

Bồi dưỡng năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra trong dạy học tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian

Nguyễn Ngọc Giang¹, Phạm Huyền Trang^{*2},
Nguyễn Huỳnh Nam³

¹ Email: nguyennogocgiang.net@gmail.com
Trường Đại học Ngân hàng Thành phố Hồ Chí Minh
36 Tôn Thất Đạm, Quận 1, Thành phố Hồ Chí Minh,
Việt Nam

* Tác giả liên hệ

² Email: phamhuyentrangsmile@gmail.com
Trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2
32 Nguyễn Văn Linh, phường Xuân Hòa,
thành phố Phúc Yên, tỉnh Vĩnh Phúc, Việt Nam

³ Email: hnamtphcm@gmail.com
Trường Trung học phổ thông Dương Văn Thi
161 Lê Xuân Oai, Tầng Nhơn Phú A, thành phố Thủ Đức,
Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

TÓM TẮT: Dạy học sử dụng công cụ, phương tiện học Toán là một trong năm loại dạy học phát triển năng lực Toán học quan trọng mà một học sinh cần được bồi dưỡng. Trong các công cụ, phương tiện học Toán thì phần mềm GeoGebra là một trong những công cụ chính mà học sinh được giảng dạy ngay từ lớp 6. Phần mềm GeoGebra nói chung và phần mềm GeoGebra 3D nói riêng có nhiều nút lệnh, tính năng đáp ứng tốt nhu cầu của người dùng. Đặc biệt, trong dạy học phát triển năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán, nội dung tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian thì phần mềm GeoGebra có ưu thế hơn hẳn so với cách dạy học truyền thống bằng đen, phấn trắng thông thường. Dạy học phát triển năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra giúp học sinh có cái nhìn trực quan, sinh động. Học sinh có thể thay đổi vị trí của hình vẽ, xoay hình, dự đoán kết quả, kiểm chứng, tạo vết, ... Học sinh đam mê và hứng thú với các kiến thức, đặc biệt là kiến thức về hình học không gian. Học sinh hiểu và nhớ sâu kiến thức được học hơn. Trong bài viết này, tác giả đưa ra một cách thức cũng như quy trình dạy học bồi dưỡng năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự trợ giúp của phần mềm GeoGebra về nội dung tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian.

TỪ KHÓA: Công cụ và phương tiện học Toán, phần mềm GeoGebra, góc giữa hai đường thẳng trong không gian, quy trình, phương pháp.

→ Nhận bài 17/12/2022 → Nhận bài đã chỉnh sửa 12/01/2023 → Duyệt đăng 15/3/2023.

DOI: <https://doi.org/10.15625/2615-8957/12310305>

1. Đặt vấn đề

Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 ở Việt Nam chỉ rõ: “Nội dung môn Toán thường mang tính logic, trừu tượng, khái quát. Do đó, để hiểu và học được toán, Chương trình môn Toán ở trường phổ thông cần bảo đảm sự cân đối giữa “học” kiến thức và “vận dụng” kiến thức vào giải quyết vấn đề cụ thể. Trong quá trình học và áp dụng Toán học, học sinh luôn có cơ hội sử dụng các phương tiện công nghệ, thiết bị dạy học hiện đại, đặc biệt là máy tính điện tử và máy tính cầm tay hỗ trợ quá trình biểu diễn, tìm tòi, khám phá kiến thức, giải quyết vấn đề Toán học”. Theo đó, mục tiêu giáo dục nhằm: “Góp phần hình thành và phát triển năng lực Toán học với yêu cầu cần đạt: nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề; Sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để hiểu được những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề; Thiết lập được mô hình Toán học để mô tả tình huống, từ đó đưa ra cách giải quyết vấn đề Toán

học đặt ra trong mô hình được thiết lập; Thực hiện và trình bày được giải pháp giải quyết vấn đề và đánh giá được giải pháp đã thực hiện, phản ánh được giá trị của giải pháp, khái quát hóa được cho vấn đề tương tự; Sử dụng được công cụ, phương tiện học Toán trong học tập, khám phá và giải quyết vấn đề Toán học” [1].

