CHỦ ĐỀ 3 : PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

LÍ THUYẾT

❖ Phương trình ttham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $M_o(x_o;y_o;z_o)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{a}\neq\vec{0}$ có dạng là : $\begin{cases} x=x_0+a_1t \\ y=y_0+a_2t \\ z=z_0+a_3t \end{cases}$ $(t\in R)$.

❖ Nếu a_1,a_2,a_3 đều khác không .Phương trình đường thẳng Δ viết dưới dạng chính tắc như sau:

$$\frac{x-x_0}{a_1}=\frac{y-y_0}{a_2}=\frac{z-z_0}{a_3}$$

❖ Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

- Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng

$d:\begin{cases} x=x_o+a_1t \\ y=y_o+a_2t \\ z=z_0+a_3t \end{cases}$ $d':\begin{cases} x=x_o'+a_1't' \\ y=y_o'+a_2't' \\ z=z_o'+a_3't' \end{cases}$ có VTCP $\vec{u}$ đi qua M_o và d' có vtcp $\vec{u'}$ đi qua M_o'

- $(d)\parallel(d')\Leftrightarrow\begin{cases} [\vec{u},\vec{u'}]=\vec{0} \\ M_o\notin d' \end{cases}$ $(d)\equiv(d')\Leftrightarrow\begin{cases} [\vec{u},\vec{u'}]=\vec{0} \\ M_0\in d' \end{cases}$
- (d) cắt (d') $\Leftrightarrow\begin{cases} \left[\vec{u},\vec{u'}\right]\neq 0 \\ \left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{M_oM_0'}=0 \end{cases}$ (d) chéo $(d')\Leftrightarrow\left[\vec{u},\vec{u'}\right].\overrightarrow{M_0M_0'}\neq 0$

❖ Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

- Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua điểm $M(x_o;y_o;z_o)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(A;B;C)$
    - (d) cắt (α) $\Leftrightarrow$ $\vec{a}.\vec{n}\neq 0$
    - (d) // (α) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} \vec{a}.\vec{n}=0 \\ M\notin(\alpha) \end{cases}$
    - (d) nằm trên mặt phẳng (α) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} \vec{a}.\vec{n}=0 \\ M\in(\alpha) \end{cases}$

❖ Khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng

- Khoảng cách từ $M_o(x_o;y_o;z_o)$ đến mặt phẳng $(\alpha): Ax+By+Cz+D=0$ cho bởi công thức

$$d(M_0,\alpha)=\frac{|Ax_0+By_0+Cz_0+D|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

❖ Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

- Khoảng cách từ đường thẳng d đi qua điểm M_o có VTCP $\vec{u}$ đến điểm M cho bởi công thức

$$d(M,\Delta)=\frac{\left|[\overrightarrow{M_0M},\vec{u}]\right|}{\left|\vec{u}\right|}$$

❖ Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

- Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua $M\left(x_o;y_o;z_o\right)$; có VTCP $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ và đường thẳng d' đi qua $M'\left(x_o';y_o';z_o'\right)$ có VTCP $\vec{a'}=(a_1';a_2';a_3')$. Khi đó khoảng cách giữa hai đường thẳng này là : $d(d,d')=\dfrac{\left|[\vec{a},\vec{a}'].\overrightarrow{MM'}\right|}{\left|[\vec{a},\vec{a}']\right|}=\dfrac{V_{hop}}{S_{day}}$

❖ Góc giữa hai đường thẳng:

- Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng

  (Δ) đi qua $M\left(x_o;y_o;z_o\right)$ có VTCP $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$

  (Δ’) đi qua $M'\left(x_o';y_o';z_o'\right)$ có VTCP $\vec{a'}=(a'_1;a'_2;a'_3)$

- Khi đó góc giữa hai đường thẳng này được cho bởi công thức sau đây:

$$\cos\varphi=\left|\cos(\vec{a},\vec{a}')\right|=\frac{\left|\vec{a}.\vec{a}'\right|}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{a}'\right|}=\frac{\left|a_1.a'_1+a_2.a'_2+a_3.a'_3\right|}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.\sqrt{a'^2_1+a'^2_2+a'^2_3}}$$

❖ Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng:

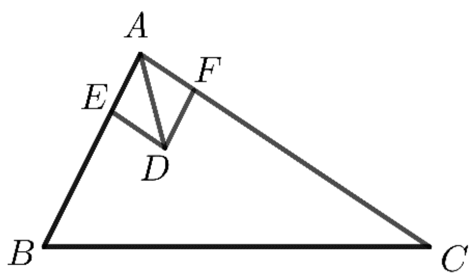
- Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng

  (Δ) đi qua M_o có VTCP $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, mặt phẳng (α) có VTPT $\vec{n}=(A;B;C)$

- Gọi φ là góc hợp bởi (Δ) và mặt phẳng (α), khi đó góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là

$$\sin\varphi=\left|\cos(\vec{a},\vec{n})\right|=\frac{\left|\mathrm{Aa}_1+\mathrm{Ba}_2+\mathrm{Ca}_3\right|}{\sqrt{\mathrm{A}^2+B^2+C^2}.\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}}$$

- **NOTE:** Cho tam giác ABC



- Đường phân giác trong của góc BAC có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\dfrac{1}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}\overrightarrow{AC}$.

VÍ DỤ MINH HỌA

VÍ DỤ 1: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-2;-2;1)$, $B(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{-1}$. Tìm vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ qua A, vuông góc với d đồng thời cách điểm B một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u}=(1;0;2)$ **B.** $\vec{u}=(2;2;-1)$ **C.** $\vec{u}=(25;-29;-6)$ **D.** $\vec{u}=(2;1;6)$

Lời giải

Cách 1

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và vuông góc với d, B' là hình chiếu của B lên (P)

Khi đó đường thẳng Δ chính là đường thẳng AB' và $\vec{u}=\overrightarrow{B'A}$

Ta có $(P):\begin{cases} Qua\ \ A(-2;-2;1) \\ VTPT\ \overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{u_d}=(2;2;-1)\end{cases}\Rightarrow (P): 2x+2y-z+9=0$

Gọi d' là đường thẳng qua B và song song d' $\Rightarrow d'\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=-3-t\end{cases}$

B' là giao điểm của d' và $(P)\Rightarrow B'(-3;-2;-1)\Rightarrow \vec{u}=\overrightarrow{B'A}=(1;0;2)\Rightarrow$ **Chọn A**

Cách 2: TƯ DUY TOÁN HỌC 4.0

Không cần viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với d.

Gọi d' là đường thẳng qua B và song song d' $\Rightarrow d'\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=-3-t\end{cases}$

$B'\in d'\Rightarrow \overrightarrow{B'A}=(-2t-3;-2t-4;t+4)$

$AB'\perp d\Rightarrow \overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{B'A}=0\Rightarrow t=-2\Rightarrow \vec{u}=\overrightarrow{B'A}=(1;0;2)$.

VÍ DỤ 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là: $\frac{x}{1}=\frac{y-6}{-4}=\frac{z-6}{-3}$. Biết rằng điểm $M(0;5;3)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N(1;1;0)$ thuộc đường thẳng AC. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng AC.

A. $\vec{u}=(0;1;-3)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;3)$. **C.** $\vec{u}=(0;1;3)$. **D.** $\vec{u}=(0;-2;6)$

Lời giải

Chọn C

Phương trình tham số của đường phân giác trong góc $A:\begin{cases} x=t \\ y=6-4t \\ z=6-3t\end{cases}$. (d)

Gọi D là điểm đối xứng với M qua (d). Khi đó $D \in AC \Rightarrow$ đường thẳng AC có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{ND}$. Ta xác định điểm D.

Gọi K là giao điểm MD với (d). Ta có $K(t;6-4t;6-3t)$; $\overrightarrow{MK}=(t;1-4t;3-3t)$.

Ta có $\overrightarrow{MK} \perp \vec{u}_d$ với $\vec{u}_d=(1;-4;-3)$ nên $t-4(1-4t)-3(3-3t)=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$.

$K\left(\frac{1}{2};4;\frac{9}{2}\right)$. K là trung điểm MD nên $\begin{cases} x_D=2x_K-x_M \\ y_D=2y_K-y_M \\ z_D=2z_K-z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=1 \\ y_D=3 \\ z_D=6 \end{cases}$ hay $D(1;3;6)$.

Một vectơ chỉ phương của AC là $\overrightarrow{DN}=(0;-2;-6)$. Hay $\vec{u}=(0;1;3)$ là vectơ chỉ phương.

VÍ DỤ 3: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-3;4)$, đường thẳng $d:\frac{x+2}{3}=\frac{y-5}{-5}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):2x+z-2=0$. Viết phương trình đường thẳng Δ qua M vuông góc với d và song song với (P).

A. $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-4}{2}$.
B. $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-4}{-2}$.
C. $\Delta:\frac{x-1}{-1}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-4}{-2}$.
D. $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-4}{-2}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d:\frac{x+2}{3}=\frac{y-5}{-5}=\frac{z-2}{-1}$ có một VTCP $\vec{u}=(3;-5;-1)$.

Mặt phẳng $(P):2x+z-2=0$ vó một VTPT $\vec{n}(2;0;1)$.

Đường thẳng Δ có một VTCP $\vec{a}=\left[\vec{u},\vec{n}\right]=-5(1;1;-2)$.

Đường thẳng Δ có phương trình $\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-4}{-2}$.

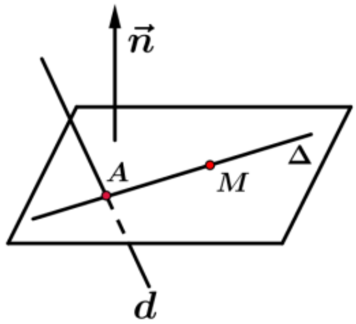
VÍ DỤ 4: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(\alpha):x+y+z-3=0$ đồng thời đi qua điểm $M(1;2;0)$ và cắt đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$. Một vectơ chỉ phương của Δ là.

A. $\vec{u}=(1;1;-2)$
B. $\vec{u}=(1;0;-2)$
C. $\vec{u}=(-1;1;2)$
D. $\vec{u}=(-1;-1;2)$

Lời giải

Chọn A

Cách 1:



Gọi $A(2+2t;2+t;3+t)\in d$ là giao điểm của Δ và d.

$\overrightarrow{MA}=(1+2t;t;3+t)$, VTPT của (α) là $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;1;1)$.

$\Delta\subset(\alpha)\Rightarrow\overrightarrow{MA}\perp\vec{n}_{(\alpha)}$

$\Rightarrow\overrightarrow{MA}.\vec{n}_{(\alpha)}=0\Leftrightarrow 1+2t+t+3+t=0\Leftrightarrow t=-1$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MA}(-1;\,-1;\,2)=-1(1;\,1;\,-2)$. Vậy $\overrightarrow{u_d}=(1;\,1;\,-2)$.

Cách 2:

Gọi $B=d\cap(\alpha)$. $B\in d\Rightarrow B(2+2t;\,2+t;\,3+t)$.

$B\in(\alpha)\Rightarrow 2+2t+2+t+3+t-3=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow B(0;1;2)$. $\overrightarrow{BM}(1;1;-2)\Rightarrow \overrightarrow{u_d}(1;1;-2)$.

VÍ DỤ 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $A(1;\,2;\,-5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x+3y-4z+5=0$ là

A. $d:\begin{cases}x=2+t\\ y=3+2t\\ z=-4-5t\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=2+3t\\ z=-5+4t\end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=2+3t\\ z=-5-4t\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=2+t\\ y=3+2t\\ z=4+5t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;\,2;\,-5)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x+3y-4z+5=0$ nên nhận $\vec{u}=(2;\,3;\,-4)$ là véctơ chỉ phương

Phương trình đường thẳng d là $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=2+3t\\ z=-5-4t\end{cases}$.

VÍ DỤ 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(2;2;-3)$ và $N(-4;2;1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, nhận vecto $\vec{u}=(a;b;c)$ làm vectơ chỉ phương và song song với mặt phẳng $(P): 2x+y+z=0$ sao cho khoảng cách từ N đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết $|a|$, $|b|$ là hai số nguyên tố cùng nhau. Khi đó $|a|+|b|+|c|$ bằng:

A. 14. **B.** 13. **C.** 16. **D.** 15.

Lời giải

Chọn D

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua $M(2;2;-3)$ và song song với mặt phẳng (P).

Suy ra $(Q): 2x+y+z-3=0$. Do $\Delta \,//\, (P)$ nên $\Delta\subset(Q)$.

$d(N,\Delta)$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow \Delta$ đi qua N', với N' là hình chiếu của N lên (Q).

Gọi d là đường thẳng đi qua N và vuông góc (P), $d:\begin{cases}x=-4+2t\\ y=2+t\\ z=1+t\end{cases}$.

Ta có $N'\in d\Rightarrow N'(-4+2t;2+t;1+t)$; $N'\in(Q)\Rightarrow t=\dfrac{4}{3}\Rightarrow N'\left(-\dfrac{4}{3};\dfrac{10}{3};\dfrac{7}{3}\right)$.

$\vec{u}=(a;b;c)$ cùng phương $\overrightarrow{MN'}=\left(-\dfrac{10}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{16}{3}\right)$.

Do $|a|$, $|b|$ nguyên tố cùng nhau nên chọn $\vec{u}=(-5;2;8)$. Vậy $|a|+|b|+|c|=15$.

VÍ DỤ 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với $(P): x+y+z-7=0$ và cắt $d_1,\ d_2$ lần lượt tại hai điểm A,B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình của đường thẳng Δ là.

A. $\begin{cases} x=12-t \\ y=5 \\ z=-9+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=6-t \\ y=\dfrac{5}{2} \\ z=-\dfrac{9}{2}+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=6 \\ y=\dfrac{5}{2}-t \\ z=-\dfrac{9}{2}+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=6-2t \\ y=\dfrac{5}{2}+t \\ z=-\dfrac{9}{2}+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

$A\in d_1\Rightarrow A(1+2a;a;-2-a); B\in d_2\Rightarrow B(1+b;-2+3b;2-2b)$

Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(b-2a;3b-a-2;-2b+a+4)$

(P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$

Vì $\Delta//(P)$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{n_P}\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow b=a-1$.Khi đó $\overrightarrow{AB}=(-a-1;2a-5;6-a)$

$$AB=\sqrt{(-a-1)^2+(2a-5)^2+(6-a)^2}=\sqrt{6a^2-30a+62}=\sqrt{6\left(a-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{49}{2}}\ge\frac{7\sqrt{2}}{2};\forall a\in\mathbb{R}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a=\dfrac{5}{2}\Rightarrow A\left(6;\dfrac{5}{2};-\dfrac{9}{2}\right),\ \overrightarrow{AB}=\left(-\dfrac{7}{2};0;\dfrac{7}{2}\right)$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A\left(6;\dfrac{5}{2};-\dfrac{9}{2}\right)$ và vec tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(-1;0;1)$

VÍ DỤ 5: Cho 2 mặt cầu $(S_1):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=4$, $(S_2):(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=1$. Gọi d là đường thẳng đồng thời tiếp xúc với hai mặt cầu trên, cắt đoạn thẳng nối tâm hai mặt cầu và cách gốc tọa độ O một khoảng lớn nhất. Nếu $\vec{u}=(a;\ 1;\ b)$ là một vectơ chỉ phương của d thì tổng $S=2a+3b$ bằng bao nhiêu?

A. $S=0$ **B.** $S=4$ **C.** $S=2$ **D.** $S=1$

Lời giải

Chọn C

(S_1) có tâm $I_1(3;\ 2;\ 2)$, bán kính $R_1=2$. (S_2) có tâm $I_2(1;\ 0;\ 1)$, bán kính $R_2=1$.

Ta có: $I_1I_2=3=R_1+R_2$, do đó (S_1) và (S_2) tiếp xúc ngoài với nhau tại điểm $A\left(\dfrac{5}{3};\ \dfrac{2}{3};\ \dfrac{4}{3}\right)$.

Vì d tiếp xúc với hai mặt cầu, đồng thời cắt đoạn thẳng nối hai tâm I_1I_2 nên d phải tiếp xúc với hai mặt cầu tại $A\Rightarrow d\perp I_1I_2$. Mặt khác $d=d(O;\ d)\le OA\ \Rightarrow d_{\max}=OA$ khi $d\perp OA$.

Khi đó, d có một vectơ chỉ phương là $\left[\overrightarrow{I_1I_2},\ \overrightarrow{OA}\right]=(6;\ -3;\ -6)\ \Rightarrow\vec{u}=(-2;\ 1;\ 2)$.Vậy $S=2$.

DẠNG 1 Xác định vecto chỉ phương của đường thẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian, cho đường thẳng d: $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{3-z}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A. $\vec{u}=(2;2;1)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{u}=(-1;-2;3)$. **D.** $\vec{u}=(2;-2;1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-2;4)$ và $B(1;1;2)$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_2}=(4;-1;6)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-3;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;3;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(2;-\frac{1}{2};3\right)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):x+2y-2z-1=0$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}(1;2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}(2;-2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(-2;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(1;2;-1)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?

A. $\vec{u}_1=(1;1;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_3=(0;1;0)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;-2;1)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{3}$. Biết rằng M là một điểm thuộc d và $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của d, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M(2;-1;-3)$ và $\vec{u}=(2;-1;3)$. **B.** $M(2;-1;3)$ và $\vec{u}=(-2;1;3)$.

C. $M(-2;1;3)$ và $\vec{u}=(2;-1;-3)$. **D.** $M(-2;1;3)$ và $\vec{u}=(2;-1;3)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $(P):x-3z+2=0$ có một vector chỉ phương là:

A. $\vec{u}=(1;1;-3)$. **B.** $\vec{u}=(1;0;-3)$. **C.** $\vec{u}=(1;-3;2)$. **D.** $\vec{u}=(3;1;0)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$

A. $\vec{u}_1=(1;1;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_3=(0;1;0)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;-2;1)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(5;1;3)$, $B(1;2;3)$, $C(0;1;2)$. Đường thẳng chứa đường cao kẻ từ A của tam giác ABC nhận véc-tơ nào sau đây làm véc-tơ chỉ phương?

A. $\vec{d}=(3;-2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(2;-1;-1)$. **C.** $\vec{v}=(5;-6;1)$. **D.** $\vec{c}=(3;-5;2)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và trọng tâm tam giác ABC với $A(0;2;1)$, $B(4;-2;1)$, $C(2;3;4)$?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(4;-2;1)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;0)$, $B(0;1;0)$, $C(-1;0;2)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(0;2;1)$. **B.** $\vec{u}=(0;-2;1)$. **C.** $\vec{u}=(-2;1;0)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2;0)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ nhận vectơ $\vec{u}=(a;2;b)$ làm một véctơ chỉ phương. Tính $a-b$.

A. 0. **B.** -4. **C.** 8. **D.** -8.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=3+2t \\ z=-1+3t \end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ.

A. $\vec{u}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{u}=(5;-1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;1)$. **D.** $\vec{u}=(0;2;1)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-3y+z-6=0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ lên mặt phẳng (P).

A. $\overrightarrow{u_1}=(27;7;-6)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(27;-7;-6)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(27;7;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-27;7;6)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$ và $N(3;4;5)$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm M và N là

A. $(-2;-3;3)$. **B.** $(2;3;3)$. **C.** $(4;5;3)$. **D.** $(2;-3;-3)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $P\ :4x-z+3=0$. Véctơ nào dưới đây là véctơ chỉ phương của d?.

A. $\vec{u}=\ 4;0;-1$. **B.** $\vec{u}=\ 4;-1;3$. **C.** $\vec{u}=\ 4;1;3$. **D.** $\vec{u}=\ 4;1;-1$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;3;-1)$

A. $\begin{cases} x=1-4t \\ y=2-6t \\ z=-1+2t \end{cases},t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+6t \\ z=-1-4t \end{cases},t\in\mathbb{R}$.

C. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2-3t \\ z=-1-t \end{cases},t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-3t \\ z=-1-t \end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=3+2t \\ z=-1+3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

A. $\vec{u}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{u}=(5;-1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;1)$. **D.** $\vec{u}=(0;2;1)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$; $B(-1;1;0)$; $C(1;3;2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vectơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương?

A. $\vec{a}=(1;1;0)$. **B.** $\vec{a}=(-2;2;2)$. **C.** $\vec{a}=(-1;2;1)$. **D.** $\vec{a}=(-1;1;0)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;-2)$ và $B(2;2;2)$. Vectơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB?

A. $\vec{a}=(2;1;0)$. **B.** $\vec{a}=(2;3;4)$. **C.** $\vec{a}=(-2;1;0)$. **D.** $\vec{a}=(2;3;0)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB với $A(1;2;-1)$ và $A(3;4;1)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-2;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(1;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(4;6;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+5}{-6}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d

A. $\vec{u}=(1;-3;-5)$. **B.** $\vec{u}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{u}=(2;4;6)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;3)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+y+z+1=0$ và $(\beta): x+2y+3z+4=0$. Một vectơ chỉ phương của Δ có tọa độ là

A. $(2;-1;-1)$. **B.** $(1;-1;0)$. **C.** $(1;1;-1)$. **D.** $(1;-2;1)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) vuông góc với hai đường thẳng a và b: $(a):\begin{cases} x=3+t \\ y=-1+2t \\ z=2t \end{cases}$, $(b):\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+7}{-3}=\dfrac{z-5}{4}$. Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của (d).

A. $(14;0;7)$. **B.** $(0;0;1)$. **C.** $(2;0;-1)$. **D.** $(2;1;1)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4;3)$ và $B(3;-2;0)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(3;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;2;3)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$.

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-2;1)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z+2=0$ và đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-4)$ và $\overrightarrow{OB}=4\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là

A. $\vec{u}=(1;-2;1)$. **B.** $\vec{u}=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{u}=(6;2;-3)$. **D.** $\vec{u}=(3;1;-3)$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(5;1;3)$, $B(1;2;3)$, $C(0;1;2)$. Đường thẳng chứa đường cao kẻ từ A của tam giác ABC nhận véc-tơ nào sau đây làm véc-tơ chỉ phương?

A. $\vec{d}=(3;-2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(2;-1;-1)$. **C.** $\vec{v}=(5;-6;1)$. **D.** $\vec{c}=(3;-5;2)$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và trọng tâm tam giác ABC với $A(0;2;1)$, $B(4;-2;1)$, $C(2;3;4)$?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(4;-2;1)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;0)$, $B(0;1;0)$, $C(-1;0;2)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}=(0;2;1)$. **B.** $\vec{u}=(0;-2;1)$. **C.** $\vec{u}=(-2;1;0)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2;0)$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ nhận vectơ $\vec{u}=(a;2;b)$ làm một véctơ chỉ phương. Tính $a-b$.

A. 0. **B.** -4. **C.** 8. **D.** -8.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=3+2t \\ z=-1+3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ.

A. $\vec{u}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{u}=(5;-1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;1)$. **D.** $\vec{u}=(0;2;1)$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x-3y+z-6=0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ lên mặt phẳng (P).

A. $\overrightarrow{u_1}=(27;7;-6)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(27;-7;-6)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(27;7;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-27;7;6)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$ và $N(3;4;5)$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm M và N là

A. $(-2;-3;3)$. **B.** $(2;3;3)$. **C.** $(4;5;3)$. **D.** $(2;-3;-3)$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $P\ :4x-z+3=0$. Véctơ nào dưới đây là véctơ chỉ phương của d?.

A. $\vec{u}=\ 4;0;-1\ $. **B.** $\vec{u}=\ 4;-1;3\ $. **C.** $\vec{u}=\ 4;1;3\ $. **D.** $\vec{u}=\ 4;1;-1\ $.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;3;-1)$

A. $\begin{cases} x=1-4t \\ y=2-6t \\ z=-1+2t \end{cases},t\in\mathbb{R}$.

B. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=2+6t \\ z=-1-4t \end{cases},t\in\mathbb{R}$.

C. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2-3t \\ z=-1-t \end{cases},t\in\mathbb{R}$.

D. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-3t \\ z=-1-t \end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=3+2t \\ z=-1+3t \end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

A. $\vec{u}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{u}=(5;-1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;1)$. **D.** $\vec{u}=(0;2;1)$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$; $B(-1;1;0)$; $C(1;3;2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vectơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương?

A. $\vec{a}=(1;1;0)$. **B.** $\vec{a}=(-2;2;2)$. **C.** $\vec{a}=(-1;2;1)$. **D.** $\vec{a}=(-1;1;0)$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;-2)$ và $B(2;2;2)$. Vectơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB?

A. $\vec{a}=(2;1;0)$. **B.** $\vec{a}=(2;3;4)$. **C.** $\vec{a}=(-2;1;0)$. **D.** $\vec{a}=(2;3;0)$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB với $A(1;2;-1)$ và $A(3;4;1)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-2;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(1;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(4;6;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+5}{-6}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d

A. $\vec{u}=(1;-3;-5)$. **B.** $\vec{u}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{u}=(2;4;6)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;3)$.

Câu 44: Trong không gian *Oxyz*, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x+y+z+1=0$ và $(\beta): x+2y+3z+4=0$. Một vectơ chỉ phương của Δ có tọa độ là

A. $(2;-1;-1)$. **B.** $(1;-1;0)$. **C.** $(1;1;-1)$. **D.** $(1;-2;1)$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) vuông góc với hai đường thẳng a và b:

$(a):\begin{cases} x=3+t \\ y=-1+2t \\ z=2t \end{cases}$, $(b): \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+7}{-3}=\dfrac{z-5}{4}$. Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của (d).

A. $(14;0;7)$. **B.** $(0;0;1)$. **C.** $(2;0;-1)$. **D.** $(2;1;1)$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4;3)$ và $B(3;-2;0)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(3;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;2;3)$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$.

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-2;1)$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z+2=0$ và đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$.

Câu 49: Trong không gian *Oxyz*, cho điểm $A(2;3;-4)$ và $\overrightarrow{OB}=4\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là

A. $\vec{u}=(1;-2;1)$. **B.** $\vec{u}=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{u}=(6;2;-3)$. **D.** $\vec{u}=(3;1;-3)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian, cho đường thẳng d: $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{3-z}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d

A. $\vec{u}_d=(1;2;1)$. **B.** $\vec{u}_d=(1;-2;-1)$. **C.** $\vec{u}_d=(-1;2;-1)$. **D.** $\vec{u}_d=(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta viết lại phương trình đường thẳng d: $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{1}$.

Nên vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d=(-1;2;-1)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+3}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ?

A. $\vec{u}=(2;2;1)$. **B.** $\vec{u}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{u}=(-1;-2;3)$. **D.** $\vec{u}=(2;-2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Vectơ chỉ phương của đường thẳng đã cho là $\vec{u}=(2;2;1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-2;4)$ và $B(1;1;2)$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_2}=(4;-1;6)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-3;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;3;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(2;-\frac{1}{2};3\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;3;-2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Do đó $\overrightarrow{u_1}=(2;-3;2)$ cũng là vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):x+2y-2z-1=0$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}(1;2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}(2;-2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(-2;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(1;2;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):x+2y-2z-1=0$ có một vectơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_1}(1;2;-2)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$?

A. $\vec{u}_1=(1;1;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_3=(0;1;0)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M\left(1;-2;1\right)$ nhận $\overrightarrow{OM}=\left(1;-2;1\right)=\overrightarrow{u_4}$ là một vectơ chỉ phương.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{3}$. Biết rằng M là một điểm thuộc d và $\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của d, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $M\left(2;-1;-3\right)$ và $\vec{u}=\left(2;-1;3\right)$.
B. $M\left(2;-1;3\right)$ và $\vec{u}=\left(-2;1;3\right)$.
C. $M\left(-2;1;3\right)$ và $\vec{u}=\left(2;-1;-3\right)$.
D. $M\left(-2;1;3\right)$ và $\vec{u}=\left(2;-1;3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-3}{3}\Rightarrow M\left(-2;1;3\right)\in d$ và d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(2;-1;3\right)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right):x-3z+2=0$ có một vector chỉ phương là:

A. $\vec{u}=\left(1;1;-3\right)$.
B. $\vec{u}=\left(1;0;-3\right)$.
C. $\vec{u}=\left(1;-3;2\right)$.
D. $\vec{u}=\left(3;1;0\right)$.

Lời giải

Chọn B

$d\perp\left(P\right)$ nên VTCP của d là $\vec{u}=\left(1;0;-3\right)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M\left(1;-2;1\right)$

A. $\vec{u}_1=\left(1;1;1\right)$.
B. $\vec{u}_2=\left(1;2;1\right)$.
C. $\vec{u}_3=\left(0;1;0\right)$.
D. $\vec{u}_4=\left(1;-2;1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M\left(1;-2;1\right)$

$\Rightarrow$ một vectơ chỉ phương của đường thẳng là $\overrightarrow{OM}=\left(1;-2;1\right)$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A\left(5;1;3\right)$, $B\left(1;2;3\right)$, $C\left(0;1;2\right)$. Đường thẳng chứa đường cao kẻ từ A của tam giác ABC nhận véc-tơ nào sau đây làm véc-tơ chỉ phương?

A. $\vec{d}=\left(3;-2;-1\right)$.
B. $\vec{u}=\left(2;-1;-1\right)$.
C. $\vec{v}=\left(5;-6;1\right)$.
D. $\vec{c}=\left(3;-5;2\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{BA}=\left(4;-1;0\right)$ và $\overrightarrow{BC}=\left(-1;-1;-1\right)$.

Một véc-tơ pháp tuyến của $\left(ABC\right)$ là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right]=\left(1;4;-5\right)$.

Đường cao kẻ từ A nằm trong $\left(ABC\right)$ và vuông góc với BC nên có một véc-tơ chỉ phương là $\left[\vec{n},\overrightarrow{BC}\right]=\left(-9;6;3\right)=-3\vec{d}$.

Suy ra $\vec{d}=\left(3;-2;-1\right)$ là một véc-tơ chỉ phương cần tìm.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và trọng tâm tam giác ABC với $A(0;2;1)$, $B(4;-2;1)$, $C(2;3;4)$?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(4;-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, suy ra tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G(2;1;2)$
.

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và trọng tâm G của tam giác ABC có một vectơ chỉ phương là vectơ $\overrightarrow{OG}=(2;1;2)$ hay vectơ $\overrightarrow{u_3}=(2;1;2)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;0)$, $B(0;1;0)$, $C(-1;0;2)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}=(0;2;1)$. **B.** $\vec{u}=(0;-2;1)$. **C.** $\vec{u}=(-2;1;0)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}=(-1;0;0)\\ \overrightarrow{AC}=(-2;-1;2)\end{array}\right\}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(0;2;1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ nhận vectơ $\vec{u}=(a;2;b)$ làm một véctơ chỉ phương. Tính $a-b$.

A. 0. **B.** -4. **C.** 8. **D.** -8.

Lời giải

Chọn D

$d:\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ nhận vectơ $\vec{m}=(-2;1;2)$ làm một vectơ chỉ phương. $\vec{m}$ cùng phương $\vec{u}=(-4;2;4)$. Suy ra $\vec{u}=(-4;2;4)$ cũng là một vectơ chỉ phương của d.

Vậy $a-b=-8$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\ y=3+2t\\ z=-1+3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ.

A. $\vec{u}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{u}=(5;-1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;1)$. **D.** $\vec{u}=(0;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $B=\Delta\cap Ox\Rightarrow B(x;0;0)$ nên $\overrightarrow{AB}=(x-2;-1;-1)$.

Do $\Delta\perp d$ nên $1(x-2)+2(-1)+3(-1)=0\Leftrightarrow x=7\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(5;-1;-1)$.

Khi đó đường thẳng Δ nhận một vec tơ chỉ phương là $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(5;-1;-1)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 6 = 0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ lên mặt phẳng (P).

A. $\overrightarrow{u_1} = (27;7;-6)$. **B.** $\overrightarrow{u_2} = (27;-7;-6)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (27;7;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (-27;7;6)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\vec{u}_\Delta = (2;2;-1)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Gọi $\vec{n} = (1;-3;1)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Gọi $\overrightarrow{u'} = \left[\overrightarrow{u_\Delta}, \vec{n}\right] = (-1;-3;-8)$.

Khi đó, một vécto chỉ phương của đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường Δ lên mặt phẳng (P) là $\left[\vec{n}, \overrightarrow{u'}\right] = (27;7;-6)$. Suy ra đáp án đúng là $\overrightarrow{u_1} = (27;7;-6)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$ và $N(3;4;5)$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm M và N là

A. $(-2;-3;3)$. **B.** $(2;3;3)$. **C.** $(4;5;3)$. **D.** $(2;-3;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2;3;3)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm M và N.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $P\ :4x - z + 3 = 0$. Véctơ nào dưới đây là véctơ chỉ phương của d?.

A. $\vec{u} =\ 4;0;-1$. **B.** $\vec{u} =\ 4;-1;3$. **C.** $\vec{u} =\ 4;1;3$. **D.** $\vec{u} =\ 4;1;-1$.

Lời giải

Chọn A

Do đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $P\ :4x - z + 3 = 0$. Suy ra $\vec{u} =\ 4;0;-1$ là véc tơ chỉ phương của d.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2;3;-1)$

A. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 - 6t \\ z = -1 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 6t \\ z = -1 - 4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng ở đáp án A có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u'} = (-4;-6;2)$

$\Rightarrow$đường thẳng này có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;3;-1)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=3+2t \\ z=-1+3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

A. $\vec{u}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{u}=(5;-1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;1)$. **D.** $\vec{u}=(0;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $B=\Delta\cap Ox\Rightarrow B(x;0;0)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(x-2;-1;-1)$.

Do $\Delta\perp d$ nên $1(x-2)+2(-1)+3(-1)=0\Leftrightarrow x=7\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(5;-1;-1)$.

Khi đó: Đường thẳng Δ nhận một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(5;-1;-1)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$; $B(-1;1;0)$; $C(1;3;2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vectơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương?

A. $\vec{a}=(1;1;0)$. **B.** $\vec{a}=(-2;2;2)$. **C.** $\vec{a}=(-1;2;1)$. **D.** $\vec{a}=(-1;1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Trung điểm BC có tọa độ $I(0;2;1)$ nên trung tuyến từ A có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AI}=(-1;1;0)$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;-2)$ và $B(2;2;2)$. Vectơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB?

A. $\vec{a}=(2;1;0)$. **B.** $\vec{a}=(2;3;4)$. **C.** $\vec{a}=(-2;1;0)$. **D.** $\vec{a}=(2;3;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;3;4)$ nên đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(2;3;4)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB với $A(1;2;-1)$ và $A(3;4;1)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-2;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(1;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(4;6;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2;2)=2(1;1;1)$ nên một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-4}=\frac{z+5}{-6}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d

A. $\vec{u}=(1;-3;-5)$. **B.** $\vec{u}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{u}=(2;4;6)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;3)$.

Lời giải

Chọn D

$d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+5}{-6}\Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-4;-6)=-2(-1;2;3)$.

Câu 23: Trong không gian *Oxyz*, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x+y+z+1=0$ và $(\beta):x+2y+3z+4=0$. Một vectơ chỉ phương của Δ có tọa độ là

A. $(2;-1;-1)$. **B.** $(1;-1;0)$. **C.** $(1;1;-1)$. **D.** $(1;-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ phương trình: $(\alpha):x+y+z+1=0$ và $(\beta):x+y+z+1=0$. Suy ra một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) và (β) lần lượt là: $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(1;1;1),\overrightarrow{n_{(\beta)}}=(1;2;3)$.

Vì Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng nên gọi $\overrightarrow{u_\Delta}$ là một vectơ chỉ phương của Δ thì $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_{(\alpha)}};\overrightarrow{n_{(\beta)}}\right]=(1;-2;1)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) vuông góc với hai đường thẳng a và b:

$(a):\begin{cases}x=3+t\\y=-1+2t\\z=2t\end{cases}$, $(b):\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+7}{-3}=\dfrac{z-5}{4}$. Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của (d).

A. $(14;0;7)$. **B.** $(0;0;1)$. **C.** $(2;0;-1)$. **D.** $(2;1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng a có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_a}=(1;2;2)$.

Đường thẳng b có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_b}=(2;-3;4)$.

(d) vuông góc với hai đường thẳng a và b nên (d) nhận $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_a};\overrightarrow{u_b}\right]=(14;0;-7)$ làm một vectơ chỉ phương $\Rightarrow \vec{k}=\dfrac{1}{7}\vec{u}=(2;0;-1)$ cũng là một vectơ chỉ phương của (d).

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4;3)$ và $B(3;-2;0)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(3;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-6;-3)=-3.(-1;2;1)=-3\overrightarrow{u_2}$.

Do đó, đường thẳng qua hai điểm A,B có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$.

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{OM}=(1;-2;1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z+2=0$ và đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $d\perp(P)$ nên $\Rightarrow \overrightarrow{u_d}$ cùng phương $\overrightarrow{n_{(P)}}$ hay $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-2;3)$ là một vectơ chỉ phương của d

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-4)$ và $\overrightarrow{OB}=4\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là

A. $\vec{u}=(1;-2;1)$. **B.** $\vec{u}=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{u}=(6;2;-3)$. **D.** $\vec{u}=(3;1;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{OB}=4\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}\Rightarrow B(4;-1;-2)\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2;-4;2)$.

Vậy đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(1;-2;1)$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$

Lời giải

Chọn A

M_1 là hình chiếu của M lên trục $Ox\Rightarrow M_1(1;0;0)$.

M_2 là hình chiếu của M lên trục $Oy\Rightarrow M_2(0;2;0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{M_1M_2}=(-1;2;0)$ là một vectơ chỉ phương của M_1M_2.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(5;1;3)$, $B(1;2;3)$, $C(0;1;2)$. Đường thẳng chứa đường cao kẻ từ A của tam giác ABC nhận véc-tơ nào sau đây làm véc-tơ chỉ phương?

A. $\vec{d}=(3;-2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(2;-1;-1)$. **C.** $\vec{v}=(5;-6;1)$. **D.** $\vec{c}=(3;-5;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{BA}=(4;-1;0)$ và $\overrightarrow{BC}=(-1;-1;-1)$.

Một véc-tơ pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right]=(1;4;-5)$.

Đường cao kẻ từ A nằm trong (ABC) và vuông góc với BC nên có một véc-tơ chỉ phương là $\left[\vec{n},\overrightarrow{BC}\right]=(-9;6;3)=-3\vec{d}$.

Suy ra $\vec{d} = (3;-2;-1)$ là một véc-tơ chỉ phương cần tìm.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và trọng tâm tam giác ABC với $A(0;2;1)$, $B(4;-2;1)$, $C(2;3;4)$?

A. $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1} = (1;-2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = (2;1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (4;-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, suy ra tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $G(2;1;2)$.

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và trọng tâm G của tam giác ABC có một vectơ chỉ phương là vectơ $\overrightarrow{OG} = (2;1;2)$ hay vectơ $\overrightarrow{u_3} = (2;1;2)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;0)$, $B(0;1;0)$, $C(-1;0;2)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u} = (0;2;1)$. **B.** $\vec{u} = (0;-2;1)$. **C.** $\vec{u} = (-2;1;0)$. **D.** $\vec{u} = (1;-2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB} = (-1;0;0)\\ \overrightarrow{AC} = (-2;-1;2)\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right] = (0;2;1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ nhận vectơ $\vec{u} = (a;2;b)$ làm một véctơ chỉ phương. Tính $a-b$.

A. 0. **B.** -4. **C.** 8. **D.** -8.

Lời giải

Chọn D

$d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$ nhận vectơ $\vec{m} = (-2;1;2)$ làm một vectơ chỉ phương. $\vec{m}$ cùng phương $\vec{u} = (-4;2;4)$. Suy ra $\vec{u} = (-4;2;4)$ cũng là một vectơ chỉ phương của d.

Vậy $a-b = -8$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 3+2t \\ z = -1+3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ.

A. $\vec{u} = (1;-2;0)$. **B.** $\vec{u} = (5;-1;-1)$. **C.** $\vec{u} = (1;0;1)$. **D.** $\vec{u} = (0;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $B = \Delta \cap Ox \Rightarrow B(x;0;0)$ nên $\overrightarrow{AB} = (x-2;-1;-1)$.

Do $\Delta \perp d$ nên $1(x-2)+2(-1)+3(-1) = 0 \Leftrightarrow x = 7 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (5;-1;-1)$.

Khi đó đường thẳng Δ nhận một vec tơ chỉ phương là $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(5;-1;-1)$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x-3y+z-6=0$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ lên mặt phẳng (P).

A. $\overrightarrow{u_1}=(27;7;-6)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(27;-7;-6)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(27;7;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-27;7;6)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\vec{u}_\Delta=(2;2;-1)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Gọi $\vec{n}=(1;-3;1)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Gọi $\overrightarrow{u'}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\vec{n}\right]=(-1;-3;-8)$.

Khi đó, một véctơ chỉ phương của đường thẳng là hình chiếu vuông góc của đường Δ lên mặt phẳng (P) là $\left[\vec{n},\overrightarrow{u'}\right]=(27;7;-6)$. Suy ra đáp án đúng là $\overrightarrow{u_1}=(27;7;-6)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$ và $N(3;4;5)$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm M và N là

A. $(-2;-3;3)$. **B.** $(2;3;3)$. **C.** $(4;5;3)$. **D.** $(2;-3;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;3;3)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm M và N.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $P\ :4x-z+3=0$. Véctơ nào dưới đây là véctơ chỉ phương của d?.

A. $\vec{u}=\ 4;0;-1$. **B.** $\vec{u}=\ 4;-1;3$. **C.** $\vec{u}=\ 4;1;3$. **D.** $\vec{u}=\ 4;1;-1$.

Lời giải

Chọn A

Do đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $P\ :4x-z+3=0$. Suy ra $\vec{u}=\ 4;0;-1$ là véc tơ chỉ phương của d.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;3;-1)$

A. $\begin{cases}x=1-4t\\y=2-6t\\z=-1+2t\end{cases},t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases}x=1+4t\\y=2+6t\\z=-1-4t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

C. $\begin{cases}x=1-2t\\y=2-3t\\z=-1-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-3t\\z=-1-t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng ở đáp án A có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u'}=(-4;-6;2)$

$\Rightarrow$đường thẳng này có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;3;-1)$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=3+2t \\ z=-1+3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục hoành. Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

A. $\vec{u}=(1;-2;0)$. **B.** $\vec{u}=(5;-1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;1)$. **D.** $\vec{u}=(0;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $B=\Delta\cap Ox\Rightarrow B(x;0;0)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(x-2;-1;-1)$.

Do $\Delta\perp d$ nên $1(x-2)+2(-1)+3(-1)=0\Leftrightarrow x=7\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(5;-1;-1)$.

Khi đó: Đường thẳng Δ nhận một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(5;-1;-1)$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$; $B(-1;1;0)$; $C(1;3;2)$. Đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC nhận vectơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương?

A. $\vec{a}=(1;1;0)$. **B.** $\vec{a}=(-2;2;2)$. **C.** $\vec{a}=(-1;2;1)$. **D.** $\vec{a}=(-1;1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Trung điểm BC có tọa độ $I(0;2;1)$ nên trung tuyến từ A có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AI}=(-1;1;0)$

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;-2)$ và $B(2;2;2)$. Vectơ $\vec{a}$ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB?

A. $\vec{a}=(2;1;0)$. **B.** $\vec{a}=(2;3;4)$. **C.** $\vec{a}=(-2;1;0)$. **D.** $\vec{a}=(2;3;0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;3;4)$ nên đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{a}=(2;3;4)$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB với $A(1;2;-1)$ và $A(3;4;1)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-2;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(1;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(4;6;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;2;2)=2(1;1;1)$ nên một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+5}{-6}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d

A. $\vec{u}=(1;-3;-5)$. **B.** $\vec{u}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{u}=(2;4;6)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;3)$.

Lời giải

Chọn D

$d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+5}{-6}\Rightarrow d$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-4;-6)=-2(-1;2;3)$.

Câu 44: Trong không gian *Oxyz*, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha):x+y+z+1=0$ và $(\beta):x+2y+3z+4=0$. Một vectơ chỉ phương của Δ có tọa độ là

A. $(2;-1;-1)$. **B.** $(1;-1;0)$. **C.** $(1;1;-1)$. **D.** $(1;-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ phương trình: $(\alpha):x+y+z+1=0$ và $(\beta):x+y+z+1=0$. Suy ra một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) và (β) lần lượt là: $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(1;1;1),\overrightarrow{n_{(\beta)}}=(1;2;3)$.

Vì Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng nên gọi $\overrightarrow{u_\Delta}$ là một vectơ chỉ phương của Δ thì $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_{(\alpha)}};\overrightarrow{n_{(\beta)}}\right]=(1;-2;1)$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d) vuông góc với hai đường thẳng a và b:

$(a):\begin{cases}x=3+t\\y=-1+2t\\z=2t\end{cases}$, $(b):\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+7}{-3}=\dfrac{z-5}{4}$. Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của (d).

A. $(14;0;7)$. **B.** $(0;0;1)$. **C.** $(2;0;-1)$. **D.** $(2;1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng a có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_a}=(1;2;2)$.

Đường thẳng b có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_b}=(2;-3;4)$.

(d) vuông góc với hai đường thẳng a và b nên (d) nhận $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_a};\overrightarrow{u_b}\right]=(14;0;-7)$ làm một vectơ chỉ phương$\Rightarrow \vec{k}=\dfrac{1}{7}\vec{u}=(2;0;-1)$ cũng là một vectơ chỉ phương của (d).

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4;3)$ và $B(3;-2;0)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(3;-2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-6;-3)=-3.(-1;2;1)=-3\overrightarrow{u_2}$.

Do đó, đường thẳng qua hai điểm A,B có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$.

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{OM}=(1;-2;1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z+2=0$ và đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P). Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(1;2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0;-2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Vì $d\perp(P)$ nên $\Rightarrow \overrightarrow{u_d}$ cùng phương $\overrightarrow{n_{(P)}}$ hay $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-2;3)$ là một vectơ chỉ phương của d

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-4)$ và $\overrightarrow{OB}=4\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là

A. $\vec{u}=(1;-2;1)$. **B.** $\vec{u}=(-1;2;1)$. **C.** $\vec{u}=(6;2;-3)$. **D.** $\vec{u}=(3;1;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{OB}=4\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}\Rightarrow B(4;-1;-2)\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(2;-4;2)$.

Vậy đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(1;-2;1)$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$

Lời giải

Chọn A

M_1 là hình chiếu của M lên trục $Ox\Rightarrow M_1(1;0;0)$.

M_2 là hình chiếu của M lên trục $Oy\Rightarrow M_2(0;2;0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{M_1M_2}=(-1;2;0)$ là một vectơ chỉ phương của M_1M_2.

DẠNG 2 Viết phương trình đường thẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+3=0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(4;1;-3)$ và vuông góc (P) với có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x+4}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-2}$. **B.** $\frac{x-2}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{-3}$.

C. $\frac{x+2}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-2}$. **D.** $\frac{x-4}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+3}{-2}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1,-1,-2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y-3z+4=0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P).

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{3}$. **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{-3}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{3}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Ox có phương trình nào dưới đây

A. $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qu hai điểm $A(1;2;-1); B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=-1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-3t \\ z=1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $M(1;-2;3)$ và $N(3;2;-1)$ có phương trinh tham số là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ z=3+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \\ z=3-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ z=3-2t \end{cases}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là:

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=-3-2t \end{cases}$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;0), B(2;-1;3), C(0;-1;1)$. Đường cao AH của tam giác ABC có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ z=-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-t \\ z=-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-t \\ z=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=-4t \end{cases}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc d' của đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ lên mặt phẳng $(P): x-y-z+3=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $N(3;-1;7)$. **B.** $K(3;1;7)$. **C.** $M(3;1;5)$. **D.** $I(-2;-1;2)$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$.

Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-2}{-5}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=4t \\ z=2+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=4 \\ z=2+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \\ z=2-2t \end{cases}$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;2), B(2;-1;3)$ có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}; d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt d_1 và vuông góc với đường thẳng d_2 là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2-t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1 \end{cases}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $P: 2x-3y+5z-4=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A\ -2;1;3$, song song với P và vuông góc với trục Oy là

A. $\begin{cases} x=-2+5t \\ y=1 \\ z=-3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2+5t \\ y=1 \\ z=3+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2-5t \\ y=1-t \\ z=-3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2-5t \\ y=1 \\ z=3+2t \end{cases}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, điểm $A\ 1;-1;2$ và, mặt phẳng $P\ : x+y-2x+5=0$. Đường thẳng Δ cắt d và P lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của MN. Phương trình của Δ là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-2}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+2}{2}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1-t \\ y=-2+t \\ z=3+2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+3z-2=0$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=1+7t \\ y=-2+5t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=5+7t \\ y=-6-5t \\ z=-5+t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=5+7t \\ y=-6+5t \\ z=-5+t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-1+7t \\ y=5t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=3+t \\ y=3+2t \\ z=-2-t \end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_3:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. Đường thẳng d song song với d_3 cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$; $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt d_1 và vuông góc với đường thẳng d_2 là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2-t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1 \end{cases}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$

và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+2t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của MN.

A. $\Delta:\begin{cases}x=6+7t\\y=1-4t\\z=-3-t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=-6+7t\\y=-1+4t\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=6+7t\\y=1+4t\\z=-3-t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=-6+7t\\y=-1-4t\\z=3-t\end{cases}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 20: Cho điểm $M(2;3;1)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{-2}$; $d_2:\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=2-t\end{cases}$. Phương trình đường thẳng d qua M, cắt d_1 và d_2 là:

A. $\dfrac{x-2}{55}=\dfrac{y-3}{10}=\dfrac{z-1}{7}$. **B.** $\begin{cases}x=2-5t\\y=3\\z=1+t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=2+35t\\y=3-10t\\z=1+11t\end{cases}$. **D.** $\dfrac{x-2}{35}=\dfrac{y-3}{10}=\dfrac{z-1}{11}$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$, $d_2:\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-9}{4}$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;0;3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y}{6}=\dfrac{z-3}{-18}$ **B.** $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{9}$ **C.** $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y}{6}=\dfrac{z+3}{18}$ **D.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{9}$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-9}{4}$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;0;3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y}{6}=\dfrac{z-3}{-18}$. **B.** $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{9}$.

C. $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y}{6}=\dfrac{z+3}{18}$. **D.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{9}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và $d_2:\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-9}{4}$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;0;3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y}{6}=\dfrac{z-3}{-18}$. **B.** $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{9}$. **C.** $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y}{6}=\dfrac{z+3}{18}$. **D.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{9}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+z-1=0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt (d) và tạo với (d) một góc 30° là:

A. $\Delta:\begin{cases}x=1\\y=t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=1\\y=t\\z=-1-t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=0\\y=-2+t\\z=-t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=0\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$, đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-1)^2=10$. Viết phương trình của thẳng Δ cắt đường thẳng d, (S) lần lượt tại M, N sao cho hoành độ của M là số nguyên và A là trung điểm của đoạn thẳng MN.

A. $\Delta:\begin{cases}x=1\\y=-1+2t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-1\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-1+2t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-1+2t\\z=2\end{cases}$.

Câu 26: Trong không $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{4}=\dfrac{z}{-1}$. Phương trình đường thẳng qua $A(-1;0;0)$ cắt d_1 và vuông góc với d_2 là

A. $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{-6}$. **B.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-6}$. **C.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. **D.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{6}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, điểm $A(1;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$. Đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+2}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-2}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{2}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): 4x+y-3z-2=0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=4t\\y=-1+t\\z=2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4t\\y=-1\\z=2-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=4\\y=1-t\\z=-3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4\\y=-t\\z=-3+2t\end{cases}$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(0;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$. Đường thẳng d nằm trên (P) sao cho mọi điểm của d cách đều 2 điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases} x=4-3t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4+3t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=1+3t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;3;2)$, mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$ và đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=1+t \\ z=1-t \end{cases}$. Đường thẳng d cắt (P) và Δ lần lượt tại hai điểm M và N sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MN. Khi đó đường thẳng d có phương trình là

A. $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-6}{7}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+6}{7}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{-3}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+2}{5}$. **B.** $\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z}{-5}$.

C. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

Câu 32: Trong không gian, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=1-t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-3=0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α), biết Δ cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=1+2t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(0;3;3)$, $C(-2;1;-3)$. Quỹ tích những điểm cách đều ba điểm A, B, C là đường thẳng $d: \dfrac{x+m}{2}=\dfrac{y-n}{a}=\dfrac{z+1}{b}$. Giá trị của biểu thức $T=a+b+m+n$ tương ứng bằng

A. 11. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 34: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-1}; d_2: \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$, cho điểm $A(2;-5;0)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng d đi qua điểm A sao cho vuông góc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 đồng thời $d\left(d;d_1\right)=d\left(d;d_2\right)$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** vô số.

Câu 35: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-1=0$ và điểm $B(2;-1;1)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho d vuông góc với đường thẳng OB và cắt trục tọa độ Ox. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=2+t \\ z=2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1-5t \\ z=-5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2 \\ y=-5t \\ z=-5t \end{cases}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$ và $d_2: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với $(P): x+y+z-7=0$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình đường thẳng Δ là:

A. $\begin{cases} x=6 \\ y=\dfrac{5}{2}-t \\ z=\dfrac{-9}{2}+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=12-t \\ y=5 \\ z=-9+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=6-t \\ y=\dfrac{5}{2} \\ z=\dfrac{-9}{2}+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=6-2t \\ y=\dfrac{5}{2}+t \\ z=\dfrac{-9}{2}+t \end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4y-z+3=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-2}{3}$, $\Delta_2: \dfrac{x+4}{5}=\dfrac{y+7}{9}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-2+4t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2 \\ y=2+4t \\ z=5-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=6 \\ y=11+4t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-4 \\ y=-7+4t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x+y+z=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (α), cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $d: \begin{cases} x=1+4t \\ y=-5t \\ z=-3-7t \end{cases}$. **B.** $d: \begin{cases} x=4+t \\ y=-5 \\ z=-7-3t \end{cases}$. **C.** $d: \begin{cases} x=1+4t \\ y=5t \\ z=-3+7t \end{cases}$. **D.** $d: \begin{cases} x=2+2t \\ y=2-5t \\ z=-1-7t \end{cases}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-5y+2z+8=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=7+5t \\ y=-7+t \\ z=6-5t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. Tìm phương trình đường thẳng Δ đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (P).

A. $\Delta:\begin{cases}x=33+5t\\y=-17+t\\z=-104-5t\end{cases}$.

B. $\Delta:\begin{cases}x=-17+5t\\y=33+t\\z=66-5t\end{cases}$.

C. $\Delta:\begin{cases}x=-11+5t\\y=23+t\\z=32-5t\end{cases}$.

D. $\Delta:\begin{cases}x=-5+5t\\y=13+t\\z=-2-5t\end{cases}$.

Câu 40: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng (d) thỏa mãn (d) song song với $(d'):\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-7}{4}=\dfrac{z-3}{-2}$, đồng thời cắt cả hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=t\end{cases}$ và $(d_2):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$.

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=3+4t\\z=2-2t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=2+t\\y=-3+4t\\z=2-2t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=2+t\\y=3+4t\\z=-2-2t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=-2+t\\y=3-4t\\z=2-2t\end{cases}$.

Câu 41: Phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1};d_2:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$ là:

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$ **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$ **D.** $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác OAB với $O(0;0;0)$; $A(-1;8;1)$; $B(7;-8;5)$. Phương trình đường cao OH của tam giác OAB là:

A. $\begin{cases}x=6t\\y=4t\\z=5t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

B. $\begin{cases}x=5t\\y=4t\\z=6t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases}x=5t\\y=-4t\\z=6t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

D. $\begin{cases}x=8t\\y=-16t\\z=4t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Câu 43: Cho điểm $A(2;3;1)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{-2}$, $d_2:\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=2-t\end{cases}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A cắt d_1,d_2 là

A. $\dfrac{x-2}{55}=\dfrac{y-3}{10}=\dfrac{z-1}{7}$.

B. $\begin{cases}x=2-5t\\y=3\\z=1+t\end{cases}$

C. $\begin{cases}x=2+35t\\y=3-10t\\z=1+11t\end{cases}$

D. $\dfrac{x-2}{35}=\dfrac{y-3}{10}=\dfrac{z-1}{11}$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-4z+1=0$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A, song song với mặt phẳng (P) và đồng thời cắt trục Oz có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+6t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+6t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-2}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M, cắt và vuông góc với Δ là

A. $d: \begin{cases} x=1+18t \\ y=-1 \\ z=3+9t \end{cases}$. **B.** $d: \begin{cases} x=3+2t \\ y=-1 \\ z=2-t \end{cases}$. **C.** $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \\ z=3-t \end{cases}$. **D.** $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1+3t \end{cases}$.

Câu 46: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-t \\ y=-2+t \\ z=3+2t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+3z-2=0$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=1+7t \\ y=-2+5t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+7t \\ y=5t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=5+7t \\ y=-6+5t \\ z=-5+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5+7t \\ y=-6-5t \\ z=-5+t \end{cases}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4y-z+3=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-2}{3}$, $\Delta_2: \frac{x+4}{5}=\frac{y+7}{9}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-2+4t \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2 \\ y=2+4t \\ z=5-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=6 \\ y=11+4t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-4 \\ y=-7+4t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{1}$; $d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1 \end{cases}$ và điểm $A(0;-1;-1)$. Đường thẳng d qua A cắt d_1 và vuông góc với d_2 có phương trình là

A. $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{-1}$.

D. $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{-1}$.

Câu 50: Trong không gian Oxyz , cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

B. $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases}x=-3\\y=-t\\z=2t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

D. $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Câu 51: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):2x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=0\\z=1+2t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=-2+2t\\y=t\\z=-1-t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-2t\\z=-1-t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=-2+t\\y=0\\z=-1+2t\end{cases}$.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{3}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{-1}$, $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2.

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{2}$.

B. $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{3}$.

C. $\frac{x-1}{6}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-3}{3}$.

D. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{3}$.

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;2)$, song song với mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=2\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=3-t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=3\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$.

Câu 54: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4y-z+3=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-2}{3}$, $\Delta_2:\frac{x+4}{5}=\frac{y+7}{9}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1\\y=-2+4t\\z=2-t\end{cases}$.

B. $\begin{cases}x=2\\y=2+4t\\z=5-t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=6\\y=11+4t\\z=2-t\end{cases}$.

D. $\begin{cases}x=-4\\y=-7+4t\\z=-t\end{cases}$.

Câu 55: Cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$, mặt phẳng $(P): x+2y+2z-4=0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=-3+t\\y=1-2t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3t\\y=2+t\\z=2+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2-4t\\y=3t-1\\z=4-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=3-3t\\z=3-2t\end{cases}$.

Câu 56: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-2=0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d ?

A. $\Delta_1:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\Delta_2:\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-5}{1}$.

C. $\Delta_3:\dfrac{x+2}{-3}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z+4}{-1}$. **D.** $\Delta_4:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-4}{3}$.

Câu 57: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2:\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Câu 58: Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng

$d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $\Delta_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1,Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho $HK=\sqrt{27}$. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{1}$.

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-z-4=0$ và đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=1+t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=1\\z=-1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=1+t\\z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 60: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d_3:\dfrac{x+3}{-3}=\dfrac{y-2}{-4}=\dfrac{z+5}{8}$ và cắt cả hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$, $d_2:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{2}$.

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z+1}{8}$.

B. $\Delta:\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-1}{8}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z}{8}$.

D. $\Delta:\dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z}{8}$.

Câu 61: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{1}$; $d_2:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$. Phương trình đường thẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1,d_2 lần lượt tại A và B sao cho $AB=3\sqrt{3}$ là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$. **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

B. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

D. $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;2;-1), B(2;1;1); C(0;1;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua trực tâm của tam giác ABC, nằm trong mặt phẳng (ABC) và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\Delta:\dfrac{x-1}{12}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{x-1}{-11}$.

B. $\Delta:\dfrac{x-2}{12}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-11}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-2}{12}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{-11}$.

D. $\Delta:\dfrac{x-2}{12}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-11}$.

Câu 64: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): -x+4y+z-2021=0$, đường thẳng Δ cắt d_1 và d_2 đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z+2}{1}$.

B. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{-1}$.

C. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z+2}{1}$.

D. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 65: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $A(1;2;4)$ song song với (P): $2x+y+z-4=0$ và cắt đường thẳng $d:\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{5}$ có phương trình:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=4-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2\\z=4+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1-2t\\y=2\\z=4+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-2\\z=4+2t\end{cases}$.

Câu 66: Trong không gian, cho mặt phẳng $(P):x+3y-2z+2=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-4}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;-1)$, cắt mặt phẳng (P) và đường thẳng d lần lượt tại B và C sao cho C là trung điểm AB là

A. $\begin{cases}x=1+18t\\y=2-3t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-17+18t\\y=5+3t\\z=t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-18t\\y=2-3t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-17+18t\\y=5-3t\\z=-t\end{cases}$.

Câu 67: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2)$, $B(2;0;5)$ và $C(0;-2;1)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là

A. $\frac{x+1}{-2}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{-4}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-4}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y+4}{3}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 68: Trong không gian vớihệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=1+t\\z=1\end{cases}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là $\Delta:\begin{cases}x=1+at\\y=1+bt\\z=c+2t\end{cases}$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1

Câu 69: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):x-y+3z-6=0$ và đường thẳng $(\Delta):\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{1}$. Xét 2 đường thẳng (d) đi qua $M(1;-2;1)$, nằm trong (P) và hợp với đường thẳng (Δ) góc $30°$. Biết rằng các đường thẳng (d) đó lần lượt có các VTCP là $(9;a;b)$ và $(-29;c;d)$. Tính $a+b+c+d$

A. -8. **B.** 7. **C.** 5. **D.** -4.

Câu 70: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4,-2,1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=-4t\\y=2+2t\\z=1\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4-4t\\y=2+2t\\z=1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=4-4t\\y=-2+2t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4-4t\\y=-2+2t\\z=1\end{cases}$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+3=0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(4;1;-3)$ và vuông góc (P) với có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x+4}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-2}$.
B. $\frac{x-2}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{-3}$.

C. $\frac{x+2}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-2}$.
D. $\frac{x-4}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+3}{-2}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+3=0$ có VTPT là $\vec{n}=(2;-1;-2)$

Đường thẳng Δ vuông góc với (P) nên nhận VTPT $\vec{n}=(2;-1;-2)$ của mặt phẳng (P) làm VTCP.

Vậy Δ đi qua điểm $M(4;1;-3)$ và có 1 VTCP $\vec{n}=(2;-1;-2)$ có phương trình chính tắc là $\frac{x-4}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+3}{-2}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1,-1,-2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y-3z+4=0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P).

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{3}$.
B. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{-3}$.
D. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$\vec{n}=(1;-2;-3)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P)

Vì $d \perp (P)$ nên $\vec{n}=(1;-2;-3)$ là một vectơ chỉ phương của d

Vậy phương trình đường thẳng d là $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{-3}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Ox có phương trình nào dưới đây

A. $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=1 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=t \\ y=1 \\ z=1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

- Đường thẳng Ox đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có véc tơ chỉ phương $i(1;0;0)$ nên có phương trình là: $\begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qu hai điểm $A(1;2;-1);B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-3+2t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-3;2)$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng AB

Vậy đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;2;-1)$ có VTCP $\vec{u}=(1;-3;2)$ nên phương trình tham số của AB là $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\quad t\in\mathbb{R}\\z=-1+2t\end{cases}$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua hai điểm $M(1;-2;3)$ và $N(3;2;-1)$ có phương trinh tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+2t\\z=3+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=3-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+2t\\z=3-2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng cần tìm có VTCP là $\overrightarrow{MN}=(2;4;-4)=2(1;2;-2)$.

Vậy phương trình tham số cần tìm là $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+2t\\z=3-2t\end{cases}$.

Câu 6: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là:

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2+t\\z=2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=-3-2t\end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-3)$

đường thẳng đi qua $M(1;2;-2)$ và vuông góc với (P) nên nhận $\vec{n}=(2;1;-3)$ làm vectơ chỉ phương. Vậy phương trình tham số là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;0),B(2;-1;3),C(0;-1;1)$. Đường cao AH của tam giác ABC có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ z=-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-t \\ z=-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-t \\ z=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=-4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{BC}=(-2;0;-2)\Rightarrow \vec{u}=(1;0;1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng BC.

Phương trình đường thẳng $BC:\begin{cases} x=2+t \\ y=-1 \\ z=3+t \end{cases}$

$H\in BC\Rightarrow H(2+t;-1;3+t)\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(1+t;1;3+t)$.

$AH\perp BC\Rightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow 1+t+3+t=0\Leftrightarrow t=-2\Leftrightarrow \overrightarrow{AH}=(-1;1;1)$.

Vậy phương trình AH là $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc d' của đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ lên mặt phẳng $(P):x-y-z+3=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $N(3;-1;7)$. **B.** $K(3;1;7)$. **C.** $M(3;1;5)$. **D.** $I(-2;-1;2)$

Lời giải

Chọn A

PTTS $d:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-t \\ z=2+t \end{cases}$. $E=d\cap(P)\Rightarrow E\in d\Rightarrow E(-1+2t;-t;2+t)$.

$E\in(P)\Rightarrow -1+2t+t-2-t+3=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow E(-1;0;2)$.

Chọn $A(1;-1;3)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng qua A và vuông góc với (P).

$\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-1;-1)\Rightarrow \Delta:\begin{cases} x=1+k \\ y=-1-k \\ z=3-k \end{cases}$. Gọi $H=\Delta\cap(P)\Rightarrow H\in\Delta\Rightarrow H(1+k;-1-k;3-k)$.

$H\in(P)\Rightarrow 1+k+1+k-3+k+3=0\Leftrightarrow k=-\dfrac{2}{3}\Rightarrow H\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{11}{3}\right)$.

$\overrightarrow{u_{d'}}=\overrightarrow{EH}=\left(\dfrac{4}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3}\right)$ chọn $\overrightarrow{u_{d'}}=(4;-1;5)$. Suy ra $d':\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{5}$.

$N(3;-1;7)\in d'$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-z-2=0$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$.

Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-2}{-5}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{n_P} = \ 1;2;-1\ $ là vtpt của (P); $\overrightarrow{u_\Delta} = \ 1;1;2\ $ là vtcp của Δ.

Do đường thẳng d nằm trong (P) cắt và vuông góc với đường thẳng Δ nên vectơ pháp tuyến của d là: $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{n_P}\right]= \ 5;-3;-1$

Gọi $I=\Delta\cap\ P\ \Rightarrow I\ \ 2;1;2\ $. Khi đó $I\in d$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là: $\dfrac{x-2}{-5}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 10: Trong không gian *Oxyz*, cho các điểm $A(1;0;2),B(1;2;1),C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=4t\\z=2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=4\\z=2+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=4+4t\\z=4+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2-4t\\z=2-2t\end{cases}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) nhận vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (BCD) là vectơ chỉ phương.

Ta có: $\overrightarrow{BC}=(2;0;-1)$, $\overrightarrow{BD}=(0;-1;2)$

$\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_{BCD}}=\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(-1;-4;-2)$

Khi đó ta loại đáp án A và. **B.**

Thay điểm $A(1;0;2)$ vào phương trình ở phương án C ta có: $\begin{cases}1=2+t\\0=4+4t\\2=4+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\t=-1\\t=-1\end{cases}$.

Do đó, đường thẳng có phương trình tham số ở phương án C đi qua điểm A nên đáp án C là phương án đúng.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;2),B(2;-1;3)$ có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;1)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(1;-2;1)$ là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2};d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt d_1 và vuông góc với đường thẳng d_2 là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=1\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=2-t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2+t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=1\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có, $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(1;1;1)$.

