \text{khi } x \leq -2 \vee x \geq 2 \\ -x^2 + x + 4 & \text{khi } -2 \leq x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} 2x + 1 & \text{khi } x \leq -2 \vee x \geq 2 \\ -2x + 1 & \text{khi } -2 \leq x \leq 2 \end{cases}$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$

Vẽ đồ thị của hàm số trên từng khoảng ta được đồ thị của hàm số $y = \left|x^2 - 4\right| + x$ như sau:



Dựa vào đồ thị hàm số ta có, hàm số đã cho có 3 cực trị.
Cách khác: Học sinh có thể lập bảng biến thiên và xét dấu đạo hàm trên từng miền.

**Câu 67.** **[2D1-2]** Tìm $m$ để hàm số $y = mx^3 - \left(m^2 - 10\right)x + m - 2$ đạt cực tiểu tại $x_0 = 1$.

**A.** $m = -2$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = -2; m = 5$. **D.** $m = -2; m = -5$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $y' = 3mx^2 - m^2 + 10$; $y'' = 6mx$.

Điều kiện cần để hàm số đạt cực tiểu tại $x_0 = 1$ là $y'(1) = 0 \Leftrightarrow -m^2 + 3m + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = 5 \end{array}\right.$.

Điều kiện đủ:

Khi $m = -2$ thì $y''(1) = -12 < 0$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ (loại).

Khi $m = 5$ thì $y''(1) = 30 > 0$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$ (thỏa mãn).

**Câu 68.** **[2D1-2]** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + \left(m^2 - 4\right)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

**A.** $m = -1$. **B.** $m = -7$. **C.** $m = 5$. **D.** $m = 1$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m^2 - 4$; $y'' = 2x - 2m$.

Điều kiện cần để hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ là $y'(3) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = 5 \end{array}\right.$.

Điều kiện đủ:

Khi $m = 1$ thì $y''(3) = 4 > 0$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$ (loại).

Khi $m = 5$ thì $y''(3) = -4 < 0$. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ (thỏa mãn).

**Câu 69.** **[2D1-2]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn $1$.

**A.** $0 < m < \sqrt[3]{4}$. **B.** $m < 1$. **C.** $0 < m < 1$. **D.** $m > 0$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta áp dụng công thức nhanh: Đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích được tính bằng công thức: $S = \sqrt{\dfrac{-b^5}{32a^3}}$.

Do đó ycbt $\Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{-(-2m)^5}{32.1^3}}<1 \Leftrightarrow \dfrac{32m^5}{32}<1 \Leftrightarrow m<1$.

**Câu 70.** **[2D1-2]** Tìm giá trị nhỏ nhất $m$ của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

**A.** $m=\dfrac{17}{4}$. **B.** $m=10$. **C.** $m=5$. **D.** $m=3$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

+ Hàm số liên tục và xác định trên $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

+ $y'=2x-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{2x^3-2}{x^2}$; $y'=0 \Leftrightarrow 2x^3-2=0 \Leftrightarrow x=1$ (nhận do $x\in\left[\dfrac{1}{2};2\right]$).

+ Ta có $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{17}{4}$; $f(1)=3$; $f(2)=5$.

Vậy $\min\limits_{x\in\left[\frac{1}{2};2\right]} f(x)=3$ tại $x=1$.

**Câu 71.** **[2D1-2]** Tìm giá trị nhỏ nhất $m$ của hàm số $y=x^4-x^2+13$ trên đoạn $[-2;3]$.

**A.** $m=\dfrac{51}{4}$. **B.** $m=\dfrac{49}{4}$. **C.** $m=13$. **D.** $m=\dfrac{51}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

+ Hàm số liên tục và xác định trên $[-2;3]$.

+ $y'=4x^3-2x$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pm\sqrt{2}}{2} \\ x=0 \end{array}\right.$ (nhận do $x\in[-2;3]$).

+ Ta có: $f(-2)=25$; $f\left(\dfrac{\pm\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{51}{4}$; $f(0)=13$; $f(3)=85$.

Vậy $\min\limits_{x\in\left[\frac{1}{2};2\right]} f(x)=\dfrac{51}{4}$ tại $x=\dfrac{\pm\sqrt{2}}{2}$.

**Câu 72.** **[2D1-2]** Tìm giá trị lớn nhất $M$ của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

**A.** $M=9$. **B.** $M=8\sqrt{3}$. **C.** $M=6$. **D.** $M=1$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

+ Hàm số liên tục và xác định trên $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

+ $y'=4x^3-4x$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm1 \\ x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \end{array}\right.$ (do $x\in\left[0;\sqrt{3}\right]$).

+ Ta có $f(0)=3$; $f(1)=2$; $f\left(\sqrt{3}\right)=6$.

Vậy $\max\limits_{x\in\left[\frac{1}{2};2\right]} f\left(x\right)=6$ tại $x=\sqrt{3}$.

**Câu 73.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ ($m$ là tham số thực) thoả mãn $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $0<m\le 2$. **B.** $2<m\le 4$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m>4$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

+ Hàm số liên tục và xác định trên $\left[1;2\right]$.

+ Vì $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ là hàm phân thức nên nó luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên $\left[1;2\right]$

$\Rightarrow \min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3} \Leftrightarrow f\left(1\right)+f\left(2\right)=\dfrac{16}{3} \Leftrightarrow \dfrac{1+m}{2}+\dfrac{2+m}{3}=\dfrac{16}{3} \Leftrightarrow m=5$.

**Câu 74.** **[2D1-2]** Gọi $M$ và $m$ lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x}-2x^2}{\sqrt{x}+1}$. Khi đó giá trị của $M-m$ là

**A.** $-2$. **B.** $-1$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

+ TXĐ: $D=\left[0;1\right]$.

+ $y'=\dfrac{\left(\dfrac{-1}{2\sqrt{1-x}}-4x\right)\left(\sqrt{x}+1\right)-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\left(\sqrt{1-x}-2x^2\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}$

$=\dfrac{\dfrac{-\left(\sqrt{x}+1\right)}{2\sqrt{1-x}}-3x\sqrt{x}-4x-\dfrac{\sqrt{1-x}}{2\sqrt{x}}}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}<0 \quad \forall x\in\left[0;1\right] \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $D$.

$\Rightarrow M-m=f\left(0\right)-f\left(1\right)=1-\left(-1\right)=2$.

**Câu 75.** **[2D1-2]** Hàm số $y=4\sqrt{x^2-2x+3}+2x-x^2$ đạt giá trị lớn nhất tại $x_1$, $x_2$. Tích $x_1x_2$ bằng

**A.** $2$. **B.** $1$. **C.** $0$. **D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

+ $D=\mathbb{R}$.

+ $y'=4.\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}+2-2x=\left(x-1\right)\left(\dfrac{4-2\sqrt{x^2-2x+3}}{\sqrt{x^2-2x+3}}\right)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ \sqrt{x^2-2x+3}=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=1\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

+ Ta có $f\left(1-\sqrt{2}\right)=7$; $f\left(1\right)=1+4\sqrt{2}$; $f\left(1+\sqrt{2}\right)=7 \Rightarrow x_1.x_2=\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}\right)=-1$.

**Câu 76.** **[2D1-2]** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=3\sin x-4\sin^3 x$ trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ bằng

**A.** $-1$. **B.** $1$. **C.** $3$. **D.** $7$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

+ $y=3\sin x-4\sin^3 x=\sin 3x \Rightarrow y=\sin 3x\le 1$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \sin 3x=1\Rightarrow x=\dfrac{-\pi}{2}$ (do $x\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$).

Vậy $\max\limits_{\left[\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]} y=1$ tại $x=\dfrac{-\pi}{2}$.

**Câu 77.** **[2D1-2]** Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

**A.** $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Vì TXĐ ở các câu B, C, D đều là $\mathbb{R}$ nên không có TCĐ.

**Câu 78.** **[2D1-2]** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

**A.** $0$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

+ TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 2\}$.

+ Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^-} y=\dfrac{1}{4}$ nên đường thẳng $x=2$ không là TCĐ.

$\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=+\infty$ nên đường thẳng $x=-2$ là TCĐ.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$ nên đường thẳng $y=0$ là TCN.

**Câu 79.** **[2D1-2]** Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $0$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;-1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$, suy ra: tiệm cận ngang $y=1$.

Mặt khác: $\lim\limits_{x\to 1} y=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-4}{x+1}=-\dfrac{3}{2}$ $\Rightarrow x=1$ không là tiệm cận đứng;

$\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=-\infty$ $\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có $2$ tiệm cận.

**Câu 80.** **[2D1-2]** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập xác định: $D=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{|x|\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=1$, suy ra: tiệm cận ngang $y=1$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{|x|\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{-\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=-1$, suy ra: tiệm cận ngang $y=-1$.

Vậy đồ thị hàm số có $2$ tiệm cận ngang.

**Câu 81.** **[2D1-2]** Cho hàm số $y=\dfrac{(2m+1)x^2+3}{\sqrt{x^4+1}}$, ($m$ là tham số thực). Tìm $m$ để tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;-3)$.

**A.** $m=\pm1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

**Lời giải**

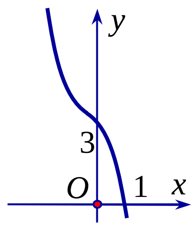
**Chọn D.**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(2m+1)x^2+3}{x^2\sqrt{1+\dfrac{1}{x^4}}}=2m+1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{(2m+1)x^2+3}{x^2\sqrt{1+\dfrac{1}{x^4}}}=2m+1$, suy ra: tiệm cận ngang $y=2m+1$.

Tiệm cận ngang đi qua điểm $A(1;-3)$ $\Leftrightarrow -3=2m+1 \Leftrightarrow m=-2$.

**Câu 82.** **[2D1-2]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?




**A.** $y=-x^3+3x^2-2$. **B.** $y=x^3+x^2-x+3$.

**C.** $y=-x^3-2x^2-x+3$. **D.** $y=-x^3-x^2-x+3$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

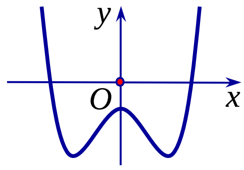
Căn cứ hình dáng đồ thị ta có hàm số bậc ba với hệ số $a<0$ nên loại **B.**

Đồ thị đi qua điểm $(0;3)$ nên loại **A.**

Xét $y=-x^3-2x^2-x+3 \Rightarrow y'=-3x^2-4x-1$.

Ta có: $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$ nên đồ thị hàm số có hai cực trị. Loại **C.**

**Câu 83.** **[2D1-2]** Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a$, $b$, $c$ là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** Phương trình $y'=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

**B.** Phương trình $y'=0$ có đúng một nghiệm thực.

**C.** Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

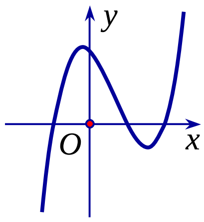
**D.** Phương trình $y'=0$ vô nghiệm trên tập số thực.

**Lời giải**

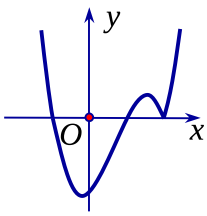
**Chọn A.**

Căn cứ hình dáng đồ thị ta có hàm số có $3$ điểm cực trị nên phương trình $y'=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

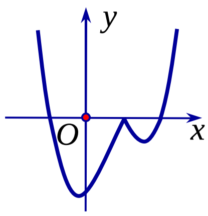
**Câu 84.** **[2D1-2]** Hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



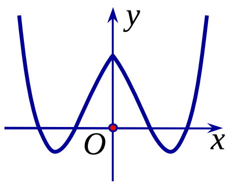

Hình nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=|x-2|(x^2-1)$?



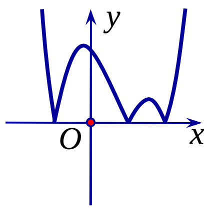

Hình 1




Hình 2




Hình 3




Hình 4

**A.** Hình $1$. **B.** Hình $2$. **C.** Hình $3$. **D.** Hình $4$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Hàm số $y=(x-2)(x^2-1)$ có đồ thị $(C)$

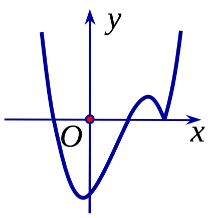
Ta có $y=|x-2|(x^2-1)=\begin{cases}(x-2)(x^2-1) & \text{khi } x\geq 2\\ -(x-2)(x^2-1) & \text{khi } x<2\end{cases}$

Cách vẽ đồ thị hàm số $y=|x-2|(x^2-1)$ như sau:

□ Giữ nguyên đồ thị $(C)$ ứng với $x\geq 2$.

□ Lấy đối xứng đồ thị $(C)$ ứng với $x<2$ qua trục $Ox$. Bỏ đồ thị $(C)$ ứng với $x<2$.

Hợp 2 phần đồ thị trên là đồ thị hàm số $y=|x-2|(x^2-1)$ cần vẽ.



**Câu 85.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị $(C)$. Một tiếp tuyến của $(C)$ với hoành độ tiếp điểm lớn hơn 1, cắt $Ox$, $Oy$ tại $A$ và $B$ sao cho $\Delta OAB$ cân. Khi đó diện tích $\Delta OAB$ bằng

**A.** $25$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $1$. **D.** $\dfrac{25}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có $y=\dfrac{2x-1}{x-1}=2+\dfrac{1}{x-1}\Rightarrow y'=-\dfrac{1}{(x-1)^2}$

Vì $\Delta 0AB$ cân nên hệ số phương trình tiếp tuyến $\Rightarrow y'=-\dfrac{1}{(x-1)^2}=-1$.

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=2 \end{array}\right.$ chỉ có $x_0=2\Rightarrow y_0=3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Phương trình tiếp tuyến: $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$

$\Leftrightarrow y-3=-1(x-2)\Leftrightarrow y=-x+5$

Phương trình tiếp tuyến cắt trục $Ox$ tại $A(5;0)$ cắt trục $Oy$ tại $B(5;0)$ nên diện tích $\Delta OAB$ bằng

$S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}|OA|.|OB|=\dfrac{25}{2}$.

**Câu 86.** **[2D1-3]** Trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-2}$ có bao nhiêu điểm mà tiếp tuyến tại các điểm đó tạo với hai trục tọa độ một tam giác cân?

**A.** $1$. **B.** $2$. **C.** $4$. **D.** Vô số.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Phương trình tiếp tuyến dạng tổng quát của đồ thị hàm số đã cho tại điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ có dạng:

$y=f'(x_0)(x-x_0)+f\left(x_0\right)$ có hệ số góc là $f'(x_0)$

Để tiếp tuyến tạo với hai hệ trục tọa độ một tam giác cân thì hệ số góc của tiếp tuyến phải là 1 hoặc $-1$.

Xét $f'(x_0)=1\Leftrightarrow \dfrac{-7}{(x-2)^2}=1$, vô lý.

Xét $f'(x_0)=-1\Leftrightarrow \dfrac{-7}{(x-2)^2}=-1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2+\sqrt{7} \\ x=2-\sqrt{7}\end{array}\right.$

Thử lại ta thấy cả hai điểm có hoành độ như trên đều thỏa mãn, vậy có hai điểm thỏa mãn.

**Câu 87.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{3x-4}{x-2}$ có đồ thị $(C)$. Gọi $M$ là điểm tùy ý trên $(C)$ và $S$ là tổng khoảng cách từ $M$ đến hai đường tiệm cận của $(C)$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của $S$ là

**A.** $2$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $3$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Dễ thấy hai đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số lần lượt là $y=3$ và $x=2$.

Gọi $M\left(x_0;y_0\right)\in(C)\Rightarrow M\left(x_0;\dfrac{3x_0-4}{x_0-2}\right)$

Ta có $S=\left|x_0-2\right|+\left|\dfrac{3x_0-4}{x_0-2}-3\right|=\left|x_0-2\right|+\left|\dfrac{2}{x_0-2}\right|\ge 2\sqrt{2}$ (Áp dụng BĐT Cauchy)

Dấu bằng xảy ra khi $x_0=2+\sqrt{2}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $S$ là $2\sqrt{2}$.

**Câu 88.** **[2D1-3]** Số đường tiệm cận của hàm số $y=\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2-1}}$ là

**A.** $4$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tập xác định: $D=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\dfrac{3}{x}}{-\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=-1$

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+3}{\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{3}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=1$

Nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là 2 đường thẳng $y=\pm1$

Ta có $\lim\limits_{x\to -1^-} y = \lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{x+3}{\sqrt{x^2-1}} = +\infty$

$\lim\limits_{x\to 1^+} y = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x+3}{\sqrt{x^2-1}} = +\infty$

Nên đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng là 2 đường thẳng $x=\pm 1$

Vậy đồ thị hàm số có 4 tiệm cận.

**Câu 89.** **[2H1-3]** Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)>0$, $\forall x\in(0;+\infty)$, biết $f(1)=2$. Khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?

**A.** $f(2)=1$. **B.** $f(2)+f(3)=4$. **C.** $f(2016)>f(2017)$. **D.** $f(-1)=4$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Vì $f'(x)>0$, $\forall x\in(0;+\infty)$ nên hàm số $y=f(x)$ là hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Khi đó $\forall x_1,x_2\in(0;+\infty): x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)<f(x_2) \Rightarrow f(-1)<f(1)<f(2)$.

Mà $f(1)=2$ nên loại được các đáp án A, C, **D.**

**Câu 90.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với $m$ là tham số. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của $m$ để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** $5$. **B.** $4$. **C.** vô số. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$

$y'=\dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định

$\Leftrightarrow y'\ge 0,\ \forall x\in D \Leftrightarrow \dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}\ge 0,\ \forall x\in D \Leftrightarrow -m^2+2m+3\ge 0 \quad \Leftrightarrow -1\le m\le 3.$

Vậy $S=\{-1;0;1;2;3\}$.

**Câu 91.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+1$. Tìm giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A$, $B$ thỏa $x_A^2+x_B^2=2$.

**A.** $m=\pm 1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\pm 3$. **D.** $m=0$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $y'=x^2-2mx-1$. Cho $y'=0$ ta được: $x^2-2mx-1=0$, $(1)$.

Phương trình đã cho có $ac=-1<0$ nên luôn có hai nghiệm phân biệt.

Do đó hàm số đã cho luôn có hai cực trị với mọi giá trị của tham số $m$. Khi đó $\begin{cases} x_A+x_B=2m \\ x_A.x_B=-1 \end{cases}$

(Viet).

Theo đề $x_A^2+x_B^2=2 \Leftrightarrow (x_A+x_B)^2-2x_Ax_B=2 \Leftrightarrow 4m^2+2=2 \Leftrightarrow m=0$.

**Câu 92.** **[2D1-3]** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $d: y=(2m-1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$.

**A.** $m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=\dfrac{3}{4}$. **C.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=\dfrac{1}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $y'=3x^2-6x$. Cho $y'=0$ ta được: $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;1)$; $B(2;-3)$ $\Rightarrow (AB): y=-2x+1$.

Theo đề đường thẳng $AB$ vuông góc với $d: y=(2m-1)x+3+m$ nên $-2(2m-1)=-1$

$\Leftrightarrow m=\dfrac{3}{4}$.

**Câu 93.** **[2D1-3]** Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có hai điểm cực trị $A$ và $B$. Tính diện tích $S$ của tam giác $OAB$ với $O$ là gốc tọa độ.

**A.** $S=9$. **B.** $S=\dfrac{10}{3}$. **C.** $S=10$. **D.** $S=5$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $y'=-3x^2+6x$. Cho $y'=0$ ta được: $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;5)$; $B(2;9)$ $\Rightarrow (AB): 2x-y+5=0$.

$\overrightarrow{AB}=(2;4)$ $\Rightarrow AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=2\sqrt{5}$, $d(O;AB)=\dfrac{|2.0-0+5|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}$.

Vậy $S=\dfrac{1}{2}d(O;AB).AB=\dfrac{1}{2}.\sqrt{5}.2\sqrt{5}=5$.

**Câu 94.** **[2D1-3]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để đường thẳng $y=-mx$ cắt đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2-m+2$ tại ba điểm phân biệt $A$, $B$, $C$ sao cho $AB=BC$.

**A.** $m\in(1;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;3)$. **C.** $m\in(-\infty;-1)$. **D.** $m\in(-\infty;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $(d): y=-mx$ và đồ thị hàm số

$y=x^3-3x^2-m+2$:

$x^3-3x^2-m+2=-mx \Leftrightarrow x^3-3x^2+mx-m+2=0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2-2x+m-2)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x+m-2=0\,(1)\end{array}\right.$

Đường thẳng $(d): y=-mx$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-m+2$ tại ba điểm phân biệt

$\Leftrightarrow$ Phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$ khác $1$.

$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\1^2-2.1+m-2\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}1-m+2>0\\m\neq 3\end{cases} \Leftrightarrow m<3$.

Theo định lý Vi-et: $x_1+x_2=2$

Khi đó ba điểm có tọa độ là $B(1;-m)$, $A(x_1;-mx_1)$, $C(x_2;-mx_2)$.

Nhận xét: $\begin{cases}\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{2}{2}=1\\ \dfrac{-mx_1-mx_2}{2}=\dfrac{-m(x_1+x_2)}{2}=-m\end{cases}$

Suy ra $B(1;-m)$ là trung điểm của $AC$ nên $AB=BC$.

Vậy $m\in(-\infty;3)$.

**Câu 95.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ $(C)$. Tập tất cả các giá trị của tham số $m$ để đường thẳng $y=2x+m$ cắt $(C)$ tại hai điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho góc $\widehat{AOB}$ nhọn là

**A.** $m<5$. **B.** $m>0$. **C.** $m>5$. **D.** $m<0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C)$ và đường thẳng $d: y=2x+m$:

$\dfrac{x+1}{x-1}=2x+m$ $(x\neq 1)$

$\Leftrightarrow x+1=(2x+m)(x-1)$ (Nhận xét: $x=1$ không là nghiệm của phương trình này)

$\Leftrightarrow 2x^2+(m-3)x-m-1=0$ $(1)$

$d$ cắt đồ thị $(C)$ tại 2 điểm phân biệt $A$, $B$ $\Leftrightarrow$ $(1)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$

$\Leftrightarrow \Delta>0 \Leftrightarrow m^2+2m+17>0$ (luôn đúng).

Theo định lý Vi-et: $\begin{cases}S=x_1+x_2=\dfrac{3-m}{2}\\ P=x_1x_2=\dfrac{-m-1}{2}\end{cases}$

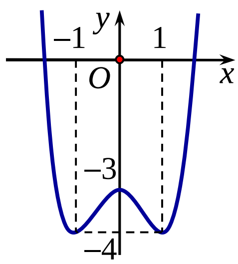
Khi đó: $A(x_1;2x_1+m)$, $B(x_2;2x_2+m)$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{OA}=(x_1;2x_1+m)$, $\overrightarrow{OB}=(x_2;2x_2+m)$.

Góc $\widehat{AOB}$ nhọn $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}>0$

$\Leftrightarrow x_1x_2+(2x_1+m)(2x_2+m)>0 \Leftrightarrow 5x_1x_2+2m(x_1+x_2)+m^2>0 \Leftrightarrow 5P+2mS+m^2>0$

$\Leftrightarrow 5.\dfrac{-m-1}{2}+2m.\dfrac{3-m}{2}+m^2>0 \Leftrightarrow -5m-5+6m-2m^2+2m^2>0 \Leftrightarrow m>5$.

**Câu 96.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Xác định tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.

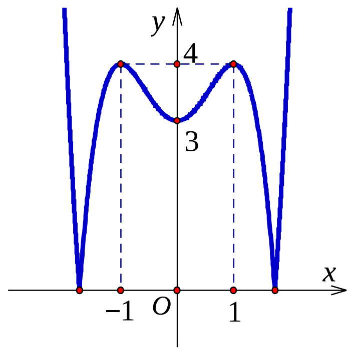
**A.** $m>4$; $m=0$. **B.** $3<m<4$. **C.** $0<m<3$. **D.** $-4<m<0$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$.

Khi đó đồ thị $\left(C'\right)$ của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|=\begin{cases} f\left(x\right), \text{ khi } f\left(x\right)\ge 0 \\ -f\left(x\right), \text{ khi } f\left(x\right)<0 \end{cases}$ được suy ra như sau: Giữ phần đồ thị $\left(C\right)$ ở phía trên trục hoành (kể cả các điểm trên trục hoành), lấy đối xứng phần đồ thị $\left(C\right)$ ở phía dưới trục hoành qua trục hoành, bỏ phần đồ thị $\left(C\right)$ ở phía dưới trục hoành.




Phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ là phương trình hoành độ giao điểm của $\left(C'\right)$ và đường thẳng $\left(d\right): y=m$.

Dựa vào đồ thị, ta có:

Phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ $\left(C'\right)$ cắt $\left(d\right)$ tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m>4 \end{array}\right.$.

**Câu 97.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=\dfrac{mx-1}{x+2}$ có đồ thị $\left(C_m\right)$ ($m$ là tham số). Với giá trị nào của $m$ thì đường thẳng $y=2x-1$ cắt đồ thị $\left(C_m\right)$ tại 2 điểm phân biệt $A$, $B$ sao cho $AB=\sqrt{10}$.

**A.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\ne-\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=3$. **D.** $m\ne 3$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $\left(C_m\right)$ và đường thẳng $d: y=2x-1$:

$\dfrac{mx-1}{x+2}=2x-1 \ \left(x\ne -2\right)$

$\Leftrightarrow mx-1=\left(2x-1\right)\left(x+2\right)$ (Nhận xét: $x=-2$ không là nghiệm của phương trình này)

$\Leftrightarrow 2x^2+\left(3-m\right)x-1=0 \ \left(1\right)$

$d$ cắt đồ thị $\left(C\right)$ tại 2 điểm phân biệt $A$, $B$ $\Leftrightarrow$ $\left(1\right)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$

$\Leftrightarrow \Delta>0 \Leftrightarrow m^2-6m+17>0$ (luôn đúng).

Theo định lý Vi-et: $\begin{cases} S=x_1+x_2=\dfrac{m-3}{2} \\ P=x_1x_2=\dfrac{-1}{2} \end{cases}$

Khi đó: $A(x_1;2x_1-1)$, $B(x_2;2x_2-1)$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;2(x_2-x_1))$.

$AB=\sqrt{10}\Leftrightarrow AB=10\Leftrightarrow (x_2-x_1)^2+4(x_2-x_1)^2=10\Leftrightarrow (x_2-x_1)^2=2\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2-2x_1x_2=2$

$\Leftrightarrow S^2-4P=2\Leftrightarrow \left(\dfrac{m-3}{2}\right)^2-4\left(\dfrac{-1}{2}\right)-2=0\Leftrightarrow (m-3)^2=0\Leftrightarrow m=3$.

**Câu 98.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biến thiên sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | ↗ | $-15$ | ↘ | $-\infty$ |

Tìm $m$ để phương trình $f(x)+m=0$ có nhiều nghiệm thực nhất.

**A.** $\left[\begin{array}{l} m\le -1\\ m\ge 15\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m>1\\ m<-15\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-1\\ m>15\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 1\\ m\le -15\end{array}\right.$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$f(x)+m=0\Leftrightarrow f(x)=-m\ \ (1)$

$(1)$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $(C):y=f(x)$ và đường thẳng $d:y=-m$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

Phương trình $f(x)+m=0$ có nhiều nghiệm thực nhất

$\Leftrightarrow$ $(C)$ cắt $d$ tại nhiều điểm nhất

$\Leftrightarrow$ $(C)$ cắt $d$ tại 2 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m>1\\ -m<-15\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1\\ m>15\end{array}\right.$.

**Câu 99.** **[2D1-3]** Cho hàm số $y=-x^3+bx^2+cx+d$ có $\begin{cases}1+b-c+d<0\\ -8+4b+2c+d>0\end{cases}$. Tìm số giao điểm phân biệt của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành.

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Số giao điểm phân biệt của đồ thị hàm số $y=-x^3+bx^2+cx+d$ với trục hoành là số nghiệm phân biệt của phương trình $-x^3+bx^2+cx+d=0\ \ (1)$.

Xét hàm số $y=f(x)=-x^3+bx^2+cx+d$

Hàm số này xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty \\ f(-1) = 1 + b - c + d < 0 \\ f(2) = -8 + 4b + 2c + d > 0 \\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty \end{cases}$

Suy ra: Phương trình $(1)$ có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng $(-\infty;-1)$, có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng $(-1;2)$, có ít nhất 1 nghiệm trong khoảng $(2;+\infty)$.

Mà $(1)$ là phương trình bậc 3 nên $(1)$ có 3 nghiệm.

Vậy số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + bx^2 + cx + d$ với trục hoành là 3.

**Câu 100.** **[2D1.5-3] (NSL-BG-L1-1819)** Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + \frac{3}{2}$. Giá trị thức của $m$ để phương trình $\left|2x^4 - 4x^2 + \frac{3}{2}\right| = m^2 - m + \frac{1}{2}$ có đúng 8 nghiệm thực phân biệt là

**A.** $0 \le m \le 1$. **B.** $0 < m < 1$. **C.** $0 < m \le 1$. **D.** $0 \le m < 1$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 8x^3 - 8x = 8x(x^2 - 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow 8x(x^2-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-\frac{1}{2}$ | $\nearrow$ | $\frac{3}{2}$ | $\searrow$ | $-\frac{1}{2}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + \frac{3}{2}$.

Suy ra phương trình $\left|2x^4 - 4x^2 + \frac{3}{2}\right| = m^2 - m + \frac{1}{2}$ có đúng 8 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

$0 < m^2 - m + \frac{1}{2} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow m^2 - m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$ do $m^2 - m + \frac{1}{2} = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} > 0$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

**Câu 101.** **[2D1.5-3] (NSL-BG-L1-1819)** Gọi $\Delta$ là tiếp tuyến tại điểm $M(x_0;y_0)$, $x_0 < 0$ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$ sao cho khoảng cách từ $I(-1;1)$ đến $\Delta$ đạt giá trị lớn nhất, khi đó tích $x_0.y_0$ bằng

**A.** $-2$. **B.** 2. **C.** $-1$. **D.** 0.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Đường thẳng $\Delta$ là tiếp tuyến tại điểm $M(x_0;y_0), x_0 < 0, x_0 \ne -1$ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x+1}$

có phương trình $y=\dfrac{-1}{\left(x_0+1\right)^2}\left(x-x_0\right)+\dfrac{x_0+2}{x_0+1}$.

Khoảng cách từ $I\left(-1;1\right)$ đến $\Delta$ là $d\left(I,\Delta\right)=\dfrac{2\left|x_0+1\right|}{\sqrt{\left(x_0+1\right)^4+1}}\le\dfrac{2\left|x_0+1\right|}{\sqrt{2\sqrt{\left(x_0+1\right)^4}}}=\sqrt{2}$.

$d\left(I,\Delta\right)_{\max}=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=-2\end{array}\right.$.

Vì $x_0<0\Rightarrow x_0=-2\Rightarrow y_0=0\Rightarrow x_0.y_0=0$.

**Câu 102.** **[1D2.3-3]** **(NSL-BG-L1-1819)** Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{5-x}+\sqrt{x-1}-\sqrt{\left(x-1\right)\left(5-x\right)}+5$ là

**A.** $7$. **B.** $0$. **C.** $3+3\sqrt{2}$. **D.** không tồn tại.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tập xác định của hàm số là đoạn $\left[1;5\right]$.

Đặt $t=h\left(x\right)=\sqrt{5-x}+\sqrt{x-1}$, ta có $h'\left(x\right)=\dfrac{1}{2}.\dfrac{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{5-x}.\sqrt{x-1}}$.

$h'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\sqrt{5-x}-\sqrt{x-1}=0\Leftrightarrow x=3\in\left[1;5\right]$.

Mà $f\left(1\right)=f\left(5\right)=2;\ f\left(3\right)=2\sqrt{2}$. Suy ra $\max\limits_{\left[1;5\right]}h\left(x\right)=2\sqrt{2},\ \min\limits_{\left[1;5\right]}h\left(x\right)=0$.

Do đó $2\le t\le2\sqrt{2}$.

Ta có $t^2=4-2\sqrt{\left(5-x\right)\left(x-1\right)}\Leftrightarrow\sqrt{\left(5-x\right)\left(x-1\right)}=\dfrac{t^2-4}{2}$.

Khi đó $f\left(x\right)$ trở thành $g\left(t\right)=t-\dfrac{1}{2}\left(t^2-4\right)+5=-\dfrac{1}{2}t^2+t+7$, với $2\le t\le2\sqrt{2}$.

Ta có $g'\left(t\right)=-t+1<0,\forall t\in\left[2;2\sqrt{2}\right]$ nên hàm số $g\left(t\right)$ nghịch biến trên $\left[2;2\sqrt{2}\right]$.

Suy ra $\max\limits_{\left[1;5\right]}f\left(x\right)=\max\limits_{\left[2;2\sqrt{2}\right]}g\left(t\right)=g\left(2\right)=7$.

**Câu 103.** **[2D1.4-3]** **(NSL-BG-L1-1819)** Các giá trị của tham số $m$ để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{mx^2-3mx+2}}$ có bốn đường tiệm cận phân biệt là

**A.** $m>0$. **B.** $m>\dfrac{9}{8}$. **C.** $m>\dfrac{8}{9}$. **D.** $m>\dfrac{8}{9},m\ne1$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Điều kiện: $mx^2-3mx+2>0$ (*)

- Trường hợp $m=0$, ta có $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{2}}$ nên đồ thị không có đường tiệm cận.
- Trường hợp $m<0$:
  Ta có $\Delta=9m^2-8m>0$ nên $mx^2-3mx+2>0\Leftrightarrow x\in\left[x_1;x_2\right]$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. Chỉ có tối đa hai tiệm cận đứng.
- Trường hợp $m>0$:

✓ Nếu $\Delta = 9m^2 - 8m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{8}{9}$: Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Và $mx^2 - 3mx + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Ta có $\lim_{x \to +\infty} y = \frac{1}{\sqrt{m}}$, $\lim_{x \to -\infty} y = \frac{-1}{\sqrt{m}}$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

✓ Nếu $\Delta = 9m^2 - 8m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{8}{9}$: Hàm số trở thành $y = \frac{3(x-2)}{\sqrt{8x^2 - 24x + 18}} = \frac{3(x-2)}{\sqrt{2}|2x-3|}$.

Đồ thị hàm số chỉ có 1 TCĐ và 2 TCN.

✓ Nếu $\Delta = 9m^2 - 8m > 0 \Leftrightarrow m > \frac{8}{9}$: Hàm số xác định trên các khoảng $(-\infty; x_1)$, $(x_2; +\infty)$.

Nên đồ thị hàm số có hai đường TCN là $y = \pm\frac{1}{\sqrt{m}}$.

Điều kiện để đồ thị có 2 đường TCĐ là $x = 2$ không phải là nghiệm của $mx^2 - 3mx + 2 = 0 \Leftrightarrow 4m - 6m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Tóm lại: giá trị của $m$ cần tìm là $m > \frac{8}{9}$ và $m \neq 1$.

**Câu 104.** **[2D1.1-3] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của $m$ để hàm số $y = \frac{2x+m+1}{x+m-1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -4)$ và $(11; +\infty)$?

**A.** $13$. **B.** $12$. **C.** $15$. **D.** $14$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1-m\}$.

Ta có $y' = \frac{m-3}{(x+m-1)^2}$.

Hàm số $y = \frac{2x+m+1}{x+m-1}$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -4)$ và $(11; +\infty)$ khi $y' < 0$ với $\forall x \in (-\infty; -4)$ và $(11; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m-3}{(x+m-1)^2} < 0 \\ -4 \le 1-m \le 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-3 < 0 \\ -10 \le m \le 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ -10 \le m \le 5 \end{cases} \Leftrightarrow -10 \le m < 3.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-10; -9; ...; 2\}$ nên có $13$ giá trị của $m$.

**Câu 105.** **[2D1.3-3] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Tìm $m$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + 2m - 1|$ trên đoạn $[0; 2]$ là nhỏ nhất. Giá trị của $m$ thuộc khoảng

**A.** $(0; 1)$. **B.** $[-1; 0]$. **C.** $\left(\frac{2}{3}; 2\right)$. **D.** $\left(-\frac{3}{2}; -1\right)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Xét hàm số $g(x) = x^3 - 3x + 2m - 1$, $g'(x) = 3x^2 - 3$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Trên $[0; 2]$ ta có $g(0) = 2m - 1$; $g(1) = 2m - 3$; $g(2) = 1 + 2m$.

Khi đó $\max\limits_{[0;2]} y = \max\left\{|2m-3|;|2m+1|\right\} = \dfrac{|2m-3+2m+1|}{2} + \dfrac{|2m-3-(2m+1)|}{2} = |2m-1|+1 \ge 1$

Suy ra để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x+2m-1\right|$ trên đoạn $[0;2]$ là nhỏ nhất thì $\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{2}$.

Vậy $m\in(0;1)$.

**Câu 106.** **[2D1.4-3] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-mx-m+5}$ không có đường tiệm cận đứng?

**A.** $8$. **B.** $10$. **C.** $11$. **D.** $9$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-mx-m+5}$ không có tiệm cận đứng khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l} m^2-4(5-m)<0 \\ \begin{cases} 1-m-m+5=0 \\ 4-2m-m+5=0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2+4m-20<0 \\ \begin{cases} m=3 \\ m=3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2-2\sqrt{6}<m<-2+2\sqrt{6} \\ m=3 \end{array}\right..$$

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-6;-5;-4;-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

**Câu 107.** **[2D1.2-4] (NSL-BG-L1-1819)** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-2x)$, với $\forall x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $g(x)=f(x^3-3x^2+m)$ có $8$ điểm cực trị là

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $1$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có $g'(x)=(3x^2-6x).f'(x^3-3x^2+m)$.

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x^2-6x=0 \\ x^3-3x^2+m=1 \\ x^3-3x^2+m=0 \\ x^3-3x^2+m=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x^3-3x^2+m=1 \\ x^3-3x^2+m=0 \\ x^3-3x^2+m=2 \end{array}\right..$$

Vì khi đi qua các nghiệm của phương trình $x^3-3x^2+m=1$ (nếu có) dấu của $f'(x^3-3x^2+m)$ không đổi nên dấu của $g'(x)$ chỉ phụ thuộc các nghiệm của ba phương trình còn lại.

Vậy hàm số $y=g(x)$ có $8$ điểm cực trị khi và chỉ khi mỗi phương trình $x^3-3x^2+m=0$ và $x^3-3x^2+m=2$ phải có ba nghiệm phân biệt (khác $0$ và khác $2$).

Xét hàm số $h(x)=-x^3+3x^2$, ta có $h'(x)=-3x^2+6x$; $h'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=h(x)$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | |

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy điều kiện để mỗi phương trình $-x^3+3x^2=m$ và $-x^3+3x^2=m-2$ phải có ba nghiệm phân biệt (khác $0$ và khác $2$) là

$$0<m-2<m<4 \Leftrightarrow 2<m<4.$$

Vậy chỉ có một giá trị nguyên của $m$ thỏa mãn (là $m=3$).