Theo Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán 2018 ở Việt Nam, môn Toán hình thành và phát triển cho học sinh năng lực Toán học, bao gồm các thành phần cốt lõi sau: Năng lực tư duy và lập luận Toán học; Năng lực mô hình hóa Toán học; Năng lực giải quyết vấn đề Toán học; Năng lực giao tiếp Toán học; Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán [1]. Trong dạy học phát triển năng lực, năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán là một trong những năng lực quan trọng hàng đầu cần bồi dưỡng cho học sinh.

Nội dung tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian là nội dung quan trọng trong chương trình Hình học phổ thông. Tuy nhiên, khi học dạng Toán này, học

sinh thường gặp nhiều khó khăn trong việc tính toán, kiểm chứng kết quả cũng như tưởng tượng không gian. Để khắc phục những khó khăn này, chúng ta có nhiều cách. Một trong các cách quen thuộc là sử dụng phần mềm GeoGebra.

Hiện nay, trên thế giới đã có nhiều nghiên cứu về năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10]. Ở Việt Nam, cũng có một số nghiên cứu về dạy học Hình học không gian lớp 11 cũng như phần mềm hình học động [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17]. Tuy nhiên, nghiên cứu năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự trợ giúp của phần mềm GeoGebra về nội dung tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian còn là chủ đề chưa ai nghiên cứu. Từ những lí do trên, chúng tôi tập trung nghiên cứu bồi dưỡng năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự trợ giúp của phần mềm GeoGebra về nội dung tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Quan điểm về năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán

Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán thể hiện trong việc: 1/ Nhận biết được tên gọi, tác dụng, quy cách sử dụng, cách thức bảo quản các đồ dùng, phương tiện trực quan thông thường, phương tiện khoa học công nghệ (đặc biệt là phương tiện sử dụng công nghệ thông tin), phục vụ cho việc học Toán; 2/ Sử dụng được các công cụ, phương tiện học Toán, đặc biệt là phương tiện khoa học công nghệ để tìm tòi, khám phá và giải quyết vấn đề Toán học (phù hợp với đặc điểm nhận thức lứa tuổi); 3/ Nhận biết được các ưu điểm, hạn chế của những công cụ, phương tiện hỗ trợ để có cách sử dụng hợp lí [1].

Theo Mogen Niss, năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán bao gồm nhận biết sự tồn tại, các tính chất của các công cụ và sự hỗ trợ đối với các hoạt động Toán học, nhận biết phạm vi và giới hạn của các công cụ và sự hỗ trợ cũng như biết sử dụng công cụ và sự hỗ trợ [18].

Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán có nhiều thành tố khác nhau, chẳng hạn như kĩ năng sử dụng phần mềm máy tính cầm tay, kĩ năng sử dụng phần mềm Microsoft Excel,... Tuy nhiên, chúng tôi nhận thấy, một trong những kĩ năng quan trọng đó là kĩ năng sử dụng phần mềm GeoGebra. Các tính năng chính của GeoGebra có thể kể đến như: Vẽ mô phỏng đồ thị Toán học về đại số, hình học, bảng tính; Hỗ trợ các công cụ vẽ hình trong Toán học; Thực hiện nhanh và chính xác; Sử dụng dễ dàng và thông dụng trong quá trình học tập. Phần mềm GeoGebra là một trong những công cụ phương tiện học Toán quan trọng của chương trình bậc phổ thông,

đặc biệt hiện nay phần mềm GeoGebra đã được dạy học từ lớp đầu tiên của cấp Trung học cơ sở. Việc áp dụng phần mềm GeoGebra trong dạy học Toán nói chung và hình học không gian nói riêng giúp người học phát huy được khả năng sử dụng công cụ, phương tiện học Toán và tính tích cực trong các hoạt động học tập.