Gọi $B=\Delta\cap d_1\Rightarrow B(-1+2t;t;2t),\quad t\in\mathbb{R}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2+2t;t-2;2t-1)$ và $\Delta\perp d_2$

nên $\overrightarrow{AB}\perp\vec{u}_2\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\vec{u}_2=-2+2t+t-2+2t-1=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(0;-1;1)$.

Khi đó, Δ có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(0;-1;1)$.

Vậy $\Delta:\begin{cases}\text{qua } A(1;2;1)\\\text{vtcp } \vec{u}=(0;-1;1)\end{cases}$ nên phương trình của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1\\y=2-t\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $P:2x-3y+5z-4=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A\ -2;1;3$, song song với P và vuông góc với trục Oy là

A. $\begin{cases}x=-2+5t\\y=1\\z=-3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+5t\\y=1\\z=3+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2-5t\\y=1-t\\z=-3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2-5t\\y=1\\z=3+2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng P có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=\ 2;-3;5$.

Suy ra véc-tơ chỉ phương của Δ: $\vec{u}=\left[\vec{n};\vec{j}\right]=\ -5;0;2$.

Đường thẳng Δ đi qua $A\ -2;1;3$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\ -5;0;2$ có phương trình tham số

$$\begin{cases}x=-2-5t\\y=1\\z=3+2t\end{cases}$$

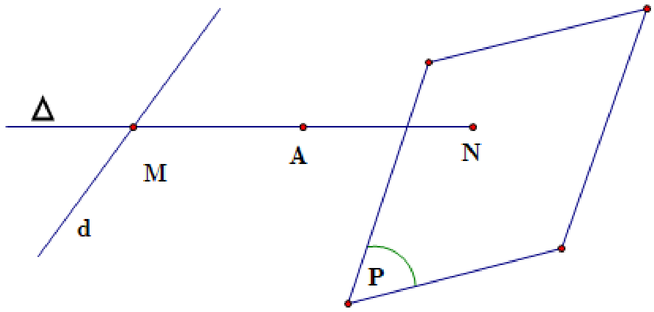
Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, điểm $A\ \ 1;-1;2$ và, mặt phẳng $P\ :x+y-2x+5=0$. Đường thẳng Δ cắt d và P lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của MN. Phương trình của Δ là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-2}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+2}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $M\ \ -1+2t;t;2+t\ \ \in d$. Vì A là trung điểm của MN nên tọa độ của điểm $N=\ \ 3-2t;-2-t;2-t$. Mặt khác vì $N\in\ P$ nên $3+2t\ +\ -2-t\ -2\ \ 2-t\ +5=0\Rightarrow t=2$.

$\Rightarrow M=\ \ 3;2;4\ \ \Rightarrow\overrightarrow{u_\Delta}=\ \ 2;3;2\ \ \Rightarrow\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{2}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=3+2t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+3z-2=0$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1+7t\\y=-2+5t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=5+7t\\y=-6-5t\\z=-5+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=5+7t\\y=-6+5t\\z=-5+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1+7t\\y=5t\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_d}=(-1;1;2)$.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Gọi $\overrightarrow{u_\Delta}$ là vec tơ chỉ phương của Δ thì $\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{u_d}$, $\overrightarrow{u_\Delta}\perp\vec{n}\Rightarrow\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_d},\vec{n}\right]=(7;5;1)$.

Gọi A là giao điểm của d và (P) $\Rightarrow A(5;-6;-5)$.

Đường thẳng Δ nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với $d\Rightarrow\ A\in\Delta$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=5+7t\\y=-6+5t\\z=-5+t\end{cases}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=3+t \\ y=3+2t \\ z=-2-t \end{cases}$,

$d_2:\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}$ và $d_3:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{3}$. Đường thẳng d song song với d_3 cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$.

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử đường thẳng d cắt d_1 và d_2 lần lượt tại A, B.

Gọi $A(3+t;3+2t;-2-t)$; $B(5+3t';-1-2t';2-t')$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3t'-t+2;-2t'-2t-4;-t'+t+4)$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d_3 là $\vec{u}=(1;2;3)$.

Do d song song với d_3 nên $\overrightarrow{AB}$, $\vec{u}$ cùng phương.

Khi đó $\dfrac{3t'-t+2}{1}=\dfrac{-2t'-2t-4}{2}=\dfrac{-t'+t+4}{3}$

$$\begin{cases} \dfrac{3t'-t+2}{1}=\dfrac{-2t'-2t-4}{2} \\ \dfrac{3t'-t+2}{1}=\dfrac{-t'+t+4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8t'=-8 \\ 10t'-4t=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t'=-1 \\ t=-2 \end{cases}.$$

Ta có $A(1;-1;0)$.

Phương trình đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2}$; $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A cắt d_1 và vuông góc với đường thẳng d_2 là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2-t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{2} \Rightarrow d_1:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \\ z=2t \end{cases}$.

Gọi $B=\Delta\cap d_1$. Suy ra $B(-1+2t;t;2t)$.

Đường thẳng Δ đi qua A cắt d_1 tại B nên có một vtcp là $\overrightarrow{AB}=(-2+2t;\ t-2;\ 2t-1)$.

Lại có: $\Delta\perp d_2\Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}.\overrightarrow{u_{d_2}}=0\Leftrightarrow(-2+2t).1+(t-2).1+(2t-1).1=0\Leftrightarrow 5t-5=0\Leftrightarrow t=1$.

Vậy đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;1)$ và có vtcp $\overrightarrow{AB}=(0;-1;1)$ có phương trình là: $\begin{cases}x=1\\y=2-t\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+2t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt d và (P) lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của MN.

A. $\Delta:\begin{cases}x=6+7t\\y=1-4t\\z=-3-t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=-6+7t\\y=-1+4t\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=6+7t\\y=1+4t\\z=-3-t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=-6+7t\\y=-1-4t\\z=3-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $\Delta\cap d=M\Rightarrow M\in d\Rightarrow M(-2+2t;1+t;1-t)$.

Vì A là trung điểm của $MN\Rightarrow N(4-2t;5-t;3+t)$

Ta có $N\in(P)\Rightarrow 2(4-2t)-(5-t)+3+t-10=0\Leftrightarrow -2t-4=0\Leftrightarrow t=-2$.

Vậy $N(8;7;1), M(-6;-1;3)$, $\overrightarrow{NM}=(-14;-8;2)=-2(7;4;-1)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M, có VTCP $\vec{u}=(7;4;-1)$, có phương trình

$\Delta:\begin{cases}x=-6+7t\\y=-1+4t\\z=3-t\end{cases}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$, $d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)}=(2;2;-1)$.

Gọi $M=\Delta\cap d_1\Rightarrow M(1+2m;m;-1-2m)$, $(m\in\mathbb{R})$,

$N=\Delta\cap d_2\Rightarrow N(2+n;2n;-1-n)$, $(n\in\mathbb{R})$.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(n-2m+1;2n-m;-n+2m)$

Vì Δ vuông góc với (P) nên $\overrightarrow{MN}$, $\vec{n}_{(P)}$ cùng phương nên ta có

$$\frac{n-2m+1}{2}=\frac{2n-m}{2}=\frac{-n+2m}{-1}\Leftrightarrow\begin{cases}n=1\\m=0\end{cases}.$$

Do đó $N(3;2;-2)$, $\overrightarrow{MN}=(2;2;-1)$.

Vậy đường thẳng Δ đi qua $N(3;2;-2)$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN}=(2;2;-1)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.

Câu 20: Cho điểm $M(2;3;1)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{-2}$; $d_2:\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=2-t\end{cases}$. Phương trình đường thẳng d qua M, cắt d_1 và d_2 là:

A. $\dfrac{x-2}{55}=\dfrac{y-3}{10}=\dfrac{z-1}{7}$. **B.** $\begin{cases}x=2-5t\\y=3\\z=1+t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=2+35t\\y=3-10t\\z=1+11t\end{cases}$. **D.** $\dfrac{x-2}{35}=\dfrac{y-3}{10}=\dfrac{z-1}{11}$.

Lời giải

Chọn A

Lấy $A(-2+t_1;2-t_1;-2t_1)\in d_1$; $B(1-3t;t;2-t)\in d_2$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(3-3t-t_1;-2+t+t_1;2-t+2t_1)$; $\overrightarrow{AM}=(4-t_1;1+t_1;1+2t_1)$

$$M\in AB\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AM}\Leftrightarrow\begin{cases}3-3t-t_1=k(4-t_1)\\-2+t+t_1=k(1+t_1)\\2-t+2t_1=k(1+2t_1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=-\dfrac{9}{17}\\t=\dfrac{31}{17}\\t_1=-\dfrac{3}{13}\end{cases}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{55}{13};\dfrac{10}{13};\dfrac{7}{13}\right)\Rightarrow \vec{u}=(55;10;7)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng d

Vậy Phương trình đường thẳng d là: $\dfrac{x-2}{55}=\dfrac{y-3}{10}=\dfrac{z-1}{7}$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$, $d_2:\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-9}{4}$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;0;3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y}{6}=\dfrac{z-3}{-18}$ **B.** $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-3}{9}$ **C.** $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y}{6}=\dfrac{z+3}{18}$ **D.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{9}$

Lời giải

Chọn B

Gọi $(d)\cap d_2=\{A\}\Rightarrow A(2-2t;3+t;9+4t)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MA}=(4-2t;3+t;6+4t)$

+ $\overrightarrow{MA}\perp\overrightarrow{u_{d_1}}\Rightarrow \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{u_{d_1}}=0$

$\Leftrightarrow 3(4-2t)-2(3+t)+6+4t=0$

$\Leftrightarrow 12-6t-6-2t+6+4t \Leftrightarrow -4t+12=0$

$\Rightarrow t=3\Rightarrow \overrightarrow{MA}=(-2;6;18)$

$\Rightarrow (d)$ qua $M(-2;0;3)$ // $\overrightarrow{MA}$ có phương trình:

$\frac{x+2}{-2}=\frac{y}{6}=\frac{z-3}{18}$ hay $\frac{x+2}{-1}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{9}\Rightarrow$ **B.**

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{1}$ và $d_2:\frac{x-2}{-2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-9}{4}$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;0;3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+2}{-2}=\frac{y}{6}=\frac{z-3}{-18}$. **B.** $\frac{x+2}{-1}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{9}$.

C. $\frac{x-2}{-2}=\frac{y}{6}=\frac{z+3}{18}$. **D.** $\frac{x}{-1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là giao điểm của d và d_2.

Do $A\in d_2\Rightarrow A(-2t+2;t+3;4t+9)$, khi đó đường thẳng d nhận $\overrightarrow{MA}=(-2t+4;t+3;4t+6)$ làm một VTCP.

Vì $d\perp d_1$ nên $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{u_{d_1}}=0\Leftrightarrow 3(-2t+4)-2(t+3)+(4t+6)=0\Leftrightarrow t=3$.

Suy ra $A(-4;6;21)$.

Đường thẳng d đi qua $M(-2;0;3)$ và có VTCP là $\overrightarrow{MA}=(-2;6;18)\,||\,(-1;3;9)$ nên có phương trình là $\frac{x+2}{-1}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{9}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{1}$ và $d_2:\frac{x-2}{-2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-9}{4}$. Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;0;3)$, vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là

A. $\frac{x+2}{-2}=\frac{y}{6}=\frac{z-3}{-18}$. **B.** $\frac{x+2}{-1}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{9}$. **C.** $\frac{x-2}{-2}=\frac{y}{6}=\frac{z+3}{18}$. **D.** $\frac{x}{-1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d_1 có véc tơ chỉ phương là: $\overrightarrow{u_1}=(3;-2;1)$.

Giả sử $d\cap d_2=K$. Ta có $K\in d_2$ nên $K\ \ 2-2t;\ 3+t;\ 9+4t$.

Khi đó $\overrightarrow{MK}=\ \ 4-2t;\ 3+t;\ 6+4t$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Do d vuông góc với d_1 nên $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{MK}=0\Leftrightarrow 3\left(4-2t\right)-2\left(3+t\right)+1\left(6+4t\right)=0\Leftrightarrow t=3$.

Suy ra $\overrightarrow{MK}=\left(-2;6;18\right)$. Vậy d đi qua điểm $M\left(-2;0;3\right)$, có một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=\frac{1}{2}\overrightarrow{MK}=\left(-1;3;9\right)$ có phương trình: $\frac{x+2}{-1}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{9}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+z-1=0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt (d) và tạo với (d) một góc $30°$ là:

A. $\Delta:\begin{cases}x=1\\y=t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=1\\y=t\\z=-1-t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=0\\y=-2+t\\z=-t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=0\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\overrightarrow{n_P}$ là VTPT của mặt phẳng (P), $\overrightarrow{u_d}$ là VTCP của đường thẳng d, $\vec{u}=(a;b;c)$ là VTCP của đường thẳng Δ.

Gọi $M\left(t;-2+2t;-t\right)$ là giao điểm của Δ và d, vì Δ nằm trong (P) nên $M\in(P)$ do đó $2t-2+2t-t-1=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow M\left(1;0;-1\right)$.

Δ nằm trong (P) nên $\overrightarrow{n_P}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2a+b+c=0\Leftrightarrow c=-2a-b$.

Ta có $\cos 30°=\frac{\left|\vec{u}.\overrightarrow{u_d}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\overrightarrow{u_d}\right|}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\left|a+2b-(-2a-b)\right|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}.\sqrt{a^2+b^2+\left(-2a-b\right)^2}}\Leftrightarrow a=0$.

Chọn $b=1$ ta có $\vec{u}=\left(0;1;-1\right)$ là VTCP của Δ.

Vậy phương đường thẳng Δ là : $\begin{cases}x=1\\y=t\\z=-1-t\end{cases}$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;-1;2\right)$, đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+\left(z-1\right)^2=10$. Viết phương trình của thẳng Δ cắt đường thẳng d, (S) lần lượt tại M, N sao cho hoành độ của M là số nguyên và A là trung điểm của đoạn thẳng MN.

A. $\Delta:\begin{cases}x=1\\y=-1+2t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-1\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-1+2t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-1+2t\\z=2\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}\Rightarrow\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$.

Gọi $M\left(-1+2t;t;2+t\right)\in d$.

Mà A là trung điểm của đoạn thẳng MN suy ra $N\left(3-2t;-2-t;2-t\right)$.

Do $N\in\left(S\right)\Rightarrow\left(3-2t\right)^2+\left(-2-t\right)^2+\left(2-t-1\right)^2=10$

$\Leftrightarrow 6t^2-10t+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$ suy ra $M\left(1;1;3\right)$ hoặc $M\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

Vì hoành độ của M là số nguyên nên $M\left(1;1;3\right)$.

Khi đó Δ đi qua điểm $A\left(1;-1;2\right)$ và nhận $\overrightarrow{AM}=\left(0;2;1\right)$ làm véc tơ chỉ phương.

Vậy $\Delta:\begin{cases}x=1\\ y=-1+2t\\ z=2+t\end{cases}$.

Câu 26: Trong không $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-4}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{4}=\dfrac{z}{-1}$. Phương trình đường thẳng qua $A\left(-1;0;0\right)$ cắt d_1 và vuông góc với d_2 là

A. $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{-6}$. **B.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-6}$. **C.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{6}$. **D.** $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử đường thẳng qua $A\left(-1;0;0\right)$ cắt d_1 và vuông góc với d_2 là Δ.

Gọi $B=d_1\cap\Delta\Rightarrow B\in d_1$ nên tọa độ $B\left(-1+t;4-t;1+t\right)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=\left(t;4-t;1+t\right)$.

Ta có $\overrightarrow{u_{d_2}}=\left(2;4;-1\right)$.

Do Δ vuông góc với d_2 nên ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_{d_2}}=0\Leftrightarrow 2t+4\left(4-t\right)-1\left(1+t\right)=0\Leftrightarrow-3t+15=0$ $\Leftrightarrow t=5$.

Với $t=5\Rightarrow\overrightarrow{AB}=\left(5;-1;6\right)=\overrightarrow{u_\Delta}$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ qua $A\left(-1;0;0\right)$ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=\left(5;-1;6\right)$ là $\dfrac{x+1}{5}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{6}$.

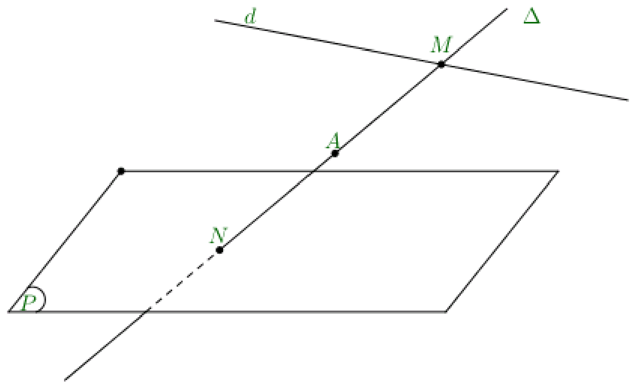
Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, điểm $A\left(1;-1;2\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+y-2z+5=0$. Đường thẳng Δ cắt d và $\left(P\right)$ lần lượt tại M và N sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng MN. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+2}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-2}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+2}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Viết lại $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=2+t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. Vì $M=\Delta\cap d\Rightarrow M\left(-1+2t;t;\,2+t\right)$.

Vì A là trung điểm của đoạn thẳng MN nên $\begin{cases}x_N=2x_A-x_M\\y_N=2y_A-y_M\\z_N=2z_A-z_M\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_N=2.1-\left(-1+2t\right)=3-2t\\y_N=2.\left(-1\right)-t=-2-t\\z_N=2.2-\left(2+t\right)=2-t\end{cases}$.

Suy ra $N\left(3-2t;-2-t;2-t\right)$.

Mặt khác $N=\Delta\cap\left(P\right)\Rightarrow N\in\left(P\right):\left(3-2t\right)+\left(-2-t\right)-2\left(2-t\right)+5=0$ $\Leftrightarrow -t+2=0\Leftrightarrow t=2$.

Suy ra $M\left(3;2;4\right)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ qua $A\left(1;-1;2\right)$ và nhận $\overrightarrow{AM}=\left(2;3;\,2\right)$ làm một véc tơ chỉ phương là: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-2}{2}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;-1;2)$ và mặt phẳng $(P):4x+y-3z-2=0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=4t\\y=-1+t\\z=2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=4t\\y=-1\\z=2-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=4\\y=1-t\\z=-3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4\\y=-t\\z=-3+2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P):4x+y-3z-2=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;1;-3)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(0;-1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) thì có một vectơ chỉ phương là $\vec{n}=(4;1;-3)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases}x=4t\\y=-1+t\\z=2-3t\end{cases}$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(2;4;1\right)$, $B\left(0;-2;1\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+2y+z-4=0$. Đường thẳng d nằm trên $\left(P\right)$ sao cho mọi điểm của d cách đều 2 điểm A,B có phương trình là

A. $\begin{cases} x=4-3t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4+3t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=1+3t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Do mọi điểm của d cách đều 2 điểm $A,B \Rightarrow d$ là đường trung trực của AB.

$\Rightarrow d \perp AB$ và d đi qua trung điểm $I(1;1;1)$ của AB.

$\begin{cases} \overrightarrow{n_{1d}} = \overrightarrow{n_{(P)}} = (1;2;1) \\ \overrightarrow{n_{2d}} = \overrightarrow{AB} = (-2;-6;0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = (6;-2;-2) = -2(-3;1;1)$.

Vậy $d: \begin{cases} x=1-3t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

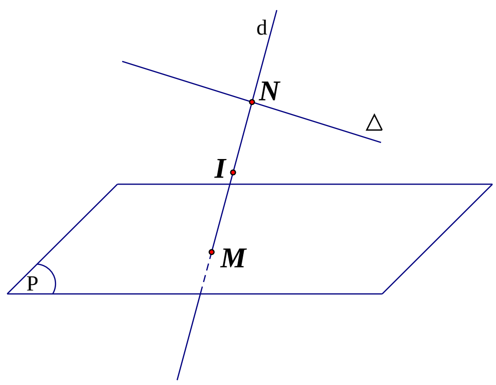
Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;3;2)$, mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$ và đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=1+t \\ z=1-t \end{cases}$. Đường thẳng d cắt (P) và Δ lần lượt tại hai điểm M và N sao cho I là trung điểm của đoạn thẳng MN. Khi đó đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x-6}{7}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z+3}{-1}$. **B.** $\frac{x-6}{7}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x-6}{7}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+3}{-1}$. **D.** $\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $N = d \cap \Delta \Rightarrow N \in \Delta \Rightarrow N(-2+2t;1+t;1-t)$

I là trung điểm MN nên $\begin{cases} x_M = 2x_I - x_N \\ y_M = 2y_I - y_N \\ z_M = 2z_I - z_N \end{cases} \Rightarrow M(4-2t;5-t;3+t)$

Mà $M = d \cap (P) \Rightarrow M \in (P) \Rightarrow 2(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0 \Leftrightarrow t=-2$.

Suy ra $N(-6;-1;3) \Rightarrow \overrightarrow{NI} = (7;4;-1)$

Đường thẳng d qua $N(-6;-1;3)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{NI}$ nên có phương trình:

$$\frac{x+6}{7}=\frac{y+1}{4}=\frac{z-3}{-1}.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-z-2=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{1}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x+2}{-3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+2}{5}$. **B.** $\frac{x-4}{3}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z}{-5}$.

C. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z-1}{-5}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tham số của đt $d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+t \\ z=-1+t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$ nhận một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{a_d}=(3;1;1)$.

Do Δ nằm trong mặt phẳng (P) nên vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ vuông góc với vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P), tức là $\overrightarrow{a_\Delta}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}$ (1) với $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;2;-1)$.

Mặt khác: $\Delta\perp d\Rightarrow\overrightarrow{a_\Delta}\perp\overrightarrow{a_d}$ (2).

Từ (1) và (2), ta suy ra: $\overrightarrow{a_\Delta}=\left[\overrightarrow{a_d},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(3;-4;-5)=-(-3;4;5)$.

Gọi $M=\Delta\cap d$, mà $\Delta\subset(P)$ nên $M=(P)\cap d$, khi đó:

$(1+3t)+2(2+t)-(-1+t)-2=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow M(-2;1;-2)$.

Vậy: Phương trình chính tắc của Δ là $\frac{x+2}{-3}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+2}{5}$.

Câu 32: Trong không gian, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=1-t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-3=0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α), biết Δ cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=1+2t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $d\cap(\alpha)=M(1;1;1)$.

Véc tơ chỉ phương của d là $\vec{u}(1;-1;-1)$, véc tơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}(1;1;1)$.

Vì đường thẳng Δ nằm trong (α) cắt và vuông góc với d nên Δ đi qua M và nhận véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(0;-2;2)$.

Vậy phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1)$, $B(0;3;3)$, $C(-2;1;-3)$. Quỹ tích những điểm cách đều ba điểm A,B,C là đường thẳng $d:\dfrac{x+m}{2}=\dfrac{y-n}{a}=\dfrac{z+1}{b}$. Giá trị của biểu thức $T=a+b+m+n$ tương ứng bằng

A. 11. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Theo đề bài ta suy ra d là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tức là d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;2;4), \overrightarrow{AC}=(-4;0;-2)$.

Do $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ nên tam giác ABC vuông tại A. Suy ra tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là trung điểm của BC. Suy ra $I(-1;2;0)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-4;-20;8)=-2(2;10;-4)$.

Chọn VTCP $\vec{u}_d=(2;10;-4)$.

Phương trình tham số của d qua $I(-1;2;0)$ là $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+10t \\ z=-4t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.

Chọn $t=\dfrac{1}{4}$ ta có điểm $M\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{9}{2};-1\right)\in d$.

Phương trình chính tắc của d qua $M\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{9}{2};-1\right)$ và có VTCP $\vec{u}_d=(2;10;-4)$ là

$d:\dfrac{x+\frac{1}{2}}{2}=\dfrac{y-\frac{9}{2}}{10}=\dfrac{z+1}{-4}$. Suy ra $\begin{cases} a=10 \\ b=-4 \\ m=\dfrac{1}{2} \\ n=\dfrac{9}{2} \end{cases}$.

Suy ra $T=a+b+m+n=10-4+\dfrac{1}{2}+\dfrac{9}{2}=11$.

Câu 34: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-1}; d_2:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$, cho điểm $A(2;-5;0)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu đường thẳng d đi qua điểm A sao cho vuông góc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 đồng thời $d(d;d_1)=d(d;d_2)$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** vô số.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-1);\overrightarrow{u_2}=(2;1;-1)$. Mà $K(1;2;-2)\in d_1;K(1;2;-2)\notin d_2\Rightarrow d_1//d_2$.

Gọi (P) là mặt phẳng qua A và nhận $\vec{n}=(2;1;-1)$ làm vectơ pháp tuyến.

$\Rightarrow(P)\perp d_1;d_2$. Phương trình mặt phẳng $(P):2x+y-z+1=0$.

Do đường thẳng d đi qua A và vuông góc với cả 2 đường thẳng $d_1;d_2$ nên $d\subset(P)$.

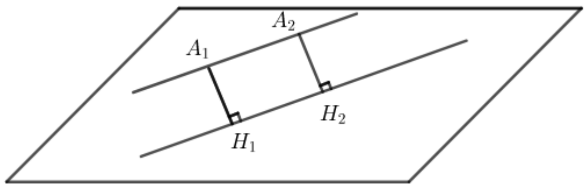
Gọi giao điểm của (P) với đường thẳng $d_1;d_2$ lần lượt là $A_1;A_2$.

Ta tìm được $A_1\left(\frac{-4}{3};\frac{5}{6};\frac{-5}{6}\right)$; $A_2\left(\frac{-2}{3};\frac{7}{6};\frac{5}{6}\right)$.

Trong mặt phẳng (P) ta kẻ $A_1H_1\perp d;A_2H_2\perp d$. Khi đó A_1H_1 và A_2H_2 lần lượt là các đường vuông góc chung của dường thẳng d với d_1 và d_2.

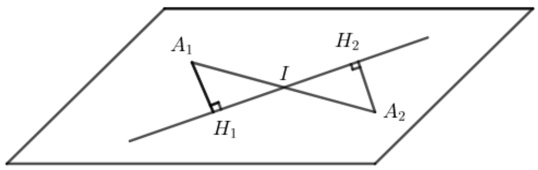
Nên để $d(d;d_1)=d(d;d_2)\Leftrightarrow A_1H_1=A_2H_2$.

TH1: $A_1;A_2$ cùng phía đối với $d\Rightarrow A_1A_2//d$.



Ta có $\overrightarrow{A_1A_2}=\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=(2;1;5)\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y+5}{5}=\frac{z}{1}$.

TH2: $A_1;A_2$ khác phía đối với $d\Rightarrow d$ đi qua trung điểm $I(-1;1;0)$ của A_1A_2.



Ta có $\overrightarrow{IA}=(3;4;0)\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-5+4t\\z=0\end{cases}$.

Vậy có 2 đường thẳng d qua A và vuông góc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 đồng thời $d(d;d_1)=d(d;d_2)$.

Câu 35: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z-1=0$ và điểm $B(2;-1;1)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho d vuông góc với đường thẳng OB và cắt trục tọa độ Ox. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=1\\y=2+t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=0\\z=t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1\\y=1-5t\\z=-5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2\\y=-5t\\z=-5t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

GV phản biện: Chi Nguyen – Le Van Nhan

Gọi $M = d \cap Ox \Rightarrow M(a;0;0)$.

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) nên $a + 2.0 - 2.0 - 1 = 0 \Leftrightarrow a = 1$ hay $M(1;0;0)$.

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc đường thẳng OB nên có vectơ chỉ phương là $\left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{OB}\right] = (0;-5;-5)$. Chọn lại vectơ chỉ phương d là $\vec{u} = (0;1;1)$.

Ta có phương trình $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = t' \\ z = t' \end{cases}$. Chọn $t' = 2$ ta có d đi qua $N(1;2;2)$ nên $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+2}{-1}$ và $d_2: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với $(P): x + y + z - 7 = 0$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình đường thẳng Δ là:

A. $\begin{cases} x = 6 \\ y = \dfrac{5}{2} - t \\ z = \dfrac{-9}{2} + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 12 - t \\ y = 5 \\ z = -9 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 6 - t \\ y = \dfrac{5}{2} \\ z = \dfrac{-9}{2} + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 6 - 2t \\ y = \dfrac{5}{2} + t \\ z = \dfrac{-9}{2} + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

$d_1: \begin{cases} x = 1 + 2a \\ y = a \\ z = -2 - a \end{cases} (a \in \mathbb{R})$; $d_2: \begin{cases} x = 1 + b \\ y = -2 + 3b \\ z = 2 - 2b \end{cases} (b \in \mathbb{R})$.

$A \in d_1 \Rightarrow A(1 + 2a; a; -2 - a), \mathrm{B} \in d_2 \Rightarrow B(1 + b; -2 + 3\mathrm{b}; 2 - 2b)$.

$\overrightarrow{AB}(b - 2a; 3b - a - 2; -2b + a + 4)$.

$(P): x + y + z - 7 = 0$ có vtpt $\vec{n}(1;1;1)$.

$\Delta // (P) \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow b - 2a + 3b - a - 2 - 2b + a + 4 = 0 \Leftrightarrow 2b - 2a + 2 = 0 \Leftrightarrow b = a - 1$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}(-a - 1; 2a - 5; -a + 6)$.

$\Rightarrow AB^2 = 6a^2 - 30a + 62 \geq 6\left(a - \dfrac{5}{2}\right)^2 + \dfrac{49}{2} \geq \dfrac{49}{2}\ \forall a$

Vậy $AB_{\min}=\dfrac{49}{2}$ khi $a=\dfrac{5}{2}\Rightarrow A\left(6;\dfrac{5}{2};\dfrac{-9}{2}\right),\overrightarrow{AB}=\dfrac{7}{2}(-1;0;1)\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=6-t\\ y=\dfrac{5}{2}\\ z=\dfrac{-9}{2}+t.\end{cases}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):4y-z+3=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-2}{3}$, $\Delta_2:\dfrac{x+4}{5}=\dfrac{y+7}{9}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt cả hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1\\ y=-2+4t\\ z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2\\ y=2+4t\\ z=5-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=6\\ y=11+4t\\ z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-4\\ y=-7+4t\\ z=-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử đường thẳng d cắt đường thẳng Δ_1,Δ_2 lần lượt tại A,B thì $A(1+a;-2+4a;2+3a)$, $B(-4+5b;-7+9b;b)$.

$\overrightarrow{AB}=(5b-a-5;9b-4a-5;b-3a-2)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(0;4;-1)$

$\Rightarrow\overrightarrow{AB}=k\vec{n}\Leftrightarrow\begin{cases}5b-a-5=0\\ 9b-4a-5=4k\\ b-3a-2=-k\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}5b-a=5\\ 13b-16a-13=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ b=1\end{cases}\Rightarrow A(1;-2;2)$

Đường thẳng d qua $A(1;-2;2)$, có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n}=(0;4;-1)$ nên có phương trình:

$\begin{cases}x=1\\ y=-2+4t\\ z=2-t\end{cases}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):3x+y+z=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (α), cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $d:\begin{cases}x=1+4t\\ y=-5t\\ z=-3-7t\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=4+t\\ y=-5\\ z=-7-3t\end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases}x=1+4t\\ y=5t\\ z=-3+7t\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=2+2t\\ y=2-5t\\ z=-1-7t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Vectơ chỉ phương của $\Delta:\vec{u}=(1;-2;2)$, vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(3;1;1)$.

Vì $\begin{cases} d\perp(\alpha) \\ d\perp\Delta \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \left[\vec{u};\vec{n}\right] = (-4;5;7)$.

Tọa độ giao điểm $H = \Delta\cap(\alpha)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+4}{-2} = \dfrac{z-1}{2} \\ 3x+y+z=0 \end{cases} \Rightarrow H(1;0;-3)$

Vậy đường thẳng d đi qua $H(1;0;-3)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d} = (-4;5;7) = -(4;-5;-7)$ nên có phương trình

$d:\begin{cases} x = 1+4t \\ y = -5t \\ z = -3-7t \end{cases}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-5y+2z+8=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x = 7+5t \\ y = -7+t \\ z = 6-5t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Tìm phương trình đường thẳng Δ đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng (P).

A. $\Delta:\begin{cases} x = 33+5t \\ y = -17+t \\ z = -104-5t \end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases} x = -17+5t \\ y = 33+t \\ z = 66-5t \end{cases}$.

C. $\Delta:\begin{cases} x = -11+5t \\ y = 23+t \\ z = 32-5t \end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases} x = -5+5t \\ y = 13+t \\ z = -2-5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{n_P} = (3;-5;2)$, $\overrightarrow{u_d} = (5;1-5)$.

Thấy $\begin{cases} \overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_d} = 0 \\ M(7;-7;6)\in d, M\notin(P) \end{cases} \Rightarrow d//(P)$

Δ đối xứng với đường thẳng d qua mặt phẳng $(P) \Rightarrow \Delta//d \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = \overrightarrow{u_d} = (5;1;-5)$.

$M(7;-7;6)\in d$. Gọi $N(x;y;z)$ là điểm đối xứng với M qua (P), I là trung điểm củ MN suy ra $N\in\Delta$, $I\left(\dfrac{x+7}{2};\dfrac{y-7}{2};\dfrac{z+6}{2}\right)$

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{n_P} \\ I\in(P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-7;y+7;z-6) = k(3;-5;2) \\ 3x-5y+2z+84=0 \end{cases}$

Giải hệ ta được $k=-4 \Rightarrow N(-5;13;-2)$. Vậy phương trình đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x = -5+5t \\ y = 13+t \\ z = -2-5t \end{cases}$.

Câu 40: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng (d) thỏa mãn (d) song song với $(d'): \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-7}{4} = \dfrac{z-3}{-2}$, đồng thời cắt cả hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = t \\ y = -1+2t \\ z = t \end{cases}$ và $(d_2): \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{3}$.

A. $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+4t \\ z = 2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -3+4t \\ z = 2-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+4t \\ z = -2-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -2+t \\ y = 3-4t \\ z = 2-2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

(d) song song với $(d'): \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-7}{4} = \dfrac{z-3}{-2}$ nên có vtcp là $\vec{u} = (1;4;-2)$.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa (d) và (d_1). Ta có (α) có cặp vtcp là: $\begin{cases} \vec{u} = (1;4;-2) \\ \vec{u}_1 = (1;2;1) \end{cases}$.

Suy ra (α) có vtpt là: $\left[\vec{u}, \vec{u}_1\right] = (8;-3;-2)$.

Điểm $A(0;-1;0) \in d_1 \Rightarrow A(0;-1;0) \in (\alpha)$.

Suy ra phương trình $(\alpha): 8x - 3(y+1) - 2z = 0 \Leftrightarrow 8x - 3y - 2z - 3 = 0$.

$(d_2): \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t' \\ y = 1-2t' \\ z = 1+3t' \end{cases}$

$(\alpha) \cap d_2 = B$. Xét phương trình:

$8t' - 3(1-2t') - 2(1+3t') - 3 = 0 \Leftrightarrow 8t' = 8 \Leftrightarrow t' = 1 \Rightarrow B(1;-1;4) \in (d)$.

Vậy phương trình đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1+t \\ y = -1+4t \\ z = 4-2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+4t \\ z = 2-2t \end{cases}$.

Câu 41: Phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}; d_2: \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{3}$ là:

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{-1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$ **C.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$ **D.** $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{1}$

Lời giải

Chọn B

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ. Giả sử giao điểm của Δ với d_1, d_2 lần lượt là A, B. Khi đó

$$\left.\begin{aligned} A(-1+2m;-1+m;2-m) \in d_1 \\ B(1-n;2+n;3+3n) \in d_2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2-n-2m;3+n-m;1+3n+m).$$

Vì Δ song song với đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và cắt hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1};d_2:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$ nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{u_d}=(1;1;-1)$ nên

$$\begin{cases}2-n-2m=3+n-m\\2-n-2m=-1-3n-m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+2n=-1\\m-2n=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\n=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A(1;0;1)\\B(2;1;0)\end{cases}.$$

Đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;1)$ và nhận $\overrightarrow{u_d}=(1;1;-1)$ làm vecto chỉ phương có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác OAB với $O(0;0;0)$; $A(-1;8;1)$; $B(7;-8;5)$. Phương trình đường cao OH của tam giác OAB là:

A. $\begin{cases}x=6t\\y=4t\\z=5t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=5t\\y=4t\\z=6t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **C.** $\begin{cases}x=5t\\y=-4t\\z=6t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=8t\\y=-16t\\z=4t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(8;-16;4)\Rightarrow\vec{u}=(2;-4;1)$ là một vectơ chỉ phương của AB

$\Rightarrow$Phương trình tham số của AB là: $\begin{cases}x=-1+2t_1\\y=8-4t_1\\z=1+t_1\end{cases}$

Vì $H\in AB$ nên $H(-1+2t_1;8-4t_1;1+t_1)\Rightarrow\overrightarrow{OH}=(-1+2t_1;8-4t_1;1+t_1)$

Do $OH\perp AB$ nên $\overrightarrow{OH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2.(-1+2t_1)-4.(8-4t_1)+1.(1+t_1)=0$

$\Leftrightarrow t_1=\dfrac{11}{7}\Rightarrow\overrightarrow{OH}=\left(\dfrac{15}{7};\dfrac{12}{7};\dfrac{18}{7}\right)\Rightarrow\overrightarrow{u_1}=(5;4;6)$ là một vector chỉ phương của OH

Vậy phương trình tham số của OH là: $\begin{cases}x=5t\\y=4t\\z=6t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Câu 43: Cho điểm $A\ 2;3;1$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{-2}$, $d_2:\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=2-t\end{cases}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A cắt d_1,d_2 là

A. $\dfrac{x-2}{55}=\dfrac{y-3}{10}=\dfrac{z-1}{7}$. **B.** $\begin{cases}x=2-5t\\y=3\\z=1+t\end{cases}$

C. $\begin{cases}x=2+35t\\y=3-10t\\z=1+11t\end{cases}$ **D.** $\dfrac{x-2}{35}=\dfrac{y-3}{10}=\dfrac{z-1}{11}$

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d_1 đi qua $M\ \ -2;2;0$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = \ 1;-1;-2$.

Đường thẳng d_2 đi qua $N\ \ 1;0;2$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2} = \ -3;1;-1$.

Gọi P là mặt phẳng đi qua $A\ \ 2;3;1$ và đường thẳng d_1.

Q là mặt phẳng đi qua $A\ \ 2;3;1$ và đường thẳng d_2.

$\Rightarrow d = \ P \cap Q$.

Vectơ pháp tuyến của P $:\vec{n} = \left[\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{u_1}\right] = \ 1;-9;5$

Vectơ pháp tuyến của Q $: \overrightarrow{n'} = \left[\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{u_2}\right] = \ 2;-4;-10$

Do vậy đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \left[\vec{n}; \overrightarrow{n'}\right] = \ 110;20;14$

Chọn một vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{u_3} = \ 55;10;7$.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\dfrac{x-2}{55} = \dfrac{y-3}{10} = \dfrac{z-1}{7}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 4z + 1 = 0$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A, song song với mặt phẳng (P) và đồng thời cắt trục Oz có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 6t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(P): 2x + y - 4z + 1 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2;1;-4)$.

Giả sử đường thẳng Δ cắt trục Oz tại $M \Rightarrow M \in Oz \Rightarrow M(0;0;m)$.

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{AM} = (-1;-2;m-3)$.

Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) suy ra $\overrightarrow{AM} \perp \vec{n} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{n} = 0$

$\Leftrightarrow -2 - 2 - 4(m-3) = 0 \Leftrightarrow m = 2$.

$\Rightarrow M(0;0;2), \overrightarrow{AM} = (-1;-2;-1) = -(1;2;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;3)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-2}$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua M, cắt và vuông góc với Δ là

A. $d: \begin{cases} x = 1 + 18t \\ y = -1 \\ z = 3 + 9t \end{cases}$. **B.** $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 \\ z = 2 - t \end{cases}$. **C.** $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 3 - t \end{cases}$. **D.** $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Δ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{\Delta}}=(-1;2;-2)$.

d vuông góc và cắt Δ tại N. Suy ra $N\in\Delta$ và $MN\perp\Delta$.

Vì $N\in\Delta\Rightarrow N(3-a;-1+2a;2-2a)\Rightarrow\overrightarrow{MN}(2-a;2a;-1-2a)$.

$MN\perp\Delta\Rightarrow\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{u_{\Delta}}\Rightarrow\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{u_{\Delta}}=0\Rightarrow-1(2-a)+2.2a+2(1+2a)=0\Leftrightarrow a=0$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}(2;0;-1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d và điểm $N(3;-1;2)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $d:\begin{cases}x=3+2t\\y=-1\\z=2-t\end{cases}$.

Câu 46: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=3+2t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+3z-2=0$

.Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=1+7t\\y=-2+5t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+7t\\y=5t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=5+7t\\y=-6+5t\\z=-5+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=5+7t\\y=-6-5t\\z=-5+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là giao điểm của (Δ) và $(d)\Rightarrow M$ là giao điểm của (P) và (d).

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=3+2t\end{cases}\\x-2y+3z-2=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=3+2t\end{cases}\\1-t-2(-2+t)+3(3+2t)-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\begin{cases}x=5\\y=-6\\z=-5\end{cases}\\t=-4\end{cases}\Rightarrow M(5;-6;-5)$.

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=3+2t\end{cases}$ có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;1;2)$.

Mặt phẳng $(P):x-2y+3z-2=0$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Vì đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng (d) nên đường thẳng Δ có véctơ chỉ phương $\vec{v}=[\vec{u},\vec{n}]=(7;5;1)$.

Suy ra đường thẳng Δ đi qua $M(5;-6;-5)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{v}=(7;5;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 5+7t \\ y = -6+5t \\ z = -5+t \end{cases}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 0 \\ z = 1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 0 \\ z = 1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = t \\ z = 1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 0 \\ z = 1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi đường thẳng qua M, vuông góc với d và cắt Oz là Δ.

Gọi $I = \Delta \cap Oz$. Vì $I \in Oz$ nên $I(0;0;c)$.

Đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MI}(-1;0;c-1)$.

Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(1;2;3)$.

Vì $\Delta \perp d$ nên $\vec{u}.\overrightarrow{MI} = 0 \Leftrightarrow 1.(-1)+2.0+3.(c-1) = 0 \Leftrightarrow 3c-4 = 0 \Leftrightarrow c = \dfrac{4}{3}$.

Do đó Δ có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{MI}\left(-1;0;\dfrac{1}{3}\right)$ hay $\overrightarrow{u_\Delta} = 3\overrightarrow{MI} = (-3;0;1)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 0 \\ z = 1+t \end{cases}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4y - z + 3 = 0$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-2}{3}$, $\Delta_2: \dfrac{x+4}{5} = \dfrac{y+7}{9} = \dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2+4t \\ z = 2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2+4t \\ z = 5-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 6 \\ y = 11+4t \\ z = 2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -4 \\ y = -7+4t \\ z = -t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\Delta_1: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-2}{3} \Rightarrow \Delta_1: \begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+4t \\ z = 2+3t \end{cases}$.

$\Delta_2: \dfrac{x+4}{5} = \dfrac{y+7}{9} = \dfrac{z}{1} \Rightarrow \Delta_2: \begin{cases} x = -4+5t' \\ y = -7+9t' \\ z = t' \end{cases}$.

Gọi $\{A\} = \Delta_1 \cap d \Rightarrow A \in \Delta_1 \Rightarrow A(1+t;-2+4t;2+3t)$.

$\{B\} = \Delta_2 \cap d \Rightarrow B \in \Delta_2 \Rightarrow B(-4+5t';-7+9t';t')$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB}=\left(-5+5t'-t;-5+9t'-4t;t'-3t-2\right)$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng d.

Mà $d\perp(P):4y-z+3=0\Rightarrow \vec{n}_{(P)}=\left(0;4;-1\right)$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng d.

Suy ra: $\overrightarrow{AB}=k\vec{n}_{(P)}\ (k\neq 0)\Rightarrow\begin{cases}-5+5t'-t=0\\-5+9t'-4t=4k\\t'-3t-2=-k\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-5t'-t=5\\9t'-4t-4k=5\\t'-3t+k=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=0\\t'=1\\k=1\end{cases}.$

$\Rightarrow A\left(1;-2;2\right)$

Mà $\vec{n}_{(P)}=\left(0;4;-1\right)$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng d.

Suy ra phương trình của đường thẳng d là $\begin{cases}x=1\\y=-2+4t\\z=2-t\end{cases}.$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2:\begin{cases}x=2+t\\y=-t\\z=-1\end{cases}$ và điểm $A\left(0;-1;-1\right)$. Đường thẳng d qua A cắt d_1 và vuông góc với d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{-1}$. **D.** $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M=d\cap d_1$. Suy ra $M\left(1+2t_1;-t_1;-2+t_1\right)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=\left(1+2t_1;1-t_1;t_1-1\right)$.

Vì $d\perp d_2$ nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_2}=0$ với $\overrightarrow{u_2}=\left(1;-1;0\right)$ là vec tơ chỉ phương của d_2.

$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_2}=0\Leftrightarrow 1+2t_1-1+t_1=0\Leftrightarrow t_1=0$.

Với $t_1=0\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\left(1;1;-1\right)$ là vec tơ chỉ phương của d.

Vậy d có phương trình là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$.

Câu 50: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases},\left(t\in\mathbb{R}\right)$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2\end{cases},\left(t\in\mathbb{R}\right)$. **C.** $\begin{cases}x=-3\\y=-t\\z=2t\end{cases},\left(t\in\mathbb{R}\right)$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases},\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (P) có vtpt $\overrightarrow{n_P}=\left(1;-2;-1\right)$.

Đường thẳng Δ có vtcp $\vec{u}_{\Delta}=(1;2;1)$

Gọi d là đường thẳng cần tìm, $A=d\cap\Delta\Rightarrow a\in\Delta\Rightarrow A(t;-1+2t;1+t)$.

Do $d\subset(P)\Rightarrow A\in(P)\Rightarrow t-2(-1+2t)-(1+t)+3=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow A(1;1;2)$.

Do d nằm trong (P) và vuông góc với Δ $\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}\\ \overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{u_{\Delta}}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{u_{\Delta}}\right]=(0;2;-4)$.

Vậy đường thẳng d có vtcp $\overrightarrow{u_d}=(0;2;-4)$ và qua điểm $A(1;1;2)$.

Câu 51: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):2x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=2+t\\ y=0\\ z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+2t\\ y=t\\ z=-1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+2t\\ y=-2t\\ z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+t\\ y=0\\ z=-1+2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

◆Ta có $\Delta:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-1}\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=2t\\ y=1+t\\ z=-2-t\end{cases}$

◆Gọi $M=\Delta\cap(P)\Rightarrow M\in\Delta\Rightarrow M(2t;1+t;-2-t)$

◆ $M\in(P)\Rightarrow 4t-2(1+t)-(-2-t)+3=0\Leftrightarrow 3t+3=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow M(-2;0;-1)$

◆Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(2;-2;-1)$

◆Véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(2;1;-1)$

◆ Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với $\Delta\Rightarrow$ Đường thẳng d nhận $\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(3;0;6)=\dfrac{1}{3}(1;0;2)$ làm véc tơ chỉ phương và $M(-2;0;-1)\in d$

◆Vậy phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+t\\ y=0\\ z=-1+2t\end{cases}$

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Phương trình đường thẳng d đi qua A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt thẳng d_2.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-3}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M\left(2+t;-1-t;1+t\right)=d\cap d_2$ với $t\in\mathbb{R}$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=\left(1+t;-t;-2+t\right)$ và $\overrightarrow{u_1}=\left(3;3;-1\right)$ là vectơ chỉ phương của d_1

Mặt khác $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_1}=0$ nên $3.(1+t)+3.(-t)-1.\left(-2+t\right)=0\Leftrightarrow t=5$

$\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(6;-5;3)$ là 1 vectơ chỉ phương của d.

Vậy phương trình đường thẳng d : $\dfrac{x-1}{6}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-3}{3}$.

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M\left(1;2;2\right)$, song song với mặt phẳng $\left(P\right):x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=2\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ. Gọi $I=\Delta\cap d\Rightarrow I\in d\Leftrightarrow I\left(1+t;2+t;3+t\right)$.

$\overrightarrow{MI}=\left(t;t;1+t\right)$ mà $MI//\left(P\right)$ nên $\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{n}_{(P)}=0\Leftrightarrow t-t+\left(1+t\right)=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow\overrightarrow{MI}=\left(-1;-1;0\right)$

Đường thẳng Δ đi qua $M\left(1;2;2\right)$ và I có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{MI}=\left(-1;-1;0\right)$ có phương trình tham số là $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=2\end{cases}$.

Câu 54: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):4y-z+3=0$ và hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-2}{3}$, $\Delta_2:\dfrac{x+4}{5}=\dfrac{y+7}{9}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$ và cắt cả hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1\\y=-2+4t\\z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2\\y=2+4t\\z=5-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=6\\y=11+4t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-4\\y=-7+4t\\z=-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử đường thẳng d cắt đường thẳng Δ_1,Δ_2 lần lượt tại A,B thì $A\left(1+a;-2+4a;2+3a\right)$, $B\left(-4+5b;-7+9b;b\right)$.

$\overrightarrow{AB}=\left(5b-a-5;9b-4a-5;b-3a-2\right)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$ nên véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$ là $\vec{n}=\left(0;4;-1\right)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = k\vec{n} \Leftrightarrow \begin{cases} 5b-a-5=0 \\ 9b-4a-5=4k \\ b-3a-2=-k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5b-a=5 \\ 13b-16a-13=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow A(1;-2;2)$$

Đường thẳng d qua $A(1;-2;2)$, có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n}=(0;4;-1)$ nên có phương trình:

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-2+4t \\ z=2-t \end{cases}.$$

Câu 55: Cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$, mặt phẳng $(P): x+2y+2z-4=0.$ Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x=-3+t \\ y=1-2t \\ z=1-t \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} x=3t \\ y=2+t \\ z=2+2t \end{cases}.$ **C.** $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=3t-1 \\ z=4-t \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=3-3t \\ z=3-2t \end{cases}.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} \vec{u}_{\Delta} = (1;1;-1) \\ \vec{n}_P = (1;2;2) \end{cases}$. Và $\vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (-4;3;-1).$

Điểm $M(t;1+t;2-t) \in \Delta \cap (P) \Rightarrow M \in (P) \Leftrightarrow t+2(1+t)+2(2-t)-4=0$

$\Rightarrow t=-2 \Rightarrow M(-2;-1;4) \in d.$

$$\Rightarrow d: \begin{cases} \text{Qua } M(-2;-1;4) \\ \vec{u}_d = (-4;3;-1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow d: \begin{cases} x=-2-4t \\ y=-1+3t \\ z=4-t \end{cases}.$$

Câu 56: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-2=0$. Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào nằm trong mặt phẳng (α), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d ?

A. $\Delta_1: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z}{1}$. **B.** $\Delta_2: \dfrac{x-5}{3} = \dfrac{y-2}{-2} = \dfrac{z-5}{1}$.

C. $\Delta_3: \dfrac{x+2}{-3} = \dfrac{y+4}{2} = \dfrac{z+4}{-1}$. **D.** $\Delta_4: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z-4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=3+t \end{cases}.$

Gọi $I = d \cap (\alpha) \Rightarrow$ tọa độ điểm $I(x;y;z)$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+t \\ x+y-z-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ z = 4 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow I(2;4;4).$$

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1;2;1)$.

Vectơ chỉ pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = (1;1;-1)$.

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d, ta có: $I \in \Delta$ và Δ có một vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\vec{u}, \vec{n}\right] = (-3;2;-1)$.

Đường thẳng cần tìm qua điểm $I(2;4;4)$, nhận một VTCP là $\left[\vec{u}, \vec{n}\right] = (-3;2;-1)$

nên có PTTS $\begin{cases} x = 2-3t \\ y = 4+2t \\ z = 4-t \end{cases} \quad (*)$.

Câu 57: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$; $d_2 : \dfrac{x-5}{-3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+2}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Gọi $M = \Delta \cap d_1$; $N = \Delta \cap d_2$.

Vì $M \in d_1$ nên $M(3-t;3-2t;-2+t)$,

vì $N \in d_2$ nên $N(5-3s;-1+2s;2+s)$.

$\overrightarrow{MN} = (2+t-3s;-4+2t+2s;4-t+s)$, (P) có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1;2;3)$;

Vì $\Delta \perp (P)$ nên $\vec{n}, \overrightarrow{MN}$ cùng phương, do đó:

$$\begin{cases} \dfrac{2+t-3s}{1} = \dfrac{-4+2t+2s}{2} \\ \dfrac{-4+2t+2s}{2} = \dfrac{4-t+s}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 1 \\ t = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(1;-1;0) \\ N(2;1;3) \end{cases}$$

Δ đi qua M và có một vecto chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (1;2;3)$.

Do đó Δ có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$.

Câu 58: Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $\Delta_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$, $\Delta_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1,Δ_2 tương ứng tại H,K sao cho $HK=\sqrt{27}$. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn A

$H\in\Delta_1\Leftrightarrow H\left(3+2t;t;1+t\right)$, $K\in\Delta_2\Leftrightarrow K\left(1+m;2+2m;m\right)$.

Ta có $\overrightarrow{HK}=\left(m-2t-2;2m-t+2;m-t-1\right)$. Đường thẳng d có một VTCP là $\overrightarrow{u_d}=\left(1;1;-2\right)$.

$\Delta\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{HK}=0\Leftrightarrow m-t+2=0\Leftrightarrow m=t-2\Rightarrow \overrightarrow{HK}=\left(-t-4;t-2;-3\right)$.

Ta có $HK^2=\left(-t-4\right)^2+\left(t-2\right)^2+\left(-3\right)^2=2\left(t+1\right)^2+27\ge 27,\forall t\in\mathbb{R}$.

$HK=\sqrt{27}\Leftrightarrow t=-1,\ m=-3.$ Khi đó $\overrightarrow{HK}=\left(-3;-3;-3\right)=-3(1;1;1)$, $H(1;-1;0)$.

Phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):x-z-4=0$ và đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d trên mặt phẳng $\left(P\right)$ là đường thẳng có phương trình

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=1+t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=1\\z=-1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=1+t\\z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=3+3t\\y=1+t\\z=-1-t\end{cases}\ \left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Gọi A là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng $\left(P\right)$.

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x=3+3t\\y=1+t\\z=-1-t\\x-z-4=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=3\\y=1\\z=-1\end{cases}$.

Vậy $A\left(3;1;-1\right)$.

+ Ta có $O\left(0;0;0\right)$ thuộc d (ứng với $t=-1$). Gọi Δ là đường thẳng đi qua O và vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$, khi đó $\vec{n}=\left(1;0;-1\right)$ là một véc tơ chỉ phương của Δ.

Do đó phương trình tham số của $\Delta:\begin{cases}x=t'\\y=0\\z=-t'\end{cases}\ \left(t'\in\mathbb{R}\right)$.

Gọi H là giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P).

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x = t' \\ y = 0 \\ z = -t' \\ x - z - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ z = -2 \end{cases}$.

Vậy $H(2; 0; -2)$.

+ Gọi d' hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P), khi đó d' đi qua 2 điểm $H(2; 0; -2)$ và

$A(3; 1; -1)$. Vậy $\overrightarrow{HA} = (1;1;1)$ là một véc tơ chỉ phương của d'.

Do đó phương trình tham số của d' là $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 60: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d_3 : \frac{x+3}{-3} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+5}{8}$ và cắt cả hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$, $d_2 : \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$.

A. $\Delta : \frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-4} = \frac{z+1}{8}$. **B.** $\Delta : \frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-4} = \frac{z-1}{8}$.

C. $\Delta : \frac{x-1}{-3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z}{8}$. **D.** $\Delta : \frac{x+1}{-3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z}{8}$.

Lời giải

Chọn A

+ Gọi $B = \Delta \cap d_1 \Rightarrow B \in d_1 \Rightarrow B(1 + 2t; 3t; -1 - t)$.

Gọi $C = \Delta \cap d_2 \Rightarrow C \in d_2 \Rightarrow C(-2 + k; 1 - 2k; 2k)$.

+ Véc tơ $\overrightarrow{BC} = (-3 + k - 2t; 1 - 2k - 3t; 1 + 2k + t)$.

+ $BC \parallel d_3 \Rightarrow \overrightarrow{BC}$ cùng phương $\vec{u} = (-3; -4; 8)$ nên $\overrightarrow{BC} = m.\vec{u}$

$\Leftrightarrow \frac{-3 + k - 2t}{-3} = \frac{1 - 2k - 3t}{-4} = \frac{1 + 2k + t}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{3}{2} \\ t = 0 \end{cases}$.

+ Vậy điểm $B(1; 0; -1)$, $\overrightarrow{BC} = \left(-\frac{3}{2}; -2; 4\right) = -\frac{1}{2}(3; 4; -8)$.

Đường thẳng Δ qua điểm $B(1; 0; -1)$, và có VTCP $\vec{u} = (-3; -4; 8)$ có phương trình:

$$\Delta \equiv BC : \frac{x-1}{-3} = \frac{y}{-4} = \frac{z+1}{8}$$

Câu 61: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{1}$; $d_2:\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$. Phương trình đường thẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1,d_2 lần lượt tại A và B sao cho $AB=3\sqrt{3}$ là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình tham số của các đường thẳng: $d_1:\begin{cases}x=-1+t\\y=-2+2t\\z=t\end{cases}$ $d_2:\begin{cases}x=2+2m\\y=1+m\\z=1+m\end{cases}$

$A\in d_1$; $B\in d_2$. Giả sử $A(-1+t;-2+2t;t)$; $B(2+2m;1+m;1+m)$. Suy ra:
$\overrightarrow{AB}=(3+2m-t;3+m-2t;1+m-t)$. Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-2)$.

Gọi d là đường thẳng cần tìm. Vì d song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1,d_2 lần lượt tại A và B sao cho $AB=3\sqrt{3}$ nên có:

$$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{n_P}\\AB=3\sqrt{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_P}=0\\AB=3\sqrt{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}1.(3+2m-t)+1.(3+m-2t)-2.(1+m-t)=0\\(3+2m-t)^2+(3+m-2t)^2+(1+m-t)^2=27\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}m=t-4\\(t-5)^2+(t+1)^2+9=27\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=t-4\\t^2-4t+4=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=-2\\t=2\end{cases}$$

Suy ra: $A(1;2;2)$; $B(-2;-1;-1)$; $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;-3)\Rightarrow d$ có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(1;1;1)$.

Phương trình đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{-3}$. **B.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{5}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x+1}{5}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)}=(1;2;1)$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d=(2;1;3)$.

Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=t\\z=-2+3t\end{cases}$.

Xét phương trình: $-1+2t+2t-2+3t-4=0\Leftrightarrow 7t-7=0\Leftrightarrow t=1$.

Suy ra giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là $A(1;1;1)$. Ta có: $A \in \Delta$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta = \left[\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d\right] = (5;-1;-3)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho 3 điểm $A(1;2;-1), B(2;1;1); C(0;1;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z+2}{2}$. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua trực tâm của tam giác ABC, nằm trong mặt phẳng (ABC) và vuông góc với đường thẳng d.

A. $\Delta: \dfrac{x-1}{12} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{x-1}{-11}$.

B. $\Delta: \dfrac{x-2}{12} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{-11}$.

C. $\Delta: \dfrac{x-2}{12} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{-11}$.

D. $\Delta: \dfrac{x-2}{12} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{-11}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;-1;2); \overrightarrow{AC} = (-1;-1;3) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (-1;-5;-2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(ABC): x+5y+2z-9=0$.

Gọi trực tâm của tam giác ABC là $H(a;b;c)$ khi đó ta có hệ

$$\begin{cases} \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC} = 0 \\ \overrightarrow{CH}.\overrightarrow{AB} = 0 \\ H \in (ABC) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b+2c=3 \\ a+b-3c=0 \\ a+5b+2c=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow H(2;1;1).$$

Do đường thẳng Δ nằm trong (ABC) và vuông góc với (d) nên:

$$\begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_{ABC} \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_\Delta = \left[\vec{n}_{ABC}, \vec{u}_d\right] = (12;2;-11).$$

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-2}{12} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{-11}$.

Câu 64: Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z}{2}$, $d_2: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z}{1}$ và mặt phẳng $(P): -x+4y+z-2021=0$, đường thẳng Δ cắt d_1 và d_2 đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z+2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{-4} = \dfrac{z-2}{-1}$.

C. $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y+3}{4} = \dfrac{z+2}{1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y-3}{-4} = \dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\Delta \cap d_1 = M$ và $\Delta \cap d_2 = N \Rightarrow M(-1+3t;2+t;2t), N(2+v;-3+2v;v)$

Có: $\overrightarrow{MN} = (3+v-3t;2v-5-t;v-2t)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là: $\vec{n} = (-1;4;1)$.

Mặt khác $\Delta \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{MN}, \vec{n}$ cùng phương, nên ta có

$$\frac{3+v-3t}{-1} = \frac{2v-5-t}{4} = \frac{v-2t}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} v=1 \\ t=1 \end{cases} \Rightarrow M(2;3;2).$$

Vậy phương trình đường thẳng Δ thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-2}{1}$ hay $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 65: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua $A(1;2;4)$ song song với (P): $2x+y+z-4=0$ và cắt đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{5}$ có phương trình:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=4-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2 \\ z=4+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1-2t \\ y=2 \\ z=4+4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=-2 \\ z=4+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{n}_P = (2;1;1)$ là một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases} x=2+3t \\ y=2+t \\ z=2+5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Gọi M là giao điểm của Δ và $d \Rightarrow M(2+3t;2+t;2+5t)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = (1+3t;t;-2+5t)$

Do $\Delta // (P)$ nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n_P} = 0 \Leftrightarrow 2(1+3t)+t+(-2+5t)=0 \Leftrightarrow 12t=0 \Leftrightarrow t=0$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = (1;0;-2)$.

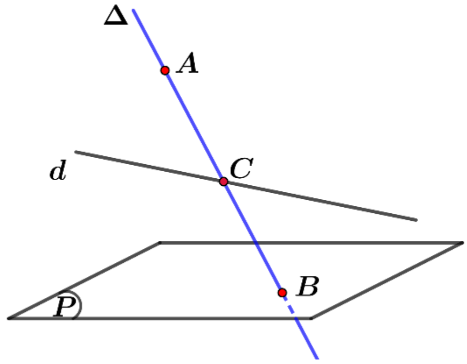
Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;2;4)$ và nhận $\overrightarrow{AM} = (1;0;-2)$ là một vec tơ chỉ phương là: $\begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=4-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Câu 66: Trong không gian, cho mặt phẳng $(P): x+3y-2z+2=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;2;-1)$, cắt mặt phẳng (P) và đường thẳng d lần lượt tại B và C sao cho C là trung điểm AB là

A. $\begin{cases} x=1+18t \\ y=2-3t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-17+18t \\ y=5+3t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-18t \\ y=2-3t \\ z=-1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-17+18t \\ y=5-3t \\ z=-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D



Từ giả thiết ta có: $C \in d \Rightarrow C\left(1+2t;-1-t;4+t\right)$.

Do C là trung điểm của $AB \Rightarrow B\left(4t+1;-2t-4;2t+9\right)$.

Ta có: $\Delta \cap \left(P\right)=B \Rightarrow B \in \left(P\right) \Rightarrow 4t+1+3\left(-2t-4\right)-2\left(2t+9\right)+2=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{9}{2}$.

Suy ra $B\left(-17;5;0\right)$. Đường thẳng Δ đi qua hai điểm B và A.

Khi đó vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\overrightarrow{BA}=\left(18;-3;-1\right)$.

Vậy phương trình tham số của $\Delta:\begin{cases} x=-17+18t \\ y=5-3t \\ z=-t \end{cases}$.

Câu 67: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A\left(-1;3;2\right)$, $B\left(2;0;5\right)$ và $C\left(0;-2;1\right)$. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là

A. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{-4}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $M\left(1;-1;3\right)$; $\overrightarrow{AM}=\left(2;-4;1\right)$. Phương trình AM : $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}$

Câu 68: Trong không gian vớihệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=1-t \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $\left(P\right)$, đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d là $\Delta:\begin{cases} x=1+at \\ y=1+bt \\ z=c+2t \end{cases}$ với $a,b,c \in \mathbb{R}$. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1

Lời giải

Chọn A

Gọi $A=d\cap \ P \ \Rightarrow A \ 1;1;1$

Ta có $\vec{n}_{(P)}= \ 1;1;1 \ ,\vec{u}_{(d)}= \ -1;1;0 \ \Rightarrow \vec{u}_{\Delta}=\left[\vec{n}_{(P)},\vec{u}_{(d)}\right]= \ -1;-1;2$

Suy ra $\Delta:\begin{cases} x=1-t \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$

Suy ra $a+b+c=(-1)+(-1)+1=-1$

Câu 69: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x-y+3z-6=0$ và đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{1}$. Xét 2 đường thẳng (d) đi qua $M(1;-2;1)$, nằm trong (P) và hợp với đường thẳng (Δ) góc $30°$. Biết rằng các đường thẳng (d) đó lần lượt có các VTCP là $(9;a;b)$ và $(-29;c;d)$. Tính $a+b+c+d$

A. -8. **B.** 7. **C.** 5. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có VTPT là: $\vec{n}_1(1;-1;3)$, đường thẳng (Δ) có VTCP là: $\vec{u}_1(2;1;1)$

Gọi VTCP của đường thẳng (d) cần tìm $\vec{u}_2(m;n;p)\left(m^2+n^2+p^2\neq 0\right)$.

Từ giả thiết ta suy ra hệ điều kiện: $\vec{u}_2\perp\vec{n}_1$ và góc giữa (d) và (Δ) bằng $30°$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} m-n+3p=0 \\ \dfrac{|2m+n+p|}{\sqrt{6}.\sqrt{m^2+n^2+p^2}}=\cos 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} n=m+3p \\ 2|3m+4p|=3\sqrt{2}\sqrt{2m^2+6mp+10p^2} \end{cases}(1)$$

$(1)\Leftrightarrow 58p^2+6mp=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} p=0 \\ 3m=-29p \end{array}\right.$

$+\ p=0\Rightarrow m=n\Rightarrow m=n=9\Rightarrow\vec{u}_2(9;9;0)$

$+\ 3m=-29p\Rightarrow m=-29;\ p=3\Rightarrow n=-20\Rightarrow\vec{u}_2(-29;-20;3)$

$\Rightarrow a=9; b=0; c=-20; d=3\Rightarrow a+b+c+d=-8$.

Câu 70: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4,-2,1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=-4t \\ y=2+2t \\ z=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4-4t \\ y=2+2t \\ z=1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=4-4t \\ y=-2+2t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4-4t \\ y=-2+2t \\ z=1 \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(1,2,-1)$

Gọi $M=\Delta\cap d$, khi đó $M(-1+t,-2+2t,\ 2-t)$ và $\overrightarrow{AM}=(t-5,2t,1-t)$

Vì đường thẳng d vuông góc với đường thẳng Δ nên $\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{u_d}$

Ta có $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t-5+4t+t-1=0\Leftrightarrow 6t-6=0\Leftrightarrow t=1$

Suy ra $\overrightarrow{AM}=(-4,2,0)$

Phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 4 - 4t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$

DẠNG 3 Tìm tọa độ điểm liên quan đến đường thẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

A. $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{3}$. **B.** $d_3:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-1}{1}$.

C. $2d_4:\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+1}{-1}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M\ (2;1;-3)$ trên trục Oy là điểm nào sau đây?