**Câu 108. [2D1-4]** Phương trình $2x+1+x\sqrt{x^2+2}+(x+1)\sqrt{x^2+2x+3}=0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: $2x+1+x\sqrt{x^2+2}+(x+1)\sqrt{x^2+2x+3}=0$

$\Leftrightarrow x+x\sqrt{x^2+2}+(x+1)+(x+1)\sqrt{(x+1)^2+2}$

$\Leftrightarrow (x+1)+(x+1)\sqrt{(x+1)^2+2}=(-x)+(-x)\sqrt{(-x)^2+2}$

Xét hàm số $f(t)=t+t\sqrt{t^2+2}$ có $f'(t)=1+\sqrt{t^2+2}+\dfrac{t^2}{\sqrt{t^2+2}}>0\ \forall t\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên $f(u)=f(v)\Leftrightarrow u=v$.

Suy ra: $x+1=-x\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$.

Vậy phương trình đã cho không có nghiệm nguyên.

**Câu 109. [2D1-4]** Tìm $m$ để bất phương trình $\sqrt{1-x^2}+2\sqrt[3]{1-x^2}\le m+1$ nghiệm đúng với $\forall x\in[-1;1]$.

**A.** $m\le 3$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m\le 2$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta thấy $0\le 1-x^2\le 1\ \forall x\in[-1;1]$.

Đặt $t=\sqrt[6]{1-x^2}$ với $t\in[0;1]$. Khi đó: $\begin{cases} t^3=\sqrt{1-x^2} \\ t^2=\sqrt[3]{1-x^2} \end{cases}$.

Bất phương trình đã cho trở thành: $t^3+2t^2\le m+1\ (*)$.

Xét hàm số $f(t)=t^3+2t^2$ trên đoạn $[0;1]$ có $f'(t)=3t^2+4t$

Ta có: $f'(t)=0\Leftrightarrow 3t^2+4t=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=-\dfrac{4}{3} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

| $t$ | $-\infty$ | $-\frac{4}{3}$ | | $0$ | | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ |
| $f(t)$ | | | | $0$ | $\nearrow$ | $3$ | |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy bất phương trình đã cho đúng $\forall x \in [-1;1]$ khi và chỉ khi bất phương trình $(*)$ đúng $\forall t \in [0;1] \Leftrightarrow m+1 \ge 3 \Leftrightarrow m \ge 2$.

**Câu 110. [2D1.5-4] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Cho phương trình $x^3-3x^2-2x+m-3+2\sqrt[3]{2x^3+3x+m}=0$. Tập $S$ là tập hợp các giá trị của $m$ nguyên để phương trình có ba nghiệm phân biệt. Tính tổng các phần tử của $S$.

**A.** $15$. **B.** $9$. **C.** $0$ . **D.** $3$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$x^3-3x^2-2x+m-3+2\sqrt[3]{2x^3+3x+m}=0$

$\Leftrightarrow 2x^3+3x+m+2\sqrt[3]{2x^3+3x+m}=x^3+3x^2+5x+3$

$\Leftrightarrow 2x^3+3x+m+2\sqrt[3]{2x^3+3x+m}=x^3+3x^2+3x+1+2x+2$

$\Leftrightarrow 2x^3+3x+m+2\sqrt[3]{2x^3+3x+m}=(x+1)^3+2(x+1)$

Xét hàm số $f(t)=t^3+2t$ trên $\mathbb{R}$.

$f'(t)=3t^2+2>0 \qquad \forall t \in \mathbb{R}$

Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

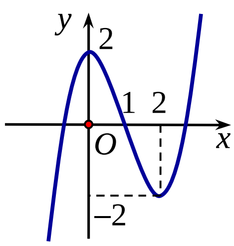
Suy ra $2x^3+3x+m=(x+1)^3 \Rightarrow -x^3+3x^2+1=m$.

Xét hàm số $f(x)=-x^3+3x^2+1$ ta có bảng biến thiên :

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | |

Từ bảng biên thiên ta thấy để phương trình có 3 nghiệm thì $1<m<5 \Rightarrow m=\{2;\ 3;\ 4\}$.

**Câu 111. [2D1.5-4] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi $m$ là số nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?




**A.** $m=6$. **B.** $m=7$. **C.** $m=5$. **D.** $m=9$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Từ đồ thị ta có $f\left(f\left(x\right)\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=a;(-1<a<0)\\ f\left(x\right)=b;(0<b<1)\\ f\left(x\right)=c;(2<c<3)\end{array}\right.$

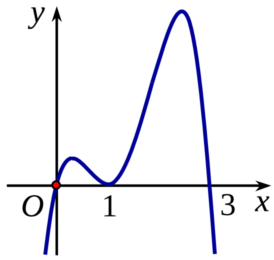
Với $f\left(x\right)=a$, $-1<a<0$ từ đồ thị dễ thấy phương trình $f\left(x\right)=a$ có 3 nghiệm.

Với $f\left(x\right)=b$, $0<b<1$ từ đồ thị dễ thấy phương trình $f\left(x\right)=b$ có 3 nghiệm.

Với $f\left(x\right)=c$, $2<a<3$ từ đồ thị dễ thấy phương trình $f\left(x\right)=c$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm.

**Câu 112.** **[2D1.2-4] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=\left(f\left(x\right)\right)^2$ có bao nhiêu điểm cực trị?




**A.** $5$. **B.** $3$. **C.** $4$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có $y=\left(f\left(x\right)\right)^2\Rightarrow y'=2.f'\left(x\right).f\left(x\right)$.

Từ đồ thị ta có: hàm số $y=f\left(x\right)$ có ba điểm cực trị nên $f'\left(x\right)=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Từ đồ thị ta có $f\left(x\right)=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Từ đó suy ra $y=\left(f\left(x\right)\right)^2$ có năm điểm cực trị (vì có nghiệm $x=1$ bị trùng).

**Câu 113.** **[2D1.5-4] (BÌNH MINH-NBI-L1-1819)** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị $\left(C\right)$. Biết rằng $\left(C\right)$ cắt trục hoành tại $3$ điểm phân biệt có hoành độ $x_1>x_2>x_3>0$ và trung điểm nối $2$ điểm cực trị của $\left(C\right)$ có hoành độ $x_0=\frac{1}{3}$. Biết rằng $\left(3x_1+4x_2+5x_3\right)^2=44\left(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1\right)$. Hãy tính tổng $S=x_1+x_2^2+x_3^3$.

**A.** $\frac{137}{216}$. **B.** $\frac{45}{157}$. **C.** $\frac{133}{216}$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$

Do đồ thị $(C)$ có hai điểm cực trị nên ta có phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt hay là phương trình $3ax^2+2bx+c=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_i$, $x_j$ và hai nghiệm này cũng chính là hoành độ của hai điểm cực trị của đồ thị $(C)$. Theo vi-ét ta có $x_i+x_j=-\dfrac{2b}{3a}$.

Suy ra hoành độ trung điểm nối hai điểm cực trị là $x_0=\dfrac{x_i+x_j}{2}=\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow -\dfrac{2b}{3a}=\dfrac{2}{3} \Leftrightarrow b=-a$.

Mặt khác do giả thiết ta có phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0$ có ba nghiệm phân biệt $x_1$, $x_2$, $x_3$ nên theo vi –ét ta có $x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a}=\dfrac{a}{a}=1$.

Ta có: $(3x_1+4x_2+5x_3)^2=44(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1) \Leftrightarrow 9x_1^2+16x_2^2+25x_3^2=20x_1x_2+4x_2x_3+14x_3x_1$

$\Leftrightarrow \dfrac{20}{3}x_1^2+\dfrac{40}{3}x_2^2+x_2^2+4x_3^2+\dfrac{7}{3}x_1^2+21x_3^2=20x_1x_2+4x_2x_3+14x_3x_1$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchuy ta có:

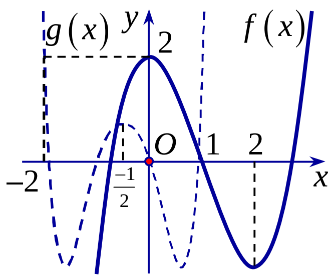
- $\dfrac{5}{3}\left(4x_1^2+9x_2^2\right)\geq \dfrac{5}{3}.2\sqrt{4x_1^2.9x_2^2}=20x_1x_2 \quad (1)$.
- $x_2^2+4x_3^2\geq 2\sqrt{x_2^2.4x_3^2}=4x_1x_2 \quad (2)$.
- $\dfrac{7}{12}\left(4x_1^2+36x_3^2\right)\geq \dfrac{7}{12}.2\sqrt{4x_1^2.36x_3^2}=14x_3x_1 \quad (3)$.

Lấy $(1)+(2)+(3)$ vế theo vế ta có: $\Leftrightarrow 9x_1^2+16x_2^2+25x_3^2\geq 20x_1x_2+4x_2x_3+14x_3x_1$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases}4x_1^2=9x_2^2\\ x_2^2=4x_3^2\\ 4x_1^2=36x_3^2\\ x_1+x_2+x_3=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1=\dfrac{3}{2}x_2\\ x_2=2x_3\\ x_3=\dfrac{1}{3}x_1\\ x_1+x_2+x_3=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_1=\dfrac{1}{2}\\ x_2=\dfrac{1}{3}\\ x_3=\dfrac{1}{6}\end{cases}$.

Vậy $S=x_1+x_2^2+x_3^3=\dfrac{1}{2}+\left(\dfrac{1}{3}\right)^2+\left(\dfrac{1}{6}\right)^3=\dfrac{133}{216}$.

**Câu 114. [2D1.5-4] (BÌNH MINH-NBI-L1-1819)** Cho hàm số bậc ba $f(x)$ và $g(x)=f\left(mx^2+nx+p\right)$ $(m,n,p\in\mathbb{Q})$ có đồ thị như hình dưới (Đường nét liền là đồ thị hàm $f(x)$, nét đứt là đồ thị của hàm $g(x)$, đường thẳng $x=-\dfrac{1}{2}$ là trục đối xứng của đồ thị hàm số $g(x)$).




Giá trị của biểu thức $P=(n+m)(m+p)(p+2n)$ bằng bao nhiêu?

**A.** 12. **B.** 16. **C.** 24. **D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Hàm số đạt cực trị tại $x=0; x=2$ và đồ thị hàm số qua điểm $(1;0)$, $(0;2)$ nên

$$\begin{cases} f'(0)=0 \\ f'(2)=0 \\ f(1)=0 \\ f(0)=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow f(x)=x^3-3x^2+2.$$

Ta có $g(x)=\left(mx^2+nx+p\right)^3-3\left(mx^2+nx+p\right)^2+2$. Hệ số tự do bằng $p^3-3p^2+2$.

Đồ thị hàm số $g(x)$ qua điểm $(0;0)$ nên $p^3-3p^2+2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} p=1 \\ p=1-\sqrt{3} \\ p=1+\sqrt{3} \end{array}\right.$. Vì $p \in \mathbb{Q}$ nên $p=1$.

Đồ thị hàm số $g(x)=f\left(mx^2+nx+p\right)$ có trục đối xứng $x=-\frac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số

$y=mx^2+nx+p$ cũng có trục đối xứng $x=-\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{n}{2m}=-\frac{1}{2} \Rightarrow m=n$.

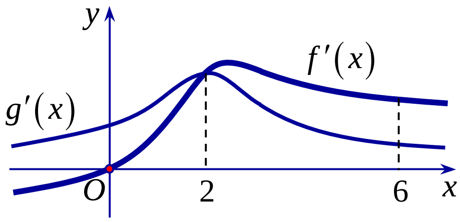
Đồ thị hàm số $g(x)$ qua điểm $(-2;2)$ nên

$$g(-2)=0 \Rightarrow g(x)=(2m+1)^3-3(2m+1)^2+2=2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=n=1 \\ m=n=-\frac{1}{2} \end{array}\right..$$

Do đồ thị có hướng quay lên trên suy ra $m>0 \Rightarrow m=n=p=1$

$\Rightarrow P=(n+m)(m+p)(p+2n)=12$.

**Câu 115. [2D1.3-3] (VĨNH YÊN-VPU-L1-1819)** Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.




Biết rằng $f(0)-f(6)<g(0)-g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)=f(x)-g(x)$ trên đoạn $[0;6]$ lần lượt là

**A.** $h(2)$, $h(6)$. **B.** $h(6)$, $h(2)$. **C.** $h(0)$, $h(2)$. **D.** $h(2), h(0)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $h'(x)=f'(x)-g'(x)$. Do đó $h'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=g'(x) \Leftrightarrow x=2$.

| $x$ | $0$ | | $2$ | | $6$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $h'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $h(x)$ | $h(0)$ | $\searrow$ | $h(2)$ | $\nearrow$ | $h(6)$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min\limits_{[0;6]} h(x) = h(2)$.

Mặt khác: $f(0) - f(6) < g(0) - g(6) \Leftrightarrow f(0) - g(0) < f(6) - g(6) \Leftrightarrow h(0) < h(6)$.

Vậy $\max\limits_{[0;6]} h(x) = h(6)$.

**Câu 116.** **[2D1.1-3] (NHÃ NAM – BGI-L1-1819)** Giá trị $m$ để hàm số $y = \dfrac{\cot x - 2}{\cot x - m}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ là

**A.** $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ 1 \le m < 2 \end{array}\right.$. **B.** $1 \le m < 2$. **A.** $m \le 0$ **D.** $m > 2$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đặt $t = \cot x, x \in \left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right) \Rightarrow t \in (0;1)$.

Ta có $y = \dfrac{t-2}{t-m}$

Để hàm số $y = \dfrac{\cot x - 2}{\cot x - m}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$, thì hàm số $y = \dfrac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên $(0;1)$

Xét hàm số $y = \dfrac{t-2}{t-m}$

$y' = \dfrac{2-m}{(t-m)^2}$

Để hàm số $y = \dfrac{t-2}{t-m}$ đồng biến trên $(0;1)$ thì $\begin{cases} m \notin (0;1) \\ y' > 0 \forall x \in (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ 1 \le m < 2 \end{array}\right.$.

**Câu 117.** **[2D1.4-4]** **(VĨNH YÊN-VPU-L1-1819)** Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-2}$ có đồ thị $(C)$. Gọi $I$ là giao điểm của hai đường tiệm cận. Tiếp tuyến $\Delta$ của $(C)$ tại $M$ cắt các đường tiệm cận tại $A$ và $B$ sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác $IAB$ có diện tích nhỏ nhất. Khi đó tiếp tuyến $\Delta$ của $(C)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn nhất thuộc khoảng nào?

**A.** $(29;\ 30)$. **B.** $(27;\ 28)$. **C.** $(26;\ 27)$. **D.** $(28;\ 29)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

▪ Gọi $M\left(x_0;\dfrac{2x_0-1}{x_0-2}\right) \in (C), (x_0 \ne 2)$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M$ có dạng: $\Delta: y=-\dfrac{3(x-x_0)}{(x_0-2)^2}+\dfrac{2x_0-1}{x_0-2}$.

▪ Giao điểm của $\Delta$ với tiệm cận đứng là $A\left(2;\ \dfrac{2x_0+2}{x_0-2}\right)$.

▪ Giao điểm của $\Delta$ với tiệm cận ngang là $B(2x_0-2;\ 2)$.

▪ Xét $\begin{cases} x_A+x_B=2+2x_0-2=2x_0 \\ y_A+y_B=\dfrac{2x_0+2}{x_0-2}+2=2.\dfrac{2x_0-1}{x_0-2}=2y_0 \end{cases} \Rightarrow M$ là trung điểm của $AB$.

▪ $\Delta IAB$ vuông tại $I$ nên $M$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $IAB$.

$\Rightarrow S=\pi R^2=\pi IM^2=\pi\left[(x_0-2)^2+\left(\dfrac{2x_0-1}{x_0-2}-2\right)^2\right]=\pi\left[(x_0-2)^2+\dfrac{9}{(x_0-2)^2}\right]\ge 6\pi$

▪ Dấu "=" xảy ra khi $(x_0-2)^2=\dfrac{9}{(x_0-2)^2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=\sqrt{3}+2\Rightarrow y_0=\sqrt{3}+2 \\ x_0=-\sqrt{3}+2\Rightarrow y_0=-\sqrt{3}+2 \end{array}\right.$.

▪ Với $x_0=\sqrt{3}+2 \Rightarrow \Delta: y=-x+2\sqrt{3}+4$ cắt 2 trục tọa độ tại $E\left(0;\ 2\sqrt{3}+4\right)$ và $F\left(2\sqrt{3}+4;\ 0\right)$, suy ra $S_{OEF}=\dfrac{1}{2}OE.OF=14+8\sqrt{3}\approx 27,8564$

▪ Với $x_0=-\sqrt{3}+2\Rightarrow \Delta: y=-x-2\sqrt{3}+4$ cắt 2 trục tọa độ tại $E\left(0;\ -2\sqrt{3}+4\right)$ và $F\left(-2\sqrt{3}+4;\ 0\right)$, suy ra $S_{OEF}=\dfrac{1}{2}OE.OF=14-8\sqrt{3}\approx 0,1435$.

**Câu 118.** **[2D1.3-4]** **(VĨNH YÊN-VPU-L1-1819)** Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{x^2+mx+m}{x+1}\right|$ trên đoạn $[1;2]$ bằng $2$. Số phần tử của $S$ là

**A.** $1$. **B.** $4$. **C.** $3$. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Đặt $g(x)=\dfrac{x^2+mx+m}{x+1}$ ; $g'(x)=\dfrac{x^2+2x}{(x+1)^2}$ ; $g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\notin(1;2) \\ x=-2\notin(1;2) \end{array}\right.$

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\left|\dfrac{x^2+mx+m}{x+1}\right|$ trên $[1;2]$ là $f(1)$ hoặc $f(2)$

Trường hợp 1: $f(1)=2\Leftrightarrow\left|\dfrac{1+m+m}{2}\right|=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{3}{2} \\ m=-\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$

Khi $m=\dfrac{3}{2}$ ta có $f(2)=\dfrac{17}{6}>2$ (loại)

Khi $m=-\dfrac{5}{2}$ ta có $f(2)=\dfrac{7}{6}<2$ (nhận)

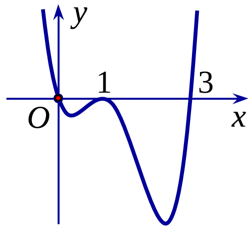
Trường hợp 2: $f(2)=2 \Leftrightarrow \left|\dfrac{4+2m+m}{3}\right|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{2}{3} \\ m=-\dfrac{10}{3} \end{array}\right.$

Khi $m=\dfrac{2}{3}$ ta có $f(1)=\dfrac{7}{6}<2$ (nhận)

Khi $m=-\dfrac{10}{3}$ ta có $f(2)=\dfrac{17}{6}>2$ (loại)

Vậy có hai giá trị của $m$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 119.** **[2D1.2-4] (NHÃ NAM – BGI-L1-1819)** Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.




Tìm $m$ để hàm số $y=f(x^2-2m)$ có 3 điểm cực trị.

**A.** $m\in\left(-\dfrac{3}{2};0\right]$. **B.** $m\in(3;+\infty)$. **C.** $m\in\left[0;\dfrac{3}{2}\right]$. **D.** $m\in(-\infty;0)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Theo đồ thị ta có: $f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>3 \end{array}\right.$, $f'(x)<0 \Leftrightarrow x\in(0;3)\setminus\{1\}$.

Ta có: $y'=\left[f(x^2-2m)\right]'=2x.f'(x^2-2m)$

Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'(x^2-2m)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-2m=0 \\ x^2-2m=1 \\ x^2-2m=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=2m \\ x^2=2m+1 \\ x^2=2m+3 \end{array}\right.$

Để hàm số có 3 điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ phải có 3 nghiệm bội lẻ.

Ta thấy $x=0$ là một nghiệm bội lẻ.

Dựa vào đồ thị của $y=f'(x)$ ta thấy $x=1$ là nghiệm bội chẵn (không đổi dấu), do đó ta không xét trường hợp $x^2-2m=1$.

Suy ra để hàm số có 3 điểm cực trị thì:

- TH1. $x^2=2m$ có 2 nghiệm phân biệt khác $0$ và $x^2=2m+3$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép bằng $0$

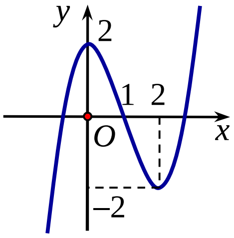
  $\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m\le -\dfrac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing$.

- TH2. $x^2=2m+3$ có 2 nghiệm phân biệt khác $0$ và $x^2=2m$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép bằng $0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -\dfrac{3}{2} \\ m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2} < m \le 0.$$

Vậy hàm số có 3 điểm cực trị khi $m \in \left(-\dfrac{3}{2};0\right]$.

**Câu 120.** **[2D1.5-4]** **(LÝ NHÂN TÔNG-BNI-L1-1819)** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ

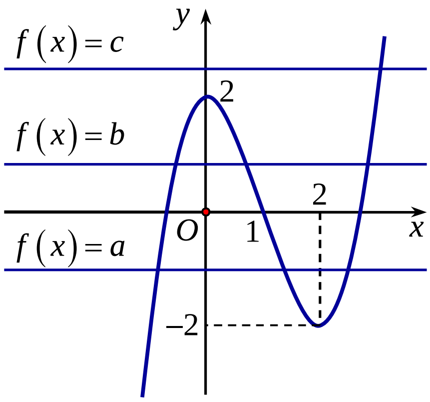



Gọi $m$ là số nghiệm của phương trình $f(f(x)) = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** $m = 7$. **B.** $m = 6$. **C.** $m = 5$. **D.** $m = 9$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Ta có $f(f(x)) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x) = a, & -1 < a < 0 \\ f(x) = b, & 0 < b < 1 \\ f(x) = c, & c > 2 \end{array}\right.$

Phương trình $f(x) = a$ với $-1 < a < 0$ có $3$ nghiệm.

Phương trình $f(x) = b$ với $0 < a < 1$ có $3$ nghiệm.

Phương trình $f(x) = c$ với $c > 2$ có $1$ nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình $f(f(x)) = 1$ là $7$.

## PHẦN 2. HÀM SỐ LŨY THỪA. HÀM SỐ MŨ. HÀM SỐ LOGARRIT

**Câu 121.** **[2D2-1]** Phương trình $2^{2017} - 8^x = 0$ có nghiệm là

**A.** $x = \dfrac{2017}{4}$. **B.** $x = \dfrac{2017}{5}$. **C.** $x = \dfrac{2017}{6}$. **D.** $x = \dfrac{2017}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$2^{2017} - 8^x = 0 \Leftrightarrow 2^{3x} = 2^{2017} \Leftrightarrow 3x = 2017 \Leftrightarrow x = \dfrac{2017}{3}$.

**Câu 122.** **[2D2-1]** Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_5\dfrac{x-3}{x+2}$.

**A.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **B.** $D=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

**C.** $D=(-2;3)$. **D.** $D=(-\infty;-2)\cup[4;+\infty)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Hàm số $y=\log_5\dfrac{x-3}{x+2}$ xác định khi và chỉ khi $\dfrac{x-3}{x+2}>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

Vậy tập xác định là $D=(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

**Câu 123.** **[2D2-1]** Rút gọn biểu thức $Q=b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}$ với $b>0$.

**A.** $Q=b^2$. **B.** $Q=b^{\frac{5}{9}}$. **C.** $Q=b^{-\frac{4}{3}}$. **D.** $Q=b^{\frac{4}{3}}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $Q=b^{\frac{5}{3}}:\sqrt[3]{b}=b^{\frac{5}{3}}:b^{\frac{1}{3}}=b^{\frac{5}{3}-\frac{1}{3}}=b^{\frac{4}{3}}$.

**Câu 124.** **[2D1-1]** Cho $a$ là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực dương $x,\ y$?

**A.** $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$. **B.** $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x+\log_a y$.

**C.** $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a(x-y)$. **D.** $\log_a\dfrac{x}{y}=\dfrac{\log_a x}{\log_a y}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có công thức lôgarit của một thương là $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

**Câu 125.** **[2D2-1]** Cho $a$ là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $\log_2 a=\log_a 2$. **B.** $\log_2 a=\dfrac{1}{\log_2 a}$. **C.** $\log_2 a=\dfrac{1}{\log_a 2}$. **D.** $\log_2 a=-\log_a 2$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Theo công thức đổi cơ số, ta có: $\log_2 a=\dfrac{1}{\log_a 2}$.

**Câu 126.** **[2D2-1]** Đạo hàm của hàm số $y=\mathrm{e}^{x^2+x}$ là

**A.** $(2x+1)e^{x^2+x}$. **B.** $(2x+1)e^x$. **C.** $(x^2+x)e^{2x+1}$. **D.** $(2x+1)e^{2x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: $y'=\left(\mathrm{e}^{x^2+x}\right)'=\left(x^2+x\right)'\mathrm{e}^{x^2+x}=(2x+1)\mathrm{e}^{x^2+x}$.

**Câu 127.** **[2D2-1]** Đạo hàm của hàm số $y=\log_2\left(x+\mathrm{e}^x\right)$ là

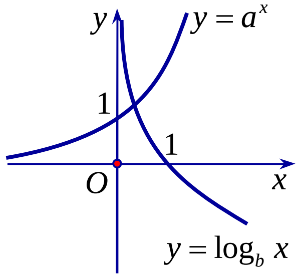
**A.** $\dfrac{1+e^x}{\ln 2}$.　　**B.** $\dfrac{1+e^x}{x+e^x}$.　　**C.** $\dfrac{1}{\left(x+e^x\right)\ln 2}$.　　**D.** $\dfrac{1+e^x}{\left(x+e^x\right)\ln 2}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $y'=\left[\log_2\left(x+e^x\right)\right]'=\dfrac{\left(x+e^x\right)'}{\left(x+e^x\right)\ln 2}=\dfrac{1+e^x}{\left(x+e^x\right)\ln 2}$.

**Câu 128.** **[2D2-1]** Cho hai đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=\log_b x$ như hình vẽ. Nhận xét nào đúng?



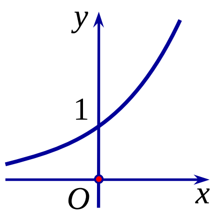

**A.** $a>1, b>1$.　　**B.** $a>1, 0<b<1$.　　**C.** $0<a<1, 0<b<1$.　　**D.** $0<a<1, b>1$.

**Lời giải**

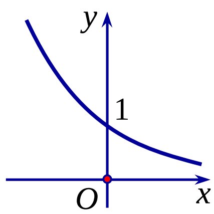
**Chọn B.**

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy $y=a^x$ đồng biến nên $a>1$ và $y=\log_b x$ nghịch biến nên $0<b<1$.

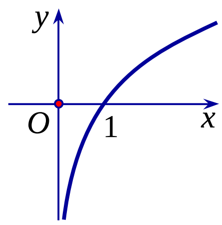
**Câu 129.** **[2D2-1]** Trong các hình sau hình nào là dạng đồ thị của hàm số $y=a^x, 0<a<1$.



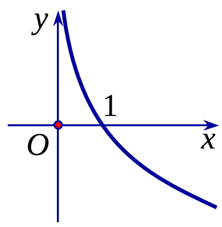

(I)




(II)




(III)




(IV)

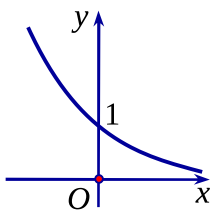
**A.** (I).　　**B.** (II).　　**C.** (III).　　**D.** (IV).

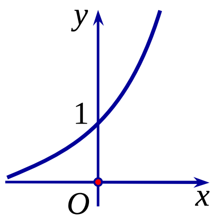
**Lời giải**

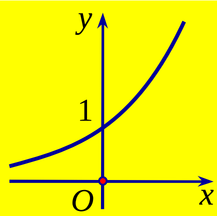
**Chọn B.**

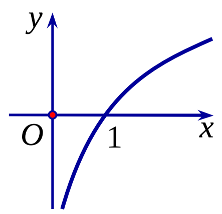
Hàm số $y=a^x, 0<a<1$ nghịch biến nên đồ thị đi xuống từ trái sang phải.

**Câu 130.** **[2D2-1]** Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=2^x$?

**A.**



**B.**



**C.**


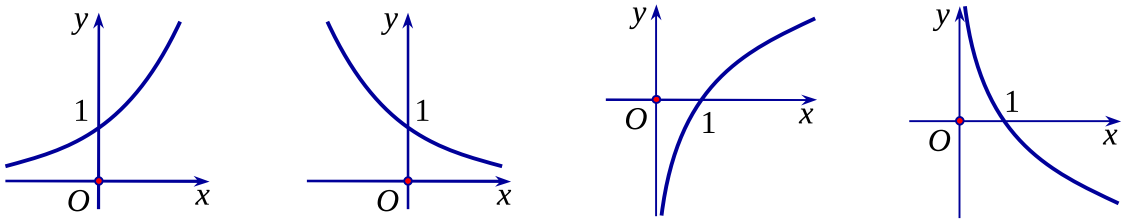

**D.**



**Lời giải**

**Chọn C.**

Hàm số $y=2^x$ là hàm đồng biến. Đồ thị hàm số $y=2^x$ đi qua điểm $(1;2)$, cắt trục tung tại $(0;1)$.

**Câu 131.** **[2D2-1]** Trong các hình sau hình nào là dạng đồ thị của hàm số $y=\log_a x, a>1$.



(I) (II) (III) (IV)

**A.** (I). **B.** (II). **C.** (III). **D.** (IV).

**Lời giải**

**Chọn C.**

Hàm số $y = \log_a x, a > 1$ đồng biến nên đồ thị đi xuống từ trái sang phải.

**Câu 132.** **[2D2-1]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

**A.** $m \geq 1$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m > 0$. **D.** $m \neq 0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực với $m > 0$.

**Câu 133.** **[2D2-1]** Hàm số $y = x^{e}$ có cùng tập xác định với hàm số nào trong các hàm số dưới đây.

**A.** $y = \sin x$. **B.** $y = \sqrt[3]{x}$. **C.** $y = e^x$. **D.** $y = \ln x$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Hàm số $y = x^{e}$ có TXĐ: $D = (0; +\infty)$.

Hàm số $y = \sin x$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Hàm số $y = \sqrt[3]{x}$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Hàm số $y = e^x$ có TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Hàm số $y = \ln x$ có TXĐ: $D = (0; +\infty)$.

Vậy hàm số $y = x^{e}$ có cùng tập xác định với hàm số $y = \ln x$.

**Câu 134.** **[2D2-2]** Cho $a = \log_2 3$, $b = \log_3 5$. Khi đó $\log_{15} 20$ bằng

**A.** $\dfrac{ab+2}{b(a+1)}$. **B.** $\dfrac{ab+2}{b+1}$. **C.** $\dfrac{ab+2}{a+1}$. **D.** $\dfrac{ab+2}{a(b+1)}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $\log_{15} 20 = \log_{15} 5 + \log_{15} 4 = \dfrac{1}{\log_5 3 + \log_5 5} + \dfrac{2}{\log_2 3 + \log_2 5} = \dfrac{1}{\dfrac{1}{\log_3 5} + 1} + \dfrac{2}{\log_2 3 + \dfrac{\log_3 5}{\log_3 2}}$

$= \dfrac{1}{\dfrac{1}{b} + 1} + \dfrac{2}{a + \dfrac{b}{\dfrac{1}{a}}} = \dfrac{b}{1+b} + \dfrac{2}{a(1+b)} = \dfrac{ab+2}{a(1+b)}$.

**Câu 135.** **[2D2-2]** Cho biểu thức $A = \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(1 - 2\sqrt{\dfrac{y}{x}} + \dfrac{y}{x}\right)^{-1}$, $(x > 0, y > 0)$. Giá trị của $A$ tại $x = 2018$ là

**A.** $2017$. **B.** $2018$. **C.** $2019$. **D.** $4036$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $A=\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\left(1-\sqrt{\frac{y}{x}}\right)^{-2}=\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2\left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}}\right)^{-2}=\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2.\frac{x}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}=x$.

Vậy giá trị của $A$ tại $x=2018$ là $2018$.

(Đề bài phải cho thêm điều kiện $x\neq y$ nữa mới chặt chẽ).

**Câu 136.** **[2D2-2]** Biết $\left(\sqrt{2}+1\right)^m<\left(\sqrt{2}-1\right)^n$. Khẳng định nào sau đây luôn ĐÚNG?

**A.** $m=n$. **B.** $m>n$. **C.** $m+n<0$. **D.** $mn<0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: $\left(\sqrt{2}+1\right)^m<\left(\sqrt{2}-1\right)^n\Leftrightarrow\left(\sqrt{2}+1\right)^m<\left(\sqrt{2}+1\right)^{-n}\Leftrightarrow m<-n\Leftrightarrow m+n<0$.

**Câu 137.** **[2D2-2]** Biết $\log_a x=\log_b y=c$. Khi đó $c$ bằng

**A.** $\log_{ab}\frac{x}{y}$. **B.** $\log_{a+b}\left(xy\right)$. **C.** $\log_{ab}\left(xy\right)$. **D.** $\log_{ab}\left(x+y\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: $\begin{cases}\log_a x=c\Leftrightarrow x=a^c\\ \log_b y=c\Leftrightarrow y=b^c\end{cases}\Rightarrow xy=\left(ab\right)^c\Leftrightarrow c=\log_{ab}\left(xy\right)$.

**Câu 138.** **[2D2-2]** Cho $a$, $b$ là các số thực thỏa mãn $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}}>a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ và $\log_b\frac{3}{4}<\log_b\frac{4}{5}$. Khẳng định nào sau đây là đúng

**A.** $0<a<1$, $b>1$. **B.** $0<a<1$, $0<b<1$. **C.** $a>1$, $b>1$. **D.** $a>1$, $0<b<1$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Do $\frac{\sqrt{3}}{3}<\frac{\sqrt{2}}{2}$ nên $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}}>a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\Leftrightarrow 0<a<1$.

Do $\frac{3}{4}<\frac{4}{5}$ nên $\log_b\frac{3}{4}<\log_b\frac{4}{5}\Leftrightarrow b>1$.

**Câu 139.** **[2D2-2]** Biết $a=\frac{\log_3\left(\log_5 10\right)}{\log_3 10}$. Giá trị của $10^a$ bằng

**A.** $1$. **B.** $1+\log_5 2$. **C.** $1+\log_2 5$. **D.** $\log_5 2$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $a=\log\left(\log_5 10\right)\Rightarrow 10^a=10^{\log\left(\log_5 10\right)}=\log_5 10=1+\log_5 2$.

**Câu 140.** **[2D2-2]** Cho hàm số $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{x^2}$. Khi đó $f''\left(0\right)$ bằng

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** $2$. **D.** $\mathrm{e}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=2x.e^{x^2}$.

$f''(x)=2.e^{x^2}+2x.2x.e^{x^2}=(4x^2+2).e^{x^2}$.

$\Rightarrow f''(0)=2$

**Câu 141.** **[2D2-2]** Hệ số góc của tiếp tuyến của $(C): y=\log^2 x$ tại điểm có hoành độ bằng $10$ là

**A.** $k=\ln 10$. **B.** $k=\dfrac{1}{5\ln 10}$. **C.** $k=10$. **D.** $k=2+\ln 10$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Tập xác định $D=(0;+\infty)$, $y'=\dfrac{2\log x}{x\ln 10}$.

Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm có hoành độ bằng $10$ là $k=y'(10)=\dfrac{2}{10\ln 10}=\dfrac{1}{5\ln 10}$.

**Câu 142.** **[2D2-2]** Cho hàm số $y=\ln\dfrac{1}{1+x}$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

**A.** $y'-2y=1$. **B.** $y.y'-2=0$. **C.** $y'-4e^y=0$. **D.** $y'+e^y=0$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Tập xác định $D=(-1;+\infty)$.

$$y'=\frac{\left(\dfrac{1}{x+1}\right)'}{\dfrac{1}{x+1}}=-\frac{1}{x+1}.$$

Xét đáp án A: $y'-2y=-\dfrac{1}{x+1}+2\ln\dfrac{1}{x+1}\neq 1$. Loại **A.**

Xét đáp án B: $y.y'-2=\ln\dfrac{1}{1+x}.\left(-\dfrac{1}{1+x}\right)-2\neq 0$. Loại **B.**

Xét đáp án C: $y'-4e^y=-\dfrac{1}{x+1}-4.e^{\ln\frac{1}{x+1}}=-\dfrac{5}{x+1}\neq 0$. Loại **C.**

Xét đáp án D: $y'+e^y=-\dfrac{1}{x+1}+e^{\ln\frac{1}{x+1}}=-\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x+1}=0$. Chọn đáp án **D.**

**Câu 143.** **[2D2-2]** Cho hàm số $f(x)=\ln x+\ln(2-x)$. Phương trình $f'(x)=0$ có tập nghiệm là

**A.** $S=\{1\}$. **B.** $S=\left\{\dfrac{1}{e}\right\}$. **C.** $S=\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$. **D.** $S=\varnothing$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tập xác định $D=(0;2)$.

$f'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2-x}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2-x}=0\Leftrightarrow x=1$.

Vậy $S=\{1\}$.

**Câu 144. [2D2-2]** Cho hàm số $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{\sqrt{x^2+1}}$. Khi đó giá trị $f'\left(1\right)$ thuộc khoảng nào:

**A.** $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left(2;3\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=\left(\sqrt{x^2+1}\right)'.e^{\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{x.e^{\sqrt{x^2+1}}}{\sqrt{x^2+1}}\Rightarrow y'\left(1\right)=\dfrac{e^{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}\approx 2,91$.

$\Rightarrow y'\left(1\right)\in\left(2;3\right)$.

**Câu 145. [2D2-2]** Cho hàm số $y=\dfrac{\mathrm{e}^x}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

**A.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$. **B.** Hàm số đồng biến trên tập xác định.

**C.** $y'=\dfrac{\mathrm{e}^x}{\left(x+1\right)^2}$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu $x=0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$.

$y'=\dfrac{\mathrm{e}^x.\left(x+1\right)-\mathrm{e}^x}{\left(x+1\right)^2}=\dfrac{\mathrm{e}^x}{\left(x+1\right)^2}$. $\Rightarrow$Chọn đáp án **C.**

Ở đây $y'=\dfrac{e^x}{\left(x+1\right)^2}>0\,\forall x\in D$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định và hàm số khôgn có cực trị. Nên các đáp án A, B, D sai.

**Câu 146. [2D2-2]** Gọi $M$ là giá tị lớn nhất của hàm số $y=x^2.\mathrm{e}^{-x}$ trên $\left[-1;1\right]$. Khi đó $\ln M$ bằng

**A.** $1$. **B.** $\mathrm{e}$. **C.** $0$. **D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$y'=2x.\mathrm{e}^{-x}-x^2.\mathrm{e}^{-x}=\left(2x-x^2\right)\mathrm{e}^{-x}$.

$y'=0\Leftrightarrow\left(2x-x^2\right).\mathrm{e}^{-x}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Ta xét hàm số trên $\left[-1;1\right]$ nên nhận $x=0$.

Ta có $y\left(-1\right)=\mathrm{e}$, $y\left(1\right)=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$, $y\left(0\right)=0$.