2.2. Các thành phần năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra

Thứ nhất, nhận biết được tên gọi, cách thức sử dụng các nút lệnh, các tính năng hình học động cũng như Toán học động của công cụ phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra phục vụ cho việc học Toán.

Thứ hai, sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra để tìm tòi, khám phá, tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian, giao tuyến của hai mặt phẳng, ... Từ những tìm tòi, khám phá này, sử dụng công cụ phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra để giải quyết bài toán được đặt ra.

Thứ ba, nhận biết được các ưu điểm của công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra như dự đoán kết quả, kiểm chứng, di chuyển trạng thái hình vẽ, hoạt hóa, phát triển thành bài toán mới.

2.3. Quy trình dạy học sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra trong tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian

Bước 1: Xem xét và xác định khả năng sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra trong tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian

Không phải bài toán tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian nào cũng có thể sử dụng được phần mềm GeoGebra. Phần mềm GeoGebra có những hạn chế riêng. Chính vì thế, đối với bài toán tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian thì chúng ta cần phải xác định xem công cụ, phương tiện học Toán GeoGebra có áp dụng được cho bài toán hay không? Chỉ những bài toán nào vận dụng được sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra thì ta mới áp dụng được quy trình dạy học này.

Bước 2: Sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra để tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian

Ta cần phát hiện yếu tố chuyển động và yếu tố cố định của bài toán, cũng như mối liên hệ giữa kết luận và giả thiết. Công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra có nhiều tính năng giúp cho việc dạy học bài toán tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian một cách dễ dàng, nhanh chóng và chính xác hơn.

Bước 3: Giải toán

Sử dụng phương pháp hình học tổng hợp để chứng minh, tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian. Biết vận dụng thành thạo các phương pháp tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian. Nếu khó khăn trong suy luận thì ta có thể sử dụng GeoGebra để di chuyển hình, vẽ thêm các đường phụ để giải quyết bài toán được đặt ra.

Bước 4: Rút ra kết luận

Từ lời giải bài toán, căn cứ vào dữ kiện của bài toán đưa ra và kết quả có được, ta sẽ tính được góc giữa hai đường thẳng trong không gian. Từ đây, ta rút ra kết luận của bài toán.

Bước 5: Đào sâu giải pháp (nếu có)

Tìm thêm các lời giải khác, mở rộng bài toán thành bài toán tổng quát hơn, tìm bài toán tương tự với bài toán ban đầu, tìm bài toán đảo, ... Việc đào sâu giải pháp không phải lúc nào cũng thực hiện được nhưng khi thực hiện được sẽ cho ta một kết quả có ý nghĩa về mặt sự phạm giúp học sinh phát triển tư duy.


2.4. Cách thức dạy học sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra trong tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian

Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O cạnh bằng 5, SA vuông góc với đáy và $SA = 5\sqrt{3}$. Tính gần đúng góc giữa hai đường thẳng SB và AC?


Bước 1: Xem xét và xác định khả năng sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra trong tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian.

Bài toán chứa các khái niệm như góc, đoạn thẳng, hình chóp, hình vuông, ... và các tính chất như vuông góc, thuộc, ... nên bài toán có thể sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra để giải toán.

Bước 2: Sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra để tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian.


- Chọn biểu tượng  Settings để tùy chỉnh màu sắc. Chọn biểu tượng màu sắc **Color** để thay đổi màu sắc cho đối tượng.


- Để dựng hình hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O cạnh bằng 5, SA vuông góc với đáy và $SA = 5\sqrt{3}$, ta có thể dựng các điểm S, A, B, C, D tùy ý thỏa mãn đề bài. Trong bài toán này, để thuận lợi cho việc dựng hình ta có thể dựng S, A, B, C, D như sau. Chọn biểu tượng


 sau đó nhập A(0,0,0); B(0,-5,0); C(5,-5,0); D(5,0,0); S(0,0,5sqrt(3)).