A. $B(2;1;0)$. **B.** $A(2;0;0)$. **C.** $C(0;1;0)$. **D.** $D(0;0;-3)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $Q(3;3;2)$. **B.** $P(2;1;-2)$. **C.** $N(-1;-2;0)$. **D.** $M(-1;1;2)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) đi qua $M(3;5;1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;2;-1)$. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) là

A. $2x+2y+z-15=0$. **B.** $2x+2y-z-15=0$. **C.** $2x+2y+z+15=0$. **D.** $2x+2y-z+15=0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=3t\end{cases}$?

A. $P(2;-1;0)$. **B.** $N(1;3;3)$. **C.** $Q(2;-1;3)$. **D.** $M(1;3;0)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-2}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $N(-1;3;-2)$. **B.** $P(2;4;3)$. **C.** $Q(3;1;1)$. **D.** $P(3;1;5)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-2}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $M(7;5;-2)$. **B.** $N(1;-3;2)$. **C.** $Q(-1;3;2)$. **D.** $P(3;1;-2)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=z+1$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $(2;3;0)$. **B.** $(2;3;1)$. **C.** $(1;-2;-1)$. **D.** $(-1;2;1)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$ cho $M\left(a;b;c\right)$ là giao điểm của đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $\left(Oyz\right)$. Tính giá trị của $T=a^2+b+c$.

A. $T=8$. **B.** $T=4$. **C.** $T=0$. **D.** $T=2$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;2;-1\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Toạ độ hình chiếu vuông góc của A trên d là

A. $\left(-2;0;1\right)$. **B.** $\left(-4;-1;0\right)$. **C.** $\left(0;1;2\right)$. **D.** $\left(-1;-1;3\right)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{3}$. Biết M là điểm thuộc d và có hoành độ bằng 2. Tìm tung độ của M.

A. -4. **B.** -6. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, gọi M là giao điểm của mặt phẳng $\left(\alpha\right):x+y+z-4=0$ với đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-2}$. Khi đó độ dài OM bằng

A. 10. **B.** $10\sqrt{2}$. **C.** 20. **D.** 200.

Câu 13: Trong không gian cho $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $M\left(3;1;5\right)$. **B.** $N\left(3;1;-5\right)$. **C.** $P\left(2;2;-1\right)$. **D.** $M\left(2;2;1\right)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=3t\\z=1-t\end{cases}$ đi qua điểm $M\left(3;\,b;\,c\right)$. Giá trị của $b+c$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 0.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ cắt mặt phẳng tọa độ $\left(Oxy\right)$ tại điểm có tung độ bằng:

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{1}$ và điểm $A\left(4;2;0\right)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d tương ứng là:

A. $\left(2;4;2\right)$. **B.** $\left(3;3;1\right)$. **C.** $\left(-2;1;-5\right)$. **D.** $\left(2;0;4\right)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(2;3;-1\right)$. Gọi d là đường thẳng đi qua A, cắt và vuông góc với trục tung tại điểm B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, gọi M là giao điểm của mặt phẳng $(\alpha): x+2y+3z+4=0$ với đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-2}$. Khi đó, độ dài OM bằng.

A. $OM=2\sqrt{2}$. **B.** $OM=\sqrt{5}$. **C.** $OM=\dfrac{\sqrt{14}}{14}$. **D.** $OM=\dfrac{4\sqrt{14}}{14}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $d: \dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{\sqrt{2}}$ và phương trình mặt phẳng $(\alpha): x-y+\sqrt{2}z-7=0$. Góc của đường thẳng d và (α) là

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=6-4t \\ y=-2-t \\ z=-1+2t \end{cases}$. Hình chiếu của A trên d có tọa độ là

A. $(2;-3;-1)$ **B.** $(-2;3;1)$ **C.** $(2;-3;1)$ **D.** $(2;3;1)$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(-1;0;-1)$. Đường thẳng AB đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0;1;1)$. **B.** $P(0;-1;1)$. **C.** $Q(0;-1;-1)$. **D.** $N(1;-1;1)$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \\ z=3+5t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$?

A. $N(1;2;3)$. **B.** $Q(-2;-1;-2)$. **C.** $P(4;-1;8)$. **D.** $M(3;1;5)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$ đi qua điểm

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-3;4;5)$. **D.** $(3;-4;-5)$.

Câu 24: Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1-t \\ y=2t \\ z=3 \end{cases}, t\in\mathbb{R}$. Điểm nào dưới đây nằm trên đường thẳng Δ?

A. $M(1;2;3)$. **B.** $N(1;0;3)$. **C.** $P(-1;2;3)$. **D.** $Q(-1;-2;3)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(-1;1;1)$?

A. $M(3;3;-3)$. **B.** $N(3;-3;-3)$. **C.** $P(-3;3;3)$. **D.** $Q(3;3;3)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $A(-3;1;2)$ và vuông góc với trục Oy có phương trình là:

A. $y+3=0$. **B.** $y-1=0$. **C.** $z-2=0$. **D.** $x+3=0$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(-3;2;9)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $x-3z+10=0$. **B.** $-4x+12z-40=0$. **C.** $x-3y+10=0$. **D.** $x+3z+10=0$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $(d): \frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-4}{2}$?

A. $K=(-2;1;-4)$. **B.** $H=(2;-1;4)$. **C.** $I=(3;-2;2)$. **D.** $E=(-3;2;-2)$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(3;2;3)$. **B.** $(3;1;3)$. **C.** $(2;1;3)$. **D.** $(3;1;2)$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1), B(-1;0;4), C(0;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC là

A. $x-2y-5z+5=0$. **B.** $x-2y-5z=0$. **C.** $x-2y+5z-5=0$ **D.** $x-2y-5z-5=0$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \; (t\in\mathbb{R}) \\ z=3+t \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d đã cho?

A. $(-1;3;1)$. **B.** $(2;0;3)$. **C.** $(-1;3;5)$. **D.** $(1;1;1)$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;6;4)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z}{3}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+4}{3}$. Đường thẳng đi qua M đồng thời cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2 tại A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $2\sqrt{43}$. **B.** $\sqrt{43}$. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{1}$. Tọa độ điểm M là điểm đối xứng với điểm A qua d là

A. $M(0;-1;2)$. **B.** $M(2;-5;3)$. **C.** $M(-1;0;2)$. **D.** $M(2;-3;5)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;-1;3)$, $C(0;-1;1)$. Đường cao AH của tam giác ABC đi qua điểm nào dưới đây?

A. $N(1;0;0)$. **B.** $Q(2;-3;-1)$. **C.** $P(-3;1;4)$. **D.** $M(-2;0;3)$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}$ và $d_2: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(1;0;1)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B và C. Độ dài BC bằng

A. $\frac{7\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{7\sqrt{6}}{2}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}$ và $d_2: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{1}$. Đường thẳng d đi qua $A(1;0;1)$ lần lượt cắt d_1, d_2 tại B và C. Độ dài BC bằng

A. $\frac{7\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{7\sqrt{6}}{2}$.

Câu 37: Cho hai đường thẳng $\Delta_1:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$; $\Delta_2:\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1;2;-3)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (Oxz), đồng thời cắt cả Δ_1 và Δ_2 lần lượt tại M,N. Tính $T=AM^2+AN^2$.

A. $T=22$. **B.** $T=\sqrt{22}$. **C.** $T=3+\sqrt{13}$. **D.** $T=14$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+z+2=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{1}$, $d_2:\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{3}$. Đường thẳng (Δ) song song với mặt phẳng (P), cách (P) một đoạn bằng $2\sqrt{3}$ đồng thời cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B. Biết điểm A có hoành độ dương. Khi đó độ dài đoạn AB bằng

A. $\sqrt{618}$. **B.** $2\sqrt{618}$. **C.** $\sqrt{258}$. **D.** $2\sqrt{258}$.

Câu 39: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):2x+y-2z-4=0$ và điểm $A(2;3;-3)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho d gần A nhất và cắt trục hoành Ox. Điểm nào dưới đây nằm trên đường thẳng d?

A. $(5;-1;3)$. **B.** $(4;-2;1)$. **C.** $(-2;0;4)$. **D.** $(8;2;4)$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$ và ba điểm $A(0;1;1), B(4;3;-1), C(0;-2;2)$. Điểm M thuộc d thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ có giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất đó bằng

A. $3\sqrt{21}$. **B.** $\frac{4\sqrt{21}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $3\sqrt{7}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{-1}$; $d_2:\begin{cases}x=1+t\\y=-1-2t\\z=2+t\end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua A cắt $d_1;d_2$ lần lượt tại M và N. Gọi $M(a;b;c), N(d;e;f)$. Khi đó giá trị của biểu thức $T=a+b+c+d+e+f$ bằng

A. 3. **B.** 7. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=t\end{cases}$ và $(d_2):\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{3}$. Đường thẳng Δ cắt cả hai đường thẳng d_1,d_2 và song song với đường thẳng $d:\frac{x-4}{1}=\frac{y-7}{4}=\frac{z-3}{-2}$ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $M(1;1;-4)$. **B.** $N(0;-5;6)$. **C.** $P(0;5;-6)$. **D.** $Q(-2;-3;-2)$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $M(1;0;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=-1 \end{cases}$, gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên đường thẳng d. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M\left(1;-2;1\right)$?

A. $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$. **B.** $d_3:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $2d_4:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{3}$. **D.** $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d_3:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$ đi qua điểm $M\left(1;-2;1\right)$ có VTCP $\vec{u}_3=\left(2;-3;1\right)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M\ \left(2;1;-3\right)$ trên trục Oy là điểm nào sau đây?

A. $B\left(2\ ;1\ ;\ 0\right)$. **B.** $A(2;0;0)$. **C.** $C\left(0;1;0\right)$. **D.** $D\left(0;0;-3\right)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(2;\,1;-3\right)$ trên trục Oy là $C\left(0;1;0\right)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d:$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $Q\left(3;3;2\right)$. **B.** $P\left(2;1;-2\right)$. **C.** $N\left(-1;-2;0\right)$. **D.** $M\left(-1;1;2\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\dfrac{3-1}{2}\neq\dfrac{3-2}{1}\neq\dfrac{2}{-2}\Rightarrow Q\notin d$.

$\dfrac{2-1}{2}\neq\dfrac{1-2}{1}\neq\dfrac{-2}{-2}\Rightarrow P\notin d$.

$\dfrac{-1-1}{2}\neq\dfrac{-2-2}{1}\neq\dfrac{0}{-2}\Rightarrow N\notin d$.

$\dfrac{-1-1}{2}=\dfrac{1-2}{1}=\dfrac{2}{-2}\Rightarrow M\in d$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua $M\left(3;5;1\right)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(2;2;-1\right)$. Phương trình tổng quát của mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là

A. $2x+2y+z-15=0$. **B.** $2x+2y-z-15=0$. **C.** $2x+2y+z+15=0$. **D.** $2x+2y-z+15=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua $M\left(3;5;1\right)$ và vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(2;2;-1\right)$ có phương trình là $2\left(x-3\right)+2\left(y-5\right)-\left(z-1\right)=0$

$\Leftrightarrow 2x+2y-z-15=0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=3-t\\ z=3t\end{cases}$?

A. $P(2;-1;0)$. **B.** $N(1;3;3)$. **C.** $Q(2;-1;3)$. **D.** $M(1;3;0)$.

Lời giải

Chọn D

Với $t=0$ ta có: $\begin{cases}x=1+2.0=1\\ y=3-0=3\\ z=3.0=0\end{cases}$.

Vậy điểm $M(1;3;0)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z-2}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $N(-1;3;-2)$. **B.** $P(2;4;3)$. **C.** $Q(3;1;1)$. **D.** $P(3;1;5)$.

Lời giải

Chọn D

Do tọa độ điểm $P(3;1;5)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng d.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d ?

A. $M(7;5;-2)$. **B.** $N(1;-3;2)$. **C.** $Q(-1;3;2)$. **D.** $P(3;1;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\dfrac{7-1}{3}=\dfrac{5-3}{1}=\dfrac{-2-2}{-2}=2\Rightarrow M(7;5;-2)\in d$.

Câu 8: Trong không gian *Oxyz*, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=z+1$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng *d*?

A. $(2;3;0)$. **B.** $(2;3;1)$. **C.** $(1;-2;-1)$. **D.** $(-1;2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=z+1$ ta thấy đường thẳng d đi qua điểm $(1;-2;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(2;3;1)$ nên đáp án C thỏa mãn.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$ cho $M(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng (Oyz). Tính giá trị của $T=a^2+b+c$.

A. $T=8$. **B.** $T=4$. **C.** $T=0$. **D.** $T=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(Oyz):x=0$ và $M\in(Oyz)\Rightarrow M(0;b;c)$.

Mặt khác $M \in d \Rightarrow d:\dfrac{0+1}{1}=\dfrac{b-2}{2}=\dfrac{c}{-2} \Rightarrow \begin{cases} b=4 \\ c=-2 \end{cases} \Rightarrow M\left(0;4;-2\right)$

Do đó $T=a^2+b+c=0^2+4+\left(-2\right)=2$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;2;-1\right)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Toạ độ hình chiếu vuông góc của A trên d là

A. $\left(-2;0;1\right)$. **B.** $\left(-4;-1;0\right)$. **C.** $\left(0;1;2\right)$. **D.** $\left(-1;-1;3\right)$.

Lời giải

Chọn C

Phản biện: Đoàn Ánh Dương – Dung Hbt

Đường thẳng d có phương trình tham số là: $\left(d\right)\begin{cases} x=-2+2t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d.

Ta có: $AH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d}=0$

Mà $\overrightarrow{AH}\left(2t-3;t-2;t+2\right),\vec{u}\left(2;1;1\right)$.

Suy ra: $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d}=2\left(2t-3\right)+1\left(t-2\right)+1\left(t+2\right)=6t-6=0 \Leftrightarrow t=1$

Vậy $H\left(0;1;2\right)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{3}$. Biết M là điểm thuộc d và có hoành độ bằng 2. Tìm tung độ của M.

A. -4. **B.** -6. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $M \in d \Rightarrow M(1+t;-2-2t;3+3t)$.

Vì M có hoành độ bằng 2 nên $1+t=2 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(2;-4;6)$.

Vậy tung độ của M là -4.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, gọi M là giao điểm của mặt phẳng $\left(\alpha\right): x+y+z-4=0$ với đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-2}$. Khi đó độ dài OM bằng

A. 10. **B.** $10\sqrt{2}$. **C.** 20. **D.** 200.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ z=-2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$, $M=d \cap \left(\alpha\right) \Rightarrow M \in d$ và $M \in \left(\alpha\right)$.

Khi đó, $M=\left(1+t;-2+2t;-2t\right)$.

Do $M \in \left(\alpha\right)$ nên $1+t-2+2t-2t-4=0$. Suy ra $t=5$. Do đó $M=\left(6;8;-10\right)$.

Vậy $OM=\sqrt{6^2+8^2+\left(-10\right)^2}=10\sqrt{2}$.

Câu 13: Trong không gian cho $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $M(3;1;5)$. **B.** $N(3;1;-5)$. **C.** $P(2;2;-1)$. **D.** $M(2;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ $N(3;1;-5)$ vào phương trình đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+5}{-1}$, ta được:

$\frac{3-3}{2}=\frac{1-1}{2}=\frac{-5+5}{-1}$ (thỏa mãn). Vậy $N(3;1;-5)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=3t\\z=1-t\end{cases}$ đi qua điểm $M(3;b;c)$. Giá trị của $b+c$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $M\in d\Rightarrow\begin{cases}2+t=3\\3t=b\\1-t=c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\b=3\Rightarrow b+c=3\\c=0\end{cases}$.

Vậy giá trị của $b+c$ bằng 3.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{2}$ cắt mặt phẳng tọa độ (Oxy) tại điểm có tung độ bằng:

A. -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt phẳng (Oxy) có phương trình: $z=0$.

Gọi $M=d\cap(Oxy)$.

Do $M\in d\Rightarrow M(1+2t;-1+t;2+2t)$.

Do $M\in(Oxy)\Rightarrow 2+2t=0\Leftrightarrow t=-1$.

Vậy $M(-1;-2;0)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{1}$ và điểm $A(4;2;0)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d tương ứng là:

A. $(2;4;2)$. **B.** $(3;3;1)$. **C.** $(-2;1;-5)$. **D.** $(2;0;4)$.

Lời giải

Chọn A

Từ $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{1}$ suy ra $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=t\end{cases}$

Gọi H là hình chiếu của A lên d. Ta có $H\left(1+2t;2+t;t\right)$

Suy ra $\overrightarrow{AH}=\left(2t-3;t;t\right)$. Khi đó $2\left(2t-3\right)+t+t=0\Leftrightarrow t=1$

Suy ra $H\left(3;3;1\right)$. Mà H là trung điểm của đoạn thẳng $A'A$ nên $A'\left(2;4;2\right)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(2;3;-1\right)$. Gọi d là đường thẳng đi qua A, cắt và vuông góc với trục tung tại điểm B. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{14}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $d\cap Oy=B\left(0;b;0\right)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=\left(-2;b-3;1\right)$.

Oy có véc tơ chỉ phương là $\vec{j}=\left(0;1;0\right)$.

$d\perp Oy\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\vec{j}=0\Leftrightarrow b-3=0\Leftrightarrow b=3\Rightarrow B\left(0;3;0\right)$.

Vậy $AB=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, gọi M là giao điểm của mặt phẳng $\left(\alpha\right):x+2y+3z+4=0$ với đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-2}$. Khi đó, độ dài OM bằng.

A. $OM=2\sqrt{2}$. **B.** $OM=\sqrt{5}$. **C.** $OM=\dfrac{\sqrt{14}}{14}$. **D.** $OM=\dfrac{4\sqrt{14}}{14}$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ giao điểm M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}x+2y+3z+4=0\\\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+2y+3z=-4\\2x-y=4\\2x+z=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=0\\z=-2\end{cases}\Rightarrow M\left(2;0;-2\right).$$

Suy ra $\overrightarrow{OM}=\left(2;0;-2\right)\Rightarrow OM=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-4}{\sqrt{2}}$ và phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right):x-y+\sqrt{2}z-7=0$. Góc của đường thẳng d và $\left(\alpha\right)$ là

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A

Ta có đường thẳng d có 1 vtcp là: $\vec{u}_d=\left(1;1;\sqrt{2}\right)$; mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ có 1 vtpt là: $\vec{n}_{(\alpha)}=\left(1;-1;\sqrt{2}\right)$

Gọi φ là góc giữa d và $\left(\alpha\right)$.

Khi đó: $\sin\varphi = \left|\cos\left(\vec{u}_d, \vec{n}_{(\alpha)}\right)\right| = \dfrac{\left|\vec{u}_d.\vec{n}_{(\alpha)}\right|}{\left|\vec{u}_d\right|.\left|\vec{n}_{(\alpha)}\right|} = \dfrac{\left|1.1-1.1+\sqrt{2}.\sqrt{2}\right|}{\sqrt{1+1+2}.\sqrt{1+1+2}} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \varphi = 30°$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x = 6-4t \\ y = -2-t \\ z = -1+2t \end{cases}$. Hình chiếu của A trên d có tọa độ là

A. $(2;-3;-1)$ **B.** $(-2;3;1)$ **C.** $(2;-3;1)$ **D.** $(2;3;1)$

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu của A trên d. Khi đó $H \in d$ và $H(6-4t;-2-t;-1+2t)$.

Ta có: $\overrightarrow{AH} = (5-4t;-3-t;-2+2t)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-4;-1;2)$.

Mà $AH \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow -4(5-4t)-1(-3-t)+2(-2+2t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Vậy $H(2;-3;1)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(-1;0;-1)$. Đường thẳng AB đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0;1;1)$. **B.** $P(0;-1;1)$. **C.** $Q(0;-1;-1)$. **D.** $N(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2;2;-4)$

Đường thẳng AB đi qua $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1;1;-2)$ có phương trình là:

$\dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{-2}$

Xét đáp án **B.** Thay tọa độ $P(0;-1;1)$ vào phương trình AB ta được:

$\dfrac{0-1}{-1} = \dfrac{-1+2}{1} = \dfrac{1-3}{-2}$ (đúng)

Do đó đường thẳng AB qua $P(0;-1;1)$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases} x = 1+3t \\ y = -2+t \\ z = 3+5t \end{cases} \ (t \in \mathbb{R})$?

A. $N(1;2;3)$. **B.** $Q(-2;-1;-2)$. **C.** $P(4;-1;8)$. **D.** $M(3;1;5)$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Thay tọa độ điểm $P(4;-1;8)$ vào phương trình đường thẳng, ta có:

$\begin{cases} 4=1+3t \\ -1=-2+t \\ 8=3+5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=1 \\ t=1 \end{cases} \Leftrightarrow P\in d$.

Cách 2:

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;1;5)$ và đi qua điểm $M_0(1;-2;3)$.

Có:

$\overrightarrow{M_oN}=(0;4;0)$ không cùng phương với vectơ $\vec{u}$, suy ra điểm N không thuộc đường thẳng.

$\overrightarrow{M_oQ}=(-3;1;-5)$ không cùng phương với vectơ $\vec{u}$, suy ra điểm Q không thuộc đường thẳng.

$\overrightarrow{M_oP}=(3;1;5)$ cùng phương với vectơ $\vec{u}$, suy ra điểm P thuộc đường thẳng.

$\overrightarrow{M_oM}=(2;3;2)$ không cùng phương với vectơ $\vec{u}$, suy ra điểm M không thuộc đường thẳng.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{-5}$ đi qua điểm

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-3;4;5)$. **D.** $(3;-4;-5)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(u_1;u_2;u_3)$ có phương trình:

$\dfrac{x-x_0}{u_1}=\dfrac{y-y_0}{u_2}=\dfrac{z-z_0}{u_3}$.

Suy ra đường thẳng đi qua điểm $(1;-2;3)$.

Câu 24: Cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=1-t \\ y=2t \\ z=3 \end{cases}, t\in\mathbb{R}$. Điểm nào dưới đây nằm trên đường thẳng Δ?

A. $M(1;2;3)$. **B.** $N(1;0;3)$. **C.** $P(-1;2;3)$. **D.** $Q(-1;-2;3)$.

Lời giải

Từ phương trình đường thẳng Δ, ta có $N(1;0;3)\in\Delta$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;-1)$ và $B(-1;1;1)$?

A. $M(3;3;-3)$. **B.** $N(3;-3;-3)$. **C.** $P(-3;3;3)$. **D.** $Q(3;3;3)$.

Lời giải

Chọn A

◆ Phương án **A.** Có $\overrightarrow{AB}=(-2;-1;2)$ và $\overrightarrow{AM}=(2;1;-2)$. Suy ra $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AM}$ hay $M\in(AB)$.

◆ Phương án **B.** Có $\overrightarrow{AB}=(-2;-1;2)$ và $\overrightarrow{AN}=(2;-5;-2)$. Dễ thấy $\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AM}$ không cùng phương hay $N\notin(AB)$.

◆ Phương án **C.** Có $\overrightarrow{AB}=(-2;-1;2)$ và $\overrightarrow{AP}=(-4;1;4)$. Dễ thấy $\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AP}$ không cùng phương hay $P\notin(AB)$.

◆ Phương án **D.** Có $\overrightarrow{AB}=(-2;-1;2)$ và $\overrightarrow{AQ}=(2;1;4)$. Dễ thấy $\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AQ}$ không cùng phương hay $Q \notin (AB)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua $A(-3;1;2)$ và vuông góc với trục Oy có phương trình là:

A. $y+3=0$. **B.** $y-1=0$. **C.** $z-2=0$. **D.** $x+3=0$.

Lời giải

Chọn B

◆ Mặt phẳng đi qua $A(-3;1;2)$ và nhận vectơ $\vec{j}=(0;1;0)$ làm một VTPT nên có phương trình là: $0(x+3)+1(y-1)+0(z-2)=0 \Leftrightarrow y-1=0$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(-3;2;9)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $x-3z+10=0$. **B.** $-4x+12z-40=0$. **C.** $x-3y+10=0$. **D.** $x+3z+10=0$.

Lời giải

Chọn B

◆ Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(-1;2;3)$.

◆ Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-4;0;12)$.

◆ Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $I(-1;2;3)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-4;0;12)$ làm một VTPT nên có phương trình là: $-4(x+1)+0(y-2)+12(z-3)=0 \Leftrightarrow -4x+12z-40=0$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $(d):\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-4}{2}$?

A. $K=(-2;1;-4)$. **B.** $H=(2;-1;4)$. **C.** $I=(3;-2;2)$. **D.** $E=(-3;2;-2)$

Lời giải

Ta có $(d):\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-4}{2} \Rightarrow H(2;-1;4)\in(d)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(3;2;3)$. **B.** $(3;1;3)$. **C.** $(2;1;3)$. **D.** $(3;1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3} \Rightarrow d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=t \\ z=3t \end{cases}$

Với $t=1 \Rightarrow (3;1;3)$

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;-1), B(-1;0;4), C(0;-2;-1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC là

A. $x-2y-5z+5=0$. **B.** $x-2y-5z=0$. **C.** $x-2y+5z-5=0$ **D.** $x-2y-5z-5=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{BC}=(1;-2;-5)$ là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC.

Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC là

$(x-2)-2(y-1)-5(z+1)=0 \Leftrightarrow x-2y-5z-5=0$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\ (t\in\mathbb{R})\\z=3+t\end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d đã cho?

A. $(-1;3;1)$. **B.** $(2;0;3)$. **C.** $(-1;3;5)$. **D.** $(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\ (t\in\mathbb{R})\\z=3+t\end{cases}$.

Ta cho $t=-2$ ta được $\begin{cases}x=-1\\y=3\\z=1\end{cases}$.

Vậy điểm $(-1;3;1)$ thuộc đường thẳng d đã cho.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;6;4)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{4}=\dfrac{z}{3}$ và đường thẳng $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+4}{3}$. Đường thẳng đi qua M đồng thời cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2 tại A và B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $2\sqrt{43}$. **B.** $\sqrt{43}$. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(1+2a;-3+4a;3a)$, $B(b;2+b;-4+3b)$.

$\overrightarrow{MA}=(2a-3;4a-9;3a-4)$, $\overrightarrow{MB}=(b-4;b-4;3b-8)$.

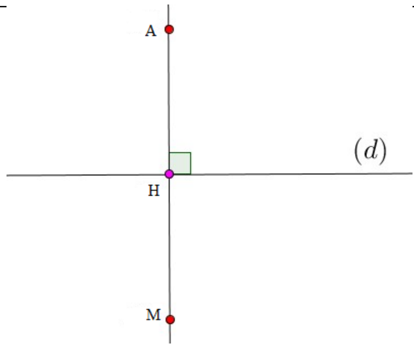
M, A, B thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases}a=3\\b=1\end{cases} \Rightarrow A(7;9;9)$, $B(1;3;-1) \Rightarrow AB=2\sqrt{43}$

Câu 33: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(4;-1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$. Tọa độ điểm M là điểm đối xứng với điểm A qua d là

A. $M(0;-1;2)$. **B.** $M(2;-5;3)$. **C.** $M(-1;0;2)$. **D.** $M(2;-3;5)$.

Lời giải

Chọn D



Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{a}=(2;-1;1)$ và phương trình tham số $\begin{cases}x=1+2t\\y=-1-t\\z=3+t\end{cases}$.

Gọi H là trung điểm của AM, khi đó H nằm trên đường thẳng d nên $H\left(1+2t;-1-t;3+t\right)$

$\overrightarrow{AH}=\left(2t-3;-t;t\right)$

$AH\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\ \vec{a}=0\Leftrightarrow 2(2t-3)+t+t=0\Leftrightarrow 6t-6=0\Leftrightarrow t=1$

Do đó tọa độ điểm $H\left(3;-2;4\right)$.

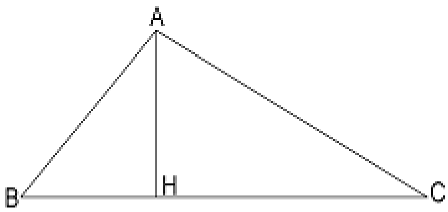
Mà H là trung điểm của AM nên $M\left(2;-3;5\right)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(1;-2;0\right)$, $B\left(2;-1;3\right)$, $C\left(0;-1;1\right)$. Đường cao AH của tam giác ABC đi qua điểm nào dưới đây?

A. $N\left(1;0;0\right)$. **B.** $Q\left(2;-3;-1\right)$. **C.** $P\left(-3;1;4\right)$. **D.** $M\left(-2;0;3\right)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\overrightarrow{BC}=\left(-2;0;-2\right)=-2\left(1;0;1\right)$

Đường thẳng BC đi qua B và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;0;1\right)$

có phương trình tham số $\begin{cases}x=2+t\\y=-1\\z=3+t\end{cases}$

$H\in BC\Rightarrow H\left(2+t;-1;3+t\right)\Rightarrow \overrightarrow{AH}=\left(1+t;1;3+t\right)$

Ta có $\overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{BC}\Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow -2\left(1+t\right)-2\left(3+t\right)=0\Leftrightarrow t=-2$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}=\left(-1;1;1\right)$

Đường cao AH đi qua A và có vectơ chỉ phương $\left(-1;1;1\right)$ có phương trình $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{1}$

Thay lần lượt tọa độ các điểm N, Q, P, M vào phương trình AH ta thấy $Q\left(2;-3;-1\right)$ thỏa mãn

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;0;1)$ lần lượt cắt d_1,d_2 tại B và C. Độ dài BC bằng

A. $\dfrac{7\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Có $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}\Rightarrow d_1:\begin{cases}x=1+a\\y=-1-a\\z=2a\end{cases}$; $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}\Rightarrow d_2:\begin{cases}x=b\\y=1+2b\\z=b\end{cases}$.

Vì B,C lần lượt là giao điểm của d với d_1,d_2

Suy ra $\begin{cases}B\in d_1\Rightarrow B(1+a;-1-a;2a)\\C\in d_2\Rightarrow C(b;1+2b;b)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(a;-1-a;2a-1)\\\overrightarrow{AC}=(b-1;1+2b;b-1)\end{cases}$.

Do A,B,C thẳng hàng nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương.

$$\Rightarrow\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\begin{cases}a=k(b-1)\\-1-a=k(1+2b)\\2a-1=k(b-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-kb+k=0\\a+2kb+k=-1\\2a-kb+k=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\kb=-\dfrac{1}{3}\\k=-\dfrac{4}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=\dfrac{1}{4}\\k=-\dfrac{4}{3}\end{cases}.$$

Suy ra $B(2;-2;2)$; $C\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{4}\right)\Rightarrow\overrightarrow{CB}=\left(\dfrac{7}{4};-\dfrac{7}{2};\dfrac{7}{4}\right)\Rightarrow BC=\sqrt{\left(\dfrac{7}{4}\right)^2+\left(-\dfrac{7}{2}\right)^2+\left(\dfrac{7}{4}\right)^2}=\dfrac{7\sqrt{6}}{4}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{1}$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;0;1)$ lần lượt cắt d_1,d_2 tại B và C. Độ dài BC bằng

A. $\dfrac{7\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{7\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình tham số của d_1,d_2 là $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=-1-t\\z=2t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=s\\y=1+2s\\z=s\end{cases}$.

Vì $d\cap d_1=B\Rightarrow B\in d_1\Rightarrow B(1+t;-1-t;2t)$ và $d\cap d_2=C\Rightarrow C\in d_2\Rightarrow C(s;1+2s;s)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(t;-1-t;2t-1),\overrightarrow{AC}=(s-1;1+2s;s-1)$.

Do A,B,C thẳng hàng nên $\exists k\neq 0:\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}\Rightarrow\begin{cases}t=k\left(s-1\right)\\-1-t=k\left(1+2s\right)\\2t-1=k\left(s-1\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=k\left(s-1\right)\\-1-t=k\left(1+2s\right)\\2t-1=t\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\k\left(s-1\right)=1\\k\left(1+2s\right)=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\ks-k=1\\2ks+k=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\ks=-\dfrac{1}{3}\\k=-\dfrac{4}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\s=\dfrac{1}{4}\\k=-\dfrac{4}{3}\end{cases}.$$

Do đó $B\left(2;-2;2\right),C\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{4}\right)\Rightarrow BC=\dfrac{7\sqrt{6}}{4}$.

Câu 37: Cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$; $\Delta_2:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$ và điểm $A\left(1;2;-3\right)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng $\left(Oxz\right)$, đồng thời cắt cả Δ_1 và Δ_2 lần lượt tại M,N. Tính $T=AM^2+AN^2$.

A. $T=22$. **B.** $T=\sqrt{22}$. **C.** $T=3+\sqrt{13}$. **D.** $T=14$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\Delta_1:\begin{cases}x=-1+t_1\\y=t_1\\z=2-t_1\end{cases}$, $\Delta_2:\begin{cases}x=-t_2\\y=1+t_2\\z=-1-t_2\end{cases}$

Suy ra tọa độ điểm $M\left(-1+t_1;t_1;2-t_1\right)$, $N\left(-t_2;1+t_2;-1-t_2\right)$

Ta có: $\overrightarrow{MN}=\left(-t_2-t_1+1;1+t_2-t_1;-3-t_2+t_1\right)$

$\overrightarrow{n_{(Oxz)}}=\left(0;1;0\right)$

Vì $d\perp\left(Oxz\right)\Rightarrow\overrightarrow{MN}=k\overrightarrow{n_{(Oxz)}}$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-t_2-t_1+1=0\\1+t_2-t_1=k\\-3-t_2+t_1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=-2\\t_1=2\\t_2=-1\end{cases}$$

$\Rightarrow M\left(1;2;0\right),N\left(1;0;0\right)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\left(0;0;3\right),\overrightarrow{AN}=\left(0;-2;3\right)$

Vậy: $T=AM^2+AN^2=\left(0^2+0^2+3^2\right)+\left(0^2+\left(-2\right)^2+3^2\right)=22$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+z+2=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$, $d_2:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{3}$. Đường thẳng (Δ) song song với mặt phẳng (P), cách (P) một đoạn bằng $2\sqrt{3}$ đồng thời cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B. Biết điểm A có hoành độ dương. Khi đó độ dài đoạn AB bằng

A. $\sqrt{618}$. **B.** $2\sqrt{618}$. **C.** $\sqrt{258}$. **D.** $2\sqrt{258}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $A \in d_1 \Rightarrow A(1+2t;-1-t;2+t)$, $B \in d_2 \Rightarrow B(1-t';2+t';3t')$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-t'-2t;3+t'+t;3t'-t-2)$ vì $\Delta // (P)$ nên $\overrightarrow{AB}.vtpt\overrightarrow{n_P} = 0 \Leftrightarrow t'-4t = 5$

Và $\mathrm{d}(\Delta,(P)) = \mathrm{d}(A,(P)) = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \dfrac{|1+2t+1+t+2+t+2|}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow |4t+6| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=-3 \end{array}\right.$

Vì A có hoành độ dương nên $t=0$ và $t'=5 \Rightarrow A(1;-1;2)$, $B(-4;7;15)$.

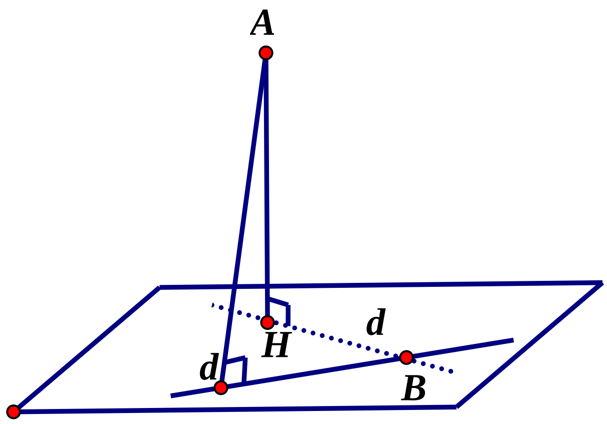
Vậy $AB = \sqrt{(-4-1)^2+(7+1)^2+(15-2)^2} = \sqrt{258}$.

Câu 39: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x+y-2z-4=0$ và điểm $A(2;3;-3)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) sao cho d gần A nhất và cắt trục hoành Ox. Điểm nào dưới đây nằm trên đường thẳng d ?

A. $(5;-1;3)$. **B.** $(4;-2;1)$. **C.** $(-2;0;4)$. **D.** $(8;2;4)$.

Lời giải

Chọn B



Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;1;-2)$.

$d(A,P) = 3$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (P).

Gọi Δ là đường thẳng qua A và vuông góc với $(P) \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x = 2+2t \\ y = 3+t \\ z = -3-2t \end{cases}$

$\Rightarrow H = (P) \cap \Delta \Rightarrow H(0;2;-1)$

Gọi $B = d \cap Ox \Rightarrow B = (P) \cap Ox \Rightarrow B(2;0;0)$ (vì d nằm trong (P)).

Mặt khác d gần A nhất nên d qua B, H và nhận $\overrightarrow{HB} = (2;-2;1)$ làm véc tơ chỉ phương

$\Rightarrow (d)\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$

d qua $M(4;-2;1)$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$ và ba điểm $A(0;1;1),B(4;3;-1),C(0;-2;2)$. Điểm M thuộc d thỏa mãn $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ có giá trị nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất đó bằng

A. $3\sqrt{21}$. **B.** $\dfrac{4\sqrt{21}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $3\sqrt{7}$.

Lời giải

GV phản biện: Nga Nga Nguyen – Hoàng Thị Minh Huệ

Chọn B

Gọi $I(a;b;c)$ là điểm thỏa $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Ta có $\overrightarrow{IA}=(-a;1-b;1-c),\overrightarrow{IB}=(4-a;3-b;-1-c),2\overrightarrow{IC}=(-2a;-4-2b;4-2c)$.

Vì $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$ nên ta có hệ $\begin{cases}-4a+4=0\\ -4b=0\\ -4c+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=0\\ c=1\end{cases}\Leftrightarrow I(1;0;1)$.

Ta có $P=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$

$=\left|\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{MI}+2\overrightarrow{IC}\right|=\left|4\overrightarrow{MI}+\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}\right)\right|=4\left|\overrightarrow{MI}\right|$.

Do đó, $P_{\min}\Leftrightarrow 4\left|\overrightarrow{MI}\right|_{\min}=4d(I,d)$.

Gọi $H(1;-2;0)\in d,\overrightarrow{IH}=(0;-2;-1),\overrightarrow{u_d}=(-1;1;2)$.

$d(I,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IH},\overrightarrow{u_d}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right|$ là $\dfrac{4\sqrt{21}}{3}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;2)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1};d_2:\begin{cases}x=1+t\\ y=-1-2t\\ z=2+t\end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua A cắt $d_1;d_2$ lần lượt tại M và N. Gọi $M(a;b;c),N(d;e;f)$. Khi đó giá trị của biểu thức $T=a+b+c+d+e+f$ bằng

A. 3. **B.** 7. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Vì đường thẳng Δ đi qua A cắt $d_1;d_2$ lần lượt tại M và N nên $M(2s;1+s;-1-s)$, $N(1+t;-1-2t;2+t)$. Khi đó $\overrightarrow{AM}(2s;s;-3-s);\overrightarrow{BM}(1+t;-2-2t;t)$.

Vì $A;B;M$ thẳng hàng nên tồn tại số thực k sao cho $\overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{BM}$ hay:

$\begin{cases}2s=k+kt\\ s=-2k-2kt\\ -3-s=kt\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2s-k-kt=0\\ s+2k+2kt=0\\ -s-kt=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}s=0\\ k=3\\ t=-1\end{cases}$.

Vậy $M(0;1;1);N(0;1;-1)$.

$a+b+c+d+e+f=0+1+1+0+1-1=2.$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=t\end{cases}$ và $(d_2):\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$. Đường thẳng Δ cắt cả hai đường thẳng d_1,d_2 và song song với đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-7}{4}=\dfrac{z-3}{-2}$ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $M(1;1;-4)$. **B.** $N(0;-5;6)$. **C.** $P(0;5;-6)$. **D.** $Q(-2;-3;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\begin{cases}A=\Delta\cap d_1\Rightarrow A(a;-1+2a;a)\\B=\Delta\cap d_2\Rightarrow B(b;1-2b;1+3b)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-a+b;-2a-2b+2;-a+3b+1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}//\vec{u}_d\Rightarrow\dfrac{-a+b}{1}=\dfrac{-2a-2b+2}{4}=\dfrac{-a+3b+1}{-2}\Rightarrow\begin{cases}-2a+6b=2\\3a-5b=1\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}\Rightarrow A(2;3;2),B(1;-1;4)$.

$\Rightarrow\Delta$ qua $B(1;-1;4)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;4;-2)$

$\Rightarrow(\Delta):\begin{cases}x=1+t\\y=-1+4t\\z=4-2t\end{cases}$ đi qua điểm $N(0;-5;6)$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $M(1;0;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=-1\end{cases}$, gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên đường thẳng d. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(1;-1;0)$

$H\in d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\Rightarrow H(t;1-t;-1)\\z=-1\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{MH}=(t-1;-t+1;-3)$

Vì H là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng d nên $\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0$

$\Leftrightarrow t-1+t-1=0\Leftrightarrow 2t-2=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(1;0;-1)\Rightarrow T=0$.

DẠNG 4 Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, giữa hai đường thẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-3=0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos\alpha=-\frac{4}{9}$. **B.** $\sin\alpha=\frac{4}{9}$. **C.** $\cos\alpha=\frac{4}{9}$. **D.** $\sin\alpha=-\frac{4}{9}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;2)$, $B(1;1;1)$, $C(2;-1;3)$. Hỏi cosin của góc tạo bởi 2 đường thẳng AB và BC bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 3: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y+5z+8=0$. Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+1=0$ và $(\beta): x-2z-3=0$. Góc φ là góc giữa d và (P), tính φ.

A. $\varphi=45^0$. **B.** $\varphi=30^0$. **C.** $\varphi=90^0$. **D.** $\varphi=60^0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$, $d_2: \frac{x+2}{3}=\frac{y-3}{2}=\frac{z}{1}$. Gọi φ là góc giữa d_1 và d_2, khi đó:

A. $\cos\varphi=\frac{1}{\sqrt{14}}$. **B.** $\cos\varphi=\frac{1}{3\sqrt{14}}$. **C.** $\cos\varphi=\frac{2}{3\sqrt{14}}$. **D.** $\cos\varphi=\frac{-2}{3\sqrt{14}}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-3=0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos\alpha=-\frac{4}{9}$. **B.** $\sin\alpha=\frac{4}{9}$. **C.** $\cos\alpha=\frac{4}{9}$. **D.** $\sin\alpha=-\frac{4}{9}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{2}$. Gọi α là góc giữa d và Oxy. Tính $\sin\alpha$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 7: Cho không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-10=0$ và đường thẳng $(d):\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=0 \end{cases}$ $(\mathrm{t}\in\mathbb{R})$. Gọi φ là góc tạo bởi đường thẳng (d) và mặt phẳng (P). Giá trị $\cos\varphi$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{34}}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z-5=0$. Hãy tính **cosin** góc tạo bởi đường thẳng (d) và mặt phẳng (P).

A. $\frac{1}{\sqrt{6}}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 9: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-3}{1}$. Giá trị **cosin** của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{\sqrt{30}}{18}$. **B.** $\frac{7\sqrt{6}}{18}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{9}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y+z-5=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-2}{1}$. Biết rằng trong mặt phẳng (P) có hai đường thẳng d_1, d_2 cùng đi qua $A(3;-1;0)$ và cùng cách đường thẳng d một khoảng cách bằng 3. Tính $\sin\varphi$ với φ là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $\frac{4}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y+z-5=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-2}{1}$. Biết rằng trong mặt phẳng (P) có hai đường thẳng d_1,d_2 cùng đi qua điểm $A(3;-1;0)$ và cùng cách đường thẳng d một khoảng bằng 3. Tính $\sin\varphi$ với φ là góc giữa hai đường thẳng d_1,d_2.

A. $\frac{4}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-2}, d_2:\frac{x}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+1}{2}$ và điểm $M(3;-2;5)$. Gọi Δ là đường thẳng qua M và cắt cả d_1,d_2. Tính cosin của góc tạo bởi Δ và Oy.

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+ay+bz-1=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{-1}$. Biết rằng (α) // Δ và (α) tạo với các trục Ox, Oz các góc giống nhau. Tìm giá trị của a.

A. $a=-1$ hoặc $a=1$. **B.** $a=2$ hoặc $a=0$.

C. $a=0$. **D.** $a=2$.

Câu 14: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+2=0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$; $d_2: \frac{x-3}{-1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-2}$. Biết rằng có 2 đường thẳng Δ_1, Δ_2 có các đặc điểm: song song với (P); cắt d_1, d_2 và tạo với d_1 góc 60°. Tính cosin góc tạo bởi hai đường thẳng đó.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\sqrt{\frac{2}{3}}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{2}$, điểm $A(3;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2z-3=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (P) một góc φ. Biết khoảng cách giữa Δ và d là 3. Tính giá trị nhỏ nhất của $\cos\varphi$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-3=0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos\alpha=-\frac{4}{9}$. **B.** $\sin\alpha=\frac{4}{9}$. **C.** $\cos\alpha=\frac{4}{9}$. **D.** $\sin\alpha=-\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u}=(1;2;-2)$

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(2;-1;2)$

$$\sin\alpha=\frac{|\vec{u}\cdot\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\frac{|1.2+2.(-1)+(-2).2|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}.\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\frac{4}{9}.$$

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;2)$, $B(1;1;1)$, $C(2;-1;3)$. Hỏi cosin của góc tạo bởi 2 đường thẳng AB và BC bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{BA}=(0;-1;1),\overrightarrow{BC}=(1;-2;2)$. Từ đó suy ra $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=4,\left|\overrightarrow{BA}\right|=\sqrt{2},\left|\overrightarrow{BC}\right|=3$

Khi đó $\cos(AB,BC)=\left|\cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}\right|}{\left|\overrightarrow{BA}\right|.\left|\overrightarrow{BC}\right|}=\frac{4}{3\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 3: Trong không gian hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 3x+4y+5z+8=0$. Đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): x-2y+1=0$ và $(\beta): x-2z-3=0$. Góc φ là góc giữa d và (P), tính φ.

A. $\varphi=45^0$. **B.** $\varphi=30^0$. **C.** $\varphi=90^0$. **D.** $\varphi=60^0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(3;4;5)$.

Khi đó $\vec{u}_d=\left[\overrightarrow{n_\alpha},\overrightarrow{n_B}\right]=(2;1;1)$.

Áp dụng công thức ta có $\sin((P),d)=\frac{\left|\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_d}\right|}{\left|\overrightarrow{n_P}\right|.\left|\overrightarrow{u_d}\right|}=\frac{|3.2+4.1+5.1|}{\sqrt{3^2+4^2+5^2}.\sqrt{2^2+1^2+1^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Khi đó $\varphi=60^0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$, $d_2: \frac{x+2}{3}=\frac{y-3}{2}=\frac{z}{1}$. Gọi φ là góc giữa d_1 và d_2, khi đó:

A. $\cos\varphi=\dfrac{1}{\sqrt{14}}$. **B.** $\cos\varphi=\dfrac{1}{3\sqrt{14}}$. **C.** $\cos\varphi=\dfrac{2}{3\sqrt{14}}$. **D.** $\cos\varphi=\dfrac{-2}{3\sqrt{14}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

Ve tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 là $\overrightarrow{u_1}=(-2;1;2)$

Ve tơ chỉ phương của đường thẳng d_2 là $\overrightarrow{u_2}=(3;2;1)$

$$\cos\varphi=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right)\right|=\frac{|-6+2+2|}{\sqrt{(-2)^2+1^2+2^2}.\sqrt{3^2+2^2+1^2}}=\frac{2}{3\sqrt{14}}.$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-3=0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\cos\alpha=-\dfrac{4}{9}$. **B.** $\sin\alpha=\dfrac{4}{9}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{4}{9}$. **D.** $\sin\alpha=-\dfrac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-2)$ và mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-1;2)$.

$$\sin\left(\Delta,(P)\right)=\left|\cos(\vec{u},\vec{n})\right|=\left|\frac{2-2-4}{3.3}\right|=\frac{4}{9}.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{2}$. Gọi α là góc giữa d và Oxy . Tính $\sin\alpha$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng Oxy có VTPT $\vec{n}=\vec{k}=\ 0;0;1$.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}=\ 1;2;2$.

Vậy $\sin\alpha=\sin\ d,Oxy\ =\left|\cos\ \vec{n},\vec{u}\ \right|=\dfrac{|0.1+0.2+1.2|}{\sqrt{0^2+0^2+1^2}.\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{2}{3}$.

Câu 7: Cho không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z-10=0$ và đường thẳng $(d):\begin{cases}x=2+t\\y=3-t\\z=0\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Gọi φ là góc tạo bởi đường thẳng (d) và mặt phẳng (P). Giá trị $\cos\varphi$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{34}}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng (d) có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(1;-1;0)$.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;2;-2)$.

Khi đó góc giữa đường thẳng (d) và (P) có:

$$\sin\left((d);(P)\right)=\frac{\left|\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_{(P)}}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(P)}}\right|}=\frac{|1-2|}{\sqrt{2}.\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{2}}{6}\Rightarrow\sin\varphi=\frac{\sqrt{2}}{6}.$$

Ta có: $\sin^2\varphi+\cos^2\varphi=1\Leftrightarrow\left(\frac{\sqrt{2}}{6}\right)^2+\cos^2\varphi=1\Rightarrow\cos\varphi=\frac{\sqrt{34}}{6}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x-y-z-5=0$. Hãy tính **cosin** góc tạo bởi đường thẳng (d) và mặt phẳng (P).

A. $\frac{1}{\sqrt{6}}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1;2)$.

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;-1)$.

Gọi α là góc tạo bởi đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) ($0°\le\alpha\le 90°$), ta có:

$$\sin\alpha=\frac{\left|\vec{u}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{|4+1-2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}.\sqrt{2^2+(-1)^2+(-1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{6}}.$$

Khi đó $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\sqrt{1-\frac{1}{6}}=\frac{\sqrt{30}}{6}$.

Câu 9: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+z=0$ và đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-3}{1}$. Giá trị **cosin** của góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{\sqrt{30}}{18}$. **B.** $\frac{7\sqrt{6}}{18}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{9}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

GV phản biện:Trịnh Quang Thiện – Ha Dang

Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}(1;2;1)$; đường thẳng d có vtcp $\vec{u}=(2;2;1)$.

Ta có: $\sin\left(d,(P)\right)=\frac{\left|\vec{n}.\vec{u}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{u}\right|}=\frac{|1.2+2.2+1.1|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}.\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=\frac{7\sqrt{6}}{18}$.

Lại có: $\cos^2\left(d,(P)\right)+\sin^2\left(d,(P)\right)=1$.

$\Rightarrow \cos(d,(P)) = \sqrt{1-\sin^2(d,(P))}$ (vì $(d,(P))$ là góc nhọn)

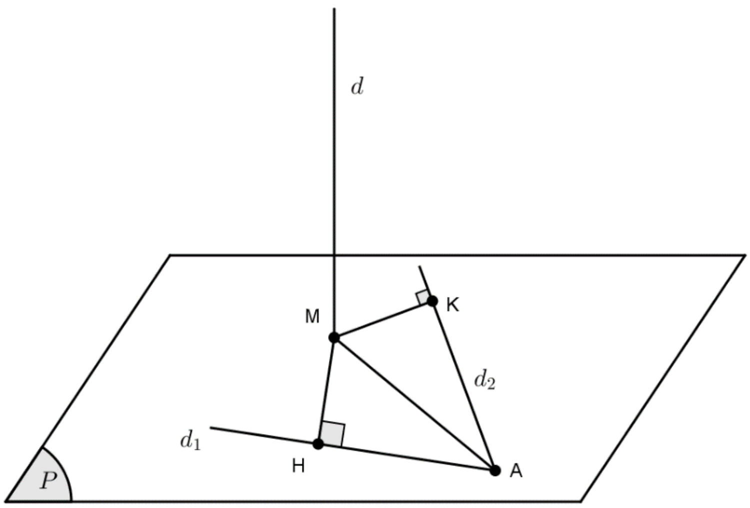
$= \sqrt{1-\left(\frac{7\sqrt{6}}{18}\right)^2} = \frac{\sqrt{30}}{18}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y+z-5=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1}$. Biết rằng trong mặt phẳng (P) có hai đường thẳng d_1, d_2 cùng đi qua $A(3;-1;0)$ và cùng cách đường thẳng d một khoảng cách bằng 3. Tính $\sin\varphi$ với φ là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $\frac{4}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $d \perp (P) \Rightarrow d \perp d_1$, $d \perp d_2$.

Gọi M là giao điểm của d và (P)

$M \in d \Rightarrow M(3+2t;3+t;2+t)$.

$M \in (P) \Rightarrow 2(3+2t)+3+t+2+t-5=0 \Rightarrow t=-1$.

Do đó $M(1;2;1)$. Suy ra $\overrightarrow{MA} = (2;-3;-1)$, $MA = \sqrt{14}$.

Trong (P), vẽ $MH \perp d_1$, $MK \perp d_2$, khi đó $MH = MK = 3$. Từ đó suy ra $AH = AK = \sqrt{5}$.

Tam giác MHA vuông tại H, ta có: $\sin MAH = \frac{MH}{MA} = \frac{3}{\sqrt{14}}$, $\cos MAH = \frac{AH}{MA} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}}$.

Vì $MAH = MAK$ nên $\sin HAK = \sin(2MAH) = 2\sin MAH \cos MAH = 2.\frac{3}{\sqrt{14}}.\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}} = \frac{3\sqrt{5}}{7}$.

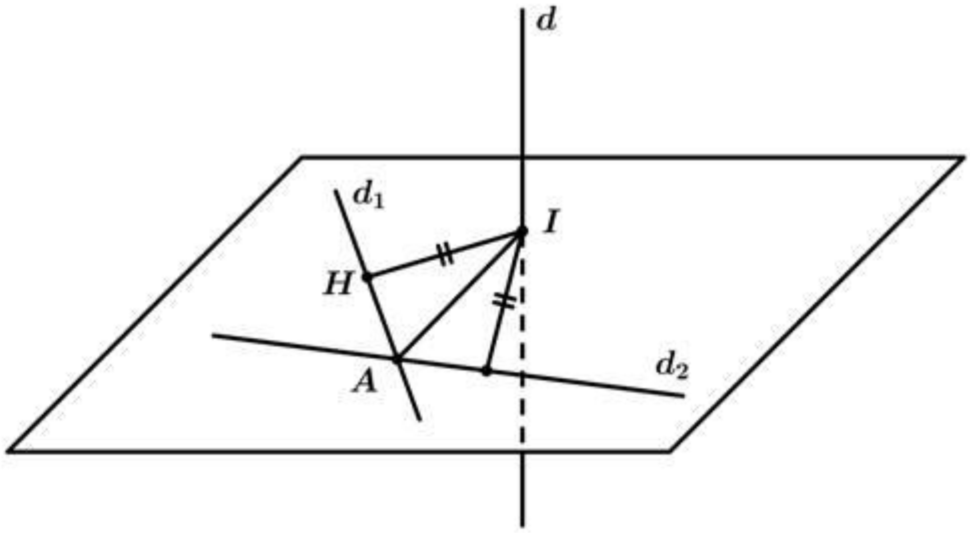
Vì $\varphi = HAK$ hoặc $\varphi = 180° - HAK$ nên $\sin\varphi = \sin HAK = \frac{3\sqrt{5}}{7}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + z - 5 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1}$. Biết rằng trong mặt phẳng (P) có hai đường thẳng d_1, d_2 cùng đi qua điểm $A(3;-1;0)$ và cùng cách đường thẳng d một khoảng bằng 3. Tính $\sin\varphi$ với φ là góc giữa hai đường thẳng d_1, d_2.

A. $\frac{4}{7}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{5}}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn B



Theo bài ra ta có: $(P) \perp d$. Và $(P) \cap \mathrm{d} = \mathrm{I}(1;2;1) \Rightarrow AI = \sqrt{14}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên đường thẳng d_1 ta có $HI = 3$.

Trong tam giác vuông HAI ta có $\sin\hat{A} = \frac{HI}{AI} = \frac{3}{\sqrt{14}} \Rightarrow \hat{A} \simeq 58^0 \Rightarrow 2\hat{A} > 90^0$

$\Rightarrow \varphi = 180^0 - 2\hat{A} \Rightarrow \sin\varphi = \sin 2\hat{A}$.

Do $0 < \hat{A} < 90^0 \Rightarrow \cos\hat{A} = \sqrt{1-\sin^2\hat{A}} = \sqrt{1-\frac{9}{14}} = \sqrt{\frac{5}{14}}$.

Vậy ta có $\sin\varphi = \sin 2\hat{A} = 2\sin\hat{A}\cos\hat{A} = 2.\frac{3}{\sqrt{14}}.\sqrt{\frac{5}{14}} = \frac{3\sqrt{5}}{7}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}, d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{2}$ và điểm $M(3;-2;5)$. Gọi Δ là đường thẳng qua M và cắt cả d_1, d_2. Tính cosin của góc tạo bởi Δ và Oy.

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi (P) là mặt phẳng chứa M và d_1.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa M và d_2.

Khi đó $\Delta = (P)\cap(Q) \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right]$.

Ta thấy (P) có hai VTCP là VTCP $\overrightarrow{u_1} = (2;1;-2)$ của d_1 và $\overrightarrow{MN}$ với N là điểm thuộc d_1.

Lấy $N(3;3;-1) \in d_1$, vậy một VTPT của (P) là $\left[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{u_1}\right]$ với $\overrightarrow{u_1} = (2;1;-2)$, $\overrightarrow{MN} = (0;5;-6)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{u_1}\right] = (-4;-12;-10)$. Chọn VTPT của (P) là $\overrightarrow{n_P} = (2;6;5)$.

Ta thấy (Q) có hai VTCP là VTCP $\overrightarrow{u_2} = (1;1;2)$ của d_2 và $\overrightarrow{MK}$ với K là điểm thuộc d_2.

Lấy $K(0;4;-1) \in d_2$, vậy một VTPT của (Q) là $\left[\overrightarrow{MK}, \overrightarrow{u_2}\right]$ với $\overrightarrow{u_2} = (1;1;2)$, $\overrightarrow{MK} = (-3;6;-6)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{MK}, \overrightarrow{u_2}\right] = (18;0;-9)$. Chọn VTPT của (Q) là $\overrightarrow{n_Q} = (2;0;-1)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{n_Q}\right] = (-6;12;-12)$, chọn $\overrightarrow{u_\Delta} = (1;-2;2)$. Mà một VTCP của Oy là $\vec{k} = (0;1;0)$ nên:

$$\cos(\Delta;Oy) = \frac{\left|\overrightarrow{u_\Delta}.\vec{k}\right|}{\left|\overrightarrow{u_\Delta}\right|.\left|\vec{k}\right|} = \frac{2}{3}.$$

Câu 13: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + ay + bz - 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Biết rằng $(\alpha) \mathbin{//} \Delta$ và (α) tạo với các trục $Ox,\ Oz$ các góc giống nhau. Tìm giá trị của a.

A. $a = -1$ hoặc $a = 1$. **B.** $a = 2$ hoặc $a = 0$.

C. $a = 0$. **D.** $a = 2$.

Lời giải

Chọn D

Chọn $A(0;0;1) \in \Delta$.

Ta có $\begin{cases} \vec{u}_\Delta = (1;-1;-1) \\ \vec{n}_{(\alpha)} = (1;a;b) \end{cases}$ mà $(\alpha) \mathbin{//} \Delta \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{n}_{(\alpha)}.\vec{u}_\Delta = 0 \\ A \notin (\alpha) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a - b = 0 \\ b \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ b \neq 1 \end{cases} \quad (*)$.

Mặt khác (α) tạo với các trục $Ox,\ Oz$ các góc bằng nhau, suy ra $\sin\left(\vec{n}_{(\alpha)};\vec{i}\right) = \sin\left(\vec{n}_{(\alpha)};\vec{k}\right)$ với $\begin{cases} \vec{i} = (1;0;0) \\ \vec{k} = (0;0;1) \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{\left|\vec{n}_{(\alpha)}.\vec{i}\right|}{\left|\vec{n}_{(\alpha)}\right|\left|\vec{i}\right|} = \frac{\left|\vec{n}_{(\alpha)}.\vec{k}\right|}{\left|\vec{n}_{(\alpha)}\right|\left|\vec{k}\right|} \Leftrightarrow \frac{1}{1} = \frac{|b|}{1} \Leftrightarrow b = \pm 1 \text{, thế vào } (*) \text{, ta được } \left[\begin{array}{l} a = 2 \\ a = 0 \end{array}\right..$$

Khi $a = 2$ thì $b = -1$ (thỏa mãn), khi $a = 0$ thì $b = 1$ (không thỏa mãn)

Vậy $a = 2$.

Câu 14: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$; $d_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$. Biết rằng có 2 đường thẳng $\Delta_1,\ \Delta_2$ có các đặc điểm: song song với (P); cắt d_1, d_2 và tạo với d_1 góc 60°. Tính cosin góc tạo bởi hai đường thẳng đó.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $\sqrt{\frac{2}{3}}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm, $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-1)$ là VTPT của mặt phẳng (P).

Gọi $M(1+t;t;2+2t)$ là giao điểm của Δ và d_1; $M'(3-t';1+t';1-2t')$ là giao điểm của Δ và d_2

Ta có: $\overrightarrow{MM'}(2-t'-t;1+t'-t;-1-2t'-2t)$

$$MM'//(P)\Leftrightarrow\begin{cases}M\notin(P)\\ \overrightarrow{MM'}.\vec{n}_{(P)}=0\end{cases}\Leftrightarrow t'=-2\Rightarrow\overrightarrow{MM'}(4-t;-1-t;3-2t)$$

Ta có : $\cos60^0=\left|\cos(\overrightarrow{MM'},\overrightarrow{u_{d_1}})\right|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{7}{3}\\ t=\frac{2}{3}\end{array}\right.$

$t=\frac{7}{3}\Rightarrow\overrightarrow{MM'}(\frac{5}{3};-\frac{10}{3};-\frac{5}{3})\Rightarrow\overrightarrow{u_{\Delta_1}}(1;-2;-1)$

$t=\frac{2}{3}\Rightarrow\overrightarrow{MM'}(\frac{10}{3};-\frac{5}{3};\frac{5}{3})\Rightarrow\overrightarrow{u_{\Delta_2}}(2;-1;1)$

Khi đó, $\cos(\Delta_1,\Delta_2)=\frac{1}{2}$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\frac{x}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{2}$, điểm $A(3;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2z-3=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và tạo với mặt phẳng (P) một góc φ. Biết khoảng cách giữa Δ và d là 3. Tính giá trị nhỏ nhất của $\cos\varphi$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{5}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}=(1;2;2)$

Đường thẳng d đi qua $O(0;0;0)$ và có vtcp $\vec{u}=(3;2;2)$

Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(3;-1;-1)$ và có vtcp $\vec{u'}=(a;b;c)$

Ta có $\sin\varphi=\frac{\left|\vec{u'}.\vec{n}\right|}{\left|\vec{u'}\right|.\left|\vec{n}\right|}=\frac{|a+2b+2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

Lại có $d(d,\Delta)=\frac{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right].OA\right|}{\left|\left[\vec{u},\vec{u'}\right]\right|}$

$\left[\vec{u},\vec{u'}\right]=(2c-2b;2a-3c;3b-2a)$

$d\left(d,\Delta\right)=3\Leftrightarrow\dfrac{\left|3\left(2c-2b\right)+3c-2a+2a-3b\right|}{\sqrt{\left(2c-2b\right)^2+\left(2a-3c\right)^2+\left(3b-2a\right)^2}}=3$

$\Leftrightarrow\dfrac{\left|9\left(c-b\right)\right|}{\sqrt{8a^2+13b^2+13c^2-12ab-12ac-8bc}}=3$

$\Leftrightarrow 81\left(c-b\right)^2=9\left(8a^2+13b^2+13c^2-12ab-12ac-8bc\right)$

$\Leftrightarrow 9\left(c-b\right)^2=8a^2+13b^2+13c^2-12ab-12ac-8bc$

$\Leftrightarrow 9c^2-18bc+9b^2=8a^2+13b^2+13c^2-12ab-12ac-8bc$

$\Leftrightarrow 8a^2+8b^2+8c^2-12ab-12ac+10bc=0$ $\Leftrightarrow 4a^2+2b^2+2c^2-6ab-6ac+5bc=0$

$\Leftrightarrow 4a^2+2\left(b+c\right)^2-6a\left(b+c\right)=-bc$

Khi đó $\sin\varphi=\dfrac{\left|a+2\left(b+c\right)\right|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{\left|a+2\left(b+c\right)\right|}{3\sqrt{a^2+\left(b+c\right)^2-2bc}}$

$=\dfrac{\left|a+2\left(b+c\right)\right|}{3\sqrt{a^2+\left(b+c\right)^2+8a^2+4\left(b+c\right)^2-12a\left(b+c\right)}}=\dfrac{\left|a+2\left(b+c\right)\right|}{3\sqrt{9a^2+5\left(b+c\right)^2-12a\left(b+c\right)}}$

Đặt $b+c=t$ ta có $\sin\varphi=\dfrac{\left|a+2t\right|}{3\sqrt{9a^2+-12at+5t^2}}\Leftrightarrow 9\sin^2\varphi=\dfrac{a^2+4at+4t^2}{9a^2+-12at+5t^2}=P$

$\Leftrightarrow 9\left(P-1\right)a^2-4\left(3P+1\right)at+\left(5P-4\right)t^2=0$ **(*)**

Nếu $a=0\Rightarrow t=0$ **(loại)**

Phương trình **(*)** có nghiệm $\Leftrightarrow 4\left(3P+1\right)^2-9\left(P-1\right)\left(5P-4\right)\ge 0$

$\Leftrightarrow 9P^2-65P\le 0\Leftrightarrow 0\le P\le\dfrac{65}{9}\Leftrightarrow\sin^2\varphi\le\dfrac{65}{81}\Rightarrow\sin\varphi\le\dfrac{\sqrt{65}}{9}\Rightarrow\cos\varphi\ge\dfrac{4}{9}\Rightarrow Min\left(\cos\varphi\right)=\dfrac{4}{9}$

DẠNG 5 Khoảng cách từ điểm đến đường thẳng, giữa hai đường thẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;-2;4\right)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng:

A. 1. **B.** $\sqrt{21}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A\left(-1;2;0\right)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{17}}{9}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{17}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{17}}{9}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{17}}{3}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $I(2;3;-4)$. Khoảng cách từ I đến trục Ox bằng

A. 2. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;-2;4\right)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng:

A. 1. **B.** $\sqrt{21}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng này bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{17}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{17}}{16}$. **C.** 16. **D.** $\dfrac{16}{\sqrt{17}}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A\left(-1;\ 2;\ 0\right)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng:

A. $\dfrac{2\sqrt{17}}{9}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{17}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{17}}{9}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{17}}{3}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A\left(2;1;1\right)$, $B\left(1;2;1\right)$, $C\left(1;1;2\right)$. Độ dài đường cao kẻ từ A của tam giác ABC bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$ và $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng này bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{17}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{17}}{16}$. **C.** 16. **D.** $\dfrac{16}{\sqrt{17}}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng là $d_1 : \frac{x-1}{a} = \frac{y+2}{b} = \frac{z-b}{2}$ và $d_2 : \frac{x-a}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$, với a và b là tham số thự **C.** Biết rằng hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $\frac{\sqrt{1218}}{6}$. **B.** $\frac{17}{6}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{20}}{3}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(4;6;4\right)$ và hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z}{3}$, $d_2 : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+4}{3}$. Đường thẳng đi qua M đồng thời cắt cả 2 đường thẳng d_1 và d_2 tại A và B, độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{43}$. **B.** $\sqrt{43}$. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;0;3\right)$ và $B\left(1;4;4\right)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M\left(4;2;1\right)$ sao cho tổng khoảng cách từ hai điểm A và B đến đường thẳng Δ là lớn nhất. Đường thẳng Δ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = \left(10;a;b\right)$. Khi đó, $2a+b$ bằng

A. -6. **B.** 18. **C.** 8. **D.** 6.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;-2;4\right)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng:

A. 1. **B.** $\sqrt{21}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(1;-2;4\right)$ xuống trục Ox suy ra $H\left(1;0;0\right)$.