Nên $M=\max\limits_{\left[-1;1\right]}y=y\left(-1\right)=\mathrm{e}$.

Vậy $\ln M=\ln\mathrm{e}=1$.

**Câu 147. [2D2-2]** Điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\ln x}{x^2}$ thuộc đường thẳng nào?

**A.** $y=2\sqrt{\mathrm{e}}x$. **B.** $y=\dfrac{1}{2\sqrt{\mathrm{e}}}x-\dfrac{1}{\mathrm{e}}$. **C.** $y=\dfrac{1}{\mathrm{e}\sqrt{\mathrm{e}}}x-\dfrac{1}{2\mathrm{e}}$. **D.** $y=\dfrac{1}{\mathrm{e}}x$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Tập xác định $D=(0;+\infty)$.

$$y'=\frac{\frac{1}{x}.x^2-2x.\ln x}{x^4}=\frac{1-2\ln x}{x^3}.$$

$$y'=0\Leftrightarrow\frac{1-2\ln x}{x^3}=0\ \Leftrightarrow\ln x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\sqrt{\mathrm{e}}$$

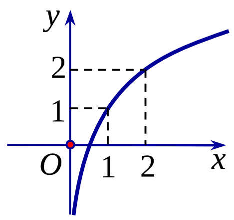
Bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $\sqrt{\mathrm{e}}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $\frac{1}{2\mathrm{e}}$ | $\searrow$ | $0$ |

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có điểm cực đại là $M\left(\sqrt{\mathrm{e}};\frac{1}{2\sqrt{\mathrm{e}}}\right)$.

Thay toạ độ $M\left(\sqrt{\mathrm{e}};\frac{1}{2\sqrt{\mathrm{e}}}\right)$ vào các đáp án, chỉ có câu C thoả nên chọn đáp án là **C.**

**Câu 148. [2D2-2]** Trong các hàm số sua, hàm số nào có đồ thị phù hợp với hình vẽ:




**A.** $y=\log_2 x$. **B.** $y=\ln x$. **C.** $=\ln x+1$. **D.** $y=\log_2 x+1$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta thấy đồ thị đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(2;2)$.

Thay toạ độ $A,B$ vào các đáp án, chỉ có đáp án D thoả.

**Câu 149. [2D2-2]** Cho phương trình $4^{2x^2-x}+2^{2x^2-x+1}-3=0$. Phát biểu nào sau đây ĐÚNG?

**A.** Phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt **B.** Phương trình có nghiệm duy nhất.

**C.** Tổng các nghiệm là một số nguyên. **D.** Phương trình có nghiệm nguyên.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $4^{2x^2-x}+2^{2x^2-x+1}-3=0\Leftrightarrow4^{2x^2-x}+2.2^{2x^2-x}-3=0\Leftrightarrow2^{2x^2-x}=1\Leftrightarrow2x^2-x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

**Câu 150. [2D2-2]** Tập nghiệm của phương trình $\log_2\frac{5.2^x-8}{2^x+2}=3-x$ là

**A.** $\left\{2;-\frac{2}{5}\right\}$. **B.** $\left\{2;-\frac{4}{5}\right\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\{2;4\}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Bấm máy tính ta được nghiệm là $\{2\}$.

**Câu 151.** **[2D2-2]** Cho phương trình $\log_2^2(4x)-\log_{\sqrt{2}}(2x)=5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng

**A.** $(0;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(5;9)$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: $\log_2^2(4x)-2\log_2(4x)-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 4x=-1\\ \log_2 4x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{1}{8}\\ x=2\end{array}\right.$.

**Câu 152.** **[2D2-2]** Anh Nam gửi 500 triệu vào ngân hàng theo hình thức lãi kép kỳ hạn 1 năm với lãi suất không thay đổi hàng năm là $7.5\%$ năm. Sau 5 năm thì anh Nam nhận được số tiền cả vốn lẫn lãi là

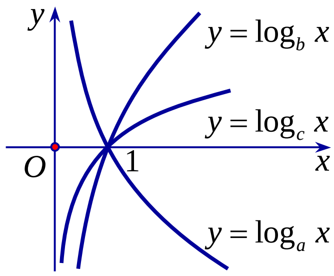
**A.** 685755000 đồng. **B.** 717815000 đồng. **C.** 667735000 đồng. **D.** 707645000 đồng.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Số tiền thu được cả vốn lẫn lãi sau 5 năm là $T=500.10^6(1+0.075)^5=717815000$ đồng.

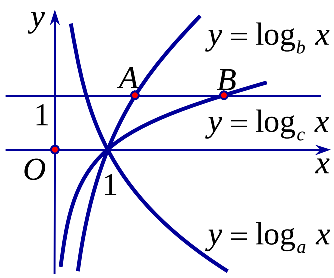
**Câu 153.** **[2D2-2]** Từ đồ thị các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ như hình vẽ. Khẳng định nào đúng?




**A.** $0<c<b<1<a$. **B.** $0<a<c<1<b$. **C.** $0<a<1<b<c$. **D.** $0<a<1<c<b$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Dựa vào đồ thị có $y=\log_a x$ là hàm nghịch biến nên $0<a<1$ $(1)$.

Có $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ là các hàm đồng biến nên $1<b;1<c$.

Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ lần lượt tại $A(b,1);B(c;1)$.

Dựa vào đồ thị có $1<b<c$ $(2)$.

Từ $(1)$ và $(2)$ có $0<a<1<b<c$.

**Câu 154.** **[2D2-2]** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y=(x^2-x-2)^{-3}$.

**A.** $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(0;+\infty)$.

**C.** $D=(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Do $-3$ là số nguyên âm nên điều kiện của hàm số lũy thừa là $x^2-x-2\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 2\\x\neq -1\end{cases}$.

Vậy $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$.

**Câu 155.** **[2D2-2]** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{3}}$.

**A.** $D=(-\infty;1)$. **B.** $D=(1;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Do $\frac{1}{3}$ là số không nguyên nên điều kiện của hàm số lũy thừa là $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Vậy $D=(1;+\infty)$.

**Câu 156.** **[2D2-2]** Tìm tập xác định $D$ của hàm số $y=\log_3\left(x^2-4x+3\right)$.

**A.** $D=\left(2-\sqrt{2};1\right)\cup\left(3;2+\sqrt{2}\right)$. **B.** $D=(1;3)$.

**C.** $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $D=\left(-\infty;2-\sqrt{2}\right)\cup\left(2+\sqrt{2};+\infty\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Điều kiện: $x^2-4x+3>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<1\\x>3\end{array}\right.$.

Vậy $D=(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

**Câu 157.** **[2D2-2]** Tìm giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=\log\left(x^2-2x-m+1\right)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

**A.** $m\geq 0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\leq 2$. **D.** $m>2$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2-2x-m+1>0\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\Delta'=1-(-m+1)=m<0$.

**Câu 158.** **[2D2-2]** Cho $a$ là số thực dương khác $1$. Tính $I=\log_{\sqrt{a}}a$.

**A.** $I=\frac{1}{2}$. **B.** $I=0$. **C.** $I=-2$. **D.** $I=2$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $I=\log_{\sqrt{a}}a=\log_{a^{\frac{1}{2}}}a=2\log_a a=2$.

**Câu 159.** **[2D2-2]** Cho $a$ là số thực dương khác $2$. Tính $I=\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)$

**A.** $I=\frac{1}{2}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=-\frac{1}{2}$. **D.** $I=-2$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $I=\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a^2}{4}\right)=\log_{\frac{a}{2}}\left(\frac{a}{2}\right)^2=2\log_{\frac{a}{2}}\frac{a}{2}=2$.

**Câu 160.** **[2D2-2]** Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}$ với $x>0$.

**A.** $P=x^{\frac{1}{8}}$. **B.** $P=x^2$. **C.** $P=\sqrt{x}$. **D.** $P=x^{\frac{2}{9}}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: $P=x^{\frac{1}{3}}.\sqrt[6]{x}=x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{1}{6}}=x^{\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}x=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$.

**Câu 161.** **[2D2-2]** Với $a$, $b$ là các số thực dương tùy ý và $a$ khác 1, đặt $P=\log_a b^3+\log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $P=9\log_a b$. **B.** $P=27\log_a b$. **C.** $P=15\log_a b$. **D.** $P=6\log_a b$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $P=\log_a b^3+\log_{a^2} b^6=3\log_a b+\frac{6}{2}\log_a b=3\log_a b+3\log_a b=6\log_a b$.

**Câu 162.** **[2D2-2]** Cho $\log_a b=2$ và $\log_a c=3$. Tính $P=\log_a\left(b^2c^3\right)$.

**A.** $P=31$. **B.** $P=13$. **C.** $P=30$. **D.** $P=108$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $P=\log_a\left(b^2c^3\right)=\log_a b^2+\log_a c^3=2\log_a b+3\log_a c=2.2+3.3=13$.

**Câu 163.** **[2D2-2]** Cho $\log_3 a=2$ và $\log_2 b=\frac{1}{2}$. Tính $I=2\log_3\left[\log_3(3a)\right]+\log_{\frac{1}{4}} b^2$.

**A.** $I=\frac{5}{4}$. **B.** $I=4$. **C.** $I=0$. **D.** $I=\frac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có $I=2\log_3\left[\log_3(3a)\right]+\log_{\frac{1}{4}} b^2=2\log_3\left[\log_3 3+\log_3 a\right]+\log_{2^{-2}} b^2$

$=2\log_3(1+2)-\log_2 b=2\log_3 3-\log_2 b=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

**Câu 164.** **[2D2-2]** Với mọi $a$, $b$, $x$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

**A.** $x=3a+5b$. **B.** $x=5a+3b$. **C.** $x=a^5+b^3$. **D.** $x=a^5b^3$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $\log_2 x=5\log_2 a+3\log_2 b=\log_2 a^5+\log_2 b^3=\log_2\left(a^5b^3\right)$, nên $x=a^5b^3$.

**Câu 165.** **[2D2-2]** Với mọi số thực dương $a$ và $b$ thỏa mãn $a^2+b^2=8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $\log(a+b)=\frac{1}{2}(\log a+\log b)$.

**B.** $\log(a+b)=1+\log a+\log b$.

**C.** $\log(a+b)=\frac{1}{2}(1+\log a+\log b)$.

**D.** $\log(a+b)=\frac{1}{2}+\log a+\log b$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: $a^2+b^2=8ab\Leftrightarrow(a+b)^2=10ab\Leftrightarrow\log(a+b)^2=\log(10ab)$

$\Leftrightarrow 2\log(a+b)=\log 10+\log a+\log b\ \Leftrightarrow\log(a+b)=\frac{1}{2}(1+\log a+\log b)$

**Câu 166.** **[2D2-2]** Với mọi số thực dương $x$, $y$ tùy ý, đặt $\log_3 x=\alpha$, $\log_3 y=\beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\frac{\alpha}{2}-\beta\right)$.

**B.** $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\frac{\alpha}{2}+\beta$.

**C.** $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=9\left(\frac{\alpha}{2}+\beta\right)$.

**D.** $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\frac{\alpha}{2}-\beta$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\log_{3^3}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3=\frac{3}{3}\log_3\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)=\log_3\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)$

$=\log_3\sqrt{x}-\log_3 y=\frac{1}{2}\log_3 x-\log_3 y=\frac{1}{2}\alpha-\beta$

**Câu 167.** **[2D2-2]** Cho hàm số $y=xe^x$. Chọn hệ thức đúng:

**A.** $y''-2y'+1=0$.

**B.** $y''-2y'-3y=0$.

**C.** $y''-2y'+y=0$.

**D.** $y''-2y'+3y=0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có $y'=x'\mathrm{e}^x+x\left(\mathrm{e}^x\right)'=\mathrm{e}^x+x\mathrm{e}^x$, $y''=2\mathrm{e}^x+x\mathrm{e}^x$ nên $y''-2y'+y=0$.

**Câu 168.** **[2D2-2]** Đạo hàm của hàm số $y=(2x-1)3^x$ là

**A.** $3^x(2-2x\ln 3+\ln 3)$.

**B.** $3^x(2+2x\ln 3-\ln 3)$.

**C.** $2.3^x+(2x-1)x.3^{x-1}$.

**D.** $2.3^x\ln 3$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có $y'=(2x-1)'3^x+(2x-1)\left(3^x\right)'=2.3^x+(2x-1)3^x\ln 3=3^x(2+2x\ln 3-\ln 3)$.

**Câu 169.** **[2D2-2]** Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$.

**A.** $y'=\frac{1}{(2x+1)\ln 2}$.

**B.** $y'=\frac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

**C.** $y'=\frac{2}{2x+1}$.

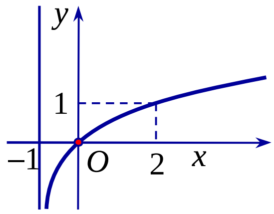
**D.** $y'=\frac{1}{2x+1}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có $y' = \dfrac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2} = \dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

**Câu 170.** **[2D2-2]** Đồ thị hình bên là của hàm số nào?




**A.** $y = \log_2 x + 1$. **B.** $y = \log_2(x+1)$. **C.** $y = \log_3 x$. **D.** $y = \log_3(x+1)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Nhìn vào đồ thị ta thấy khi $x = 0$ thì $y = 0$ và khi $x = 2$ thì $y = 1$, nên ta có $y = \log_3(x+1)$ thõa mãn.

**Câu 171.** **[2D2-2]** Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$. Khi đặt $t = 2^x$, ta được phương trình nào dưới đây?

**A.** $2t^2 - 3 = 0$. **B.** $t^2 + t - 3 = 0$. **C.** $4t - 3 = 0$. **D.** $t^2 + 2t - 3 = 0$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0 \Leftrightarrow 4^x + 2.2^x - 3 = 0$.

Đặt $t = 2^x$, $t > 0$ thì phương trình đã cho trở thành $t^2 + 2t - 3 = 0$.

**Câu 172.** **[2D2-2]** Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1-x) = 2$.

**A.** $x = -4$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 5$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

ĐK: $1 - x > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

$\log_2(1-x) = 2 \Leftrightarrow 1 - x = 4 \Leftrightarrow x = -3$ (nhận).

**Câu 173.** **[2D2-2]** Tìm tập nghiệm $S$ của phương trình $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.

**A.** $S = \{4\}$. **B.** $S = \{3\}$. **C.** $S = \{-2\}$. **D.** $S = \{1\}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

ĐK: $\begin{cases} x > -\dfrac{1}{2} \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

$\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{2x+1}{x-1} = 3 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3x - 3 \Leftrightarrow x = 4$ (nhận).

**Câu 174.** **[2D2-2]** Tìm tập nghiệm $S$ của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$

**A.** $S = \{2 + \sqrt{5}\}$. **B.** $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$. **C.** $S = \{3\}$. **D.** $S = \left\{\dfrac{3 + \sqrt{13}}{2}\right\}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

ĐK: $x>1$

Ta có: $\log_{\sqrt{2}}(x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)=1 \Leftrightarrow (x-1)^2=2(x+1) \Leftrightarrow x^2-4x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2+\sqrt{5} \\ x=2-\sqrt{5} \end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện phương trình có nghiệm: $S=\left\{2+\sqrt{5}\right\}$.

**Câu 175.** **[2D2-2]** Giải phương trình $2^{x^2-2x}=3$. Ta có tập nghiệm bằng

**A.** $\left\{1+\sqrt{1+\log_2 3};\, 1-\sqrt{1+\log_2 3}\right\}$. **B.** $\left\{-1+\sqrt{1+\log_2 3};\, -1-\sqrt{1+\log_2 3}\right\}$.

**C.** $\left\{1+\sqrt{1-\log_2 3};\, 1-\sqrt{1-\log_2 3}\right\}$. **D.** $\left\{-1+\sqrt{1-\log_2 3};\, -1-\sqrt{1-\log_2 3}\right\}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: $2^{x^2-2x}=3 \Leftrightarrow x^2-2x=\log_2 3 \Leftrightarrow x^2-2x-\log_2 3=0 \Leftrightarrow x=1\pm\sqrt{1+\log_2 3}$.

**Câu 176.** **[2D2-2]** Giải phương trình $3^x+3^{3-x}=12$. Ta có tập nghiệm bằng

**A.** $\{1;2\}$. **B.** $\{-1;2\}$. **C.** $\{1;-2\}$. **D.** $\{-1;-2\}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: $3^x+3^{3-x}=12 \Leftrightarrow 3^{2x}-12.3^x+27=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x=3 \\ 3^x=9 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

**Câu 177.** **[2D2-2]** Giải phương trình $125^x+50^x=2^{3x+1}$. Ta có tập nghiệm bằng

**A.** $\{-1\}$. **B.** $\{1\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\{0\}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $125^x+50^x=2^{3x+1} \Leftrightarrow 5^{3x}+5^{2x}.2^x-2.2^{3x}=0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{3x}+\left(\frac{5}{2}\right)^{2x}-2=0 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{x}=1 \Leftrightarrow x=0$.

**Câu 178.** **[2D2-2]** Phương trình $2^{x^2-x}-2^{2+x-x^2}=3$ có tổng các nghiệm bằng

**A.** 1. **B.** 0. **C.** $-2$. **D.** $-1$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: $2^{x^2-x}-2^{2+x-x^2}=3 \Leftrightarrow \left(2^{x^2-x}\right)^2-3.2^{x^2-x}-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{x^2-x}=-1 \\ 2^{x^2-x}=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow x^2-x=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là 1.

**Câu 179.** **[2D2-3]** Phương trình $\log_2 x+\frac{1}{x^2-x-8}=\frac{1}{x}+\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x^2-x-8}$ có bao nhiêu nghiệm nhỏ hơn 2.

**A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $\log_2 x+\frac{1}{x^2-x-8}=\frac{1}{x}+\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x^2-x-8} \Leftrightarrow \log_2 x-\frac{1}{x}=\log_2\left(x^2-x-8\right)-\frac{1}{x^2-x-8}$.

Xét $f\left(t\right)=\log_2 t-\frac{1}{t},\, t>0$.

Khi đó, $f'\left(t\right)=\frac{1}{t\ln 2}+\frac{1}{t^2}>0\ \ \forall t>0$ nên $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$.

Do đó phương trình tương đương với $x=x^2-x-8\Leftrightarrow x^2-2x-8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2\\ x=4\end{array}\right.$.

**Câu 180. [2D2-3]** Rút gọn biểu thức $A=\frac{a^{\frac{4}{3}}-8.a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}}+2\sqrt[3]{ab}+4b^{\frac{2}{3}}}.\left(1-2\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)^{-1}-a^{\frac{2}{3}}$, $\left(a>0,b>0,a\neq 8b\right)$ bằng

**A.** $A=a-b$. **B.** $A=a-2b$. **C.** $A=1$. **D.** $A=0$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $A=\frac{a^{\frac{1}{3}}\left(a-8b\right)}{a^{\frac{2}{3}}+2\sqrt[3]{ab}+4b^{\frac{2}{3}}}.\left(\frac{a^{\frac{1}{3}}-2b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}}\right)^{-1}-a^{\frac{2}{3}}=\frac{a^{\frac{1}{3}}\left(a-8b\right)}{\left(a^{\frac{2}{3}}+2\sqrt[3]{ab}+4b^{\frac{2}{3}}\right)}.\frac{a^{\frac{1}{3}}}{\left(a^{\frac{1}{3}}-2b^{\frac{1}{3}}\right)}-a^{\frac{2}{3}}$

$=\frac{a^{\frac{1}{3}}\left(a-8b\right).a^{\frac{1}{3}}}{a-8b}-a^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{2}{3}}=0$.

(Có sửa lại so với đề gốc để có đáp án đúng)

**Câu 181. [2D2-3]** Biết $0<x<\frac{\pi}{2}$ và $\log_3\cos x=-\frac{1}{2}$, khi đó $\log_2\sin x$ bằng

**A.** $\frac{1}{2}\left(1-\log_2 3\right)$. **B.** $1-\log_2 3$. **C.** $\frac{1}{2}\left(\log_2 3-1\right)$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: $\cos x=3^{-\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow \sin^2 x=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow \sin x=\pm\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Do $0<x<\frac{\pi}{2}$ nên $\sin x>0\Rightarrow \sin x=\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Vậy $\log_2\sin x=\log_2\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)=\log_2\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\left(\log_2 2-\log_2 3\right)=\frac{1}{2}\left(1-\log_2 3\right)$.

**Câu 182. [2D2-3]** Biết phương trình $\log_3^2 x-\left(m+2\right)\log_3 x+3m-1=0$ có hai nghiệm $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1x_2=27$. Khi đó giá trị $m$ là

**A.** $3$. **B.** $1$. **C.** $25$. **D.** $\frac{28}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $\log_3 x_1+\log_3 x_2=\log_3 x_1x_2=\log_3 27=3=m+2\Rightarrow m=1$.

**Câu 183. [2D2-3]** Tổng nghịch đảo các nghiệm của phương trình $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x=4$ bằng

**A.** $0$. **B.** $4$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: $\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x+\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x=4\Leftrightarrow\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x+\frac{1}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x}=4\Leftrightarrow\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x=2\pm\sqrt{3}$.

Nên $x=\pm 2$.

**Câu 184.** **[2D2-3]** Gọi $x_0$ là một nghiệm của phương trình $9^x+9^{-x}=23$. Khi đó giá trị của biểu thức $A=\frac{5+3^{x_0}+3^{-x_0}}{1-3^{x_0}-3^{-x_0}}$ là

**A.** $\frac{3}{2}$. **B.** $-\frac{5}{2}$. **C.** $2$. **D.** $\frac{1}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $9^x+9^{-x}=23\Leftrightarrow\left(3^x+3^{-x}\right)^2=25\Leftrightarrow 3^x+3^{-x}=5\Rightarrow A=-\frac{5}{2}$.

**Câu 185.** **[2D2-3]** Gọi $x_0$ là một nghiệm khác 1 của phương trình $\log_{\sqrt{2}}x\log_{\sqrt{3}}x=\log_{\sqrt{2}}x+\log_{\sqrt{3}}x$. Khi đó khẳng định nào sau đây **SAI**?

**A.** $x_0\in\mathbb{Q}$. **B.** $x_0^2>3$. **C.** $\log_6 x_0>1$. **D.** $2^{x_0}<6$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $\log_{\sqrt{2}}x\log_{\sqrt{3}}x=\log_{\sqrt{2}}x+\log_{\sqrt{3}}x\Leftrightarrow\log_2 x\log_3 x=2\log_2 x+2\log_3 x$

Với $0<x\neq 1$ ta có phương trình tương đương với

$$\frac{1}{\log_x 2.\log_x 3}=\frac{2}{\log_x 2}+\frac{2}{\log_x 3}\Leftrightarrow 2\log_x 6=1\Leftrightarrow x=36.$$

**Câu 186.** **[2D2-3]** Cho $\log_a x=3$, $\log_b x=4$ với $a$, $b$ là các số thực lớn hơn 1. Tính $P=\log_{ab}x$.

**A.** $P=\frac{7}{12}$. **B.** $P=\frac{1}{12}$. **C.** $P=12$. **D.** $P=\frac{12}{7}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Từ $\log_a x=\log_a b.\log_b x$, suy ra $\log_a b=\frac{\log_a x}{\log_b x}=\frac{3}{4}$.

Nên: $P=\log_{ab}x=\frac{\log_a x}{\log_a(ab)}=\frac{\log_a x}{\log_a a+\log_a b}=\frac{3}{1+\log_a b}=\frac{3}{1+\frac{3}{4}}=\frac{12}{7}$.

**Câu 187.** **[2D2-3]** Cho $x$, $y$ là các số thực lớn hơn 1 thoả mãn $x^2+9y^2=6xy$. Tính $M=\frac{1+\log_{12}x+\log_{12}y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

**A.** $M=\frac{1}{4}$. **B.** $M=1$. **C.** $M=\frac{1}{2}$. **D.** $M=\frac{1}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $x^2+9y^2=6xy \Leftrightarrow x^2+6xy+9y^2=12xy \Leftrightarrow (x+3y)^2=12xy$.

Từ đó: $M=\dfrac{1+\log_{12}x+\log_{12}y}{2\log_{12}(x+3y)}=\dfrac{\log_{12}12+\log_{12}x+\log_{12}y}{\log_{12}(x+3y)^2}=\dfrac{\log_{12}(12xy)}{\log_{12}(x+3y)^2}=\dfrac{\log_{12}(12xy)}{\log_{12}(12xy)}=1$.

**Câu 188. [2D2-3]** Giải phương trình $4^{x^2}+(x^2-7).2^{x^2}+12-4x^2=0$. Ta có tập nghiệm bằng

**A.** $\{1;-1;\pm\sqrt{2}\}$. **B.** $\{0;-1;2\}$. **C.** $\{1;2\}$. **D.** $\{1;-2\}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: $\Delta=(x^2-7)^2-4(12-4x^2)=x^4+2x^2+1=(x^2+1)^2$.

Phương trình có hai nghiệm: $\left[\begin{array}{l} 2^{x^2}=\dfrac{-(x^2-7)-(x^2+1)}{2} \\ 2^{x^2}=\dfrac{-(x^2-7)+(x^2+1)}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 2^{x^2}=-x^2+3 & (1) \\ 2^{x^2}=4 & (2) \end{array}\right.$

Đặt $t=x^2$ $(t>0)$ khi đó phương trình $(1)$ trở thành $2^t=-t+3$ $(*)$.

Ta có phương trình $(*)$ vế trái hàm số luôn đồng biến, vế phải hàm số luôn nghịch nên phương trình có nghiệm duy nhất $t=1 \Rightarrow x=\pm1$.

Phương trình $(2) \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$.

**Câu 189. [2D2-3]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để phương trình $4^x-2^{x+1}+m=0$ có hai nghiệm thực phân biệt.

**A.** $m\in(-\infty;1)$. **B.** $m\in(0;+\infty)$. **C.** $m\in(0;1]$. **D.** $m\in(0;1)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Đặt $t=2^x$ $(t>0)$ khi đó phương trình trở thành: $t^2-2t+m=0 \Leftrightarrow m=2t-t^2$

Xét hàm số $f(t)=2t-t^2$ $(t>0)$.

Ta có: $f'(t)=2-2t$; $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=1$.

| $t$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(t)$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt khi $m\in(0;1)$.

**Câu 190. [2D2-2]** Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x-m\log_3 x+2m-7=0$ có hai nghiệm thực $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1x_2=81$.

**A.** $m=-4$. **B.** $m=4$. **C.** $m=81$. **D.** $m=-\dfrac{2}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: $\log_3 x_1+\log_3 x_2=\log_3(x_1x_2) \Leftrightarrow m=\log_3 81 \Leftrightarrow 3^m=81 \Leftrightarrow m=4$

**Câu 191.** **[2D2-2]** Phương trình $x\left(\ln^2 x-1\right)=0$ có số nghiệm là

**A.** $3$. **B.** $0$. **C.** $2$. **D.** $1$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: $x\left(\ln^2 x-1\right)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \ln^2 x-1=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \ln x=1 \\ \ln x=-1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\mathrm{e} \\ x=\mathrm{e}^{-1} \end{array}\right.$.

**Câu 192.** **[2D2-2]** Tìm tất cả các điểm cực trị của hàm số $y=x\ln x$.

**A.** $\left\{\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right\}$. **B.** $\left\{\mathrm{e},\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right\}$. **C.** $1$. **D.** $\varnothing$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Tập xác định của hàm số $D=(0;+\infty)$.

$y'=1+\ln x$; $y'=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{e}\in D$.

$y''=\dfrac{1}{x}$; $y''\left(\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right)=\mathrm{e}>0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

Vậy tập tất cả các điểm cực trị của hàm số là $\left\{\dfrac{1}{\mathrm{e}}\right\}$.

**Câu 193.** **[2D2-2]** Biết $\log_2 3=a$, $\log_5 3=b$. Khi đó $\log 3$ tính theo $a$, $b$ là

**A.** $ab$. **B.** $a+b$. **C.** $\dfrac{ab}{a+b}$. **D.** $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có:

$$\log 3=\frac{\log_2 3}{\log_2 10}=\frac{a}{\log_2(2.5)}=\frac{a}{\log_2 2+\log_2 5}=\frac{a}{1+\dfrac{\log_3 5}{\log_3 2}}=\frac{a}{1+\dfrac{\dfrac{1}{\log_5 3}}{\dfrac{1}{\log_2 3}}}=\frac{a}{1+\dfrac{\dfrac{1}{b}}{\dfrac{1}{a}}}=\frac{a}{1+\dfrac{a}{b}}=\frac{ab}{a+b}.$$

**Câu 194.** **[2D2-2]** Nghiệm của phương trình $25^x-15^x-6.9^x=0$ là

**A.** $x=-\log_{\frac{3}{5}} 2$. **B.** $x=-\log_5 3$. **C.** $x=\log_{\frac{5}{3}} 3$. **D.** $x=\log_3 \dfrac{3}{5}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: $25^x-15^x-6.9^x=0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{5}{3}\right)^{2x}-\left(\dfrac{5}{3}\right)^{x}-6=0$ (*)

Đặt $t=\left(\dfrac{5}{3}\right)^{x}$, $(t>0)$

Khi đó phương trình (*) trở thành: $t^2 - t - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3\ (N) \\ t = -2\ (L) \end{array}\right.$

Với $t = 3 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{5}{3}} 3$.

**Câu 195.** **[2D2-2]** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_{0,2}(x+1)}$ là

**A.** $(-1;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $[-1;0]$. **D.** $(-1;0]$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi:

$\left\{\begin{array}{l} x+1>0 \\ \log_{0,2}(x+1) \geq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x>-1 \\ x+1 \leq (0,2)^0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x>-1 \\ x+1 \leq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x>-1 \\ x \leq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow -1 < x \leq 0$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-1;0]$.

**Câu 196.** **[2D2-2]** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - \log_3 x - 2 = 0$ bằng

**A.** $\frac{28}{9}$. **B.** $\frac{25}{3}$. **C.** $\frac{25}{9}$. **D.** $\frac{28}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Điều kiện: $x > 0\ (*)$. Với điều kiện $(*)$ phương trình đã cho tương đương với

$\left[\begin{array}{l} \log_3 x = -1 \\ \log_3 = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{3} \\ x = 9 \end{array}\right.$ (thỏa mãn $(*)$)

Do đó tổng các nghiệm của phương trình đã cho là $\frac{1}{3} + 9 = \frac{28}{3}$.

**Câu 197.** **[2D2-2]** Cho hàm số $y = e^{\sin x + \cos x}$. Khi đó phương trình $y' = 0$ có nghiệm là

**A.** $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$y' = (\sin x + \cos x)' . e^{\sin x + \cos x} = (\cos x - \sin x) . e^{\sin x + \cos x}, \forall x \in \mathbb{R}$

$y' = 0 \Leftrightarrow \cos x - \sin x = 0$ (Do $e^{\sin x + \cos x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$)

$\Leftrightarrow \cos x = \sin x$

$\Leftrightarrow \tan x = 1$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .(TM)

**Câu 198.** **[2D2-2]** Hàm số $y = \frac{1+\sqrt{x}}{\log x - 1}$ có tập xác định là

**A.** $[0;+\infty) \setminus \{10\}$. **B.** $[0;+\infty) \setminus \{e\}$. **C.** $(0;+\infty) \setminus \{e\}$. **D.** $(0;+\infty) \setminus \{10\}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

ĐKXĐ: $\begin{cases} x \ge 0 \\ x > 0 \\ \log x - 1 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \ne 10 \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $(0;+\infty)\backslash\{10\}$.

**Câu 199.** **[2D2-3]** Tìm $m$ để phương trình $4^{\cos x} - (m+1).2^{\cos x+1} - 2m = 0$ có nghiệm?

**A.** $-2-\sqrt{3} \le m \le 0$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m \ge -2+\sqrt{3} \\ m \le -2-\sqrt{3} \end{array}\right.$. **C.** $-2+\sqrt{3} \le m \le 0$. **D.** $\frac{-1}{2} \le m \le 0$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$4^{\cos x} - (m+1).2^{\cos x+1} - 2m = 0 \Leftrightarrow \left(2^{\cos x}\right)^2 - 2(m+1).2^{\cos x} - 2m = 0$

Đặt $t = 2^{\cos x} \Rightarrow t \in \left[\frac{1}{2};2\right]$

Phương trình trở thành $t^2 - 2(m+1).t - 2m = 0 \quad (1)$

Yêu cầu bài toán tương đương tìm $m$ để phương trình (1) có nghiệm với mọi $t \in \left[\frac{1}{2};2\right]$

Ta có (1) $\Leftrightarrow m = \frac{t^2-2t}{2t+2}$. Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2-2t}{2t+2}$, $\forall t \in \left[\frac{1}{2};2\right]$.

$f'(t) = \frac{2t^2+4t-4}{(2t+2)^2} \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2t^2+4t-4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1-\sqrt{3} \\ t = -1+\sqrt{3} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

| $t$ | $\frac{1}{2}$ | | $-1+\sqrt{3}$ | | $2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(t)$ | $\frac{-1}{4}$ | $\searrow$ | $-2+\sqrt{3}$ | $\nearrow$ | $0$ |

Dựa vào bảng biến thiên suy ra, phương trình (1) có nghiệm khi $-2+\sqrt{3} \le m \le 0$.

**Câu 200.** **[2D2-3]** Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $9^x - 2.3^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$.

**A.** $m = 6$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 1$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Đặt $t = 3^x\ (t > 0)$ phương trình trở thành: $t^2 - 6t + m = 0\ (1)$.

Để phương trình đã cho có hai nghiệm thực $x_1,\ x_2$ thỏa mãn $x_1 + x_2 = 1$ điều kiện là phương trình $(1)$ có hai nghiệm thực $t_1,\ t_2 > 0$ thỏa mãn $t_1.t_2 = 3 \Leftrightarrow$ Điều kiện là

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ -\dfrac{b}{a} > 0 \\ \dfrac{c}{a} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 9 - m > 0 \\ -\dfrac{b}{a} = 6 > 0 \\ \dfrac{c}{a} = 3 = m \end{cases} \Leftrightarrow m = 3.$$

**Câu 201.** **[2D2-3]** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để phương trình sau có hai nghiệm thực phân biệt:

$$\log_3\left(1-x^2\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(x+m-4\right)=0$$

**A.** $-\dfrac{1}{4} < m < 0$. **B.** $5 \le m \le \dfrac{21}{4}$. **C.** $5 < m < \dfrac{21}{4}$. **D.** $-\dfrac{1}{4} \le m \le 2$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Điều kiện: $1-x^2>0 \Leftrightarrow -1<x<1$.

Phương trình tương đương:

$$\log_3\left(1-x^2\right)+\log_{\frac{1}{3}}\left(x+m-4\right)=0 \Leftrightarrow \log_3\left(1-x^2\right)=\log_3\left(x+m-4\right) \Leftrightarrow x^2+x=5-m \ (1)$$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(1)$ có hai nghiệm phân biệt trong khoảng $(-1;\ 1)$.

Xét hàm số $y=f\left(x\right)=x^2+x \Rightarrow f'\left(x\right)=2x+1 \Rightarrow f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$

BBT:

| $x$ | $-\infty$ | $-1$ | | $-\dfrac{1}{2}$ | | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | |
| $y$ | | $0$ | $\searrow$ | $-\dfrac{1}{4}$ | $\nearrow$ | $2$ | |

Dựa vào BTT, ta được giá trị $m$ cần tìm $-\dfrac{1}{4}<5-m<0 \Leftrightarrow 5<m<\dfrac{21}{4}$

**Câu 202.** **[2D2-3]** Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực $m$ để phương trình $6^x+\left(3-m\right)2^x-m=0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0;\ 1)$.

**A.** $[3;4]$. **B.** $[2;4]$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(3;4)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{6^x+3.2^x}{2^x+1}=m\ \ (1)$.

Xét hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{6^x+3.2^x}{2^x+1}$ trên $(0;\ 1)$ ta có:

$$f'\left(x\right)=\frac{12^x\left(\ln 6-\ln 2\right)+6^x.\ln 6+3.2^x\ln 2}{\left(2^x+1\right)^2} \Rightarrow f'\left(x\right)>0;\ \forall x\in\left(0;1\right)$$

$\Rightarrow$ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0;1)$.

Do $x \in (0;1) \Leftrightarrow 0 < x < 1 \Rightarrow 2 < f(x) < 4;\ \forall x \in (0;1)$. Vậy để phương trình đã cho có nghiệm điều kiện là $2 < m < 4$

**Câu 203. [2D2-3]** Xét các số thực $a$, $b$ thỏa mãn $a > b > 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức

$$P = \log^2_{\frac{a}{b}}\left(a^2\right) + 3\log_b\left(\frac{a}{b}\right)$$

**A.** $P_{\min} = 19$. **B.** $P_{\min} = 13$. **C.** $P_{\min} = 14$. **D.** $P_{\min} = 15$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có $P = 4\log^2_{\frac{a}{b}} a + \dfrac{3}{\log_{\frac{a}{b}} a - 1}$. Đặt $t = \log_{\frac{a}{b}} a$, do $a > b > 1$ nên $t \in (1;+\infty)$ và biểu thức $P$ trở thành: $P = 4t^2 + \dfrac{3}{t-1} = \dfrac{4t^3 - 4t^2 + 3}{t-1} \Rightarrow P'(t) = \dfrac{(2t-3)(4t^2-2t+1)}{(t-1)^2} \Rightarrow P'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{3}{2}$

BBT:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $t$ | [redacted] | | $\frac{3}{2}$ | | $+\infty$ |
| $P'$ | [redacted] | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $P$ | [redacted] | $\searrow$ | $15$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Từ đó ta có: $P_{\min} = 15$

**Câu 204. [2D2-3]** Xét hàm số $f(t) = \dfrac{9^t}{9^t + m^2}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho $f(x) + f(y) = 1$. Với mọi số thực x, y thỏa mãn $e^{x+y} \le e(x+y)$. Tìm số phần tử của S.

**A.** $0$. **B.** $1$. **C.** Vô số. **D.** $2$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Xét hàm số $y = f(x) = e^x - e.x$ trên $(0;+\infty)$ $\Rightarrow \min\limits_{(0;+\infty)} f(x) = 0$ nên ta có $e^x \ge e.x;\ \forall x \in (0;+\infty)$

nên $e^{x+y} \ge e(x+y);\ \forall x, y > 0$ mà $e^{x+y} \le e(x+y) \Rightarrow e^{x+y} = e(x+y) \Leftrightarrow x + y = 1$.

Do đó ta có: $f(x) + f(y) = 1 \Leftrightarrow f(x) + f(1-x) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{9^x}{9^x + m^2} + \dfrac{9^{1-x}}{9^{1-x} + m^2} = 1$

$\Leftrightarrow 9 + m^2.9^x + 9 + m^2.9^{1-x} = 9 + m^2.9^x + m^2.9^{1-x} + m^4 \Leftrightarrow m^4 = 9 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$

Vậy có hai giá trị của $m$ thỏa mãn đề bài.

**Câu 205. [2D2-3]** Xét các số thực dương $x$, $y$ thỏa mãn $\log_3 \dfrac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P = x + y$.