- Chọn biểu tượng  Polygon sau đó chọn lần lượt


4 điểm A, B, C, D để tạo thành hình vuông ABCD. Chọn lần lượt 3 điểm S, A, B để tạo thành tam giác SAB. Chọn lần lượt 3 điểm S, B, C để tạo thành tam giác SBC. Chọn lần lượt 3 điểm S, C, D để tạo thành tam giác SCD. Chọn lần lượt 3 điểm S, A, D để tạo thành tam giác SAD.


- Chọn biểu tượng  Segment sau đó nhấn chọn vào điểm A và điểm C để tạo thành đoạn thẳng AC. Tiếp theo, nhấn chọn vào điểm B và điểm D để tạo thành đoạn thẳng BD.

- Chọn biểu tượng  Intersect sau đó nhấn chọn đoạn thẳng AC và BD hoặc nhấn vào vị trí giao điểm của AC và BD để tạo thành điểm O.

- Chọn biểu tượng  Midpoint or Center sau đó nhấn chọn đoạn thẳng SD để xuất hiện trung điểm I của SD.

- Chọn biểu tượng  Segment sau đó nhấn chọn vào điểm O và điểm I để tạo thành đoạn thẳng OI.

- Chọn biểu tượng  Line sau đó nhấn chọn vào điểm O và điểm O để tạo thành đường thẳng j đi qua hai điểm O, I. Nhấn chọn vào điểm A và điểm C để tạo thành đường thẳng k đi qua hai điểm A và C.

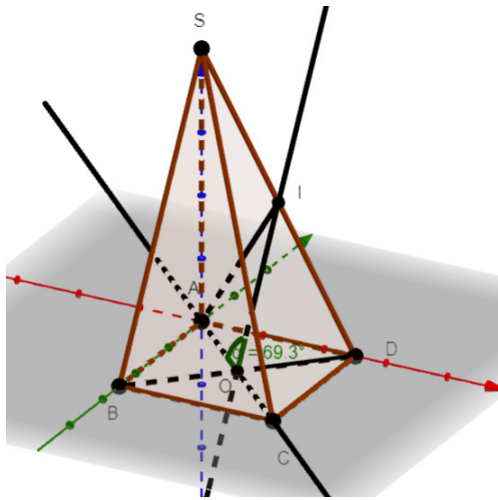
- Chọn vào thanh nhập lệnh  sau đó nhập $Goc(j,k)$. Kết quả thu được trên **Vùng hiển thị** là góc của hai đường thẳng SB và AC.

Muốn tính góc giữa hai đường thẳng SB và AC ta phải dựng một đường thẳng song song với SB và cắt AC. Như vậy, trên đường thẳng AC ta có điểm A, điểm C và trung điểm O của AC. Tuy nhiên, từ điểm A và điểm C nếu ta dựng các đường thẳng song song với SB thì ta “khó lòng” tìm ra được mối quan hệ góc giữa hai đường thẳng SB và AC. Trong khi đó, từ điểm O ta dựng đường thẳng OI song song với SB thì OI chính là đường trung bình của tam giác SBD, giúp ta có thể dễ dàng tìm ra được lời giải của bài toán. Lúc này góc giữa hai đường thẳng SB và AC chính là góc giữa hai đường thẳng OI và AC.

$$\widehat{(SB, AC)} = \widehat{(OI, AC)} = \widehat{AOI}$$

Kết quả kiểm chứng cho thấy, góc của hai đường thẳng SB và AC gần bằng $69,3^\circ$ (xem Hình 1).

Ở nội dung bước 2, các thành phần năng lực sử dụng công cụ phương tiện học Toán được sử dụng đó là: Thứ nhất, nhận biết được tên gọi, cách thức sử dụng các nút lệnh, các tính năng hình học động cũng như Toán học động của công cụ phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra. Thứ hai, Sử dụng công cụ phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra để tìm tòi, khám phá, tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian, giao tuyến của hai mặt phẳng, ... Từ những tìm tòi, khám phá này, sử dụng công cụ phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra để giải quyết bài toán được đặt ra.