Vậy khoảng cách từ M đến trục Ox bằng độ dài $MH=\sqrt{0^2+\left(-2\right)^2+\left(4\right)^2}=2\sqrt{5}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A\left(-1;2;0\right)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{17}}{9}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{17}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{17}}{9}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{17}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\begin{cases} M\left(1;2;3\right)\in\Delta \\ \vec{u}=\left(2;-2;1\right)\end{cases}$

$\overrightarrow{AM}=\left(2;0;3\right)$

$\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]=\left(6;4;-4\right)$

$\Rightarrow d\left(A,\Delta\right)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{6^2+4^2+\left(-4\right)^2}}{\sqrt{2^2+\left(-2\right)^2+1}}=\dfrac{2\sqrt{17}}{3}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $I(2;3;-4)$. Khoảng cách từ I đến trục Ox bằng

A. 2. **B.** 5. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của $I\left(2;3;-4\right)$ lên trục Ox.

Suy ra điểm H có tọa độ là $H\left(2;0;0\right)$.

Khi đó: $d\left(I,Ox\right)=IH=\sqrt{(2-2)^2+(0-3)^2+(0+4)^2}=5$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;-2;4\right)$. Khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng:

A. 1. **B.** $\sqrt{21}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $d_{(M,Ox)}=\sqrt{\left(-2\right)^2+4^2}=2\sqrt{5}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng này bằng:

A. $\frac{\sqrt{17}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{17}}{16}$. **C.** 16. **D.** $\frac{16}{\sqrt{17}}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $M_1(0;1;-1)$ và có vecto chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}(2;1;-2)$;

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $M_2(1;2;3)$ và có vecto chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}(1;2;-2)$;

Ta có: $\overrightarrow{M_1M_2} = (1;1;4)$;

Vậy, khoảng cách giữa hai đường thẳng đã cho là:

$$d(d_1;d_2) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_1}\right].\overrightarrow{M_1M_2}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_1}\right]\right|} = \frac{16}{\sqrt{17}}.$$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và điểm $A(-1;\, 2;\, 0)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng:

A. $\frac{2\sqrt{17}}{9}$. **B.** $\frac{2\sqrt{17}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{17}}{9}$. **D.** $\frac{\sqrt{17}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ, ta có $H(1+2t;\, 2-2t;\, 3+t)$, $t \in \mathbb{R}$.

$\overrightarrow{AH} = (2+2t;\, -2t;\, 3+t)$

Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (2;\, -2;\, 1)$.

$\overrightarrow{AH}.\vec{u} = 0 \Leftrightarrow 4+4t+4t+3+t = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{7}{9}$.

$\overrightarrow{AH} = \left(\frac{4}{9};\, \frac{14}{9};\, \frac{20}{9}\right) \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{16}{81}+\frac{196}{81}+\frac{400}{81}} = \frac{2\sqrt{17}}{3}$.

Vậy $d(A;\, \Delta) = \frac{2\sqrt{17}}{3}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;1;1)$, $B(1;2;1)$, $C(1;1;2)$. Độ dài đường cao kẻ từ A của tam giác ABC bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1;1;0)$, $\overrightarrow{AC} = (-1;0;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] = (1;1;1) \Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right| = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$

Diện tích của tam giác ABC bằng: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{\sqrt{3}}{2}$

Độ dài cạnh BC là: $BC=\sqrt{(1-1)^2+(1-2)^2+(2-1)^2}=\sqrt{2}$

Mặt khác ta có: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.d\left(A,BC\right).BC\Rightarrow d\left(A,BC\right)=\frac{2S_{\Delta ABC}}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{-2}$ và $d_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{-2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng này bằng:

A. $\frac{\sqrt{17}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{17}}{16}$. **C.** 16. **D.** $\frac{16}{\sqrt{17}}$.

Lời giải

Chọn D

- Đường thẳng d_1 đi qua $A\left(0;1;-1\right)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=\left(2;1;-2\right)$.
- Đường thẳng d_2 đi qua $B\left(1;2;3\right)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=\left(1;2;-2\right)$.
- Ta có: $\overrightarrow{AB}=\left(1;1;4\right)$; $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=\left(2;2;3\right)$; $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\overrightarrow{AB}=2.1+2.1+3.4=16$
- Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng này là: $d=\frac{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\overrightarrow{AB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}=\frac{16}{\sqrt{2^2+2^2+3^2}}=\frac{16}{\sqrt{17}}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng là $d_1:\frac{x-1}{a}=\frac{y+2}{b}=\frac{z-b}{2}$ và $d_2:\frac{x-a}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-1}$, với a và b là tham số thự **C.** Biết rằng hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $\frac{\sqrt{1218}}{6}$. **B.** $\frac{17}{6}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{20}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $A\left(1;-2;b\right)$ và có VTCP $\vec{u}=\left(a;b;2\right)$.

Đường thẳng d_2 đi qua điểm $B\left(a;1;0\right)$ và có VTCP $\vec{v}=\left(1;2;-1\right)$.

Vì d_1 song song với d_2 nên $\vec{u}$ và $\vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow\frac{a}{1}=\frac{b}{2}=\frac{2}{-1}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=-4\end{cases}$.

Khi đó: $A\left(1;-2;-4\right)$ và $B\left(-2;1;0\right)$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB}=\left(-3;3;4\right)$ và $\left[\overrightarrow{AB};\vec{v}\right]=\left(-11;1;-9\right)$.

Ta có: $d\left(d_1;d_2\right)=d\left(A;d_2\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AB};\vec{v}\right]\right|}{\left|\vec{v}\right|}=\frac{\sqrt{203}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{1218}}{6}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4;6;4)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z}{3}$, $d_2: \frac{x}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+4}{3}$. Đường thẳng đi qua M đồng thời cắt cả 2 đường thẳng d_1 và d_2 tại A và B, độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{43}$. **B.** $\sqrt{43}$. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

Do $A \in d_1 \Rightarrow A(1+2a;-3+4a;3a)$ và $B \in d_2 \Rightarrow B(b;2+b;-4+3b)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}=(2a-3;4a-9;3a-4);\overrightarrow{MB}=(b-4;b-4;3b-8)$.

Do điểm M, A, B thẳng hàng nên $\exists k \neq 0$ sao cho $\overrightarrow{MA}=k.\overrightarrow{MB}$

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} 2a-3=k.(b-4) & (1) \\ 4a-9=k.(b-4) & (2) \\ 3a-4=k.(3b-8) & (3) \end{cases}$

Từ $(1),(2) \Rightarrow 2a-3=4a-9 \Leftrightarrow a=3$. Thay vào $(2),(3)$ ta có hệ PT $\begin{cases} k(b-4)=3 \\ k(3b-8)=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ k=-1 \end{cases}$.

Từ đó suy ra $A(7;9;9);B(1;3;-1) \Rightarrow AB=2\sqrt{43}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;3)$ và $B(1;4;4)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(4;2;1)$ sao cho tổng khoảng cách từ hai điểm A và B đến đường thẳng Δ là lớn nhất. Đường thẳng Δ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u}=(10;a;b)$. Khi đó, $2a+b$ bằng

A. -6. **B.** 18. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AM}=(3;2;-2)$, $\overrightarrow{BM}=(3;-2;-3)$, $\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BM}\right]=(-10;3;-12)$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A và B trên đường thẳng Δ

Ta có $d(A,\Delta)=AH \leq AM$ dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $AM \perp \Delta$

$d(B,\Delta)=BK \leq BM$ dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $BM \perp \Delta$

Vậy $d(A;\Delta)+d(B;\Delta)=AH+BK \leq AM+BM$

Dấu "$=$" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} AM \perp \Delta \\ BM \perp \Delta \end{cases}$

Do đó đường thẳng Δ có một vec tơ chỉ phương là $\left[\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BM}\right]=(-10;3;-12)$

$\Rightarrow \vec{u}=(10;-3;12)$. Vậy $2a+b=6$.

DẠNG 6 Vị trí tương đối giữa hai ĐT, giữa đường thẳng và mặt phẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P):ax+by-z-10=0$. Biết rằng d nằm trong (P), giá trị của $a+b$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 2: Trong không gian, cho các điểm $A(-1;3;1)$, $B(1;1;1)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm M. Độ dài của OM bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=3+t\\z=-1+t\end{cases}$ và mặt phẳng (α): $x-y+z-2=0$. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 16. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 15.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:\frac{x-2}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$ song song với mặt phẳng $(P):2x+(1-2m)y+m^2z+1=0$

A. $m\in\{-1;3\}$. **B.** $m=3$.

C. $m=-1$. **D.** Không có giá trị nào của m.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{-2}$. Hỏi d song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x+y+2z-2=0$.. **B.** $2x+2y+3z-5=0$.. **C.** $4x-y+z+2=0$.. **D.** $5x-y+2z+1=0$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+2z-6=0$ và điểm $A(2;0;-1)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua (P) là

A. $(3;1;1)$. **B.** $(4;2;3)$. **C.** $(0;-1;2)$. **D.** $(3;0;-1)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+y-2z-1=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{m}=\frac{y-2}{n}=\frac{z-2}{m+1}$ với m và n là hai tham số thự. **C.** Khi đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì giá trị của biểu thức $T=m+2n$ bằng:

A. 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** -5.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Xét mặt phẳng $(\alpha):x+my+(m^2-1)z-7=0$ với m làm tham số thực. Tìm m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α).

A. $m=1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-1 \end{array}\right.$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=2$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{-2}$ và mặt phẳng $(P):\ 2x+y+2z-2021=0$ bằng

A. $\dfrac{2012}{3}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{2030}{3}$. **D.** $\dfrac{2021}{3}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(P): x+y-z=0$. **B.** $(\beta): x+z=0$.

C. $(Q): x+y+2z=0$. **D.** $(\alpha): x-y+1=0$.

Câu 11: Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-2z-5=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{6}$. Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của mặt phẳng (α) và đường thẳng d, khi đó $a+b+c$ là

A. 0. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-2021=0$ bằng

A. $\dfrac{2012}{3}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{2030}{3}$. **D.** $\dfrac{2021}{3}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2-2t \\ y=4 \\ z=-3+6t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3t \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d_1, d_2 chéo nhau. **B.** $d_1 \equiv d_2$. **C.** $d_1 \perp d_2$. **D.** $d_1 \notin d_2$.

Câu 14: Đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+3}{-1}$ vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?

A. $d_1: \begin{cases} x=2-3t \\ y=-2t \\ z=1+5t \end{cases}$. **B.** $d_2: \begin{cases} x=2 \\ y=3-3t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $d_3: \begin{cases} x=2+3t \\ y=3-t \\ z=5t \end{cases}$. **D.** $d_4: \begin{cases} x=1-3t \\ y=2-t \\ z=5-5t \end{cases}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$, $d_2: \dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau. **B.** Trùng nhau. **C.** Song song. **D.** Cắt nhau.

Câu 16: Cho hai đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=1-2t \\ z=2+2t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-4t \\ z=4+4t \end{cases}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d và d' trùng nhau. **B.** d và d' song song.
C. d và d' chéo nhau. **D.** d và d' cắt nhau.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{2}$. Hỏi đường thẳng d vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?

A. $\frac{x}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{-1}$. **B.** $\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$. **C.** $\frac{x-3}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{-1}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-7}{1}$ và $d':\frac{x-6}{3}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+1}{-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d vuông góc với d'. **B.** d và d' cắt nhau.
C. d và d' chéo nhau. **D.** d song song với d'.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):9x+3y-10z+26=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $d//(P)$. **B.** $d\subset(P)$.
C. $d\perp(P)$. **D.** d chỉ cắt (P) nhưng không vuông góc.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-3}{3}$, và $d_2:\begin{cases}x=2t\\y=1+4t\\z=2+6t\end{cases}$.

A. d_1, d_2 song song. **B.** d_1, d_2 chéo nhau.
C. d_1, d_2 cắt nhau. **D.** d_1, d_2 trùng nhau.

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-t\\z=-1+4t\end{cases}$ và $\Delta_2:\frac{x-4}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?.

A. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau. **B.** Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.
C. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2. **D.** Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua M 1;1;1, cắt đường thẳng $d_1:\frac{x+2}{3}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-2}$ và vuông góc với đường thẳng $d_2:\begin{cases}x=-2+2t\\y=-5t\\z=2+t\end{cases}$.

A. $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$. **B.** $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-2}$.
C. $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-5}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $d:\frac{x-1}{9}=\frac{y-1}{7}=\frac{z-1}{17}$.

Câu 23: Cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=-2 \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$, $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$ và $(P):x+y-z+2=0.$

Gọi d' và Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Biểu thức $a+b.c$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$; $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$; $d_3:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Có bao nhiêu đường thẳng cắt cả 3 đường thẳng đã cho?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số

Câu 25: Cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=-2 \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}$ $,\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+2=0$. Gọi d',Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Biểu thức $a+b+c$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{4}$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+4=0$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S). Gọi M,N lần lượt là các tiếp điểm, $H(a;b;c)$ là trung điểm của MN. Khi đó tích abc bằng

A. $\dfrac{8}{27}$. **B.** $\dfrac{16}{27}$. **C.** $\dfrac{32}{27}$. **D.** $\dfrac{64}{27}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z+4=0$. Đường thẳng Δ qua A cắt d và (P) lần lượt tại M, N sao cho $\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{AM}$.

A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=-2 \\ z=3+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=-2+2t \\ z=3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=-2+2t \\ z=3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=-2 \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z+1=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-4}{1}$.. **D.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có tọa độ các điểm là $A(2;0;1), B(3;2;3), D(-2;3;1)$. Biết hình chóp $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu (S') và $CB=CD$. Đường thẳng AC cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm $E(a;b;0)$. Giá trị của $a+3b$ bằng

A. -1. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{1}$ và hai điểm $A(2;-6;-1)$, $B(-2;-4;3)$. Gọi d là đường thẳng song song và cách Δ một khoảng bằng $\sqrt{5}$, gần đường thẳng AB nhất. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm nào dưới đây?

A. $(2;1;0)$. **B.** $\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{14}{3};0\right)$. **C.** $(3;2;0)$. **D.** $(0;0;0)$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(P): ax+by-z-10=0$. Biết rằng d nằm trong (P), giá trị của $a+b$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Chọn điểm $A(1;3;-1)\in d$ và điểm $B(2;2;0)\in d$

Mà đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) suy ra $A(1;3;-1);B(2;2;0)\in(P)$

Thay tọa độ của hai điểm $A;B$ vào phương trình mặt phẳng (P), ta có:

$\begin{cases}a+3b-11=0\\2a+2b-10=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=3\end{cases}.$

Vậy $a+b=2+3=5$..

Câu 2: Trong không gian, cho các điểm $A(-1;3;1)$, $B(1;1;1)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm M. Độ dài của OM bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M=AB\cap(Oyz)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;0)\Rightarrow$ phương trình đường thẳng $AB:\begin{cases}x=-1+2t\\y=3-2t\\z=1\end{cases}\Rightarrow M(-1+2t;3-2t;1)$.

Khi đó $M\in(Oyz)\Rightarrow -1+2t=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}\Rightarrow M(0;2;1)\Rightarrow\overrightarrow{OM}=(0;2;1)$.

Vậy $OM=\sqrt{5}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, gọi $I(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=3+t\\z=-1+t\end{cases}$ và mặt phẳng (α): $x-y+z-2=0$. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 16. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ giao điểm I của đường thẳng d và mặt phẳng (α) thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases}x=2+t\\y=3+t\\z=-1+t\\x-y+z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=4\\x=6\\y=7\\z=3\end{cases}$$

$\Rightarrow I(6;7;3)\Rightarrow a=6;\ b=7;\ c=3$.

Vậy $a+b+c=16$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ song song với mặt phẳng $(P):2x+(1-2m)y+m^2z+1=0$

A. $m\in\{-1;3\}$. **B.** $m=3$.

C. $m=-1$. **D.** Không có giá trị nào của m.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}=(-2;1;1)$, đi qua $M\ \ 2;-2;1$

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(2;1-2m;m^2)$

YCĐB $\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{u}.\vec{n}=0\\ M(2;-2;1)\notin(P)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2.(-2)+(1-2m).1+m^2.1=0\\ 2.2+(1-2m).(-2)+m^2.1+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2m-3=0\\ m^2+4m+3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-1\vee m=3\\ m\neq -1; m\neq -3\end{cases}$

Vậy $m=3$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{-2}$. Hỏi d song song với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $2x+y+2z-2=0.$. **B.** $2x+2y+3z-5=0.$. **C.** $4x-y+z+2=0.$. **D.** $5x-y+2z+1=0$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-2)$ và điểm $M(-1;0;2)\in d$

Xét tích vô hướng của VTCP của đường thẳng và VTPT của mặt phẳng, và thay tọa độ điểm M vào từng phương trình mặt phẳng của các phương án:

Phương án A: $\begin{cases}\vec{u_d}.\vec{n_P}=1.2+2.1+(-2).2=0\\ 2(-1)+0+2.2-2=0\Rightarrow M\in(P)\end{cases}$. Suy ra $d\subset(P)$.

Phương án B: $\begin{cases}\vec{u_d}.\vec{n_P}=1.2+2.2+(-2).3=0\\ 2(-1)+2.0+3.2-5=-1\Rightarrow M\notin(P)\end{cases}$. Suy ra $d//(P)$.

Phương án C: $\begin{cases}\vec{u_d}.\vec{n_P}=1.4+2.(-1)+(-2).1=0\\ 4(-1)-0+2+2=0\Rightarrow M\in(P)\end{cases}$. Suy ra $d\subset(P)$.

Phương án D: $\vec{u_d}.\vec{n_P}=1.5+2.(-1)+(-2).2=-1$. Suy ra d cắt (P).

Cách 2:

Lập phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=-1+t\\ y=2t\\ z=2-2t\end{cases}$.

Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng ở từng đáp án:

Phương án A: Xét phương trình: $2(-1+t)+2t+2(2-2t)-2=0\Leftrightarrow 0t=0\Rightarrow t\in R\Rightarrow d\subset(P)$.

Phương án B: Xét phương trình: $2(-1+t)+2.2t+3(2-2t)-5=0\Leftrightarrow 0t=1\Rightarrow t\in\varnothing\Rightarrow d//(P)$.

Phương án C: Xét phương trình: $4(-1+t)-2t+(2-2t)+2=0\Leftrightarrow 0t=0\Rightarrow t\in R\Rightarrow d\subset(P)$.

Phương án D: Xét phương trình: $5(-1+t)-2t+2(2-2t)+1=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow d$ cắt (P).

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+2z-6=0$ và điểm $A(2;0;-1)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua (P) là

A. $(3;1;1)$. **B.** $(4;2;3)$. **C.** $(0;-1;2)$. **D.** $(3;0;-1)$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $(P) \Rightarrow$ Tọa độ điểm H thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=-1+2t \\ x+y+2z-6=0 \end{cases} \Rightarrow 2+t+t+2(-1+2t)-6=0 \Leftrightarrow t=1$.

Suy ra tọa độ điểm $H=(3;1;1)$.

Điểm A' đối xứng với A qua (P) suy ra H là trung điểm của đoạn thẳng $AA' \Rightarrow A'(4;2;3)$..

Vậy tọa độ của điểm $A'=(4;2;3)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x+y-2z-1=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{m}=\dfrac{y-2}{n}=\dfrac{z-2}{m+1}$ với m và n là hai tham số thự. **C.** Khi đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) thì giá trị của biểu thức $T=m+2n$ bằng:

A. 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** -5.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}= 3;1;-2$.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}= m;n;m+1$.

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) khi và chỉ khi $\vec{u}= m;n;m+1$ cùng phương với $\vec{n}= 3;1;-2$, tức là:

$$\frac{m}{3}=\frac{n}{1}=\frac{m+1}{-2} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-\dfrac{3}{5} \\ n=-\dfrac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow T=-1.$$

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Xét mặt phẳng $(\alpha): x+my+(m^2-1)z-7=0$ với m làm tham số thực. Tìm m sao cho đường thẳng d song song với mặt phẳng (α).

A. $m=1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-1 \end{array}\right.$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đường thẳng d đi qua điểm $M\left(2;1;1\right)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;1;-1\right)$.

Mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(1;m;m^2-1\right)$.

Để đường thẳng d song song với mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ thì

$$\begin{cases} M\left(2;1;1\right)\notin\left(\alpha\right) \\ \vec{u}\perp\vec{n} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+m+m^2-1-7\neq 0 \\ 1.1+1.m-\left(m^2-1\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m-6\neq 0 \\ -m^2+m+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1.$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{-2}$ và mặt phẳng $\left(P\right):\ 2x+y+2z-2021=0$ bằng

A. $\dfrac{2012}{3}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{2030}{3}$. **D.** $\dfrac{2021}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có một vecto chỉ phương $\vec{u}=\left(1;2;-2\right)$ và đi qua điểm $A\left(-2;1;-3\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(2;1;2\right)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{n}.\vec{u}=0 \\ A\notin\left(P\right) \end{cases} \Rightarrow$ d và $\left(P\right)$ song song.

Khi đó $d\left(d;\left(P\right)\right)=d\left(A;\left(P\right)\right)=\dfrac{\left|-4+1-6-2021\right|}{\sqrt{1+4+4}}=\dfrac{2030}{3}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

A. $\left(P\right):x+y-z=0$. **B.** $\left(\beta\right):x+z=0$.

C. $\left(Q\right):x+y+2z=0$. **D.** $\left(\alpha\right):x-y+1=0$.

Lời giải

Chọn C

Δ có 1 VTCP $\vec{u}=\left(1;1;-1\right)$ và đi qua điểm $A\left(0;1;0\right)$.

Mp $\left(Q\right)$ CÓ 1 VTPT $\vec{n}=\left(1;1;2\right)$.

Ta có: $\begin{cases} \vec{n}.\vec{u}=1.1+1.1+\left(-1\right).2=0 \\ A\notin\left(Q\right) \end{cases} \Rightarrow \Delta//\left(Q\right)$.

Câu 11: Trong không gian Oxyz cho mặt phẳng $\left(\alpha\right):4x+3y-2z-5=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{6}$. Gọi $M\left(a;b;c\right)$ là giao điểm của mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ và đường thẳng d, khi đó $a+b+c$ là

A. 0. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Ta có M là giao điểm của mặt phẳng (α) và đường thẳng d nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình.

$$\begin{cases} 4x+3y-2z-5=0 \\ \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1} \\ \dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3y-2z-5=0 \\ x\ -2y\ =-1 \\ 6y-z\ =5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow M(1;1;1).$$

Vậy $a+b+c=3$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{-2}$ và mặt phẳng $(P):2x+y+2z-2021=0$ bằng

A. $\dfrac{2012}{3}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{2030}{3}$. **D.** $\dfrac{2021}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1;-3)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;2;-2)$, mp (P) có VTPT $\vec{n}=(2;1;2)$

Nhận thấy $\vec{n}.\vec{u}=0$ và $M(-2;1;-3)\notin(P)$ nên $d//(P)$

Do đó $d\left(d;(P)\right)=d\left(M;(P)\right)=\dfrac{|2.(-2)+1+2.(-3)-2021|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\dfrac{2030}{3}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=2-2t \\ y=4 \\ z=-3+6t \end{cases}$ và $d_2:\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3t \end{cases}$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. d_1, d_2 chéo nhau. **B.** $d_1\equiv d_2$. **C.** $d_1\perp d_2$. **D.** $d_1 \in d_2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{u_1}=(-2;0;6),\overrightarrow{u_2}=(-1;2;3)$ nên hai véc tơ chỉ phương không cùng phương.

$\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}=2+18=20$ nên hai đường thẳng không vuông góc.

Giải hệ tọa độ giao điểm $\begin{cases} x=2-2t=1-s \\ y=4=2+2s \\ z=-3+6t=3s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=1 \\ s=1 \end{cases} \Rightarrow$ vô lý.

Kết luận 2 đường thẳng chéo nhau.

Câu 14: Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+3}{-1}$ vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?

A. $d_1:\begin{cases} x=2-3t \\ y=-2t \\ z=1+5t \end{cases}$. **B.** $d_2:\begin{cases} x=2 \\ y=3-3t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $d_3:\begin{cases} x=2+3t \\ y=3-t \\ z=5t \end{cases}$. **D.** $d_4:\begin{cases} x=1-3t \\ y=2-t \\ z=5-5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}=(2;-1;-1)$.Các đường thẳng d_1,d_2,d_3,d_4 lần lượt có VTCP là $\overrightarrow{u_1}=(-3;-2;5)$, $\overrightarrow{u_2}=(0;-3;1)$, $\overrightarrow{u_3}=(3;-1;5)$ và $\overrightarrow{u_4}=(-3;-1;-5)$. Vì $\vec{u}.\overrightarrow{u_4}=0$ nên $d\perp d_4$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$, $d_2:\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{2}$. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng đã cho.

A. Chéo nhau. **B.** Trùng nhau. **C.** Song song. **D.** Cắt nhau.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=\ 2;1;-2$ và đi qua $A\ 1;0;-2$.

Đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=\ -2;-1;2$ và đi qua $B\ -2;1;0$.

Ta thấy $\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}$ cùng phương và $A\notin d_2$ nên d_1 và d_2 song song với nhau.

Câu 16: Cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=3+t \\ y=1-2t \\ z=2+2t \end{cases}$ và $d':\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-4t \\ z=4+4t \end{cases}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d và d' trùng nhau. **B.** d và d' song song.

C. d và d' chéo nhau. **D.** d và d' cắt nhau.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{u_d}=(1;-2;2)$ và $\overrightarrow{u_{d'}}=(2;-4;4)$ cùng phương do $\dfrac{1}{2}=\dfrac{-2}{-4}=\dfrac{2}{4}$.

Gọi $A(3;1;2)\in d$ thay vào d' ta được: $\begin{cases} 3=-1+2t \\ 1=2-4t \\ 2=4+4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=2 \\ t=\dfrac{1}{2} \\ t=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$ suy ra $A(3;1;2)\notin d'$.

Vậy d và d' song song.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{2}$. Hỏi đường thẳng d vuông góc với đường thẳng nào dưới đây?

A. $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}$. **C.** $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $3.1-1.1+2.(-1)=0$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-7}{1}$ và $d':\dfrac{x-6}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d vuông góc với d'. **B.** d và d' cắt nhau.
C. d và d' chéo nhau. **D.** d song song với d'.

Lời giải

Chọn B

- Ta có: Véctơ chỉ phương của d là $\vec{u}_d=(2;4;1)$.
- Véctơ chỉ phương của d' là $\vec{u}_{d'}=(3;1;-2)$.

Ta có $A(1;3;7),\ A\in d$. $B(6;-2;-1),\ B\in d'$.

$\overrightarrow{AB}=(6-1;-2-3;-1-7)\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}=(5;-5;-8)$.

$[\vec{u}_d.\vec{u}_{d'}].\overrightarrow{AB}=0$.

Vậy d và d' cắt nhau.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):9x+3y-10z+26=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $d//(P)$. **B.** $d\subset(P)$.
C. $d\perp(P)$. **D.** d chỉ cắt (P) nhưng không vuông góc.

Lời giải

GV phản biện: Thanh Nam – Triết Thiềm - Nguyễn Quang Hoàng

Chọn B

Một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(9;3;-10)$

Đường thẳng. d đi qua điểm $M(-1;1;2)$ và có một vec tơ chỉ phương $\vec{u}=(2;4;3)$

Ta có: $\begin{cases}\vec{n}.\vec{u}=9.2+3.4+(-10).3=0\\ 9.(-1)+3.1-10.2+26=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{n}\perp\vec{u}\\ M\in(P)\end{cases}\Rightarrow d\subset(P)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-3}{3}$, và $d_2:\begin{cases}x=2t\\ y=1+4t\\ z=2+6t\end{cases}$.

A. d_1, d_2 song song. **B.** d_1, d_2 chéo nhau.
C. d_1, d_2 cắt nhau. **D.** d_1, d_2 trùng nhau.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d_1 qua $M_1(1;0;3)$ và có một vec-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(1;2;3)$.

Đường thẳng d_2 qua $M_2(0;1;2)$ và có một vec-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(2;4;6)$.

Vì $\overrightarrow{u_2}=2\overrightarrow{u_1}$ nên 2 vec-tơ $\overrightarrow{u_1}$ và $\overrightarrow{u_2}$ cùng phương.

Lại có $\overrightarrow{M_1M_2}=(-1;1;-1)$ không cùng phương với $\overrightarrow{u_1}$.

Do đó hai đường thẳng d_1 và d_2 song song.

Câu 21: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-t\\z=-1+4t\end{cases}$ và $\Delta_2:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?.

A. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau.
B. Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.
C. Δ_1 cắt và không vuông góc với Δ_2.
D. Δ_1 cắt và vuông góc với Δ_2.

Lời giải

Chọn B

Đườn thẳng Δ_1 đi qua điểm $M_1(-3;1;-1)$ và có vtcp $\vec{u_1}=(2;-1;4)$.

Đườn thẳng Δ_2 đi qua điểm $M_2(4;-2;4)$ và có vtcp $\vec{u_2}=(3;2;-1)$.

Ta có: $\vec{u_1}.\vec{u_2}=6-2-4=0\Rightarrow\Delta_1\perp\Delta_2$.

Mặt khác: $\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]=(-7;14;7)$, $\overrightarrow{M_1M_2}=(7;-3;5)$ $\Rightarrow\left[\vec{u_1},\vec{u_2}\right]\overrightarrow{M_1M_2}=-49-42+35=-56\neq0$, suy ra Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

Vậy Δ_1 và Δ_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua $M\ 1;1;1$, cắt đường thẳng $d_1:\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$ và vuông góc với đường thẳng $d_2:\begin{cases}x=-2+2t\\y=-5t\\z=2+t\end{cases}$.

A. $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.
B. $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-2}$.
C. $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-5}=\dfrac{z-1}{1}$.
D. $d:\dfrac{x-1}{9}=\dfrac{y-1}{7}=\dfrac{z-1}{17}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $A\ -2+3t;t;1-2t\ =d_1\cap d$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=\ 3-3t;1-t;2t$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Xét đường thẳng d_2 có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{d_2}}=\ 2;-5;1$.

Theo đề $d\perp d_2\Leftrightarrow\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{u_{d_2}}=0\Leftrightarrow2\ 3-3t\ -5\ 1-t\ +2t=0\Leftrightarrow t=-1$.

Suy ra $\overrightarrow{AM}=\ 6;2;-2$.

Đường thẳng d qua điểm $M\ 1;1;1$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\ 3;1;-1$ có phương trình

$$\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}.$$

Câu 23: Cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2\\y=t\\z=2+2t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$, $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$ và $(P):x+y-z+2=0.$

Gọi *d’* và Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Biểu thức $a+b.c$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P)\Rightarrow(\alpha):3x-2y+z+4=0.$

Gọi (β) là mặt phẳng chứa Δ và vuông góc với $(P)\Rightarrow(\beta):y+z-5=0.$

Gọi $d_1=(\alpha)\cap(\beta)\Rightarrow d_1:\begin{cases}x=-3+t\\y=t\\z=5-t\end{cases}$

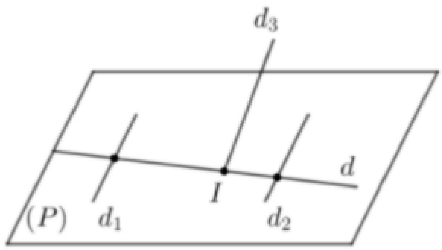
Khi đó $M=d'\cap\Delta'\Rightarrow M=d_1\cap(P)\Rightarrow M(-1;2;3)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$; $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$; $d_3:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Có bao nhiêu đường thẳng cắt cả 3 đường thẳng đã cho?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số

Lời giải

Chọn D



Cách 1: Sử dụng hình học:

Nhận thấy $d_1//d_2\subset(P):x-z-1=0$; $d_3\cap(P)=I(3;0;2)$. Do đó mọi đường thẳng qua d nằm trong (P) qua điểm I và không song song với hai đường thẳng d_1, d_2 đều cắt cả ba đường thẳng đã cho.

Cách 2: Tham số hóa tọa độ giao điểm

Gọi các giao điểm là $A(-a;2a+1;-a-1)\in d_1$; $B(b+2;-2b+3;b+1)\in d_2$; $C(2c+1;c-1;c+1)\in d_3$.

Ta có điều kiện thẳng thàng: $\overrightarrow{AB}=k.\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow(b+a+2;-2b-2a+2;b+a+2)=k(2c+a+1;c-2a-2;c+a+2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b+a+2=k(2c+a+1) \\ -2b-2a+2=k(c-2a-2) \\ b+a+2=k(c+a+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (k-1)a+k+2kc=b+2 \\ 2(k-1)a+2k-kc=2b-2 \\ (k-1)a+2k+kc=b+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (k-1)a=\dfrac{5b-8}{5} \\ k=\dfrac{6}{5} \\ kc=\dfrac{6}{5} \end{cases}$$

Hệ này có vô số nghiệm nên có vô số đường thẳng thỏa mãn.

Câu 25: Cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=-2 \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}$, $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+2=0$. Gọi d',Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Biểu thức $a+b+c$ bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

◆ Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;0;2)$ và có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(0;1;2)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $B(3;1;4)$ và có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;-1;1)$.

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;1;-1)$.

◆ Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và $(Q)\perp(P)$. Khi đó (Q) đi qua $A(-2;0;2)$ và có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(-3;2;-1)\Rightarrow(Q):3x-2y+z+4=0$.

◆ Gọi (R) là mặt phẳng chứa d và $(R)\perp(P)$. Khi đó (R) đi qua $B(3;1;4)$ và có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(R)}}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(0;2;2)\Rightarrow(R):y+z-5=0$.

◆ Vì d',Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P)

$\Rightarrow d'=(P)\cap(Q),\Delta'=(P)\cap(R)$.

Ta có $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ' nên M phải là điểm chung của ba mặt phẳng $(P),(Q),(R)$. Suy ra tọa độ của thỏa mãn hệ $\begin{cases} x+y-z+2=0 \\ y+z-5=0 \\ 3x-2y+z+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$.

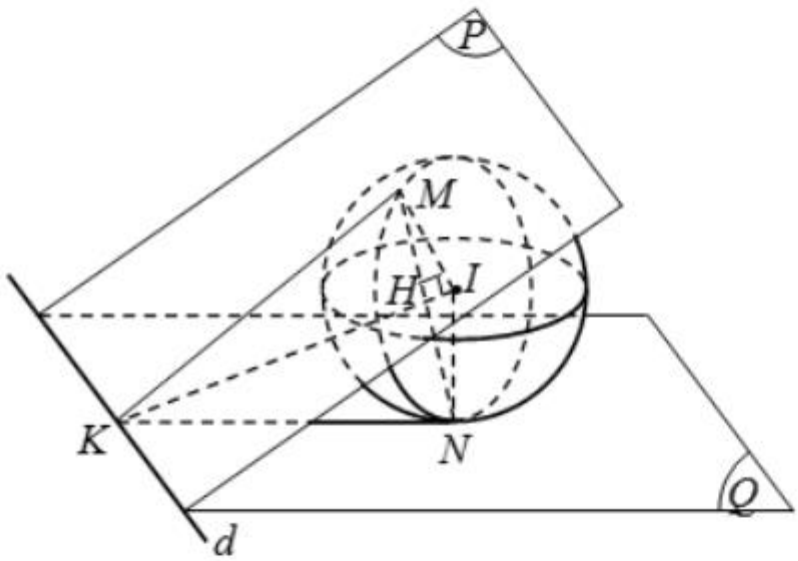
Khi đó ta có $M(-1;2;3)$. Vậy $a+b+c=4$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{4}$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+4=0$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S). Gọi M,N lần lượt là các tiếp điểm, $H(a;b;c)$ là trung điểm của MN. Khi đó tích abc bằng

A. $\dfrac{8}{27}$. **B.** $\dfrac{16}{27}$. **C.** $\dfrac{32}{27}$. **D.** $\dfrac{64}{27}$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+4=0$.

Có tâm $I(1;2;1)$ bán kính $R=\sqrt{2}$.

Gọi $K=d\cap(INM)$.

Khi đó K là hình chiếu vuông góc của I lên d.

Từ đó ta xác định được tọa độ điểm $K(2;0;0)\Rightarrow \overrightarrow{IK}=(1;-2;-1)\Rightarrow IK=\sqrt{6}$.

$\dfrac{IH}{IK}=\dfrac{IH.IK}{IK.IK}=\dfrac{R^2}{IK^2}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow \overrightarrow{IH}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{IK}\Rightarrow H\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Vậy $abc=\dfrac{32}{27}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+z+4=0$. Đường thẳng Δ qua A cắt d và (P) lần lượt tại M, N sao cho $\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{AM}$.

A. $\begin{cases}x=1-3t\\y=-2\\z=3+3t\end{cases}$.   **B.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=-2+2t\\z=3+t\end{cases}$.   **C.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=-2+2t\\z=3-t\end{cases}$.   **D.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=-2\\z=3+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Do $M\in(d)\Rightarrow M(1+3m;-1+m;2-2m)$

Lại có: $\overrightarrow{AM}=(3m;m+1;-2m-1)$

$\overrightarrow{AN}=2\overrightarrow{AM}\Rightarrow N(6m+1;2m;-4m+1)$

Mặt khác: $N\in(P)\Rightarrow(6m+1)+2(2m)+(-4m+1)+4=0 \Leftrightarrow m=-1 \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(-3;0;1)$.

Vậy $(\Delta):\begin{cases}x=1-3t\\y=-2\\z=3+t\end{cases}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z+1=0$. Đường thẳng Δ nằm trong (P), cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-4}{1}$.. **D.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $A=d\cap(P)$

Khi đó tọa độ của A thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases}x=1+t\\y=-t\\z=2+t\\2x-y-2z+1=0\end{cases}$.

$\Rightarrow A(2;-1;3)$.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;1)$

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;-2)$

Khi đó đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left[\vec{u},\vec{\Delta}\right]=(3;4;1)$.

$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng Δ là: $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{4}=\dfrac{z-3}{1}$.

Mà điểm $B(5;3;4)\in\Delta \Rightarrow$ phương trình đường thẳng Δ là: $\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-4}{1}$..

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có tọa độ các điểm là $A(2;0;1), B(3;2;3), D(-2;3;1)$. Biết hình chóp $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu (S') và $CB=CD$. Đường thẳng AC cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm $E(a;b;0)$. Giá trị của $a+3b$ bằng

A. -1. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -5.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng $(ABD):6x+8y-11z-1=0$.

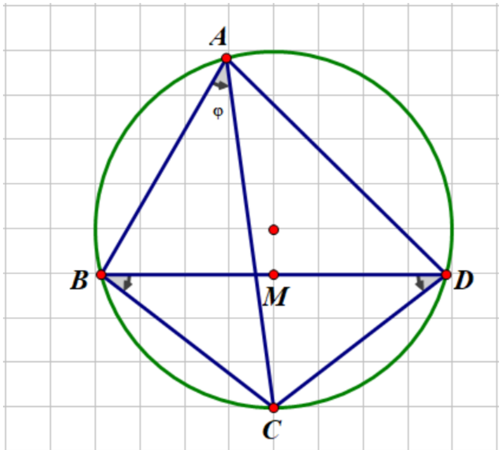
Gọi M là trung điểm của BD suy ra $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2};2\right)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng BD là $(\alpha):-5x+y-2z+4=0$.

Vì $CB=CD\Rightarrow C\in(\alpha)$ mà $C\in(ABD)$ nên $C\in d$ là giao tuyến của hai mp (ABD) và (α).

Ta có $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_{(ABD)}};\overrightarrow{n_{(\alpha)}}\right]=(-5;67;46)$ và d đi qua điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2};2\right)$ suy ra $d:\begin{cases}x=\frac{1}{2}-5t\\ y=\frac{5}{2}+67t\\ z=2+46t\end{cases}$.

Vì $C\in d\Rightarrow C\left(\frac{1}{2}-5t;\frac{5}{2}+67t;2+46t\right)$.

Hình chóp $S.ABCD$ nội tiếp mặt cầu thì tứ giác $ABCD$ là tứ giác nội tiếp một đường tròn.



Lại có $\cos BAD=\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)=\frac{2}{15}$.

Mà $BCD=180^o-BAD=180^o-2CDB\Rightarrow BAD=2CDB=2ABC=2\varphi$.

Suy ra $\cos 2\varphi=\frac{2}{15}\Rightarrow 2\cos^2\varphi-1=\frac{2}{15}\Rightarrow\cos\varphi=\frac{\sqrt{510}}{30}$ (do $\cos\varphi>0$).

Hay $\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\frac{\sqrt{510}}{30}$ (1).

Mặt khác $\overrightarrow{AB}=(1;2;2)$; $\overrightarrow{AC}=\left(-\frac{3}{2}-5t;\frac{5}{2}+67t;1+46t\right)$.

Suy ra (1) $\Leftrightarrow\dfrac{1\left(-\frac{3}{2}-5t\right)+2\left(\frac{5}{2}+67t\right)+2(1+46t)}{3.\sqrt{\left(-\frac{3}{2}-5t\right)^2+\left(\frac{5}{2}+67t\right)^2+(1+46t)^2}}=\frac{\sqrt{510}}{30}$

$\Leftrightarrow\dfrac{\frac{11}{2}+221t}{\sqrt{6630t^2+442t+\frac{19}{2}}}=\frac{\sqrt{510}}{10}\Leftrightarrow 55+2210t=\sqrt{510}.\sqrt{6630t^2+442t+\frac{19}{2}}$

$\Leftrightarrow(55+2210t)^2=510.\left(6630t^2+442t+\frac{19}{2}\right)\left(t>-\frac{11}{442}\right)$

$\Leftrightarrow 75140t^2+884t-91=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{1}{34}\,(TM)\\ t=-\frac{7}{170}\,(L)\end{array}\right.$

Do đó $\overrightarrow{AC}=\left(-\frac{28}{17};\frac{76}{17};\frac{40}{17}\right)\Rightarrow \overrightarrow{u_{AC}}=\left(-7;19;10\right)\Rightarrow AC:\begin{cases}x=2-7t\\y=19t\\z=1+10t\end{cases}$.

Điểm $E\in AC\Leftrightarrow\begin{cases}a=2-7t\\b=19t\\0=1+10t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=-\frac{1}{10}\\a=\frac{27}{10}\\b=-\frac{19}{10}\end{cases}\Rightarrow a+3b=-3$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{1}$ và hai điểm $A\left(2;-6;-1\right)$, $B\left(-2;-4;3\right)$. Gọi d là đường thẳng song song và cách Δ một khoảng bằng $\sqrt{5}$, gần đường thẳng AB nhất. Đường thẳng d cắt mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ tại điểm nào dưới đây?

A. $\left(2;1;0\right)$. **B.** $\left(-\frac{2}{3};-\frac{14}{3};0\right)$. **C.** $\left(3;2;0\right)$. **D.** $\left(0;0;0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng chứa A, B và song song với Δ.

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(2;-1;1\right)$, $\overrightarrow{AB}=\left(-4;2;4\right)$;

$\left[\vec{u},\overrightarrow{AB}\right]=\left(-6;-12;0\right)=-6\left(1;2;0\right)$ nên $\left(P\right)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(1;2;0\right)$.

Phương trình mặt phẳng $\left(P\right):x+2y+10=0$.

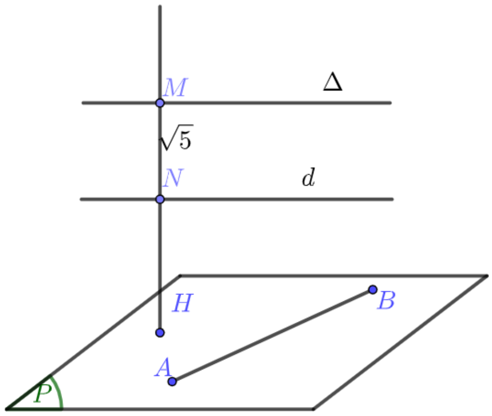
Vì d luôn song song và cách Δ một khoảng $\sqrt{5}$ nên d là đường sinh của mặt trụ có trục là Δ và bán kính bằng $\sqrt{5}$, khi đó d song song hoặc nằm trên $\left(P\right)$.

Gọi $M\left(1;2;0\right)$ là điểm thuộc Δ, khi đó $\mathrm{d}\left(\Delta,\left(P\right)\right)=\mathrm{d}\left(M,\left(P\right)\right)=\frac{\left|1+4+10\right|}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}$.

Vì $\mathrm{d}\left(\Delta,\left(P\right)\right)=3\sqrt{5}$, $\mathrm{d}\left(d,\Delta\right)=\sqrt{5}$ nên $\mathrm{d}\left(d,AB\right)=\mathrm{d}\left(d,\left(P\right)\right)\geq 3\sqrt{5}-\sqrt{5}=2\sqrt{5}$.

Dấu bằng xảy ra khi Δ và d nằm trong mặt phẳng qua Δ và vuông góc với $\left(P\right)$.

Khi đó, đường thẳng d đi qua điểm N thuộc đoạn thẳng MH sao cho $MN=\sqrt{5}$ (với H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng $\left(P\right)$.



Đường thẳng MH đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 0 \end{cases}$.

Toạ độ điểm H là hình chiếu của M trên (P) là $H(-2;-4;0)$.

Ta có $NH = 2\sqrt{5}$, suy ra $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MH} \Rightarrow N(0;0;0)$.

Vậy đường thẳng d cần tìm đi qua gốc toạ độ $(0;0;0)$ và song song với Δ, cho nên d cắt mặt phẳng (Oxy) tại $(0;0;0)$.

DẠNG 7 **Bài toán liên quan đến đường thẳng - mặt phẳng - mặt cầu**

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và phương trình hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}\cdot$ Đường thẳng vuông góc với (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$. Hai mặt phẳng (P), (Q) phân biệt cùng chứa d và tiếp xúc với (S) lần lượt tại M và N. Đường thẳng MN có một vectơ chỉ phương là

A. $(3;2;-1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(1;-2;-1)$. **D.** $(3;2;1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-1=0$ và điểm $A(5;-1;-4)$. Xét mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính bằng 2. Biết rằng mọi điểm M thuộc (C) thì AM là tiếp tuyến của (S), khi đó $a+b+c$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** $-\frac{20}{9}$. **D.** $\frac{20}{9}$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x+y-3z+1=0, (Q): x-y+z+1=0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d.

A. $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=1+2t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2t \\ z=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=-2t \\ z=t \end{cases}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x+y+z=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1}=\frac{y+4}{-2}=\frac{z-1}{2}$. Phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (α), cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $d: \begin{cases} x=1+4t \\ y=-5t \\ z=-3-7t \end{cases}$. **B.** $d: \begin{cases} x=4+t \\ y=-5 \\ z=-7-3t \end{cases}$. **C.** $d: \begin{cases} x=1+4t \\ y=5t \\ z=-3+7t \end{cases}$. **D.** $d: \begin{cases} x=2+2t \\ y=2-5t \\ z=-1-7t \end{cases}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-5}{3}$ và hai điểm $A(3;4;5),B(-4;0;2)$. Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)\in d$, bán kính R và (S) đi qua hai điểm A,B. Khi đó $a^2+b^2+c^2+R$ bằng

A. 50. **B.** 30. **C.** 25. **D.** 36.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-6=0$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ với $x_M>0;\ y_M>0;\ z_M>0$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của biểu thức $B=x_M+y_M+z_M$ là

A. 10. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 21.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P),(P')$ chứa d và tiếp xúc với mặt cầu (S) tại T và T'. Tìm tọa độ trung điểm H của TT'.

A. $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$. **B.** $H\left(-\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{6}\right)$. **C.** $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{6}\right)$. **D.** $H\left(-\dfrac{7}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{7}{6}\right)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$, $B(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc d và (S) đi qua hai điểm A, B. Giả sử $I(a;b;c)$. Tính a^2+b^2-c.

A. 7. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 9.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2),B(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc d và (S) đi qua hai điểm A,B. Giả sử $I(a;b;c)$ tính a^2+b^2-c.

A. 7. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 9.

Câu 11: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ và hai điểm $A(3;2;-1),B(1;1;2)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng Δ và đi qua hai điểm A,B. Biết $I(a;b;c)$, tính $T=a^2-b+c$.

A. $T=27$. **B.** $T=23$. **C.** $T=49$. **D.** $T=25$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(Q):2x+y-z=0$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $-x+2y-1=0$. **B.** $x+2y+z=0$. **C.** $x-2y-1=0$. **D.** $x-y+z=0$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-4}{-2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{1}$. Gọi đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P). Trong các điểm sau, điểm nào không thuộc d'?

A. $H(-5;9;3)$. **B.** $K(-10;16;5)$. **C.** $M(0;2;1)$. **D.** $N(1;2;0)$.

Câu 14: Cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+5}{3}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$, $d_2: \frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$ và $A(1;0;0)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 tại M và N. Tính $S=AM^2+AN^2$.

A. $S=25$. **B.** $S=20$. **C.** $S=30$. **D.** $S=33$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+2}{-2}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x+3}{4}=\frac{y-1}{6}=\frac{z-2}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y+1}{6}=\frac{z+2}{-1}$.

C. $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-4}=\frac{y+1}{-6}=\frac{z+3}{1}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R=2\sqrt{3}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-13=0$. $M(x_0;y_0;z_0)$ là một điểm di động trên (P). Ba điểm phân biệt A,B,C thuộc (S) sao cho MA,MB,MC là các tiếp tuyến của (S). Tính tổng $T=x_0+y_0+z_0$ khi $d(I,(ABC))$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $T=\frac{13}{3}$. **B.** $T=-\frac{13}{3}$. **C.** $T=13$. **D.** $T=-13$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{2}$ và mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;0)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB=8$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+3)^2+(y+2)^2+z^2=36$. **B.** $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=25$.

C. $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=64$. **D.** $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=49$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $mp(P): x+y+z-3=0$ và các điểm $A(3;2;4), B(5;3;7)$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua A,B và cắt $mp(P)$ theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính $r=2\sqrt{2}$. Biết tâm của (C) luôn nằm trên đường tròn cố định (C_1). Bán kính của (C_1) là

A. 12. **B.** $2\sqrt{14}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{14}$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2z-6=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=3+t \\ z=-1-t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d.

A. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+2}{1}$.
B. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z+2}{1}$.
C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-2}{1}$.
D. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+2}{1}$.

Câu 20: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $Q: x+2y-z+3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng Q đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d. Phương trình của đường thẳng Δ là:

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-2-t \\ z=1-t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-2-t \\ z=1+t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-2-3t \\ z=1-5t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=1-3t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;1); B(2;-2;1); C(4;2;3)$. Gọi d là đường thẳng đi qua tâm I của đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đường thẳng d đi qua $M(a;b;-1)$, tổng $a+b$ bằng

A. 6.
B. 4.
C. 5.
D. 7.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình làcác mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{2}$ và mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;0)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB=8$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+3)^2+(y+2)^2+z^2=36$..
B. $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=25$..
C. $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=64$..
D. $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=49$.

Câu 24: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, $A(3;3;1), B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trên (P) sao cho mọi điểm của d cách đều A và B. Viết phương trình đường thẳng Δ lần lượt cắt đường thẳng d và mặt cầu $(S): (x-5)^2+(y-1)^2+z^2=61$ tại M, N sao cho $K(1;2;3)$ là trung điểm của MN, biết hoành độ của điểm N âm.

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 - 3t \\ z = 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 4t \\ z = 6t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 6 - 4t \\ z = 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 2 = 0$; $(Q): 2x - y + 3z - 4 = 0$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) là đường thẳng có phương trình

A. $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 5t \\ z = -5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = -5t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Câu 26: Trong không gian Oxyz , mặt cầu có tâm là $I(1;1;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $(d): \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+1}{3} = \dfrac{z-4}{-1}$ có phương trình là:

A. $x^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 27$ **B.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 27$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 7$ **D.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 27$

Câu 27: Trong không gian *Oxyz,* cho tam giác nhọn *ABC* có $E(2;2;1), F\left(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right), O(0;0;0)$ lần lượt là chân đường cao hạ từ đỉnh A, B, C xuống các cạnh BC, CA, AB. Biết $A(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $a + b + c$ bằng:

A. -4. **B.** -6. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 28: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 16$, $(S_2): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 1$ và điểm $A\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{7}{3};-\dfrac{14}{3}\right)$. Gọi I là tâm của mặt cầu (S_1) và (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2). Xét các điểm M thay đổi và thuộc mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng IM tiếp xúc với mặt cầu (S_2). Khi đoạn thẳng AM ngắn nhất thì $M(a;b;c)$. Tính giá trị của $T = a + b + c$.

A. $T = 1$. **B.** $T = -1$. **C.** $T = \dfrac{7}{3}$. **D.** $T = -\dfrac{7}{3}$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-1}$. Giả sử (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Gọi (T) là khối trụ nội tiếp trong mặt cầu (S) và có một đáy là đường tròn (C) . Khi (T) có thể tích lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (P) là $ax + by + cz + d = 0$, với $b \in \mathbb{N}^*$, $b \le 10$. Tính $a + b + c + d$.

A. 8. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-1}$.

B. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{-1}$.

D. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=9$ và điểm $M(x_0;y_0;z_0) \in d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$. Ba điểm A,B,C phân biệt cùng thuộc mặt cầu (S) sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;2)$. Khi đó z_0 gần nhất với số nào trong các số sau:

A. 3. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua $E(1+3a;-2;2+3a)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;1;a+1)$. Biết khi a thay đổi luôn tồn tại một mặt cầu (S) cố định có tâm $I(m;n;p)$ bán kính R đi qua điểm $M(1;1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ. Một khối nón (N) có đỉnh I và đường tròn đáy của khối nón nằm trên mặt cầu (S). Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là $\max V_{(N)}=\frac{q\pi}{3}$. Khi đó tổng $m+n+p+q$ bằng

A. 250. **B.** 256. **C.** 252. **D.** 225.

Câu 33: Vậy $m+n+p+q=6+0+(-6)+250=250$ .Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{4}$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+4=0$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S). Gọi M, N là tiếp điểm. $H(a;b;c)$ là trung điểm của MN .Khi đó tích abc bằng

A. $\frac{8}{27}$. **B.** $\frac{16}{27}$. **C.** $\frac{32}{27}$. **D.** $\frac{64}{27}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của α để tồn tại một mặt phẳng (Q) chứa d tạo với (P) một góc $\alpha°$.

A. 75. **B.** 76. **C.** 77. **D.** 74.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;4)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=20$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d thỏa mãn khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Mặt cầu (S) cắt (P) theo đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-4;1;5)$, $B(6;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$. Xét mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc (P). Bán kính mặt cầu (S) nhỏ nhất bằng

A. $\sqrt{35}$. **B.** $\sqrt{33}$. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-36=0$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-36=0$ và điểm $N(3;3;3)$. Từ một điểm M thay đổi trên (P), kẻ các tiếp tuyến phân biệt *MA, MB, MC* đến (S) (*A, B, C* là các tiếp điểm). Khi khoảng cách từ *N* đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax+2y+bz+c=0$. Tính giá trị $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{1}$; $d_2: \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{2}$; $d_3: \frac{x-3}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng $(P): ax+by+cz+17=0$ (Với a,b là các số nguyên, $a>0$) đi qua $M(-2;3;-4)$ và cắt ba đường thẳng trên lần lượt tại ba điểm A,B,C sao cho tam giác ABC đều. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $(-3;1;-1)$. **B.** $(-3;1;1)$. **C.** $(-3;0;1)$. **D.** $(-3;-1;1)$.

Câu 39: Vậy đáp án là A.Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2+(x-3)^2+(x-8)^2=4$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{2}$. Gọi (P), (Q) là hai mặt phẳng tùy ý tiếp xúc với (S) lần lượt tại các tiếp điểm A, B; góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 90^0. Đường thẳng đi qua A song song với d cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm M, đường thẳng đi qua B song song với d cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm N. Giá trị lớn nhất của tổng $AM+BN$ bằng

A. $24+2\sqrt{2}$. **B.** $24-3\sqrt{2}$. **C.** $26+3\sqrt{2}$. **D.** $26-3\sqrt{2}$.

Câu 40: Khi đó: $AM+BN=2(IK+IK')=2(IK+II')=2\left(12+\sqrt{2}\right)=24+2\sqrt{2}$.Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2-m^2+m^2t \\ y=3+n^2-n^2t \\ z=mn\sqrt{2}-\sqrt{2}mnt \end{cases}$, trong đó m và n là những tham số thực. Biết rằng tồn tại mặt cầu cố định (S) có tâm $I(4;b;c)$ và tiếp xúc với đường thẳng d. Bán kính mặt cầu (S) bằng:

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng

$d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-m^2+m^2t\\z=2m-2mt\end{cases}$ trong đó m là tham số thực. Biết rằng tồn tại mặt cầu cố định (S)

có tâm $I(a;b;c)$ đi qua $B(2;1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng d. Biết bán kính R của mặt cầu (S) lớn hơn 1. Bán kính R bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 42: Với $a=4$, $R=IB=3$ (nhận).Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z-9=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{-2}$. Một đường thẳng d đi qua $A(2;0;1)$ và tạo với đường thẳng Δ một góc bằng 60^0. Gọi $M=d\cap(P)$. Giá trị lớn nhất của hoành độ của điểm M bằng

A. $8+2\sqrt{2}$. **B.** $-1+4\sqrt{3}$. **C.** $3+\sqrt{2}$. **D.** $3+2\sqrt{6}$.

Câu 43: Dấu "=" xảy ra khi $y=\dfrac{4-\sqrt{6}}{2};z=\dfrac{\sqrt{6}-2}{2}$.Trong không gian hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{-2}$, điểm $A(1;2;0)$. Gọi N là điểm di động chạy trên đường thẳng d và M là điểm nằm trên mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng NA luôn bằng 6. Quỹ tích điểm M là một đường cong (ω) có diện tích bằng

A. $\dfrac{108\pi\sqrt{3}}{5}$. **B.** $36\pi\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{100\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{71\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=1$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;1;1)$. Từ A kẻ tiếp tuyến AM với mặt cầu (S) (M là tiếp điểm) sao cho góc giữa đường thẳng AM và đường thẳng d là nhỏ nhất. Giả sử $M(x_0;y_0;z_0)$ với $x_0>1$, tính giá trị biểu thức $x_0+2y_0+3z_0$.

A. $\dfrac{2\sqrt{3}+6}{15}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}+6}{15}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}-6}{15}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}-6}{15}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=6$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Giả sử (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Gọi (T) là khối trụ nội tiếp trong mặt cầu (S) và có một đáy là đường tròn (C). Khi (T) có thể tích lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (P) là $ax+by+cz+d=0$, với $b\in\mathbb{N}^*$, $b\le 10$. Tính $a+b+c+d$.

A. 8. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 46: Cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+4}{6}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Từ điểm $M\in\Delta$ kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) và gọi (C) là tập hợp các tiếp điểm. Biết khi diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) đạt giá trị nhỏ nhất thì (C) thuộc mặt phẳng $x+by+cz+d=0$. Tìm $b+c+d$?

A. 4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -4.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc $90°$. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2;-1;3)$. **B.** $I(-1;-2;3)$. **C.** $K(3;0;15)$. **D.** $J(-3;2;7)$.

Câu 48: Ttrong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=9$ và điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu (S) sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;2)$. Khi đó z_0 gần nhất với số nào trong các số sau?

A. 3. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2+y^2+z^2=9$ và điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+2t \\ z=2-3t \end{cases}$. Ba điểm A,B,C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA,MB,MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1;1;2)$. Tổng $T=x_0^2+y_0^2+z_0^2$ bằng

A. 30. **B.** 20. **C.** 21. **D.** 26.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2), B(-1;3;-2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-5}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Mặt cầu (S) qua hai điểm A,B và tiếp xúc với đường thẳng d có bán kính nhỏ nhất thì hoành độ tâm mặt cầu khi đó bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 51: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$ và đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x=1+t \\ y=-mt \\ z=(m-1)t \end{cases}$, với m là tham số. Hai mặt phẳng (P), (Q) cùng chứa Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M,N. Khi độ dài đoạn MN ngắn nhất thì $m=\dfrac{a}{b}$, ($\dfrac{a}{b}$ phân số tối giản). Tính a^3+b^3.

A. 35. **B.** 126. **C.** 133. **D.** 152.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt cầu có phương trình là $x^2+y^2+z^2=1$ $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$ và $(x+4)^2+y^2+(z-3)^2=16$. Gọi M là điểm di động ở ngoài ba mặt cầu và X, Y, Z là các tiếp điểm của các tiếp tuyến vẽ từ M đến ba mặt cầu sao cho $MX=MY=MZ$. Khi đó tập hợp các điểm M là đường thẳng d cố định. Hỏi d vuông góc với mặt phẳng nào?

A. $(P_3): x+2y+4z=2020.$ **B.** $(P_4): x+2y+6z=2020.$

C. $(P_2): 3x+2y+4z=2020.$ **D.** $(P_1): 5x+2y+4z=2020.$

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $C(-1;2;11), H(-1;2;-1)$, hình nón (N) có đường cao $CH=h$ và bán kính đáy là $R=3\sqrt{2}$. Gọi M là điểm trên đoạn CH, (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục CH tại M của hình nón (N). Gọi (N') là khối nón có đỉnh H đáy là (C). Khi thể tích khối nón (N') lớn nhất thì mặt cầu ngoại tiếp nón (N') có tọa độ tâm $I(a;b,c)$, bán kính là d. Giá trị $a+b+c+d$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 54: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-3)$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+3}{2}$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=25$. Mặt phẳng (α) thay đổi, luôn đi qua A và song song với Δ. Trong trường hợp (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi nhỏ nhất thì (α) có phương trình $ax+by+cz-3=0$. Tính giá trị của biểu thức $S=3a-2b-2c$.

A. 12. **B.** 9. **C.** 4. **D.** $\frac{9}{5}$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và phương trình hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $d_2: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}\cdot$ Đường thẳng vuông góc với (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M=d\cap d_1,\ N=d\cap d_2$.

Khi đó $M(1+2t;t;-1-2t),\ N(2+s;2s;-1-s)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=(s-2t+1;2s-t;-s+2t)$.

Từ hình vẽ có $\overrightarrow{MN}\uparrow\uparrow \vec{n}_{(P)}=(2;2;-1)$

Suy ra:

$$\frac{s-2t+1}{2}=\frac{2s-t}{2}=\frac{-s+2t}{-1}\Leftrightarrow\begin{cases}s-2t+1=2\text{s}-t\\-2s+t=-2\text{s}+4t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}s=1\\t=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}M(1;0;-1)\\N(3;2;-2)\end{cases}.$$

Đường thẳng Δ cần tìm đi qua $N(3;2;-2)$ và một có véctơ chỉ phương $\vec{u}=\vec{n}_{(P)}=(2;2;-1)$ là

$$\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+2}{-1}.$$

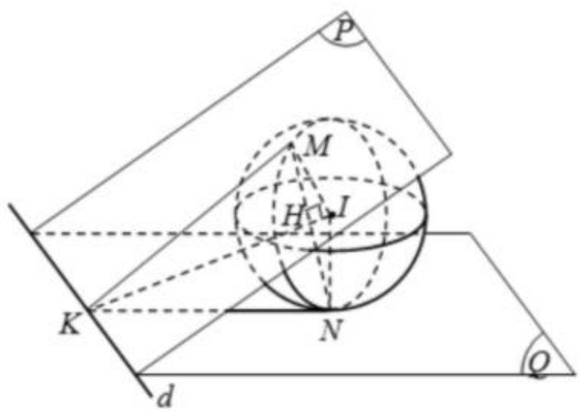
Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{4}$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$. Hai mặt phẳng (P), (Q) phân biệt cùng chứa d và tiếp xúc với (S) lần lượt tại M và N. Đường thẳng MN có một vectơ chỉ phương là

A. $(3;2;-1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(1;-2;-1)$. **D.** $(3;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$ và $R=\sqrt{2}$. Gọi $K=(IMN)\cap d$ như hình vẽ



Ta có $IM\perp(P)$ suy ra $IM\perp d$ **(1)**. Mặt khác ta có $IN\perp(Q)$ suy ra $IN\perp d$ **(2)**.

Từ **(1)** và **(2)** ta có $d \perp (IMN)$.

Từ đó suy ra K là hình chiếu vuông góc của I lên d. Ta có $K(2;0;0)$.

Ta cũng có $\begin{cases} d \perp MN \\ IK \perp MN \end{cases}$ suy ra $\vec{u}_{MN} = \left[\vec{u}_d; \overrightarrow{IK}\right] = (9;6;-3) = 3\vec{v}$, với $\vec{v}(3;2;-1)$.

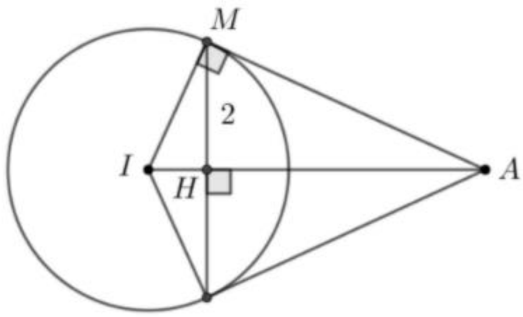
Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$ và điểm $A(5;-1;-4)$. Xét mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính bằng 2. Biết rằng mọi điểm M thuộc (C) thì AM là tiếp tuyến của (S), khi đó $a+b+c$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** $-\dfrac{20}{9}$. **D.** $\dfrac{20}{9}$

Lời giải

Chọn D

Vì mọi điểm M thuộc (C) thì AM là tiếp tuyến của (S) nên $IA \perp (P)$ tại điểm $H(1;1;0)$ là hình chiếu của A trên (P) và là tâm của đường tròn (C).



Tam giác vuông IMA có:

$$HI.HA = HM^2 \quad \Leftrightarrow HI.6 = 2^2 \quad \Leftrightarrow HI = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \overrightarrow{HI} = \frac{\frac{2}{3}}{6}\overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AH} \quad \Rightarrow I\left(\frac{5}{9};\frac{11}{9};\frac{4}{9}\right)$$

$$\Rightarrow a+b+c = \frac{5}{9} + \frac{11}{9} + \frac{4}{9} = \frac{20}{9}$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x + y - 3z + 1 = 0, (Q): x - y + z + 1 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d.

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 1+2t \\ z = t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1+t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d = (P) \cap (Q) \Rightarrow d: \begin{cases} x + y - 3z + 1 = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow d: \begin{cases} 2x - 2z + 2 = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow d: \begin{cases} x = -1 + z \\ y = x + z + 1 \end{cases}$.

Đặt $z = t \in \mathbb{R} \Rightarrow \begin{cases} x = -1+t \\ y = 2t \\ z = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2t \\ z=t \end{cases},\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x+y+z=0$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Phương trình đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (α), cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $d:\begin{cases} x=1+4t \\ y=-5t \\ z=-3-7t \end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases} x=4+t \\ y=-5 \\ z=-7-3t \end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases} x=1+4t \\ y=5t \\ z=-3+7t \end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases} x=2+2t \\ y=2-5t \\ z=-1-7t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Vectơ chỉ phương của $\Delta: \vec{u}=(1;-2;2)$, vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(3;1;1)$.

Vì $\begin{cases} d\perp(\alpha) \\ d\perp\Delta \end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=\left[\vec{u};\vec{n}\right]=(-4;5;7)$.