**A.** $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}-19}{9}$.   **B.** $P_{\min} = \dfrac{9\sqrt{11}+19}{9}$.   **C.** $P_{\min} = \dfrac{18\sqrt{11}-29}{9}$.   **D.** $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{11}-3}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $\log_3 \dfrac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4 \Leftrightarrow \log_3 3(1-xy) + 3(1-xy) = \log_3(x+2y) + (x+2y)$ (1)

Xét hàm số $f(t) = t + \log_3 t$ trên $(0;+\infty)$ ta có: $f'(t) = 1 + \dfrac{1}{t\ln 3} > 0;\ \forall t \in (0;+\infty) \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Mà ta có: $(1) \Leftrightarrow f(3(1-xy)) = f(x+2y) \Leftrightarrow 3(1-xy) = x+2y \Leftrightarrow 3xy + x + 2y - 3 = 0$

$$\Leftrightarrow 3x(P-x) + x + 2(P-x) - 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2+x+3}{3x+2} = P\ (2)$$

Ta có: $P'(x) = \dfrac{9x^2+12x-7}{(3x+2)^2} \Rightarrow P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-2+\sqrt{11}}{3}$

BBT:

| $x$ | [redacted] | | $\frac{-2+\sqrt{11}}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $P'$ | [redacted] | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $P$ | [redacted] | $\searrow$ | $\frac{2\sqrt{11}-3}{3}$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy ta có $P_{\min} = \dfrac{2\sqrt{11}-3}{3}$

**Câu 206. [2D2-3]** Có bao nhiêu giá trị $m$ nguyên trong đoạn $[-2017;2017]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

**A.** $4034$.   **B.** $2018$.   **C.** $2017$.   **D.** $4035$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có $\log(mx) = 2\log(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ mx = (x+1)^2\ (1) \end{cases}$.

$(1) \Leftrightarrow m = x + \dfrac{1}{x} + 2$ ( vì $x = 0$ không là nghiệm của phương trình $(1)$ ).

Để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất thì phương trình $m = x + \dfrac{1}{x} + 2$ có duy nhất một nghiệm trên $(-1;+\infty)$.

Xét hàm số $f(x) = x + \dfrac{1}{x} + 2$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.Ta có bảng biến thiên của $f(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | \|\| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ \|\| $+\infty$ | $\searrow$ | $4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $m=f(x)$ có duy nhất một nghiệm trên $(-1;+\infty)$

Khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l}m<0\\m=4\end{array}\right.$. Vậy trong đoạn $[-2017;2017]$ có $2018$ số nguyên thỏa mãn đề bài.

**Câu 207.** **[2D2-3]** Cho phương trình $\log_{0,5}(m+6x)+\log_2(3-2x-x^2)=0$ ($m$ là tham số). Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của $m$ để phương trình có nghiệm thực?

**A.** $17$. **B.** $18$. **C.** $23$. **D.** $15$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Điều kiện $\begin{cases}m+6x>0\\3-2x-x^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3<x<1\\m+6x>0\end{cases}$.

Khi đó, $\log_{0,5}(m+6x)+\log_2(3-2x-x^2)=0\Leftrightarrow\log_2(3-2x-x^2)=\log_2(m+6x)$

$\Leftrightarrow 3-2x-x^2=m+6x\Leftrightarrow 3-8x-x^2=m$ $(*)$.

Xét hàm số $f(x)=-x^2-8x+3$ trên $(-3;1)$, ta có $f'(x)=-2x-8$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=-4$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-4$ | $-3$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | | $-$ | |
| $f(x)$ | | $18$ | $\searrow$ | $-6$ |

Từ BBT suy ra phương trình $(*)$ có nghiệm trên $(-3;1)\Leftrightarrow -6<m<18$.

Do $m$ nguyên dương nên $m\in\{1;2;...;17\}$.

**Câu 208.** **[2D2-4]** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $x,y$ thỏa mãn phương trình $\log_2 x-\log_2 y=\log_2(x-y)$

**A.** $1$. **B.** $4$. **C.** $2$. **D.** Vô số.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $\log_2 x-\log_2 y=\log_2(x-y)\Leftrightarrow\log_2\frac{x}{y}=\log_2(x-y)\Leftrightarrow\frac{x}{y}=x-y\Leftrightarrow x=\frac{-y^2}{1-y}$.

Ta có: $x>y>0\Rightarrow\frac{-y^2}{1-y}>y\Rightarrow\frac{-y}{1-y}>1\Rightarrow\frac{1}{1-y}<0\Rightarrow y<1$.

Nên $x=\dfrac{-y^2}{1-y}, 0<y<1$.

**Câu 209.** **[2D2.5-4]** **(CH.QUANG TRUNG-BPU-L1-1819)** Cho $m$, $n$ là các số nguyên dương khác $1$. Gọi $P$ là tích các nghiệm của phương trình $2018(\log_m x)(\log_n x)=2017\log_m x+2018\log_n x+2019$. $P$ nguyên và đạt giá trị nhỏ nhất khi:

**A.** $m.n=2^{2020}$. **B.** $m.n=2^{2017}$. **C.** $m.n=2^{2019}$. **D.** $m.n=2^{2018}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Điều kiện: $x>0$.

Với điều kiện đó phương trình đã cho được biến đổi tương đương thành phương trình:

$2018(\log_m x)(\log_n m.\log_m x)-2017\log_m x-2018\log_n m.\log_m x-2019=0\ (1)$.

Đặt $t=\log_m x$, $t\in\mathbb{R}$. Khi đó phương trình $(1)$ trở thành phương trình:

$2018(\log_n m)t^2-(2017+2018\log_n m)t-2019=0\ \ (2)$.

Do phương trình $(2)$ có $2018\log_n m.(-2019)<0$ nên phương trình $(2)$ có hai nghiệm trái dấu, do đó phương trình $(1)$ luôn có hai nghiệm dương phân biệt $x_1, x_2$.

Xét $\log_m x_1x_2=\log_m x_1+\log_m x_2=\dfrac{2017+2018\log_n m}{2018\log_n m}=\dfrac{2017}{2018\log_n m}+1$.

Suy ra: $x_1x_2=m^{\frac{2017}{2018\log_n m}+1}=m^{\frac{2017}{2018}\log_m n+1}=m.n^{\frac{2017}{2018}}$.

Theo bài $m$ là số nguyên dương khác 1 nên $m\ge 2$, do đó $P=x_1x_2\ge 2\sqrt[2018]{n^{2017}}$.

Mặt khác $n$ là số nguyên dương khác 1 nên $n\ge 2$ và $2017$, $2018$ là hai số nguyên tố cùng nhau nên để $P$ nguyên và có giá trị nhỏ nhất khi $n=2^{2018}$. Lúc đó $m.n=2.2^{2018}=2^{2019}$.

**Câu 210.** **[2D2-4]** Cho $x$, $y$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right)=2x-4y+1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{2x^4-2x^2y^2+6x^2}{(x+y)^3}$ bằng

**A.** $4$. **B.** $\dfrac{9}{4}$. **C.** $\dfrac{16}{9}$. **D.** $\dfrac{25}{9}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Điều kiện: $\dfrac{x+4y}{x+y}>0$

$\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right)=2x-4y+1\Leftrightarrow\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right)-1=2x-4y\Leftrightarrow\log_2\left(\dfrac{x+4y}{2x+2y}\right)=2x-4y$

$\Leftrightarrow\log_2\left(\dfrac{x+4y}{2x+2y}\right)=2(2x+2y)-2(x+4y)$

$\Leftrightarrow\log_2(x+4y)+2(x+4y)=\log_2(2x+2y)+2(2x+2y)$

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+2t$ với $t\in(0;+\infty)$

$f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}+2>0$ với $t\in(0;+\infty)$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $t\in(0;+\infty)$.

Nên $x+4y=2x+2y \Leftrightarrow x=2y$.

$$P=\frac{2x^4-2x^2y^2+6x^2}{(x+y)^3}=\frac{8}{9}y+\frac{8}{9y}\ge 2\sqrt{\frac{8}{9}y.\frac{8}{9y}}=\frac{16}{9}.$$

**Câu 211. [2D2-4]** Tìm tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\log_2(2\sin x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(\cos 2x+m)=0$ có nghiệm:

**A.** $\left[-\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left[-\frac{1}{2};2\right]$. **C.** $\left(-\frac{1}{2}+\infty\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};2\right]$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Điều kiện: $\begin{cases}2\sin x-1>0\\ \cos 2x+m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\frac{\pi}{6}+k2\pi<x<\frac{5\pi}{6}+k2\pi\\ m>-\frac{1}{2}\end{cases}$

Phương trình tương đương

$\log_2(2\sin x-1)=\log_2(\cos 2x+m) \Leftrightarrow 2\sin x-1=\cos 2x+m$

$\Leftrightarrow 2\sin^2 x+2\sin x-2=m(1)$

Xét hàm số $y=2t^2+2t-2\,(t=\sin x);\frac{1}{2}<t\le 1$ có đồ thị là parabol

Ta có bảng biến thiên:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $t$ | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ 1 | |
| $y$ | $\searrow$ $-\frac{5}{2}$ $\nearrow$ | $-\frac{1}{2}$ 2 $\nearrow$ | |

Phương trình $(1)$ có nghiệm thì $m\in\left(-\frac{1}{2};2\right]$

**Câu 212. [2D2-4]** Số giá trị nguyên của $m\in(-200;200)$ để $3.a^{\sqrt{\log_a b}}-b^{\sqrt{\log_b a}}>m.\sqrt{\log_a b}+2$ với mọi $a$, $b\in(1;+\infty)$ là

**A.** $200$. **B.** $199$. **C.** $2199$. **D.** $2002$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đặt $\sqrt{\log_a b}=x$, $x>0$.

Suy ra $b=a^{x^2}$.

Khi đó $3.a^{\sqrt{\log_a b}}-b^{\sqrt{\log_b a}}>m.\sqrt{\log_a b}+2 \Leftrightarrow 3.a^x-\left(a^{x^2}\right)^{\frac{1}{x}}>m.x+2 \Leftrightarrow \frac{2.a^x-2}{x}>m$.

Xét hàm số $f(x)=\frac{2.a^x-2}{x}$, với $x>0$.

có $f'(x)=\frac{2a^x(x.\ln a+2)}{x^2}>0$, $\forall x\in(0;+\infty)$ nên $f(x)$ liên tục và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Bảng biến thiên

| $x$ | | $0$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | | $2\ln a$ $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT ta thấy $m < f(x) \Leftrightarrow m < 2\ln a$.

Vì $\ln a > 0, \forall a > 1$, do đó $3.a^{\sqrt{\log_a b}} - b^{\sqrt{\log_b a}} > m.\sqrt{\log_a b} + 2$ với mọi $a$, $b \in (1;+\infty)$ thì $m \le 0$.

Và $m \in (-200;200)$ nguyên nên có $200$ số nguyên $m$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 213.** **[2D2-4]** Cho tập hợp $A = \left\{2^k \mid k = \overline{1,...,10}\right\}$ có $10$ phần tử là các lũy thừa của $2$. Chọn ngẫu nhiên từ tập $A$ hai số khác nhau theo thứ tự $a$ và $b$. Xác suất để $\log_a b$ là một số nguyên bằng

**A.** $\dfrac{17}{90}$. **B.** $\dfrac{3}{10}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{19}{90}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = A_{10}^2 = 90$.

Giả sử $a = 2^m$, $b = 2^n$, khi đó $\log_a b = \log_{2^m} 2^n = \dfrac{n}{m}$ là một số nguyên thì $m$ là ước của $n$.

+ $m = 1$ thì có $9$ cách chọn $n$, $n \in \{2;3;...;10\}$.

+ $m = 2$ thì có $4$ cách chọn $n$, $n \in \{4;6;8;10\}$.

+ $m = 3$ thì có $2$ cách chọn $n$, $n \in \{6;9\}$.

+ $m = 4$ thì có $1$ cách chọn $n$, $n = 8$.

+ $m = 5$ thì có $1$ cách chọn $n$, $n = 10$.

+ $m \in \{6;7;8;9;10\}$ :không xảy ra.

Suy ra số phần tử của biến cố $\log_a b$ là một số nguyên là $9+4+2+1+1 = 17$.

Xác suất cần tìm là $\dfrac{17}{90}$.

**Câu 214.** **[2D2-4]** Xét các số thực $x$, $y$ thỏa mãn $x^2 + y^2 > 1$ và $\log_{x^2+y^2}(2x+3y) \ge 1$. Giá trị lớn nhất $P_{max}$ của biểu thức $P = 2x + y$ bằng

**A.** $P_{max} = \dfrac{19+\sqrt{19}}{2}$. **B.** $P_{max} = \dfrac{7+\sqrt{65}}{2}$. **C.** $P_{max} = \dfrac{11+10\sqrt{2}}{3}$. **D.** $P_{max} = \dfrac{7-\sqrt{10}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có: $\log_{x^2+y^2}(2x+3y) \ge 1 \Leftrightarrow 2x+3y \ge x^2+y^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + y^2 - 3y \le 0$.

$\Delta_x' = 1 - (y^2 - 3y) = -y^2 + 3y + 1$.

Để tồn tại $x$, $y$ thì $\Delta_x{}' \geq 0 \Leftrightarrow y \in \left[\dfrac{3-\sqrt{13}}{2};\dfrac{3+\sqrt{13}}{2}\right]$.

Khi đó $x = 1 \pm \sqrt{-y^2+3y+1}$.

Ta có: $P = 2x + y \leq 2\left(1+\sqrt{-y^2+3y+1}\right) + y = f(y)$.

$$f'(y) = \frac{-2y+3}{\sqrt{-y^2+3y+1}} + 1.$$

$$f'(y) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{-y^2+3y+1} = 2y-3 \;\Leftrightarrow -y^2+3y+1 = 4y^2-12y+9,\; \left(\forall y \in \left[\frac{3}{2};\frac{3+\sqrt{13}}{2}\right)\right).$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{15+\sqrt{65}}{10}.$$

Bảng biến thiên.

| $y$ | $\frac{3-\sqrt{13}}{2}$ | | $\frac{15+\sqrt{65}}{10}$ | | $\frac{3+\sqrt{13}}{2}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(y)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(y)$ | | $\nearrow$ | $\frac{7+\sqrt{65}}{2}$ | $\searrow$ | |

Do đó $P = x + 2y \leq \dfrac{7+\sqrt{65}}{2}$

Vậy $P_{Max} = \dfrac{7+\sqrt{65}}{2}$ khi $\begin{cases} y = \dfrac{15+\sqrt{65}}{10} \\ x = 1+\sqrt{-y^2+3y+1} = \dfrac{5+\sqrt{65}}{5} \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2>1$)

**Câu 215.** **[2D2-4]** Xét $x, y$ là các số thực dương thỏa mãn $\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right) = 2x-4y+1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = \dfrac{2x^4-2x^2y^2+6x^2}{(x+y)^3}$ bằng

**A.** $\dfrac{25}{9}$. **B.** $4$. **C.** $\dfrac{9}{4}$. **D.** $\dfrac{16}{9}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có: $\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right) = 2x-4y+1 \Leftrightarrow \log_2\left(\dfrac{x+4y}{2x+2y}\right) = 2x-4y$

$\Leftrightarrow \log_2(x+4y) + 2(x+4y) = \log_2(2x+2y) + 2(2x+2y)$

Xét hàm số $f(t) = \ln t + 2t$ trên $(0;+\infty)$ ta có $f'(t) = \dfrac{1}{t\ln 2} + 2 > 0;\ \forall t \in (0;+\infty)$ nên ta có:

$$x+4y = 2x+2y \Leftrightarrow x = 2y$$

Thay vào $P$ ta được $P = \dfrac{2x^4-2x^2y^2+6x^2}{(x+y)^3} = \dfrac{24}{27}\left(y+\dfrac{1}{y}\right) \geq \dfrac{16}{9}$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = 2; y = 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P$ là $\min P=\dfrac{16}{9}$.

Chú ý:

Với $\log_2\left(\dfrac{x+4y}{x+y}\right)=2x-4y+1$, cho $y=100$ solve ta được $x=200$ nên dự đoán được $x=2y$.

**Câu 216.** **[2D2-4]** Cho phương trình $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_{2017}\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=\log_a\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(1;2018)$ của tham số $a$ sao cho phương trình đã cho có nghiệm lớn hơn $3$?

**A.** 20. **B.** 19. **C.** 18. **D.** 17.

**Lời giải**

**Chọn C.**

- Nhận thấy:với $x>3$ thì $\sqrt{x^2-1}<\sqrt{x^2}=x \Rightarrow x-\sqrt{x^2-1}>0$ và $x+\sqrt{x^2-1}>0$.

Ta có: $\log_2\left(x-\sqrt{x^2-1}\right).\log_{2017}\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)=\log_a\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x+\sqrt{x^2-1}\right).\log_{2017}\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_a 2.\log_2\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$

$\Leftrightarrow \log_{2017}\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)=\log_a 2$ $(1)$ (vì $\log_2\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)>0$, $\forall x>3$).

- Xét hàm số $f(x)=\log_{2017}\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)$ trên khoảng $(3;+\infty)$.

Có: $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}.\ln 2017} \Rightarrow f'(x)>0$, $\forall x>3$.

BBT:

| $x$ | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | $f(3)$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

- Từ BBT ta thấy:phương trình $(1)$ có nghiệm lớn hơn 3 $\Leftrightarrow \log_2 a>f(3)$

$\Leftrightarrow \log_2 a>\log_{2017}\left(3+2\sqrt{2}\right) \Leftrightarrow \log_2 a<\log_{3+2\sqrt{2}}2017$ (do $a>1$)

$\Leftrightarrow a<2^{\log_{3+2\sqrt{2}}2017}\approx 19{,}9$. Lại do $a$ nguyên thuộc khoảng $(1;2018)$ nên $a\in\{2;3;...;19\}$.

Vậy có $18$ giá trị của $a$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 217.** **[2D2-4]** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để phương trình $5^{\sin^2 x}+6^{\cos^2 x}=7^{\cos^2 x}.\log_2 m$ có nghiệm?

**A.** $63$. **B.** $64$. **C.** $6$. **D.** $62$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có

$5^{\sin^2 x}+6^{\cos^2 x}=7^{\cos^2 x}.\log_2 m \Leftrightarrow \log_2 m=\dfrac{5^{1-\cos^2 x}}{7^{\cos^2 x}}+\left(\dfrac{6}{7}\right)^{\cos^2 x} \Leftrightarrow \log_2 m=5.\left(\dfrac{1}{35}\right)^{\cos^2 x}+\left(\dfrac{6}{7}\right)^{\cos^2 x}$ $(1)$.

Đặt $t=\cos^2 x$, với $0\le t\le 1$ ta có $f\left(t\right)=5.\left(\frac{1}{35}\right)^t+\left(\frac{6}{7}\right)^t$ nghịch biến trên đoạn $\left[0;1\right]$ nên $f\left(1\right)\le f\left(t\right)\le f\left(0\right)$, $\forall t\in\left[0;1\right]$ hay $1\le f\left(t\right)\le 6$, $\forall t\in\left[0;1\right]$.

Phương trình $\left(1\right)$ có nghiệm $\Leftrightarrow 1\le \log_2 m\le 6\Leftrightarrow 2\le m\le 64$.

Vậy có tất cả $63$ giá trị nguyên dương của tham số $m$ thỏa yêu cầu bài toán.

**Câu 218.** **[2D2-4]** Giả sử tồn tại số thực $a$ sao cho phương trình $e^x+e^{-x}=2\cos ax+4$ có $10$ nghiệm thực phân biệt. Số nghiệm (phân biệt) của phương trình $e^x-e^{-x}=2\cos ax$ là

**A.** $5$. **B.** $20$. **C.** $10$. **D.** $4$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có $e^x+e^{-x}=2\cos ax+4\Leftrightarrow\left(e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}\right)^2=2\cos ax+2\Leftrightarrow\left(e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}\right)^2=\left(2\cos\frac{ax}{2}\right)^2$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}=2\cos\frac{ax}{2} & \left(1\right)\\ e^{\frac{x}{2}}-e^{-\frac{x}{2}}=-2\cos\frac{ax}{2} & \left(2\right)\end{array}\right.$$

Nhận thấy $x=0$ không là nghiệm của phương trình đã cho.

Nếu $x=x_0$ là nghiệm của $\left(1\right)$ thì $x=-x_0$ là nghiệm của $\left(2\right)$.

Do đó số nghiệm của $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ bằng nhau và đồng thời khác nhau đôi một.

$\Rightarrow\left(1\right)$ có đúng $5$ nghiệm $x_1$; $x_2$; $x_3$; $x_4$; $x_5$.

Vậy phương trình $e^x-e^{-x}=2\cos ax$ có đúng $5$ nghiệm phân biệt là $\frac{x_1}{2}$, $\frac{x_2}{2}$; $\frac{x_3}{2}$; $\frac{x_4}{2}$; $\frac{x_5}{2}$.

**Câu 219.** **[2D2-4]** Có bao nhiêu số nguyên $m$ để phương trình $\ln\left(m+2\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)\right)=\sin x$ có nghiệm thực?

**A.** $5$. **B.** $4$. **C.** $3$. **D.** $6$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Điều kiện: $\begin{cases} m+2\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)>0\\ m+3\sin x>0\end{cases}$.

Phương trình đã cho tương đương: $m+2\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)=e^{\sin x}$.

$$\Leftrightarrow m+3\sin x+\ln\left(m+3\sin x\right)=e^{\sin x}+\sin x.$$

$$\Leftrightarrow e^{\ln\left(m+3\sin x\right)}+\ln\left(m+3\sin x\right)=e^{\sin x}+\sin x,\ \left(1\right).$$

Xét $f\left(t\right)=e^t+t$, $t\in\mathbb{R}$.

Ta có $f'\left(t\right)=e^t+1>0$, $\forall t\in\mathbb{R}$. Nên hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy $\left(1\right)\Leftrightarrow f\left[\ln\left(m+3\sin x\right)\right]=f\left(\sin x\right)\Leftrightarrow\ln\left(m+3\sin x\right)=\sin x$.

Đặt $a=\sin x$, $a\in\left[-1;1\right]$. Phương trình trở thành: $\ln\left(m+3a\right)=a\Leftrightarrow m=e^a-3a$.

Xét $g\left(a\right)=e^a-3a$, $a\in\left[-1;1\right]$, $g'\left(a\right)=e^a-3<0$, $\forall a\in\left[-1;1\right]$.

Vậy để phương trình có nghiệm thực thì $g\left(1\right)\le m\le g\left(-1\right)\Leftrightarrow e-3\le m\le \dfrac{1}{e}+3$.

Vậy có $4$ giá trị nguyên của tham số $m$ là $0;1;2;3$.

**Câu 220. [2D2-4]** Cho $x$, $y$ là các số thực dương thỏa mãn $xy\le 4y-1$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\dfrac{6\left(2x+y\right)}{x}+\ln\dfrac{x+2y}{y}$ là $a+\ln b$. Giá trị của tích $a.b$ là

**A.** $45$. **B.** $81$. **C.** $115$. **D.** $108$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Từ giả thiết, ta có $xy\le 4y-1$ nên $\dfrac{x}{y}\le \dfrac{4}{y}-\dfrac{1}{y^2}$.

Đặt $t=\dfrac{x}{y}$, ta có $0<t\le 4$ (vì $\dfrac{4}{y}-\dfrac{1}{y^2}\le 4$, $\forall y>0$).

Ta có $P=12+\dfrac{6}{t}+\ln\left(t+2\right)$; $P'\left(t\right)=-\dfrac{6}{t^2}+\dfrac{1}{t+2}<0$, với mọi $0<t\le 4$.

Do đó $P_{\min}=P\left(4\right)=\dfrac{27}{2}+\ln 6$. Suy ra $a=\dfrac{27}{2}$, $b=6$ nên $a.b=81$.

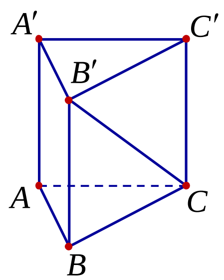
## PHẦN 3. KHỐI ĐA DIỆN VÀ THỂ TÍCH CỦA CHÚNG

**Câu 221. [2H1-1]** Cho lăng trụ tam giác đều cạnh đáy bằng $a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ đó là

**A.** $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Gọi khối lăng trụ tam giác đều là $ABC.A'B'C'$. Có $S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

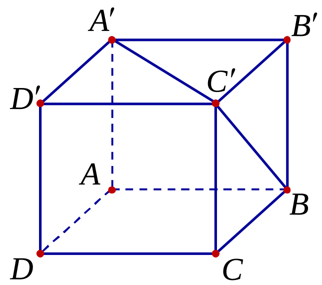
Thể tích khối lăng trụ: $V=a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3a^3}{4}$.

**Câu 222. [2H1-1]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $BC'=2a$. Thể tích khối lập phương đó bằng

**A.** $2\sqrt{2}a^3$. **B.** $a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $3\sqrt{3}a^3$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Mặt bên $BCC'B'$ có đường chéo $BC' = 2a$ thì độ dài cạnh $BC = \frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối lập phương: $V = \left(a\sqrt{2}\right)^3 = 2\sqrt{2}a^3$.

**Câu 223.** **[2H1-1]** Diện tích toàn phần của hình lập phương bằng $96\,\text{cm}^2$. Khi đó thể tích của khối lập phương là

**A.** $6\sqrt{6}\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $64\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $48\sqrt{6}\left(\text{cm}^3\right)$ **D.** $27\left(\text{cm}^3\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Gọi cạnh hình lập phương là $a$. Hình lập phương có tất cả $6$ mặt nên diện tích toàn phần hình lập phương là $6a^2 = 96 \Rightarrow a = 4\left(\text{cm}\right)$. Do đó thể tích hình lập phương là $V = 4^3 = 64\left(\text{cm}^3\right)$.

**Câu 224.** **[2H1-1]** Khi tăng tất cả các cạnh của một hình hộp chữ nhật lên gấp đôi thì thể tích của khối hộp chữ nhật tương ứng sẽ:

**A.** tăng $2$ lần. **B.** tăng $4$ lần. **C.** tăng $6$ lần. **D.** tăng $8$ lần.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Gọi $a$, $b$, $c$ lần lượt là ba cạnh của hình lập phương, khi đó thể tích hình lập phương là $V_1 = abc$.

Khi tăng tất cả các cạnh của một hình hộp chữ nhật lên gấp đôi thì thể tích của khối hộp chữ nhật tương ứng là $V_2 = 2a.2b.2c = 8abc = 8V_1$. Vậy thể tích tăng 8 lần.

**Câu 225.** **[2H1-1]** Tính thể tích $V$ của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

**A.** $V = a^3$. **B.** $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. **C.** $V = 3\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = \frac{1}{3}a^3$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có $AB = \frac{AC'}{\sqrt{3}} = a$.

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = a^3$.

**Câu 226.** **[2H1-1]** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$, cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Tính thể tích $V$ của khối chóp $S.ABCD$.

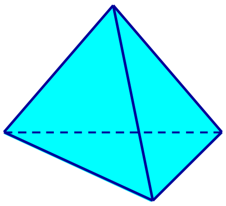
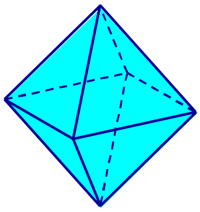
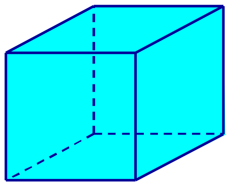
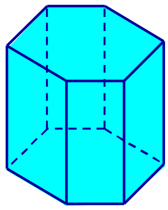
**A.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. **C.** $V = \sqrt{2}a^3$. **D.** $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

$$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

**Câu 227.** **[2H1-1]** Hình đa diện nào dưới đây không có tâm đối xứng?

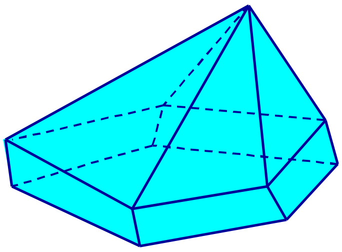
**A.** Tứ diện đều. **B.** Bát diện đều.

**C.** Hình lập phương. **D.** Lăng trụ lục giác đều.

**Lời giải**

**Chọn A.**

**Câu 228.** **[2H1-1]** Hình đa diện trong hình vẽ bên có bao nhiêu mặt?



**A.** $6$. **B.** $10$. **C.** $12$. **D.** $11$.

**Lời giải**

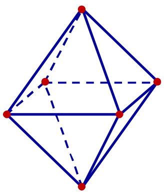
**Chọn D.**

**Câu 229.** **[2H1-1]** Khối bát diện đều là khối đa diện đều loại

**A.** $\{5;3\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{3;4\}$.

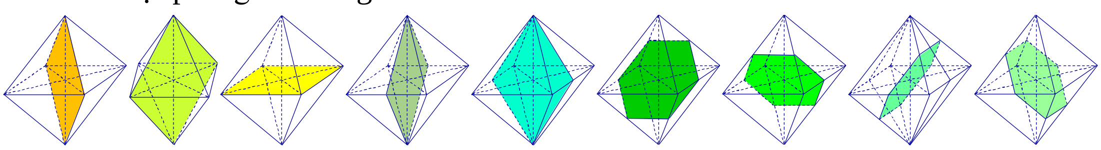
**Lời giải**

**Chọn A.**



Khối bát diện diện đều có: mỗi mặt là tam giác đều, mỗi đỉnh là đỉnh chung của $4$ cạnh nên thuộc loại $\{3;4\}$.

- Ghi nhớ thêm về **khối bát diện đều**:
  - Có số đỉnh $(Đ)$; số mặt $(M)$; số cạnh $(C)$ lần lượt là $Đ=6$, $M=8$, $C=12$.
  - Diện tích tất cả các mặt của khối bát diện đều cạnh $a$ là $S=2a^2\sqrt{3}$.
  - Thể tích khối bát diện đều cạnh $a$ là $S=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.
  - Bán kính mặt cầu ngoại tiếp là $R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
  - Gồm $9$ mặt phẳng đối xứng:



**Câu 230.** **[2H1-1]** Mặt phẳng $(AB'C')$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

**A.** Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

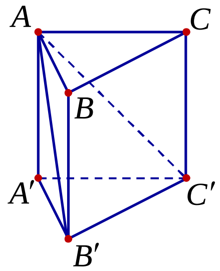
**B.** Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

**C.** Hai khối chóp tam giác.

**D.** Hai khối chóp tứ giác.

**Lời giải**

**Chọn B.**

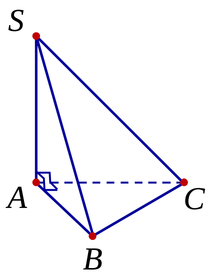



**Câu 231.** **[2H1-1]** Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích $V$ của khối chóp $S.ABC$.

**A.** $V = 40$. **B.** $V = 192$. **C.** $V = 32$. **D.** $V = 24$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Do tam giác $ABC$ có: $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow$ tam giác $ABC$ vuông tại $A$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{6} AS \cdot AB \cdot AC = \dfrac{1}{6} \cdot 4 \cdot 8 \cdot 6 = 32$.

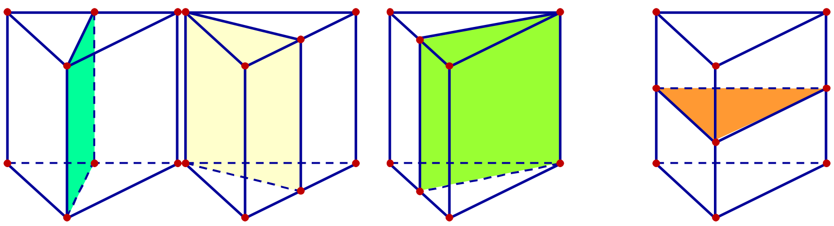
**Câu 232.** **[2H1-1]** Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

**A.** 4 mặt phẳng. **B.** 1 mặt phẳng. **C.** 2 mặt phẳng. **D.** 3 mặt phẳng.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.

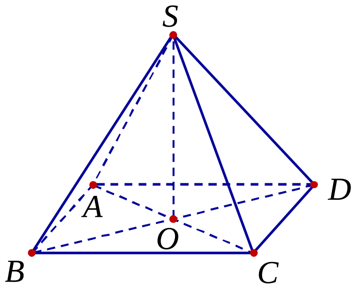


**Câu 233.** **[2H1-2]** Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 3a$; $AD = 4a$; các cạnh bên bằng nhau bằng $5a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

**A.** $\dfrac{9a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{10a^3}{\sqrt{3}}$. **C.** $9\sqrt{3}a^3$. **D.** $10\sqrt{3}a^3$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Gọi $O$ là tâm hình vuông $ABCD$. Hình chóp $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Ta có: $OA = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{1}{2}.\sqrt{(3a^2)+(4a^2)} = \dfrac{5a}{2}$.

Hình chóp có đường cao $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{25a^2 - \left(\dfrac{5a}{2}\right)^2} = \dfrac{5\sqrt{3}a}{2}$.

Diện tích đáy của hình chóp: $S_{ABCD} = 3a.4a = 12a^2$.

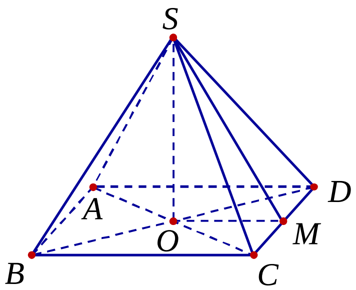
Thể tích của khối chóp: $V = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{5\sqrt{3}a}{2}\cdot 12a^2 = 10\sqrt{3}a^3$.

**Câu 234.** **[2H1-2]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh đáy bằng $a$ và mặt bên tạo với mặt đáy một góc $45°$. Thể tích của khối chóp đó là

**A.** $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{9}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Gọi $O$ là tâm của hình vuông $ABCD$, $M$ là trung điểm $CD$.

Ta có $((SCD);(ABCD)) = (SM;MO) = \widehat{SMO}$. Ta được $\widehat{SMO} = 45°$.

Hình chóp có đường cao $SO = OM = \dfrac{a}{2}$. Diện tích đáy của hình chóp: $S_{ABCD} = a^2$.

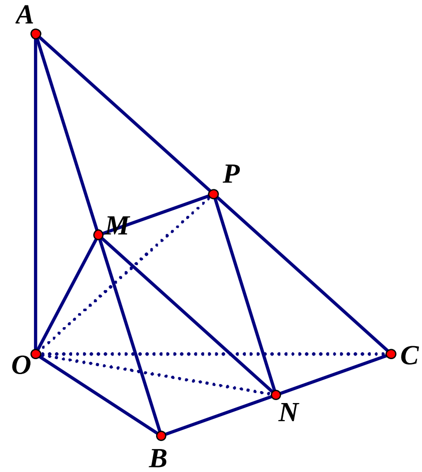
Thể tích của khối chóp: $V = \dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a}{2}\cdot a^2 = \dfrac{a^3}{6}$.

**Câu 235.** **[2H1-2]** Cho tứ diện $OABC$ có $OA$, $OB$, $OC$ đôi một vuông góc; $OA = 4a$, $OB = 7a$, $OC = 6a$. Gọi $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB$, $BC$, $CA$. Thể tích tứ diện $OMNP$ bằng

**A.** $\dfrac{7a^3}{2}$. **B.** $14a^3$. **C.** $\dfrac{28a^3}{3}$. **D.** $7a^3$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Khối tứ diện $OABC$ có đường cao bằng đường cao kẻ từ $O$ của tứ diện $OABC$; diện tích đáy $S\left(MNP\right)=\frac{1}{4}S\left(ABC\right)$. Suy ra $V\left(OMNP\right)=\frac{1}{4}V\left(OABC\right)$.

Mặt khác $S\left(OBC\right)=\frac{1}{2}.7a.6a=21a^2$, ta được $V_{OABC}=\frac{1}{3}\cdot 4a.21a^2=28a^3$.

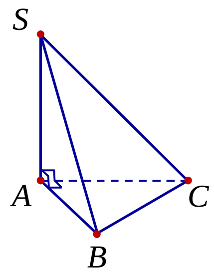
Vậy $V_{OMNP}=\frac{1}{4}.V_{OABC}=\frac{1}{4}\cdot 28a^3=7a^3$.

**Câu 236.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt đáy, $SA=a\sqrt{3}$, $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$, $BC=2a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

**A.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lờigiải

**Chọn B.**




Xét tam giác $ABC$, có: $BC^2=AB^2+AC^2$.

Suy ra tam giác $ABC$ vuông tại $A$.

Diện tích của tam giác $ABC$: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

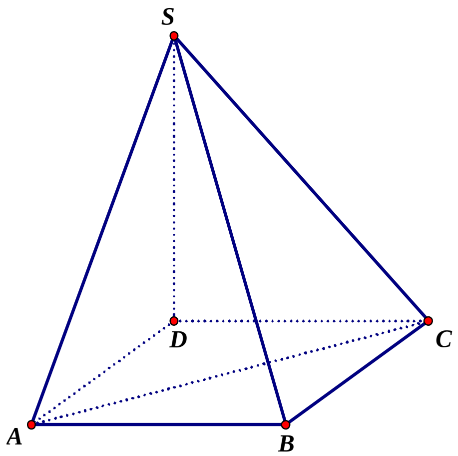
Thể tích của khối chóp $S.ABC$: $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\frac{a^3}{2}$.

**Câu 237.** **[2H1-2]** Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $a$, có $\widehat{BAD}=45°$. Biết rằng $SD$ vuông góc với $\left(ABCD\right)$ và $SD=a\sqrt{2}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

**A.** $2a^3$. **B.** $a^3$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Khối chóp $S.ABC$ có đường cao $SD = a\sqrt{2}$. Có $\widehat{BAD} = 45° \Rightarrow \widehat{ABC} = 135°$.

Ta được $S(ABC) = \dfrac{1}{2}.a.a.\sin 135° = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

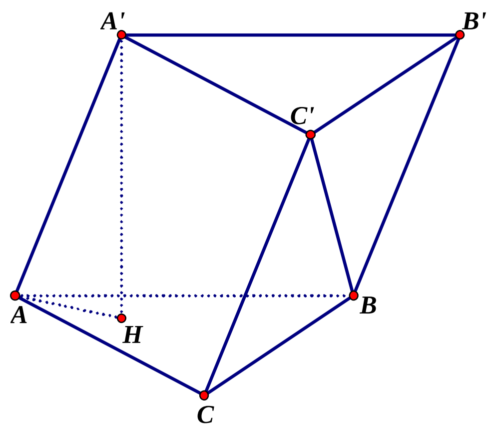
Thể tích khối chóp $S.ABC$: $V(S.ABC) = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.\dfrac{a^2\sqrt{2}}{4} = \dfrac{a^3}{6}$.

**Câu 238.** **[2H1-2]** Cho hình lăng trụ xiên $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Biết cạnh bên tạo với $(ABC)$ góc $60°$. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

**A.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $A'$ trên $(ABC)$. Ta có

$(AA';(ABC)) = (AA';AH) = \widehat{A'AH}$.

Ta được $\widehat{A'AH} = 60°$. Suy ra $A'H = AA'.\sin 60° = a\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a}{2}$.