Hình 1: Hình chóp S.ABCD

Bước 3: Giải toán

- Gọi I là trung điểm của SD. Khi đó, OI là đường trung bình của tam giác SBD nên ta suy ra $OI // SB$. Từ đó: $(\widehat{SB, AC}) = (\widehat{OI, AC}) = \widehat{AOI}$

Xét tam giác SAB vuông tại A có:

$$SB^2 = SA^2 + AB^2 \Leftrightarrow SB^2 = (5\sqrt{3})^2 + 5^2 \Leftrightarrow SB = 10.$$

Xét tam giác SBD có OI là đường trung bình:

$$OI = \frac{SB}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

Xét tam giác SAD vuông tại A có:

$$SD^2 = SA^2 + AD^2 \Leftrightarrow SD^2 = (5\sqrt{3})^2 + 5^2 \Leftrightarrow SD = 10.$$

$$AI = \frac{SD}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ (Do AI là đường trung tuyến trong tam giác vuông SAD.)}$$

$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Xét tam giác AOI có:

$$AI^2 = OI^2 + OA^2 - 2OI.OA.\cos \widehat{AOI}$$

$$\Leftrightarrow \cos \widehat{AOI} = \frac{\sqrt{2}}{4} \Leftrightarrow \widehat{AOI} \approx 69,3^\circ.$$

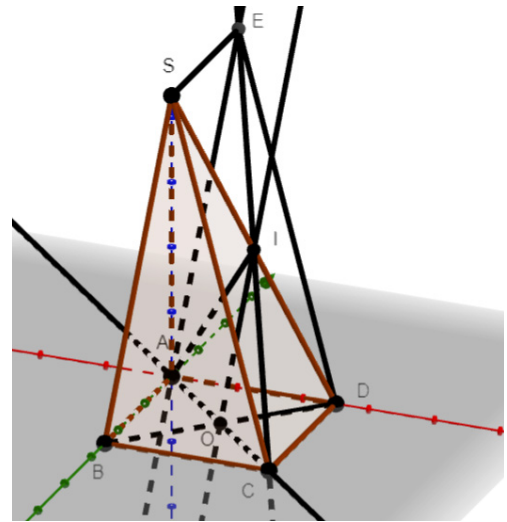
Ở nội dung bước 3, thành phần năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán được sử dụng đó là sử dụng công cụ phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra để giải quyết bài toán được đặt ra.

Bước 4: Rút ra kết luận

Vậy, $(\widehat{SB, AC}) = \widehat{AOI} \approx 69,3^\circ$.

Kết quả lời giải bài toán bằng phương pháp Toán học hoàn toàn trùng với kết quả tìm được trên công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra nên lời giải bài toán đưa ra hoàn toàn đúng.

Bước 5: Đào sâu giải pháp (nếu có)



Hình 2: Hình quan sát ở Bước 5

Muốn tìm góc giữa hai đường thẳng SB và AC, ta dựng hình bình hành SBAE nên SE song song và bằng AB, suy ra SE song song và bằng CD, do đó SEDC là hình bình hành và I là trung điểm của SD nên I cũng là trung điểm của EC.

Mặt khác, ta có O và I lần lượt là trung điểm của BD và SD nên OI là đường trung bình của tam giác SBD, do đó OI song song với SB và AE. Lúc này góc giữa hai đường thẳng SB và AC cũng chính là góc giữa hai đường thẳng AE và AC. Ta có $(\widehat{SB, AC}) = (\widehat{AE, AC}) = \widehat{EAC}$.

Vì vậy, ngoài cách dựng từ điểm O, ta còn có thể dựng từ điểm A trên đường thẳng AC và song song với SB $(\widehat{SB, AC}) = (\widehat{AE, AC}) = \widehat{EAC}$ (xem Hình 2).