Tọa độ giao điểm $H=\Delta\cap(\alpha)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2} \\ 3x+y+z=0 \end{cases}\Rightarrow H(1;0;-3)$

Vậy đường thẳng d đi qua $H(1;0;-3)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(-4;5;7)=-(4;-5;-7)$ nên có phương trình

$$d:\begin{cases} x=1+4t \\ y=-5t \\ z=-3-7t \end{cases}.$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-5}{3}$ và hai điểm $A(3;4;5), B(-4;0;2)$. Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)\in d$, bán kính R và (S) đi qua hai điểm A,B. Khi đó $a^2+b^2+c^2+R$ bằng

A. 50. **B.** 30. **C.** 25. **D.** 36.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I\in d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-5}{3}\Rightarrow I(t;2t;3t+5)$.

Theo bài ra (S) đi qua hai điểm A,B nên

$IA=IB\Rightarrow IA^2=IB^2=R^2$

$\Leftrightarrow (t-3)^2+(2t-4)^2+(3t)^2=(t+4)^2+(2t)^2+(3t+3)^2$

$\Leftrightarrow -22t+25=26t+25$

$\Leftrightarrow t=0\Rightarrow I(0;0;5)$

$\Rightarrow R^2=(t-3)^2+(2t-4)^2+(3t)^2=25\Rightarrow R=5$

Khi đó $a^2+b^2+c^2+R=25+5=30$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-6=0$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ với $x_M>0;\ y_M>0;\ z_M>0$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của biểu thức $B=x_M+y_M+z_M$ là

A. 10. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 21.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I(1;2;3)$, $R=4$ lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S).

Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P). Khi đó, phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=3+2t \end{cases}$.

Do $I\in(P)\Rightarrow d(M,(P))\le 4$. Do đó $d(M,(P))=4\Leftrightarrow M=\Delta\cap(S)$.

Gọi $M(1+2t;2-t;3+2t)$.

$d(M,(P))=4\Leftrightarrow \dfrac{|2(1+2t)-(2-t)+2(3+2t)-6|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=4\Leftrightarrow t=\pm\dfrac{4}{3}$

Với $t=\dfrac{4}{3}\Rightarrow M\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{17}{3}\right)$.

Với $t=-\dfrac{4}{3}\Rightarrow M\left(-\dfrac{5}{3};\dfrac{10}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Do $x_M>0;\ y_M>0;\ z_M>0$ nên $M\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{17}{3}\right)$.

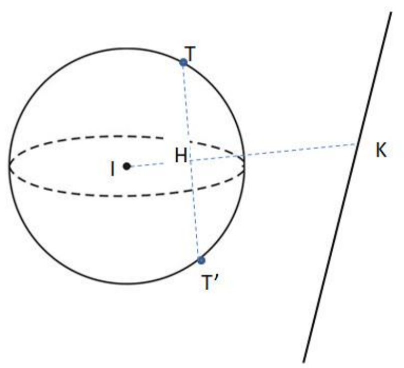
Vậy $B=x_M+y_M+z_M=10$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2z+1=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Hai mặt phẳng $(P),(P')$ chứa d và tiếp xúc với mặt cầu (S) tại T và T'. Tìm tọa độ trung điểm H của TT'.

A. $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};-\dfrac{5}{6}\right)$. **B.** $H\left(-\dfrac{5}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{6}\right)$. **C.** $H\left(\dfrac{5}{6};\dfrac{2}{3};-\dfrac{7}{6}\right)$. **D.** $H\left(-\dfrac{7}{6};\dfrac{1}{3};\dfrac{7}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $(S):(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=1 \Rightarrow I(1;0;-1); R=1$. $d\left(I;d\right)=\sqrt{6}\right)>R$.

Gọi K là hình chiếu của lên d $\Rightarrow K(t;t+2;-t) \Rightarrow \overrightarrow{IK}=(t-1;t+2;-t+1)$.

Vì $\overrightarrow{IK} \perp \vec{u}_d \Rightarrow \overrightarrow{IK}.\vec{u}_d=0 \Rightarrow t-1+t+2+t-1=0 \Rightarrow t=0 \Rightarrow K(0;2;0)$.

Ta có:

$$\frac{IH}{IK}=\frac{IH.IK}{IK^2}=\frac{R^2}{IK^2}=\frac{1}{6} \Rightarrow \overrightarrow{IH}=\frac{1}{6}\overrightarrow{IK} \Rightarrow (x_H-1;y_H;z_H+1)=\frac{1}{6}(-1;2;1) \Rightarrow H\left(\frac{5}{6};\frac{1}{3};-\frac{5}{6}\right)$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$, $B(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc d và (S) đi qua hai điểm A, B. Giả sử $I(a;b;c)$. Tính a^2+b^2-c.

A. 7. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

◆ Mặt cầu (S) có tâm $I \in d$, suy ra tọa độ $I(-1+t;t;1-t)$.

◆ Tac có: $\overrightarrow{IA}=(2-t;1-t;-3+t) \Rightarrow IA=\sqrt{(2-t)^2+(1-t)^2+(t-3)^2}=\sqrt{3t^2-12t+14}$;

$\overrightarrow{IB}=(4-t;-1-t;t-1) \Rightarrow IB=\sqrt{(4-t)^2+(1+t)^2+(t-1)^2}=\sqrt{3t^2-8t+18}$.

◆ Do mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B nên

$$IA=IB \Leftrightarrow 3t^2-12t+14=3t^2-8t+18 \Leftrightarrow 4t=-4 \Leftrightarrow t=-1.$$

Khi đó tọa độ I là $I(-2;-1;2)$. Suy ra $a=-2$, $b=-1$, $c=2$.

Vậy ta có $a^2+b^2-c=(-2)^2+(-1)^2-2=3$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2), B(3;-1;0)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc d và (S) đi qua hai điểm A,B. Giả sử $I(a;b;c)$ tính a^2+b^2-c.

A. 7. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I \in d \Rightarrow I(-1+t;t;1-t)$

$\overrightarrow{IA}(2-t;1-t;-3+t)$; $\overrightarrow{IB}(4-t;-1-t;-1+t)$

(S) là mặt cầu tâm I và (S) đi qua hai điểm A,B nên $|\overrightarrow{IA}|=|\overrightarrow{IB}|$

$|\overrightarrow{IA}|=|\overrightarrow{IB}| \Leftrightarrow (2-t)^2+(1-t)^2+(-3+t)^2=(4-t)^2+(-1-t)^2+(-1+t)^2$

$\Leftrightarrow 14-12t=18-8t \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow I(-2;-1;2)$

Khi đó $a^2+b^2-c=(-2)^2+(-1)^2-2=3$.

Câu 11: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{2}$ và hai điểm $A(3;2;-1), B(1;1;2)$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng Δ và đi qua hai điểm A,B. Biết $I(a;b;c)$, tính $T=a^2-b+c$.

A. $T=27$. **B.** $T=23$. **C.** $T=49$. **D.** $T=25$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Do tâm I thuộc đường thẳng Δ nên I có tọa độ là $I(1+2t;2+t;-1+2t)$.

Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A và B nên ta có $AI=BI$ hay

$\sqrt{(2t-2)^2+t^2+(2t)^2}=\sqrt{(2t)^2+(t+1)^2+(2t-3)^2} \Leftrightarrow 9t^2-8t+4=9t^2-10t+10 \Leftrightarrow t=3$.

Khi đó $I(7;5;5)$. Có $a=7,b=5,c=5$ nên $T=a^2-b+c=7^2-5+5=49$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho đường thẳng d : $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(Q): 2x+y-z=0$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d và vuông góc với mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $-x+2y-1=0$. **B.** $x+2y+z=0$. **C.** $x-2y-1=0$. **D.** $x-y+z=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có vtcp $\vec{u}(2;1;3)$, đi qua điểm $M(1;0;-1)$.

Mặt phẳng (Q) có vtpt $\overrightarrow{n_Q}(2;1;-1)$.

Mặt phẳng (P) cần tìm đi qua $M(1;0;-1)$ và có một vtpt là:

$\overrightarrow{n_P}=\left[\vec{u},\overrightarrow{n_Q}\right]=(-4;8;0)=-4(1;-2;0)$.

Phương trình tổng quát mặt phẳng (P):

$(x-1)-2y=0 \Leftrightarrow x-2y-1=0$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-4}{-2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{1}$. Gọi đường thẳng d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P). Trong các điểm sau, điểm nào không thuộc d'?

A. $H(-5;9;3)$. **B.** $K(-10;16;5)$. **C.** $M(0;2;1)$. **D.** $N(1;2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua điểm $I(4;-2;-1)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;2;1)$.

Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P) là mặt phẳng đi qua I và nhận véc-tơ $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_P},\vec{u}\right]=(3;1;4)$, phương trình (Q) là $3(x-4)+(y+2)+4(z+1)=0 \Leftrightarrow 3x+y+4z-6=0$.

Hình chiếu d' của d lên (P) là giao tuyến của (P) và (Q), do đó tọa độ các điểm thuộc d' thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} x+y-z-1=0 \\ 3x+y+4z-6=0 \end{cases}$.

Thay tọa độ các điểm trong các đáp án, suy ra điểm $N(1;2;0)$ không thuộc d'.

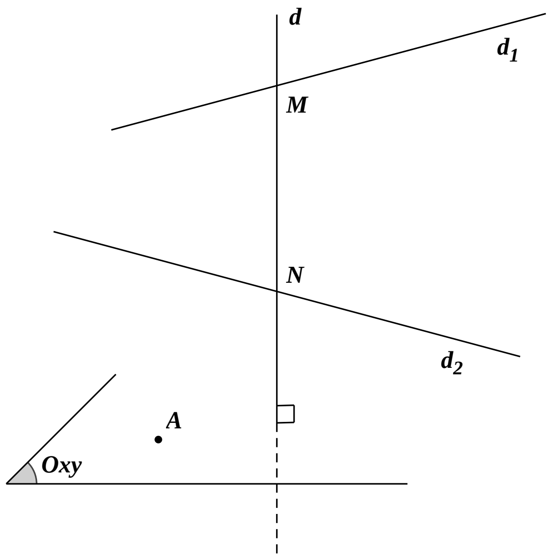
Câu 14: Cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+5}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ và $A(1;0;0)$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng tọa độ (Oxy), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 tại M và N. Tính $S=AM^2+AN^2$.

A. $S=25$. **B.** $S=20$. **C.** $S=30$. **D.** $S=33$.

***GVSB:* Nguyễn Trung*; GVPB:* Le Van Do**

Lời giải

Chọn D



◆ Viết d_1 và d_2 thành PTTS: $d_1:\begin{cases} x=3t_1-5 \\ y=t_1 \\ z=-2t_1-1 \end{cases}$, $d_2:\begin{cases} x=t_2 \\ y=2t_2 \\ z=t_2-1 \end{cases}$.

◆ Ta suy ra được tọa độ điểm M và N là: $M(3t_1-5;t_1;-2t_1-1)$; $N(t_2;2t_2;t_2-1)$.

◆ Vì $d\perp(Oxy)\Rightarrow \vec{u}=k.\vec{n}$ $(k\neq 0)$. Ta có : $\overrightarrow{MN}=(t_2-3t_1+5;2t_2-t_1;t_2+2t_1)$ và $\vec{n}=(0;0;1)$

◆ Ta có hệ : $\begin{cases} k(t_2-3t_1+5)=0 \\ k(2t_2-t_1)=0 \\ k(t_2+2t_1)=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1=2 \\ t_2=1 \\ k=\dfrac{1}{5} \end{cases}$. Suy ra $M(1;2;-5)$, $N(1;2;0)$.

◆ Vậy $S=33$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z+2}{-2}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\dfrac{x+3}{4} = \dfrac{y-1}{6} = \dfrac{z-2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{4} = \dfrac{y+1}{6} = \dfrac{z+2}{-1}$.

C. $\dfrac{x}{3} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-4} = \dfrac{y+1}{-6} = \dfrac{z+3}{1}$.

Lời giải

Chọn A

VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; -1; 2)$

VTCP của đường thẳng (d) là $\vec{u} = (1; -1; -2)$

VTCP của đường thẳng Δ là $\vec{a} = \left[\vec{n}; \vec{u}\right] = (4; 6; -1)$

Gọi A là giao điểm của d và $\Delta \Rightarrow A$ là giao điểm của d và (P)

Xét hệ $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = -1 - t \\ z = -2 - 2t \\ 2x - y + 2z + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ x = -3 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow A(-3; 1; 2)$

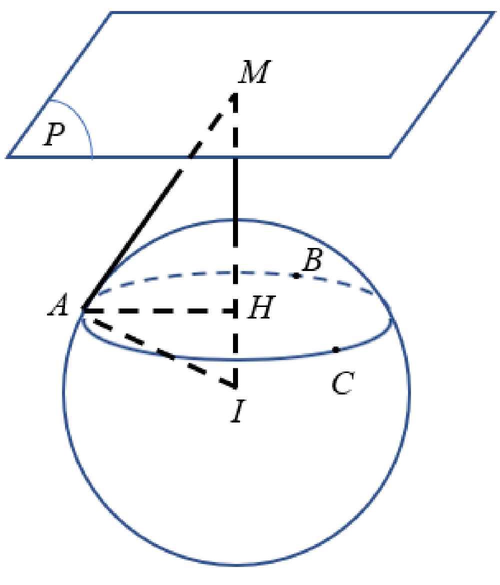
Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x+3}{4} = \dfrac{y-1}{6} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R = 2\sqrt{3}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 13 = 0$. $M(x_0; y_0; z_0)$ là một điểm di động trên (P). Ba điểm phân biệt A, B, C thuộc (S) sao cho MA, MB, MC là các tiếp tuyến của (S). Tính tổng $T = x_0 + y_0 + z_0$ khi $d(I, (ABC))$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $T = \dfrac{13}{3}$. **B.** $T = -\dfrac{13}{3}$. **C.** $T = 13$. **D.** $T = -13$.

Lời giải

Chọn A



Vì $d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|1-2+2-13|}{\sqrt{1+4+4}}=4>R$ nên điểm M luôn nằm ngoài mặt cầu (S). Do đó qua điểm M luôn kẻ được các tiếp tuyến với mặt cầu (S).

Gọi H là giao điểm của đường thẳng IM và mặt phẳng (ABC), ta có $AH\perp IM$. Xét tam giác MAI vuông tại A ta có $IH.IM=IA^2=12\Rightarrow d\left(I,(ABC)\right)=IH=\dfrac{12}{IM}$.

Do đó $d\left(I,(ABC)\right)$ lớn nhất khi IM nhỏ nhất hay M là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P).

Đường thẳng IM đi qua I và nhận vectơ pháp tuyến của (P) làm vectơ chỉ phương. Phương trình đường thẳng IM là $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=1+2t\end{cases}$.

Vì $M\in(P)$ nên $(1+t)-2(1-2t)+2(1+2t)-13=0\Leftrightarrow t=\dfrac{4}{3}$ hay $M\left(\dfrac{7}{3};-\dfrac{5}{3};\dfrac{11}{3}\right)$.

Vậy $T=\dfrac{7}{3}-\dfrac{5}{3}+\dfrac{11}{3}=\dfrac{13}{3}$.

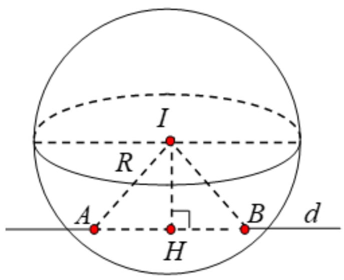
Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{2}$ và mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;0)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB=8$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+3)^2+(y+2)^2+z^2=36.$ **B.** $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=25.$

C. $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=64.$ **D.** $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=49.$

Lời giải

Chọn B



Cách 1

+) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $I(3;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng d nhận $\vec{u}=(1;2;2)$ là vectơ pháp tuyến có phương trình $1(x-3)+2(y-2)+2(z-0)=0\Leftrightarrow x+2y+2z-7=0$

+) Gọi $H=d\cap(P)$ khi đó $H\in d\Rightarrow H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$

Mà $H\in(P)\Rightarrow -1+t+2(-3+2t)+2(-2+2t)-7=0\Rightarrow t=2$

Vậy $H(1;1;2)$

+) Khi đó $IH=\sqrt{(3-1)^2+(2-1)^2+(0-2)^2}=3$

$\Rightarrow R=\sqrt{IH^2+\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

Vậy (S): $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=25$.

Cách 2

$d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{2}\Rightarrow M(-1;-3;-2)\in d$ và $\vec{u}=(1;2;2)$ là vtcp của d

Ta có $\overrightarrow{MI}=(4;5;2)$ $\Rightarrow\left[\overrightarrow{MI},\vec{u}\right]=(6;-6;3)$

Gọi H là trung điểm của đoạn AB $\Rightarrow IH=d(I,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MI},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{6^2+(-6)^2+3^2}}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=3$

$\Rightarrow$ Bán kính mặt cầu (S) là $R=IA=\sqrt{IH^2+HA^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

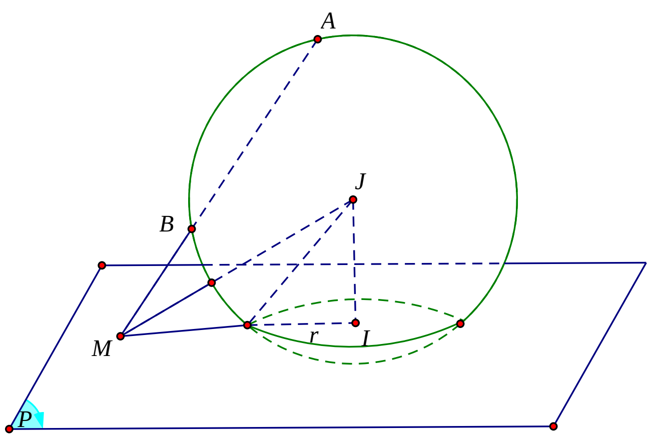
$\Rightarrow(S):(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=25$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $mp(P):x+y+z-3=0$ và các điểm $A(3;2;4),B(5;3;7)$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua A,B và cắt $mp(P)$ theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính $r=2\sqrt{2}$. Biết tâm của (C) luôn nằm trên đường tròn cố định (C_1). Bán kính của (C_1) là

A. 12. **B.** $2\sqrt{14}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi J là tâm của mặt cầu (S), bán kính là R.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;1;3)$ suy ra phương trình đường thẳng $(AB):\begin{cases}x=3+2t\\y=2+t\\z=4+3t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Gọi $M=(AB)\cap(P)\Rightarrow M(1;1;1)$

Khi đó: $MA=\sqrt{14}$, $MB=2\sqrt{14}$

Gọi I là tâm đường tròn $(C)=(S)\cap(P)$

Mặt khác: $MA.MB=MJ^2-R^2=IJ^2+MI^2-\left(IJ^2+r^2\right)=MI^2-r^2$

$\Rightarrow MI^2 = MA.MB + r^2 = 28 + \left(2\sqrt{2}\right)^2 = 36 \Rightarrow MI = 6$

Do A, B cố định nên M cố định. Vậy tập hợp I là đường tròn tâm M bán kính $MI = 6$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2z - 6 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 + t \\ z = -1 - t \end{cases}$. Viết phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) cắt đồng thời vuông góc với d.

A. $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-3}{-1} = \dfrac{z+2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z+2}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I = d \cap \Delta \Rightarrow I = d \cap (\alpha) \Rightarrow I(2;4;-2)$.

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α): $\vec{n} = (1;0;-2)$.

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng d: $\vec{u} = (1;1;-1)$.

Đường thẳng Δ qua I và nhận $\vec{a} = \left[\vec{n}, \vec{u}\right] = (2;-1;1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng Δ: $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-4}{-1} = \dfrac{z+2}{1}$.

Câu 20: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $Q: x + 2y - z + 3 = 0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-1}{1}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng Q đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d. Phương trình của đường thẳng Δ là:

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = 2;-1;1$. Giả sử A là giao điểm của d và Δ, do $A \in d \Rightarrow A\ 2+2t;-2-t;1+t$ mà $\Delta \subset Q \Rightarrow A \in Q \Rightarrow t = 0 \Rightarrow A\ 2;-2;1$.

Mặt phẳng Q có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q} = 1;2-1$ do Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng Q đồng thời vuông góc đường thẳng d suy $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{u_d}; \overrightarrow{n_Q}\right] = -1;3;5$ là 1 vectơ chỉ phương của Δ. Suy ra đáp án đúng **C.**

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;1); B(2;-2;1); C(4;2;3)$. Gọi d là đường thẳng đi qua tâm I của đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Đường thẳng d đi qua $M(a;b;-1)$, tổng $a+b$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Cách 1

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;-2;0)$; $\overrightarrow{AC}=(2;2;2)$. $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-4;0;4)=4(-1;0;1)$. Phương trình mặt phẳng $(ABC):-1(x-2)+1(z-1)=0\Leftrightarrow -x+z+1=0$.

Gọi $I(m;n;p)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Khi đó ta có:

$$\begin{cases}IA=IB\\IA=IC\\I\in(ABC)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}IA^2=IB^2\\IA^2=IC^2\\I\in(ABC)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m-2)^2+n^2+(p-1)^2=(m-2)^2+(n+2)^2+(p-1)^2\\(m-2)^2+n^2+(p-1)^2=(m-4)^2+(n-2)^2+(p-3)^2\\-m+p+1=0\end{cases}$$

$\Leftrightarrow\begin{cases}n=-1\\m=4\\p=3\end{cases}$. Do đó $I(4;-1;3)$. Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=4-t\\y=-1\\z=3+t\end{cases}$,

$M(a;b;-1)\in d\Rightarrow 3+t=-1\Rightarrow t=-4\Rightarrow\begin{cases}a=8\\b=-1\end{cases}\Rightarrow a+b=7$.

Cách 2

d là đường thẳng đi qua tâm I của đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow d$ là trục của đường tròn ngoại tiếp ΔABC

$$M(a;b;-1)\in d\Leftrightarrow\begin{cases}MA=MB\\MA=MC\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}MA^2=MB^2\\MA^2=MC^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(a-2)^2+b^2+4=(a-2)^2+(b+2)^2+4\\(a-2)^2+b^2+4=(a-4)^2+(b-2)^2+16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b+1=0\\a+b-7=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-1\\a=8\end{cases}\Rightarrow a+b=7.$$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình làcác mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\begin{cases}x=t\\y=7+3t\\z=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2t\\y=7-3t\\z=t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-t\\y=7-3t\\z=2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là $(\alpha):3x+y-7=0$.

Đường thẳng cần tìm d cách đều hai điểm A, B nên d thuộc mặt phẳng (α).

Lại có $d\subset(P)$, suy ra $d=(P)\cap(\alpha)$ hay $d:\begin{cases}x+y+z-7=0\\3x+y-7=0\end{cases}$. Chọn $x=t$, ta được $\begin{cases}z=2t\\y=7-3t\end{cases}$.

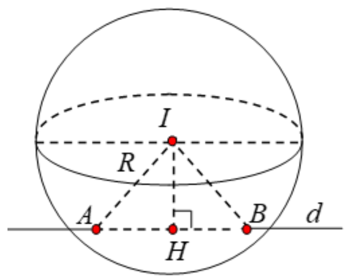
Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{2}$ và mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;0)$. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB=8$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x+3)^2+(y+2)^2+z^2=36$.. **B.** $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=25$..

C. $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=64$.. **D.** $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=49$.

Lời giải

Chọn B



Cách 1

+) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $I(3;2;0)$ và vuông góc với đường thẳng d nhận $\vec{u}=(1;2;2)$ là vectơ pháp tuyến có phương trình $1(x-3)+2(y-2)+2(z-0)=0\Leftrightarrow x+2y+2z-7=0$

+) Gọi $H=d\cap(P)$ khi đó $H\in d\Rightarrow H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$ Mà $H\in(P)\Rightarrow -1+t+2(-3+2t)+2(-2+2t)-7=0\Rightarrow t=2$

Vậy $H(1;1;2)$

+) Khi đó $IH=\sqrt{(3-1)^2+(2-1)^2+(0-2)^2}=3\Rightarrow R=\sqrt{IH^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

Vậy (S): $(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=25$.

Cách 2

$d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{2}\Rightarrow M(-1;-3;-2)\in d$ và $\vec{u}=(1;2;2)$ là vtcp của d

Ta có $\overrightarrow{MI}=(4;5;2)$ $\Rightarrow\left[\overrightarrow{MI},\vec{u}\right]=(6;-6;3)$

Gọi H là trung điểm của đoạn AB $\Rightarrow IH=d(I,d)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MI},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\frac{\sqrt{6^2+(-6)^2+3^2}}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=3$

$\Rightarrow$ Bán kính mặt cầu (S) là $R=IA=\sqrt{IH^2+HA^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\Rightarrow(S):(x-3)^2+(y-2)^2+z^2=25$.

Câu 24: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trên (P) sao cho mọi điểm của d cách đều A và B. Viết phương trình đường thẳng Δ lần lượt cắt đường thẳng d và mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y-1)^2+z^2=61$ tại M,N sao cho $K(1;2;3)$ là trung điểm của MN, biết hoành độ của điểm N âm.

A. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-2-4t \\ z=6t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=6-4t \\ z=3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết d nằm trên mặt phẳng trung trực (Q) của AB.

Tọa độ trung điểm của AB là $I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$, $\overrightarrow{BA}=(3;1;0)$ là vec tơ pháp tuyến của (Q).

Phương trình của $(Q): 3x+y-7=0$. Đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (Q).

Ta có $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;-3;2)$, $E(0;7;0)\in(P)\cap(Q)$. Phương trình của d là $\begin{cases} x=u \\ y=7-3u \\ z=2u \end{cases}$.

Từ đó, $M\in d\Rightarrow M(u;7-3u;2u)$.

Do K là trung điểm của MN nên $\begin{cases} x_N=2x_K-x_M=2.1-u=-u+2 \\ y_N=2y_K-y_M=2.2-(7-3u)=3u-3 \\ z_N=2z_K-z_M=2.3-2u=-2u+6 \end{cases}$

Ta được $N(-u+2;3u-3;-2u+6)$ thuộc mặt cầu (S) nên $(-u-3)^2+(3u-4)^2+(-2u+6)^2=61$

Điều kiện $-u+2<0$, ta được $u=3$ và $N(-1;6;0)$.

Đường thẳng Δ đi qua $N(-1;6;0)$ và nhận $\overrightarrow{NK}=(2;-4;3)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=6-4t \\ z=3t \end{cases}$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-z-2=0$; $(Q): 2x-y+3z-4=0$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) là đường thẳng có phương trình

A. $\begin{cases} x=2+5t \\ y=5t \\ z=-5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+5t \\ y=-5t \\ z=1-5t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng $(P): x+2y-z-2=0$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;2;-1)$.

Mặt phẳng $(Q): 2x-y+3z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(2;-1;3)$.

Ta có. $\overrightarrow{n_P}$. và $\overrightarrow{n_Q}$ là hai vectơ không cùng phương và $\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{n_Q}\right]=(5;-5;-5)=5(1;-1;-1)$.

Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) là đường thẳng có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;-1)$.

Xét hệ: $\begin{cases} x+2y-z-2=0 \\ 2x-y+3z-4=0 \end{cases}$ cho $y=1$ ta được $\begin{cases} x-z=0 \\ 2x+3z=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ z=1 \end{cases}$.

Khi đó ta có một điểm $A(1;1;1)$ thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q).

Vậy phương trình giao tuyến của hai mặt phẳng cần tìm là $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=1-t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Câu 26: Trong không gian Oxyz, mặt cầu có tâm là $I(1;1;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $(d): \dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-4}{-1}$ có phương trình là:

A. $x^2+(y-2)^2+(z-3)^2=27$

B. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=27$

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=7$

D. $(x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=27$

Lời giải

Chọn B

Gọi $H(2t;3t-1;-t+4)\in(d)$ là điểm tiếp xúc của mặt cầu và đường thẳng (d)

Khi đó $\overrightarrow{IH}=(2t-1;3t-2;-t+6)$

Do mặt cầu tiếp xúc với đường thẳng $(d): \dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-4}{-1}$ có VTCP $\vec{u}(2;3;-1)$

Nên $\overrightarrow{IH}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow 2(2t-1)+3(3t-2)-(-t+6)=0 \Leftrightarrow t=1$

Hay $\overrightarrow{IH}=(1;1;5) \Rightarrow IH=\sqrt{27}$

Vậy phương trình mặt cầu là

$(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=27$

Câu 27: Trong không gian *Oxyz*, cho tam giác nhọn *ABC* có $E(2;2;1), F\left(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right), O(0;0;0)$ lần lượt là chân đường cao hạ từ đỉnh A,B,C xuống các cạnh BC,CA,AB. Biết $A(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng:

A. -4. **B.** -6. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

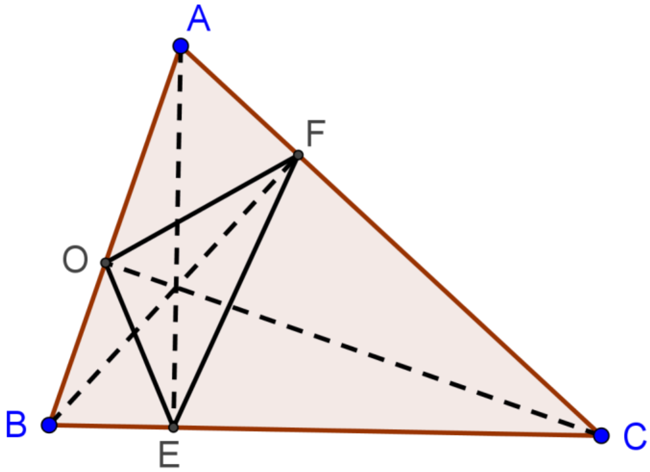
Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{OE}=(2;2;1) \Rightarrow OE=3$

$\overrightarrow{OF}=\left(-\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{8}{3}\right) \Rightarrow OF=4$

$\overrightarrow{FE}=\left(\dfrac{14}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{5}{3}\right) \Rightarrow FE=5$

$\Rightarrow \Delta FOE$ vuông tại O



* Chọn $\vec{u}=\frac{1}{OE}.\overrightarrow{EO}+\frac{1}{EF}.\overrightarrow{EF}=\left(-\frac{8}{5};-\frac{4}{5};0\right)=-\frac{4}{5}(2;1;0)$ là một vtcp của đường cao d xuất phát từ đỉnh A

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=2+2t\\ y=2+t\\ z=1\end{cases}$ và $A(2+2t;2+t;1)\in d$

* Gọi (Q) đi qua O và vuông góc với d. Phương trình của $(Q):2x+2y=0$

* Ta có $FOA=45^0\Rightarrow\cos(OA,FO)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Rightarrow\frac{\left|-\frac{8}{3}.(2+2t)+\frac{4}{3}(2+t)+\frac{8}{3}\right|}{4.\sqrt{(2+2t)^2+(2+t)^2+1^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\frac{|-16-16t+8+4t+8|}{2\sqrt{5t^2+12t+9}}=3\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow|2t|=\sqrt{2}.\sqrt{5t^2+12t+9}\Leftrightarrow 2t^2=5t^2+12t+9$$

$$\Leftrightarrow 3t^2+12t+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\Rightarrow A(0;1;1)\\ t=-3\Rightarrow A(-4;-1;1)\end{array}\right.$$

Trong đó: $A(-4;-1;1)$ thỏa điều kiện A,E khác phía với (Q)

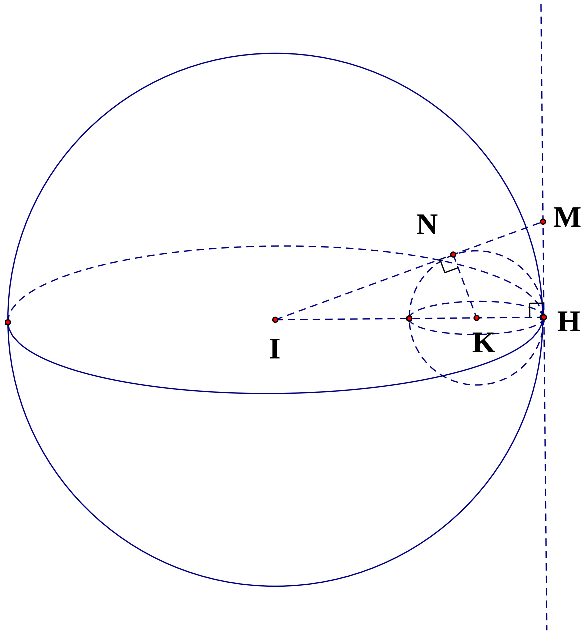
Vậy $A(-4;-1;1)$.

Câu 28: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=16$, $(S_2):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$ và điểm $A\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};-\frac{14}{3}\right)$. Gọi I là tâm của mặt cầu (S_1) và (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2). Xét các điểm M thay đổi và thuộc mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng IM tiếp xúc với mặt cầu (S_2). Khi đoạn thẳng AM ngắn nhất thì $M(a;b;c)$. Tính giá trị của $T=a+b+c$.

A. $T=1$. **B.** $T=-1$. **C.** $T=\frac{7}{3}$. **D.** $T=-\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có mặt cầu (S_1) có tâm $I(0;1;2)$ bán kính $R_1 = 4$ và mặt cầu (S_2) có tâm $K(1;-1;0)$ bán kính $R_2 = 1$.

Có $IK = 3$, suy ra $IK = R_1 - R_2$ nên hai mặt cầu (S_1) và (S_2) tiếp xúc trong tại H.

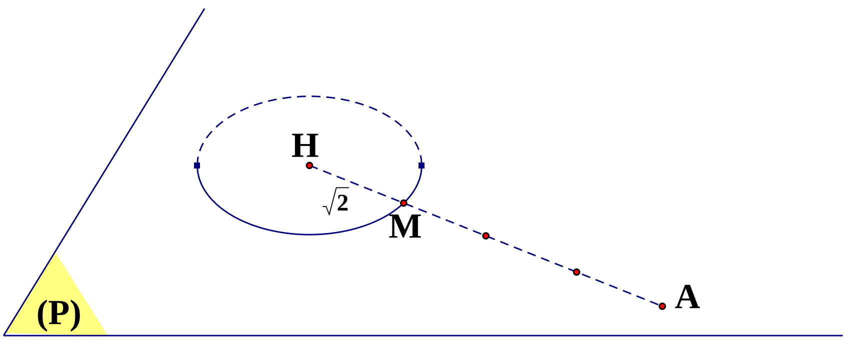
Suy ra $\overrightarrow{IH} = \frac{4}{3}\overrightarrow{IK} \Rightarrow H\left(\frac{4}{3};-\frac{5}{3};-\frac{2}{3}\right)$ và $\overrightarrow{IK} = (1;-2;-2)$.

Vì (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) và (S_2) nên (P) qua H và nhận vectơ $\overrightarrow{IK} = (1;-2;-2)$ là một vectơ pháp tuyến. Suy ra ra phương trình mặt phẳng (P) là $x - 2y - 2z - 6 = 0$.

Giả sử điểm M thay đổi trên (P) thỏa mãn đường thẳng IM tiếp xúc với mặt cầu (S_2), tiếp điểm tương ứng là N.

Ta có ΔIKN và ΔIMH đồng dạng suy ra $\frac{IN}{IH} = \frac{NK}{HM}$ $(*)$.

Với $NK = R_2 = 1; IH = 4; IK = 3; IN = \sqrt{IK^2 - NK^2} = 2\sqrt{2}$ nên $(*) \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{1}{HM} \Leftrightarrow HM = \sqrt{2}$.



Mặt khác ta lại có $A\in(P)$ và M thay đổi thuộc đường tròn (C) tâm H bán kính $R=\sqrt{2}$ nên AM ngắn nhất bằng $HA-R=4\sqrt{2}-\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ khi điểm M thoả mãn $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AH}$

$\Rightarrow M\left(\frac{4}{3};-\frac{2}{3};-\frac{5}{3}\right)$

Suy ra $a=\frac{4}{3};b=-\frac{2}{3};c=-\frac{5}{3}\Rightarrow T=a+b+c=-1$.

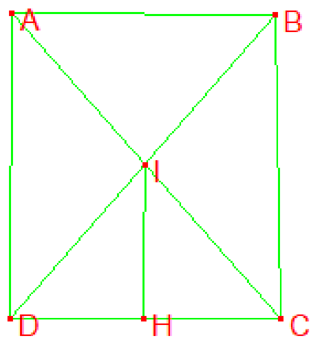
Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=6$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-1}$. Giả sử (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Gọi (T) là khối trụ nội tiếp trong mặt cầu (S) và có một đáy là đường tròn (C). Khi (T) có thể tích lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (P) là $ax+by+cz+d=0$, với $b\in\mathbb{N}^*$, $b\le 10$. Tính $a+b+c+d$.

A. 8. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải:

Chọn D

Gọi thiết diện qua trục của hình trụ (T) là hình chữ nhật $ABCD$



Ta có: $O\in d\subset(P)\Rightarrow d=0$

Lại có: $d\subset(P)\Rightarrow \vec{u}_d.\overrightarrow{n_{(P)}}=0\Leftrightarrow a+b-c=0$

Gọi I là tâm mặt cầu (S). IH : là khoảng cách từ tâm I tới mặt phẳng (P).

Đặt $d_{(I,(P))}=x$. Suy ra $HC=\sqrt{6-x^2}$ Vậy:

$V_{tru}=\pi\left(6-x^2\right).2x\Rightarrow V_{\max}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow IH=\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \frac{|a+2b+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow 5b^2+8ab=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0(L)\\ b=-\frac{8}{5}a\end{array}\right.$.

$\Rightarrow a=-5,b=8,c=3$

$\Rightarrow a+b+c+d=6$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $d_2: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(2a+1;a;-2a-1)$ và $B(b+2;2b;-b-1)$ lần lượt là giao điểm của d với d_1 và d_2.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(b-2a;2b-a;-b+2a)$. Khi đó, để $d\perp(P)$ thì

$$\frac{b-2a+1}{2}=\frac{2b-a}{2}=\frac{-b+2a}{-1}\Leftrightarrow\begin{cases}b-2a+1=2b-a\\b-2a+1=-2(-b+2a)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=1\\2a-b=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases}.$$

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(2;2;-1)$, $A(1;0;-1)$ và $B(3;2;-2)$.

Phương trình đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=9$ và điểm $M(x_0;y_0;z_0)\in d: \begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-3t\end{cases}$. Ba điểm A,B,C phân biệt cùng thuộc mặt cầu (S) sao cho MA,MB,MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;2)$. Khi đó z_0 gần nhất với số nào trong các số sau:

A. 3. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

+ Mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1;1;2)$ và có VTPT $\overrightarrow{OM}$ nên có phương trình dạng: $x_0x+y_0y+z_0z-x_0-y_0-2z_0=0$

+ Gọi H là giao điểm của OM với (ABC). Xét tam giác MAO vuông tại A và có đường cao AH. Ta có:

$$OH.OM=OA^2\Leftrightarrow\frac{|x_0+y_0+2z_0|}{\sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2}}.\sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2}=9\Leftrightarrow|x_0+y_0+2z_0|=9$$

$$\Rightarrow|3t-6|=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\Rightarrow M(0;-1;5)\\t=5\Rightarrow M(6;11;-13)\end{array}\right.$$

Vậy z_0 gần nhất với 5.

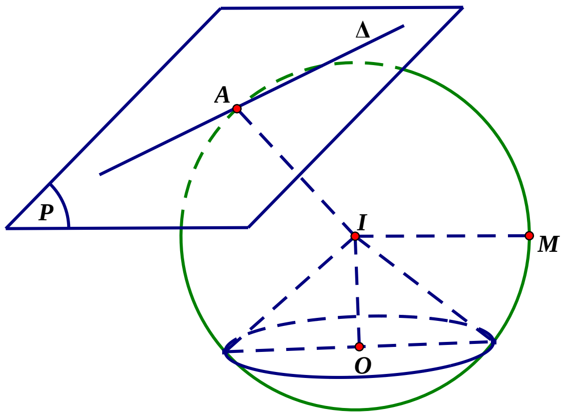
Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua $E(1+3a;-2;2+3a)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;1;a+1)$. Biết khi a thay đổi luôn tồn tại một mặt cầu (S) cố định có tâm $I(m;n;p)$ bán kính R đi qua điểm $M(1;1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng Δ. Một khối nón

(N) có đỉnh I và đường tròn đáy của khối nón nằm trên mặt cầu (S). Thể tích lớn nhất của khối nón (N) là $\max V_{(N)} = \dfrac{q\pi}{3}$. Khi đó tổng $m+n+p+q$ bằng

A. 250. **B.** 256. **C.** 252. **D.** 225.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết ta có phương trình đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1+3a+at \\ y = -2+t \\ z = 2+3a+(a+1)t \end{cases}$.

Ta có đường thẳng Δ luôn đi qua điểm cố định $A(1;-5;-1), \forall a \in \mathbb{R}$. $(t=-3)$.

Nhận thấy đường thẳng Δ luôn nằm trên mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$.

Nếu (P) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn thì Δ chính là tiếp tuyến của đường tròn, mà từ một điểm chỉ có thể kẻ tối đa hai tiếp tuyến với đường tròn, nên khi đó chỉ có thể tồn tại tối đa hai tiếp tuyến Δ với (S). Do từ A kẻ được vô số tiếp tuyến Δ với (S) nên (P) phải tiếp xúc với (S) tại A.

Ta có $AI \perp (P)$ nên $\overrightarrow{AI}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_P} = (1;1;-1)$, do đó $\dfrac{m-1}{1} = \dfrac{n+5}{1} = \dfrac{p+1}{-1}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m+p=0 \\ n+p=-6 \end{cases} (1)$.

Ta lại có $MI = IA \Leftrightarrow MI^2 = IA^2 \Leftrightarrow (m-1)^2+(n-1)^2+(p-1)^2 = (m-1)^2+(n+5)^2+(p+1)^2$

$\Leftrightarrow 3n+p=-6 (2)$.

Từ $(1),(2)$ ta có hệ phương trình: $\begin{cases} m+p=0 \\ n+p=-6 \\ 3n+p=-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=6 \\ n=0 \\ p=-6 \end{cases}$.

Bán kính mặt cầu (S): $R = IM = \sqrt{5^2+(-1)^2+(-7)^2} = 5\sqrt{3}$.

Gọi O là tâm của hình tròn đáy của hình nón, đặt $x = IO, x > 0$, khi đó hình nón có bán kính đáy là $r = \sqrt{R^2 - IO^2} = \sqrt{75 - x^2}$.

Thể tích khối nón: $V_{(N)}=\frac{1}{3}\pi.r^2.x=\frac{\pi}{3}.\left(75x-x^3\right)$.

Xét hàm số: $f(x)=75x-x^3, x\in(0;+\infty)$, $f'(x)=75-3x^2$ với $x\in\left(0;5\sqrt{3}\right)$.

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow 75-3x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5(n)\\x=-5(l)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		5		$5\sqrt{3}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	250	$\searrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra $\max\limits_{(0;5\sqrt{3})} f(x)=250$ tại $x=5$.

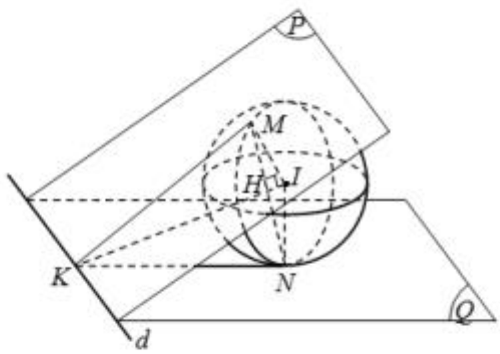
Do đó $\max V_{(N)}=\frac{250\pi}{3}\Rightarrow q=250$.

Câu 33: Vậy $m+n+p+q=6+0+(-6)+250=250$ .Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{4}$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+4=0$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) chứa d và tiếp xúc với (S). Gọi M , N là tiếp điểm. $H(a;b;c)$ là trung điểm của MN .Khi đó tích abc bằng

A. $\frac{8}{27}$. **B.** $\frac{16}{27}$. **C.** $\frac{32}{27}$. **D.** $\frac{64}{27}$.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$ bán kính $r=\sqrt{2}$. Gọi $K=d\cap(IMN)$, ta có K là hình chiếu vuông góc của I trên d . Ta có $K(2;0;0)$, $IK=\sqrt{6}$ và $\overrightarrow{IK}=(1;-2;-1)$.

Khi đó

$\frac{IH}{IK}=\frac{IH.IK}{IK^2}=\frac{R^2}{IK^2}=\frac{1}{3}$ suy ra $\overrightarrow{IH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IK}$ và $H\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3};\frac{2}{3}\right)$.

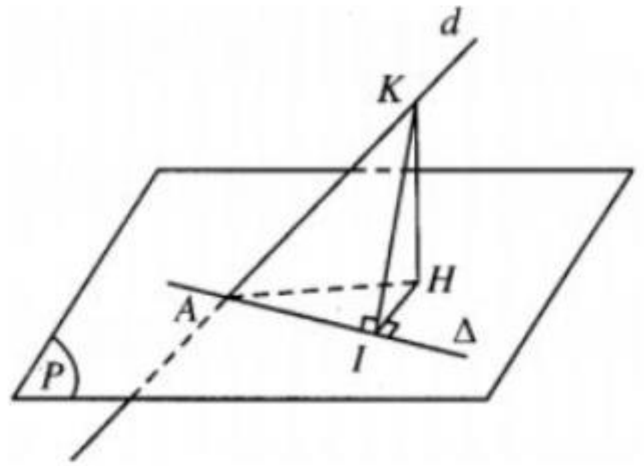
Vậy $abc=\frac{32}{27}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của α để tồn tại một mặt phẳng (Q) chứa d tạo với (P) một góc $\alpha°$.

A. 75. **B.** 76. **C.** 77. **D.** 74.

Lời giải

Chọn A



Gọi $A=d\cap(P), K$ là một điểm tùy ý trên $d, K\neq A$. Δ là giao tuyến của (P) *và* (Q). Gọi H *và* I lần lượt là hình chiếu của K trên (P) *và* Δ.

Gọi $\varphi=(d;(P))=KAH$; *và* $\alpha=((P);(Q))=KIH$.

Ta có $KH\le KI\le KA$, lại có $\sin\alpha=\dfrac{KH}{KI}$ nên $\dfrac{KH}{KA}\le\sin\alpha=\dfrac{KH}{KI}\le\dfrac{KH}{KH}\Leftrightarrow\sin\varphi\le\sin\alpha\le 1$.

Mặt khác $\sin\varphi=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_P}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|.\left|\overrightarrow{n_P}\right|}=\dfrac{\sqrt{6}}{9}$ với $\overrightarrow{u_d}(2;1;-2)$ là VTCP của đường thẳng d và $\overrightarrow{n_P}(1;-2;1)$ là VTPT của mặt phẳng (P).

Do đó $\dfrac{\sqrt{6}}{9}\le\sin\alpha\le 1\Leftrightarrow 15{,}8^\circ\le\alpha\le 90^\circ\overset{\alpha\in\mathbb{Z}}{\Rightarrow}\alpha\in\{16;17;...90\}$. Vậy có 75 số α thỏa mãn.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;4)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=20$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d thỏa mãn khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất. Mặt cầu (S) cắt (P) theo đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng $d\Rightarrow H\in d$.

Giả sử $H(1+2t;-2+t;2t)$. Khi đó $\overrightarrow{AH}.\vec{n}=0$ **(với $\vec{n}$ là vectơ chỉ phương của d)**

$\Rightarrow(-1+2t).2+(1+t).1+(2t-4).2=0\Leftrightarrow 9t=9\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(3;-1;2)$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P).

Ta thấy $AK \le AH$ nên khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất bằng AH khi K trùng H.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua $H(3;-1;2)$ và nhận $\overrightarrow{AH}(1;2;-2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình của (P) là $1(x-3)+2(y+1)-2(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-2z+3=0$.

$(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=20 \Rightarrow (S)$ có tâm $I(3;2;-1)$ và bán kính $r=\sqrt{20}$.

Mặt cầu (S) cắt (P) theo đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{20-d^2(I,(P))}=\sqrt{20-\left(\frac{|3+2.2-2.(-1)+3|}{3}\right)^2}=2$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-4;1;5)$, $B(6;-1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y-z-1=0$. Xét mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và có tâm thuộc (P). Bán kính mặt cầu (S) nhỏ nhất bằng

A. $\sqrt{35}$. **B.** $\sqrt{33}$. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là tâm của mặt cầu (S).

Vì (S) đi qua A, B nên $IA=IB$ hay I thuộc mặt phẳng trung trực (α) của AB.

Mặt khác, $I \in (P)$ nên I thuộc giao tuyến d của (P) và (α).

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(10;-2;-4)$ và $M(1;0;3)$ là trung điểm của AB nên (α): $5x-y-2z+1=0$.

Phương trình tham số của d: $\begin{cases} x=t \\ y=t+1 \\ z=2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

Vì $I \in d$ nên $I=(t;t+1;2t)$. Mặt cầu (S) có bán kính

$R=AI=\sqrt{(t+4)^2+(t+1-1)^2+(2t-5)^2}=\sqrt{6t^2-12t+41}=\sqrt{6(t-1)^2+35}$.

Ta có $R \ge \sqrt{35}$ và $R=\sqrt{35} \Leftrightarrow t=1$.

Vậy bán kính mặt cầu (S) có độ dài nhỏ nhất bằng $\sqrt{35}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-36=0$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-36=0$ và điểm $N(3;3;3)$. Từ một điểm M thay đổi trên (P), kẻ các tiếp tuyến phân biệt *MA*, *MB*, *MC* đến (S) (*A*, *B*, *C* là các tiếp điểm). Khi khoảng cách từ *N* đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax+2y+bz+c=0$. Tính giá trị $a+b+c$ bằng

A. 6. **B.** 0. **C.** -2. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(a;b;c) \in (P) \Rightarrow 2a+b+2c-36=0$ $(*)$.

$A(x;y;z) \in (S) \Rightarrow x^2+y^2+z^2=36$

$\Rightarrow \overrightarrow{MA} = (x-a; y-b; z-c)$; $\overrightarrow{OA} = (x; y; z)$.

Do MA là tiếp tuyến tại A của mặt cầu (S) tâm O nên $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{MA} = 0$

$\Leftrightarrow x(x-a) + y(y-b) + z(z-c) = 0$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = ax + by + cz \Leftrightarrow ax + by + cz = 36$

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (ABC) là $ax + by + cz = 36$.

Ta có: $ax + by + cz = 36 \Leftrightarrow a(x-2) + b(y-1) + c(z-2) + 2a + b + 2c - 36 = 0$

$\Leftrightarrow a(x-2) + b(y-1) + c(z-2) = 0$ (do $(*)$)

$\Rightarrow K(2;1;2) \in (ABC) \Rightarrow d(N,(ABC)) \le NK$.

Khi đó $d(N,(ABC))_{\max} = NK \Leftrightarrow NK \perp (ABC)$.

Ta có $\overrightarrow{NK} = (-1;-2;-1)$.

Do đó phương trình mặt phẳng (ABC) là: $x + 2y + z - 6 = 0$.

Vậy $1 + 1 - 6 = -4$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z-1}{1}$; $d_2: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-3}{2}$; $d_3: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 17 = 0$ (Với a, b là các số nguyên, $a > 0$) đi qua $M(-2;3;-4)$ và cắt ba đường thẳng trên lần lượt tại ba điểm A, B, C sao cho tam giác ABC đều. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $(-3;1;-1)$. **B.** $(-3;1;1)$. **C.** $(-3;0;1)$. **D.** $(-3;-1;1)$.

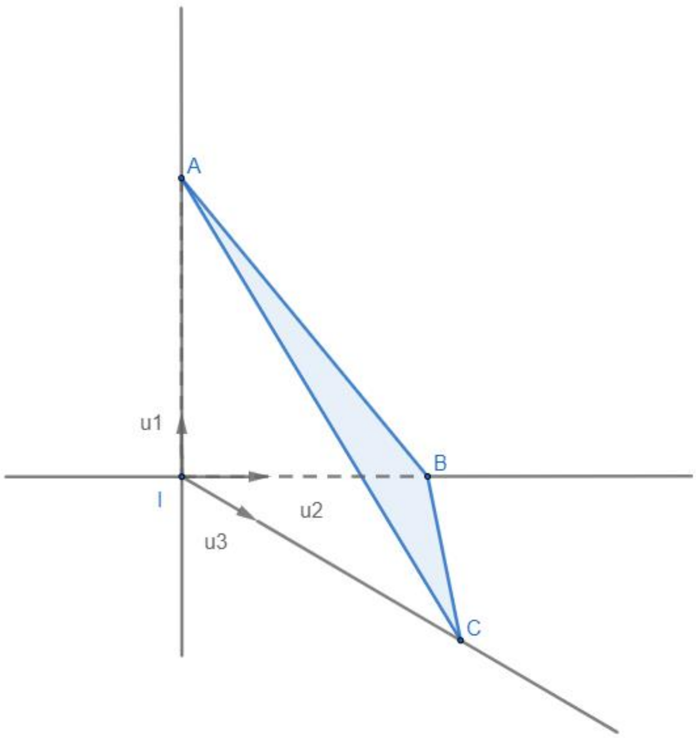
Lời giải

Chọn A

Các đường thẳng d_1, d_2, d_3 có vectơ chỉ phương lần lượt là $\overrightarrow{u_1} = (2;2;1)$; $\overrightarrow{u_2} = (1;-2;2)$; $\overrightarrow{u_3} = (2;-1;-2)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{u_1}; \overrightarrow{u_2}; \overrightarrow{u_3}$ vuông góc và $|\overrightarrow{u_1}| = |\overrightarrow{u_2}| = |\overrightarrow{u_3}| = 3$ (1)

Ta có $d_1; d_2; d_3$ đồng quy tại điểm $I(1;1;1)$ và các đường thẳng $d_1; d_2; d_3$ tương ứng vuông góc với nhau từng đôi một.



Ta có hệ $\begin{cases} IA^2 + IB^2 = AB^2 \\ IA^2 + IC^2 = AC^2 \\ IC^2 + IB^2 = BC^2 \end{cases}$ mà $AB = BC = BC \Rightarrow IA = IB = IC$ (2)

$\Rightarrow I.ABC$ là hình chóp đều và vuông tại I .

Từ (1) và (2) ta suy ra: $\overrightarrow{IA} = m\overrightarrow{u_1}; \overrightarrow{IB} = n\overrightarrow{u_2}; \overrightarrow{IC} = p\overrightarrow{u_3}$ (trong đó $|m| = |n| = |p|$)

và $\overrightarrow{n_{ABC}}$ cùng phương với vecto $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$.

Để đơn giản ta chọn lại $|m| = |n| = |p| = 1$ và có 4 trường hợp sau:

TH1: Chọn $\overrightarrow{n_{ABC}} = \overrightarrow{n_1} = \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2} + \overrightarrow{u_3} = (5;-1;1)$.

Vậy mặt phẳng là $5(x+2) - (y-3) + (z+4) = 0 \Leftrightarrow 5x - y + z + 17 = 0$. Ta thấy có đáp án A thuộc mặt phẳng, nên đáp án là A .

TH2: Chọn $\overrightarrow{n_{ABC}} = \overrightarrow{n_2} = \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2} - \overrightarrow{u_3} = (1;1;1)$.

Phương trình mặt phẳng là $1(x+2) + 1.(y-3) + 1.(z+4) = 0 \Leftrightarrow x + y + z - 5 = 0$.

Do không thể đưa về dạng $ax + by + cz + 17 = 0$ với a nguyên vì $\dfrac{a}{1} \neq \dfrac{17}{-5}$ với $a \in \mathbb{Z}$.

TH3: Chọn $\overrightarrow{n_{ABC}} = \overrightarrow{n_3} = -\overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{u_2} + \overrightarrow{u_3} = (1;-5;-1)$.

Phương trình mặt phẳng là $1(x+2) - 5(y-3) - 1.(z+4) = 0 \Leftrightarrow x - 5y - z + 13 = 0$ (Loại với lí do tương tự).

TH4: Chọn $\overrightarrow{n_{ABC}} = \overrightarrow{n_4} = \overrightarrow{u_1} - \overrightarrow{u_2} + \overrightarrow{u_3} = (3;3;-3)$ Phương trình mặt phẳng là $3(x+2) + 3(y-3) - 3(z+4) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 5 = 0$ (Loại với lí do tương tự).

Câu 39: Vậy đáp án là A.Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(x-3)^2+(x-8)^2=4$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Gọi (P), (Q) là hai mặt phẳng tùy ý tiếp xúc với (S) lần lượt tại các tiếp điểm A, B; góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng 90^0. Đường thẳng đi qua A song song với d cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm M, đường thẳng đi qua B song song với d cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm N. Giá trị lớn nhất của tổng $AM+BN$ bằng

A. $24+2\sqrt{2}$. **B.** $24-3\sqrt{2}$. **C.** $26+3\sqrt{2}$. **D.** $26-3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(x-3)^2+(x-8)^2=4$ có tâm $I(2;3;8)$, bán kính $R=2$.

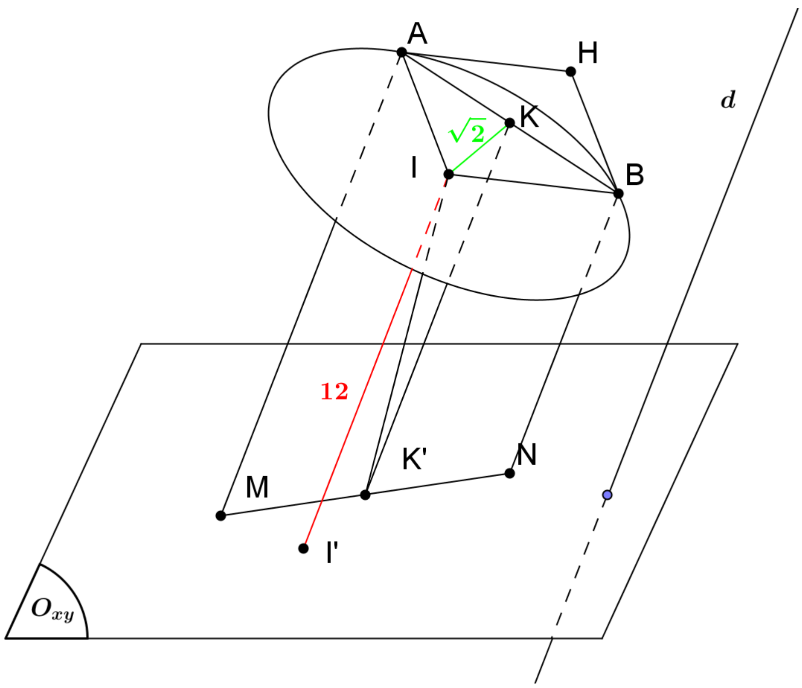
Gọi K là trung điểm AB; H là giao điểm giữa 3 mặt phẳng (P), (Q) và (ABI).

Đường thẳng đi qua I song song với d cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm I', đường thẳng đi qua K song song với d cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm K'.

Khi đó $AIBH$ là hình vuông, $AB=2\sqrt{2}$, $IK=\sqrt{2}$.

Do II' đi qua $I(2;3;8)$ song song với d nên có phương trình $II':\begin{cases} x=2+t \\ y=3-2t \\ z=8+2t \end{cases}$.

Đường thẳng II' cắt (Oxy) tại $I'(-2;11;0)$. Suy ra $II'=12$.



Do K là trung điểm AB, K' là trung điểm MN nên $AM+BN=2KK'$.

Vì K thuộc mặt cầu tâm $I(2;3;8)$ bán kính $IK=\sqrt{2}$ nên KK' lớn nhất khi I nằm trên đoạn thẳng KK' hay $I'\equiv K'$.

Câu 40: Khi đó: $AM+BN=2\left(IK+IK'\right)=2\left(IK+II'\right)=2\left(12+\sqrt{2}\right)=24+2\sqrt{2}$ .Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2-m^2+m^2t\\y=3+n^2-n^2t\\z=mn\sqrt{2}-\sqrt{2}mnt\end{cases}$, trong đó m và n là những tham số thực. Biết rằng tồn tại mặt cầu cố định (S) có tâm $I(4;b;c)$ và tiếp xúc với đường thẳng d. Bán kính mặt cầu (S) bằng:

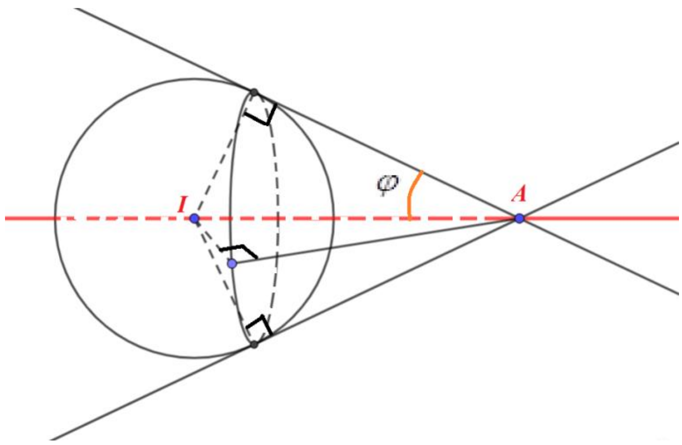
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét: Đường thẳng d luôn đi qua điểm $A(2;3;0)$ cố định (ứng với $t=1$) và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(m^2;-n^2;-\sqrt{2}mn\right)$.

Biết rằng tồn tại mặt cầu cố định (S) có tâm $I(4;b;c)$ và tiếp xúc với đường thẳng d nên tồn tại đường thẳng IA cố định tạo với d một góc $\varphi\left(0<\varphi<90^0\right)$ không đổi.



Giả sử đường thẳng IA có 1 vectơ chỉ phương $\vec{v}=(A;B;C)$

+) Với $m=1,n=0$ thì $\vec{u}=(1;0;0)\Rightarrow\cos\varphi=\dfrac{|A|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ (1)

+) Với $m=0,n=1$ thì $\vec{u}=(0;-1;0)\Rightarrow\cos\varphi=\dfrac{|-B|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}=\dfrac{|B|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$ (2)

+) Với $m=1,n=\sqrt{2}$ thì $\vec{u}=(1;-2;-2)$

$$\Rightarrow\cos\varphi=\frac{|A-2B-2C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{|A-2B-2C|}{3\sqrt{A^2+B^2+C^2}}\quad(3)$$

Lấy $A=1$.Từ (1), (2), (3), suy ra: $\dfrac{1}{\sqrt{1^2+B^2+C^2}}=\dfrac{|B|}{\sqrt{1^2+B^2+C^2}}=\dfrac{|1-2B-2C|}{3\sqrt{1^2+B^2+C^2}}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |B|=1 \\ |3B|=|1-2B-2C| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B=\pm 1 \\ |3B|=|1-2B-2C| \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} B=1 \\ 3=|-1-2C| \end{cases} \\ \begin{cases} B=-1 \\ 3=|3-2C| \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} B=1 \\ \left[\begin{array}{l} C=1 \\ C=-2 \end{array} \right. \end{cases} \\ \begin{cases} B=-1 \\ \left[\begin{array}{l} C=0 \\ C=3 \end{array} \right. \end{cases} \end{array} \right.$$

Vậy $\vec{v}=(1;1;1)$, $\vec{v}=(1;1;-2)$, $\vec{v}=(1;-1;0)$ hoặc $\vec{v}=(1;-1;3)$

TH1: $\vec{v}=(1;1;1) \Rightarrow \cos\varphi=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ đường thẳng IA có phương trình $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+t \\ z=t \end{cases} \Rightarrow I(4;5;2)$

$\Rightarrow IA=\sqrt{2^2+2^2+2^2}=2\sqrt{3} \Rightarrow R=IA.\sin\varphi=2\sqrt{3}.\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2}=2\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$.

TH2: $\vec{v}=(1;1;-2) \Rightarrow \cos\varphi=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ đường thẳng IA có phương trình $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+t \\ z=-2t \end{cases} \Rightarrow I(4;5;-4)$

$\Rightarrow IA=\sqrt{2^2+2^2+4^2}=2\sqrt{6} \Rightarrow R=IA.\sin\varphi=2\sqrt{6}.\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{\sqrt{6}}\right)^2}=2\sqrt{6}.\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}=2\sqrt{5}$.

TH3: $\vec{v}=(1;-1;0) \Rightarrow \cos\varphi=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ đường thẳng IA có phương trình $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow I(4;1;0)$

$\Rightarrow IA=\sqrt{2^2+2^2+0^2}=2\sqrt{2} \Rightarrow R=IA.\sin\varphi=2\sqrt{2}.\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2}=2\sqrt{2}.\dfrac{1}{\sqrt{2}}=2$.

TH4: $\vec{v}=(1;-1;3) \Rightarrow \cos\varphi=\dfrac{1}{\sqrt{11}}$ đường thẳng IA có phương trình $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-t \\ z=3t \end{cases} \Rightarrow I(4;1;6)$

$\Rightarrow IA=\sqrt{2^2+2^2+6^2}=2\sqrt{11} \Rightarrow R=IA.\sin\varphi=2\sqrt{11}.\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{\sqrt{11}}\right)^2}=2\sqrt{11}.\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{11}}=2\sqrt{10}$.

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-m^2+m^2t \\ z=2m-2mt \end{cases}$ trong đó m là tham số thực. Biết rằng tồn tại mặt cầu cố định (S) có tâm $I(a;b;c)$ đi qua $B(2;1;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng d. Biết bán kính R của mặt cầu (S) lớn hơn 1. Bán kính R bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Cho $t=1$, dễ thấy đường thẳng d luôn đi qua điểm $A(1;0;0)$ với mọi m.

Ta thấy nếu d tiếp xúc với mặt cầu cố định thì góc giữa d và đường thẳng AI không đổi.

Ta có $\overrightarrow{AI}=(a-1;b;c)$; $\vec{u}_d=(2;m^2;-2m)$;

$$\cos(AI;d)=\left|\frac{2(a-1)+bm^2-2mc}{\sqrt{(a-1)^2+b^2+c^2}\cdot\sqrt{4+m^4+4m^2}}\right|=\left|\frac{bm^2-2mc+2(a-1)}{(m^2+2)\sqrt{(a-1)^2+b^2+c^2}}\right| \quad (1)$$

$\cos(AI;d)$ không đổi suy ra đạo hàm của $f(m)=\dfrac{bm^2-2mc+2(a-1)}{m^2+2}$ bằng 0 với mọi m.

Do đó

$(2bm-2c)(m^2+2)-2m(bm^2-2mc+2(a-1))=0,\forall m$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-2c+4c=0\\4b-4(a-1)=0\\-4c=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}b=a-1\\c=0\end{cases}$$

Vậy tâm của mặt cầu (S) có dạng $I(a;a-1;0)$.

Thay $b=a-1$, $c=0$ vào (1) ta nhận được $\cos(AI;d)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra

$$AI=R\sqrt{2}\Leftrightarrow AI=IB\sqrt{2}\Leftrightarrow 2(a-1)^2=2[2(a-2)^2+1]\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=4\\a=2\end{array}\right.$$

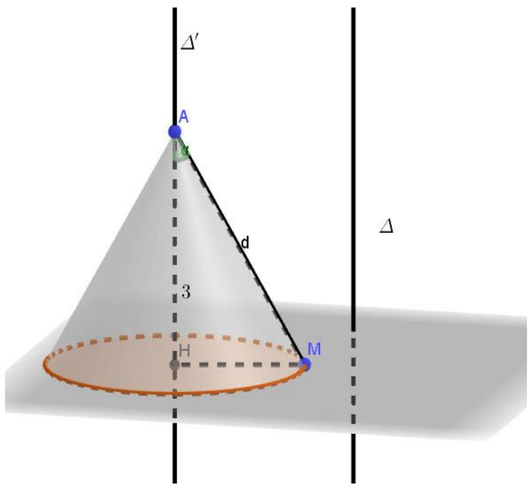
Với $a=2$, $R=IB=1$ (loại).