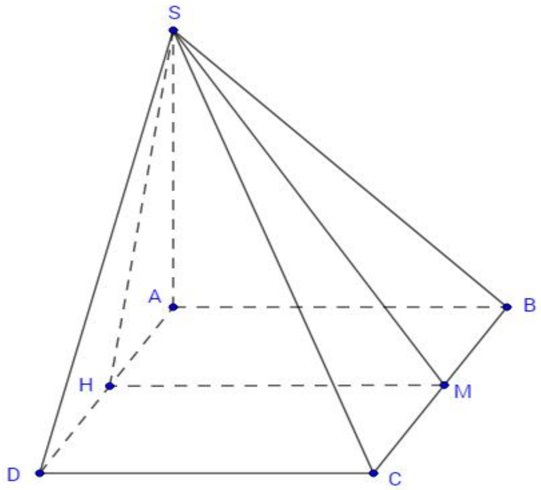
Thể tích khối lăng trụ: $V = A'H.S_{ABC} = \dfrac{3a}{2}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$.

**Câu 239.** **[1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$. Biết $SAD$ là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi $\beta$ là góc giữa $(SBC)$ và $(ABCD)$. Khi đó $\cos\beta$ bằng

**A.** $\dfrac{2}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Gọi $H$ là trung điểm $AD$, $M$ là trung điểm $BC$.

Ta có: $\left.\begin{array}{l}(SAD)\perp(ABCD)\\(SAD)\cap(ABCD)=AD\\SH\subset(SAD),SH\perp AD\end{array}\right\}\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Mặt khác: $\left.\begin{array}{l}(SBC)\cap(ABCD)=BC\\HM\perp BC\\SM\perp BC\end{array}\right\}\Rightarrow\left(\widehat{(SBC),(ABCD)}\right)=\left(\widehat{SM,HM}\right)=\widehat{SMH}=\beta$.

Tam giác $SAD$ đề cạnh $a$ nên $SH=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$.

Tam giác $SHM$ vuông tại $H$ có:

$$SM=\sqrt{SH^2+HM^2}=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2+a^2}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}a.$$

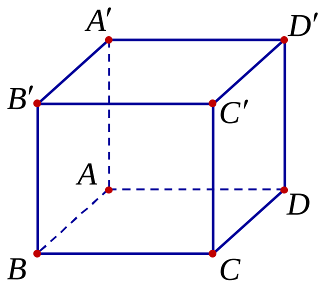
Vậy, $\cos\beta=\dfrac{HM}{SM}=\dfrac{a}{\dfrac{\sqrt{7}}{2}a}=\dfrac{2}{\sqrt{7}}$.

**Câu 240.** **[2H1-2]** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông cân tại $B$, cạnh bên $CC'=a\sqrt{3}$. Biết thể tích của lăng trụ bằng $2\sqrt{3}a^3$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $AB$ và $CC'$ bằng

**A.** $a\sqrt{2}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Ta có: $V_{ABC.A'B'C'}=2\sqrt{3}a^3=CC'.S_{ABC}=a\sqrt{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC=\frac{\sqrt{3}}{2}a\cdot AB^2\Rightarrow AB=2a=BC$.

Mặt khác: $\begin{cases}BC\perp AB\\BC\perp CC'\end{cases}\Rightarrow BC$ là đoạn vuông góc chung của $AB$ và $CC'$.

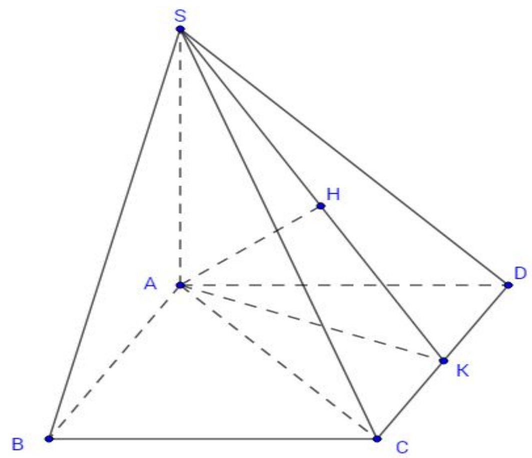
Vậy, $d\left(AB,CC'\right)=BC=2a$.

**Câu 241.** **[1H3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a$, $\widehat{ABC}=60^\circ$, $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với đáy. Khoảng cách từ $A$ đến $\left(SCD\right)$ bằng

**A.** $\frac{\sqrt{15}a}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}a}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Ta có: $\begin{cases}AB=BC=a\\\widehat{ABC}=60^\circ\end{cases}\Rightarrow\Delta ABC$ và $\Delta ACD$ là hai tam giác đều cạnh $a$.

Gọi $K$ là trung điểm $CD$, ta có: $\begin{cases}CD\perp AK\\CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp\left(SAK\right)\Rightarrow\left(SAK\right)\perp\left(SCD\right)$.

Gọi $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ lên $SK$.

Vì $\begin{cases}\left(SAK\right)\perp\left(SCD\right)\\\left(SAK\right)\cap\left(SCD\right)=SK\\AH\perp SK\end{cases}\Rightarrow AH\perp\left(SCD\right)\Rightarrow d\left(A,\left(SCD\right)\right)=AH$.

Tam giác $ACD$ đều cạnh $a$ nên $AK=\frac{\sqrt{3}}{2}a$.

Tam giác $SAK$ vuông tại $A$ có: $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AK^2}=\frac{1}{3a^2}+\frac{4}{3a^2}=\frac{5}{3a^2}\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{15}}{5}a$.

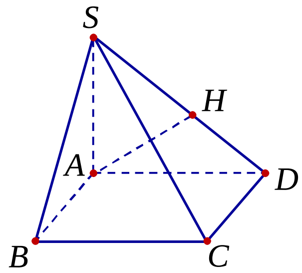
Vậy, $d\left(A,\left(SCD\right)\right)=\dfrac{\sqrt{15}}{5}a$.

**Câu 242.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. $SA=a\sqrt{2}$ và vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$. Khoảng cách từ $B$ đến $\left(SCD\right)$ bằng

**A.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}a$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}a$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Ta lại có: $AB//CD\Rightarrow AB//\left(SCD\right)\Rightarrow d\left(B,\left(SCD\right)\right)=d\left(A,\left(SCD\right)\right)=AH$ (với $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ lên $SD$). Thật vậy, vì

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}CD\perp AD\\ CD\perp SA\end{array}\right\}\Rightarrow CD\perp\left(SAD\right)\Rightarrow\left(SAD\right)\perp\left(SCD\right)\\ AH\subset\left(SAD\right)\\ AH\perp SD\end{array}\right\}\Rightarrow AH\perp\left(SCD\right)\Rightarrow d\left(A,\left(SCD\right)\right)=AH.$$

Tam giác $SAD$ vuông tại $A$ có: $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AD^2}+\dfrac{1}{SA^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{a^2}=\dfrac{2}{a^2}\Rightarrow AH=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$.

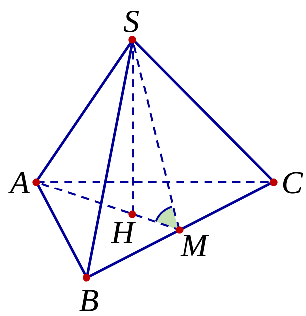
Vậy, $d\left(B,\left(SCD\right)\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$.

**Câu 243.** **[2H1-2]** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a$. Biết thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{12}a^3$. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng

**A.** $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $75°$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Gọi $M$ là trung điểm $BC$, $H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC$.

Ta có: tam giác $ABC$ đều cạnh $a$ nên $S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SH.S_{ABC}=\frac{1}{3}\cdot SH\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot a^2=\frac{\sqrt{3}}{12}a^3\Rightarrow SH=a$.

Vì $SH\perp(ABC)\Rightarrow AH$ là hình chiếu vuông góc của $SA$ lên

$(ABC)\Rightarrow\widehat{(SA,(ABC))}=\widehat{(SA,AH)}=\widehat{SAH}=\alpha$ bằng góc giữa cạnh bên và đáy.

Tam giác $ABC$ đều cạnh $a$ nên $AM=\frac{\sqrt{3}}{2}a\Rightarrow AH=\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

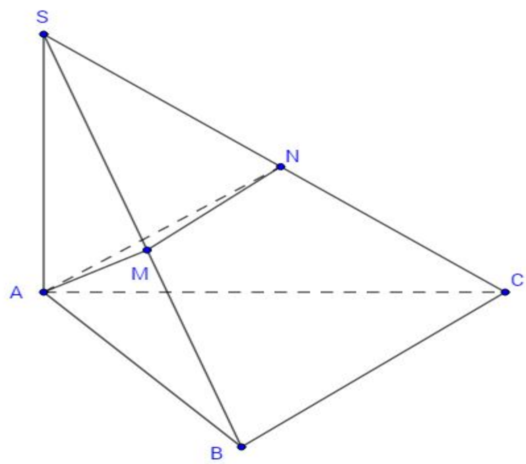
Tam giác $SAH$ vuông tại $H$ có: $\tan\alpha=\frac{SH}{AH}=\frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{3}a}=\sqrt{3}\Rightarrow\alpha=60^{\circ}$.

**Câu 244.** **[2H1-2]** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA=2a$, $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$, đáy $ABC$ là tam giác vuông tại $B$ có $AB=a$, $AC=2a$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $SB$, $SC$. Thể tích khối chóp $A.BCNM$ bằng

**A.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Do tam giác $ABC$ vuông tại $B$ nên $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$.

Vậy $S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC=\frac{1}{2}\cdot a\cdot a\sqrt{3}=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Từ đó suy ra $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}\cdot SA\cdot S_{ABC}=\frac{1}{3}\cdot 2a\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Áp dụng định lý về tỷ số thể tích, ta có

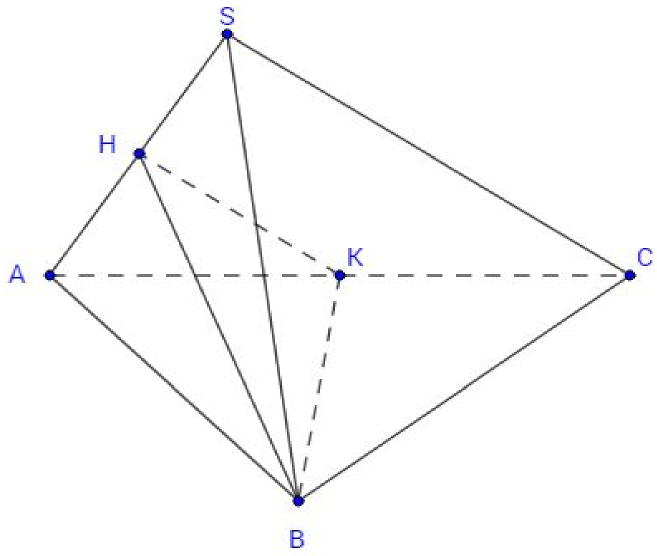
$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA}{SA}\cdot\frac{SM}{SB}\cdot\frac{SN}{SC}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{S.AMN}=\frac{1}{4}V_{S.ABC}\Rightarrow V_{A.BCNM}=\frac{3}{4}V_{S.ABC}=\frac{3}{4}\cdot\frac{a^3\sqrt{3}}{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

**Câu 245.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=60^{\circ}$, $\widehat{CSA}=90^{\circ}$, $SA=SB=a$, $SC=3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

**A.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Gọi $H$, $K$ lần lượt là trung điểm của $SA$, $AC$.

Vì $\Delta SAB$ có $SA = SB = a$ và $\widehat{ASB} = 60^{\circ}$ nên $\Delta SAB$ đều $\Rightarrow BH \perp SA$.

Xét $\Delta SAC$ có $HK$ là đường trung bình nên $HK // SC$, mà $SC \perp SA \Rightarrow HK \perp SA$.

Vậy ta có: $\begin{cases} SA \perp BH \\ SA \perp HK \end{cases} \Rightarrow SA \perp (BHK)$.

Hay $AH$ là chiều cao của khối chóp $A.HBK$.

Ta có: $\dfrac{V_{A.SBC}}{V_{A.HBK}} = \dfrac{AS}{AH} \cdot \dfrac{AB}{AB} \cdot \dfrac{AC}{AK} = 2.1.2 = 4 \Rightarrow V_{A.SBC} = 4V_{A.HBK}$.

Ta tính được: $BH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $HK = \dfrac{1}{2}SC = \dfrac{3a}{2}$, $BC = a\sqrt{7}$, $AC = a\sqrt{10}$.

$$BK^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} = \frac{a^2 + 7a^2}{2} - \frac{10a^2}{4} = \frac{3a^2}{2} \Rightarrow BK = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}}.$$

Xét tam giác $BHK$ có: $BH^2 + BK^2 = \dfrac{3a^2}{4} + \dfrac{3a^2}{2} = \dfrac{9a^2}{4} = HK^2$. Vậy $\Delta BHK$ vuông tại $B$.

Suy ra: $V_{A.HBK} = \dfrac{1}{3} \cdot AH \cdot \dfrac{1}{2} \cdot BH \cdot BK = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \dfrac{a^3}{8\sqrt{2}}$.

Vậy $V_{A.SBC} = 4 \cdot \dfrac{a^3}{8\sqrt{2}} = \dfrac{a^3}{2\sqrt{2}}$ (đvtt).

**Câu 246.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm của $SA$, $SB$, $SC$. Gọi $V_1$ và $V_2$ lần lượt là thể tích khối đa diện $ABCMNP$ và khối chóp $S.ABC$. Đặt $k = \dfrac{V_1}{V_2}$, khi đó giá trị của $k$ là

**A.** $8$. **B.** $\dfrac{8}{7}$. **C.** $\dfrac{7}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{8}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có

$\dfrac{V_{S.MNP}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SM}{SA} \cdot \dfrac{SN}{SB} \cdot \dfrac{SP}{SC} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{8} \Rightarrow V_{S.MNP} = \dfrac{1}{8} V_{S.ABC} \Rightarrow V_{ABCMNP} = \dfrac{7}{8} V_{S.ABC}$.

Từ đó suy ra $k = \dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{V_{ABCMNP}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{7}{8}$.

**Câu 247.** **[2H1-2]** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $48$ (đvtt). Gọi $M$, $N$, $P$ lần lượt là trung điểm của $CC'$, $BC$, $B'C'$. Tính thể tích khối chóp $A.MNP$.

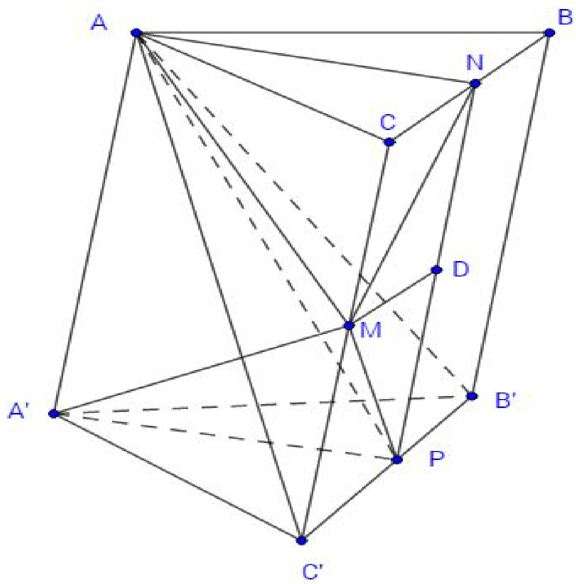
**A.** $24$ (đvtt). **B.** $16$ (đvtt). **C.** $12$ (đvtt). **D.** $8$ (đvtt).

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta chứng minh được $S_{MNP} = \dfrac{1}{4} S_{BCC'B'}$.

Do đó $V_{A.MNP} = \dfrac{1}{4} V_{A.BCC'B'}$ (hai hình chóp này có cùng chiều cao chính là khoảng cách từ đỉnh $A$ xuống mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$).




Gọi $h$ là chiều cao của khối chóp hạ từ đỉnh $A$ xuống mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$.

Ta có $V_{A.A'B'C'} = \dfrac{1}{3} \cdot h \cdot S_{A'B'C'} = \dfrac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}$.

Từ đó suy ra $V_{A.BCC'B'} = \dfrac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{2}{3} \cdot 48 = 32$ (đvtt).

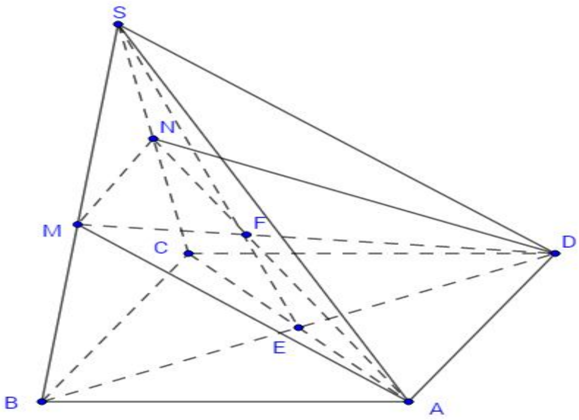
Do vậy $V_{A.MNP} = \dfrac{1}{4} V_{A.BCC'B'} = \dfrac{1}{4} \cdot 32 = 8$ (đvtt).

**Câu 248.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $SB$ và $SC$. Tỉ lệ $\dfrac{V_{S.ABCD}}{V_{S.AMND}}$ bằng

**A.** $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $4$. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Ta có $V_{S.AMND} = V_{S.MNF} + V_{S.MDA} + V_{S.NFD}$.

Ta chứng minh được rằng $F$ là trọng tâm của tam giác $SBD$.

Áp dụng định lý về tỷ số thể tích, ta có

$\dfrac{V_{S.MNF}}{V_{S.BCE}} = \dfrac{SM}{SB} \cdot \dfrac{SN}{SC} \cdot \dfrac{SF}{SE} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{6} \Rightarrow V_{S.MNF} = \dfrac{1}{6} V_{S.BCE} = \dfrac{1}{24} V_{S.ABCD}$.

$\dfrac{V_{S.MDA}}{V_{S.BDA}} = \dfrac{SM}{SB} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow V_{S.MDA} = \dfrac{1}{2} V_{S.BDA} = \dfrac{1}{4} V_{S.ABCD}$.

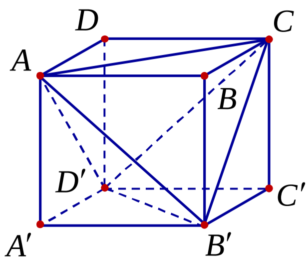
Vậy $V_{S.AMND} = V_{S.MNF} + V_{S.MDA} + V_{S.NFD} = \left(\dfrac{1}{24} + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{12}\right) V_{S.ABCD} = \dfrac{3}{8} V_{S.ABCD}$.

**Câu 249.** **[2H1-2]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a$. Thể tích khối tứ diện $ACB'D'$ bằng

**A.** $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




**Cách 1:** Ta có thể tích của khối lập phương là $a^3$.

Từ khối lập phương trên ta tách thành các khối chóp $A.A'B'D'$, $C.C'B'D'$, $D'.ACD$, $B'.ABC$ và khối tứ diện $ACB'D'$.

Mỗi khối chóp $A.A'B'D'$, $C.C'B'D'$, $D'.ACD$, $B'.ABC$ có cùng chiều cao với khối lập phương và có diện tích đáy bằng một nửa diện tích đáy khối lập phương nên thể tích mỗi khối chóp đó là $\dfrac{a^3}{6}$. Do đó $V_{ACB'D'} = a^3 - 4\left(\dfrac{a^3}{6}\right) = \dfrac{a^3}{3}$.

**Cách 2:** Khối tứ diện $ACB'D'$ là khối tứ diện đều cạnh bằng $a\sqrt{2}$ nên thể tích của nó là

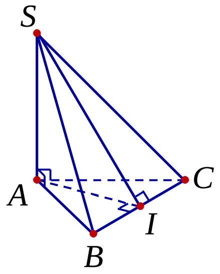
$$V_{ACB'D'} = \dfrac{\left(a\sqrt{2}\right)^3 \sqrt{2}}{12} = \dfrac{a^3}{3}.$$

**Câu 250.** **[2H1-2]** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác $ABC$ đều cạnh $a$, Góc giữa mặt bên $(SBC)$ và $(ABC)$ bằng $60°$. Khi đó thể tích hình chóp $S.ABC$ bằng

**A.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\dfrac{a^3}{8\sqrt{3}}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Gọi $I$ là trung điểm $BC$.

□ $\left.\begin{matrix} AI \perp BC \\ SA \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp SI$.

□ $\left.\begin{matrix} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AI \perp BC \\ SI \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = \left(\widehat{AI,SI}\right) = \widehat{SIA} = 60°$

□ $AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $SA = AI.\tan 60° = \dfrac{3a}{2}$

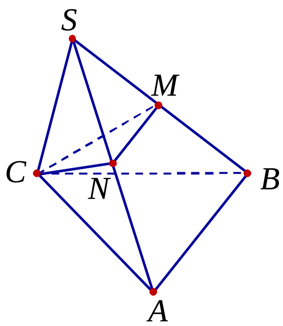
□ $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$

**Câu 251.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $SA$ và $SB$. Gọi $V$ là thể tích của khối chóp $S.ABC$. Khi đó thể tích khối chóp $S.CMN$ tính theo $V$ là

**A.** $\dfrac{1}{4}V$. **B.** $\dfrac{1}{3}V$. **C.** $\dfrac{1}{2}V$. **D.** $\dfrac{1}{6}V$.

**Lời giải**

**Chọn A.**



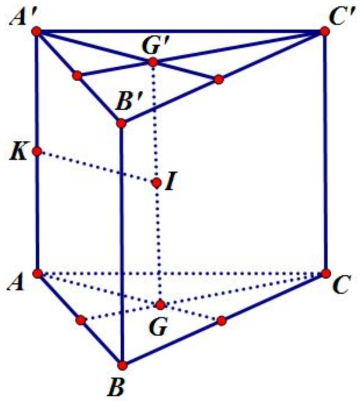

Ta có: $\dfrac{V_{S.CMN}}{V} = \dfrac{SC}{SC}.\dfrac{SM}{SA}.\dfrac{SN}{SB} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow V_{S.CMN} = \dfrac{1}{4}V$.

**Câu 252.** **[2H1-2]** Thể tích của khối cầu ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có cạnh bên bằng $2a$ và cạnh đáy bằng $a$ bằng

**A.** $\dfrac{32\pi a^3}{27\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{32\pi a^3\sqrt{3}}{81}$. **C.** $\dfrac{32\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{32\pi a^3\sqrt{3}}{27}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




□ Xác định tâm mặt cầu

Gọi $G$ và $G'$ là trọng tâm của tam giác $ABC$ và $A'B'C'$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ là mặt phẳng trung trực của $AA'$.

Mặt phẳng $(\alpha)$ cắt $GG'$ tại $I$. Điểm $I$ chính là tâm mặt cầu cần tìm.

□ Chứng minh $I$ chính là tâm mặt cầu cần tìm.

Ta có $G$ và $G'$ là trọng tâm của tam giác $ABC$ và $A'B'C'$. Khi đó $GG' \perp (ABC)$.

Do đó $GG'$ là trục của mặt phẳng đáy trên và đáy dưới nên $I$ cách đều $A$, $B$, $C$ và $I$ cách đều $A'$, $B'$, $C'$. (1)

Mặt khác, $I \in (\alpha)$ là mặt phẳng trung trực của $AA'$ nên $I$ cách đều $A$ và $A'$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $I$ cách đều các đỉnh của hình lăng trụ. $I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ, bán kính cầu là $IA$.

□ Tính bán kính mặt cầu

Ta có $IG = AK = a$, $G$ là trọng tâm tam giác đều $ABC$ có cạnh bằng $a$

$\Rightarrow AG = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác $IAG$ vuông tại $G$ có $AI^2 = GI^2 + AG^2 = a^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{3}a^2 \Rightarrow AI = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}a.$

Bán kính mặt cầu là $R = AI = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}a.$

□ Tính thể tích khối cầu.

Thể tích $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a\right)^3 = \dfrac{32\sqrt{3}}{27}\pi a^3$.

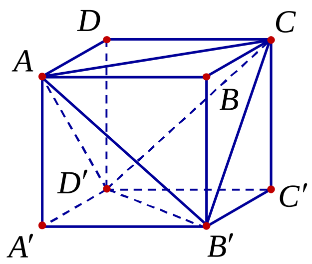
Vậy $V = \dfrac{32\sqrt{3}}{27}\pi a^3$.

**Câu 253.** **[2H1-2]** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a$. Thể tích khối tứ diện $ACB'D'$ bằng

**A.** $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




**Cách 1:** Ta có thể tích của khối lập phương là $a^3$.

Từ khối lập phương trên ta tách thành các khối chóp $A.A'B'D'$, $C.C'B'D'$, $D'.ACD$, $B'.ABC$ và khối tứ diện $ACB'D'$.

Mỗi khối chóp $A.A'B'D'$, $C.C'B'D'$, $D'.ACD$, $B'.ABC$ có cùng chiều cao với khối lập phương và có diện tích đáy bằng một nửa diện tích đáy khối lập phương nên thể tích mỗi khối chóp đó là $\frac{a^3}{6}$. Do đó $V_{ACB'D'} = a^3 - 4\left(\frac{a^3}{6}\right) = \frac{a^3}{3}$.

**Cách 2:** Khối tứ diện $ACB'D'$ là khối tứ diện đều cạnh bằng $a\sqrt{2}$ nên thể tích của nó là

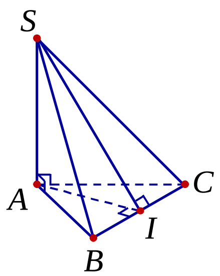
$$V_{ACB'D'} = \frac{\left(a\sqrt{2}\right)^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3}{3}.$$

**Câu 254.** **[2H1-2]** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác $ABC$ đều cạnh $a$, Góc giữa mặt bên $(SBC)$ và $(ABC)$ bằng $60°$. Khi đó thể tích hình chóp $S.ABC$ bằng

**A.** $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{8\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{3a^3}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Gọi $I$ là trung điểm $BC$.

□ $\left.\begin{array}{l} AI \perp BC \\ SA \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAI) \Rightarrow BC \perp SI$.

□ $\left.\begin{array}{l} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ AI \perp BC \\ SI \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = \left(\widehat{AI,SI}\right) = \widehat{SIA} = 60°$

□ $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $SA = AI.\tan 60° = \frac{3a}{2}$

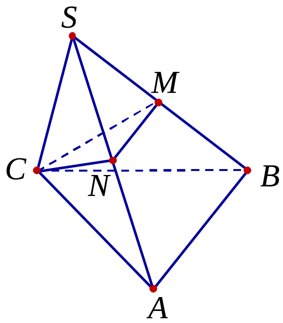
□ $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{3a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$

**Câu 255.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $SA$ và $SB$. Gọi $V$ là thể tích của khối chóp $S.ABC$. Khi đó thể tích khối chóp $S.CMN$ tính theo $V$ là

A. $\frac{1}{4}V$.    B. $\frac{1}{3}V$.    C. $\frac{1}{2}V$.    D. $\frac{1}{6}V$.

**Lời giải**

**Chọn A.**



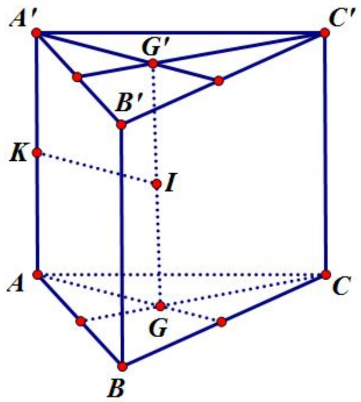

Ta có: $\frac{V_{S.CMN}}{V}=\frac{SC}{SC}.\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{S.CMN}=\frac{1}{4}V$.

**Câu 256. [2H1-2]** Thể tích của khối cầu ngoại tiếp lăng trụ tam giác đều có cạnh bên bằng $2a$ và cạnh đáy bằng $a$ bằng

A. $\frac{32\pi a^3}{27\sqrt{3}}$.    B. $\frac{32\pi a^3\sqrt{3}}{81}$.    C. $\frac{32\pi a^3\sqrt{3}}{9}$.    D. $\frac{32\pi a^3\sqrt{3}}{27}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




- Xác định tâm mặt cầu
  Gọi $G$ và $G'$ là trọng tâm của tam giác $ABC$ và $A'B'C'$.
  Mặt phẳng $(\alpha)$ là mặt phẳng trung trực của $AA'$.
  Mặt phẳng $(\alpha)$ cắt $GG'$ tại $I$. Điểm $I$ chính là tâm mặt cầu cần tìm.
- Chứng minh $I$ chính là tâm mặt cầu cần tìm.
  Ta có $G$ và $G'$ là trọng tâm của tam giác $ABC$ và $A'B'C'$. Khi đó $GG'\perp(ABC)$.
  Do đó $GG'$ là trục của mặt phẳng đáy trên và đáy dưới nên $I$ cách đều $A$, $B$, $C$ và $I$ cách đều $A'$, $B'$, $C'$. (1)
  Mặt khác, $I\in(\alpha)$ là mặt phẳng trung trực của $AA'$ nên $I$ cách đều $A$ và $A'$. (2)
  Từ (1) và (2) suy ra $I$ cách đều các đỉnh của hình lăng trụ. $I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ, bán kính cầu là $IA$.
- Tính bán kính mặt cầu
  Ta có $IG=AK=a$, $G$ là trọng tâm tam giác đều $ABC$ có cạnh bằng $a$

$\Rightarrow AG = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác $IAG$ vuông tại $G$ có $AI^2 = GI^2 + AG^2 = a^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{3}a^2 \Rightarrow AI = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}a.$

Bán kính mặt cầu là $R = AI = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}a.$

□ Tính thể tích khối cầu.

Thể tích $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a\right)^3 = \dfrac{32\sqrt{3}}{27}\pi a^3$.

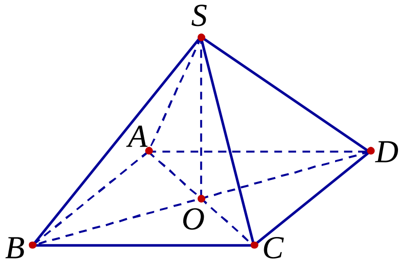
Vậy $V = \dfrac{32\sqrt{3}}{27}\pi a^3$.

**Câu 257.** **[2H1-2]** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $a$, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính tích $V$ của khối chóp tứ giác đã cho.

**A.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Ta có $SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{14}}{2}a$

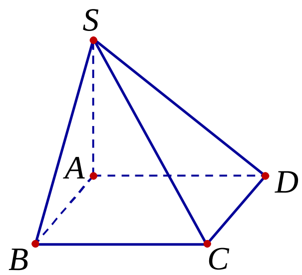
$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}\dfrac{\sqrt{14}}{2}a.a^2 = \dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

**Câu 258.** **[2H1-2]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a$, $SA \perp (ABCD)$ và $SC$ tạo với mặt phẳng $(SAB)$ một góc $30°$. Tính thể tích $V$ của khối chóp đã cho.

**A.** $V = \dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $V = \sqrt{2}a^3$.

**Lời giải**

**Chọn B.**



Ta có $BC \perp (SAB)$ nên $\widehat{(SC,(SAB))} = \widehat{(SC,SB)} = \widehat{BSC} = 30°$ suy ra $SB = \dfrac{BC}{\tan 30°} = a\sqrt{3}$.

Do đó $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$

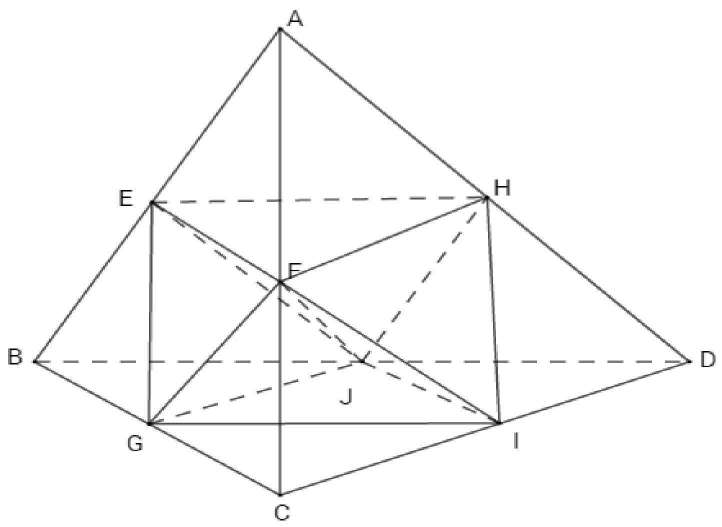
$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}a\sqrt{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

**Câu 259. [2H1-2]** Cho khối tứ diện có thể tích bằng $V$. Gọi $V'$ là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\dfrac{V'}{V}$.

**A.** $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{5}{8}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**



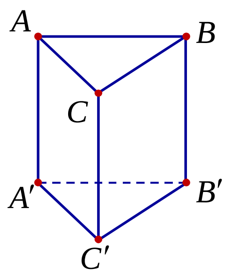

Ta có: $V' = 4V_{GFJI} = 4\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{4}V_{ABCD} = \dfrac{1}{2}V \longrightarrow \dfrac{V'}{V} = \dfrac{1}{2}$.

**Câu 260. [2H1-2]** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy $ABC$ là tam giác vuông cân tại $B$ và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích $V$ của khối lăng trụ đã cho.

**A.** $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{6}$. **D.** $V = \dfrac{a^3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Tam giác $ABC$ vuông cân tại $A \Rightarrow BA = BC = \dfrac{AC}{\sqrt{2}} = a \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}BA\cdot BC = \dfrac{a^2}{2}$.

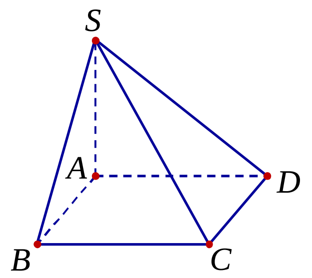
Thể tích của khối lăng trụ là $V = BB'.S_{ABC} = \dfrac{a^3}{2}$.

**Câu 261. [2H1-2]** Cho khối chóp $S.ABCD$ đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, $SA \perp (ABCD)$ và mp $(SBC)$ tạo với đáy góc $60°$. Tính thể tích $V$ của khối chóp $S.ABCD$.

**A.** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = 3a^3$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Ta có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ AB \perp BC \\ SB \perp BC \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{(SBC),(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SB,AB}\right) = \widehat{SBA} = 60^{\circ}$.

Tam giác $SAB$ vuông tại $A$ có: $SA = AB \tan 60^{\circ} = a\sqrt{3}$.

$S_{ABCD} = \sqrt{3}a^2$.

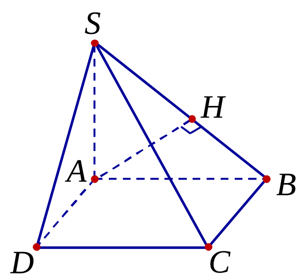
$V = V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}a^2 = a^3$.

**Câu 262. [2H1-2]** Cho khối chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh $a$, $SA \perp (ABCD)$ và khoảng cách từ $A$ đến mp $(SBC)$ bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích $V$ của khối chóp đã cho:

**A.** $V = \dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{9}$. **D.** $V = \dfrac{a^3}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$ (1).

Theo đầu bài: $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AB \perp BC$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BC \perp (SAB)$.

Trong mặt phẳng $(SAB)$ kẻ $AH \perp SB$, do đó $AH \perp BC$ vì $BC \perp (SAB)$.

Ta có: $\left.\begin{matrix} AH \perp SB \\ AH \perp BC \end{matrix}\right\} \Rightarrow AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow AH$ là khoảng cách từ $A$ đến mp $(SBC)$ suy ra $AH = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Xét $\Delta SAB$ vuông tại $A$, đường cao $AH$.

Ta có: $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AB^2}\Rightarrow SA=\dfrac{AH.AB}{\sqrt{AB^2-AH^2}}=\dfrac{a\sqrt{2}.a}{2\sqrt{a^2-\dfrac{a^2}{2}}}=a$.

Thể tích của hình chóp $S.ABCD$: $V=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}a.a^2=\dfrac{a^3}{3}$.

**Câu 263.** **[2H1-2]** Cho hình bát diện đều cạnh $a$. Gọi $S$ là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đều đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** $S=4\sqrt{3}a^2$. **B.** $S=\sqrt{3}a^2$. **C.** $S=2\sqrt{3}a^2$. **D.** $S=8a^2$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

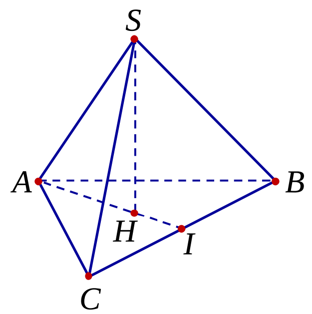
Hình bát diện đều có $8$ mặt là tam giác đều cạnh $a$. Suy ra: $S=8.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=2a^2\sqrt{3}$.

**Câu 264.** **[2H1-2]** Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a$ và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích $V$ của khối chóp $S.ABC$:

**A.** $V=\dfrac{\sqrt{13}a^3}{12}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{11}a^3}{12}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{11}a^3}{6}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{11}a^3}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Gọi $I$ là trung điểm của $BC$, suy ra: $AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}, S_{ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi $H$ là trọng tâm $\Delta ABC$ suy ra $\dfrac{AH}{AI}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Theo đầu bài: $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều, suy ra $SH\perp(ABC)$.

Ta có: $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{4a^2-\dfrac{a^2}{3}}=\sqrt{\dfrac{11}{3}}a$.

Vậy $V=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\sqrt{\dfrac{11}{3}}a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^2\sqrt{11}}{12}$.

**Câu 265.** **[2H1-2]** Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $ABC$ là tam giác cân với $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120°$, mp $(AB'C')$ tạo với đáy một góc $60°$. Tính thể tích $V$ của khối lăng trụ đã cho.

**A.** $V=\dfrac{3a^3}{8}$. **B.** $V=\dfrac{9a^3}{8}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{8}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Gọi $H$ là trung điểm của $B'C'$. Suy ra: $A'H \perp B'C'$.

Ta có: $A'H = A'C'.\cos\frac{\widehat{A'}}{2} = a.\cos\frac{120^\circ}{2} = \frac{a}{2}$.

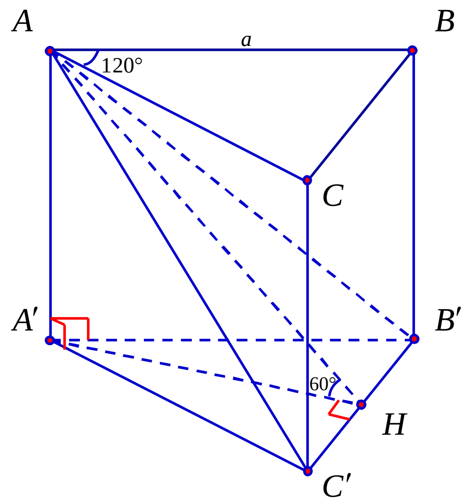
$C'H = A'C'.\sin\frac{\widehat{A'}}{2} = a.\sin\frac{120^\circ}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow B'C' = a\sqrt{3}$.