Ta sẽ tính góc \widehat{EAC} . Ta có $CD \perp AD$ (ABCD là hình vuông); $CD \perp SA$ (Vì $SA \perp (ABCD)$).

Trong mặt phẳng (SAD), $AD \cap SA = A \Rightarrow CD \perp (SAD)$.

Xét tam giác SAD vuông tại A có:

$$SD^2 = SA^2 + AD^2 = (5\sqrt{3})^2 + 5^2 \Leftrightarrow SD = 10.$$

$$ID = \frac{SD}{2} = \frac{10}{2} \text{ (Vì I là trung điểm SD)}$$

Xét tam giác ICD vuông tại D có :

$$IC^2 = ID^2 + CD^2 = 5^2 + 5^2 = 50 \Leftrightarrow IC = 5\sqrt{2}.$$

Suy ra $EC = 2IC = 10\sqrt{2}$ (Vì I là trung điểm của EC)

$$\text{Ta có: } EA = SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + 5^2} = 10$$

và $AC = 5\sqrt{2}$

Xét tam giác EAC có:

$$EC^2 = EA^2 + AC^2 - 2.EA.AC.\cos \widehat{EAC}$$

$$\Leftrightarrow (10\sqrt{2})^2 = 10^2 + (5\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5\sqrt{2} \cdot \cos \widehat{EAC}$$

$$\Leftrightarrow \widehat{EAC} \approx 110,7^\circ$$

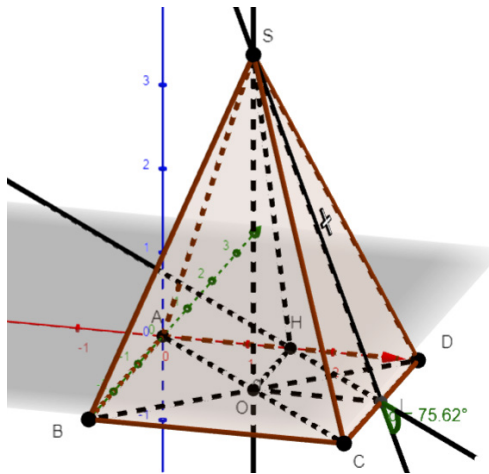
Góc giữa hai đường thẳng phải là góc nhọn. Vì vậy, góc giữa hai đường thẳng SB và AC gần bằng $180^\circ - 110,7^\circ = 69,3^\circ$.

Ở nội dung bước 5, thành phần năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán được sử dụng đó là, nhận biết được các ưu điểm của công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra như dự đoán kết quả, kiểm chứng, di chuyển trạng thái hình vẽ, hoạt hóa, phát triển thành bài toán mới, ...

Bài toán tương tự ví dụ 1 là bài toán sau:

Ví dụ 2: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh bằng 3, $SO = 4$, I là trung điểm cạnh CD . Tính gần đúng góc của hai đường thẳng AC và SI .

Dựng hình tương tự như ví dụ 1 trên phần mềm GeoGebra, ta được Hình 3:



Hình 3: Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$

Ta cũng tính được góc giữa AC và SI trên phần mềm GeoGebra gần bằng $75,62^\circ$.

Sau đây là lời giải bài toán:

Gọi H là trung điểm của AD .

Xét tam giác ACD có IH là đường trung bình

$$\Rightarrow IH \parallel AC.$$

$$\text{Ta có: } (\widehat{AC, SI}) = (\widehat{IH, SI}) = \widehat{SIH}; \quad IH = \frac{AC}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2};$$

$$OH = \frac{CD}{2} = 1,5$$

Xét tam giác SOH vuông tại O có:

$$SH = \sqrt{SO^2 + OH^2} = \sqrt{4^2 + (1,5)^2} = \frac{\sqrt{73}}{2}$$

$$\Delta SOH = \Delta SOI \Rightarrow SH = SI = \frac{\sqrt{73}}{2}$$

Xét tam giác SHI có:

$$SH^2 = SI^2 + HI^2 - 2SI \cdot HI \cdot \cos \widehat{SIH} \Leftrightarrow \widehat{SIH} \approx 75,62^\circ$$

$$\text{Vậy } (\widehat{AC, SI}) = (\widehat{IH, SI}) = \widehat{SIH} \approx 75,62^\circ.$$