Câu 42: Với $a=4$, $R=IB=3$ (nhận).Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z-9=0$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{-2}$. Một đường thẳng d đi qua $A(2;0;1)$ và tạo với đường thẳng Δ một góc bằng 60^0. Gọi $M=d\cap(P)$. Giá trị lớn nhất của hoành độ của điểm M bằng

A. $8+2\sqrt{2}$. **B.** $-1+4\sqrt{3}$. **C.** $3+\sqrt{2}$. **D.** $3+2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D



* Ta có: $\vec{u}_{\Delta} = (1;2;-2)$ là một VTCP của đường thẳng Δ, $\vec{n}_{(P)} = (1;2;-2)$ là một VTPT của mặt phẳng (P).

* Ta có: $\vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_{(P)} \Rightarrow \Delta \perp (P)$ và $d(A,(P)) = 3$.

* Gọi H là hình chiếu của A lên $(P) \Rightarrow H(3;2;-1)$.

* Gọi Δ' đi qua A và H $(\Delta /\!/ \Delta')$, Δ' cố định. Đường thẳng d đi qua A cố định và $(d,\Delta') = (d,\Delta) = 60^0$. Nên tập hợp đường thẳng d là các đường sinh của hình nón (N) có đỉnh A, trục Δ' và góc ở đỉnh là $120^0 \Rightarrow$ tập hợp các điểm M là đường tròn (C) như hình vẽ.

* Do $HM = 3.\tan 60^0 = 3\sqrt{3}$ nên M thuộc mặt cầu (S) có tâm H và $R = 3\sqrt{3}$

$\Rightarrow (S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 27$.

Vậy M thuộc đường tròn là giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P). Nên tọa độ điểm $M(x;y;z)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 27 & (1) \\ x + 2y - 2z - 9 = 0 & (2) \end{cases}$

* Bài toán quy về tìm $\underset{\mathbb{R}}{\text{Max}}(x)$ thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 27 & (1) \\ x + 2y - 2z - 9 = 0 & (2) \end{cases}$$

$(2) \Leftrightarrow x = 9 - 2y + 2z$ thay vào (1) ta được $(1) \Leftrightarrow (6 - 2y + 2z)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 27$ (3).

Mà $\left[(z+1) - (y-2)\right]^2 \le 2[(z+1)^2 + (y-2)^2]$ đồng thời đặt $a = z - y$.

$$(3) \Leftrightarrow (6 + 2a)^2 + \frac{(a+3)^2}{2} \le 27$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{2}(a+3)^2 \le 27 \Rightarrow a \le \sqrt{6} - 3.$$

$$\Rightarrow x \le 9 + 2(\sqrt{6} - 3) \Leftrightarrow x \le 2\sqrt{6} + 3.$$

Câu 43: Dấu "=" xảy ra khi $y = \dfrac{4-\sqrt{6}}{2}; z = \dfrac{\sqrt{6}-2}{2}$.Trong không gian hệ trục toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{-2}$, điểm $A(1;2;0)$. Gọi N là điểm di động chạy trên đường thẳng d và M là điểm nằm trên mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng NA luôn bằng 6.

Quỹ tích điểm M là một đường cong (ω) có diện tích bằng

A. $\dfrac{108\pi\sqrt{3}}{5}$. **B.** $36\pi\sqrt{6}$. **C.** $\dfrac{100\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{71\pi\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét rằng điểm $A(1;2;0)$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P), thành ra đường thẳng NA chính là đường thẳng d. Do đó, quỹ tích các điểm M (đường cong (ω)) thực chất là đường biên của thiết diện của mặt phẳng (P) và khối trụ tròn xoay (T) nhận d làm trục, bán kính bằng 6.

Gọi (Q) là một mặt phẳng vuông góc với d và cắt khối trụ tròn xoay (T) theo thiết diện là một hình tròn có diện tích là $S_1 = \pi.6^2 = 36\pi$.

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) thì $\cos\varphi = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{n_{(Q)}}\right)\right| = \left|\cos\left(\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{u_d}\right)\right| = \dfrac{5}{3\sqrt{3}}$

.

Gọi S_2 là diện tích của phần mặt phẳng giới hạn bởi đường cong (ω), ta có:

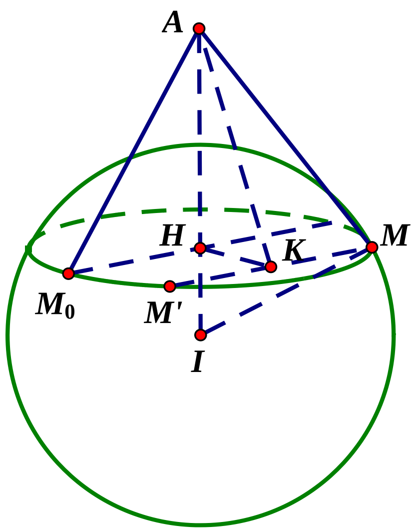
$$S_1 = S_2\cos\varphi \Rightarrow S_2 = \frac{S_1}{\cos\varphi} = \frac{36\pi}{\frac{5}{3\sqrt{3}}} = \frac{108\sqrt{3}\pi}{5} \text{ (đvdt).}$$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 1$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;1;1)$. Từ A kẻ tiếp tuyến AM với mặt cầu (S) (M là tiếp điểm) sao cho góc giữa đường thẳng AM và đường thẳng d là nhỏ nhất. Giả sử $M(x_0; y_0; z_0)$ với $x_0 > 1$, tính giá trị biểu thức $x_0 + 2y_0 + 3z_0$.

A. $\dfrac{2\sqrt{3}+6}{15}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}+6}{15}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}-6}{15}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}-6}{15}$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$, bán kính $R = 1$.

Ta thấy $\overrightarrow{IA} = (0;1;2)$, $IA = \sqrt{5} > R$ nên từ A kẻ được vô số tiếp tuyến với mặt cầu (S). Do M là tiếp điểm nên M thuộc mặt phẳng (P) vuông góc với IA.

Gọi $H = IA \cap (P)$, suy ra $MH \perp AI$. Trong tam giác vuông AMI ta có

$$AM^2 = AH.AI \Rightarrow \frac{AH}{AI} = \frac{AM^2}{AI^2} = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AI} \Rightarrow H\left(1; \frac{1}{5}; -\frac{3}{5}\right).$$

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d} = (2;-2;1)$.

Do $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{IA}=0-2+2=0$ nên $d//(P)$ (d có thể nằm trên (P)).

Ta thấy $H\notin d$, từ H kẻ đường thẳng $\Delta//d$ cắt mặt cầu (S) tại M_0, suy ra $\Delta\subset(P)$ và AM_0 là một tiếp tuyến của (S).

Từ M kẻ $\Delta'//\Delta$ (Δ' có thể trùng với Δ), Δ' cắt (S) tại điểm thứ hai là M'. Gọi K là trung điểm của MM', suy ra $AK\perp MM'$. Ta có $\sin(AM,d)=\sin(AM,\Delta')=\sin AMK=\dfrac{AK}{AM}\geq\dfrac{AH}{AM_0}=\sin AM_0H=\sin(AM_0,\Delta)$.

Do đó góc giữa đường thẳng AM và đường thẳng d là nhỏ nhất bằng góc AM_0H khi $M\equiv M_0$.

Do $\Delta//d$ nên $\overrightarrow{u_d}$ cũng là vectơ chỉ phương của Δ. Do $M\equiv M_0\in\Delta\Rightarrow\overrightarrow{HM}=t.\overrightarrow{u_d}$,

$\Rightarrow M\left(1+2t;\dfrac{1}{5}-2t;-\dfrac{3}{5}+t\right)$.

Do $M\in(S)\Rightarrow(2t)^2+\left(\dfrac{1}{5}-2t\right)^2+\left(t+\dfrac{2}{5}\right)^2=1\Leftrightarrow 9t^2=\dfrac{4}{5}\Leftrightarrow t^2=\dfrac{4}{45}$

Do $x_0>1$ nên $t>0$ $\Rightarrow t=\dfrac{2\sqrt{5}}{15}$,suy ra $x_0+2y_0+3z_0=t-\dfrac{2}{5}=\dfrac{2\sqrt{5}-6}{15}$.

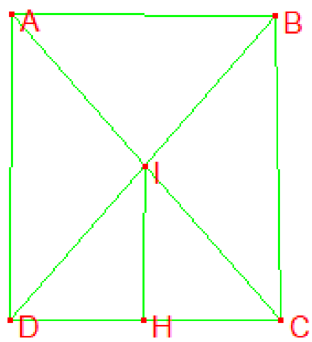
Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=6$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{-1}$. Giả sử (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Gọi (T) là khối trụ nội tiếp trong mặt cầu (S) và có một đáy là đường tròn (C). Khi (T) có thể tích lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (P) là $ax+by+cz+d=0$, với $b\in\mathbb{N}^*$, $b\leq 10$. Tính $a+b+c+d$.

A. 8. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Gọi thiết diện qua trục của hình trụ (T) là hình chữ nhật $ABCD$



Ta có: $O\in d\subset(P)\Rightarrow d=0$

Lại có: $d\subset(P)\Rightarrow\vec{u}_d.\overrightarrow{n_{(P)}}=0\Leftrightarrow a+b-c=0$

Gọi I là tâm mặt cầu (S). IH : là khoảng cách từ tâm I tới mặt phẳng (P).

Đặt $d_{(I,(P))} = x$. Suy ra $HC = \sqrt{6-x^2}$ Vậy:

$V_{tru} = \pi\left(6-x^2\right).2x \Rightarrow V_{\max} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow IH = \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|a+2b+c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow 5b^2+8ab = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0(L) \\ b = -\dfrac{8}{5}a \end{array}\right.$.

$\Rightarrow a = -5, b = 8, c = 3$

$\Rightarrow a+b+c+d = 6$

Câu 46: Cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2 = 3$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+4}{6} = \dfrac{y-6}{-2} = \dfrac{z-2}{-1}$. Từ điểm $M \in \Delta$ kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) và gọi (C) là tập hợp các tiếp điểm. Biết khi diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) đạt giá trị nhỏ nhất thì (C) thuộc mặt phẳng $x+by+cz+d = 0$. Tìm $b+c+d$?

A. 4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -4.

Lời giải

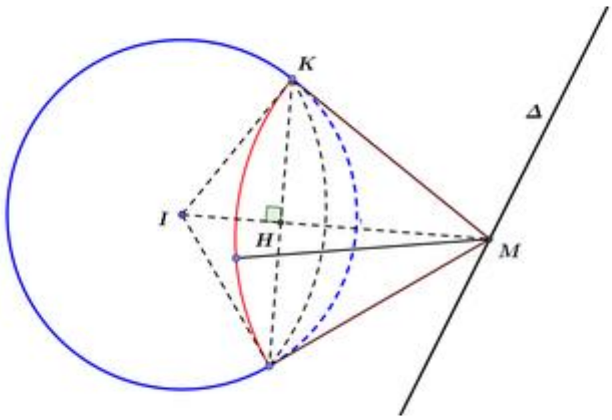
Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và bán kính $R = \sqrt{3}$.

Đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -4+6t \\ y = 6-2t \\ z = 2-t \end{cases}$ có vecto chỉ phương $\vec{u} = (6;-2;-1)$

Ta có $d(I,\Delta) = 3 > R$ (dùng công thức tính).

(Gọi các điểm như hình vẽ đính kèm).



Gọi H là tâm của đường tròn (C), K là một tiếp điểm của (S) và tiếp tuyến Δ kẽ từ M.

Ta có diện tích của (C) là $s = \pi.r^2$, $r = HK$

Mặt khác ta có $IK^2 = IH.IM \Rightarrow IH = \dfrac{3}{IM}$. Đặt $IM = x$

Mà $HK^2 = IK^2 - IH^2 = 3 - \dfrac{9}{x^2}$

Suy ra diện tích của (C) nhỏ nhất khi $r = HK$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM$ nhỏ nhất.

Ta lại có $IM \ge d(I,\Delta) \Rightarrow IM$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM = 3$. Khi đó M là hình chiếu vuông góc của I lên Δ.

Gọi $M(-4+6t;6-2t;2-t) \in \Delta \Rightarrow \overrightarrow{IM} \perp \vec{u} \Rightarrow M(2;4;1)$

Khi đó $r = \sqrt{2} \Rightarrow IH = 1 \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IM} \Rightarrow H(\frac{4}{3};\frac{8}{3};-\frac{1}{3})$; $\overrightarrow{IM} = (1;2;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Khi đó (P) qua H và có vtpt là $\overrightarrow{IM}$

$\Rightarrow (P): x+2y+2z-6=0 \Rightarrow b+c+d=-2$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc $90°$. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $H(-2;-1;3)$. **B.** $I(-1;-2;3)$. **C.** $K(3;0;15)$. **D.** $J(-3;2;7)$.

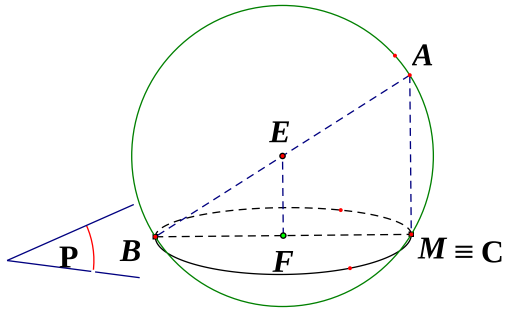
Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ có phương trình là $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+4t \\ z = -3-4t \end{cases}$.

Vì $B \in d$ nên $B(1+3t;2+4t;-3-4t)$ mà $B \in (P)$ nên ta có phương trình $2(1+3t)+2(2+4t)-(-3-4t)+9=0 \Leftrightarrow 18t+18=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow B(-2;-2;1)$.

Do M luôn nhìn AB dưới một góc vuông nên M thuộc mặt cầu (S) tâm $E\left(-\frac{1}{2};0;-1\right)$ đường kính AB, mà M thuộc mặt phẳng (P) nên M thuộc đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) (vì $d(E;(P)) < R = \frac{AB}{2}$).



Gọi F là tâm của đường tròn giao tuyến.

Ta có MB là dây cung của đường tròn (F) nên $MB \le BC$ với BC là đường kính của (F).

Do đó MB lớn nhất bằng BC khi $M \equiv C$. Chú ý rằng $AC // EF$, $EF \perp (P)$ nên $AC \perp (P)$, tức là M là hình chiếu vuông góc của A trên (P).

Đường thẳng AC đi qua $A(1;2;-3)$, vuông góc với mặt phẳng (P) nên AC có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_{AC} = (2;2;-1)$ có phương trình là $\begin{cases} x = 1+2t' \\ y = 2+2t' \\ z = -3-t' \end{cases}$ với $t' \in \mathbb{R}$.

Vì $C \in AC$ nên $C(1+2t';2+2t';-3-t')$.

Vì $C \in (P)$ nên

$2(1+2t')+2(2+2t')-(-3-t')+9=0 \Leftrightarrow 9t'+18=0 \Leftrightarrow t'=-2 \Rightarrow C(-3;-2;-1)$.

Đường thẳng MB đi qua $B(-2;-2;1)$, có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{BC} = (-1;0;-2)$ nên có phương trình là $\begin{cases} x = -2-l \\ y = -2 \\ z = 1-2l \end{cases}$ với $l \in \mathbb{R}$.

Thử các đáp án thấy điểm $I(-1;-2;3)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=9$ và điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+2t \\ z = 2-3t \end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu (S) sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;1;2)$. Khi đó z_0 gần nhất với số nào trong các số sau?

A. 3. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 5.

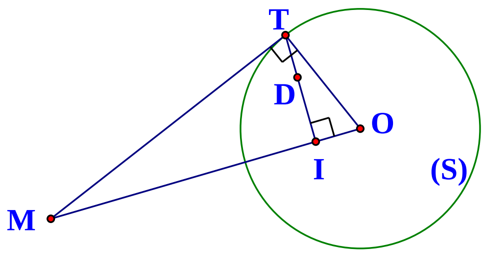
Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=3$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa các tiếp điểm A, B và C ; $I = MO \cap (P)$.

Gọi T là giao điểm của ID với (S).



Ta có $OT^2 = OI.OM \Rightarrow OI.OM = 9$.

$M(x_0;y_0;z_0) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{OM} = (x_0;y_0;z_0)$ là vectơ pháp tuyến của (P).

Phương trình mặt phẳng (P) :

$$x_0(x-1)+y_0(y-1)+z_0(z-2)=0 \Leftrightarrow x_0x+y_0y+z_0z+x_0+y_0+2z_0=0.$$

Ta lại có $OM=\sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2}$ và $OI=d\left[O;(P)\right]=\dfrac{\left|x_0+y_0+2z_0\right|}{\sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2}}$.

Do vậy $\left|x_0+y_0+2z_0\right|=9$. Mặt khác $M\in d\Rightarrow M(1+t;1+2t;2-3t)$

Suy ra $\left|1+t+1+2t+4-6t\right|=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\Rightarrow M(0;-1;5)\\ t=5\Rightarrow M(6;11;-13)\end{array}\right.$.

Do đó $M(0;-1;5)\Rightarrow z_0=5$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2+y^2+z^2=9$ và điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\ y=1+2t\\ z=2-3t\end{cases}$. Ba điểm A,B,C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA,MB,MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1;1;2)$. Tổng $T=x_0^2+y_0^2+z_0^2$ bằng

A. 30. **B.** 20. **C.** 21. **D.** 26.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=9$ có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R=3$.

Giả sử $A(x;y;z)$ do MA là tiếp tuyến của mặt cầu nên $\overrightarrow{MA}\perp\overrightarrow{OA}$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{MA}=(x-x_0;y-y_0;z-z_0)\\ \overrightarrow{OA}=(x;y;z)\\ A\in(S)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x(x-x_0)+y(y-y_0)+z(z-z_0)=0\\ x^2+y^2+z^2=9\end{cases}$

$\Leftrightarrow x_0x+y_0y+z_0z=x^2+y^2+z^2\Leftrightarrow x_0x+y_0y+z_0z=9$.

Suy ra mặt phẳng đi qua 3 điểm A,B,C là $x_0x+y_0y+z_0z-9=0$.

Theo bài ra mặt phẳng (ABC) đi qua $D(1;1;2)$ nên $x_0+y_0+2z_0-9=0$ $(*)$.

Mặt khác điểm M thuộc đường thẳng d nên $\begin{cases}x_0=1+t\\ y_0=1+2t\\ z_0=2-3t\end{cases}$.

Thay vào $(*)$ ta được $1+t+1+2t+2(2-3t)-9=0\Leftrightarrow t=-1$.

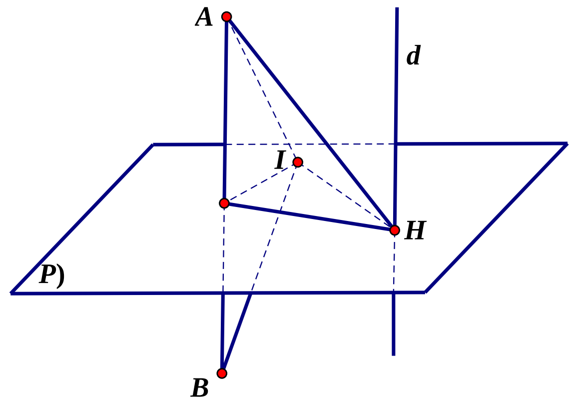
Từ đó suy ra $x_0=0,y_0=-1,z_0=5\Rightarrow T=x_0^2+y_0^2+z_0^2=26$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2),B(-1;3;-2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-5}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Mặt cầu (S) qua hai điểm A,B và tiếp xúc với đường thẳng d có bán kính nhỏ nhất thì hoành độ tâm mặt cầu khi đó bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi mặt cầu (S) có tâm I và bán kính là R.

Mặt cầu (S) qua hai điểm A, B nên I thuộc mặt phẳng (P) là mặt phẳng trung trực của AB

Ta có $(P): 2x - y + 2z = 0$.

Nhận xét thấy đường thẳng $d \perp (P)$ tại $H(2;6;1)$, hình chiếu vuông góc của I lên (d) là H. Do đó mặt cầu (S) tiếp xúc với (d) tại H.

Mặt cầu (S) qua hai điểm A, H nên I thuộc mặt phẳng (Q) là mặt phẳng trung trực của AH

Ta có $(Q): -2x + 10y - 2z - 27 = 0$.

Vì $I \in (P); I \in (Q)$ nên $I \in (\Delta)$ với Δ là giao tuyến của $(P),(Q)$.

Ta có $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 \\ z = \dfrac{1}{2} - t \end{cases} \Rightarrow I\left(1 + t; 3; \dfrac{1}{2} - t\right) \Rightarrow R = AI = \sqrt{(t-2)^2 + 4 + \left(-t - \dfrac{3}{2}\right)^2}$

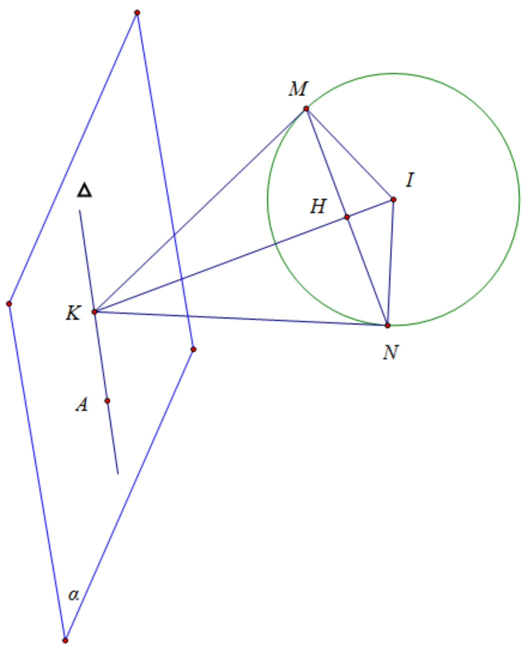
Hay $R = \sqrt{2t^2 - t + \dfrac{41}{4}}$. Suy ra, $R_{\min}$ khi $t = \dfrac{1}{4} \Rightarrow I\left(\dfrac{5}{4}; 3; \dfrac{1}{4}\right)$

Câu 51: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ và đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -mt \\ z = (m-1)t \end{cases}$, với m là tham số. Hai mặt phẳng (P), (Q) cùng chứa Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M, N. Khi độ dài đoạn MN ngắn nhất thì $m = \dfrac{a}{b}$, ($\dfrac{a}{b}$ phân số tối giản). Tính $a^3 + b^3$.

A. 35. **B.** 126. **C.** 133. **D.** 152.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R=2$

Gọi K là hình chiếu của I lên Δ. Do $\begin{cases} IM \perp (P) \\ IN \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow \Delta \perp (IMN) \Rightarrow K \in (IMN)$.

Nối KI cắt MN tại $H \Rightarrow H$ là trung điểm của MN và $MH \perp KI$.

Trong tam giác vuông KIM có $\dfrac{1}{MH^2} = \dfrac{1}{MI^2} + \dfrac{1}{MK^2} = \dfrac{1}{R^2} + \dfrac{1}{KI^2 - R^2}$.

Độ dài đoạn MN ngắn nhất $\Leftrightarrow MH$ ngắn nhất $\Leftrightarrow KI$ ngắn nhất.

Ta lại có đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;0;0)$ và có một véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;-m;m-1)$.

Gọi $\vec{n} = (1;1;1)$, ta có: $\vec{u}.\vec{n} = 0, \forall m$ nên đường thẳng Δ luôn nằm trong mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(1;0;0)$ và nhận $\vec{n}(1;1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng (α) là $x+y+z-1=0$

Gọi J là hình chiếu của I trên mặt phẳng (α). Ta có $KI \ge IJ$. Do đó KI ngắn nhất bằng IJ.

Khi đó đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A; J$.

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $I(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) là:

$$\begin{cases} x = 1+u \\ y = 2+u \\ z = 3+u \end{cases}.$$

$\Rightarrow J$ là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (α).

Xét phương trình: $1+u+2+u+3+u-1=0 \Leftrightarrow 3u+5=0 \Leftrightarrow u=-\dfrac{5}{3} \Rightarrow J\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3}\right)$

Một vtcp của đường thẳng Δ là: $\overrightarrow{AJ} = \left(-\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3}\right) \Rightarrow \vec{u} = \left(1;-\dfrac{1}{5};-\dfrac{4}{5}\right) \Rightarrow m = \dfrac{1}{5}$.

Vậy $a^3+b^3 = 1^3+5^3 = 126$.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt cầu có phương trình là $x^2+y^2+z^2=1$ $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$ và $(x+4)^2+y^2+(z-3)^2=16$. Gọi M là điểm di động ở ngoài ba mặt cầu và X, Y, Z là các tiếp điểm của các tiếp tuyến vẽ từ M đến ba mặt cầu sao cho $MX=MY=MZ$. Khi đó tập hợp các điểm M là đường thẳng d cố định. Hỏi d vuông góc với mặt phẳng nào?

A. $(P_3): x+2y+4z=2020.$ **B.** $(P_4): x+2y+6z=2020.$

C. $(P_2): 3x+2y+4z=2020.$ **D.** $(P_1): 5x+2y+4z=2020.$

Lời giải

GVSB: Trần Xuân Thiện; GVPB: Nguyễn Minh Luận

Chọn C

Gọi tọa độ điểm M là $(a;b;c)$.

Mặt cầu $x^2+y^2+z^2=1$ có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R_1=1$ và MX là tiếp tuyến với mặt cầu nên $MX^2=MO^2-r_1^2=a^2+b^2+c^2-1$.

Tương tự, ta có $MY^2=(a-2)^2+(b-1)^2+(c+2)^2-4$ và $MZ^2=(a+4)^2+b^2+(c-3)^2-16$.

Theo đề, $MX=MY=MZ$ nên $MX^2=MY^2=MZ^2$.

Suy ra $\begin{cases} a^2+b^2+c^2-1=(a-2)^2+(b-1)^2+(c+2)^2-4 \\ a^2+b^2+c^2-1=(a+4)^2+b^2+(c-3)^2-16 \end{cases}$.

Rút gọn ta được $\begin{cases} 2a+b-2c-3=0 \\ 4a-3c+5=0 \end{cases}$.

Từ đó, M thuộc đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-2z-3=0$ và $(\beta): 4x-3z+5=0$.

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_{(\alpha)}},\overrightarrow{n_{(\beta)}}\right]=(-3;-2;-4)$.

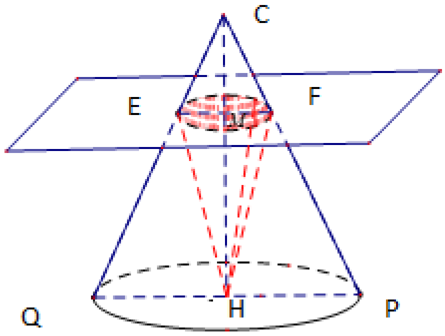
Do đó, d vuông góc với mặt phẳng $(P_2): 3x+2y+4z=2020$.

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $C(-1;2;11), H(-1;2;-1)$, hình nón (N) có đường cao $CH=h$ và bán kính đáy là $R=3\sqrt{2}$. Gọi M là điểm trên đoạn CH, (C) là thiết diện của mặt phẳng (P) vuông góc với trục CH tại M của hình nón (N). Gọi (N') là khối nón có đỉnh H đáy là (C). Khi thể tích khối nón (N') lớn nhất thì mặt cầu ngoại tiếp nón (N') có tọa độ tâm $I(a;b,c)$, bán kính là d. Giá trị $a+b+c+d$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 6. **D.** -6.

Lời giải

Chọn C



Đặt $HM = x$, $0 < x < h$. Gọi I, R, r lần lượt là tâm và bán kính đường tròn đáy của nón (N), bán kính đường tròn (C). Khi đó ta có $CH = h = 12$ là chiều cao của $(N), R = 3\sqrt{2}$.

Khi đó C, I, H thẳng hàng (I nằm giữa C, H).

Do tam giác $\Delta CEM \backsim \Delta CQH$ nên $\dfrac{EM}{QH} = \dfrac{CM}{CH} \Leftrightarrow EM = \dfrac{QH.CM}{CH}$

$\Leftrightarrow r = EM = FM = \dfrac{R(h-x)}{h}$.

Thể tích của khối nón đỉnh O đáy là (C) là

$$V = \frac{1}{3}\pi EM^2.HM = \frac{1}{3}\pi\left[\frac{R(h-x)}{h}\right]^2 x = \frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)^2 x.$$

Ta có Xét hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3}\pi\dfrac{R^2}{h^2}(h-x)^2 x$, $(0 < x < h)$

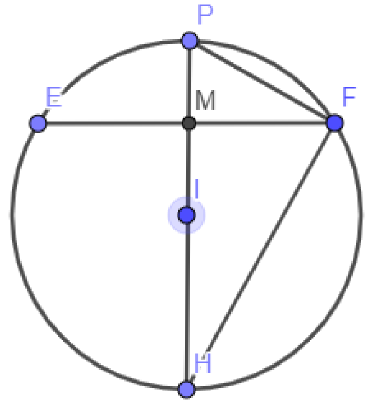
$$f'(x) = \frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x);\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{h^2}(h-x)(h-3x) \Leftrightarrow x = \frac{h}{3}.$$

Lập bảng biến thiên ta có

x	0		$\frac{h}{3}$		h
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{4\pi R^2 h}{81}$	$\searrow$	

Từ bảng biến ta có thể tích khối nón đỉnh O đáy là (C) lớn nhất khi $x = \dfrac{h}{3}$

Chú ý: Có thể đánh giá dựa vào



$(h-x)^2 x=(h-x)(h-x)x=\frac{1}{2}(h-x)(h-x)2x\le\frac{1}{2}(\frac{h-x+h-x+2x}{3})^3$ với $0<x<h$ .Dấu "=" xảy ra khi ba số $(h-x)=(h-x)=2x\Leftrightarrow x=\frac{h}{3}$.

Khi đó $HM=x=\frac{h}{3}=4$, $r=\frac{R.CM}{h}=\frac{R.(h-x)}{h}=2\sqrt{2}=MF$

Gọi P là giao điểm của HM với mặt cầu ngoại tiếp nón (N'). Ta có ΔHFP vuông tại F $\Rightarrow HF^2=HM.HP$

$\Leftrightarrow HM^2+MF^2=HM.HP\Leftrightarrow 16+\left(2\sqrt{2}\right)^2=4.HP\Rightarrow HP=6$

$\Rightarrow d=HI=3=\frac{1}{4}HC\Rightarrow\overrightarrow{HI}=\frac{1}{4}\overrightarrow{HC}\Rightarrow I(-1;2;2)$.

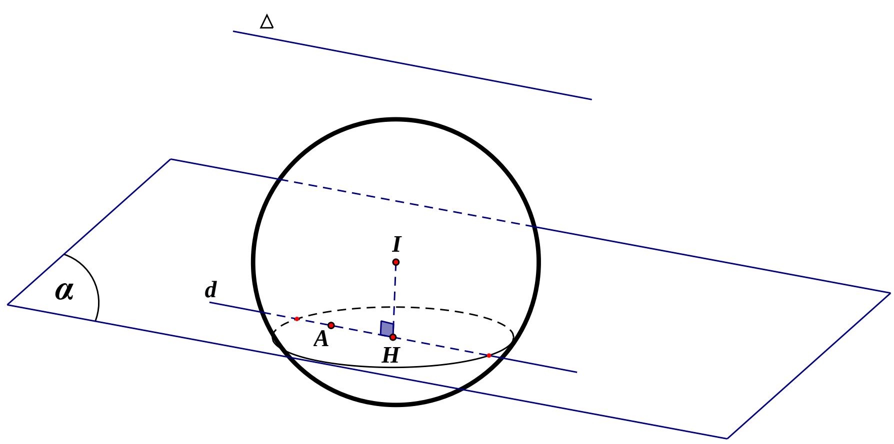
Vậy $a+b+c+d=6$.

Câu 54: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-3)$, đường thẳng $\Delta:\frac{x-2}{1}=\frac{y-5}{-2}=\frac{z+3}{2}$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z-1)^2=25$. Mặt phẳng (α) thay đổi, luôn đi qua A và song song với Δ. Trong trường hợp (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi nhỏ nhất thì (α) có phương trình $ax+by+cz-3=0$. Tính giá trị của biểu thức $S=3a-2b-2c$.

A. 12. **B.** 9. **C.** 4. **D.** $\frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Cách 1. Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;1)$, bán kính $R=5$.

Dễ thấy A nằm trong mặt cầu (S) nên (α) luôn cắt (S) theo một đường tròn (C).

Đường thẳng d đi qua A và song song với Δ có phương trình là $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{2}$.

Gọi H là hình chiếu của I trên $d \Rightarrow H(3;-1;-1)$.

Gọi r là bán kính của đường tròn (C), ta có: $r^2=R^2-\left[d\left(I,(\alpha)\right)\right]^2 \ge R^2-IH^2=16 \Leftrightarrow r\ge 4$.

Chu vi của (C) nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ r nhỏ nhất $\Leftrightarrow d\left(I,(\alpha)\right)=IH \Leftrightarrow H$ là hình chiếu của I trên (α)
.

Khi đó, (α) đi qua A và nhận $\overrightarrow{IH}(2;-1;-2)$ làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình:

$$2x-y-2z-9=0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x-\frac{1}{3}y-\frac{2}{3}z-3=0.$$

Từ đó, suy ra: $a=\dfrac{2}{3}, b=-\dfrac{1}{3}, c=-\dfrac{2}{3} \Rightarrow 3a-2b-2c=4$.

Cách 2. Vì $(\alpha)//\Delta$ nên $a-2b+2c=0$ (1).

Vì $A(2;1;-3)\in(\alpha)$ nên $2a+b-3c-3=0$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $a=\dfrac{4c+6}{5}$, $b=\dfrac{7c+3}{5}$.

Điểm A nằm bên trong mặt cầu (S) nên mặt phẳng (α) luôn cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r=\sqrt{25-h^2}$, với $h=\mathrm{d}\left(I(1;0;1), mp(\alpha)\right)$.

Ta có $h=\dfrac{|a+c-3|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=3.\sqrt{\dfrac{c^2-2c+1}{10c^2+10c+5}}$.

Với mọi $c\in\mathbb{R}$ ta có $(3c+2)^2\ge 0$

$\Leftrightarrow 9c^2+12c+4\ge 0 \Leftrightarrow c^2-2c+1\le 10c^2+10c+5$ (3).

Mà $10c^2+10c+5>0, \forall c\in\mathbb{R}$, nên $(3)\Leftrightarrow \dfrac{c^2-2c+1}{10c^2+10c+5}\le 1$. Dẫn tới $h\le 3$, từ đó $r=\sqrt{25-h^2}\ge 4$, dấu "=" xảy ra khi $c=-\dfrac{2}{3}$.

Vậy, đường tròn giao tuyến của (S) và (α) có chu vi nhỏ nhất khi $c=-\dfrac{2}{3}\Rightarrow a=\dfrac{2}{3}, b=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow S=4$.

DẠNG 8 Điểm thuộc đường thẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\mathrm{d}:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d?

A. $N\left(2;-1;-3\right)$. **B.** $P\left(5;-2;-1\right)$. **C.** $Q\left(-1;0;-5\right)$. **D.** $M\left(-2;1;3\right)$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{-1}$?

A. $M\left(2;3;-1\right)$. **B.** $N\left(1;-1;-2\right)$. **C.** $P\left(-1;-1;-2\right)$. **D.** $Q\left(-1;1;2\right)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$ không đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M\left(0;2;1\right)$. **B.** $F\left(3;-4;5\right)$. **C.** $N\left(1;0;1\right)$. **D.** $E\left(2;-2;3\right)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây đi qua điểm $M\left(1;-2;1\right)$

A. $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$. **B.** $d_3:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $d_4:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{3}$. **D.** $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $M\left(3;1;5\right)$. **B.** $N\left(3;1;-5\right)$. **C.** $P\left(2;2;-1\right)$. **D.** $Q\left(2;2;1\right)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M\left(1;-2;1\right)$?

A. $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$. **B.** $d_3:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $d_4:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{3}$. **D.** $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 7: Trong không gian Oxyz, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M\left(1;-2;1\right)$?

A. $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{3}$. **B.** $d_3:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $d_3:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{3}$. **D.** $d_3:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=-1+2t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$?

A. $M(0;-1;1)$. **B.** $Q\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};0\right)$. **C.** $P(3;-4;-5)$. **D.** $N\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2};2\right)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;3;1)$?

A. $(d_2):\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{5}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $(d_4):\frac{x-3}{-2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-2}{1}$.

C. $(d_3):\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{4}$. **D.** $(d_1):\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{4}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=3\end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng đã cho?

A. $M(1;-2;3)$. **B.** $N(1;-2;0)$. **C.** $P(-1;2;-3)$. **D.** $Q(-1;2;0)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=3-t\\y=-2+3t\\z=5\end{cases}$. Điểm nào trong các điểm sau đây nằm trên đường thẳng (d)?

A. $M(-1;3;0)$. **B.** $N(2;3;5)$. **C.** $P(-1;10;5)$. **D.** $Q(3;-2;0)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0$. Gọi M là điểm có hoành độ âm thuộc đường thẳng (d) sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2. Tung độ của M bằng

A. 31. **B.** -3. **C.** 21. **D.** -5.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, gọi M là giao điểm của mặt phẳng $(\alpha):x+y+z-4=0$ với đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-2}$. Khi đó độ dài OM bằng

A. $10\sqrt{2}$. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 200.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-3+t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$ đi qua điểm $M(-2;b;c)$. Giá trị của $b+2c$ bằng

A. 7. **B.** 1. **C.** -11. **D.** 5.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=4+t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$ đi qua điểm $M(3;b;c)$. Giá trị $b+2c$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(3;2;3)$. **B.** $(3;1;3)$. **C.** $(2;1;3)$. **D.** $(3;1;2)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;1)$. Điểm nào dưới đây là điểm nằm trên đường thẳng OM.

A. $(-2;4;6)$. **B.** $(-1;2;-1)$. **C.** $(-1;2;1)$. **D.** $(0;0;2)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+3t\\y=-4\\z=4+t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và cắt d_1 tại M, cắt d_2 tại N. Khi đó AM^2+AN^2 bằng

A. 81. **B.** 100. **C.** 90. **D.** 85.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$ và $d_2:\begin{cases}x=1+3t\\y=-4\\z=4+t\end{cases}$.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và cắt d_1 tại M, cắt d_2 tại N. Khi đó $AM+AN$ bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 15.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y-2z+5=0$. Gọi A là điểm có hoành độ dương thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3. Độ dài OA bằng

A. $OA=\sqrt{6}$. **B.** $OA=\sqrt{5}$. **C.** $OA=4$. **D.** $OA=2$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$ và điểm $A(2;1;4)$. Gọi $H(a;b;c)$ là điểm thuộc d sao cho AH có độ dài nhỏ nhất. Tính $T=a^3+b^3+c^3$.

A. $T=8$. **B.** $T=62$. **C.** $T=\sqrt{5}$. **D.** $T=13$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2), B(-1;2;4)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{2}$. Gọi $M(a;b;c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, giá trị của $a+b+c$ là

A. -3. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -6.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+a-at\\y=2-b+bt\\z=3+\sqrt{2ab}-\sqrt{2ab}t\end{cases}$ với a,b,c là các số thực dương. Biết rằng d luôn nằm trên mặt nón cố định có trục là đường thẳng Δ. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ?

A. $(2;1;3)$. **B.** $(2;3;3)$. **C.** $(-2;4;3)$. **D.** $(1;3;3)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Lấy điểm $M(a;b;c)$ với $a<0$ thuộc đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là tiếp điểm) thỏa mãn góc $AMB = 60°$, $BMC = 90°$, $CMA = 120°$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{10}{3}$. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 6 = 0$ và điểm $A(1;0;2)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $B(-2;-1;0)$. Gọi d là đường thẳng thay đổi qua A và nằm trên (P). Khi d thay đổi thì khoảng cách giữa nó và đường thẳng Δ luôn không đổi và bằng 3. Hỏi điểm nào dưới đây nằm trên đường thẳng Δ?

A. $(1;5;0)$. **B.** $(-2;-1;3)$. **C.** $(2;3;-1)$. **D.** $(4;2;0)$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\mathrm{d}:\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d?

A. $N(2;-1;-3)$. **B.** $P(5;-2;-1)$. **C.** $Q(-1;0;-5)$. **D.** $M(-2;1;3)$

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm $N(2;-1;-3)$ vào phương trình đường thẳng d ta có $\frac{2-2}{3}=\frac{-1+1}{-1}=\frac{-3+3}{2}$ suy ra $N\in d$.

Thay tọa độ điểm $P(5;-2;-1)$ vào phương trình đường thẳng d ta có $\frac{5-2}{3}=\frac{-2+1}{-1}=\frac{-1+3}{2}$ suy ra $P\in d$.

Thay tọa độ điểm $Q(-1;0;-5)$ vào phương trình đường thẳng d ta có $\frac{-1-2}{3}=\frac{0+1}{-1}=\frac{-5+3}{2}$ suy ra $Q\in d$.

Thay tọa độ điểm $M(-2;1;3)$ vào phương trình đường thẳng d ta có $\frac{-2-2}{3}\neq\frac{1+1}{-1}\neq\frac{3+3}{2}$ suy ra $M\notin d$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{-1}$?

A. $M(2;3;-1)$. **B.** $N(1;-1;-2)$. **C.** $P(-1;-1;-2)$. **D.** $Q(-1;1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Thay điểm $Q(-1;1;2)$ vào phương trình đường thẳng $d:\frac{-1+1}{2}=\frac{1-1}{3}=\frac{2-2}{-1}$ (tm)..

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{2}$ không đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(0;2;1)$. **B.** $F(3;-4;5)$. **C.** $N(1;0;1)$. **D.** $E(2;-2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{2}$ không đi qua điểm $M(0;2;1)$ vì $\frac{0-1}{1}=\frac{2}{-2}\neq\frac{1-1}{2}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$

A. $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{3}$. **B.** $d_3:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-1}{1}$.

C. $d_4:\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{1-1}{2}=\frac{-2+2}{-3}=\frac{1-1}{1}\Rightarrow M\in d_3$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $M(3;1;5)$. **B.** $N(3;1;-5)$. **C.** $P(2;2;-1)$. **D.** $Q(2;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{3-3}{2}=\frac{1-1}{2}=\frac{-5+5}{-1}=0$ nên điểm $N(3;1;-5)\in d$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

A. $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{3}$. **B.** $d_3:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-1}{1}$.

C. $d_4:\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\frac{1-1}{2}=\frac{-2+2}{-3}=\frac{1-1}{1}$ nên $M\in d_3$.

Vì $\frac{1-1}{2}\neq\frac{-2-2}{-1}\neq\frac{1+1}{3}$ nên $M\notin d_2$.

Vì $\frac{1+1}{2}\neq\frac{-2+2}{1}=\frac{1-1}{3}$ nên $M\notin d_4$.

Vì $\frac{1-1}{2}=\frac{-2+2}{3}\neq\frac{1+1}{-1}$ nên $M\notin d_1$.

Câu 7: Trong không gian Oxyz, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

A. $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{3}$. **B.** $d_3:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-1}{1}$.

C. $d_3:\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $d_3:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn B

Thử trực tiếp ta có $d_3:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-1}{1}$ đi qua $M(1;-2;1)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây **không** thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=-2+t\\z=-1+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$?

A. $M(0;-1;1)$. **B.** $Q\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};0\right)$. **C.** $P(3;-4;-5)$. **D.** $N\left(\frac{3}{2};-\frac{5}{2};2\right)$.

Lời giải

Chọn D

* Xét điểm M và đường thẳng d ta có: $\begin{cases}0=1-t\\-1=-2+t\\1=-1+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=1\\t=1\\t=1\end{cases}$. Vậy điểm $M\in d$.

* Xét điểm Q và đường thẳng d ta có: $\begin{cases}\frac{1}{2}=1-t\\-\frac{3}{2}=-2+t\\0=-1+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\frac{1}{2}\\t=\frac{1}{2}\\t=\frac{1}{2}\end{cases}$. Vậy điểm $Q\in d$.

* Xét điểm P và đường thẳng d ta có: $\begin{cases}3=1-t\\-4=-2+t\\-5=-1+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-2\\t=-2\\t=-2\end{cases}$. Vậy điểm $P\in d$.

* Xét điểm N và đường thẳng d ta có: $\begin{cases}\frac{3}{2}=1-t\\-\frac{5}{2}=-2+t\\2=-1+2t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-\frac{1}{2}\\t=-\frac{1}{2}\\t=\frac{3}{2}\end{cases}$. Vậy điểm $N\notin d$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;3;1)$?

A. $(d_2):\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{5}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $(d_4):\frac{x-3}{-2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-2}{1}$.

C. $(d_3):\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{4}$. **D.** $(d_1):\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm $M(1;3;1)$ vào phương trình đường thẳng $(d_1):\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{4}$.

$\frac{1+1}{2}=\frac{3-2}{1}=\frac{1+3}{4}\Leftrightarrow 1=1=1$ (Luôn đúng) $\Rightarrow M\in d_1$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=3\end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng đã cho?

A. $M(1;-2;3)$. **B.** $N(1;-2;0)$. **C.** $P(-1;2;-3)$. **D.** $Q(-1;2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Với $t=0$ ta được $\begin{cases}x=1+0=1\\y=-2-2.0=-2\\z=3\end{cases}$

Vậy điểm $M(1;-2;3)$ thuộc đường thẳng Δ.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=3-t\\y=-2+3t\\z=5\end{cases}$. Điểm nào trong các điểm sau đây nằm trên đường thẳng (d)?

A. $M(-1;3;0)$. **B.** $N(2;3;5)$. **C.** $P(-1;10;5)$. **D.** $Q(3;-2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Thế tọa độ các điểm M,N,P,Q vào phương trình đường thẳng (d) thì chỉ có điểm P cho $t=4$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0$. Gọi M là điểm có hoành độ âm thuộc đường thẳng (d) sao cho khoảng cách từ M đến (P) bằng 2. Tung độ của M bằng

A. 31. **B.** -3. **C.** 21. **D.** -5.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $(d):\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{3}$ có phương trình dạng tham số là $(d)\begin{cases}x=t\\y=-1+2t\\z=-2+3t\end{cases}$.

Gọi $M(t;-1+2t;-2+3t)\in(d)$.

Khoảng cách từ M đến (P) bằng 2 nên $\frac{\left|t+2(-1+2t)-2(-2+3t)+3\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=2$

$$\frac{\left|t+2(-1+2t)-2(-2+3t)+3\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=2\Leftrightarrow\left|-t+5\right|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=11\end{array}\right..$$

Vì hoành độ điểm M âm nên $t=-1$. Vậy tung độ điểm M là -3.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, gọi M là giao điểm của mặt phẳng $(\alpha):x+y+z-4=0$ với đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-2}$. Khi đó độ dài OM bằng

A. $10\sqrt{2}$. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 200.

Lời giải

Chọn A

Ta có $M\in d$ nên $M(1+t;-2+2t;-2t)$.

Mà $M\in(\alpha)$ nên $1+t+(-2)+2t+(-2t)-4=0\Leftrightarrow t=5$.

Do đó $M(6;8;-10)\Rightarrow OM=\sqrt{6^2+8^2+(-10)^2}=10\sqrt{2}.$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-3+t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$ đi qua điểm $M(-2;b;c)$. Giá trị của $b+2c$ bằng

A. 7. **B.** 1. **C.** -11. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-3+t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$ đi qua $M(-2;b;c)\Rightarrow\begin{cases}-2=-3+t\\b=t\\c=2+t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=1\\b=1\\c=3\end{cases}\Rightarrow b+2c=7$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=4+t\\y=t\\z=2+t\end{cases}$ đi qua điểm $M(3;b;c)$. Giá trị $b+2c$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Vì $M\in\Delta$ nên $\begin{cases}3=4+t\\b=t\\c=2+t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=-1\\b=t\\c=2+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\b=t=-1\\c=2-1=1\end{cases}\Rightarrow b+2c=1$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(3;2;3)$. **B.** $(3;1;3)$. **C.** $(2;1;3)$. **D.** $(3;1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{3}\Rightarrow d:\begin{cases}x=1+2t\\y=t\\z=3t\end{cases}$

Với $t=1\Rightarrow(3;1;3)$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;1)$. Điểm nào dưới đây là điểm nằm trên đường thẳng OM.

A. $(-2;4;6)$. **B.** $(-1;2;-1)$. **C.** $(-1;2;1)$. **D.** $(0;0;2)$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{OM}=(1;-2;1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng OM.

Phương trình của đường thẳng OM là $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$.

Vậy điểm $(-1;2;-1)$ nằm trên đường thẳng OM.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-4 \\ z=4+t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và cắt d_1 tại M, cắt d_2 tại N. Khi đó AM^2+AN^2 bằng

A. 81. **B.** 100. **C.** 90. **D.** 85.

Lời giải

Chọn C

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

$d \cap d_1 = M \Rightarrow M(1+t_1;-1+t_1;3-2t_1)$; $d \cap d_2 = N \Rightarrow N(1+3t_2;-4;4+t_2)$.

$\overrightarrow{AM}=(t_1;t_1-3;-2t_1+4)$; $\overrightarrow{AN}=(3t_2;-6;t_2+5)$.

Ta có: A, M, N thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AN}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t_1=3kt_2 \\ t_1-3=-6k \\ -2t_1+4=k(t_2+5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1=3kt_2 \\ t_1+6k=3 \\ \dfrac{7}{3}t_1+5k=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1=1 \\ k=\dfrac{1}{3} \\ 3kt_2=t_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1=1 \\ t_2=1 \end{cases}.$$

$\overrightarrow{AM}=(1;-2;2) \Rightarrow AM^2=9$; $\overrightarrow{AN}=(3;-6;6) \Rightarrow AN^2=81$.

Vậy $AM^2+AN^2=9+81=90$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$ và $d_2: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-4 \\ z=4+t \end{cases}$.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và cắt d_1 tại M, cắt d_2 tại N. Khi đó $AM+AN$ bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

Vì $M \in d_1$ nên tọa độ của M là $M(1+u;-1+u;3-2u)$

Vì $N \in d_2$ nên tọa độ của N là $N(1+3t;-4;4+t)$

$\overrightarrow{AM}=(u;-3+u;4-2u)$

$\overrightarrow{AN}=(3t;-6;5+t)$

Vì $A \in d$ nên A, M, N thẳng hàng

Ba điểm A, M, N thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{AN} \Leftrightarrow \begin{cases} u=k.3t \\ -3+u=-6k \\ 4-2u=k.(5+t) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=1 \\ t=1 \\ k=\dfrac{1}{3} \end{cases}$

Do đó $\overrightarrow{AM}=(1;-2;2) \Rightarrow AM=3$

$\overrightarrow{AN}=(3;-6;6) \Rightarrow AN=9$

Vậy $AM+AN=12$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y-2z+5=0$. Gọi A là điểm có hoành độ dương thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3. Độ dài OA bằng

A. $OA=\sqrt{6}$. **B.** $OA=\sqrt{5}$. **C.** $OA=4$. **D.** $OA=2$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(2t,-t;-1+t)$ với $t>0$.

Ta có: $d\left(A,(\alpha)\right)=3 \Leftrightarrow \frac{\left|2t-2(-t)-2(-1+t)+5\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3 \Leftrightarrow |2t+7|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-8 \end{array}\right.$.

Vì $t>0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow A(2;-1;0)$. Khi đó độ dài $OA=\sqrt{2^2+(-1)^2+0^2}=\sqrt{5}.$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}$ và điểm $A(2;1;4)$. Gọi $H(a;b;c)$ là điểm thuộc d sao cho AH có độ dài nhỏ nhất. Tính $T=a^3+b^3+c^3$.

A. $T=8$. **B.** $T=62$. **C.** $T=\sqrt{5}$. **D.** $T=13$.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=1+2t \end{cases}; t\in\mathbb{R}$.

Mà $H\in d \Rightarrow H(1+t;2+t;1+2t)$.

$\Rightarrow AH=\sqrt{(t-1)^2+(t+1)^2+(2t-3)^2}=\sqrt{6t^2-12t+11}=\sqrt{6(t-1)^2+5}\geq\sqrt{5}$.

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow t=1 \Rightarrow H(2;3;3)$.

$\Rightarrow a=2; b=3; c=3 \Rightarrow T=8+27+27=62$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;2), B(-1;2;4)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{-1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$. Gọi $M(a;b;c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, giá trị của $a+b+c$ là

A. -3. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -6.

Lời giải

Chọn B

Do $M\in d \Rightarrow M(-t+1;t-2;2t)$

$MA^2+MB^2=t^2+(t-6)^2+(2t-2)^2+(t-2)^2+(t-4)^2+(2t-4)^2=28$

$\Leftrightarrow 12t^2-48t+48=0 \Leftrightarrow t^2-4t+4=0 \Leftrightarrow t=2$

$\Leftrightarrow M(-1;0;4) \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \\ c=4 \end{cases} \Leftrightarrow a+b+c=3$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+a-at \\ y=2-b+bt \\ z=3+\sqrt{2ab}-\sqrt{2abt} \end{cases}$ với a,b,c là các số thực dương. Biết rằng d luôn nằm trên mặt nón cố định có trục là đường thẳng Δ. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng Δ?

A. $(2;1;3)$. **B.** $(2;3;3)$. **C.** $(-2;4;3)$. **D.** $(1;3;3)$.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=\left(-a;b;-\sqrt{2ab}\right)$

Gọi véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{v}=(m;n;p)$ thì ta có $\cos(d,\Delta)=\dfrac{\left|\vec{u}.\vec{v}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|}=\dfrac{\left|-am+bn-\sqrt{2ab}\,p\right|}{\sqrt{m^2+n^2+p^2}.\sqrt{a^2+b^2+2ab}}=\dfrac{\left|-am+bn-\sqrt{2ab}\,p\right|}{\sqrt{m^2+n^2+p^2}.\left|a+b\right|}$ là đại lượng không đổi nên ta chọn $\vec{v}=(-1;1;0)$

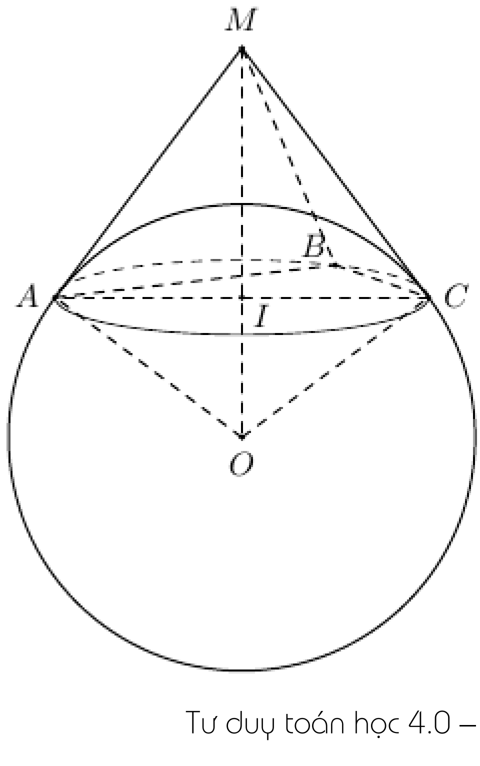
Phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$. Dễ thấy điểm $(2;1;3)\in\Delta$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. Lấy điểm $M(a;b;c)$ với $a<0$ thuộc đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là tiếp điểm) thỏa mãn góc $AMB=60^\circ$, $BMC=90^\circ$, $CMA=120^\circ$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{10}{3}$. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C



Vì MA, MB, MC là 3 tiếp tuyến nên ta đặt $MA = MB = MC = x$.

$\triangle MAB$ có $MA = MB$, $AMB = 60^\circ$ nên $\triangle MAB$ là tam giác đều, suy ra $AB = MA = MB = x$.

Áp dụng định lí Py-ta-go cho $\triangle MBC$ ta có $BC = \sqrt{MB^2 + MC^2} = \sqrt{2x^2} = x\sqrt{2}$.

Áp dụng định lí hàm số cos cho $\triangle MCA$: $CA = \sqrt{MA^2 + MC^2 - 2MA.MC.\cos 120^\circ} = x\sqrt{3}$.

Nhận thấy $AB^2 + BC^2 = x^2 + 2x^2 = 3x^2 = AC^2$, suy ra $\triangle ABC$ vuông tại B.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC \Rightarrow I$ là trung điểm của AC.

Vì $MA = MB = MC$ nên MI là trục của $\triangle ABC$.

Ta có $MI^2 = MC^2 - IC^2 = x^2 - \left(\dfrac{AC}{2}\right)^2 = x^2 - \dfrac{3x^2}{4} = \dfrac{x^2}{4} \Rightarrow MI = \dfrac{x}{2} \Rightarrow MO = \dfrac{MC^2}{MI} = 2x$.

$\Rightarrow OC^2 = MO^2 - MC^2 = 4x^2 - x^2 = 3x^2 \Rightarrow OC = x\sqrt{3}.$

Mặt cầu (S) có tâm $O(1;2;-3)$ bán kính $R = 3\sqrt{3} \Rightarrow OC = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow x\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \Leftrightarrow x = 3$.

Suy ra $MO = 2x = 6$.

Vì $M \in d \Rightarrow M(t-1;t-2;t+1) \Rightarrow MO = \sqrt{(t-2)^2 + (t-4)^2 + (t+4)^2} = \sqrt{3t^2 - 4t + 36} = 6$.

Giải phương trình ta được $t = 0$ hoặc $t = \dfrac{4}{3}$ (loại do $a = t - 1 < 0$)

Suy ra $a + b + c = t - 1 + t - 2 + t + 1 = 3t - 2 = -2$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 6 = 0$ và điểm $A(1;0;2)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $B(-2;-1;0)$. Gọi d là đường thẳng thay đổi qua A và nằm trên (P). Khi d thay đổi thì khoảng cách giữa nó và đường thẳng Δ luôn không đổi và bằng 3. Hỏi điểm nào dưới đây nằm trên đường thẳng Δ?

A. $(1;5;0)$. **B.** $(-2;-1;3)$. **C.** $(2;3;-1)$. **D.** $(4;2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (Q) là mặt phẳng qua B và song song với (P), ta có $(Q): 2x - y + 2z + 3 = 0$.

Gọi H là hình chiếu của A lên (Q), suy ra AH có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$

$\Rightarrow H(1+2t;-t;2+2t)$. Mà $H \in (Q)$ nên $2(1+2t) + t + 2(2+2t) + 3 = 0 \Leftrightarrow t = -1$
$\Rightarrow H(-1;1;0)$

Ta thấy $AH = d(B,(P)) = d(d,(Q)) = 3$ nên Δ qua $H(-1;1;0)$, Δ nhận $\overrightarrow{BH} = (1;2;0)$ làm véctơ chỉ phương nên Δ có phương trình: $\begin{cases} x = -1 + u \\ y = 1 + 2u \\ z = 0 \end{cases}$.

DẠNG 9 Phương trình đường thẳng liên quan đến góc và khoảng cách

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}; \Delta_2: \frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng đi qua M, đồng thời vuông góc với cả Δ_1 và Δ_2 có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{1}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;3;1)$, $B(0;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong (P) sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): z=0$. Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d và hợp với mặt phẳng (P) một góc bằng $45°$. Gọi $\vec{u}=(1;a;b)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ. Tính $2a-b$.

A. -2. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $I(1;1;1)$; $A(-1;2;3)$; $B(3;4;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ biết Δ đi qua I, đồng thời tổng khoảng cách từ A và B đến Δ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{4}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-1}{-4}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+y-2z-1=0$, $(Q): 2x+2y-4z+7=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{1}$. Đường thẳng Δ cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=-15+2t \\ y=11+5t \\ z=-7+6t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-15+t \\ y=11+5t \\ z=-7+3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=\dfrac{15}{2}+t \\ y=\dfrac{11}{4}+5t \\ z=-\dfrac{7}{4}+3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-\dfrac{29}{4}+t \\ y=4+5t \\ z=-1+3t \end{cases}$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, gọi d đi qua $A(3;-1;1)$, nằm trong mặt phẳng $(P): x-y+z-5=0$, đồng thời tạo với $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{2}$ một góc $45°$. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=1-15t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$ và $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=1-15t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=-1-15t \end{cases}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-5}{-1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-4}{2}$, $d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=4+3t \\ z=-2+t \end{cases}$ và điểm $M(1;3;-2)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M và cắt d_2 tại điểm $K(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^2+2b^2+3c^2$ khi khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và Δ là lớn nhất.

A. $P=\dfrac{67}{2}$. **B.** $P=\dfrac{378}{11}$. **C.** $P=\dfrac{51}{2}$. **D.** $P=\dfrac{298}{11}$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-3=0$, điểm $M(3;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=4+3t \\ z=-3-2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng (α) và tạo với đường thẳng d một góc nhỏ nhất. Lập phương trình của Δ.

A. $\Delta: \begin{cases} x=3 \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x=8+5t \\ y=-3-4t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\Delta: \begin{cases} x=3+2t \\ y=1-t \\ z=1-2t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x=-2+5t \\ y=5-4t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua điểm $A(1;-1;2)$, song song với $(P): 2x-y-z+3=0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z-2}{7}$. **B.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{-5}=\dfrac{z+2}{9}$.

C. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-2}{6}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$ và hai điểm $A(1;\ 2;-1)$, $B(3;\ -1;\ -5)$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A cắt đường thẳng Δ sao cho khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d là nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng d là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+3t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=2t\\z=-5-t\end{cases}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{-1}$. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u}=(2;2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;7;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **D.** $\vec{u}=(3;4;-4)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;-3);B(0;1;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$. Đường thẳng Δ song song với (P), cắt cả hai đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+5}{-2}$; $d_2:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-1}$ và tạo với đường thẳng AB một góc lớn nhất có phương trình là

A. $\frac{x+2}{-1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+3}{2}$.

C. $\frac{x+2}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 13: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$, đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{2}$ và điểm $A(2;2;-1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A, cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P). Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\frac{x+2}{3}=\frac{y+2}{7}=\frac{z-1}{20}$. **B.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{7}=\frac{z+1}{20}$.

C. $\frac{x+2}{2}=\frac{y+2}{-3}=\frac{z-1}{-2}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{-3}=\frac{z+1}{-2}$.

Câu 14: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+3z-6=0$ và đường thẳng $(\Delta):\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{1}$. Dựng đường thẳng đi qua $M(1;-2;1)$, nằm trong mặt phẳng (P) và tạo với đường thẳng (Δ) góc $30°$. Biết rằng có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán có vectơ chỉ phương lần lượt là $(9;a;b)$ và $(-29;c;d)$. Tính $a+b+c+d$

A. 5. **B.** -8. **C.** -4. **D.** 7.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;1\right)$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}; \Delta_2: \frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng đi qua M, đồng thời vuông góc với cả Δ_1 và Δ_2 có phương trình là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{3}$.

C. $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+3}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\vec{u}$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ cần tìm.

Gọi $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta_1; \Delta_2$.

Vì $\Delta \perp \Delta_1; \Delta \perp \Delta_2$ nên $\vec{u}=\left[\vec{u}_1, \vec{u}_2\right]=\left(-1;2;3\right)$. Suy ra phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{3}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(3;3;1\right)$, $B\left(0;2;1\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right): x+y+z-7=0$. Đường thẳng d nằm trong $\left(P\right)$ sao cho mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B có phương trình là

A. $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2t \\ y=7-3t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=7+3t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Do mọi điểm của d cách đều hai điểm A, B suy ra d nằm trên mặt phẳng $\left(Q\right)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I\left(\frac{3}{2};\frac{5}{2};1\right)$; $\overrightarrow{BA}=\left(3;1;0\right)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(Q\right)$, phương trình mặt phẳng $\left(Q\right)$ là $3\left(x-\frac{3}{2}\right)+y-\frac{5}{2}=0 \Leftrightarrow 3x+y-7=0$.

Suy ra $d=\left(P\right)\cap\left(Q\right)$ hay phương trình đường thẳng d có dạng $\begin{cases} x+y+z-7=0 \\ 3x+y-7=0 \end{cases}$.

Đặt $x=t$, ta được $\begin{cases} z=2t \\ y=7-3t \end{cases}$. Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=t \\ y=7-3t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=1\\z=t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):z=0$. Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d và hợp với mặt phẳng (P) một góc bằng $45°$. Gọi $\vec{u}=(1;a;b)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ. Tính $2a-b$.

A. -2. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_d=(1;0;1)$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P=(0;0;1)$.

Theo giả thiết, ta có:

- $\Delta\perp d\Leftrightarrow \vec{u}.\vec{u}_d=0\Leftrightarrow 1.1+0.a+1.b=0\Leftrightarrow b=-1\Rightarrow \vec{u}=(1;a;-1)$.
- $(\Delta,(P))=45°\Rightarrow\left[\begin{array}{l}(\vec{u},\vec{n}_P)=45°\\(\vec{u},\vec{n}_P)=135°\end{array}\right.$

$\Rightarrow\left|\cos(\vec{u},\vec{n}_P)\right|=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow\dfrac{|1.0+a.0-1.1|}{\sqrt{a^2+2}.1}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow a^2+2=2\Leftrightarrow a=0$.

Từ đó, ta được $2a-b=1$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $I(1;1;1)$; $A(-1;2;3)$; $B(3;4;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ biết Δ đi qua I, đồng thời tổng khoảng cách từ A và B đến Δ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-1}{-4}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\overrightarrow{u_\Delta}$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Ta có Δ đi qua I nên $d_{(A,\Delta)}\le AI$. Dấu "=" xảy ra khi $AI\perp\Delta$ hay $\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{AI}$.

Tương tự $d_{(B,\Delta)}\le BI$. Dấu "=" xảy ra khi $BI\perp\Delta$ hay $\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{BI}$.

Do đó $d_{(A,\Delta)}+d_{(B,\Delta)}\le AI+BI$. Dấu "=" xảy ra khi $\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{AI}$ và $\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{BI}$.

Vì vậy tổng khoảng cách từ A và B đến Δ đạt giá trị lớn nhất khi $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{AI};\overrightarrow{BI}\right]$

với $\overrightarrow{AI}=(2;-1;-2)$; $\overrightarrow{BI}=(-2;-3;0)$.

Do đó $\overrightarrow{u_\Delta}=(-6;4;-8)$, ta chọn $\overrightarrow{u_\Delta}=(3;-2;4)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ là: $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{4}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+y-2z-1=0$, $(Q): 2x+2y-4z+7=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{1}$. Đường thẳng Δ cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q), đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=-15+2t \\ y=11+5t \\ z=-7+6t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-15+t \\ y=11+5t \\ z=-7+3t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=\frac{15}{2}+t \\ y=\frac{11}{4}+5t \\ z=-\frac{7}{4}+3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-\frac{29}{4}+t \\ y=4+5t \\ z=-1+3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

◆ Viết lại mặt phẳng $(Q): x+y-2z+\frac{7}{2}=0$

Gọi (R) là mặt phẳng song song và cách đều hai mặt phẳng (P) và (Q).