Theo đầu bài: đáy lăng trụ là tam giác cân. Suy ra: $AH \perp B'C'$.

Ta có: $\left((AB'C'),(A'B'C')\right) = (AH, A'H) = \widehat{AHA'} \Rightarrow \widehat{AHA'} = 60^\circ$.

Suy ra: $AA' = A'H \tan\widehat{AHA'} = \frac{a}{2}.\tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy: $V = AA'.S_{đáy} = AA'.\frac{1}{2}A'H.B'C' = \frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}.\frac{a}{2}.a\sqrt{3} = \frac{3a^3}{8}$.

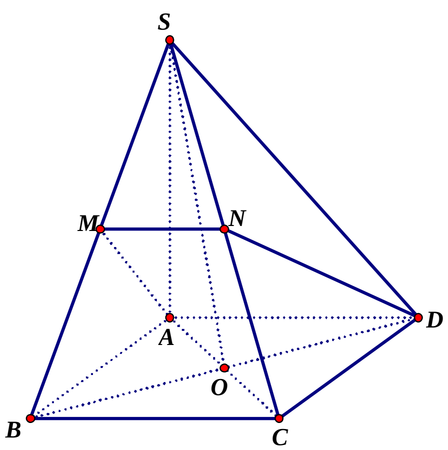



**Câu 266.** **[2H1-3]** Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a$; $SA$ vuông góc với $(ABCD)$; góc giữa hai mặt phẳng $(SBD)$ và $(ABCD)$ bằng $60^\circ$. Gọi $M$, $N$ là trung điểm của $SB$, $SC$. Thể tích khối chóp $S.ADNM$ bằng

**A.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{4\sqrt{6}}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8\sqrt{2}}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Gọi $O$ là tâm hình vuông $ABCD$. Ta có $\left((SBD);(ABCD)\right) = (SO;OA) = \widehat{SOA}$, suy ra $\widehat{SOA} = 60^\circ$.

Trong hình vuông $ABCD$, có $OA = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\cdot a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta được $SA = AO.\tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}\cdot\frac{a\sqrt{6}}{2}\cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Theo công thức tỉ thể tích khối chóp tứ giác, ta có:

$$\frac{V_{S.AMND}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{SA}{SA}\cdot\frac{SN}{SC}\cdot\left(\frac{SM}{SB}+\frac{SD}{SD}\right) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2} = \frac{3}{8}.$$

Suy ra $V_{S.AMND} = \frac{3}{8}\cdot\frac{a^3\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{16} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8\sqrt{2}}$.

Chú ý: Trong bài giải trên có sử dụng công thức tỉ số thể tích hình chóp tứ giác.

Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, với $ABCD$ là tứ giác thỏa mãn $AC$ chia tứ giác thành hai phần có diện tích bằng nhau. Với bốn điểm đồng phẳng $A'$, $B'$, $C'$, $D'$ nằm trên các tia $SA$, $SB$, $SC$, $SD$ (không trùng với $S$) thì ta có công thức tỉ số thể tích:

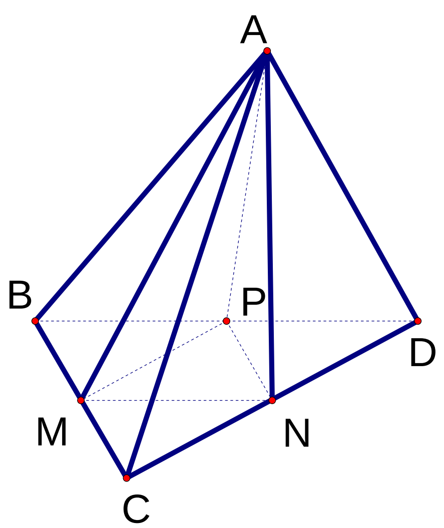
$\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{2}\cdot\frac{SA'}{SA}.\frac{SC'}{SC}.\left(\frac{SB'}{SB}+\frac{SD'}{SD}\right)$. Công thức này có thể được chứng minh bằng cách chia khối chóp thành hai phần.

**Câu 267.** **[2H1-3]** Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AB$, $AC$ và $AD$ đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$, $AD = 4a$. Gọi $M$, $N$, $P$ tương ứng là trung điểm các cạnh $BC$, $CD$, $DB$. Tính thể tích $V$ của tứ diện $AMNP$.

**A.** $V = \frac{7}{2}a^3$. **B.** $V = 14a^3$. **C.** $V = \frac{28}{3}a^3$. **D.** $V = 7a^3$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3}AB.\frac{1}{2}AC.AD = 28a^3$

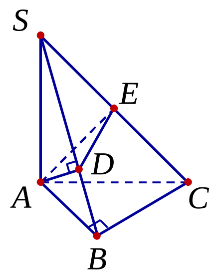
$$\frac{V_{A.MNP}}{V_{A.BCD}} = \frac{\frac{1}{3}d\left(A,\left(BCD\right)\right).S_{MNP}}{\frac{1}{3}d\left(A,\left(BCD\right)\right).S_{BCD}} = \frac{S_{MNP}}{S_{BCD}} = \frac{1}{4}\; V_{A.MNP} = \frac{1}{4}28a^3 = 7a^3.$$

**Câu 268.** **[1H2-3]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông tại $B$, $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $SA = 2a$ và $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABC)$. Biết $(P)$ là mặt phẳng qua $A$ và vuông góc với $SB$, diện tích thiết diện cắt bởi $(P)$ và hình chóp là

**A.** $\dfrac{4a^2\sqrt{10}}{25}$. **B.** $\dfrac{4a^2\sqrt{3}}{15}$. **C.** $\dfrac{8a^2\sqrt{10}}{25}$. **D.** $\dfrac{4a^2\sqrt{6}}{15}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Thiết diện cắt bởi $(P)$ và hình chóp là tam giác $ADE$. Suy ra: $SB \perp AD$ $(1)$ và $SB \perp DE$.

Ta có: $BC \perp SA$, $BC \perp AB \to BC \perp (SAB)$ mà $AD \subset (SAB) \to BC \perp AD$ $(2)$.

Từ $(1)$ và $(2)$ $\longrightarrow AD \perp (SBC) \supset DE \to AD \perp DE$. Suy ra $\Delta ADE$ vuông tại $D$.

Ta có: $\dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2} \longrightarrow AD = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Ta có: $SB \perp DE$, $SB \perp BC$ mà $BC, DE \subset (SBC) \longrightarrow DE // BC$.

$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{5}$.

Ta có: $DE // BC$, theo định lý talet $\longrightarrow \dfrac{DE}{BC} = \dfrac{SD}{SB} = \dfrac{SD.SB}{SB^2} = \dfrac{SA^2}{SB^2} = \dfrac{4}{5} \to DE = \dfrac{4a\sqrt{2}}{5}$.

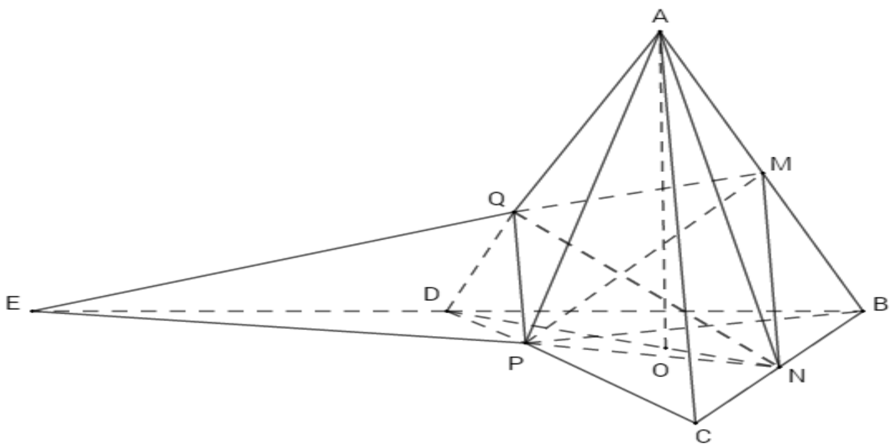
$S_{ADE} = \dfrac{1}{2} AD \cdot DE = \dfrac{4a^2\sqrt{5}}{25}$.

**Câu 269.** **[2H1-3]** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $a$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB$ và $BC$, $E$ là điểm đối xứng với $B$ qua $D$. Mặt phẳng $(MNE)$ chia khối tứ diện $ABCD$ thành hai khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh $A$ có thể tích $V$. Tính $V$.

**A.** $V = \dfrac{7\sqrt{2}a^3}{216}$. **B.** $V = \dfrac{11\sqrt{2}a^3}{216}$. **C.** $V = \dfrac{13\sqrt{2}a^3}{216}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{18}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Do $P$ là trọng tâm tam giác $EBC$ nên $CP=\dfrac{2}{3}CD=\dfrac{2a}{3}$.

□ $S_{\Delta NCP}=\dfrac{1}{2}\cdot CN\cdot CP\cdot\sin\widehat{PCN}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{a}{2}\cdot\dfrac{2a}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{12}$.

Trong tam giác vuông $AOD$ có $AO=\sqrt{a^2-\dfrac{a^2}{3}}=\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Vậy $V_{ANCP}=\dfrac{1}{3}\cdot AO\cdot S_{\Delta NCP}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{12}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{36}$.

□ $S_{\Delta BNP}=\dfrac{1}{2}\cdot BN\cdot d\left(P,\,BC\right)=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{a}{2}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{12}$.

Từ đó suy ra $V_{A.BNP}=\dfrac{1}{3}\cdot AO\cdot S_{\Delta BNP}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{36}$.

Mặt khác, ta có $\dfrac{V_{A.MNP}}{V_{A.BNP}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow V_{A.MNP}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{a^3\sqrt{2}}{36}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{72}$.

□ $S_{\Delta BPD}=\dfrac{1}{3}\cdot S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{12}$.

Vậy $V_{A.BPD}=\dfrac{1}{3}\cdot SO\cdot S_{\Delta BPD}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{12}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{36}$.

Mặt khác, ta có $\dfrac{V_{A.MPQ}}{V_{A.BPD}}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow V_{A.MNP}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a^3\sqrt{2}}{36}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{108}$.

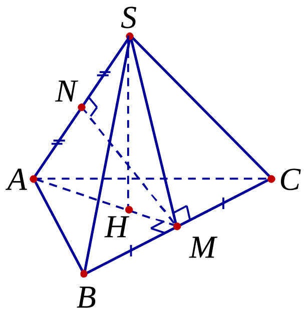
Vậy $V=V_{A.NCP}+V_{A.MNP}+V_{A.MPQ}=a^3\sqrt{2}\left(\dfrac{1}{36}+\dfrac{1}{72}+\dfrac{1}{108}\right)=\dfrac{11\sqrt{2}a^3}{216}$.

**Câu 270. [2H1-3]** Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB=x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm $x$ để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

**A.** $x=\sqrt{6}$. **B.** $x=\sqrt{14}$. **C.** $x=3\sqrt{2}$. **D.** $x=2\sqrt{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Gọi $M$ , $N$ lần lượt là trung điểm $CD$ và $AD$; $H$ là hình chiếu vuông góc của $A$ lên $BM$ .

Ta có: $\left.\begin{array}{l} CD \perp BM \\ CD \perp AM \end{array}\right\} \Rightarrow CD \perp (ABM) \Rightarrow (ABM) \perp (ABC)$.

Mà $AH \perp BM = (ABM) \cap (ABC) \Rightarrow AH \perp (ABC)$.

Do $ACD$ và $BCD$ là hai tam đều cạnh $2\sqrt{3} \Rightarrow AM = BM = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2\sqrt{3} = 3$.

Tam giác $AMN$ vuông tại $N$ , có: $MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{9 - \dfrac{x^2}{4}}$.

Lại có: $MN.AB = AH.BM \Rightarrow AH = \dfrac{MN.AB}{BM} = \dfrac{\sqrt{9-\dfrac{x^2}{4}}.x}{3} = \dfrac{x\sqrt{36-x^2}}{6}$.

$S_{BCD} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}\left(2\sqrt{3}\right)^2 = 3\sqrt{3}$.

$V_{ABCD} = \dfrac{1}{3} AH \cdot S_{BCD} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{x\sqrt{36-x^2}}{6} \cdot 3\sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{6} x\sqrt{36-x^2}$.

Ta có: $V_{ABCD} = \dfrac{\sqrt{3}}{6} x\sqrt{36-x^2} \le \dfrac{\sqrt{3}}{6} \cdot \dfrac{x^2+36-x^2}{2} = 3\sqrt{3}$.

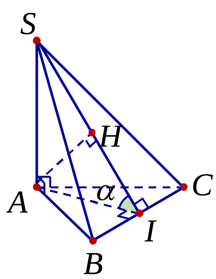
Suy ra $V_{ABCD}$ lớn nhất bằng $3\sqrt{3}$ khi $x^2 = 36 - x^2 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$.

**Câu 271.** **[2H1-3]** Xét khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $A$, $SA \perp (ABC)$, khoảng cách từ $A$ đến mp $(SBC)$ bằng $3$. Gọi $\alpha$ là góc giữa hai mặt phẳng $(SBC)$ và $(ABC)$, tính $\cos\alpha$ khi thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất.

**A.** $\cos\alpha = \dfrac{1}{3}$. **B.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\cos\alpha = \dfrac{2}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Trong $\Delta ABC$ kẻ đường cao $AI \Rightarrow AI$ cũng là đường trung tuyến của $\Delta ABC$ (Do $\Delta ABC$ là tam giác vuông cân tại $A$).

Trong $\Delta SAI$ , kẻ đường cao $AH$ .

Ta có: $SA\perp\left(ABC\right)\Rightarrow SA\perp BC$, mà $AI\perp BC$. Từ đó suy ra: $BC\perp\left(SAI\right)\Rightarrow BC\perp SI$.

$\Rightarrow BC\perp AH\left(1\right)$, mặt khác $AH\perp SI\left(2\right)$.

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ suy ra: $AH\perp\left(SBC\right)\Rightarrow d\left(A,\left(SBC\right)\right)=AH\Rightarrow AH=3$

Ta lại có: $\left.\begin{matrix}\left(SBC\right)\cap\left(ABC\right)=BC\\ SI\perp BC\\ AI\perp BC\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left(\left(SBC\right),\left(ABC\right)\right)=\left(SI,AI\right)=\widehat{SIA}$

$\Rightarrow\widehat{SIA}=\alpha$.

Ta có: $AI=\dfrac{AH}{\sin\alpha}=\dfrac{3}{\sin\alpha}$ mà $SA=AI.\tan\alpha=\dfrac{3}{\sin\alpha}.\tan\alpha=\dfrac{3}{\cos\alpha}$.

Do $AI$ là đường trung tuyến của $\Delta ABC\Rightarrow CI=AI=\dfrac{3}{\sin\alpha}$.

Xét $\Delta AIC$ vuông tại $I$. Suy ra: $AC=\sqrt{AI^2+AC^2}=AI\sqrt{2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{\sin\alpha}$.

Ta có: $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABC}=\dfrac{1}{6}SA.AC^2=\dfrac{1}{6}.\dfrac{3}{\cos\alpha}.\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{\sin\alpha}\right)^2=\dfrac{9}{\cos\alpha\left(1-\cos^2\alpha\right)}$.

Để $V$ đạt giá trị nhỏ nhất suy ra $\cos\alpha(1-\cos^2\alpha)$ đạt giá trị lớn nhất.

Xét hàm số: $y=x-x^3$ $\left(0<x<1\right)$.

Ta có: $y'=1-3x^2$. Xét: $y'=0\Rightarrow 1-3x^2=0\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Ta có bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | | $\nearrow$ | $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$ | $\searrow$ | |

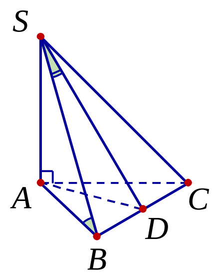
Vậy $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

**Câu 272. [2H1.4-3] (NSL-BG-L1-1819)** Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$, đáy là tam giác $ABC$ cân tại $A$, độ dài trung tuyến $AD$ bằng $a$, cạnh bên $SB$ tạo với đáy góc $30°$ và tạo với mặt phẳng $\left(SAD\right)$ góc $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

**A.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} BC \perp AD \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAD)$

$\Rightarrow SD$ là hình chiếu vuông góc của $SB$ lên mặt phẳng $(SAD) \Rightarrow \widehat{BSD} = 30°$.

Lại có $\Delta SAB$ vuông tại $A \Rightarrow \widehat{SBA} = 30°$.

Xét $\Delta SAB$ vuông tại $A$ có $\cot 30° = \dfrac{SA}{AB} \Leftrightarrow AB = SA\sqrt{3}$; $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = 2SA$.

Xét $\Delta DAB$ vuông tại $D$ có $BD^2 = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{3SA^2 - a^2}$.

Xét $\Delta SBD$ vuông tại $D$ có $\sin 30° = \dfrac{BD}{SB} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow SB = 2BD \Leftrightarrow 2\sqrt{3SA^2 - a^2} = 2SA$

$\Leftrightarrow 3SA^2 - a^2 = SA^2 \Leftrightarrow SA = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BC = 2BD = a\sqrt{2}$.

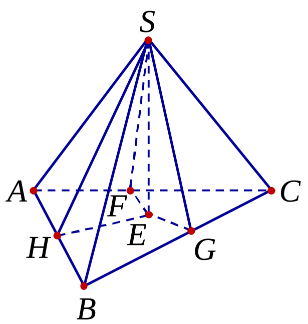
Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$: $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.SA.\dfrac{1}{2}.AD.BC = \dfrac{1}{6}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.a.a\sqrt{2} = \dfrac{a^3}{6}$.

**Câu 273.** **[2H1.3-3] (NSL-BG-L1-1819)** Cho khối chóp $S.ABC$ có $AB = 5$ cm, $BC = 4$ cm, $CA = 7$ cm. Các mặt bên tạo với mặt phẳng đáy $(ABC)$ một góc $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

**A.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ cm$^3$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ cm$^3$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$ cm$^3$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ cm$^3$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Gọi $E$ là hình chiếu vuông góc của $S$ trên $(ABC)$; $F$, $G$, $H$ theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của $E$ trên $AC$, $BC$, $AB$.

Theo bài ra ta có $\widehat{SFE} = \widehat{SGE} = \widehat{SHE} = 30°$.

Các tam giác vuông $\Delta SFE$, $\Delta SGE$, $\Delta SHE$ bằng nhau vì $SE$ chung và

$\widehat{SFE} = \widehat{SGE} = \widehat{SHE} = 30° \Rightarrow EF = EG = EH$.

Suy ra $E$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $ABC$ $(*)$.

Ta có $S_{ABC} = 4\sqrt{6} \Rightarrow EF = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Tam giác $SEF$ vuông tại $E$ có $SE = EF\tan 30° = \frac{\sqrt{6}}{2}.\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3}SE.S_{ABC} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

***Bình luận:*** Trong **Lời giải** của chúng tôi, chúng tôi giải trên phương án "đúng" để chọn đáp án "đúng" theo câu hỏi. Tuy nhiên chỗ $(*)$ trong bài toán thì trên thực tế với yếu tố giả thiết của đề bài thì đó chỉ là một trường hợp có thể xảy ra đối với E, vì thực tế nếu E là tâm đường tròn bàng tiếp của tam giác ABC vẫn thỏa được yêu cầu của bài toán. Do đó để đảm bảo tính khoa học và lôgic của đề bài chúng tôi đề xuất đề bài đúng cho **Lời giải** mà chúng tôi đã trình bài ở trên như sau:

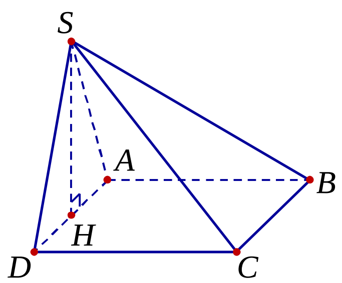
Cho khối chóp $S.ABC$ có $AB = 5\text{ cm}$, $BC = 4\text{ cm}$, $CA = 7\text{ cm}$. Biết rằng các mặt bên tạo với mặt đáy $(ABC)$ một góc $30°$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh $S$ xuống mặt đáy nằm trong tam giác $ABC$. Thể tích khối chóp $S.ABC$.

**Câu 274. [2H1-4]** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác $SAD$ cân tại $S$ và mặt bên $(SAD)$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách $h$ từ $B$ đến mặt phẳng $(SCD)$.

**A.** $h = \frac{2}{3}a$. **B.** $h = \frac{4}{3}a$. **C.** $h = \frac{8}{3}a$. **D.** $h = \frac{3}{4}a$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Ta có $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} \Rightarrow SH = \frac{3V_{S.ABCD}}{S_{ABCD}} = \frac{3.\frac{4}{3}a^3}{\left(\sqrt{2}a\right)^2} = 2a$.

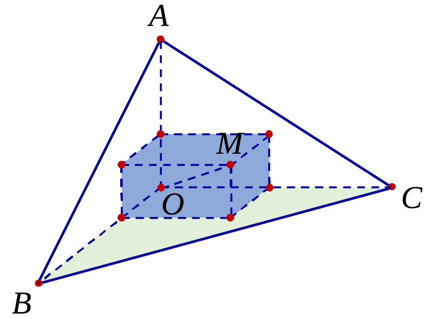
$V_{S.BCD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} = \frac{2}{3}a^3$

Ta lại có $CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp SD$ nên

$$S_{\Delta SCD} = \frac{1}{2}SD.DC = \frac{1}{2}\sqrt{SH^2 + HD^2}.DC = \frac{1}{2}\sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2}.\sqrt{2}a = \frac{3}{2}a^2$$

Mặt khác $V_{S.BCD} = \frac{1}{3}d\left(B,(SCD)\right).S_{SCD}$ nên $d\left(B,(SCD)\right) = \frac{3V_{S.BCD}}{S_{SCD}} = \frac{3.\frac{2}{3}a^3}{\frac{3}{2}a^2} = \frac{4}{3}a$.

**Câu 275. [2H1.4-4] (NSL-BG-L1-1819)** Có một khối gỗ dạng hình chóp $O.ABC$ có $OA$, $OB$, $OC$ đôi một vuông góc với nhau, $OA = 3\text{ cm}$, $OB = 6\text{ cm}$, $OC = 12\text{ cm}$. Trên mặt $ABC$ người ta đánh dấu một điểm $M$ sau đó người ta cắt gọt khối gỗ để thu được một hình hộp chữ nhật có $OM$ là một đường chéo đồng thời hình hộp có $3$ mặt nằm trên $3$ mặt của tứ diện (xem hình vẽ).

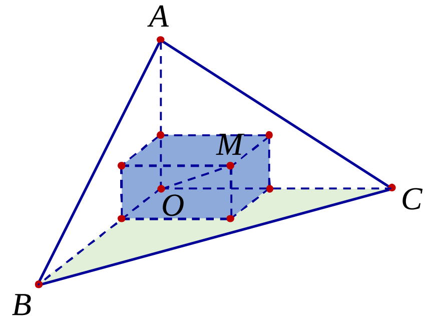



Thể tích lớn nhất của khối gỗ hình hộp chữ nhật bằng

**A.** $8\text{ cm}^3$. **B.** $24\text{ cm}^3$. **C.** $12\text{ cm}^3$. **D.** $36\text{ cm}^3$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Gọi $x$, $y$ và $z$ lần lượt là khoảng cách từ điểm $M$ đến các mặt phẳng $(OAB)$, $(OBC)$ và $(OCA)$.

Ta có: $V_{OABC} = V_{OMAB} + V_{OMBC} + V_{OMAC}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{6}.3.6.12 = \frac{1}{3}.x.\frac{1}{2}.3.6 + \frac{1}{3}.y.\frac{1}{2}.6.12 + \frac{1}{3}.z.\frac{1}{2}.3.12$

$\Leftrightarrow x + 4y + 2z = 12$.

Thể tích khối gỗ là $V = xyz$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchuy ta có: $xyz = \frac{1}{8}.x.4y.2z \le \frac{1}{8}.\frac{1}{27}(x+4y+2z)^3 = \frac{1}{8}.\frac{1}{27}.12^3 = 8$.

Vậy thể tích của khối gỗ lớn nhất là $8\text{ cm}^3$ đạt được khi và chỉ khi

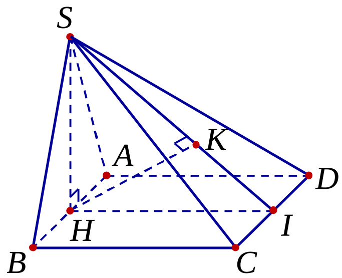
$$\begin{cases} x + 4y + 2z = 12 \\ x = 4y = 2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

**Câu 276.** **[1H3.5-4] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và $SA = SB = SC = 11$, $\widehat{SAB} = 30°$, $\widehat{SBC} = 60°$ và $\widehat{SCA} = 45°$. Tính khoảng cách $d$ giữa hai đường thẳng $AB$ và $SD$.

**A.** $d = 4\sqrt{11}$. **B.** $d = 2\sqrt{22}$. **C.** $d = \frac{\sqrt{22}}{2}$. **D.** $d = \sqrt{22}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Ta có $\widehat{ASB} = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$, suy ra $AB = \sqrt{3}.SA = 11\sqrt{3}$.

Tam giác $SAC$ vuông cân tại $S$ nên $AC = \sqrt{2}.SA = 11\sqrt{2}$.

Tam giác $SBC$ đều $S$ nên $BC = SB = 11$.

Xét $\Delta ACB$ có $AC^2 + BC^2 = AB^2 = 363 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại $C$.

Gọi $H$ là trung điểm $AB$ $\Rightarrow$ $H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $HI \perp DC$, $HK \perp SI$ $\Rightarrow HK \perp (SCD) \Rightarrow d(AB; SD) = HK$.

Ta có $2S_{\Delta ABC} = AC.BC = HI.AB \Rightarrow HI = \dfrac{11\sqrt{6}}{3}$.

Xét $\Delta HSI$ vuông tại H ta có $\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HI^2} \Rightarrow HK = \sqrt{22}$.

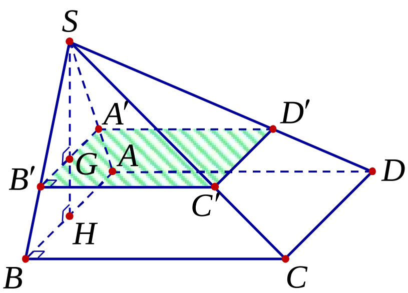
Vậy $d(AB; SD) = \sqrt{22}$.

**Câu 277. [2H1.3-3] (NGÔ GIA TỰ-VPU-L1-1819)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên $SAB$ là một tam giác đều có diện tích bằng $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua trọng tâm tam giác $SAB$ và song song với mặt phẳng $(ABCD)$ chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần. Tính thể tích $V$ của phần chứa điểm $S$.

**A.** $V = 24$. **B.** $V = 8$. **C.** $V = 12$. **D.** $V = 36$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Gọi $A'$, $B'$, $C'$, $D'$ lần lượt là giao điểm của $(\alpha)$ với các cạnh $SA$, $SB$, $SC$, $SD$; $G$ là trọng tâm tam giác $SAB$, $H$ là trung điểm của $AB$.

Khi đó $\begin{cases} (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ (SAB) \perp (ABCD) \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có $AA' // AB$, $B'C' // BC$, $C'D' // CD$, $D'A' // DA$ (do $(\alpha) // (ABCD)$).

Nên $\dfrac{2}{3} = \dfrac{SG}{SH} = \dfrac{SA'}{SA} = \dfrac{SB'}{SB} = \dfrac{SC'}{SC} = \dfrac{SD'}{SD}$.

Từ đó ta có $\dfrac{V_{S.A'C'B'}}{V_{S.ACB}}=\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SC'}{SC}.\dfrac{SB'}{SB}=\dfrac{8}{27};\dfrac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ACD}}=\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SC'}{SC}.\dfrac{SD'}{SD}=\dfrac{8}{27}$.

Suy ra $\dfrac{V_{S.A'C'B'}}{V_{S.ACB}}+\dfrac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ACD}}=\dfrac{16}{27}\Rightarrow\dfrac{V_{S.A'B'C'D'}}{\frac{1}{2}V_{S.ABCD}}=\dfrac{16}{27}\Rightarrow V_{S.A'B'C'D'}=\dfrac{8}{27}V_{S.ABCD}$.

Mà $S_{SAB}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{27\sqrt{3}}{4}\Rightarrow AB^2=27\Rightarrow AB=3\sqrt{3}$ và $SH=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=\dfrac{9}{2}$.

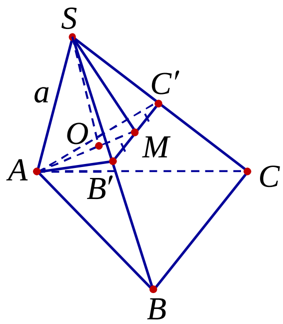
Vậy $V_{S.A'B'C'D'}=\dfrac{8}{27}V_{S.ABCD}=\dfrac{8}{27}.\dfrac{1}{3}AB^2.SH=\dfrac{8}{27}.\dfrac{1}{3}.27.\dfrac{9}{2}=12$.

**Câu 278.** **[2H3.3-3]** **(LÝ NHÂN TÔNG-BNI-L1-1819)** ình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60^\circ$. $SA=a$, $SB=2a$, $SC=3a$. Thể tích khối chóp đó là

**A.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Trên cạnh $SB$, $SC$ lần lượt lấy điểm $B'$, $C'$ sao cho $SB'=SC'=SA=a$.

Ta có $\widehat{ASB'}=\widehat{B'SC'}=\widehat{C'SA}=60^\circ$ nên $S.AB'C'$ là tứ diện đều cạnh $a$.

Gọi $O$ là tâm của tam giác $AB'C'$, $M$ là trung điểm $B'C'$.

Ta có: $OA=\dfrac{2}{3}AM=\dfrac{2}{3}a.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

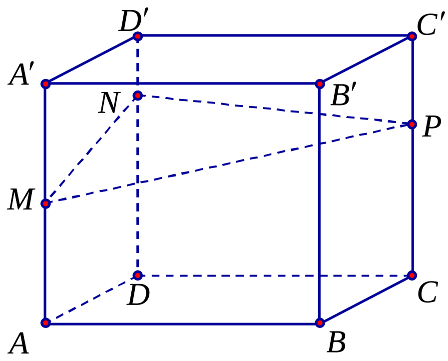
$SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=\sqrt{a^2-\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Thể tích khối chóp $S.AB'C'$ là $V_{S.AB'C'}=\dfrac{1}{3}SO.S_{AB'C'}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{a\sqrt{6}}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\cdot a=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Ta lại có: $\dfrac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}.\dfrac{SC'}{SC}=\dfrac{a}{a}.\dfrac{a}{2a}.\dfrac{a}{3a}=\dfrac{1}{6}$.

Vậy $V_{S.ABC}=6V_{S.AB'C'}=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

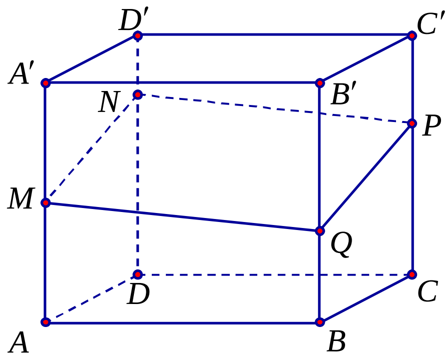
**Câu 279.** **[2H1-4]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $2110$. Biết $A'M=MA$; $DN=3ND'$; $CP=2PC'$. Mặt phẳng $(MNP)$ chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng




**A.** $\dfrac{7385}{18}$. **B.** $\dfrac{5275}{12}$. **C.** $\dfrac{8440}{9}$. **D.** $\dfrac{5275}{6}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Ta có: $\dfrac{V_{MNPQ.A'B'C'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{A'M}{A'A}+\dfrac{C'P}{C'C}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{5}{12}$.

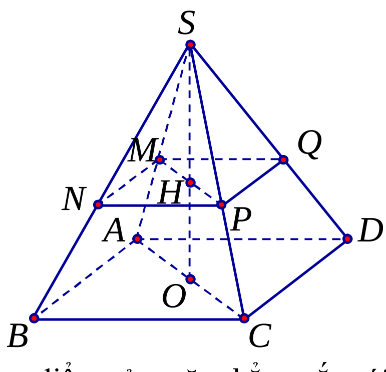
$V_{nho}=V_{MNPQ.A'B'C'D'}=\dfrac{5}{12}V_{ABCD.A'B'C'D'}=\dfrac{5}{12}\cdot 2110=\dfrac{5275}{6}$.

***Câu 280.*** **[2H1-4]** Một viên đá có hình dạng là khối chóp tứ giác đều với tất cả các cạnh bằng $a$. Người ta cắt khối đá đó bởi mặt phẳng song song với đáy của khối chóp để chia khối đá thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích của thiết diện khối đá bị cắt bởi mặt phẳng nói trên. *(Giả thiết rằng tổng thể tích của hai khối đá sau vẫn bằng thể tích của khối đá đầu).*

**A.** $\dfrac{2a^2}{\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{a^2}{\sqrt[3]{2}}$. **C.** $\dfrac{a^2}{4}$. **D.** $\dfrac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Gọi $M$, $N$, $P$, $Q$ lần lượt là giao điểm của mặt phẳng cắt với cạnh bên $SA$, $SB$, $SC$, $SD$

và $H=SO\cap(MNPQ)$. Do $\begin{cases} SO\perp(ABCD) \\ (MNPQ)\parallel(ABCD) \end{cases} \Rightarrow SH\perp(MNPQ)$

Đặt $\frac{SH}{SO}=\frac{SM}{SA}=\frac{SN}{SB}=\frac{SP}{SC}=\frac{SQ}{SD}=k\ (k>0)$ (Định lý Thales) và $V=V_{S.ABCD}$.

Ta có $\frac{V_{S.MNPQ}}{V}=\frac{V_{S.MNP}}{2V_{S.ABC}}+\frac{V_{S.MPQ}}{2V_{S.ACD}}=\frac{1}{2}\left(\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SP}{SC}+\frac{SM}{SA}.\frac{SP}{SC}.\frac{SQ}{SD}\right)=\frac{1}{2}\left(k^3+k^3\right)=k^3$

Theo ycbt: $\frac{V_{S.MNPQ}}{V}=k^3=\frac{1}{2}\Rightarrow k=\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Mặt khác $\frac{1}{2}=\frac{V_{S.MNPQ}}{V}=\frac{\frac{1}{3}SH.S_{MNPQ}}{\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}}=k.\frac{S_{MNPQ}}{S_{ABCD}}$

$\Rightarrow S_{MNPQ}=\frac{1}{2k}.S_{ABCD}=\frac{\sqrt[3]{2}}{2}.a^2=\frac{a^2}{\sqrt[3]{4}}$.

## PHẦN 4. MẶT CẦU. MẶT TRỤ. MẶT NÓN

**Câu 281.** **[2H2-1]** Cho hình nón đỉnh $S$ có đáy là đường tròn tâm $O$, bán kính $R$. Biết $SO=h$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

**A.** $\sqrt{h^2-R^2}$. **B.** $\sqrt{h^2+R^2}$. **C.** $2\sqrt{h^2-R^2}$. **D.** $2\sqrt{h^2+R^2}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có đường sinh $l=\sqrt{h^2+R^2}$.

**Câu 282.** **[2H2-1]** Diện tích của mặt cầu có bán kính $R$ bằng

**A.** $2\pi R^2$. **B.** $\pi R^2$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** $2\pi R$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Diện tích của mặt cầu có bán kính $R$ bằng $4\pi R^2$.

**Câu 283.** **[2H2-1]** Thể tích của một khối cầu có bán kính $R$ là

**A.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi R^3$. **D.** $V=4\pi R^3$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

**Câu 284.** **[2H2-1]** Gọi $l$, $h$, $r$ lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh $S_{xq}$ của hình nón là

**A.** $S_{xq}=\pi rh$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$S_{xq}=\pi rl$.

**Câu 285.** **[2H2-1]** Nếu tăng bán kính đáy của một hình nón lên $4$ lần và giảm chiều cao của hình nón đó đi $8$ lần, thì thể tích khối nón tăng hay giảm bao nhiêu lần?

**A.** tăng $2$ lần. **B.** tăng $16$ lần. **C.** giảm $16$ lần. **D.** giảm $2$ lần.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Thể tích ban đầu của khối nón là $V_1 = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

Do đó, khi tăng bán kính đáy của hình nón lên $4$ lần và giảm chiều cao của hình nón đó đi $8$ lần thì thể tích của khối nón tương ứng là $V_2 = \frac{1}{3}\pi(4R)^2\frac{h}{8} = \frac{1}{3}\pi.2.R^2h = 2V_1$.

Vậy thể tích của khối nón đó tăng $2$ lần.

**Câu 286.** **[2H2-1]** Tính thể tích $V$ của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng $2$.

**A.** $V = 4\pi$. **B.** $V = 12\pi$. **C.** $V = 16\pi$. **D.** $V = 8\pi$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Thể tích khối trụ $V = \pi r^2 h = \pi.2^2.2 = 8\pi$.

**Câu 287.** **[2H2-1]** Một hình trụ có bán kính đáy bằng $50\,\text{cm}$, Chiều cao $50\,\text{cm}$. diện tích xung quanh của hình trụ đó là

**A.** $5000\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $5000\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $2500\left(\text{cm}^2\right)$ **D.** $2500\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

$S_{tr} = 2\pi Rh = 2\pi.50.50 = 5000\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

**Câu 288.** **[2H2-1]** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2a$, $BC = 3a$. Gọi $M$, $N$ lần lượt là trung điểm của $AB$, $CD$. Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay xung quanh trục $MN$ ta được một khối trụ có thể tích bằng

**A.** $4\pi a^3$. **B.** $5\pi a^3$. **C.** $3\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

$R = \frac{AB}{2} = a$

$h = BC = 3a$

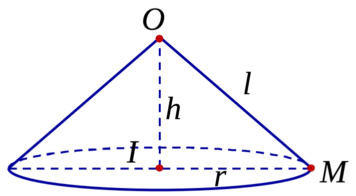
$\Rightarrow V = \pi R^2 h = \pi.a^2.3a = 3\pi a^3$.

**Câu 289.** **[2H2-1]** Gọi $l$, $h$, $R$ lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính đáy của một hình nón. Đẳng thức nào sau đây luôn đúng?

**A.** $l^2 = hR$. **B.** $\frac{1}{l^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{R^2}$. **C.** $l^2 = h^2 + R^2$. **D.** $R^2 = h^2 + l^2$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Theo định nghĩa hình nón, ta có tam giác $OIM$ vuông tại $I$. Do đó, $OM^2 = OI^2 + IM^2$.

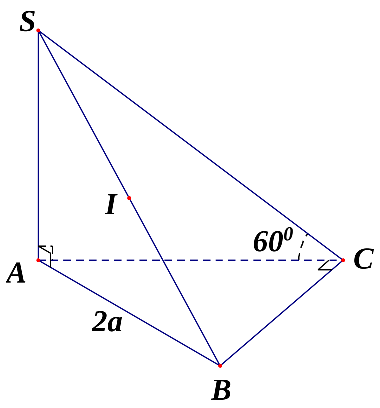
Suy ra: $l^2 = h^2 + R^2$.