3. Kết luận

Dạy học sử dụng công cụ phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra nói chung và dạy học sử dụng công cụ, phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra trong tính góc giữa hai đường thẳng trong không gian nói riêng là cách thức dạy học hiện đại. Cách thức này gắn liền với ứng dụng công nghệ thông tin vào việc giúp người học có được cách nhìn trực quan, sinh động, kết nối giữa lí thuyết và vận dụng vào giải bài tập. Nhờ các tính năng của phần mềm hình học động mà phần mềm GeoGebra giúp giáo viên di chuyển hình đến các trạng thái khác nhau. Học sinh nhìn được mối liên kết giữa bài toán và lời giải. Học sinh khi học với công cụ phần mềm GeoGebra tỏ ra thích thú và hiểu bài hơn. So với cách thức dạy học truyền thống là bảng đen, phấn trắng với các phương tiện dạy học truyền thống như thước kẻ, compa, ... thì cách thức dạy học sử dụng công cụ GeoGebra giúp học sinh nắm vững bài học hơn. Bài giảng cuốn hút học sinh hơn. Ngoài ra, dạy học sử dụng công cụ phương tiện học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra là một trong năm dạng dạy học phát triển năng lực Toán học. Chính vì thế, cách thức dạy học này cần được tìm hiểu và nghiên cứu hơn nữa.

Tài liệu tham khảo

- [1] Bộ Giáo dục và Đào tạo Việt Nam, (2018), *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán*.
- [2] Asmin, Nurmillah Br Sembiring & Edy Surya, (2019), *Development of Mathematics learning tools through GeoGebra – Aided problem based learning to improve solving capability Mathematical problems of high school students*, Social Science, Education and Humanities Research, volume 384, 210-214.
- [3] Elena Semenikhina - Marina Drushlyak, (2014), *Computer Mathematical Tools: Practical Experience of Learning to use them*, European Journal of Contemporary Education, 9(3), 175-183.
- [4] Kristof De Witte, Carla Haelermans & Nicky Rogge, (2014), *The effectiveness of a computer-assisted math learning program*, The Dutch Ministry of Education, Culture and Science, 1-20.
- [5] Lal Kumar Singh, (2018), *Impact of Using GeoGebra Software on Students' Achievement in Geometry: A Study at Secondary Level*, Asian Resonance, 7(5), 133-137.
- [6] Masniladevi, R. C. I. Prahmana, Y. Helsa & M. Dalais, (2017), *Teachers' ability in using math learning media*,