Phương trình của mặt phẳng (R) là: $(R): x+y-2z+\frac{\frac{7}{2}-1}{2}=0 \Leftrightarrow (R): x+y-2z+\frac{5}{4}=0$

◆ Ycbt: $\Delta \in (R)$ và $\Delta \cap d \equiv K \Rightarrow K \equiv d \cap (R)$. Khi đó, tọa độ của K là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} \frac{x}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{1} \\ x+y-2z+\frac{5}{4}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{15}{2} \\ y=\frac{11}{4} \\ z=-\frac{7}{4} \end{cases}$$

Ta lại có: $\begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_{(R)} \end{cases}$. Do đó Δ có một vectơ chỉ phương là: $\vec{u}_\Delta = \left[\vec{n}_{(R)}; \vec{u}_d\right] = (1;5;3)$

Vậy phương trình của đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x=-\frac{15}{2}+t \\ y=\frac{11}{4}+5t \\ z=-\frac{7}{4}+3t \end{cases}$

Cho $t=\frac{1}{4} \Rightarrow M\left(-\frac{29}{4};4;-1\right) \in \Delta \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=-\frac{29}{4}+t \\ y=4+5t \\ z=-1+3t \end{cases}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, gọi d đi qua $A(3;-1;1)$, nằm trong mặt phẳng $(P): x-y+z-5=0$, đồng thời tạo với $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{2}$ một góc $45°$. Phương trình đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=1-15t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$ và $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=1-15t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=-1-15t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

- Δ có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_\Delta}=(1;2;2)$
- d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}=(a;b;c)$
- (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;1)$
- $d\subset(P)\Rightarrow \overrightarrow{a_d}\perp\overrightarrow{n_P}\Leftrightarrow b=a+c\ \ (1)$
- $(\Delta,d)=45^0\Leftrightarrow \cos(\Delta,d)=\cos 45^0$

$\Leftrightarrow \dfrac{|a+2b+2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow 2(a+2b+2c)^2=9(a^2+b^2+c^2)\ \ (2)$

- Từ (1) và (2), ta có: $14c^2+30ac=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=0 \\ 15a+7c=0 \end{array}\right.$
- Với $c=0$, chọn $a=b=1$, phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=1 \end{cases}$.
- Với $15a+7c=0$, chọn $a=7\Rightarrow c=-15;b=-8$, phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=1-15t \end{cases}$

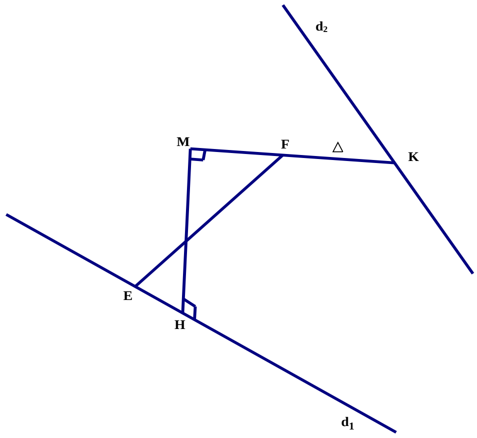
.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-5}{-1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-4}{2}$, $d_2:\begin{cases} x=2+t \\ y=4+3t \\ z=-2+t \end{cases}$ và điểm $M(1;3;-2)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M và cắt d_2 tại điểm $K(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^2+2b^2+3c^2$ khi khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và Δ là lớn nhất.

A. $P=\dfrac{67}{2}$. **B.** $P=\dfrac{378}{11}$. **C.** $P=\dfrac{51}{2}$. **D.** $P=\dfrac{298}{11}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của M lên d_1; Δ_1 là đường thẳng qua M và vuông góc với HK và EF là đoạn vuông góc chung của d_1 và Δ. Ta có:

$$EF \le MH \text{ cho nên } \max EF = MH$$

Vậy Δ đi qua M và vuông góc với MH

Tọa độ của H là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} \dfrac{x-5}{-1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-4}{2} \\ -x+4y+2z-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases} \text{ suy ra } H(5;1;4)$$

Gọi $K \in d_2 \Rightarrow K(2+t;4+3t;-2+t) \Rightarrow \overrightarrow{MK} = (t+1;\ 3t+1;\ t)$

$\Delta \perp MH \Leftrightarrow \overrightarrow{MK}.\overrightarrow{MH} = 0 \Leftrightarrow 4(t+1) - 2(3\mathrm{t}+1) + 6\mathrm{t} = 0 \Leftrightarrow \mathrm{t} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow K\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2};-\dfrac{5}{2}\right)$

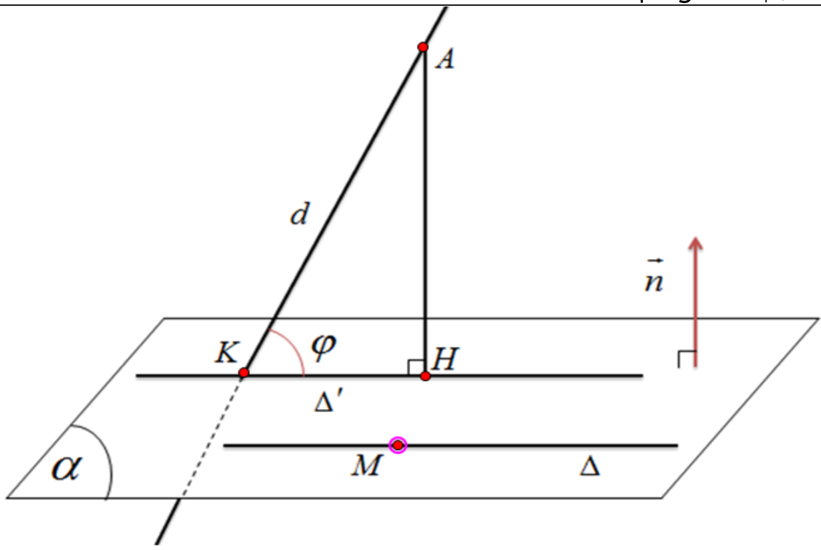
$\Rightarrow a = \dfrac{3}{2},\ b = \dfrac{5}{2},\ c = -\dfrac{5}{2} \Rightarrow P = \dfrac{67}{2}$.

Câu 8: **SGD Quảng Bình-L1-2021)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-3=0$, điểm $M(3;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=4+3t \\ z=-3-2t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng (α) và tạo với đường thẳng d một góc nhỏ nhất. Lập phương trình của Δ.

A. $\Delta: \begin{cases} x=3 \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x=8+5t \\ y=-3-4t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\Delta: \begin{cases} x=3+2t \\ y=1-t \\ z=1-2t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x=-2+5t \\ y=5-4t \\ z=-1+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có đường thẳng d đi qua điểm $A(1;4;-3)$ và nhận $\vec{u}=(0;3;-2)$ làm véc tơ chỉ phương.

Mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-3=0$ nhận $\vec{n}=(1;1;-1)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Nhận thấy $M(3;1;1)\in(\alpha): x+y-z-3=0$.

Gọi Δ' là đường thẳng nằm trong (α), cắt d tại và song song với Δ. Khi đó: $(d;\Delta)=(d;\Delta')\Rightarrow(d;\Delta)_{\min}\Leftrightarrow(d;\Delta')_{\min}\Leftrightarrow\Delta'$ là hình chiếu của d trên (α).

Gọi $K=d\cap(\alpha)$. Suy ra:

+) $K\in d\Rightarrow K(1;4+3t;-3-2t)$.

+) $K\in(\alpha)\Rightarrow 1+(4+3t)-(-3-2t)-3=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow K(1;1;-1)$.

Gọi H là hình chiếu của điểm $A(1;4;-3)$ trên (α).Phương trình đường thẳng $AH:\begin{cases}x=1+t'\\y=4+t'\\z=-3-t'\end{cases}$

$H=AH\cap(\alpha)$ suy ra:

+) $H\in AH\Rightarrow H(1+t';4+t';-3-t')$.

+) $H\in(\alpha)\Rightarrow(1+t')+(4+t')-(-3-t')-3=0\Leftrightarrow 3t'=-5\Leftrightarrow t'=-\frac{5}{3}\Rightarrow H\left(-\frac{2}{3};\frac{7}{3};-\frac{4}{3}\right)$.

$\Rightarrow\overrightarrow{HK}=\left(\frac{5}{3};-\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$ cùng phương với $\vec{a}=(5;-4;1)$ là véc tơ chỉ phương của Δ'.

Khi đó đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;1;1)$ và nhận $\vec{a}=(5;-4;1)$ làm véc tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+5t\\y=1-4t\\z=1+t\end{cases}$. Lại nhận thấy $N(8;-3;2)\in\Delta$. Suy ra đáp án **B.**

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua điểm $A(1;-1;2)$, song song với $(P): 2x-y-z+3=0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{2}$ một góc lớn nhất. Phương trình đường thẳng d là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-2}{7}$. **B.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z+2}{9}$.

C. $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{5}=\frac{z-2}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-4}=\frac{z-2}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\vec{u}=(a;b;c)$ $\left(a^2+b^2+c^2\neq 0\right)$ là một VTCP của đường thẳng d

VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(2;-1;-1)$

VTCP của đường thẳng Δ là $\vec{a}=(1;-2;2)$

Vì $d//(P)$ nên $\vec{n}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow 2a-b-c=0 \Rightarrow c=2a-b$

Gọi φ là góc tạo bởi hai đường thẳng $d;\Delta$ $\left(0°\leq\varphi\leq 90°\right)$

Ta có $\cos\varphi=\frac{\left|\vec{u}.\vec{a}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{a}\right|}=\frac{|a-2b+2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{|5a-4b|}{3\sqrt{5a^2-4ab+2b^2}}$

$\cos^2\varphi=\frac{25a^2-40ab+16b^2}{45a^2-36ab+18b^2}$

Trường hợp $b=0$ ta có $\cos\varphi=\frac{\sqrt{5}}{3}$

Trường hợp $b\neq 0$ ta có $\cos^2\varphi=\frac{25t^2-40t+16}{45t^2-36t+18}$ với $t=\frac{a}{b}$

Xét hàm $f(t)=\frac{25t^2-40t+16}{45t^2-36t+18}$

$f'(t)=\frac{900t^2-540t-144}{\left(45t^2-36t+18\right)^2}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=\frac{4}{5} \\ t=\frac{-1}{5}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$		$\frac{-1}{5}$		$\frac{4}{5}$		$+\infty$
$f'(t)$		+	0	–	0	+	
$f(t)$	$\frac{5}{9}$	$\nearrow$	$\frac{25}{27}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{5}{9}$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min f(t)=f\left(\frac{4}{5}\right)=0$

Ta có hàm số $y=\cos x$ là hàm số nghịch biến trên $\left[0°;90°\right]$ do đó góc giữa hai đường thẳng d và Δ lớn nhất khi và chỉ khi $\cos\varphi$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow\frac{a}{b}=\frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow 5a=4b$

Chọn $a=4\Rightarrow b=5;c=3$

Suy ra $\vec{u}=(4;5;3)$ là một VTCP của đường thẳng d

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z-2}{3}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$ và hai điểm $A(1;\ 2;-1)$, $B(3;\ -1;\ -5)$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A cắt đường thẳng Δ sao cho khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d là nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng d là:

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+3t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=2t\\z=-5-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$ đi qua điểm $M(-1;\ 0;-1)$ và nhận $\vec{u}=(2;3;-1)$ làm một véc tơ chỉ phương.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ và A. Khi đó $\vec{u}=(2;3;-1)$ và $\overrightarrow{AM}=(-2;-2;0)$ không cùng phương và có giá song song hoặc chứa trong (P). Suy ra một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)}=\left[\vec{u},\overrightarrow{AM}\right]=(-2;2;2)$. Phương trình mặt phẳng $(P): x-y-z=0$

Gọi K,H lần lượt là hình chiếu vuông góc của B trên (P) và d, ta luôn có $BH\ge BK$, suy ra BH nhỏ nhất khi H trùng K.

Đường thẳng qua B vuông góc với (P) có phương trình: $\begin{cases}x=3+s\\y=-1-s\\z=-5-s\end{cases}$ $(s\in\mathbb{R})$.

Tọa độ điểm K là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x=3+s\\y=-1-s\\z=-5-s\\x-y-z=0\end{cases}$ $\Rightarrow s=-3\Rightarrow K(0;2;-2)$.

Ta có $\overrightarrow{KA}=(1;0;1)$, đường thẳng d đi qua $A(1;\ 2;-1)$ nhận $\overrightarrow{KA}=(1;0;1)$ làm một véc tơ chỉ phương có phương trình $\begin{cases}x=1+t\\y=2\\z=-1+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-5}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng bé nhất.

A. $\vec{u}=(2;2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;7;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **D.** $\vec{u}=(3;4;-4)$.

Lời giải

Chọn C

Xét (P) là mặt phẳng qua M và $(P)\perp d$.

Mặt phẳng (P) qua $M(-2;-2;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{u_d}=(2;2;-1)$ nên có phương trình: $(P):2x+2y-z+9=0$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên (P) và Δ. Khi đó: $AK\ge AH=const$ nên $AK_{\min}$ khi và chỉ khi $K\equiv H$. Đường thẳng AH đi qua $A(1,2,-3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(2;2;-1)$ nên AH có phương trình tham số: $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+2t\\z=-3-t\end{cases}$.

Vì $H\in AH\Rightarrow H(1+2t;2+2t;-3-t)$.

Lại $H\in(P)\Rightarrow 2(1+2t)+2(2+2t)-(-3-t)+9=0\Rightarrow t=-2\Rightarrow H(-3;-2;-1)$.

Vậy $\vec{u}=\overrightarrow{HM}=(1;0;2)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;-3);B(0;1;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$. Đường thẳng Δ song song với (P), cắt cả hai đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+5}{-2}$; $d_2:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-1}$ và tạo với đường thẳng AB một góc lớn nhất có phương trình là

A. $\frac{x+2}{-1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{2}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+3}{2}$.

C. $\frac{x+2}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-1;2;2)$.

Gọi $\{M\}=\Delta\cap d_1;\{N\}=\Delta\cap d_2$.

Khi đó: $M(3+2t_1;t_1;-5-2t_1)\in d_1;N(t_2;1+2t_2;-1-t_2)\in d_2$.

Suy ra: $\overrightarrow{MN}(t_2-2t_1-3;2t_2-t_1+1;-t_2+2t_1+4)$.

Mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}(2;2;-1)$.

Theo giả thiết: Đường thẳng Δ song song với $(P)\Rightarrow\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{n_P}\,(1)$.

Đường thẳng Δ tạo với AB một góc lớn nhất $\Leftrightarrow(AB;\Delta)_{\max}=90°\Leftrightarrow\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{AB}\,(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{MN}//\left[\overrightarrow{n_P};\overrightarrow{AB}\right]=(6;-3;6)//(2;-1;2)$

$\frac{t_2-2t_1-3}{2}=\frac{2t_2-t_1+1}{-1}=\frac{-t_2+2t_1+4}{2}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=-\frac{11}{4}\\t_2=-2\end{cases}$. Suy ra: $N(-2;-3;1)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $N\left(-2;-3;1\right)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{\Delta}}=\left(2;-1;2\right)$ là:

$\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 13: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x+2y-z-3=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{2}$ và điểm $A\left(2;2;-1\right)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A, cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng $\left(P\right)$. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+2}{7}=\dfrac{z-1}{20}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z+1}{20}$.

C. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+2}{-3}=\dfrac{z-1}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z+1}{-2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M=d\cap\Delta\Rightarrow M\left(-1+t;1+t;2t\right)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\left(-3+t;-1+t;1+2t\right)$.

Vì $\Delta\ //\ \left(P\right)\Rightarrow\overrightarrow{AM}\perp\overrightarrow{n_{(P)}}=\left(2;2;-1\right)\Rightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{n_{(P)}}=0$

$\Leftrightarrow 2\left(-3+t\right)+2\left(-1+t\right)-1\left(1+2t\right)=0$

$\Leftrightarrow t=\dfrac{9}{2}\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{2};10\right)$.

Khi đó đường thẳng Δ qua điểm $A\left(2;2;-1\right)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(3;7;20\right)$.

Vậy $\Delta:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z+1}{20}$.

Câu 14: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):x-y+3z-6=0$ và đường thẳng $\left(\Delta\right):\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{1}$. Dựng đường thẳng đi qua $M\left(1;-2;1\right)$, nằm trong mặt phẳng (P) và tạo với đường thẳng $\left(\Delta\right)$ góc $30°$. Biết rằng có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán có vectơ chỉ phương lần lượt là $\left(9;a;b\right)$ và $\left(-29;c;d\right)$. Tính $a+b+c+d$

A. 5. **B.** -8. **C.** -4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

$\left(\Delta\right):\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+1}{1}$ có vectơ chỉ phương $\vec{n}=\left(2;1;1\right)$

Gọi $\left(\Delta_1\right)$ là đường thẳng đi qua $M\left(1;-2;1\right)$, nằm trong mặt phẳng (P) và tạo với đường thẳng $\left(\Delta\right)$ góc $30°$.

Suy ra $\left(\Delta_1\right)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(m;n;t\right)$ ($m^2+n^2+t^2\neq 0$) thì $m-n+3t=0$ và

$\dfrac{\left|2m+n+t\right|}{\sqrt{6}\sqrt{m^2+n^2+t^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **(do** $\dfrac{\left|\vec{n}.\vec{u}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{u}\right|}=\cos 30°$ **)**

$$\Rightarrow \frac{|2m+(m+3t)+t|}{\sqrt{6}\sqrt{m^2+(m+3t)^2+t^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow 2|3m+4t|=\sqrt{18}\sqrt{2m^2+6mt+10t^2}$$

$$\Rightarrow -12mt-116t^2=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ 3m=-29t \end{array}\right.$$

$t=0 \Rightarrow m=n \Rightarrow$ (Δ_1) có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(9;9;0)$

$3m=-29t \Rightarrow 3n=-20t \Rightarrow$ (Δ_1) có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(-29;-20;3)$

Vậy $a+b+c+d=9+0-20+3=-8$.

DẠNG 10 Hình chiếu và bài toán cực trị

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(5;4;-3)$ đến trục Ox bằng

A. 25. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-6;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-2t\\z=t\end{cases}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên d. Khi đó tọa độ H là

A. $H(1;-2;3)$. **B.** $H(1;2;1)$. **C.** $H(-8;4;3)$. **D.** $H(4;-4;1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(8;-4;3)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-2t\\z=t\end{cases}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên d. Khi đó tọa độ của điểm H là

A. $H(7;-6;2)$. **B.** $H(9;-2;4)$. **C.** $H(-2;0;-1)$. **D.** $H(1;-2;1)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, toạ độ điểm H là hình chiếu của điểm $M(2;0;1)$ lên đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$ là

A. $(-1;-4;0)$. **B.** $(2;2;3)$. **C.** $(0;-2;1)$. **D.** $(1;0;2)$.

Câu 5: Tọa độ hình chiếu của $A(2;-6;3)$ lên đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z}{1}$ là:

A. $A_4(7;-6;2)$. **B.** $A_1(-2;0;-1)$. **C.** $A_2(1;-2;1)$. **D.** $A_3(4;-4;1)$.

Câu 6: Tọa độ hình chiếu của $A(2;-6;3)$ lên đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z}{1}$ là

A. $A_4(7;-6;2)$. **B.** $A_1(-2;0;-1)$. **C.** $A_2(1;-2;1)$. **D.** $A_3(4;-4;1)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x-z-4=0$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x-3}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=1+t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=1\\z=-1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=1+t\\z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$

Câu 8: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1;1;1)$. Hai điểm B, C di động trên đường thẳng d sao cho mặt phẳng (OAB) vuông góc (OAC). Gọi B' là hình chiếu vuông góc của điểm B lên đường thẳng AC. Biết quỹ tích các điểm B' là một đường tròn cố định, tính bán kính r của đường tròn này.

A. $r=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. **B.** $r=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. **C.** $r=\dfrac{\sqrt{70}}{10}$. **D.** $r=\dfrac{\sqrt{60}}{10}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$, mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$; Xét đường thẳng Δ qua A, nằm trong (P) và cách d một khoảng lớn nhất. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào dưới đây

A. $M(2;1;0)$. **B.** $N(1;-1;3)$. **C.** $P(-3;3;3)$. **D.** $Q(1;2;4)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$, mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Xét đường thẳng Δ qua A, nằm trong (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(2;1;0)$. **B.** $N(1;-1;3)$. **C.** $P(-3;3;3)$. **D.** $Q(1;2;4)$.

Câu 11: Trong không gian Oxy, cho các điểm $A(1;1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$. Gọi N là điểm thuộc (P) sao cho $2NA^2+NB^2+NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài ON bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{38}}{4}$. **C.** $\sqrt{35}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+5}{-2}, d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Gọi I, J lần lượt là giao điểm của d_1, d_2 với (P). Đường thẳng song song với (P), cắt cả d_1 và d_2, đồng thời tạo với đường thẳng IJ một góc lớn nhất có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$.

C. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-3=0$, điểm $M(3;1;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=4+3t\\z=-3-2t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng (α) và tạo với đường thẳng d một góc nhỏ nhất. Lập phương trình của Δ.

A. $\Delta:\begin{cases}x=3\\y=1-t\\z=1+2t\end{cases}$. **B.** $\Delta:\begin{cases}x=8+5t\\y=-3-4t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\Delta:\begin{cases}x=3+2t\\y=1-t\\z=1-2t\end{cases}$. **D.** $\Delta:\begin{cases}x=-2+5t\\y=5-4t\\z=-1+2t\end{cases}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;-3;-5)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;5;-3)$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=t\\z=-2-t\end{cases}$ và bốn điểm $A(1;1;-1)$, $B(-1;3;3)$, $C(0;2;0)$, $D(4;2;2)$. Điểm M thỏa mãn các điều kiện $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=3,\ \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}=4$. Khoảng cách lớn nhất từ điểm M đến đường thẳng d bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{220}}{5}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{220}}{5}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2+(y-2)^2+z^2=16$ và $(S_2): x^2+(y-2)^2+z^2=25$ và điểm $A(4;2;0)$, đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) và cắt (S_2) tại hai điểm B,C. Tam giác ABC có diện tích lớn nhất bằng

A. 24. **B.** $24\sqrt{2}$. **C.** 72. **D.** 48.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=0\end{cases}$ và hai điểm $A(1;0;1)$, $B(2;-1;1)$. Gọi M là điểm thuộc Δ sao cho $P=MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính giá trị nhỏ nhất đó.

A. $\dfrac{\sqrt{22}+\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{22}-\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{6}}{2}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;2;0)$ và $M(-1;3;4)$. Gọi d là đườngthẳng qua B vuông góc với AB đồng thời cách M một khoảng nhỏ nhất. Một véc tơ chỉphương của d có dạng $\vec{u}(2;a;b)$. Tính tổng $a+b$.

A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Trên các đường thẳng d_1,d_2 lấy các điểm A,B sao cho đường thẳng AB luôn song song với $mp(P)$. Khi đó độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng AB bằng:

A. $\dfrac{3\sqrt{54}}{2}$. **B.** $\dfrac{27}{2}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$, mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Xét đường thẳng Δ qua A, nằm trong (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(2;1;0)$. **B.** $N(1;-1;3)$. **C.** $P(-3;3;3)$. **D.** $Q(1;2;4)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\ 1;-1;-3\ ,B\ 0;1;-1$ và mặt phẳng $P\ : 2x+2y-z-3=0$. Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng P, cắt cả hai đường thẳng

$d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+5}{-2}, d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và tạo với AB một góc lớn nhất có phương trình là

A. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{2}$.
B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$.
C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{2}$.
D. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y+z+15=0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=100$. Đường thẳng Δ qua A, nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B. Để độ dài AB lớn nhất thì phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+3}{6}$.
B. $\frac{x+3}{16} = \frac{y-3}{11} = \frac{z+3}{-10}$.
C. $\begin{cases} x=-3+5t \\ y=3 \\ z=-3+8t \end{cases}$.
D. $\frac{x+3}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{3}$.

Câu 23: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y-2z-2=0$ và đường thẳng $(d): \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$. Biết mặt phẳng (P) chứa (d) và tạo với (α) một góc nhỏ nhất có phương trình dạng $ax+by+cz+3=0$. Giá trị của $T=a.b.c$ bằng:

A. $T=0$.
B. $T=4$.
C. $T=-1$.
D. $T=-2$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$. Cho 2 điểm $A(1;0;1); B(1;3;5)$ xét đường thẳng d thay đổi cách A một khoảng bằng 2; cách B một khoảng bằng 1. Gọi $M; N$ là hình chiếu vuông góc của $A; B$ lên d tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của MN là:

A. $2\sqrt{6}$.
B. $8\sqrt{5}$.
C. $4\sqrt{5}$.
D. $8\sqrt{6}$.

Câu 25: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(0;-1;2)$ và hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}; \Delta_2: \frac{x-5}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d qua M cắt Δ_1 và cách Δ_2 một khoảng lớnnhất có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}(29;a;b)$, tổng $a+b$ bằng

A. 221.
B. -21.
C. -37.
D. 11.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(-1;3;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y-5}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Mặt cầu (S) qua hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng d có bán kính nhỏ nhất thì hoành độ tâm mặt cầu đó bằng

A. 3.
B. $\frac{1}{4}$.
C. $\frac{5}{4}$.
D. $\frac{3}{2}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-5}{-1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-4}{2}$; $d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=4+3t \\ z=-2+t \end{cases}$ và điểm $M(1;3;-2)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M và cắt d_2 tại điểm $K(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P=a^2+2b^2+3c^2$ khi khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và Δ là lớn nhất:

A. $P=\dfrac{51}{2}$. **B.** $P=\dfrac{298}{11}$. **C.** $P=\dfrac{67}{2}$. **D.** $P=\dfrac{378}{11}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(4;-2;4), B(-2;6;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=5\\y=-1\\z=t\end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $AMB=90^\circ$ và N là điểm di động thuộc d. Tìm giá trị nhỏ nhất của MN ?

A. 2 **B.** 8 **C.** $\sqrt{73}$ **D.** $5\sqrt{3}$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$. Điểm M là điểm trên đường thẳng d sao cho $(MA+2MB+3MC)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tung độ điểm M là

A. 2. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x+y-z+2=0$, đường thẳng (d) : $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{2-z}{1}$ và hai điểm $B\left(\dfrac{1}{2};-1;\dfrac{3}{2}\right)$; $C(1;-2;1)$. Gọi A là giao điểm của (d) và (P); S là điểm di động trên (d) $(S\neq A)$. Gọi H ; K là hình chiếu của A trên các đường thẳng SB và SC ; (Δ) là giao tuyến của hai mặt phẳng (AHK) và (P); $M\in(\Delta)$. Giá trị nhỏ nhất của $MB+MC$ là:

A. $\dfrac{\sqrt{14}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{7}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng (P) : $2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (Q) : $3x+4y-4z+5=0$ cắt mặt phẳng (P) tại điểm B. Điểm M nằm trong mặt phẳng (P), nhìn đoạn AB dưới góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB :

A. $MB=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $MB=\sqrt{5}$. **C.** $MB=\sqrt{41}$. **D.** $MB=\dfrac{\sqrt{41}}{2}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=0\end{cases}$ và hai điểm $A(1;0;1)$ và điểm $B(2;-1;1)$. Gọi M là điểm thuộc Δ sao cho $P=MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính giá trị nhỏ nhất đó.

A. $\dfrac{\sqrt{22}+\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{22}-\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{6}}{2}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu

$S\ : x+1^{\ 2}+y^2+\ z-1^{\ 2}=4,\ S'\ : x^2+y^2+\ z-1^{\ 2}=1$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1\\y=8+t\\z=3+t\end{cases}$

Mặt phẳng α tiếp xúc với hai mặt cầu S , S' . Gọi $M\in\ \alpha$, $N\in\Delta$ sao cho đường thẳng MI luôn tiếp xúc với mặt cầu S' , với $I\ -2;0;1$. Độ dài đoạn thẳng MN nhỏ nhất bằng $a\sqrt{2}-2\sqrt{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 6 **B.** 5 **C.** 8 **D.** 0

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;-2;4)$, $B(-2;6;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=5\\y=-1\\z=t\end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $AMB=90^\circ$ và N là điểm di động thuộc d. Tìm giá trị nhỏ nhất của MN.

A. 2 **B.** 8 . **C.** $\sqrt{73}$. **D.** $5\sqrt{3}$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-m}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+m^2}{1}$ và hai điểm $M(-1;4;1)$; $N(3;-2;0)$. Gọi $H(a;b;c)$; K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M ; N lên đường thẳng Δ sao cho khối tứ diện $HKMN$ có thể tích nhỏ nhất. Tính giá trị $T=a-2b+c$:

A. $T=8$. **B.** $T=-8$. **C.** $T=-3$. **D.** $T=5$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-24=0$, mặt phẳng $(P):2x+2y-z+10=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{5}=\dfrac{y+4}{-4}=\dfrac{z-7}{2}$. Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của (P) và (S). Gọi M và N lần lượt là hai điểm nằm trên (C) và d. Khoảng cách MN nhỏ nhất bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\sqrt{30-12\sqrt{5}}$. **D.** $\sqrt{12+2\sqrt{6}}$.

Câu 37: Trong không gian giải tích $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y-2z-2=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$, gọi điểm M nằm trên đường thẳng d và điểm N nằm trên mặt phẳng (P) sao cho $A(a;2;0)$ là trung điểm của đoạn MN. Đoạn MN ngắn nhất bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** 6 .

Câu 38: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y+z-9=0$ và hai điểm $A(3;2;2)$, $B(0;-1;2)$. Gọi M là điểm chạy trên mặt phẳng (P) và N chạy trên mặt phẳng tọa độ (Oxy). Giá trị nhỏ nhất của $T=AM+MN+NB$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{34}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{38}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-7=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-4z-17=0$, đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{3}$. Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P). Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên (C) và d. Khoảng cách MN ngắn nhất bằng

A. $\frac{6}{\sqrt{14}}$ **B.** $\frac{3\sqrt{14}-4}{6}$ **C.** $\frac{6\sqrt{5}-12}{\sqrt{14}}$ **D.** $\frac{4-2\sqrt{2}}{3}$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $I(1;1;1)$, $A(-1;2;3)$, $B(3;4;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ biết Δ đi qua I, đồng thời tổng khoảng cách từ A và B đến Δ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{5}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{4}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-1}{-4}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;-1;1), B(-1;-2;3), C(3;3;5)$ và mặt cầu (S) có tâm $I\left(-1;-\frac{1}{2};6\right)$, bán kính $R=1$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S), N là điểm thỏa mãn NA, NB, NC hợp với mặt phẳng (ABC) các góc bằng nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của MN.

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;0)$, mặt phẳng $(P): x-2y-2z+1=0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=2 \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. Gọi d' là đường thẳng đi qua điểm I và vuông góc với mặt phẳng (P), M là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (P), $N(a;b;c)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác IMN nhỏ nhất. Khi đó, $a-2b+4c$ có giá trị bằng:

A. 7. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 43: Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. Hai điểm M, N lần lượt di động trên (P) và (S) sao cho MN luôn cùng phương với $\vec{u}=(1;2;-2)$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng MN bằng

A. $6\sqrt{5}$. **B.** 18. **C.** $10\sqrt{3}$. **D.** $10+5\sqrt{3}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$ Cho $d: \frac{x-4}{2}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z-3}{2}$ và hai điểm $A(3;1;2)$; $B(-1;3;-2)$ Mặt cầu tâm I bán kính R đi qua hai điểm hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng d. Khi R đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, I là $(P): 2x+by+cz+d=0$. Tính $d+b-c$.

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 45: $(P): 2x-2z\text{-}2=0 \Rightarrow b=0; c=-2; d=-2 \Rightarrow d+b-c=0$ .Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(3;0;0;), B(0;4;0)$. Gọi d là đường thẳng đi qua tâm dường tròn nội tiếp tam giác OAB

, cắt các cạnh OA, OB theo thứ tự tại M và N. Khi tỉ số $\dfrac{AM.BN}{OM.ON}$ đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(13;-11;0)$. **B.** $\vec{u}=(13;11;0)$. **C.** $\vec{u}=(11;13;0)$. **D.** $\vec{u}=(11;-13;0)$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x+y-4z=0$, đường thẳng d: $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;3;1)$ thuộc mặt phẳng (P). Gọi Δ là đường thẳng đi qua A nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u}=(a;b;1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ. Giá trị của $a+2b$ là:

A. 4. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 7.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):(x+4)^2+y^2+z^2=16$, $(S_2):(x+4)^2+y^2+z^2=36$ và điểm $A(4;0;0)$. Đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1), đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B, C. Tam giác ABC có thể có diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

A. $24\sqrt{5}$. **B.** 48. **C.** 72. **D.** $28\sqrt{5}$.

Câu 48: Vậy diện tích lớn nhất của tam giác ABC là $24\sqrt{5}$.Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-4z=0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;\,3;\,1)$ thuộc mặt phẳng (P). Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u}=(a;\,b;\,1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ. Tính $a+2b$.

A. $a+2b=-3$. **B.** $a+2b=0$. **C.** $a+2b=4$. **D.** $a+2b=7$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;2)$ và $B(\sqrt{3};1;3)$ thoả mãn $AB\perp BC$, $AB\perp AD$, $AD\perp BC$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB, đường thẳng CD di động và luôn tiếp xúc với mặt cầu (S). Gọi $E\in AB, F\in CD$ và EF là đoạn vuông góc chung của AB và CD. Biết rằng đường thẳng $(\Delta)\perp EF; (\Delta)\perp AB$ và $d(A;(\Delta))=\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa Δ và CD lớn nhất bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}+2}{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}+3}{2}$. **D.** 3.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-y+2z-14=0$ và quả cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$. Tọa độ điểm $H(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ H đến mặt phẳng (α) là lớn nhất. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của H xuống mặt phẳng $(Oxy),(Oyz),(Ozx)$. Gọi S là diện tích tam giác ABC, hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $S\in(0;1)$. **B.** $S\in(1;2)$. **C.** $S\in(2;3)$. **D.** $S\in(3;4)$.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=6$ và đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{-1}$. Giả sử (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Gọi (T) là khối trụ nội tiếp trong mặt cầu (S) và có một đáy là đường tròn (C). Khi (T) có thể tích lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (P) là $ax+by+cz+d=0$, với $b\in\mathbb{N}^*$, $b\le 10$. Tính $a+b+c+d$.

A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3;0;0), B(0;4;0)$ và d đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB cắt các cạnh OA, OB theo thứ tự là M, N. Khi tỷ số $\frac{AM.BN}{OM.ON}$ đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(13;-11;0)$. **B.** $\vec{u}=(13;11;0)$. **C.** $\vec{u}=(11;13;0)$. **D.** $\vec{u}=(11;-13;0)$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(5;4;-3)$ đến trục Ox bằng

A. 25. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu của điểm A lên Ox

$\Rightarrow H(5;0;0)$.

Khi đó khoảng cách từ A đến Ox bằng độ dài $OH=5$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;-6;3\right)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-2t\\z=t\end{cases}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên d. Khi đó tọa độ H là

A. $H\left(1;-2;3\right)$. **B.** $H\left(1;2;1\right)$. **C.** $H\left(-8;4;3\right)$. **D.** $H\left(4;-4;1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có vectơ chỉ phương của d là $\overrightarrow{v_d}=\left(3;-2;1\right)$.

Vì $H\in d$ nên $H\left(1+3t;-2-2t;t\right)\Rightarrow\overrightarrow{MH}=\left(3t-1;-2t+4;t-3\right)$.

Mà $\overrightarrow{MH}\perp d\Rightarrow\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{v_d}=0\Leftrightarrow 3\left(3t-1\right)+\left(-2t+4\right)\left(-2\right)+1\left(t-3\right)=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H\left(4;-4;1\right)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(8;-4;3\right)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-2t\\z=t\end{cases}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên d. Khi đó tọa độ của điểm H là

A. $H\left(7;-6;2\right)$. **B.** $H\left(9;-2;4\right)$. **C.** $H\left(-2;0;-1\right)$. **D.** $H\left(1;-2;1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Vì H là hình chiếu vuông góc của M lên d nên $H\in d$. Do đó tọa độ điểm H có dạng là $H\left(1+3t;-2-2t;t\right)$.

Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(3;-2;1\right)$.

Đường thẳng MH có 1 vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MH}=\left(-7+3t;2-2t;-3+t\right)$.

Vì $d\perp MH$ nên $\vec{u}.\overrightarrow{MH}=0\Leftrightarrow 3\left(-7+3t\right)-2\left(2-2t\right)+1\left(-3+t\right)=0\Leftrightarrow 14t-28=0\Leftrightarrow t=2$.

Vậy tọa độ của điểm H là $H\left(7;-6;2\right)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, toạ độ điểm H là hình chiếu của điểm $M\left(2;0;1\right)$ lên đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ là

A. $\left(-1;-4;0\right)$. **B.** $\left(2;2;3\right)$. **C.** $\left(0;-2;1\right)$. **D.** $\left(1;0;2\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $H\in d:\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}\Rightarrow H\left(1+h;2h;2+h\right)\Rightarrow\overrightarrow{MH}=\left(h-1;2h;h+1\right)$.

H là hình chiếu của M lên $d\Rightarrow\overrightarrow{MH}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow 1\left(h-1\right)+2\left(2h\right)+1\left(h+1\right)=0\Leftrightarrow 6h=0$ $\Leftrightarrow h=0$.

Vậy $H\left(1;0;2\right)$.

Câu 5: Tọa độ hình chiếu của $A\left(2;-6;3\right)$ lên đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z}{1}$ là:

A. $A_4(7;-6;2)$. **B.** $A_1(-2;0;-1)$. **C.** $A_2(1;-2;1)$. **D.** $A_3(4;-4;1)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-2t\\z=t\end{cases}$.

Gọi (P) là mặt phẳng qua $A(2;-6;3)$ và vuông góc với d.

Khi đó phương trình của $(P):3(x-2)-2(y+6)+1(z-3)=0\Leftrightarrow 3x-2y+z-21=0$.

Gọi $H=d\cap(P)$ thì H là hình chiếu của A lên đường thẳng d.

Do $H\in d\Rightarrow H(1+3t;-2-2t;t)$.

Do $H\in(P)$ nên ta có $3(1+3t)-2(-2-2t)+t-21=0\Leftrightarrow t=1$.

Suy ra: $H(4;-4;1)$.

Câu 6: Tọa độ hình chiếu của $A(2;-6;3)$ lên đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z}{1}$ là

A. $A_4(7;-6;2)$. **B.** $A_1(-2;0;-1)$. **C.** $A_2(1;-2;1)$. **D.** $A_3(4;-4;1)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của đường thẳng (d) là: $\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-2t,t\in R\\z=t\end{cases}$

Xét điểm $H(1+3t;-2-2t;t)\in d\ \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(3t-1;-2t+4;t-3)$.

Đường thẳng (d) có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_d=(3;-2;1)$.

H là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng (d) khi và chỉ khi $\overrightarrow{AH}.\vec{u}_d=0$

$\Leftrightarrow (3t-1).3+(-2t+4).(-2)+(t-3).1=0$

$\Leftrightarrow 9t-3+4t-8+t-3=0$

$\Leftrightarrow 14t-14=0\Leftrightarrow t=1.$

Vậy hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng (d) là $H(4;-4;1)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):\ x-z-4=0$ và đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=1+t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\y=1\\z=-1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=1+t\\z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+-t\\y=1+2t\\z=-1+t\end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Phương trình tham số của d là: $\begin{cases} x=3+3t \\ y=1+t \\ z=-1-t \end{cases}$.

Gọi I là giao điểm của d và mặt phẳng (P). Xét hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=3+3t \\ y=1+t \\ z=-1-t \\ x-z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3+3t \\ y=1+t \\ z=-1-t \\ 3+3t-(-1-t)-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ x=3 \\ y=1 \\ z=-1 \end{cases} \Rightarrow I(3;1;-1).$$

Gọi Δ là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) do đó Δ đi qua I.

Gọi (Q) chứa d và vuông góc với mặt phẳng (P) nên vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_{(Q)}$ cùng phương với $\left[\vec{u}_d, \vec{n}_{(P)}\right]=(-1;2;-1) \Rightarrow \vec{n}_{(Q)}=(1;-2;1)$.

Đường thẳng $\Delta=(P)\cap(Q)$ nên vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u}_\Delta$ cùng phương với $\left[\vec{n}_{(P)}, \vec{n}_{(Q)}\right]=(-2;-2;-2) \Rightarrow \vec{u}_\Delta=(1;1;1)$.

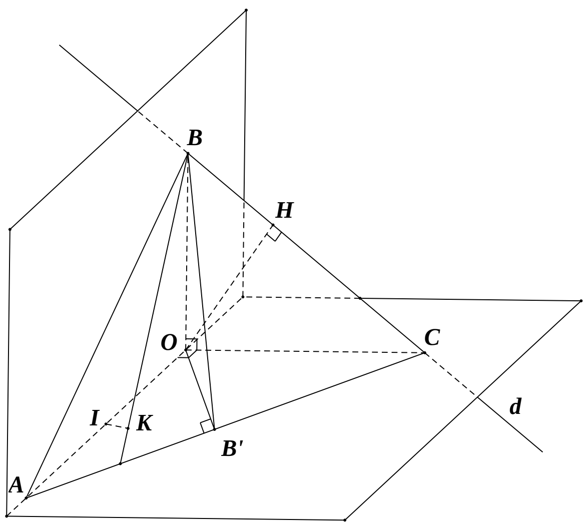
Hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P) là đường thẳng Δ có phương trình: $\begin{cases} x=3+t \\ y=1+t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 8: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1;1;1)$. Hai điểm B, C di động trên đường thẳng d sao cho mặt phẳng (OAB) vuông góc (OAC). Gọi B' là hình chiếu vuông góc của điểm B lên đường thẳng AC. Biết quỹ tích các điểm B' là một đường tròn cố định, tính bán kính r của đường tròn này.

A. $r=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. **B.** $r=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. **C.** $r=\dfrac{\sqrt{70}}{10}$. **D.** $r=\dfrac{\sqrt{60}}{10}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\overrightarrow{OA}=(1;1;1)$ và một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d=(2;-1;-1)$.

Dễ thấy: $\overrightarrow{OA}.\vec{u}_d = 0$. Suy ra: $OA \perp d$ (1).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên đường thẳng d.

Do $H \in d$ nên giả sử $H(2t;1-t;-1-t)$.

Vì $OH \perp d$ nên $\overrightarrow{OH}.\vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 2t.2+(1-t).(-1)+(-1-t).(-1)=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow H(0;1;-1)$.

Dễ dàng xác định được: $OH=\sqrt{2}$, $OA=\sqrt{3}$, $AH=\sqrt{5}$.

Do $OH^2+OA^2=AH^2$ nên tam giác OAH vuông tại O, tức là $OA \perp OH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra: $OA \perp (OBC)$. Suy ra $\left((OAB),(OAC)\right)=\left(OB,OC\right)=BOC=90°$.

Do $\begin{cases} OB \perp OA \\ OB \perp OC \end{cases}$ nên $OB \perp (OAC) \Rightarrow OB \perp AC$ (3).

Lại có: $BB' \perp AC$ (4).

Từ (3) và (4) suy ra: $AC \perp (OBB') \Rightarrow AC \perp OB'$ hay $OB'A = 90°$. Suy ra điểm B' thuộc mặt cầu (S) đường kính OA.

Mặt khác B' thuộc mặt phẳng (ABC) đi qua A và chứa đường thẳng d.

Từ đó suy ra: điểm B' thuộc đường tròn (C) cố định với (C) là giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (ABC).

Gọi I là trung điểm của OA, khi đó $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ là tâm mặt cầu (S) và gọi K là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (ABC), khi đó K là tâm đường tròn (C).

Dễ dàng xác định được phương trình (ABC): $2x+5y-z-6=0$.

Ta có: $d\left(I,(ABC)\right)=\frac{3}{\sqrt{30}}$; $IA=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Vậy bán kính r của đường tròn (C) là $r=\sqrt{IA^2-IK^2}=\sqrt{\frac{3}{4}-\frac{9}{30}}=\frac{3\sqrt{5}}{10}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$, mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-1}$; Xét đường thẳng Δ qua A, nằm trong (P) và cách d một khoảng lớn nhất. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào dưới đây

A. $M(2;1;0)$. **B.** $N(1;-1;3)$. **C.** $P(-3;3;3)$. **D.** $Q(1;2;4)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là hình chiếu của A lên d; Khi đó $I(2+t;2t;-t)$; Ta có: $\overrightarrow{AI}=(1+t;2t-1;-t-1)$

d có vecto chỉ phương là: $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-1)$

Mặt khác: $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{u_d}=0 \Rightarrow t=0 \Rightarrow I(2;0;0)$

Đường thẳng Δ qua A nằm trong (P) cách d khoảng lớn nhất khi vuông góc với $\overrightarrow{AI}=(1;-1;-1)$

Khi đó vecto chỉ phương của Δ là: $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{AI};\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(0;2;-2)$

Vậy phương trình Δ là: $\begin{cases} x=1 \\ y=1+t \\ z=1-t \end{cases}$; Δ đi qua $N(1;-1;3)$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$, mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1}$. Xét đường thẳng Δ qua A, nằm trong (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(2;1;0)$. **B.** $N(1;-1;3)$. **C.** $P(-3;3;3)$. **D.** $Q(1;2;4)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của A trên d

$\Rightarrow \begin{cases} H \in d \\ \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{-1} \\ 1(x-1)+2(y-1)-1(z-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \Rightarrow H(2;0;0) \\ z=0 \end{cases}$

Khi đó $d(\Delta,d) \le AH=\sqrt{3}$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \Delta \perp AH \Rightarrow \begin{cases} \Delta \perp AH \\ \Delta \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{AH} \\ \overrightarrow{u_\Delta} \perp \overrightarrow{n_P} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{AH},\overrightarrow{n_P}\right]=(0;-2;2)$

Suy ra $\Delta: \begin{cases} x=1 \\ y=1-2t \\ z=1+2t \end{cases}$ đi qua điểm $N(1;-1;3)$.

Câu 11: Trong không gian Oxy, cho các điểm $A(1;1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$. Gọi N là điểm thuộc (P) sao cho $2NA^2+NB^2+NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài ON bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{38}}{4}$. **C.** $\sqrt{35}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là điểm thõa mãn $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Với M, J lần lượt là trung điểm của BC, AM. Khi đó:

$2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IM}=\vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{IJ}=\vec{0} \Leftrightarrow I \equiv J$.

Vậy I là trung điểm của AM, với M là trung điểm của BC.

Từ giả thiết $A(1;1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(-2;0;1) \Rightarrow M\left(-1;\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right) \Rightarrow I\left(0;\dfrac{3}{4};\dfrac{5}{4}\right)$.

Do: $2NA^2+NB^2+NC^2=2\overrightarrow{NA}^2+\overrightarrow{NB}^2+\overrightarrow{NC}^2=2\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IN}\right)^2+\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IN}\right)^2+\left(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IN}\right)^2$

$2IA^2+IB^2+IC^2+4IN^2-2\left(2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)\overrightarrow{IN}=2IA^2+IB^2+IC^2+4IN^2$.

Do: $A(1;1;1)$., $B(0;1;2)$, $C(-2;0;1)$, $I\left(0;\dfrac{3}{4};\dfrac{5}{4}\right)$ cố định nên $2NA^2+NB^2+NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi chỉ khi IN^2 nhỏ nhất $\Leftrightarrow N$ là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P).

Đường thẳng Δ qua I và vuông góc với (P) có phương trình là: $\begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{3}{4} - t, \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = \dfrac{5}{4} + t \end{cases}$

Đường thẳng Δ cắt (P) tại $N(x;y;z)$ có tọa độ thõa mãn hệ: $\begin{cases} x = t \\ y = \dfrac{3}{4} - t \\ z = \dfrac{5}{4} + t \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases}$

Giải hệ suy ra: $N\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{4};\dfrac{3}{4}\right) \Rightarrow ON = \dfrac{\sqrt{38}}{4}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+5}{-2}, d_2: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$. Gọi I, J lần lượt là giao điểm của d_1, d_2 với (P). Đường thẳng song song với (P), cắt cả d_1 và d_2, đồng thời tạo với đường thẳng IJ một góc lớn nhất có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x+2}{-1} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z+3}{2}$.

C. $\dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y+3}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{-1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có tọa độ I là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+5}{-2} \\ 2x + 2y - z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y - 3 = 0 \\ 2y + z + 5 = 0 \\ 2x + 2y - z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \Rightarrow I(1;-1;-3). \\ z = -3 \end{cases}$$

Tọa độ J là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{-1} \\ 2x + 2y - z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ y + 2z + 1 = 0 \\ 2x + 2y - z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \Rightarrow J(0;1;-1). \\ z = -1 \end{cases}$$

$\Rightarrow \overrightarrow{IJ} = (-1;2;2)$.

Gọi d là đường thẳng song song với (P), cắt d_1 và d_2 lần lượt tại M và N.

Vì $M \in d_1 \Rightarrow M(2t+3;t;-2t-5), N \in d_2 \Rightarrow N(s;2s+1;-s-1)$.

$\overrightarrow{MN} = (s - 2t - 3; 2s - t + 1; -s + 2t + 4)$. (P) có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_p} = (2;2;-1)$.

Vì $d // (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{n_p} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{n_p} = 0 \Leftrightarrow 2s - 4t - 6 + 4s - 2t + 2 + s - 2t - 4 = 0$

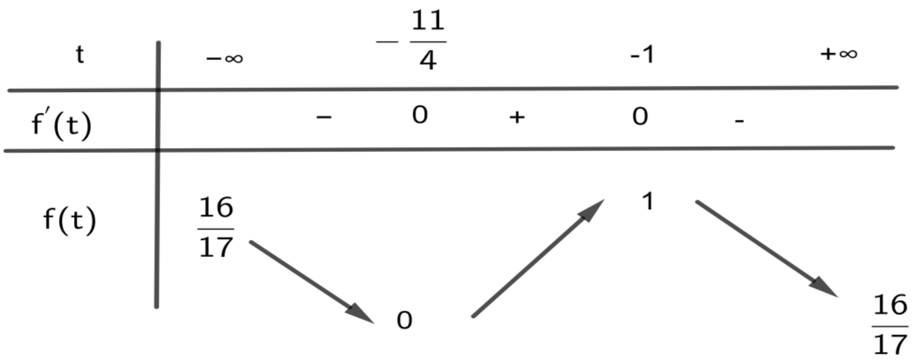
$7s - 8t - 8 = 0 \Leftrightarrow s = \dfrac{8t+8}{7} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(-\dfrac{6t+13}{7}; \dfrac{9t+23}{7}; \dfrac{6t+20}{7}\right)$.

Vậy vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=\left(-6t-13;9t+23;6t+20\right)$.

Gọi α là góc giữa d và IJ .

Ta có $\cos\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{IJ}.\vec{u}\right|}{\left|\overrightarrow{IJ}\right|\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\left|6t+13+18t+46+12t+40\right|}{3.\sqrt{\left(-6t-13\right)^2+\left(9t+23\right)^2+\left(6t+20\right)^2}}$

$=\dfrac{\left|36t+99\right|}{3.\sqrt{153t^2+810t+1098}}=\dfrac{\left|12t+33\right|}{\sqrt{153t^2+810t+1098}}$.



Xét $f\left(t\right)=\left[\cos\alpha\right]^2=\dfrac{144t^2+792t+1089}{153t^2+810t+1098}=\dfrac{16t^2+88t+121}{17t^2+90t+122}$

$f'\left(t\right)=\dfrac{-56t^2-210t-154}{\left(17t^2+90t+122\right)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\ t=-\dfrac{11}{4}\end{array}\right.$

Vậy α đạt GTLN $\Leftrightarrow\cos\alpha$ đạt GTNN $\Leftrightarrow f\left(t\right)$ đạt GTNN $\Leftrightarrow t=-\dfrac{11}{4}$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}=\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right)$.

Vậy đường thẳng d cần tìm đi qua $N\left(-2;-3;1\right)$ và có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(2;-1;2\right)$.

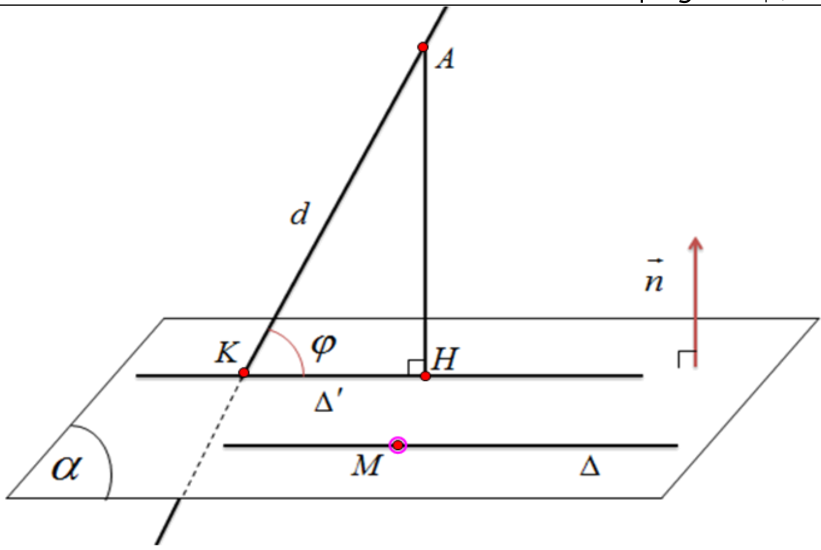
Phương trình chính tắc của d là $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(\alpha\right): x+y-z-3=0$, điểm $M\left(3;1;1\right)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\ y=4+3t\\ z=-3-2t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M\left(3;1;1\right)$, nằm trong mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ và tạo với đường thẳng d một góc nhỏ nhất. Lập phương trình của Δ.

A. $\Delta:\begin{cases}x=3\\ y=1-t\\ z=1+2t\end{cases}$.
B. $\Delta:\begin{cases}x=8+5t\\ y=-3-4t\\ z=2+t\end{cases}$.
C. $\Delta:\begin{cases}x=3+2t\\ y=1-t\\ z=1-2t\end{cases}$.
D. $\Delta:\begin{cases}x=-2+5t\\ y=5-4t\\ z=-1+2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có đường thẳng d đi qua điểm $A(1;4;-3)$ và nhận $\vec{u}=(0;3;-2)$ làm véc tơ chỉ phương.

Mặt phẳng $(\alpha): x+y-z-3=0$ nhận $\vec{n}=(1;1;-1)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Nhận thấy $M(3;1;1)\in(\alpha): x+y-z-3=0$.

Gọi Δ' là đường thẳng nằm trong (α), cắt d tại và song song với Δ. Khi đó: $(d;\Delta)=(d;\Delta')\Rightarrow(d;\Delta)_{\min}\Leftrightarrow(d;\Delta')_{\min}\Leftrightarrow\Delta'$ là hình chiếu của d trên (α).

Gọi $K=d\cap(\alpha)$. Suy ra:

+) $K\in d\Rightarrow K(1;4+3t;-3-2t)$.

+) $K\in(\alpha)\Rightarrow 1+(4+3t)-(-3-2t)-3=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow K(1;1;-1)$.

Gọi H là hình chiếu của điểm $A(1;4;-3)$ trên (α). Phương trình đường thẳng $AH:\begin{cases}x=1+t'\\y=4+t'\\z=-3-t'\end{cases}$

$H=AH\cap(\alpha)$ suy ra:

+) $H\in AH\Rightarrow H(1+t';4+t';-3-t')$.

+) $H\in(\alpha)\Rightarrow(1+t')+(4+t')-(-3-t')-3=0\Leftrightarrow 3t'=-5\Leftrightarrow t'=-\dfrac{5}{3}\Rightarrow H\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{3};-\dfrac{4}{3}\right)$.

$\Rightarrow\overrightarrow{HK}=\left(\dfrac{5}{3};-\dfrac{4}{3};\dfrac{1}{3}\right)$ cùng phương với $\vec{a}=(5;-4;1)$ là véc tơ chỉ phương của Δ'.

Khi đó đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;1;1)$ và nhận $\vec{a}=(5;-4;1)$ làm véc tơ chỉ phương.

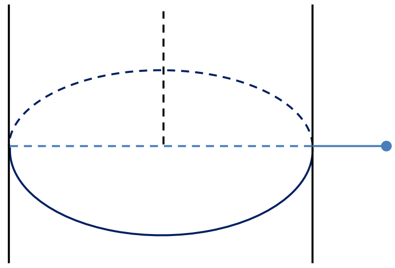
Phương trình đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=3+5t\\y=1-4t\\z=1+t\end{cases}$. Lại nhận thấy $N(8;-3;2)\in\Delta$. Suy ra đáp án **B.**

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;-3;-5)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;5;-3)$.

Lời giải

Chọn C



◆ Đường thẳng d thay đổi tạo ra các đường sinh của mặt trụ có trục Oz, và bán kính trụ $r=3$.

◆ Dựng mặt phẳng (P) qua $A(0;4;-3)$, vuông góc và cắt Oz tại $I(0;0;-3)$.

Khi đó: $\mathrm{d}(A;d)\geq AB=AI-r=\left|\overrightarrow{AI}\right|-r=4-3=1$.

Suy ra $\min \mathrm{d}(A;d)=AB=1$ và $B\equiv AI\cap d$

◆ Ta có: $\overrightarrow{BI}=-3\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{OB}=\dfrac{\overrightarrow{OI}+3\overrightarrow{OA}}{4}=(0;3;-3)$.

Vậy d cần tìm là đường thẳng song song với Oz và đi qua $B(0;3;-3)$: $d:\begin{cases}x=0\\y=3\\z=-3+t\end{cases}$

◆ Điểm $N(0;3;-5)\in d$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1\\y=t\\z=-2-t\end{cases}$ và bốn điểm $A(1;1;-1)$, $B(-1;3;3)$, $C(0;2;0)$, $D(4;2;2)$. Điểm M thỏa mãn các điều kiện $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=3$, $\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}=4$. Khoảng cách lớn nhất từ điểm M đến đường thẳng d bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{220}}{5}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{220}}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x;y;z)$ ta có $\begin{cases}\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=3\\\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MD}=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)(x+1)+(y-1)(y-3)+(z+1)(z-3)=3\\x(x-4)+(y-2)(y-2)+z(z-2)=4\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2-4y-2z-4=0\\x^2+y^2+z^2-4x-4y-2z=0\end{cases}(1)$.

Do đó, M chạy trên đường tròn (C) là giao tuyến của mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(0;2;1)$, bán kính $R_1=3$ và mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(2;2;1)$, bán kính $R_2=3$.

Từ đó, suy ra (C) có tâm $H(1;2;1)$ và bán kính $r=2\sqrt{2}$

Gọi K là hình chiếu của H lên đường thẳng d, ta có $K\left(1;-\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$ và $d(H;d)=HK=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}>r$ nên d không cắt (C).

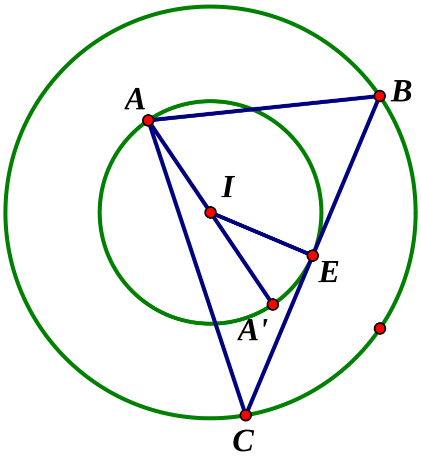
Do đó khoảng cách lớn nhất từ điểm M đến đường thẳng d bằng $HK + r = \dfrac{9\sqrt{2}}{2}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 16$ và $(S_2): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 25$ và điểm $A(4;2;0)$, đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) và cắt (S_2) tại hai điểm B, C. Tam giác ABC có diện tích lớn nhất bằng

A. 24. **B.** $24\sqrt{2}$. **C.** 72. **D.** 48.

Lời giải

Người giải: Nguyễn Văn Quang



Chọn A

Ta có: $(S_1),(S_2)$ có cùng tâm $I(0;2;0)$, bán kính lần lượt là $R_1 = 4, R_2 = 5$; gọi E là điểm tiếp xúc của Δ với (S_1) và AA' là đường kính của (S_1).

Nhận xét: $A \in (S_1)$ và $BC = 2BE = 2\sqrt{IB^2 - IE^2} = 2\sqrt{5^2 - 4^2} = 6$

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2} d(A;BC).BC = 3d(A;BC) \le 3.(AI + IE) = 3AA' = 24$

Dấu bằng xảy ra khi $E \equiv A'$.

Vậy $Max\, S_{ABC} = 24$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 0 \end{cases}$ và hai điểm $A(1;0;1)$, $B(2;-1;1)$. Gọi M là điểm thuộc Δ sao cho $P = MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính giá trị nhỏ nhất đó.

A. $\dfrac{\sqrt{22} + \sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{22} - \sqrt{6}}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{11} - \sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Vì $M \in \Delta \Rightarrow M(1+t;1+t;0)$.

Khi đó $P = MA + MB = \sqrt{t^2 + (t+1)^2 + 1} + \sqrt{(t-1)^2 + (t+2)^2 + 1}$

$= \sqrt{2t^2 + 2t + 2} + \sqrt{2t^2 + 2t + 6} = \sqrt{2\left(t + \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{2}} + \sqrt{2\left(t + \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{11}{2}} \ge \sqrt{\dfrac{3}{2}} + \sqrt{\dfrac{11}{2}} = \dfrac{\sqrt{22} + \sqrt{6}}{2}$.

Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow t+\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}$, hay $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{\sqrt{22}+\sqrt{6}}{2}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;2;0)$ và $M(-1;3;4)$. Gọi d là đườngthẳng qua B vuông góc với AB đồng thời cách M một khoảng nhỏ nhất. Một véc tơ chỉphương của d có dạng $\vec{u}(2;a;b)$. Tính tổng $a+b$.

A. 1. **B.** 2. **C.** –1. **D.** –2.

Lời giải

Chọn C

Gọi (P) là mặt phẳng vuông góc với AB tại B suy ra $d\subset(P)$

$\Rightarrow (P): z=0$.

Ta có $d_{(M;d)} \ge d_{(M;(P))}$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ d đi qua hình chiếu M' của M trên (P).

Do $M'(-1;3;0)\Rightarrow \vec{u}=\overrightarrow{M'B}=(2;-1;0)$

Vậy $a+b=-1$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x-4}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$, $d_2:\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$. Trên các đường thẳng d_1, d_2 lấy các điểm A, B sao cho đường thẳng AB luôn song song với $mp(P)$. Khi đó độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng AB bằng:

A. $\frac{3\sqrt{54}}{2}$. **B.** $\frac{27}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

+) Phương trình tham số của $d_1:\frac{x-4}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}\Leftrightarrow \begin{cases} x=4+u \\ y=u \\ z=-1-2u \end{cases}$ với $u\in\mathbb{R}$.

Phương trình tham số của $d_2:\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}\Leftrightarrow \begin{cases} x=v \\ y=2v \\ z=-1-v \end{cases}$ với $v\in\mathbb{R}$.

+) Ta có: $A\in d_1 \Rightarrow A(4+u;u;-1-2u)$ với $u\in\mathbb{R}$.

$B\in d_2 \Rightarrow B(v;2v;-1-v)$ với $v\in\mathbb{R}$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}(v-u-4;2v-u;-v+2u)$.

Mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_p}(1;1;-1)$.

Do đường thẳng AB luôn song song với $mp(P)$ nên $\overrightarrow{n_p}\perp\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow \overrightarrow{n_p}.\overrightarrow{AB}=0$

$\Leftrightarrow (v-u-4).1+(2v-u).1+(-v+2u).(-1)=0.$

$\Leftrightarrow 4v-4u-4=0.$

$\Leftrightarrow v=u+1.$

Mà

$AB=\sqrt{(v-u-4)^2+(2v-u)^2+(-v+2u)^2}$

$\Leftrightarrow AB=\sqrt{(u+1-u-4)^2+(2u+2-u)^2+(-u-1+2u)^2}$

$\Leftrightarrow AB=\sqrt{9+(u+2)^2+(u-1)^2}$

$\Leftrightarrow AB=\sqrt{2u^2+2u+14}=\sqrt{2}.\sqrt{u^2+u+7}=\sqrt{2}.\sqrt{\left(u+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{27}{4}}\ge\frac{3\sqrt{6}}{2}.$

Dấu bằng xảy ra khi $u=-\frac{1}{2}$.

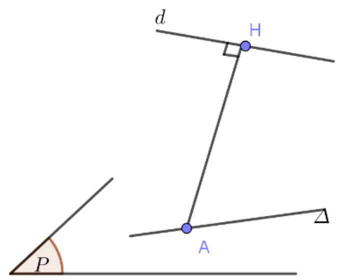
Vậy độ dài ngắn nhất đoạn thẳng AB bằng $\frac{3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$, mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-1}$. Xét đường thẳng Δ qua A, nằm trong (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(2;1;0)$. **B.** $N(1;-1;3)$. **C.** $P(-3;3;3)$. **D.** $Q(1;2;4)$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi $H(x;y;z)$ là hình chiếu vuông góc của A trên d.

$$\Rightarrow\begin{cases}H\in d\\ \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_d}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-1}\\ 1(x-1)+2(y-1)-1(z-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=0\\ z=0\end{cases}\Rightarrow H(2;0;0).$$

Khi đó $d(\Delta,d)\le AH=\sqrt{3}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \Delta\perp AH$.

Ta có $\begin{cases}\Delta\perp AH\\ \Delta\subset(P)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{AH}\\ \overrightarrow{u_\Delta}\perp\overrightarrow{n_P}\end{cases}\Rightarrow$ VTCP của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{AH},\overrightarrow{n_P}\right]=(0;-2;2)$.

Suy ra phương trình của $\Delta:\begin{cases}x=1\\ y=1-2t\\ z=1+2t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Ta thấy Δ đi qua điểm $N(1;-1;3)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\ 1;-1;-3$, $B\ 0;1;-1$ và mặt phẳng $P\ : 2x+2y-z-3=0$. Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng P, cắt cả hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+5}{-2}, d_2 : \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$ và tạo với AB một góc lớn nhất có phương trình là

A. $\dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-1}{2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$.

C. $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A=d_1\cap\ P\ , B=d_2\cap\ P\ $.

Mặt phẳng P có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}\ 2;2;-1$ và $\overrightarrow{AB}\ -1;2;2$

Gọi $M=d_1\cap\Delta\Rightarrow M\ \ 3+2t;t;-5-2t\ ; N=d_2\cap\Delta\Rightarrow N\ \ h;1+2h;-1-h$

Suy ra $\Rightarrow\overrightarrow{MN}\ \ h-3-2t;2h+1-t;-h+4+2t$

Do Δ song song với mặt phẳng P nên $\overrightarrow{MN}.\vec{n}=0\Leftrightarrow 7h-8t-8=0\quad 1$

Ta lại có Δ tạo với AB một góc lớn nhất $AB\perp\Delta\Rightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{MN}=0\Leftrightarrow h+4t+9=0\quad 2$

Từ 1 và 2 suy ra $h=-2;t=\dfrac{-11}{4}$

Vậy Δ đi qua $N\ \ -2;-3;1$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=4\overrightarrow{MN}=\ 2;-1;2$ có phương trình $\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;3;-3)$ thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y+z+15=0$ và mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y-3)^2+(z-5)^2=100$. Đường thẳng Δ qua A, nằm trên mặt phẳng (α) cắt (S) tại A, B. Để độ dài AB lớn nhất thì phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z+3}{6}$. **B.** $\dfrac{x+3}{16}=\dfrac{y-3}{11}=\dfrac{z+3}{-10}$.

C. $\begin{cases}x=-3+5t\\ y=3\\ z=-3+8t\end{cases}$. **D.** $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z+3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;5)$, bán kính $R=10$. Do $d(\mathrm{I},(\alpha))<\mathrm{R}$ nên Δ luôn cắt (S) tại A, B.