**Câu 290.** **[2H2-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy $ABC$ là tam giác vuông cân, cạnh huyền $AB = 2a$. Cạnh bên $SA$ vuông góc với mặt đáy $(ABC)$. Góc giữa $(SBC)$ và mặt đáy $(ABC)$ bằng $60°$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

**A.** $5\pi a^2$. **B.** $\pi a^2$. **C.** $10\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Ta có: $\Delta ABC$ vuông cân tại $C \Rightarrow AC = BC = \dfrac{AB}{\sqrt{2}} = \dfrac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}.$

Mà ta lại có: $(SAB)\cap(ABC)\equiv BC$

$BC \perp (SAC)$ ( vì $BC \perp SA, BC \perp AC$ )

$(SAC)\cap(SBC)\equiv SC$

$(SAC)\cap(ABC)\equiv AC$

$\Rightarrow \widehat{(SBC),(ABC)} = \widehat{SC,AC} = \widehat{SCA} = 60°.$

Xét tam giác $SAC$ có: $\tan\widehat{SAC} = \dfrac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC.\tan\widehat{SAC} = a\sqrt{2}.\sqrt{3} = a\sqrt{6}.$

Gọi $I$ là trung điểm của $SB$

$\Rightarrow \begin{cases} IS = IB = IA \\ IS = IB = IC \end{cases} \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$, $SB$ là đường kính

Xét tam giác $SAB$ có:

$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{6a^2 + 4a^2} = a\sqrt{10} \Rightarrow R = \dfrac{SB}{2} = \dfrac{a\sqrt{10}}{2}$

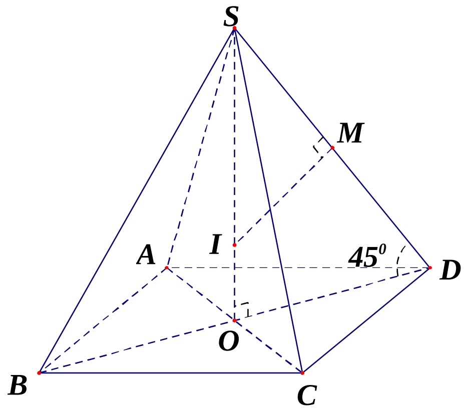
$\Rightarrow S_C = 4\pi R^2 = 4\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{10}}{2}\right)^2 = 10\pi a^2.$

**Câu 291.** **[2H2-2]** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên tạo với đáy góc $45°$. Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó là

**A.** $a$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Gọi $O$ là tâm đáy $ABCD$ $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Xét tam giác $SOD$, gọi $M$ là trung điểm của $SD$.

Kẻ đường trung trực $MI$, cắt $SO$ tại $I$ $\Rightarrow IS = ID$

Mà $I \in SO \Rightarrow IA = IB = IC = ID$ $\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

Ta có: $\cos\widehat{OSD} = \dfrac{SO}{SD} = \dfrac{SM}{SI} \Rightarrow SI = \dfrac{SD.SM}{SO} = \dfrac{SD^2}{2SO}$

Ta lại có $ABCD$ là hình vuông có cạnh $2a$ $\Rightarrow BD = 2a\sqrt{2} \Rightarrow OD = a\sqrt{2}$

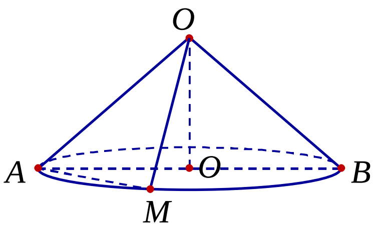
$\Rightarrow \begin{cases} SO = a\sqrt{2} \\ SD = 2a \end{cases} \Rightarrow SI = \dfrac{4a^2}{2a\sqrt{2}} = a\sqrt{2}.$

**Câu 292.** **[2H2-2]** Một hình nón tròn xoay có độ dài đường sinh $l = 2a$, độ dài đường cao $h = a$. Gọi $S$ là diện tích thiết diện của hình nón cắt bởi mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón. Giá trị lớn nhất của S bằng

**A.** $2a^2$. **B.** $a^2\sqrt{3}$. **C.** $2a^2\sqrt{3}$. **D.** $4a^2$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Gọi $AB$ là đường kính của đường tròn đáy của hình nón, $O$ là tâm của đáy.

Hình nón có đường tròn đáy có bán kính là $R = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3} > h = a$ nên

$\widehat{ASB} > 90°$.

Thiết diện đi qua đỉnh S của hình nón là tam giác $SAM$ cân tại S.

Ta có: $S_{\Delta SAM} = \dfrac{1}{2}.SA.SM.\sin\widehat{ASM} = \dfrac{1}{2}.SA^2.\sin\widehat{ASM} \le \dfrac{1}{2}.SA^2 = \dfrac{1}{2}.4a^2 = 2a^2$. ( Vì $\sin\widehat{ASM} \le 1$)

Dấu "$=$" xảy ra khi $\sin\widehat{ASM} = 1 \Leftrightarrow \widehat{ASM} = 90°$.

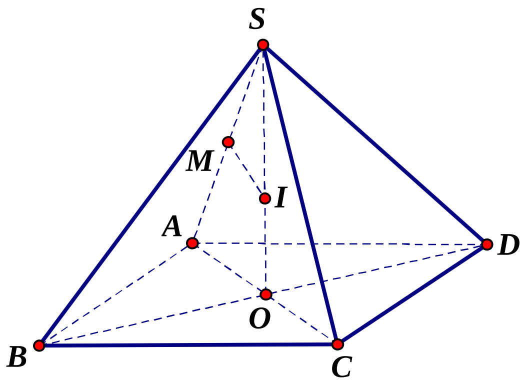
Vậy $\max S = 2a^2$.

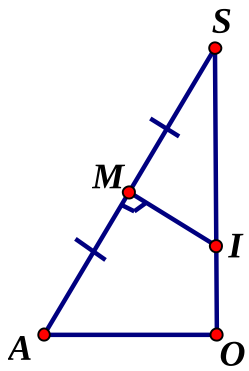
**Câu 293.** **[2H2-2]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy và cạnh bên đều bằng $2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

**A.** $4\pi a^2$. **B.** $\dfrac{16}{3}\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là điểm $I$ như hình vẽ, bán kính là $IS$ .

Hình vuông $ABCD$ có cạnh 2a nên $AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AO = a\sqrt{2}$ .

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông $SAO$ : $SO = a\sqrt{2}$ .

Tam giác $SAO$ , có $\Delta \mathrm{SMI}$ đồng dạng $\Delta \mathrm{SOA}$ $\Rightarrow \mathrm{IS} = \dfrac{SA^2}{2.\mathrm{SO}} = \dfrac{4a^2}{2.a\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$ .

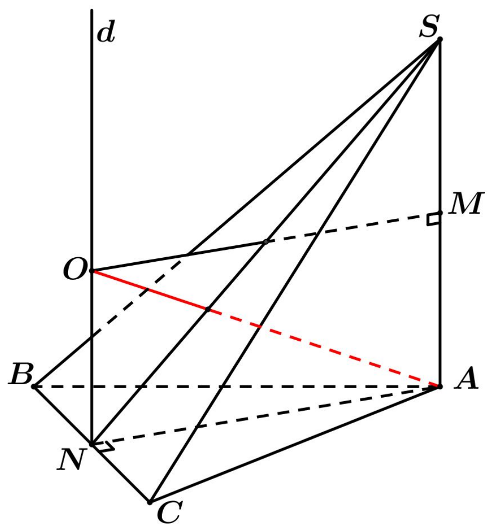
Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp: $V = 4\pi r^2 = 4\pi.\left(a\sqrt{2}\right)^2 = 8\pi a^2$

**Câu 294.** **[2H2-2]** Cho chóp tam giác $SABC$ có $SA \perp \left(ABC\right)$, tam giác $ABC$ vuông cân tại $A$ và $SA = 2a$ , $AB = a$ . Khi đó bán kính của mặt cầu ngoại tiếp $SABC$ là

**A.** $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ . **B.** $R = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$ . **C.** $R = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$ . **D.** $R = \dfrac{a\sqrt{7}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**




Gọi $M, N$ lần lượt là trung điểm $SA, BC$

Vì $\Delta ABC$ vuông cân tại $A \Rightarrow AN \perp BC; AN = \dfrac{1}{2}BC = \dfrac{1}{2}a\sqrt{2}$ và $N$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC$

Dựng đường thẳng $d$ đi qua $N$ và $d \perp \Delta ABC$ ( $d$ là trục của đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC$ )

Dựng đường trung trực của $SA$, cắt $d$ tại $O$

Ta có $\begin{cases} O \in d \\ O \in MO \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OA = OB = OC \\ OA = OS \end{cases} \Rightarrow O$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $SABC \Rightarrow R = OA$

Dễ dàng thấy $MANO$ là hình chữ nhật, ta có $R = OA = \sqrt{AM^2 + AN^2} = \sqrt{\left(\frac{SA}{2}\right)^2 + AN^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$

**Câu 295.** **[2H2-2]** Cắt hình trụ tròn xoay $(T)$ bởi một mặt phẳng qua trục của $(T)$ ta được thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối trụ $(T)$ là

**A.** $V = 2\pi a^3$. **B.** $V = 4\pi a^3$. **C.** $V = \frac{2\pi a^3}{3}$. **D.** $V = \pi a^3$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Vì thiết diện qua trục là một hình vuông nên ta có chiều cao của hình trụ là $2a$ và bán kính đáy bằng $a$

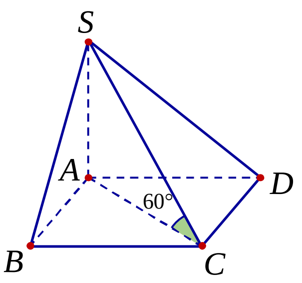
Vậy thể tích khối trụ $(T)$ là $V = \pi a^2.2a = 2\pi a^3$.

**Câu 296.** **[2H1-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a$, $SA$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, cạnh $SC$ tạo với đáy một góc $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

**A.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Lờigiải

**Chọn C.**




Ta có: $\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SC, AC}\right) = \widehat{SCA} = 60°$

$AC = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác $SAC$ vuông tại $A$ có: $SA = AC.\tan\widehat{SCA} = a\sqrt{2}.\sqrt{3} = a\sqrt{6}$.

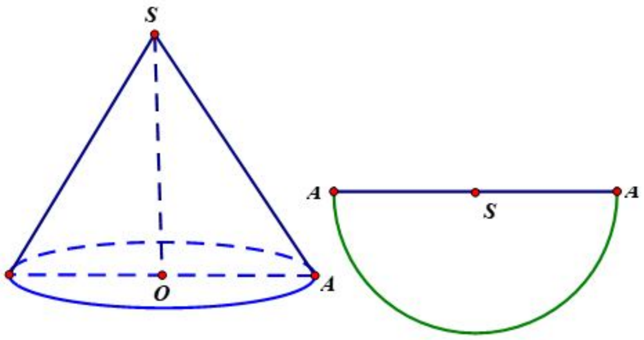
Do đó, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

**Câu 297.** **[2H2-2]** Cắt mặt xung quanh của một hình nón tròn xoay $(N)$ dọc theo một đường sinh rồi trải ra trên mặt phẳng ta được một nửa hình tròn có bán kính $R$. Chiều cao của hính nón $(N)$ là

**A.** $h = \frac{R}{2}$. **B.** $h = R\sqrt{3}$. **C.** $h = \frac{R\sqrt{3}}{2}$. **D.** $h = R$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Theo bài ra ta có hình nón như hình vẽ.

Gọi $R_1$ là bán kính đáy hình nón và $l$, $h$ lần lượt là đường sinh và chiều cao của hình nón.

Cắt mặt xung quanh của một hình nón tròn xoay $(N)$ dọc theo một đường sinh rồi trải ra trên mặt phẳng ta được một nửa hình tròn có bán kính $R = SA$. Khi đó $l = R$

Khi đó chu vi của nửa đường tròn là $C_1 = \dfrac{2\pi R}{2} = \pi R$ chính là chu vi đáy của hình nón

Ta có chu vi đáy của hình nón là $C = 2\pi R_1 = \pi R \Leftrightarrow R_1 = \dfrac{R}{2}$

Xét $\Delta SOA$ vuông tại $O$ có $h = SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{l^2 - R_1^2} = \sqrt{R^2 - \dfrac{R^2}{4}} = \dfrac{R\sqrt{3}}{2}$

**Câu 298.** **[2H2-2]** Cho hình chóp tròn xoay $(N)$ có chiều cao $3\,\text{cm}$ và bán kính đường tròn đáy là $4\,\text{cm}$. Thể tích của khối nón tròn $(N)$ bằng

**A.** $12\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **B.** $16\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **C.** $36\pi\left(\text{cm}^3\right)$. **D.** $48\pi\left(\text{cm}^3\right)$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Thể tích của khối nón $(N)$ là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2.h = \dfrac{1}{3}\pi^2.4^2.3 = 16\pi^2\left(\text{cm}^3\right)$.

**Câu 299.** **[2H2-2]** Cho hình trụ tròn xoay $(T)$ có chu vi của đường tròn đáy bằng $4\pi a$ và chiều cao $h = a$. Diện

tích xung quanh của hình trụ $(T)$ bằng

**A.** $\dfrac{4}{3}\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

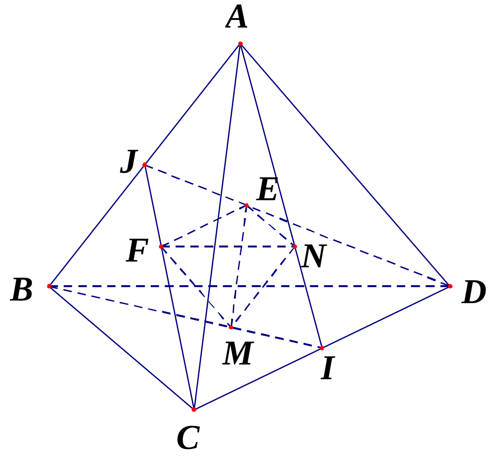
Do $(T)$ có chu vi của đường tròn đáy bằng $4\pi a$ và chiều cao $h = a$ nên diện tích xung quanh của hình trụ $(T)$ bằng $4\pi a.a = 4\pi a^2$.

**Câu 300.** **[2H2-3]** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi $M$, $N$, $E$, $F$ lần lượt là trọng tâm của các tam giác $BCD$, $ACD$, $ABD$, $ABC$. Gọi $R$, $r$ lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ và tứ diện $MNEF$. Tỉ số $\dfrac{R}{r}$ là

**A.** $2$. **B.** $3$. **C.** $4$ **D.** $\dfrac{3}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Gọi $I, J$ lần lượt là trung điểm của $CD$ và $AB$.

Xét tam giác $ACD$ có: $N$ là trọng tâm tam giác $ACD$

$I$ là trung điểm của $CD$ $\Rightarrow \dfrac{IN}{IA} = \dfrac{1}{3}$.

Chứng minh tương tự ta có: $\dfrac{IM}{IB} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{IN}{IA} = \dfrac{IM}{IB} \Rightarrow MN \,//\, AB \Rightarrow \dfrac{MN}{AB} = \dfrac{IM}{IB} = \dfrac{1}{3}$

Chứng minh tương tự ta có:

$\dfrac{MF}{AD} = \dfrac{ME}{AC} = \dfrac{FN}{BD} = \dfrac{FE}{CD} = \dfrac{EN}{BC} = \dfrac{1}{3}$

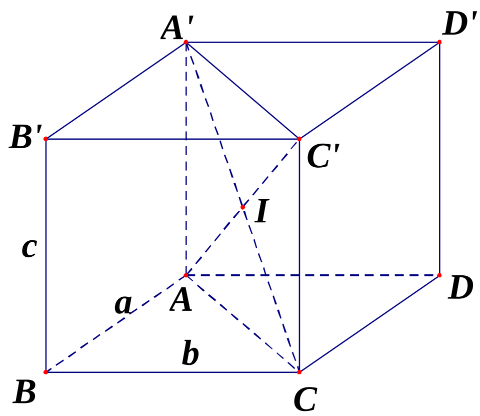
$\Rightarrow$ Tứ diện $M.NEF$ là phép vị tự của tứ diện $A.BCD$ với tỉ số $k = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{r}{R} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow \dfrac{R}{r} = 3$.

**Câu 301.** **[2H2-2]** Hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD$, $ADD'A'$, $CDD'C'$ lần lượt là $15\,\text{cm}^2$, $20\,\text{cm}^2$, $12\,\text{cm}^2$. Thể tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp đó là

**A.** $\dfrac{250\pi}{3\sqrt{2}}$. **B.** $\dfrac{250\pi}{3\sqrt{3}}$. **C.** $\dfrac{125\pi}{3\sqrt{2}}$. **D.** $\dfrac{125\pi}{2\sqrt{2}}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Gọi độ dài ba cạnh $AB, BC, BB'$ lần lượt là $a, b, c$ ta có:

$S_{ABCD} = ab = 15\,\text{cm}^2$.

$S_{ADD'A'} = bc = 20\,\text{cm}^2$.

$S_{CDD'C'} = ac = 12\,\text{cm}^2$

$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \text{ cm} \\ b = 5 \text{ cm} \\ c = 4\,\text{cm} \end{cases}$

$\Rightarrow R = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2} = \dfrac{\sqrt{9+16+25}}{2} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

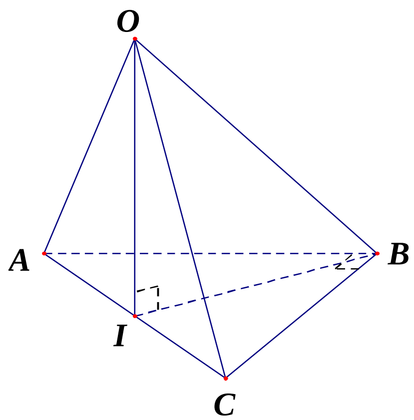
$\Rightarrow V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4\pi}{3}.\dfrac{125\sqrt{2}}{4} = \dfrac{250\pi}{3\sqrt{2}}.$

**Câu 302.** **[2H2-2]** Một mặt cầu $(S)$ tâm $O$, bán kính $13\text{cm}$. Ba điểm $A$, $B$, $C$ thuộc $(S)$ sao cho $AB = 6\,\text{cm}$, $BC = 8\,\text{cm}$ và $AC = 10\,\text{cm}$. Khi đó khoảng cách từ $O$ đến $(ABC)$ bằng

**A.** $9(\text{cm})$. **B.** $10(\text{cm})$. **C.** $8(\text{cm})$ **D.** $12(\text{cm})$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Xét tam giác $ABC$ có:

$AB^2 = 6^2 = 36\,\text{cm}^2.$

$BC^2 = 8^2 = 64\,\text{cm}^2.$

$AC^2 = 10^2 = 100\text{ cm}^2.$

$\Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại $B$.

Gọi $I$ là trung điểm của $AC$ suy ra: $IA = IB = IC = \dfrac{AC}{2} = 5$ cm.

Mà: $O$ là tâm mặt cầu $(S) \Rightarrow OA = OB = OC = 13\,\text{cm}.$

$\Rightarrow OI \perp (ABC) \equiv I$

Ta có: $OI = \sqrt{OB^2 - IB^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ cm.

**Câu 303.** **[2H2-2]** Một hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông có diện tích $100\,\text{cm}^2$. Khi đó thể tích của khối trụ đó là

**A.** $150\pi(\text{cm}^3)$. **B.** $100\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $250\pi(\text{cm}^3)$. **D.** $500\pi(\text{cm}^3)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Gọi cạnh của hình vuông là $a$, ta có: $a^2 = 100\,\text{cm}^2 \Leftrightarrow a = 10$ cm.

$\Rightarrow \begin{cases} R = \dfrac{a}{2} = 5 \text{ cm} \\ h = 10 \text{ cm} \end{cases}$

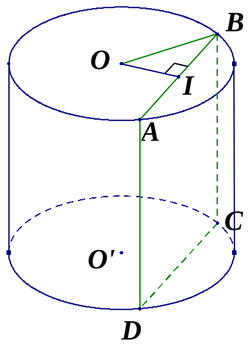
$\Rightarrow V_{tr} = \pi R^2 h = \pi.5^2.10 = 250\pi \text{ cm}^3$.

**Câu 304.** **[2H2-2]** Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $a$, chiều cao bằng $2a$. Mặt phẳng $(P)$ song song với trục của hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là một hình chữ nhật. Gọi $O$ là tâm của đường tròn đáy. Tính diện tích của thiết diện đó, biết khoảng cách từ $O$ đến $(P)$ bằng $\dfrac{a}{2}$

**A.** $3\sqrt{2}a^2$. **B.** $3\sqrt{3}a^2$. **C.** $2\sqrt{2}a^2$. **D.** $2\sqrt{3}a^2$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Gọi mặt phẳng thiết diện là $ABCD$

Gọi $I$ là trung điểm của $AB$ ta có: $AB = 2BI$

Xét tam giác vuông $OIB$ có: $BI = \sqrt{OB^2 - OI^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

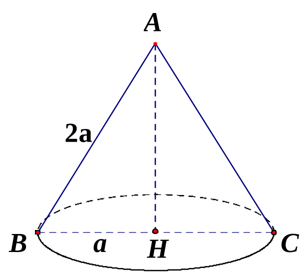
$\Rightarrow AB = 2BI = a\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABCD} = a\sqrt{3}.2a = 2\sqrt{3}a^2$.

**Câu 305.** **[2H2-2]** Cho tam giác $ABC$ đều cạnh $2a$. Gọi $H$ là trung điểm của $BC$. Cho tam giác $ABC$ quay xung quanh trục $AH$ ta được một hình nón có diện tích xung quanh bằng

**A.** $2\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Theo bài, hình nón có độ dài đường sinh $l = 2a$, bán kính đáy $r = a$.

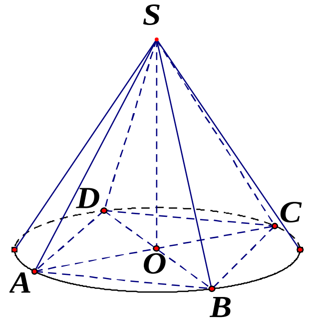
Suy ra $S_{xq} = \pi r l = 2\pi a^2$.

**Câu 306.** **[2H2-2]** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy $a\sqrt{2}$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $45°$. Tính thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

**A.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $\pi a^3$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Gọi $O$ là tâm hình vuông $ABCD$.

Theo bài ra, hình nón có bán kính đáy $r = AO = a$.

Ta có, $\left(\widehat{SA,(ABCD)}\right) = \widehat{SAO} = 45°$ nên suy ra chiều cao hình nón

$h = SO = AO = a$.

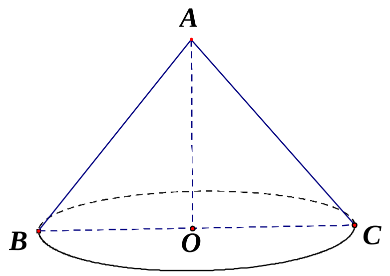
Vậy thể tích khối nón ngoại tiếp hình chóp là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^3$.

**Câu 307.** **[2H2-2]** Thiết diện qua trục của một hình nón là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng $2$. Khi đó diện tích toàn phần của hình nón bằng

**A.** $\sqrt{2}\pi\left(2-\sqrt{2}\right)$. **B.** $\pi\left(\sqrt{2}+2\right)$. **C.** $\sqrt{2}\pi\left(\sqrt{2}+2\right)$. **D.** $2\pi\left(\sqrt{2}+2\right)$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Ta có thiết diện qua trục của hình nón là tam giác $ABC$ vuông cân tại $A$,

cạnh $AB = l = 2$, suy ra cạnh đáy $BC = 2r = 2\sqrt{2} \Rightarrow r = \sqrt{2}$.

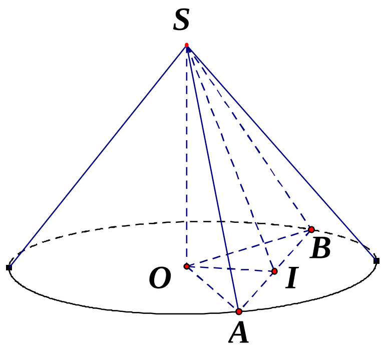
Từ đó ta có $S_{tp} = S_{xq} + S_d = \pi r l + \pi r^2 = 2\pi\sqrt{2} + 2\pi = \sqrt{2}\pi\left(\sqrt{2}+2\right)$.

**Câu 308.** **[2H2-2]** Cho hình nón đỉnh $S$, đáy là đường tròn tâm $O$, bán kính bằng $a$. Hai điểm $A$, $B$ thuộc đường tròn $(O)$ sao cho $AB = a$. Tính diện tích tam giác $SAB$ biết $SO = \frac{a}{2}$.

**A.** $a^2$. **B.** $\frac{a^2}{3}$. **C.** $\frac{3a^2}{2}$. **D.** $\frac{a^2}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Theo bài ra, tam giác $OAB$ đều cạnh bằng $a$ nên trung tuyến $OI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác $SO = \frac{a}{2}$, suy ra $SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = a$.

Do đó $V_{SAB} = \frac{1}{2}SI.AB = \frac{a^2}{2}$.

**Câu 309.** **[2H2-2]** Trong không gian, cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$. Tính độ dài đường sinh $l$ của hình nón, nhận được khi quay tam giác $ABC$ xung quanh trục $AB$.

**A.** $l = a$. **B.** $l = \sqrt{2}a$. **C.** $l = \sqrt{3}a$. **D.** $l = 2a$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Khi quay tam giác $ABC$ xung quanh trục $AB$ thì độ dài đường sinh $l$ của hình nón: $l = BC$.

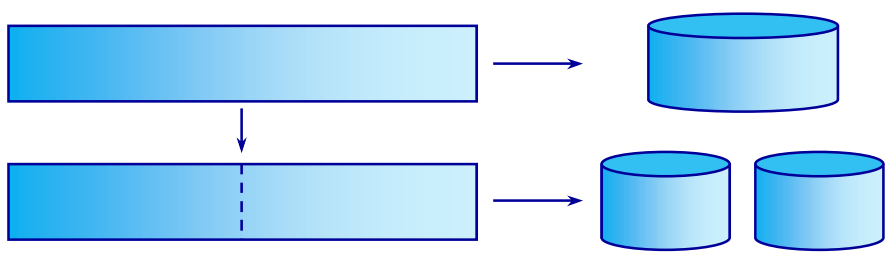
Suy ra $l = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$.

**Câu 310.** **[2H2-2]** Từ một tấm tôn hình chữ nhật kích thước $50\text{ cm} \times 240\text{ cm}$, người ta làm các thùng đựng nước hình trụ có chiều cao bằng $50\text{ cm}$, theo hai cách sau (xem hình minh họa dưới đây):

□ Cách 1: Gò tấm tôn ban đầu thành mặt xung quanh của thùng.

□ Cách 2: Cắt tôn ban đầu thành hai tấm bằng nhau, rồi gò mỗi tấm đó thành mặt xung quanh của một thùng.

Kí hiệu $V_1$ là thể tích của thùng gò được theo cách 1 và $V_2$ là tổng thể tích của hai thùng gò được theo cách 1. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



**A.** $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{V_1}{V_2} = 1$. **C.** $\frac{V_1}{V_2} = 2$. **D.** $\frac{V_1}{V_2} = 4$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

□ Cách 1: $l = 2\pi R \Rightarrow R = \frac{l}{2\pi} \Rightarrow V_1 = \pi.R.h = \pi.\left(\frac{l}{2\pi}\right)^2 50 = \frac{25l^2}{2\pi}$.

□ Cách 2: $\frac{l}{2}=2\pi r \Rightarrow r=\frac{l}{4\pi} \Rightarrow V_1=\pi.r.h=\pi.\left(\frac{l}{4\pi}\right)^2 50=\frac{25l^2}{8\pi}$.

Vậy $\frac{V_1}{V_2}=4$.

**Câu 311.** **[2H2-2]** Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB=1$ và $AD=2$. Gọi lần lượt $M,N$ là trung điểm của $AD$ và $BC$. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục $MN$, ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần $S_{tp}$ của hình trụ đó.

**A.** $S_{tp}=4\pi$. **B.** $S_{tp}=2\pi$. **C.** $S_{tp}=6\pi$. **D.** $S_{tp}=10\pi$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Quay hình chữ nhật xung quanh trục $MN$, khi đó $h=AB, r=\frac{AD}{2}$.

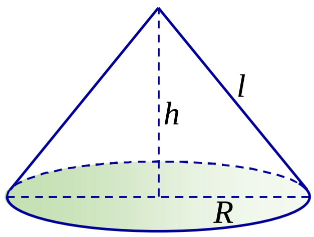
Ta có: $S_{tp}=2\pi rh=2\pi.\frac{AD}{2}.AB=2\pi$.

**Câu 312.** **[2H2-2]** Cho khối nón $(N)$ có bán kính đáy bằng $3$ và diện tích xung quanh bằng $15\pi$. Tính thể tích $V$ của khối nón $(N)$.

**A.** $V=12\pi$. **B.** $V=20\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=60\pi$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Gọi $R$, $l$, $h$ lần lượt là bán kính đáy, độ dài đường sinh và chiều cao của khối nón $(N)$.

Theo giả thiết, ta có: $R=3$; $\pi Rl=15\pi \Leftrightarrow l=5$.

Áp dụng định lí Pi – ta – go, ta được $h=\sqrt{l^2-R^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Thể tích của khối nón: $V=\frac{1}{3}h.\pi R^2=\frac{1}{3}4.\pi.9=12\pi$.

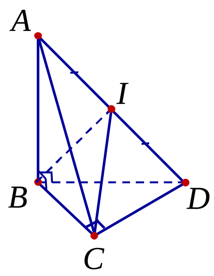
Thể tích $V$ của khối chóp $A'.ABCD$: $V=\frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'}=\frac{1}{3}.24a^3=8a^3$.

**Câu 313.** **[2H2-2]** Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác $BCD$ vuông tại $C$, $AB\perp(BCD)$, $AB=5a$, $BC=3a$ và $CD=4a$. Tính bán kính $R$ của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

**A.** $R=\frac{5a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $R=\frac{5a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $R=\frac{5a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $R=\frac{5a\sqrt{3}}{2}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Gọi $I$ là trung điểm $AD$, ta có

+ Tam giác $ABD$ vuông tại $B \Rightarrow IA = IB = ID\ (1)$

+ $\left.\begin{matrix} CD \perp BC \\ CD \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow CD \perp AC \Rightarrow \Delta ACD$ vuông tại $C \Rightarrow IA = IC = ID\ (2)$

Từ $(1)$ và $(2) \Rightarrow IA = IB = IC = ID$. Suy ra $I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp $ABCD$.

Tam giác $BCD$ vuông tại $C$ có: $BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 5a$.

Tam giác $ABD$ vuông cân tại $B$ có: $AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = \sqrt{\left(5a\right)^2 + \left(5a^2\right)} = 5\sqrt{2}a$.

Vậy, bán kính mặt cầu cần tìm là $R = \dfrac{AD}{2} = \dfrac{5\sqrt{2}a}{2}$.

**Câu 314.** **[2H2-2]** Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và $SA \perp \left(ABCD\right)$. Tính bán kính $R$ của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

**A.** $R = \dfrac{5a}{2}$. **B.** $R = \dfrac{17a}{2}$. **C.** $R = \dfrac{13a}{2}$. **D.** $R = 6a$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có: $R = \sqrt{R_{đáy}^2 + \left(\dfrac{h}{2}\right)^2}$. Do đáy $ABCD$ là hình chữ nhật suy ra

$R_{đáy} = \dfrac{\sqrt{AB^2 + BC^2}}{2} = \dfrac{\sqrt{9a^2 + 16a^2}}{2} = \dfrac{5a}{2}$. Vậy $R = \sqrt{R_{đáy}^2 + \left(\dfrac{SA}{2}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{25a^2}{4} + \left(\dfrac{12a}{2}\right)^2} = \dfrac{13a}{2}$.

**Câu 315.** **[2H2-3]** Khi nhà sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nguyên liệu làm vỏ lon là ít nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ là nhỏ nhất. Muốn thể tích khối trụ đó bằng $V$ và diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì bán kính đáy bằng

**A.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **B.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$. **C.** $\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **D.** $\sqrt{\dfrac{V}{\pi}}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có: $V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \dfrac{V}{\pi R^2}$.

$S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + 2\pi R.\dfrac{V}{\pi R^2} = 2\pi R^2 + \dfrac{V}{R} + \dfrac{V}{R} \geq 3\sqrt[3]{2\pi V^2}$

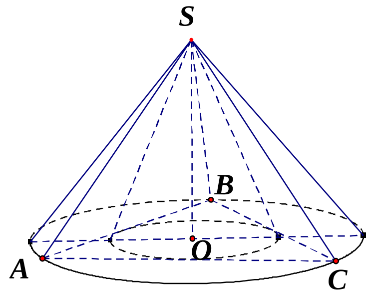
$2\pi R^2 = \dfrac{V}{R} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$

**Câu 316.** **[2H2-3]** Cho hình chóp đều $S.ABC$. Gọi $(N_1)$, $(N_2)$ lần lượt là hai hình nón có đỉnh $S$ và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp, đường tròn nội tiếp tam giác $ABC$. Gọi $(V_1)$, $(V_2)$ là thể tích hai khối nón $(N_1)$, $(N_2)$. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng

**A.** $4$. **B.** $2$. **C.** $8$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Giả sử cạnh đáy bằng $a$ chiều cao $SO = h$.

Ta có bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy $R = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

bán kính đường tròn nội tiếp đáy $r = \dfrac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow R = 2r$.

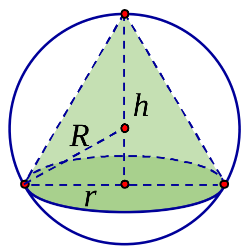
Ta có $V_1 = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = \dfrac{1}{3}\pi(2r)^2 h = 4.\dfrac{1}{3}\pi r^2 h = 4.V_2$. Vậy $\dfrac{V_1}{V_2} = 4$.

**Câu 317.** **[2H2-3]** Cho mặt cầu $(S)$ đường kính $AB = 2R$. Một mặt phẳng $(P)$ di động nhưng luôn vuông góc với $AB$ và cắt mặt cầu $(S)$ theo một đường tròn. Hình nón tròn xoay $(N)$ có đỉnh $A$ và đáy là thiết diện tạo bởi mp$(P)$ với mặt cầu $(S)$. Thể tích khối nón của hình nón $(N)$ có giá trị lớn nhất bằng

**A.** $\dfrac{32}{81}\pi R^3$. **B.** $\dfrac{34}{69}\pi R^3$. **C.** $\dfrac{33}{78}\pi R^3$. **D.** $\dfrac{17}{36}\pi R^3$.

**Lời giải**

**Chọn A.**




Ta có thể tích khối nón của hình nón $(N)$ tính theo công thức: $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$

Mặt khác: $R^2 = r^2 + (R-h)^2 \Rightarrow r^2 = R^2 - (R-h)^2 = 2Rh - h^2$

Do đó: $V = \dfrac{1}{3}\pi\left(2Rh - h^2\right)h = \dfrac{1}{3}\pi\left(2Rh^2 - h^3\right)$

Xét hàm: $f(h) = 2Rh^2 - h^3 \Rightarrow f'(h) = 4Rh - 3h^2$

Xét $f'(h)=0 \Leftrightarrow h=\dfrac{4R}{3}$

| $h$ | $0$ | | $\dfrac{4R}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(h)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(h)$ | $0$ | $\nearrow$ | $f\left(\dfrac{4R}{3}\right)$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

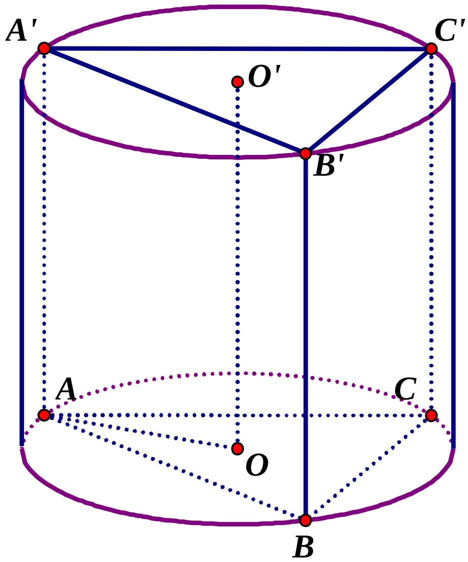
Do đó $V_{\max}=\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{32}{9}R^3-\dfrac{64}{27}R^3\right)=\dfrac{32}{81}R^3\pi$

**Câu 318.** **[2H2-3]** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng $a$ và chiều cao bằng $h$. Tính thể tích $V$ của khối trụ ngoại tiếp lăng trụ đã cho.

**A.** $\dfrac{\pi a^2 h}{9}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2 h}{3}$. **C.** $3\pi a^2 h$. **D.** $\pi a^2 h$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Gọi $O$, $O'$ lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp các tam giác $ABC$, $A'B'C'$.

Có $AO=\dfrac{AB\sqrt{3}}{3}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. Khối trụ đã cho có chiều cao $h$, bán kính đáy $R=AO=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

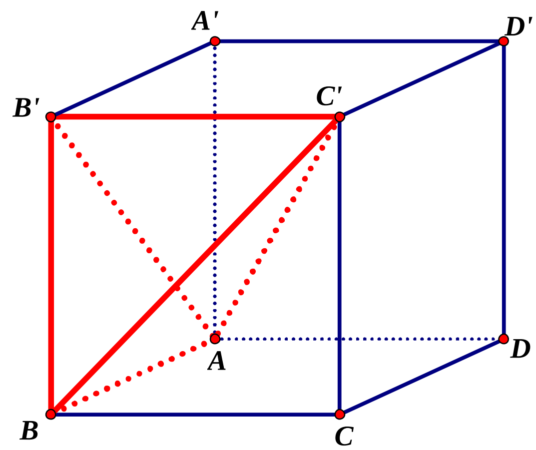
Thể tích khối trụ bằng $V=h.\pi.R^2=h.\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2=\dfrac{\pi a^2 h}{3}$.

**Câu 319.** **[2H2-3]** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=2a$, $AA'=2a$. Tính bán kính $R$ của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

**A.** $R=3a$. **B.** $R=\dfrac{3a}{4}$. **C.** $R=\dfrac{3a}{2}$. **D.** $R=2a$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

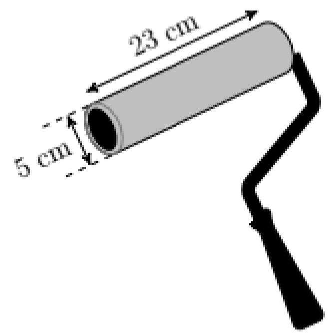



Tứ diện $ABB'C'$ có đáy là tam giác $ABB'$ vuông tại $B$, đường cao $B'C'$.