- Journal of Physics, 1-5.
- [7] Natalija Budinsky, Zsolt Lavicza & Kristof Fenyvesi, (2018), *Ideas for using GeoGebra and Origami in Teaching Regular Polyhedrons Lessons*, K-12 STEM Education, 4(1), 297-303.
- [8] Natalya V.Rashevskaya, Serhiy O. Semerikov, Natalya O. Zinonos, Viktoriia V. Tkachuk & Mariya P. Shyshkina, (2020), *Using augmented reality tools in the teaching of two-dimensional plane geometry*, 79-90.
- [9] Serpil Yorganci, (2018), *A study on the views of graduate students on the use of GeoGebra in mathematics teaching*, European Journal of Education Studies, 63-78.
- [10] Yismaw Abera Wassie - Gurju Awgichew Zergaw, (2019), *Some of the Potential Affordances, Challenges and Limitations of Using GeoGebra in Mathematics Education*, Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 15(8), 1-11.
- [11] Đặng Văn Biều, (2016), *Sử dụng phần mềm Geometer's Sketchpad trong dạy học chủ đề đường tròn, hình học 9*, Đại học Quốc gia Hà Nội, Luận văn thạc sĩ.
- [12] Đặng Thị Bích Ngọc, (2015), *Sử dụng phần mềm Cabri 3D trong dạy học khám phá hình học không gian lớp 12 Ban Cơ bản, Toán trung học phổ thông*, Đại học Quốc gia Hà Nội, Luận văn thạc sĩ.
- [13] Hoàng Thúy Nguyên, (2010), *Nghiên cứu việc sử dụng phần mềm Cabri 3D của giáo viên trong giảng dạy hình học không gian chương quan hệ song song và quan hệ vuông góc lớp 11 trung học phổ thông (Ban Nâng cao)*, Đại học Quốc gia Hà Nội, Luận văn thạc sĩ.
- [14] Lưu Hồng Nhung, (2016), *Sử dụng phần mềm Geometer's Sketchpad trong dạy học định lý hình học lớp 8*, Đại học Quốc gia Hà Nội, Luận văn thạc sĩ.
- [15] Nguyễn Hoàng Bích, (2013), *Sử dụng phần mềm Geometer's Sketchpad làm công cụ hỗ trợ trong dạy, học, giải một số bài toán về hàm số và đồ thị*, Đại học Thái Nguyên, Luận văn thạc sĩ.
- [16] Nguyễn Thanh Hằng, (2018), *Dạy học hàm số bậc hai ở trung học theo quan điểm mô hình hóa với phần mềm GeoGebra*, Trường Đại học Sài Gòn, Luận văn thạc sĩ.
- [17] Nguyễn Thị Phương, (2020), *Thiết kế tình huống dạy học khám phá trong chủ đề khối tròn xoay – Hình học 12 với sự hỗ trợ của phần mềm GeoGebra*, Trường Đại học Sài Gòn, Luận văn thạc sĩ.
- [18] Niss Mogens, *Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM Project*, mn@mmf.ruc.dk.

IMPROVING THE COMPETENCE IN USING MATHEMATICAL AIDS AND TOOLS WITH THE SUPPORT OF GEOGEBRA SOFTWARE IN TEACHING TO CALCULATE THE ANGLE BETWEEN TWO LINES IN SPACE

Nguyen Ngoc Giang¹, Pham Huyen Trang^{*2},
Nguyen Huynh Nam³

¹ Email: nguyennngocgiang.net@gmail.com
Banking University of Ho Chi Minh City
36 Ton That Dam, District 1, Ho Chi Minh City,
Vietnam

* Corresponding author
² Email: phamhuyentrangsmile@gmail.com
Hanoi Pedagogical University 2
32 Nguyen Van Linh, Xuan Hoa ward, Phuc Yen city,
Vinh Phuc province, Vietnam

³ Email: hnamtphcm@gmail.com
Duong Van Thi High School
161 La Xuan Oai, Tang Nhon Phu A, Thu Duc City,
Ho Chi Minh City, Vietnam

ABSTRACT: *Teaching using mathematical aids and tools is one of the five teaching methods to develop important mathematical competencies for students. Among the mathematical aids and tools, GeoGebra software is one of the main tools that are taught to students right from the 6th grade. GeoGebra software in general and GeoGebra 3D software in particular have many command buttons and features meeting users' needs and expectations. Especially in teaching and developing the competency to use mathematical aids and tools, the content of calculating the angle between two lines in space, the GeoGebra software has more advantages than the traditional teaching method with chalkboards. Using the GeoGebra software in teaching and developing the competency to use mathematical aids and tools helps students have an intuitive and vibrant view. Students can change the position of the drawing, rotate the figures, predict the result, verify, and trace, etc. Students are passionate and interested in knowledge, especially the knowledge of spatial geometry. Students understand and remember more deeply what they have learned. In this article, the authors provide a method as well as a teaching process to improve students' competency in using mathematical aids and tools with the help of GeoGebra software on the content of calculating the angle between two lines in space.*

KEYWORDS: *Mathematical aids and tools, GeoGebra software, the angle between two lines in space, process, method.*