Có $AB \perp (BB'C') \Rightarrow AB \perp BC' \Rightarrow \widehat{ABC'} = 90°$. Mặt khác, $\widehat{AB'C'} = 90°$. Ta được tứ diện $ABB'C'$ nội tiếp mặt cầu đường kính $AC'$. Bán kính mặt cầu:

$$R = \frac{AC'}{2} = \frac{\sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + 4a^2 + 4a^2}}{2} = \frac{3a}{2}.$$

**Câu 320.** **[2H2-3]** Một cái lăn sơn nước có dạng hình trụ. Đường kính của đường tròn đáy là $5\,\text{cm}$, chiều dài lăn là $23\text{cm}$ (hình dưới). Sau khi lăn trọn $15$ vòng thì lăn tạo nên hình phẳng có diện tích $S$. Tính giá trị của $S$.




**A.** $1735\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $3450\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $862,5\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $1725\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

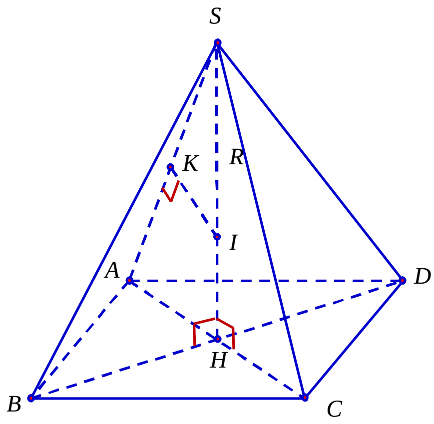
Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_1 = \pi.5.23 = 115\pi$. Khi lăn sơn quay một vòng sẽ quét được một diện tích bằng diện tích xung quanh của hình trụ. Do đó lăn nước quay $15$ vòng sẽ quét được diện tích là $S = 15.S_1 = 17259$.

**Câu 321.** **[2H2-3]** Trong tất cả các hình chóp tứ giác đều nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng $9$, tính thể tích $V$ của khối chóp có thể tích lớn nhất:

**A.** $V = 144$. **B.** $V = 576$. **C.** $V = 576\sqrt{3}$. **D.** $V = 144\sqrt{6}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có cạnh đáy bằng $a$, $SH \perp (ABCD)$ và $SH = h$.

Kẻ $KI$ là đường trung trực của $SA$ cắt $SH$ ở $I$ $\Rightarrow SI = R$.

Ta có: $\Delta SHA \backsim \Delta SKI \Rightarrow \dfrac{SK}{SH} = \dfrac{SI}{SA} \Rightarrow SI = \dfrac{SA.SK}{SH}$.

Ta có: $\Rightarrow R = \dfrac{SA^2}{2SH} = \dfrac{AH^2 + SH^2}{2SH} \Rightarrow \dfrac{\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + h^2}{2h} = 9 \Rightarrow a^2 = 36h - 2h^2$.

Ta lại có: $V = \dfrac{a^2.h}{3} \Rightarrow V = \dfrac{h.(36h - 2h^2)}{3}$.

Xét hàm số: $y = \dfrac{h.(36h - 2h^2)}{3}$ $(0 < h < 18)$. Suy ra: $y' = \dfrac{72h - 6h^2}{3} = 24h - 2h^2$.

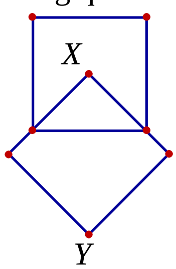
Với $y' = 0 \Rightarrow 24h - 2h^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} h = 0 \\ h = 12 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

| $h$ | 0 | | 12 | | 18 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | + | 0 | $-$ | |
| $y$ | | $\nearrow$ | 576 | $\searrow$ | |

Vậy: $V_{\max} = 576$.

**Câu 322.** **[2H2-4]** Cho hai hình vuông cùng có cạnh bằng 5 được xếp chồng lên nhau sao cho đỉnh $X$ của một hình vuông là tâm của hình vuông còn lại (như hình vẽ bên). Tính thể tích $V$ của vật thể tròn xoay khi quay mô hình trên xung quanh trục $XY$.




**A.** $V = \dfrac{125(1+\sqrt{2})\pi}{6}$.

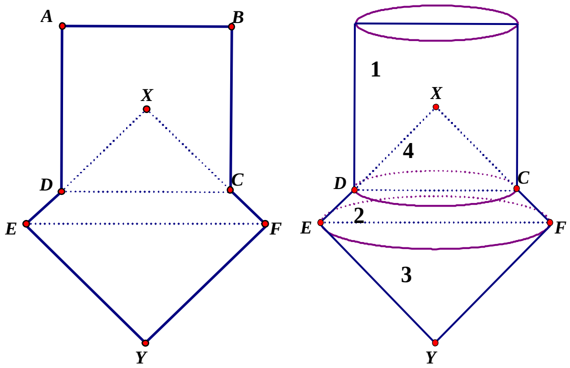
**B.** $V = \dfrac{125(5+2\sqrt{2})\pi}{12}$.

**C.** $V = \dfrac{125(5+4\sqrt{2})\pi}{24}$.

**D.** $V = \dfrac{125(2+\sqrt{2})\pi}{4}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Quay hình đã cho quanh trục $XY$ ta được khối tròn xoay bao gồm hình trụ $(1)$, hình nón cụt $(2)$ và hình nón $(3)$. Gọ hình nón, phần nằm trong hình trụ là hình nón $(4)$.

Đặt tên các điểm như hình vẽ.

Ta có hình trụ $(1)$ có chiều cao $h = AD = 5$, bán kính đáy $R_1 = \dfrac{5}{2}$. Thể tích hình trụ $(1)$:

$V_1 = \pi.5.\left(\dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{125\pi}{4}$.

Hình nón $(3)$ có chiều cao bằng bán kính đáy: $h_3 = R_3 = \dfrac{XY}{2} = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra thể tích hình nón $(3)$: $V_3 = \dfrac{1}{3}.\pi.\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right).\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \dfrac{\pi 125\sqrt{2}}{12}$.

Hình nón cụt $(2)$ có thể tích bằng hiệu của thể tích hình nón $(3)$ và hình nón $(4)$.

Hình nón $(4)$ có chiều cao bằng bán kính đáy: $h_4 = R_4 = \dfrac{5}{2}$.

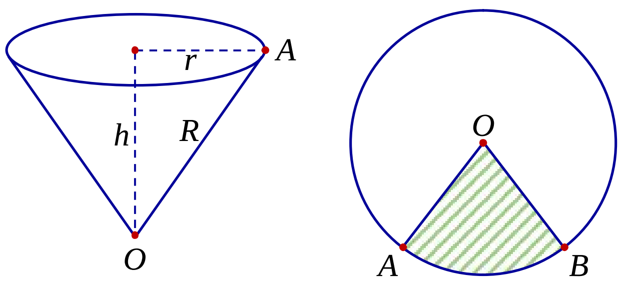
Suy ra thể tích hình nón $(4)$: $V_4 = \dfrac{1}{3}.h.\pi R^2 = \dfrac{1}{3}.\dfrac{5}{2}.\pi.\left(\dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{125\pi}{24}$.

Suy ra thể tích hình nón cụt $(2)$: $V_2 = \dfrac{125\sqrt{2}\pi}{12} - \dfrac{125\pi}{24}$.

Vậy thể tích khối tròn xoay tạo ra:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{125\pi}{4} + \frac{125\sqrt{2}\pi}{12} - \frac{125\pi}{24} + \frac{125\sqrt{2}\pi}{12} = \frac{625\pi}{24} + \frac{125\sqrt{2}\pi}{6} = \frac{125\left(5+4\sqrt{2}\right)\pi}{24}.$$

**Câu 323.** **[2H2-4]** Cắt bỏ hình quạt tròn $OAB$ - hình phẳng có nét gạch trong hình, từ một mảnh các-tông hình tròn bán kính $R$ và dán lại với nhau để được một cái phễu có dạng của một hình nón (phần mép dán coi như không đáng kể). Gọi $x$ là góc ở tâm của quạt tròn dùng làm phễu, $0 < x < 2\pi$. Tìm $x$ để hình nón có thể tích lớn nhất.



**A.** $x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\pi$. **B.** $x=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\pi$. **C.** $x=\dfrac{2\pi}{3}$. **D.** $x=\pi$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Độ dài cung lớn $\overset{\frown}{AB}$: $l_{\overset{\frown}{AB}}=xR$. Sau khi dán lại thành cái phễu, cung lớn $\overset{\frown}{AB}$ biến thành đường tròn đáy của hình nón. Đường tròn đáy hình nón có bán kính: $r=\dfrac{Rx}{2\pi}$.

Hình nón có độ dài đường sinh bằng $R$, theo định lí pi – ta – go, chiều cao hình nón bằng

$h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{R^2-\left(\dfrac{Rx}{2\pi}\right)^2}$.

Thể tích hình nón bằng $V=\dfrac{1}{3}.\sqrt{R^2-\dfrac{R^2x^2}{4\pi^2}}.\pi.\dfrac{R^2x^2}{4\pi^2}$.

**[phương pháp tự luận]**

$V=\dfrac{1}{3}.\sqrt{R^2-\dfrac{R^2x^2}{4\pi^2}}.\pi.\dfrac{R^2x^2}{4\pi^2}\ V=\dfrac{1}{3}.\sqrt{R^2-\dfrac{R^2x^2}{4\pi^2}}.\pi.\dfrac{R^2x^2}{4\pi^2}$

$=\dfrac{R^3}{24\pi^2}\sqrt{4\pi^2-x^2}.x^2=\dfrac{R^3}{12\pi^2}\sqrt{4\pi^2-x^2}.\dfrac{x}{\sqrt{2}}.\dfrac{x}{\sqrt{2}}$

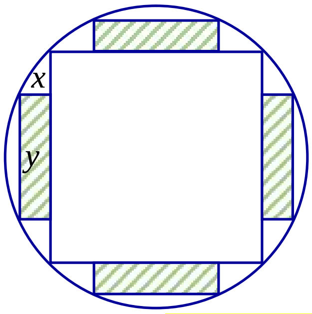
$\le\dfrac{R^3}{12\pi^2}\sqrt{\left(\dfrac{\left(4\pi^2-x^2+\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{x^2}{2}\right)}{3}\right)^3}=\dfrac{R^3}{12\pi^2}.\sqrt{\left(\dfrac{4\pi^2}{3}\right)^3}=\dfrac{2\sqrt{3}\pi R^3}{27}$.

Vậy thể tích khối nón lớn nhất khi $4\pi^2-x^2=\dfrac{x^2}{2}\Leftrightarrow x^2=\dfrac{8}{3}\pi^2\Leftrightarrow x=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\pi$

**[phương pháp trắc nghiệm]**

Chọn $R=1$, CALC lần lượt bốn đáp án. Khi $x=\dfrac{2\sqrt{6}\pi}{3}$ thì thể tích hình nón đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 324.** **[2H2-4]** Từ một khúc gỗ tròn hình trụ, đường kính bằng $8\sqrt{2}$ cần xẻ thành một chiếc xà có tiết diện ngang là hình vuông và 4 miếng phụ kích thước $x$, $y$ như hình vẽ. Hãy xác định $x$ để diện tích sử dụng theo tiết diện ngang là lớn nhất?




**A.** $x=\sqrt{41}-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=\sqrt{17}-3$. **D.** $x=\pm\sqrt{41}-3$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có $0<x<4\left(\sqrt{2}-1\right)$; $0<y<8$.

Áp dụng định lí pi – ta – go, ta có $(2x+8)^2+y^2=128 \Leftrightarrow y^2=64-4x^2-32x$.

Diện tích sử dụng theo tiết diện ngang lớn nhất khi diện tích miếng phụ $S(x)$ lớn nhất.

Ta có $S^2(x)=-4x^4-32x^3+64x^2=f(x)$.

**[phương pháp tự luận]**

Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

| $x$ | $0$ | | $3+\sqrt{17}$ | | $4(\sqrt{2}-1)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $f(0)$ | $\nearrow$ | $f(3+\sqrt{17})$ | $\searrow$ | $f(4(\sqrt{2}-1))$ |

Suy ra $S(x)$ lớn nhất khi $x=\sqrt{17}-3$.

**[phương pháp trắc nghiệm]**

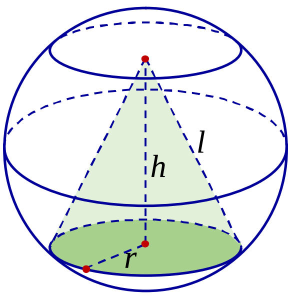
$S^2(x)=-4x^4-32x^3+64x^2$. CALC bốn đáp án, được $x=\sqrt{17}-3$ cho $S^2(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 325.** **[2H2-4]** Cho hai mặt phẳng $(P)$ và $(Q)$ song song với nhau và cắt một mặt cầu tâm $O$ bán kính $R$ tạo thành hai đường tròn có cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai đường tròn và đáy trùng với đường tròn còn lại. Tính khoảng cách giữa $(P)$ và $(Q)$ để diện tích xung quanh hình nón đó là lớn nhất:

**A.** $R$. **B.** $R\sqrt{2}$. **C.** $2R\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Gọi $r$, $h$, $l$ lần lượt là bán kính đáy, chiều cao và độ dài đường sinh của hình nón.

Ta có $r=\sqrt{R^2-\left(\dfrac{h}{2}\right)^2}$. Suy ra $l=\sqrt{h^2+R^2-\left(\dfrac{h}{2}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{3h^2}{4}+R^2}$.

Diên tích xung quanh của hình nón: $S_{xq}=\pi.r.l=\pi.\sqrt{R^2-\dfrac{h^2}{4}}.\sqrt{\dfrac{3h^2}{4}+R^2}$

**[phương pháp tự luận]**

$$S_{xq}=\pi.r.l=\pi.\sqrt{R^2-\frac{h^2}{4}}.\sqrt{\frac{3h^2}{4}+R^2}$$

$= \frac{\pi}{\sqrt{3}} . \sqrt{3R^2 - \frac{3h^2}{4}} . \sqrt{\frac{3h^2}{4} + R^2} \le \frac{\pi}{\sqrt{3}} \frac{4R^2}{2} = \frac{2\sqrt{3}\pi R^2}{3}$. Vậy diện tích xung quanh của hình nón lớn nhất khi $3R^2 - \frac{3h^2}{4} = \frac{3h^2}{4} + R^2 \Leftrightarrow h^2 = \frac{4}{3}R^2 \Leftrightarrow h = \frac{2\sqrt{3}}{3}R$.

**[phương pháp trắc nghiệm]**

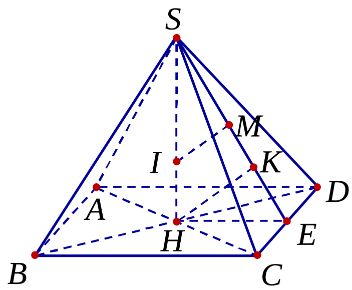
$S_{xq} = \pi.r.l = \pi.\sqrt{R^2 - \frac{h^2}{4}} . \sqrt{\frac{3h^2}{4} + R^2}$. Cho $R = 1$, CALC bốn đáp án, được $h = \frac{2\sqrt{3}}{3}R = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ cho $S_{xq}$ đạt giá trị lớn nhất.

**Câu 326.** **[2H2-4]** Cho mặt cầu $(S)$ có bán kính $r$ không đổi. Gọi $S.ABCD$ là hình chóp đều có chiều cao $h$, nhận $(S)$ làm mặt cầu nội tiếp. Xác định $h$ theo $r$ để thể tích khối chóp $S.ABCD$ đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.** $h = 3r$. **B.** $h = 4r$. **C.** $h = 2r$. **D.** $h = 2r\sqrt{3}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**




Gọi $I$ là tâm mặt cầu $(S)$, $H$ là giao điểm của $SI$ và $(ABCD)$, $E$ là trung điểm $CD$. Kẻ $IM$ và $HK$ cùng vuông góc với $SE$. Gọi cạnh hình vuông $ABCD$ có độ dài $2a$.

Theo định lí Ta-let, ta có $\frac{SI}{SH} = \frac{IM}{HK} \Leftrightarrow \frac{h-r}{h} = \frac{r}{HK} \Leftrightarrow HK = \frac{hr}{r-h}$.

Mặt khác, khi áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông $SHE$, ta được $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{a^2}$.

Từ hai hệ thức trên, ta thu được $\frac{(r-h)^2}{h^2r^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{a^2} \Leftrightarrow a^2 = \frac{hr^2}{h-2r}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{4}{3}a^2h = \frac{4r^2}{3}\frac{h^2}{h-2r}$.

**[phương pháp tự luận]**

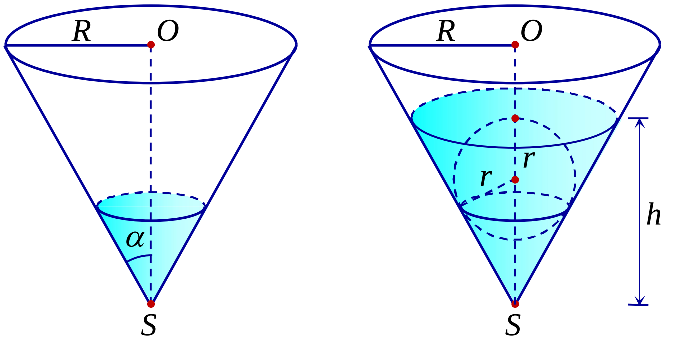
$$V = \frac{4}{3}a^2h = \frac{4r^2}{3}\frac{h^2}{h-2r} = \frac{4r^2}{3}.\left(h - 2r + \frac{4r^2}{h-2r} + 4r\right) \ge \frac{4r^2}{3}\left(2\sqrt{4r^2} + 4r\right) = \frac{32r^3}{3}$$

Vậy thể tích khối chóp nhỏ nhất khi $h - 2r = \frac{4r^2}{h-2r} \Leftrightarrow h^2 - 4rh = 0 \Leftrightarrow h = 4r$.

**[phương pháp trắc nghiệm]**

Cho $r = 1$, CALC bốn đáp án, được $V$ nhỏ nhất khi $h = 4r = 4$.

**Câu 327.** **[2H2-4]** Một cốc đựng nước hình nón đỉnh $S$, đáy tâm $O$ bán kính $R(\text{cm})$, chiều cao $SO = 3(\text{cm})$, trong cốc nước đã chứa một lượng nước có chiều cao $a = 1(\text{cm})$ so với đỉnh $S$. Người ta bỏ vào cốc một viên bi hình cầu thì nước dâng lên vừa phủ kín viên bi và không tràn nước ra ngoài, viên bi tiếp xúc với mặt xung quanh của hình nón. Hãy tính bán kính của viên bi theo $R$.




**A.** $\dfrac{3R}{\sqrt[3]{\left(R+\sqrt{R^2+9}\right)^3-36R}}$.

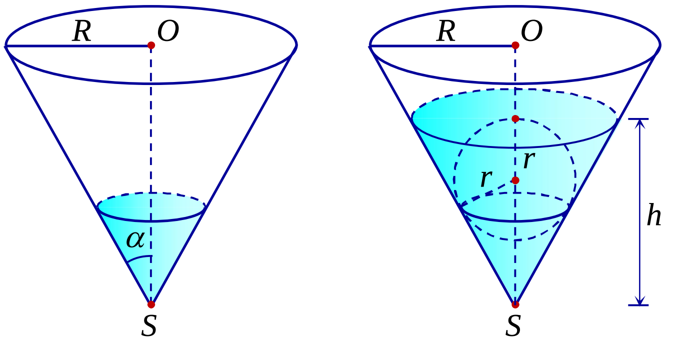
**B.** $\dfrac{3R}{R+\sqrt{R^2+9}}$.

**C.** $\dfrac{R}{\sqrt[3]{\left(R+\sqrt{R^2+9}\right)^3-36R}}$.

**D.** $\dfrac{R^2}{\sqrt[3]{\left(R+\sqrt{R^2+9}\right)^3-36R}}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**




Gọi số đo góc ở đỉnh của hình nón là $2\alpha$.

Gọi $V_1$, $V_2$ lần lượt là thể tích của phần nón có nước trước và sau khi bỏ viên bi, $V$ là thể tích viên bi. Ta có:

Chiều cao mực nước lúc đã bỏ bi: $h=r+\dfrac{r}{\sin\alpha}=r\left(1+\dfrac{\sqrt{R^2+9}}{R}\right)=r.\dfrac{R+\sqrt{R^2+9}}{R}$.

Bán kính mặt nước lúc dã bỏ bi: $R'=\dfrac{Rh}{3}=\dfrac{1}{3}r.\left(R+\sqrt{R^2+9}\right)$.

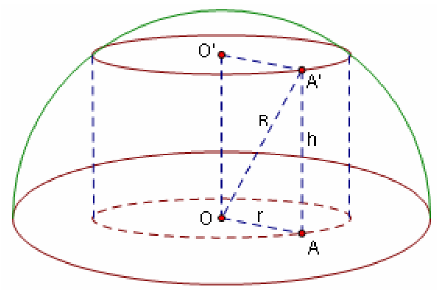
Ta có $V_2=V+V_1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{27}r^3.\dfrac{\left(R+\sqrt{R^2+9}\right)^3}{R}=\dfrac{4}{3}\pi r^3+\dfrac{\pi R^2}{27} \Leftrightarrow r=\dfrac{R}{\sqrt[3]{\left(R+\sqrt{R^2+9}\right)^3-36R}}$.

**Câu 328. [2H2-4]** Khi cắt mặt cầu $S(O,\ R)$ bởi một mặt kính, ta được hai nửa mặt cầu và hình tròn lớn của mặt kính đó gọi là mặt đáy của mỗi nửa mặt cầu. Một hình trụ gọi là nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,\ R)$ nếu một đáy của hình trụ nằm trong đáy của nửa mặt cầu, còn đường tròn đáy kia là giao tuyến của hình trụ với nửa mặt cầu. Biết $R=1$, tính bán kính đáy $r$ và chiều cao $h$ của hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu $S(O,\ R)$ để khối trụ có thể tích lớn nhất.

**A.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ h=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $r=\dfrac{\sqrt{6}}{2},\ h=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $r=\dfrac{\sqrt{6}}{3},\ h=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $r=\dfrac{\sqrt{3}}{3},\ h=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

## Lời giải

Chọn C.



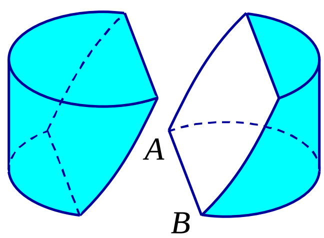

Hình trụ nội tiếp nửa mặt cầu, nên theo giả thiết đường tròn đáy trên có tâm $O'$ có hình chiếu của $O$ xuống mặt đáy$(O')$. Suy ra hình trụ và nửa mặt cầu cùng chung trục đối xứng và tâm của đáy dưới hình trụ trùng với tâm $O$ của nửa mặt cầu.Ta có: $h^2+r^2=R^2$ $(0<h\le R=1)\Rightarrow r^2=1-h^2$

Thể tích khối trụ là $V=\pi r^2 h=\pi\left(1-h^2\right)h=f(h)$ $\Rightarrow f'(h)=\pi\left(1-3h^2\right)=0\Leftrightarrow h=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

| $h$ | $0$ | | $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ | | $1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(h)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(h)$ | $0$ | $\nearrow$ | $\dfrac{2\pi\sqrt{3}}{9}$ | $\searrow$ | $0$ |

Vậy: $\max\limits_{(0;1]} V=\dfrac{2\pi\sqrt{3}}{9}$ (đvtt) khi $r=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ và $h=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

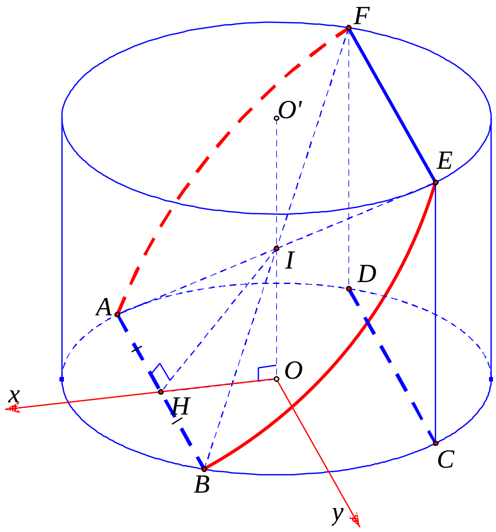
**Câu 329.** **[2H2-4]** Một khối gỗ có hình trụ với bán kính đáy bằng $6$ và chiều cao bằng $8$. Trên một đường tròn đáy nào đó ta lấy hai điểm $A$, $B$ sao cho cung $AB$ có số đo $120^{\circ}$. Người ta cắt khúc gỗ bởi một mặt phẳng đi qua $A$, $B$ và tâm của hình trụ (tâm của hình trụ là trung điểm của đoạn nối tâm hai đáy) để được thiết diện như hình vẽ. Biết diện tích $S$ của thiết diện thu được có dạng $S=a\pi+b\sqrt{3}$. Tính $P=a+b$.




**A.** $P=60$. **B.** $P=30$. **C.** $P=50$. **D.** $P=45$.

## Lời giải

Chọn C.




Gọi $I$ là trung điểm của $OO'$, với $O$, $O'$ là tâm của hai đáy; $H$ là trung điểm của $OO'$; $\alpha$ là góc tạo bởi thiết diện với mặt đáy.

Ta có $AB = 6\sqrt{3}$; $OH = \sqrt{R^2 - \left(\dfrac{AB}{2}\right)^2} = 3$; $\tan\alpha = \dfrac{IO}{OH} = \dfrac{4}{3} \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{3}{5}$.

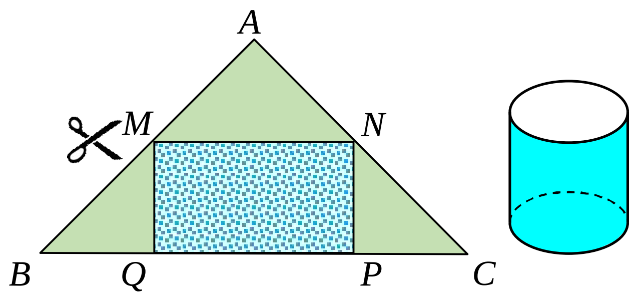
Đưa hệ trục tọa độ $Oxy$ vào mặt phẳng đáy, gốc trùng với tâm $O$, trục $Ox$ vuông góc với $AB$, trục $Oy$ song song với $AB$.

Ta có $S_{ABCD} = 2\int\limits_{-3}^{3} \sqrt{36 - x^2}\,\mathrm{d}x = 18\sqrt{3} + 12\pi$.

Mặt khác, ta lại có $\cos\alpha = \dfrac{S_{ABCD}}{S_{ABEF}} \Rightarrow S_{ABEF} = \dfrac{S_{ABCD}}{\cos\alpha} = 30\sqrt{3} + 20\pi$. Do đó $a = 20$, $b = 30$.

Vậy $P = a + b = 50$.

**Câu 330.** **[2H2-4]** Có tấm bìa hình tam giác vuông cân $ABC$ có cạnh huyền $BC$ bằng $a$.Người ta muốn cắt tấm bìa đó thành hình chữ nhật $MNPQ$ rồi cuộn lại thành một hình trụ không đáy như hình vẽ.

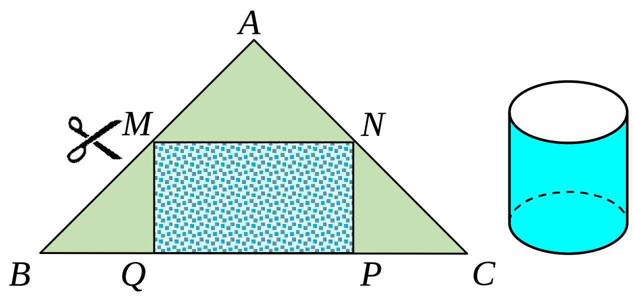



Diện tích hình chữ nhật đó bằng bao nhiêu để diện tích xung quanh của hình trụ là lớn nhất?

**A.** $\dfrac{a^2}{2}$. **B.** $\dfrac{a^2}{4}$. **C.** $\dfrac{a^2}{12}$. **D.** $\dfrac{a^2}{8}$.

**Lời giải**

**Chọn D.**




Do $\Delta ABC$ vuông cân tại $A$ và có cạnh huyền $BC = a$, suy ra $AB = AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Gọi $I$ là trung điểm $BC$ thì $AI = \frac{a}{2}$

Đặt $IP = x$ $\left(0 < x < \frac{a}{2}\right) \Rightarrow PC = \frac{a}{2} - x$

Ta có $\frac{NP}{AI} = \frac{CP}{CI} \Rightarrow NP = \frac{CP.AI}{CI} = \frac{a}{2} - x$

Gọi $r$ là bán kính của hình trụ

Ta có chu vi của đáy hình trụ là $2\pi r = 2x \Rightarrow r = \frac{x}{\pi}$ và đường sinh của hình trụ là $l = NP = \frac{a}{2} - x$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S = 2\pi rl = \frac{1}{2}.2x(a - 2x) \leq \frac{1}{2}.\frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{8}$.

Đẳng thức xảy ra khi $x = \frac{a}{4}$.Khi đó diện tích của hình chữ nhật $MNPQ$ là $PQ.PN = \frac{a}{2}.\frac{a}{4} = \frac{a^2}{8}$.

## PHẦN 5. BÀI TOÁN THỰC TẾ

**Câu 331.** **[2D1-3]** Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích $S$ thì hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

**A.** $2\sqrt{S}$. **B.** $4\sqrt{S}$. **C.** $2S$. **D.** $4S$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Đặt hai cạnh của hình chữ nhật là $x$, $y$. Khi đó $x.y = S$ (không đổi) $\Rightarrow y = \frac{S}{x}$.

Ta có chu vi hình chữ nhật $C = 2x + 2y = 2x + \frac{2S}{x} \overset{\text{Cosi}}{\geq} 2\sqrt{2x.\frac{2S}{x}} = 4\sqrt{S}$.

Vậy chu vi hình chữ nhật nhỏ nhất bằng $4\sqrt{S}$ khi $x = y = \sqrt{S}$.

**Câu 332.** **[1D5-2]** Một vật rơi tự do với phương trình chuyển động $S = \frac{1}{2}gt^2$, trong đó $g = 9,8\ (\text{m/s}^2)$ và $t$ tính bằng giây $(\text{s})$. Vận tốc tại thời điểm $t = 5\ (\text{s})$ là

**A.** $49(\text{m/s})$. **B.** $25(\text{m/s})$. **C.** $10(\text{m/s})$. **D.** $18(\text{m/s})$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Ta có $v(t)=S'(t)=9,8t$. Suy ra, $v(5)=49\,(\text{m/s})$.

**Câu 333.** **[2D1-3]** Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x)=0,025x^2(30-x)$, trong đó $x(\text{mg})$ và $x>0$ là liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng

**A.** $15(\text{mg})$. **B.** $30(\text{mg})$. **C.** $40(\text{mg})$. **D.** $20(\text{mg})$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Theo bài ra, ta cần tìm $x\in(0;30)$ để $G(x)_{\max}$.

Ta có $G'(x)=1,5x-0,075x^2$, $G'(x)=0\Leftrightarrow 1,5x-0,075x^2=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=20$.

Bảng biến thiên

| $x$ | 0 | | 20 | | 30 |
|---|---|---|---|---|---|
| $G'(x)$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| $G(x)$ | 0 | $\nearrow$ | $G_{\max}$ | $\searrow$ | 0 |

Từ bảng biến thiên ta có $G_{\max}$ khi $x=20(\text{mg})$.

**Câu 334.** **[2D2-4]** Ông $A$ vay ngắn hạn ngân hàng $100$ triệu đồng, với lãi suất $12\%$ / năm. Ông muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng $1$ tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng $1$ tháng, số tiền hoàn nợ mỗi lần là như nhau và trả hết nợ sau đúng $3$ tháng kể từ ngày vay. Hỏi theo cách đó, số tiền $m$ (triệu đồng) mà ông $A$ phải trả cho ngân hàng mỗi lần hoàn nợ là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất ngân hàng không thay đổi trong thời gian ông $A$ hoàn nợ.

**A.** $m=\dfrac{100(1,01)^3}{3}$. **B.** $m=\dfrac{(1,01)^3}{(1,01)^3-1}$. **C.** $m=\dfrac{100.1,01}{3}$. **D.** $m=\dfrac{120(1,12)^3}{(1,12)^3-1}$.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Lãi suất 1 năm là $12\%$ suy ra lãi suất hàng tháng là $1\%$.

Cuối tháng thứ nhất ông $A$ nợ ngân hàng số tiền là $100(1+0,01)$ (triệu đồng).

Sau khi hoàn nợ tháng đầu ông $A$ còn nợ số tiền $100(1+0,01)-m$ (triệu đồng).

Cuối tháng thứ $2$, sau khi hoàn nợ $m$ triệu số tiền ông $A$ còn nợ là

$$\big(100(1+0,01)-m\big)(1+0,01)-m=100(1+0,01)^2-m(1+0,01)-m \text{ (triệu đồng).}$$

Cuối tháng thứ $3$, sau khi hoàn nợ $m$ triệu số tiền ông $A$ còn nợ là

$$\big(100(1+0,01)^2-m(1+0,01)\big)(1+0,01)-m=100(1+0,01)^3-m(1+0,01)^2-m(1+0,01)-m$$

$$=100(1+0,01)^3-m\frac{1,01^3-1}{0,01}\text{(triệu đồng).}$$

Vì ông $A$ trả hết nợ sau tháng thứ $3$ nên: $100(1+0,01)^3=m\dfrac{1,01^3-1}{0,01}$.

Suy ra $m=\dfrac{100.0,01.1,01^3}{1,01^3-1}=\dfrac{1,01^3}{1,01^3-1}$ (triệu đồng).

**Câu 335. [2D2-4]** Ông $B$ gửi tiết kiệm số tiền $50$ triệu với kỳ hạn $6$ tháng và tài khoản định kỳ tính lãi kép với lãi suất $6,0\%/\text{năm}$. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau $3$ năm số tiền ông $B$ nhận về xấp xỉ giá trị nào?

**A.** $59.702.614,9$. **B.** $59.702.614,6$. **C.** $59.702.614,8$. **D.** $59.702.614,7$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Lãi suất ngân hàng là $6,0\%/\text{năm}$ và kỳ hạn gửi là 6 tháng nên lãi suất mỗi kỳ là

$\frac{6,0.6}{12} = 3,0\%$.

Áp dụng công thức lãi kép, số tiền ông $B$ nhận về sau $3$ năm ($6$ kỳ) là

$50.000.000\left(1+0.03\right)^6 \approx 59.702.614,8$.

**Câu 336. [2D2-2]** Thang đo Richte được Charles Francis đề xuất và sử dụng lần đầu tiên vào năm 1935 để sắp xếp các số đo độ chấn động của các cơn động đất với đơn vị Richte. Công thức tính độ chấn động như sau: $M_L = \log A - \log A_0$, $M_L$ là độ chấn động, $A$ là biên độ tối đa được đo bằng địa chấn kế và $A_0$ là biên độ chuẩn. Hỏi theo thang độ Richte, cùng với một biên độ chuẩn thì biên độ tối đa của một chận động đất $7$ độ Richte sẽ lớn gấp mấy lần biên độ tối đa của một trận động đất $5$ độ Richte?

**A.** $2$. **B.** $20$. **C.** $100$. **D.** $10^{\frac{5}{7}}$.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có biên độ tối đa được tính theo công thức: $A = A_0.10^{M_L}$

Với trận động đất 5 độ Richte ta có biên độ tối đa là: $A_5 = A_0.10^5$

Với trận động đất 7 độ Richte ta có biên độ tối đa là: $A_7 = A_0.10^7$

Vậy ta có: $\frac{A_7}{A_5} = 100$

**Câu 337. [2D2-2]** Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = A\mathrm{e}^{r.N}$ trong đó $A$ là dân số của năm lấy mốc tính, $S$ là dân số sau $N$ năm, $r$ là tỷ lệ tăng dân số hằng năm. Cho biết năm $2001$, dân số Việt Nam có khoảng $78.685.000$ người và tỷ lệ tăng dân số hằng năm là $1,7\%$ một năm. Như vậy, nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm không đổi thì đến năm nào dân số nước ta ở mức khoảng 120 triệu người?

**A.** 2020. **B.** 2026. **C.** 2022. **D.** 2024.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Ta có $A = 78.685.000$; $S = 120.000.000$, $r = 0,017$

Suy ra $N = \frac{1}{r}\ln\left(\frac{S}{A}\right) \approx 25 \Rightarrow$ đến năm $2026$ dân số nước ta sẽ ở mức khoảng $120$ triệu người.

**Câu 338. [2D2-2]** Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s\left(t\right) = s\left(0\right).2^t$, trong đó $s\left(0\right)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s\left(t\right)$ là số lượng vi khuẩn A có sau $t$ phút. Biết sau $3$ phút thì số lượng vi khuẩn A là $625$ nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là $10$ triệu con?

**A.** $48$ phút. **B.** $19$ phút. **C.** $7$ phút. **D.** $12$ phút.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có $s(3)=625;\ s(t)=10.000$

Suy ra $s(3)=s(0).2^3;\ s(t)=s(0).2^t=s(3).2^{t-3}\Rightarrow t=3+\log_2\left(\dfrac{s(t)}{s(3)}\right)=7$

$\Rightarrow$ Sau $7$ phút số lượng vi khuẩn A là $10$ triệu con.

**Câu 339.** **[2D2-2]** Một người gửi ngân hàng $100$ triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất $0,5\%$ một tháng (kể từ tháng thứ $2$, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó và tiền lãi của tháng sau đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn $125$ triệu đồng?

**A.** $47$ tháng. **B.** $46$ tháng. **C.** $45$ tháng. **D.** $44$ tháng.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Ta có $A_0=100;\ r=0,005\Rightarrow A_n=100.(1,005)^n>125\Rightarrow n>\log_{1,005}\left(\dfrac{125}{100}\right)\approx 44,7$

$\Rightarrow$ Sau ít nhất $45$ tháng, người đó có nhiều hơn $125$ triệu đồng.

**Câu 340.** **[2D1-3]** Ông Nam gởi $100$ triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn $1$ năm với lãi suất là $12\%$ một năm. Sau $n$ năm ông Nam rút toàn bộ số tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm số nguyên dương $n$ nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được lớn hơn $40$ triệu đồng (giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi).

**A.** $4$. **B.** $5$. **C.** $2$. **D.** $3$.

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có $P_n=P_0(1+r)^n$ với $P_n$ là số tiền nhận được (gồm cả vốn và lãi) sau $n$ kỳ, $P_0$ là số tiền ban đầu, $r$ là lãi suất.

Yêu cầu bài toán $P_n-P_0>40\ \Leftrightarrow P_0(1+r)^n-P_0>40\ \Leftrightarrow 100(1+0,12)^n-100>40$

$\Leftrightarrow(1,12)^n-1>0,4\Leftrightarrow(1,12)^n>1,4\Leftrightarrow n>\log_{1,12}(1,4)\approx 2,97$.

Vậy số nguyên dương $n$ nhỏ nhất thỏa mãn là $3$.