Khi đó $AB=\sqrt{R^2-(d(\mathrm{I},\Delta))^2}$. Do đó, AB lớn nhất thì $d(I,(\Delta))$ nhỏ nhất nên Δ qua H, với H là hình chiếu vuông góc của I lên (α). Phương trình $BH:\begin{cases}x=2+2t\\ y=3-2t\\ z=5+t\end{cases}$

$H \in (\alpha) \Rightarrow 2(2+2t)-2(3-2t)+5+t+15=0 \Leftrightarrow \mathrm{t}=-2 \Rightarrow H(-2;\ 7;\ 3)$.

Do vậy $\overrightarrow{\mathrm{AH}}=(1;4;6)$ là véc tơ chỉ phương của Δ. Phương trình của $\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z+3}{6}$

Câu 23: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-y-2z-2=0$ và đường thẳng $(d): \dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. Biết mặt phẳng (P) chứa (d) và tạo với (α) một góc nhỏ nhất có phương trình dạng $ax+by+cz+3=0$. Giá trị của $T=a.b.c$ bằng:

A. $T=0$. **B.** $T=4$. **C.** $T=-1$. **D.** $T=-2$.

Lời giải

Chọn C

+ (α) có một VTPT là: $\overrightarrow{n_\alpha}=(2;-1;-2)$ và (d) có một VTCP là $\vec{u}=(-1;2;1)$.

+ VTPT của (P) có dạng $\vec{n}=(a;b;c)$ với $a^2+b^2+c^2 \neq 0$.

+ Vì (P) chứa (d) nên $\vec{n}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow -a+2b+c=0 \Leftrightarrow c=a-2b$.

+ Ta có: $\cos((P),(\alpha))=\dfrac{\left|\vec{n}.\overrightarrow{n_\alpha}\right|}{|\vec{n}|.\left|\overrightarrow{n_\alpha}\right|}=\dfrac{|2a-b-2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|b|}{\sqrt{2a^2-4ab+5b^2}}$.

TH1: Nếu $b=0$ thì $((P),(\alpha))=90^\circ$.

TH2: Nếu $b \neq 0$ thì $((P),(\alpha))$ nhỏ nhất khi $\cos((P),(\alpha))=\dfrac{1}{\sqrt{2\left(\dfrac{a}{b}\right)^2-4\dfrac{a}{b}+5}}$ lớn nhất.

Ta có: $\cos((P),(\alpha))=\dfrac{1}{\sqrt{2\left(\dfrac{a}{b}-1\right)^2+3}}$ lớn nhất khi $\dfrac{a}{b}=1 \Leftrightarrow a=b$

So sánh hai trường hợp ta thấy $((P),(\alpha))$ nhỏ nhất khi $a=b$ nên $\vec{n}=(a;a;-a)$.

Do đó, mặt phẳng (P) có phương trình là:

$a(x-0)+a(y+1)-a(z-2)=0 \Leftrightarrow ax+ay-az+3a=0$.

Vì mặt phẳng (P) có phương trình dạng $ax+by+cz+3=0$ nên $a=1 \Rightarrow \vec{n}=(1;1;-1)$

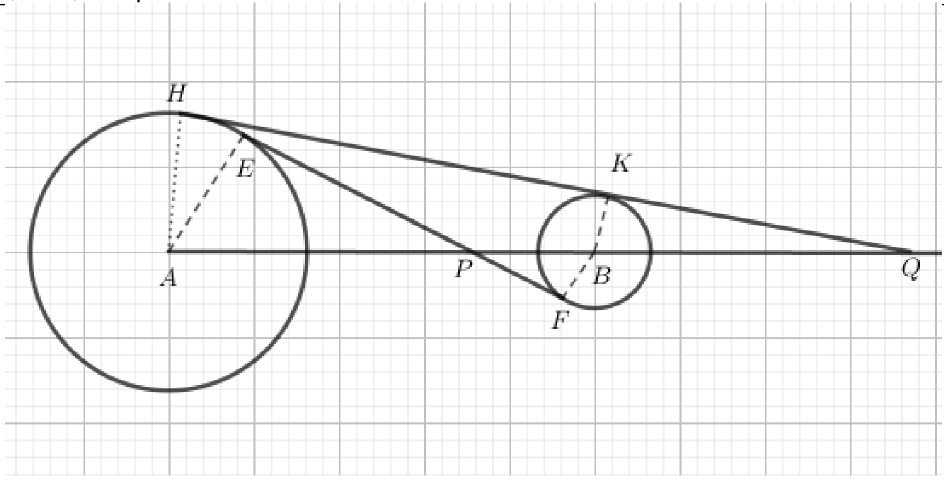
Vậy $T=-1$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$. Cho 2 điểm $A(1;0;1);B(1;3;5)$ xét đường thẳng d thay đổi cách A một khoảng bằng 2; cách B một khoảng bằng 1. Gọi $M;N$ là hình chiếu vuông góc của $A;B$ lên d tích giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của MN là:

A. $2\sqrt{6}$. **B.** $8\sqrt{5}$. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** $8\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi S_1 mặt cầu tâm A bán kính bằng $R_1 = 2$.

Gọi S_2 mặt cầu tâm B bán kính bằng $R_2 = 1$.

Ta có $AB = 5 > R_1 + R_2 = 3$. Gọi $P;Q$ lần lượt là tâm vị tự trong và ngoài của 2 mặt cầu $(S_1);(S_2)$. Qua P và Q vẽ các tiếp tuyến EF và HK.

Suy ra $MN_{\min}$ =EF; $MN_{\max} = HK$.

Ta có $\dfrac{PE}{PF} = \dfrac{PA}{PB} = \dfrac{R_1}{R_2} = 2 \Rightarrow \begin{cases} PA = \dfrac{10}{3} \\ PB = \dfrac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} PE = \dfrac{8}{3} \\ PF = \dfrac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow EF = 4.$

Ta có $\dfrac{QH}{QK} = \dfrac{QA}{QB} = \dfrac{R_1}{R_2} = 2 \Rightarrow \begin{cases} QA = 2QB \\ QH = 2QK \end{cases} \Rightarrow QB = AB = 5.$

Ta có: $QH = \sqrt{QA^2 - R_1^2} = \sqrt{10^2 - 2^2} = 4\sqrt{6} \Rightarrow HK = 2\sqrt{6}$

Do đó $EF.HK = 8\sqrt{6}$.

Câu 25: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(0;-1;2)$ và hai đường thẳng $\Delta_1 : \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{-1}; \Delta_2 : \dfrac{x-5}{2} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z}{1}$. Đường thẳng d qua M cắt Δ_1 và cách Δ_2 một khoảng lớnnhất có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}(29;a;b)$, tổng $a+b$ bằng

A. 221. **B.** -21. **C.** -37. **D.** 11.

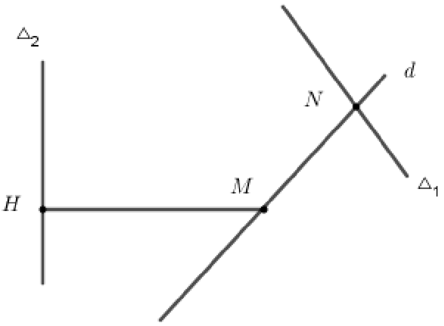
Lời giải

Chọn C

Gọi $H = h\ /\ c\ \ M,\Delta_2 \ \Leftrightarrow \begin{cases} H(5+2t;-2t;t) \\ \overrightarrow{MH} \perp \overrightarrow{u_{\Delta_2}}\vec{\Delta} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -\dfrac{2}{3} \\ (5+2t;-2t+1;t-2)(2;-2;1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left\{ \overrightarrow{MH}\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{7}{3};-\dfrac{8}{3}\right) \right.$

Khi đó $d\ \ d,\Delta_2 \ \le MH = \sqrt{26}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $d \perp MH$.



Gọi $d \cap \Delta_1 = N \Rightarrow N(-1+2n;n;2-n) \in \Delta_1$.

Vì vậy $d \perp MH \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}(2n-1;n+1;-n) \perp \overrightarrow{MH}\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{7}{3};-\dfrac{8}{3}\right)$

$\Leftrightarrow 11(2n-1)+7(n+1)-8(-n)=0 \Leftrightarrow n=\dfrac{4}{37}$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}\left(-\dfrac{29}{37};\dfrac{41}{37};-\dfrac{4}{37}\right)//(29;-41;4) \Rightarrow a+b=-37$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;2)$, $B(-1;3;-2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-5}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. Mặt cầu (S) qua hai điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng d có bán kính nhỏ nhất thì hoành độ tâm mặt cầu đó bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) cần tìm có tâm I và bán kính R. Vì mặt cầu (S) qua hai điểm A, B nên $IA=IB=R \Rightarrow I \in (P):2x-y+2z=0$ (1) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB.

Nhận thấy $d \perp (P)$, $\vec{u}_d$ cùng phương với $\vec{n}_P$ và $d \cap (P)=H(2;6;1)$ do đó (S) tiếp xúc với d tại điểm H và $R=IH$. Suy ra $IA=IH=R \Rightarrow I \in (Q):x-5y+z+\dfrac{27}{2}=0$ (2) là mặt phẳng trung trực của đoạn AH.

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} y=3 \\ z=\dfrac{3}{2}-x \end{cases} \Rightarrow I\left(x;3;\dfrac{3}{2}-x\right)$ và

$R=IA=\sqrt{(x-3)^2+4+\left(\dfrac{1}{2}+x\right)^2}=\sqrt{2x^2-5x+\dfrac{53}{4}}=\sqrt{2\left(x-\dfrac{5}{4}\right)^2+\dfrac{81}{8}} \geq \dfrac{9\sqrt{2}}{4}$.

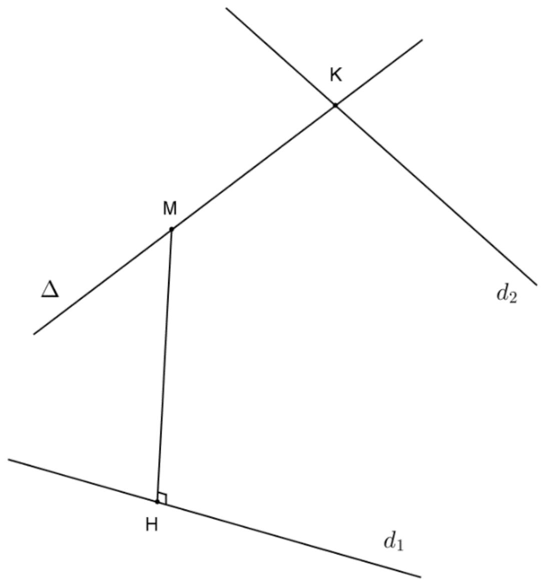
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=\dfrac{5}{4}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-5}{-1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-4}{2}$; $d_2:\begin{cases} x=2+t \\ y=4+3t \\ z=-2+t \end{cases}$ và điểm $M(1;3;-2)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm M và cắt d_2 tại điểm $K(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + 2b^2 + 3c^2$ khi khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và Δ là lớn nhất:

A. $P = \dfrac{51}{2}$. **B.** $P = \dfrac{298}{11}$. **C.** $P = \dfrac{67}{2}$. **D.** $P = \dfrac{378}{11}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d_1.

$\Rightarrow$Phương trình mặt phẳng (α) là: $-1.(x-1)+4.(y-3)+2.(z+2)=0$ hay $x-4y-2z+7=0$

Gọi H là hình chiếu của M lên $d_1 \Rightarrow H = (\alpha)\cap d_1 \Rightarrow$Tọa độ điểm H thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} \dfrac{x-5}{-1} = \dfrac{y-1}{4} = \dfrac{z-4}{2} \\ x-4y-2z+7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=1 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow H(5;1;4).$$

Ta có: $d(\Delta;d_1) \le d(M;d_1) = MH$.

Dấu bằng xảy ra$\Leftrightarrow \Delta \perp MH$ hay $MK \perp MH$.

Do $K \in d_2$ nên tọa độ điểm K có dạng $K(2+t;4+3t;-2+t)$.

Ta có: $\overrightarrow{MK} = (1+t;1+3t;t)$; $\overrightarrow{MH} = (4;-2;6)$.

Do $MK \perp MH$ nên $4(1+t)-2(1+3t)+6t=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow K\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2};-\dfrac{5}{2}\right)$.

$\Rightarrow a=\dfrac{3}{2}$; $b=\dfrac{5}{2}$; $c=-\dfrac{5}{2} \Rightarrow P = a^2+2b^2+3c^2 = \dfrac{67}{2}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(4;-2;4), B(-2;6;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=5 \\ y=-1 \\ z=t \end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $AMB = 90°$ và N là điểm di động thuộc d. Tìm giá trị nhỏ nhất của MN ?

A. 2 **B.** 8 **C.** $\sqrt{73}$ **D.** $5\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) nên suy ra $M(x;y;0)$

Mà $AMB=90^\circ$ nện suy ra $AM\perp BM\Rightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0$

Ta lại có: $\overrightarrow{AM}=(x-4;y+2;-4),\overrightarrow{BM}=(x+2;y-6;-4)$ như vậy phương trình trên tương đương với:

$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0\Rightarrow (x-4)(y+2)+(y+2)(y-6)+16=0\Leftrightarrow x^2+y^2-2x-4y-4=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2=9$

Suy ra tập hợp các điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) là một đường tròn (C) có tâm $I(1;2;0)$ vá bán kính $R=3$

với đường tròn (C) là giao tuyến giữa mặt cầu đường kính AB và mặt phẳng (Oxy)

Gọi $N_0=d\cap(Oxy)\Rightarrow N_0(5;-1;0)$ mà ta có N là điểm di động thuộc d nên suy ra ta có:

$MN\ge MN_0\ge M_0N_0$ với $M_0=IN_0\cap(C)$

$M_0N_0=IN_0-R=5-3=2$ nên suy ra giá trị nhỏ nhất của MN bằng 2 với dấu bằng xảy ra khi

$\overrightarrow{IM}_0=\frac{3}{5}\overrightarrow{IN_0}\Rightarrow M_0\left(\frac{17}{5};\frac{1}{5};0\right)$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0),B(0;3;0),C(0;0;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$. Điểm M là điểm trên đường thẳng d sao cho $(MA+2MB+3MC)$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tung độ điểm M là

A. 2. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Vì $M\in d$ nên $M(-2+t;-1+t;t)$.

Khi đó:

$$MA+2MB+3MC=\sqrt{(5-t)^2+(-1+t)^2+(-t)^2}+2\sqrt{(2-t)^2+(4-t)^2+(-t)^2}+3\sqrt{(2-t)^2+(1-t)^2+(3-t)^2}.$$

$$\Leftrightarrow MA+2MB+3MC=\sqrt{3t^2-12t+26}+2\sqrt{3t^2-12t+20}+3\sqrt{3t^2-12t+14}$$

$$\Leftrightarrow MA+2MB+3MC=\sqrt{3(t-2)^2+14}+2\sqrt{3(t-2)^2+8}+3\sqrt{3(t-2)^2+2}\ge\sqrt{14}+7\sqrt{2}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $t-2=0\Leftrightarrow t=2$.

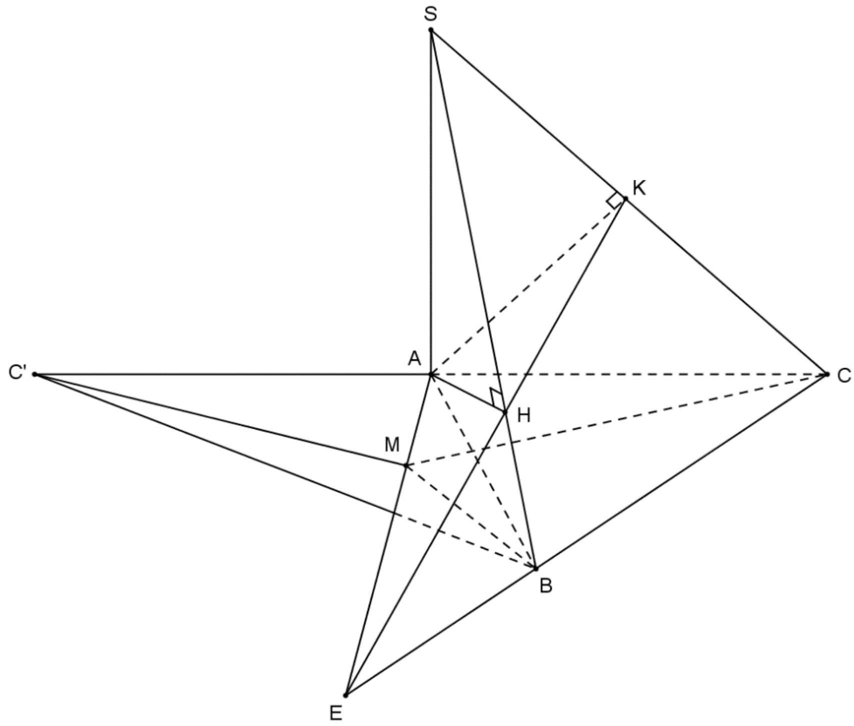
Khi đó: $M(0;1;2)$. Vậy, tung độ điểm M cần tìm bằng 1.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x+y-z+2=0$, đường thẳng (d) : $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{2-z}{1}$ và hai điểm $B\left(\frac{1}{2};-1;\frac{3}{2}\right)$; $C(1;-2;1)$. Gọi A là giao điểm của (d) và (P); S là điểm di động trên (d) $(S\not\equiv A)$. Gọi H; K là hình chiếu của A trên các đường thẳng SB và SC ; (Δ) là giao tuyến của hai mặt phẳng (AHK) và (P); $M\in(\Delta)$. Giá trị nhỏ nhất của $MB+MC$ là:

A. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}+2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Dễ thấy $B;C\in(P)$ và $(d)\perp(P)$.

Do A là giao điểm của (d) và (P) nên tọa độ điểm A thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases}\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{2-z}{1}\\ x+y-z+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=-1\\ z=2\end{cases}\Rightarrow A(1;-1;2).$$

Ta có: $\overrightarrow{BA}=\left(\frac{1}{2};0;\frac{1}{2}\right)$; $\overrightarrow{BC}=\left(\frac{1}{2};-1;-\frac{1}{2}\right)\Rightarrow\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=0\Rightarrow AB\perp BC$.

Mà $(d)\perp(P)$ nên $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC$, do đó $BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp AH$.

Mặt khác $AH\perp SB$ nên suy ra $AH\perp(SBC)\Rightarrow AH\perp SC$.

Lại có: $AK\perp SC$ nên $SC\perp(AHK)$.

Trong (SBC): Gọi $E=BC\cap HK\Rightarrow AE=(ABC)\cap(AHK)\Rightarrow AE\equiv\Delta\Rightarrow SC\perp AE$.

Mà $SA\perp(ABC)$ nên $SA\perp AE$, do đó $AE\perp(SAC)\Rightarrow B$ và C nằm cùng phía so với Δ.

Gọi C' đối xứng với C qua $\Delta\Rightarrow A$ là trung điểm $CC'\Rightarrow C'(1;0;3)$.

Khi đó: $MB+MC=MB+MC'\geq BC'=\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow M=\Delta\cap CC'$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng (P) : $2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (Q) : $3x+4y-4z+5=0$ cắt mặt phẳng (P) tại điểm B. Điểm M nằm trong mặt phẳng (P), nhìn đoạn AB dưới góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB :

A. $MB=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $MB=\sqrt{5}$. **C.** $MB=\sqrt{41}$. **D.** $MB=\dfrac{\sqrt{41}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \\ z=-3-4t \end{cases}$

Tọa độ giao điểm B của d và (P) thỏa mãn hệ: $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \\ z=-3-4t \\ 2x+2y-z+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ x=-2 \\ y=-2 \\ z=1 \end{cases}$

$\Rightarrow B(-2;-2;1)$

$\Rightarrow AB=\sqrt{41}$ và trung điểm của AB là $I\left(-\dfrac{1}{2};0;-1\right)$

Ta có mặt cầu đường kính AB có tâm I và bán kính $R=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{\sqrt{41}}{2}$.

$$d\left(I;(P)\right)=\frac{\left|-1+0+1+9\right|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=3$$

Do M nằm trong mặt phẳng (P), nhìn đoạn AB dưới góc vuông nên M thuộc đường tròn là giao của mặt cầu đường kính AB và mặt phẳng (P). Khi đó độ dài MB lớn nhất khi MB là một đường kính của đường tròn giao tuyến và bằng $2\sqrt{R^2-\left[d\left(I;(P)\right)\right]^2}=\sqrt{5}$.

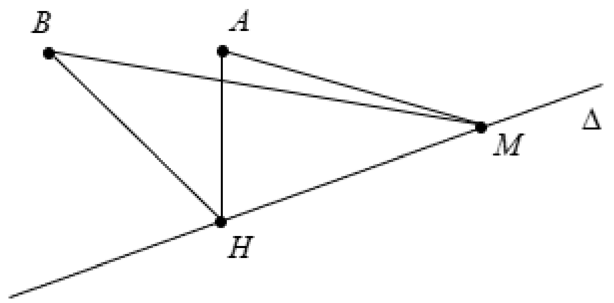
------ HẾT ------

Câu 32: Trong không gian *Oxyz* , cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=0 \end{cases}$ và hai điểm $A(1;0;1)$ và điểm $B(2;-1;1)$. Gọi M là điểm thuộc Δ sao cho $P=MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất, tính giá trị nhỏ nhất đó.

A. $\dfrac{\sqrt{22}+\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{22}-\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{11}-\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



$\overrightarrow{AB} = (1;-1;0) \Rightarrow AB \perp \Delta$.

$\Rightarrow$ Tồn tại một mặt phẳng đi qua AB và vuông góc với Δ.

$H = (P) \cap \Delta \Rightarrow \begin{cases} AH \perp \Delta \\ BH \perp \Delta \end{cases} \Rightarrow MA + MB \le HA + HB$. Dấu "=" xảy ra khi $M \equiv H$.

$H \in \Delta \Rightarrow H = (t;t;0) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (t-1;t;-1) \Rightarrow (t-1).1 + t.1 - 1.0 = 0 \Rightarrow t = \dfrac{1}{2}$.

$H = \left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};0\right) \Rightarrow \min P = AH + BH = \dfrac{\sqrt{22}+\sqrt{6}}{2}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu

$(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$, $(S'): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ và đường thẳng

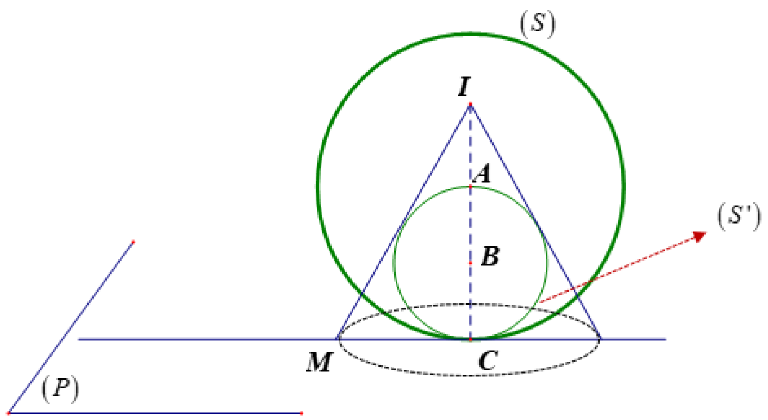
$\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 8 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Mặt phẳng (α) tiếp xúc với hai mặt cầu (S), (S'). Gọi $M \in (\alpha)$, $N \in \Delta$ sao cho đường thẳng MI luôn tiếp xúc với mặt cầu (S'), với $I(-2;0;1)$. Độ dài đoạn thẳng MN nhỏ nhất bằng $a\sqrt{2} - 2\sqrt{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Giá trị $a + b$ bằng

A. 6 **B.** 5 **C.** 8 **D.** 0

Lời giải

Chọn A



+) Mặt cầu (S) có tâm $A(-1;0;1)$ bán kính $R = 2$ và mặt cầu (S') có tâm $B(0;0;1)$ bán kính $R' = 1$

+) Ta có mặt cầu (S), (S') tiếp xúc trong tại điểm $C(1;0;1)$ và A là trung điểm đoạn IB

+) Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm C là $P: x-1=0$

+) Giả thiết suy ra: $\Delta \subset (P)$

+) IM luôn tiếp xúc với mặt cầu (S'), $M \in (P)$ suy ra $CM = \sqrt{12}$

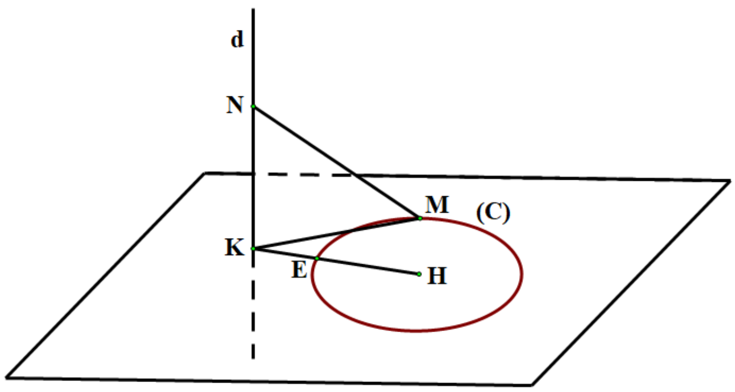
+) Vậy $MN_{\min} = \left|d\ C,\Delta - \sqrt{12}\right| = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ suy ra $a=3, b=3 \Rightarrow a+b=6$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;-2;4)$, $B(-2;6;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=5 \\ y=-1 \\ z=t \end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $AMB = 90^\circ$ và N là điểm di động thuộc d. Tìm giá trị nhỏ nhất của MN.

A. 2 **B.** 8. **C.** $\sqrt{73}$. **D.** $5\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



$AMB = 90^\circ$ nên M thuộc mặt cầu đường kính AB, có tâm $I(1;2;4); R = \dfrac{AB}{2} = 5$. Mặt khác M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) nên M thuộc đường tròn (C) là giao của mặt cầu với mặt phẳng (Oxy). Đường tròn này có tâm $H(1;2;0)$ là hình chiếu của I trên (Oxy). bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2} = 3$.

Gọi K là giao điểm của mặt phẳng (Oxy) và đường thẳng $d: \begin{cases} x=5 \\ y=-1 \\ z=t \end{cases}$. suy ra $K(5;-1;0), HK = 5$

.

Nhận thấy $d \perp (Oxy)$ tại K. Gọi $E = HK \cap (Oxy)$, E nằm giữa HK,

Ta có $\forall M \in (C), N \in d: MN \geq MK \geq KE$. Vậy EK là giá trị nhỏ nhất của MN.

Lại có $HE = r = 3 \Rightarrow KE = 2$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-m}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z+m^2}{1}$ và hai điểm $M(-1;4;1)$; $N(3;-2;0)$. Gọi $H(a;b;c)$; K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M; N lên đường thẳng Δ sao cho khối tứ diện $HKMN$ có thể tích nhỏ nhất. Tính giá trị $T = a - 2b + c$:

A. $T = 8$. **B.** $T = -8$. **C.** $T = -3$. **D.** $T = 5$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (α); (β) là các mặt phẳng lần lượt đi qua M ; N và vuông góc với đường thẳng Δ

$\Rightarrow$Các mặt phẳng (α); (β) cố định

đường thẳng Δ có một vector chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;1)$

Có H ; K lần lượt là giao của đường thẳng Δ với các mặt phẳng (α); $(\beta)\Rightarrow HK$ không đổi

Dễ thấy góc giữa hai đường thẳng Δ và MN không đổi và $V_{HKMN}=\frac{1}{6}MN.HK.d(MN;\Delta).\sin(MN;\Delta)$ nên thể tích khối tứ diện $HKMN$ nhỏ nhất khi $d(MN;\Delta)$ nhỏ nhất.

Do $H\in\Delta$ nên $H(m+t;-1-2t;-m^2+t)\Rightarrow\overrightarrow{MH}=(m+t+1;-5-2t;-m^2+t-1)$

H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng Δ nên $\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0$

$\Leftrightarrow m+t+1-2(-5-2t)-m^2+t-1=0\Leftrightarrow 6t=m^2-m-10$

Khi đó $T=a-2b+c=m+t-2(-1-2t)-m^2+t=6t-m^2+m+2=-8$.

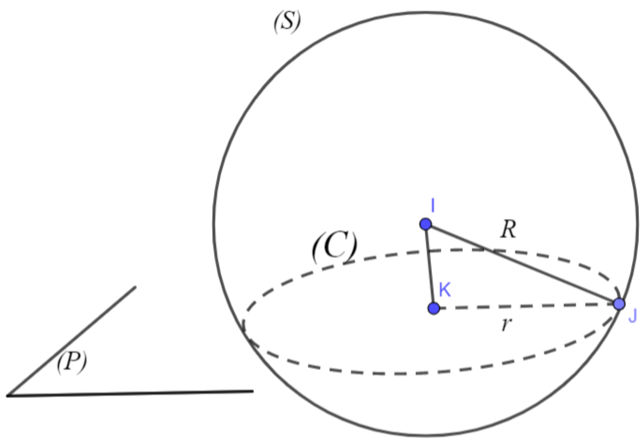
Câu 36: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-24=0$, mặt phẳng $(P):2x+2y-z+10=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-4}{5}=\frac{y+4}{-4}=\frac{z-7}{2}$. Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của (P) và (S). Gọi M và N lần lượt là hai điểm nằm trên (C) và d. Khoảng cách MN nhỏ nhất bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\sqrt{30-12\sqrt{5}}$. **D.** $\sqrt{12+2\sqrt{6}}$.

Lời giải

Chọn C

Xác định tâm và bán kính của đường tròn (C)



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;0);R=5$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $I(1;0;0)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) là

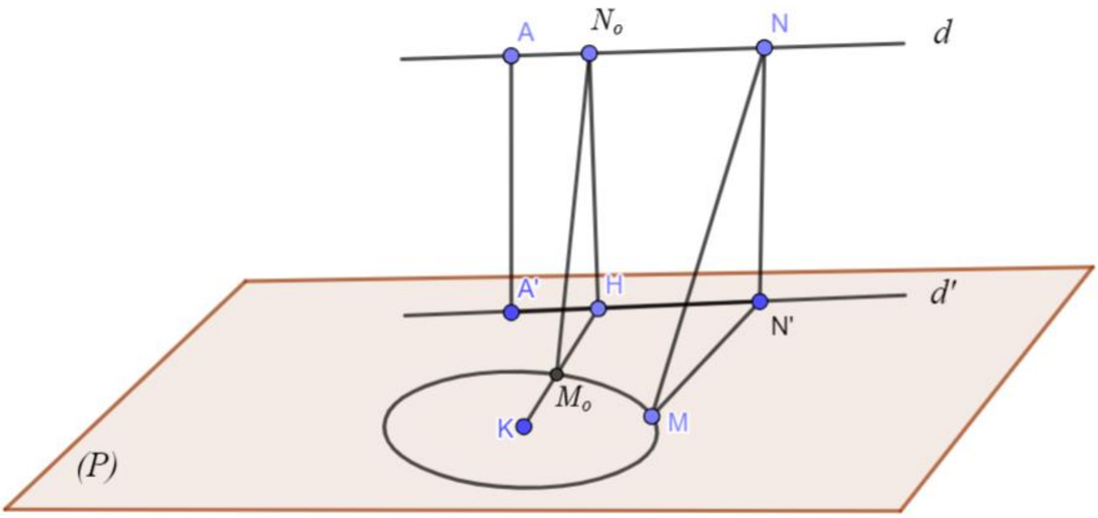
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = -t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Tâm K của đường tròn (C) là giao của đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = -t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng (P).

Do đó $K\left(-\frac{5}{3};-\frac{8}{3};\frac{4}{3}\right)$.

Ta có $IK = 4$ nên bán kính của đường tròn (C) là $r = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

Vậy đường tròn (C) có tâm $K\left(-\frac{5}{3};-\frac{8}{3};\frac{4}{3}\right)$ và $r = 3$.



Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

Vì $\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_P} = 0$ nên $d \,//\, (P)$ hoặc $d \subset (P)$.

Lấy $A(4;-4;7) \in d$, vì $A \notin (P)$ nên $d \,//\, (P)$.

Ta có $d(A;(P)) = d(d;(P)) = 1$.

Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P). Phương trình đường thẳng AA' là

$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -4 + 2t \\ z = 7 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Suy ra $A'\left(\frac{10}{3};-\frac{14}{3};\frac{22}{3}\right)$.

Phương trình đường thẳng là $d' : \begin{cases} x = \frac{10}{3} + 5t \\ y = -\frac{14}{3} - 4t \\ z = \frac{22}{3} + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Vì $d(K;d') = 2\sqrt{5} > r = 3$ nên d' không cắt (C).

Gọi N' là hình chiếu vuông góc của N lên mặt phẳng (P).

Ta có $MN^2 = MN'^2 + NN'^2 = MN'^2 + 1$.

Do đó nhỏ nhất MN khi và chỉ khi MN' nhỏ nhất.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của K lên đường thẳng d' và M_0 là giao điểm của đoạn thẳng KH và đường tròn (C).

Ta có $MN' \geq N'K - MK = N'K - 3 \geq KH - 3 = 2\sqrt{5} - 3$.

Dấu "=" xảy ra khi $M \equiv M_o$, khi đó giá trị nhỏ nhất của MN là

$$MN_{\min} = \sqrt{\left(2\sqrt{5}-3\right)^2 + 1} = \sqrt{30 - 12\sqrt{5}}.$$

Câu 37: Trong không gian giải tích $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$, gọi điểm M nằm trên đường thẳng d và điểm N nằm trên mặt phẳng (P) sao cho $A(a;2;0)$ là trung điểm của đoạn MN. Đoạn MN ngắn nhất bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(2t;1+t;2+t) \in d$.

Do $A(a;2;0)$ là trung điểm của đoạn MN nên suy ra $N(2a-2t;3-t;-2-t)$.

Mà $N \in (P) \Leftrightarrow 4a - 4t - 3 + t + 4 + 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 4a - 1$.

$\overrightarrow{MN} = (2a-4t;2-2t;-4-2t) = (4-14a;4-8a;-2-8a)$.

$$MN = \sqrt{(4-14a)^2 + (4-8a)^2 + (-2-8a)^2} = \sqrt{324a^2 - 144a + 36} = \sqrt{324\left(a - \frac{2}{9}\right)^2 + 20} \geq 2\sqrt{5}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = \frac{2}{9}$.

Vậy: Đoạn MN ngắn nhất bằng $2\sqrt{5}$ khi $a = \frac{2}{9}$.

Câu 38: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 9 = 0$ và hai điểm $A(3;2;2)$, $B(0;-1;2)$. Gọi M là điểm chạy trên mặt phẳng (P) và N chạy trên mặt phẳng tọa độ (Oxy). Giá trị nhỏ nhất của $T = AM + MN + NB$ bằng

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{34}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{38}$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy (P) và (Oxy) cắt nhau và hai điểm A, B nằm trên mặt phẳng $z = 2$ song song với (Oxy).

Vì $(2x_A + 2y_A + z_A - 9)(2x_B + 2y_B + z_B - 9) < 0$ suy ra A, B nằm khác phía so với mặt phẳng (P).

Lấy B' đối xứng với B qua mặt phẳng (Oxy) suy ra $B'(0;-1;-2)$.

Vì $(2x_A+2y_A+z_A-9)(2x_{B'}+2y_{B'}+z_{B'}-9)<0$ suy ra A, B' nằm khác phía so với (P).

Phương trình đường thẳng AB' là: $\frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-2}{4}$.

Ta có $T=AM+MN+NB=AM+MN+NB'\geq AB'=\sqrt{34}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $T=AM+MN+NB$ bằng $\sqrt{34}$ khi A, M, N, B' thẳng hàng.

Khi đó tọa độ M là nghiệm hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-2}{4}\\ 2x+2y+z-9=0\end{cases}\Rightarrow M\left(\frac{39}{16};\frac{23}{16};\frac{5}{4}\right)$

Tọa độ N là nghiệm hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-2}{4}\\ z=0\end{cases}\Rightarrow N\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-7=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-4z-17=0$, đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{3}$. Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P). Gọi M, N lần lượt là hai điểm nằm trên (C) và d. Khoảng cách MN ngắn nhất bằng

A. $\frac{6}{\sqrt{14}}$ **B.** $\frac{3\sqrt{14}-4}{6}$ **C.** $\frac{6\sqrt{5}-12}{\sqrt{14}}$ **D.** $\frac{4-2\sqrt{2}}{3}$

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;0;2)$, bán kính $R=5$.

$d(I;(P))=3$.

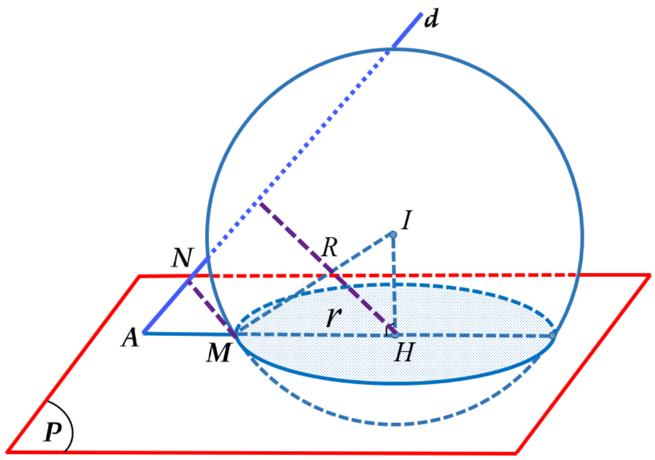
d đi qua $E(0;0;1)$ và nhận $\vec{u}=(1;-2;3)$ làm vectơ chỉ phương.

$d(I;d)=\frac{3\sqrt{70}}{14}<R\Rightarrow d$ cắt (S) tại 2 điểm phân biệt.

Gọi A là giao điểm của d và $(P)\Rightarrow A(-1;2;-2)$.

$IA=\sqrt{29}>R\Rightarrow A$ nằm ngoài (S).

Từ những phân tích trên ta có hình vẽ sau:



Gọi r là bán kính của $(C)\Rightarrow r=4$.

Gọi $\alpha = (d;(P)) \Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{3\sqrt{14}}{14}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $(P) \Rightarrow H(3;2;0)$.

$d(H;d) = \dfrac{3\sqrt{70}}{7}$.

Điểm M, N thỏa mãn MN ngắn nhất được xác định như sau:

+ M là giao điểm của AH và (C).

+ N là hình chiếu vuông góc của M lên d.

$\min MN = d(H;d) - r.\sin\alpha = \dfrac{6\sqrt{5}-12}{\sqrt{14}}$.

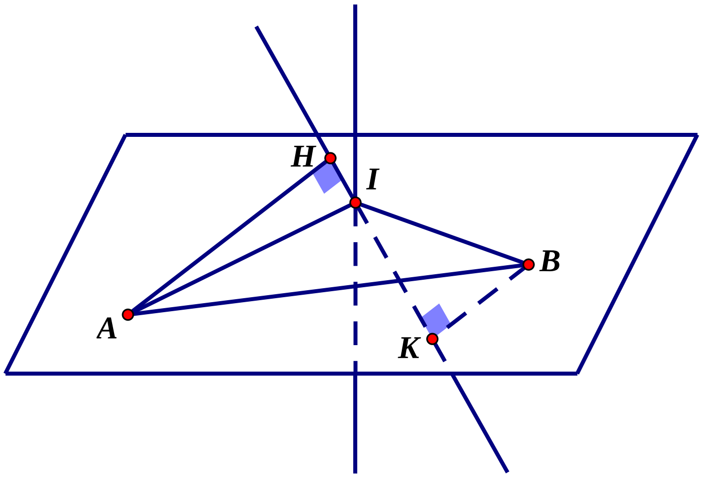
Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $I(1;1;1)$, $A(-1;2;3)$, $B(3;4;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ biết Δ đi qua I, đồng thời tổng khoảng cách từ A và B đến Δ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$.

C. $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-1}{-3} = \dfrac{z-1}{-4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A và B trên Δ.

Ta có: $AH \le AI$; $BK \le BI$.

Tổng khoảng cách từ A và B đến Δ là: $T = AH + BK \le AI + BI$ (không đổi).

Suy ra tổng khoảng cách T lớn nhất khi và chỉ khi $H \equiv I \equiv K$. Khi đó Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (ABI).

Ta có: $\overrightarrow{IA} = (-2;1;2)$, $\overrightarrow{IB} = (2;3;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}\right] = (-6;4;-8)$.

Suy ra một vectơ chỉ phương của Δ là: $\vec{u} = (3;-2;4)$

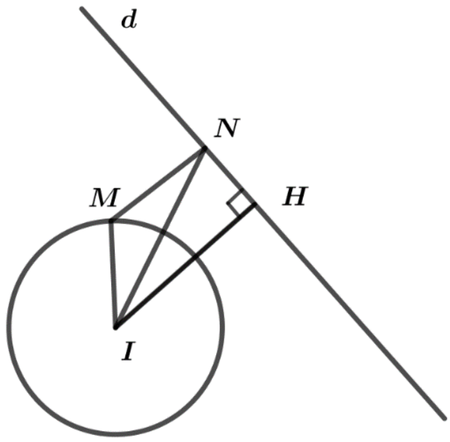
Phương trình của Δ là: $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{4}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;-1;1), B(-1;-2;3), C(3;3;5)$ và mặt cầu (S) có tâm $I\left(-1;-\frac{1}{2};6\right)$, bán kính $R=1$. Gọi M là điểm thuộc mặt cầu (S), N là điểm thỏa mãn NA, NB, NC hợp với mặt phẳng (ABC) các góc bằng nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của MN.

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-1;2)\Rightarrow AB=3$; $\overrightarrow{AC}=(2;4;4)\Rightarrow AC=6$; $\overrightarrow{BC}=(4;5;2)\Rightarrow BC=\sqrt{45}$

Xét ΔABC có $AB^2+AC^2=BC^2=45$ nên ΔABC vuông tại A.

Do NA, NB, NC hợp với mặt phẳng (ABC) các góc bằng nhau nên N thuộc đường thẳng d là trục đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Gọi $H\left(1;\frac{1}{2};4\right)$ là trung điểm của BC, ΔABC vuông tại A nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta ABC \Rightarrow H\in d$

Do d vuông góc với (ABC) nên d nhận $\vec{u}=\frac{-1}{6}\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;-2;1)$ là VTCP.

Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases} x=1+2t \\ y=\frac{1}{2}-2t \\ z=4+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Ta có $\overrightarrow{IH}=(2;1;-2)\Rightarrow \overrightarrow{IH}.\vec{u}=0$ do đó H là hình chiếu của I trên d.

$IH=\sqrt{2^2+1^2+2^2}=3>R$ nên mặt cầu (S) và đường thẳng d không có điểm chung.

Theo bất đẳng thức tam giác $IM+MN\ge IN\ge IH\Rightarrow MN\ge IH-IM=3-1=2$.

Dấu đẳng thức xảy ta khi $N\equiv H$ và M là giao điểm của mặt cầu (S) với đoạn IN. .

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;0)$, mặt phẳng $(P): x-2y-2z+1=0$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. Gọi d' là đường thẳng đi qua điểm I và vuông góc với mặt phẳng (P), M là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (P), $N(a;b;c)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác IMN nhỏ nhất. Khi đó, $a-2b+4c$ có giá trị bằng:

A. 7. **B.** 1. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d' đi qua $I(1;0;0)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) nên d' nhận $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;-2)$ làm vectơ chỉ phương. d' có phương trình tham số là $d':\begin{cases}x=1+t'\\y=-2t'\\z=-2t'\end{cases}$

Do $M=d\cap(P)$ nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}x=1+t'\\y=-2t'\\z=-2t'\\x-2y-2z+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t'=-\dfrac{2}{9}\\x=\dfrac{7}{9}\\y=\dfrac{4}{9}\\z=\dfrac{4}{9}\end{cases}\Rightarrow M\left(\dfrac{7}{9};\dfrac{4}{9};\dfrac{4}{9}\right).$$

Điểm $N\in d\Rightarrow N(2;t;t+1)$.

Ta có:

$$\begin{cases}\overrightarrow{IM}=\left(-\dfrac{2}{9};\dfrac{4}{9};\dfrac{4}{9}\right)\\\overrightarrow{IN}=(1;t;t+1)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{IM},\overrightarrow{IN}\right]=\left(\dfrac{4}{9};\dfrac{2}{9}t+\dfrac{6}{9};-\dfrac{2}{9}t-\dfrac{4}{9}\right).$$

Diện tích tam giác IMN là:

$$S_{\Delta IMN}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{IM},\overrightarrow{IN}\right]\right|=\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{4}{9}\right)^2+\left(\frac{2}{9}t+\frac{6}{9}\right)^2+\left(-\frac{2}{9}t-\frac{4}{9}\right)^2}$$

$$=\frac{1}{9}\sqrt{2t^2+10t+17}=\frac{1}{9}\sqrt{2\left(t+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{9}{2}}\geq\frac{1}{3\sqrt{2}}$$

Dấu bằng xảy ra khi $t=-\dfrac{5}{2}\Rightarrow N\left(2;-\dfrac{5}{2};-\dfrac{3}{2}\right)$.

Vậy $a=2;b=-\dfrac{5}{2};c=-\dfrac{3}{2}\Rightarrow a-2b+4c=1$.

Câu 43: Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. Hai điểm M,N lần lượt di động trên (P) và (S) sao cho MN luôn cùng phương với $\vec{u}=(1;2;-2)$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của đoạn thẳng MN bằng

A. $6\sqrt{5}$. **B.** 18. **C.** $10\sqrt{3}$. **D.** $10+5\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $N(a,b,c)\in(S)\Rightarrow(a-1)^2+(b+2)^2+(c+3)^2=25$.

Do $\overrightarrow{NM}=k.\vec{u}=k(1;2;-2)\Rightarrow M(k+a;2k+b;-2k+c)$.

Mặt khác :

$M\in(P)\Rightarrow(k+a)-(2k+b)+(-2k+c)+3=0\Leftrightarrow(a-1)-(b+2)+(c-3)=3k-9$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có :

$(3k-9)^2=((a-1)-(b+2)+(c-3))^2\le(1^2+(-1)^2+1^2)((a-1)^2+(b+2)^2+(c-3)^2)=75$

$\Leftrightarrow\dfrac{9-5\sqrt{3}}{3}\le k\le\dfrac{9+5\sqrt{3}}{3}\Rightarrow MN=\left|\overrightarrow{MN}\right|=\left|k.\vec{u}\right|=|k|\left|\vec{u}\right|=3|k|\in\left[9-5\sqrt{3};9+5\sqrt{3}\right]$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$ Cho $d:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-5}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$ và hai điểm $A(3;1;2)$; $B(-1;3;-2)$ Mặt cầu tâm I bán kính R đi qua hai điểm hai điểm A,B và tiếp xúc với đường thẳng d. Khi R đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,I là $(P):2x+by+cz+d=0$. Tính $d+b-c$.

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

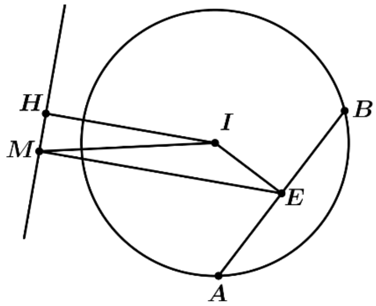
Gọi E là trung điểm của $AB\Rightarrow E(1;2;0)$ và $IE=\sqrt{R^2-9}$

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $(\alpha):2x-y+2z=0$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên d.

Gọi M là hình chiếu vuông góc của E lên $d\Rightarrow EM=d_{(E;d)}=9$

Toạ độ M là nghiệm hệ $\begin{cases}x=2t+4\\y=-t+5\\z=2t+3\\2x-y+2z=0\end{cases}\Rightarrow t=-1\Rightarrow M(2;6;1)\Rightarrow ME=3\sqrt{2}$



Vì $(\alpha)\perp d$ và $IH+IE\ge EM\Rightarrow R$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow I,H,E$ thẳng hàng.

$\Rightarrow R+\sqrt{R^2-9}=3\sqrt{2}\Rightarrow R=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$

Vậy $\Rightarrow \overrightarrow{EI}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{EH}\Rightarrow I\left(\dfrac{5}{4};3;\dfrac{1}{4}\right)\Rightarrow \overrightarrow{IA}=\left(\dfrac{7}{4};-2;\dfrac{7}{4}\right)$

$\Rightarrow \vec{n}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{IA}\right]=\left(-18;0;18\right)=-18\left(1;0;-1\right)$

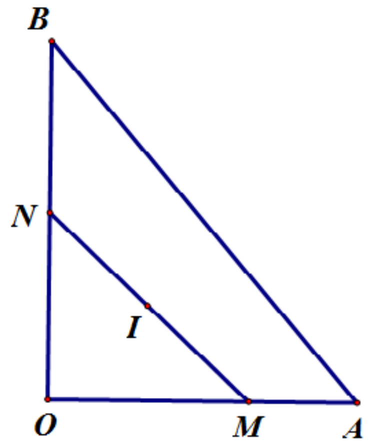
Câu 45: $(P): 2x-2z\text{-}2=0\Rightarrow b=0;c=-2;d=-2\Rightarrow d+b-c=0$ .Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(3;0;0;),B(0;4;0)$. Gọi d là đường thẳng đi qua tâm dường tròn nội tiếp tam giác OAB , cắt các cạnh OA,OB theo thứ tự tại M và N. Khi tỉ số $\dfrac{AM.BN}{OM.ON}$ đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(13;-11;0)$. **B.** $\vec{u}=(13;11;0)$. **C.** $\vec{u}=(11;13;0)$. **D.** $\vec{u}=(11;-13;0)$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Gọi I,r lần lượt là tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác OAB



Ta có:

$$\frac{S_{\Delta OIM}+S_{\Delta OIN}}{S_{\Delta OAB}}=\frac{S_{\Delta OMN}}{S_{\Delta OAB}}\Leftrightarrow\frac{r(OM+ON)}{r(OA+OB+AB)}=\frac{OM.ON}{OA.OB}$$

$$\Leftrightarrow\frac{OM+ON}{OM.ON}=\frac{1}{OA}+\frac{1}{OB}+\frac{AB}{OA.OB}\Leftrightarrow\frac{1}{ON}-\frac{1}{OB}+\frac{1}{OM}-\frac{1}{OA}=\frac{AB}{OA.OB}$$

$$\Leftrightarrow\frac{BN}{OB.ON}+\frac{AM}{OA.OM}=\frac{AB}{OA.OB}$$

Theo bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$\frac{AB}{OA.OB}\geq 2\sqrt{\frac{BN.AM}{OM.ON.OA.OB}}\Leftrightarrow\frac{AM.BN}{OM.ON}\leq\frac{AB^2}{4OA.OB}$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}\dfrac{AM}{OM}=\dfrac{AB}{2OB}=\dfrac{5}{8}\\ \dfrac{BN}{ON}=\dfrac{AB}{2OA}=\dfrac{5}{6}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{OM}=\dfrac{8}{13}\overrightarrow{OA}\\ \overrightarrow{ON}=\dfrac{6}{11}\overrightarrow{OB}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}M\left(\dfrac{24}{13};0;0;\right)\\ N\left(\dfrac{24}{11};0;0\right)\end{cases}$.

Hay là $\dfrac{AM.BN}{OM.ON}$ đạt giá trị lớn nhất khi $M\left(\dfrac{24}{13};0;0;0\right)N\left(\dfrac{24}{11};0;0\right)$.

Khi đó $\overrightarrow{MN}\left(-\frac{24}{13};\frac{24}{11};O\right)$ nên chọn $\overrightarrow{u_d}=(11;-13;0)$.

Cách 2: Trong mặt phẳng Oxy gọi $M(m;0), N(0;n)$. Điều kiện $0<m<3, 0<n<4$.

Áp dụng công thức $OA.\overrightarrow{IB}+OB.\overrightarrow{IA}+AB.\overrightarrow{OB}=\vec{0}$ ta tìm được $I(1;1)$

Phương trình đường thẳng d có dạng $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}=1$

Ta có: $I(1;1)\in d \Leftrightarrow \frac{1}{m}+\frac{1}{n}=1 \Leftrightarrow \frac{1}{n}=1-\frac{1}{m}$.

Mặt khác: $\frac{AM.BN}{OM.ON}=\frac{(3-m)(4-n)}{mn}=\frac{12}{mn}-\frac{9}{n}-\frac{4}{n}+1=\frac{-12}{m^2}+\frac{13}{m}-3$

Suy ra tỉ số $\frac{AM.BN}{OM.ON}$ đạt giá trị lớn nhất khi $\frac{1}{m}=\frac{13}{24} \Leftrightarrow m=\frac{24}{13} \Rightarrow n=\frac{24}{11}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x+y-4z=0$, đường thẳng d : $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;3;1)$ thuộc mặt phẳng (P). Gọi Δ là đường thẳng đi qua A nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u}=(a;b;1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ. Giá trị của $a+2b$ là:

A. 4. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;-4)$

Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;1)$

Gọi $H(1+2t;-1-t;3+t)\in d \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(2t;-4-t;2+t)$

H là hình chiếu của A trên $d \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{u_1}=0 \Leftrightarrow 4t+4+t+2+t=0 \Leftrightarrow t=-1$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(-2;-3;1) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AH},\vec{n}\right]=\left(\begin{vmatrix}-3 & 1\\ 1 & -4\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1 & -2\\ -4 & 1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-2 & -3\\ 1 & 1\end{vmatrix}\right)=(11;-7;1)$

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và song song với Δ

Dễ thấy $d(\Delta;d)=d(A;(Q))\le AH=\sqrt{14}$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow AH\perp(Q)$

$\Leftrightarrow \Delta$ là đường thẳng đi qua A nằm trong mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng AH. Do đó đường thẳng Δ một vector chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(11;-7;1)$

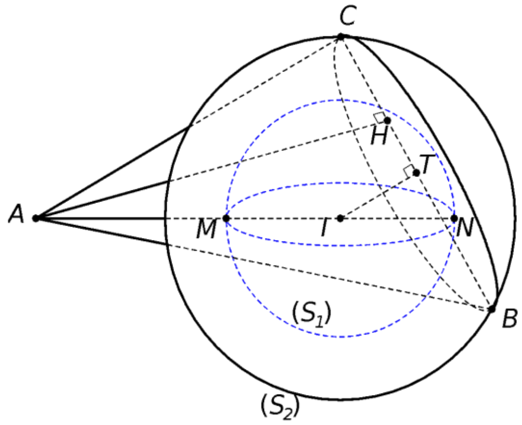
$\Rightarrow a=11;\ b=-7$. Vậy $a+2b=-3$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):(x+4)^2+y^2+z^2=16$, $(S_2):(x+4)^2+y^2+z^2=36$ và điểm $A(4;0;0)$. Đường thẳng Δ di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1), đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B, C. Tam giác ABC có thể có diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

A. $24\sqrt{5}$. **B.** 48. **C.** 72. **D.** $28\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $(S_1), (S_2)$ có cùng tâm $I(-4;0;0)$ và lần lượt có bán kính là $r_1 = 4,\ r_2 = 6$.

Gọi T là hình chiếu của I trên d, ta được $TB = \sqrt{IB^2 - IT^2} = 2\sqrt{5}$, tức $BC = 4\sqrt{5}$.

Gọi (P) là tiếp diện của (S_1) tại T, khi đó Δ qua T và nằm trong (P).

Gọi H là hình chiếu của A trên d, ta có $AH \le AT$, dấu bằng xảy ra khi $d \perp AT$.

Gọi M, N là các giao điểm của đường thẳng AI và (S_1) với $AM < AN$. Dễ thấy $AN = 12$ và đây cũng chính là độ dài lớn nhất của AT.

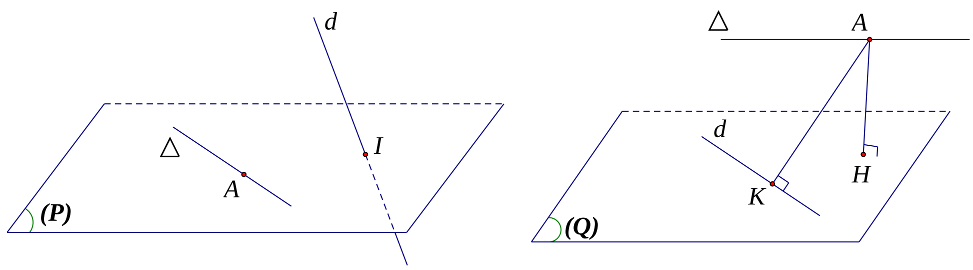
Lúc này ta có $AH \le AN = 12$, dấu bằng xảy ra khi $d \perp AN$.

Câu 48: Vậy diện tích lớn nhất của tam giác ABC là $24\sqrt{5}$.Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 4z = 0$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-3}{1}$ và điểm $A(1;\ 3;\ 1)$ thuộc mặt phẳng (P). Gọi Δ là đường thẳng đi qua A, nằm trong mặt phẳng (P) và cách đường thẳng d một khoảng cách lớn nhất. Gọi $\vec{u} = (a;\ b;\ 1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ. Tính $a + 2b$.

A. $a + 2b = -3$. **B.** $a + 2b = 0$. **C.** $a + 2b = 4$. **D.** $a + 2b = 7$.

Lời giải

Chọn A



Đường thẳng d đi qua $M(1;\ -1;\ 3)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = (2;\ -1;\ 1)$.

Nhận xét rằng, $A \notin d$ và $d \cap (P) = I(-7;\ 3;\ -1)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và song song với Δ. Khi đó $d(\Delta, d) = d(\Delta, (Q)) = d(A, (Q))$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên (Q) và d. Ta có $AH \le AK$.

Do đó, $d(\Delta,d)$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ $d(A,(Q))$ lớn nhất $\Leftrightarrow AH_{max}$ $\Leftrightarrow H\equiv K$. Suy ra $AH\equiv AK$ chính là đoạn vuông góc chung của d và Δ.

Mặt phẳng (R) chứa A và d có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(R)}}=\left[\overrightarrow{AM},\overrightarrow{u_1}\right]=(-2;\,4;\,8)$.

Mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (R) nên có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{n_{(R)}},\overrightarrow{u_1}\right]$ $=(12;\,18;\,-6)\Rightarrow(2;3;-1)$.

Đường thẳng Δ chứa trong mặt phẳng (P) và song song với mặt phẳng (Q) nên có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(11;\,-7;\,1)$.

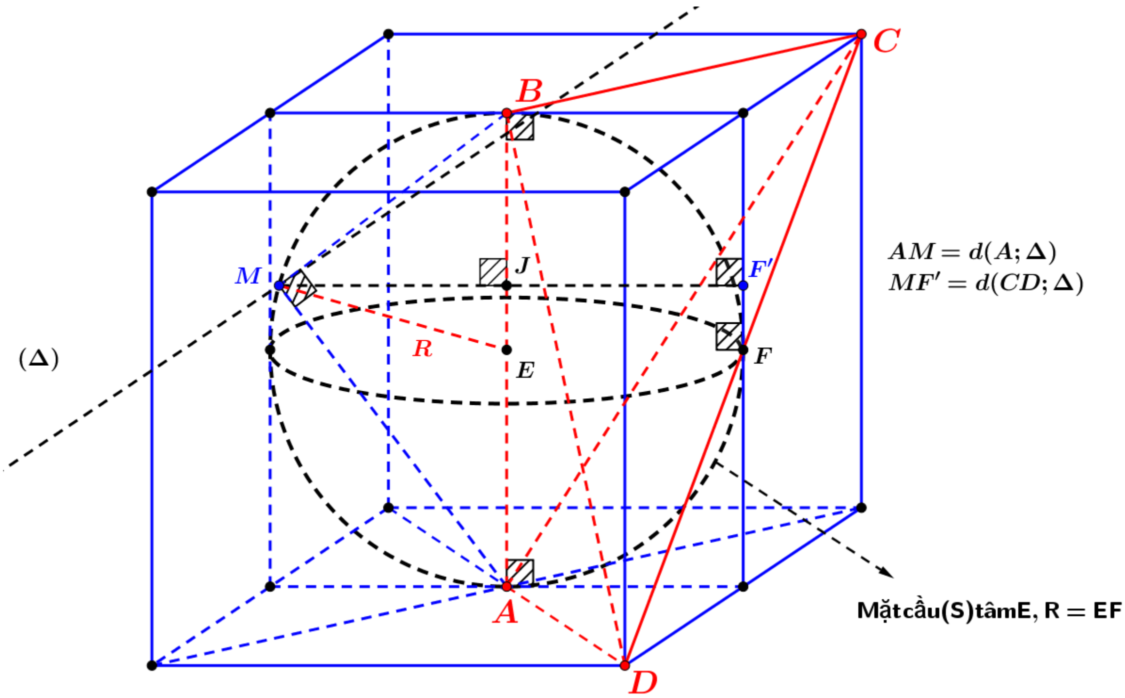
Suy ra, $a=11;\ b=-7$. Vậy $a+2b=-3$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;2)$ và $B\left(\sqrt{3};1;3\right)$ thoả mãn $AB\perp BC$, $AB\perp AD$, $AD\perp BC$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB, đường thẳng CD di động và luôn tiếp xúc với mặt cầu (S). Gọi $E\in AB, F\in CD$ và EF là đoạn vuông góc chung của AB và CD. Biết rằng đường thẳng $(\Delta)\perp EF;(\Delta)\perp AB$ và $d\left(A;(\Delta)\right)=\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa Δ và CD lớn nhất bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}+2}{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}+3}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A



- $A(0;1;2)$ và $B\left(\sqrt{3};1;3\right)$ suy ra $\overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{3};0;1\right)\Rightarrow AB=2$
- Ta có: hình lập phương có cạnh bằng độ dài cạnh $AB=2$ và mặt cầu (S) có bán kính bằng EF tiếp xúc với các mặt của hình lập phương trên, gọi F là trung điểm CD thì suy ra CD luôn tiếp xúc với mặt cầu (S)

Từ hình vẽ trên ta cũng suy ra được $d\left(A;\Delta\right) = AM = a\sqrt{3}$ với M thuộc đường tròn thiết diện qua tâm mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng chứa CD và khoảng cách giữa Δ và CD bằng MF' với MF' vuông góc mặt phẳng chứa CD

Suy ra khoảng cách giữa Δ và CD lớn nhất bằng $MF' = MJ + JF'$ như hình vẽ trên

Từ đây ta có: $MB = \sqrt{AB^2 - MA^2} = \sqrt{\left(2R\right)^2 - MA^2} = \sqrt{\left(2\right)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2} = 1$

Xét ΔAMB vuông tại M có $MJ \perp AB$ nên ta có: $\dfrac{1}{MJ^2} = \dfrac{1}{MA^2} + \dfrac{1}{MB^2}$ (hệ thức lượng)

Suy ra $MJ = \dfrac{MAMB}{\sqrt{MA^2 + MB^2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $JF = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$;

Như vậy ta suy ra khoảng cách giữa Δ và CD lớn nhất bằng

$MF' = MJ + JF' = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \dfrac{\sqrt{3}+2}{2}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(\alpha\right)$: $2x - y + 2z - 14 = 0$ và quả cầu $\left(S\right): \left(x-1\right)^2 + \left(y+2\right)^2 + \left(z+1\right)^2 = 9$. Tọa độ điểm $H\left(a;b;c\right)$ thuộc mặt cầu $\left(S\right)$ sao cho khoảng cách từ H đến mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là lớn nhất. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu của H xuống mặt phẳng $\left(Oxy\right), \left(Oyz\right), \left(Ozx\right)$. Gọi S là diện tích tam giác ABC, hãy chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $S \in \left(0;1\right)$. **B.** $S \in \left(1;2\right)$. **C.** $S \in \left(2;3\right)$. **D.** $S \in \left(3;4\right)$.

Lời giải

Chọn C

- Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(1;-2;-1\right)$, bán kính $R = 3$.
- Ta có: $d\left(I,\left(\alpha\right)\right) = \dfrac{\left|2.1 - \left(-2\right) + 2.\left(-1\right) - 14\right|}{\sqrt{2^2 + \left(-1\right)^2 + 2^2}} = 4 > R$, suy ra $\left(\alpha\right)$ không cắt quả cầu $\left(S\right)$.
- Vậy khoảng cách lớn nhất từ một điểm thuộc mặt cầu $\left(S\right)$ xuống mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là giao điểm của mặt cầu với đường thẳng qua tâm I và vuông góc với $\left(\alpha\right)$.
- Gọi d là phương trình đường thẳng qua I và vuông góc với mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ nên có phương trình $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ với $\left(t \in \mathbb{R}\right)$.
- Ta tìm giao điểm của d và $\left(S\right)$. Xét hệ: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \\ (1+2t)^2 + (-2-t)^2 + (-1+2t)^2 - 2(1+2t) + 4(-2-t) + 2(-1+2t) - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \\ 9t^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} t = 1 \\ x = 3 \\ y = -3 \\ z = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} t = -1 \\ x = -1 \\ y = -1 \\ z = -3 \end{cases} \end{array} \right.$$. Suy ra có hai giao điểm là $M(3;-3;1)$ và $N(-1;-1;-3)$.

- Ta có: $d(M,(\alpha)) = \dfrac{|2.3-(-3)+2.1-14|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = 1$; $d(N,(\alpha)) = \dfrac{|2.(-1)-(-1)+2(-3)-14|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = 7$.
- Suy ra $H \equiv N(-1;-1;-3)$. Từ đó $a=-1$; $b=-1$; $c=-3$.
- Mặt khác, theo giả thiết A, B, C là hình chiếu của H xuống mặt phẳng $(Oxy),(Oyz),(Ozx)$.
- Suy ra $A(-1;-1;0), B(0;-1;-3), C(-1;0;-3)$.
- Vậy $S = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right| = \dfrac{\sqrt{19}}{2} \in (2;3)$.

Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=6$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{-1}$. Giả sử (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Gọi (T) là khối trụ nội tiếp trong mặt cầu (S) và có một đáy là đường tròn (C). Khi (T) có thể tích lớn nhất thì phương trình mặt phẳng (P) là $ax+by+cz+d=0$, với $b \in \mathbb{N}^*$, $b \le 10$. Tính $a+b+c+d$.

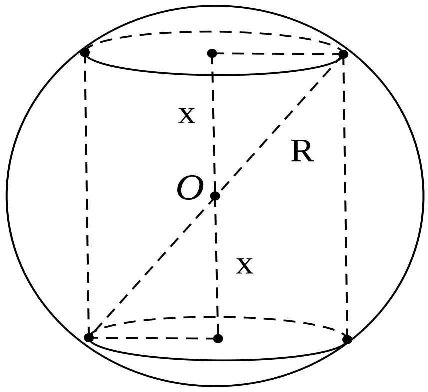
A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta xét bài toán:

Cho khối cầu (S) tâm O, bán kính R không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao $2x$ và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tìm x theo R sao cho thể tích của khối trụ lớn nhất.



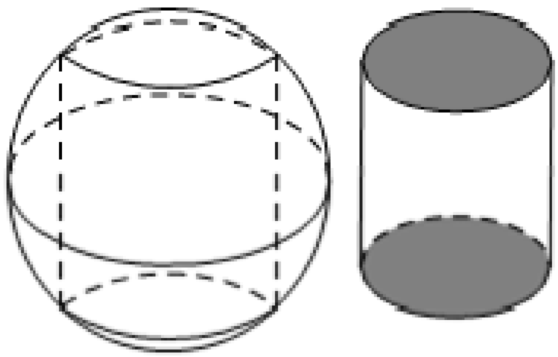
Ta có $r^2 = R^2 - x^2$.

Thể tích của khối trụ $V = 2x.r^2\pi = 2\pi x\left(R^2 - x^2\right) = V(x)$.

Ta có $V'(x) = 2\pi\left(R^2 - 3x^2\right) = 0 \Rightarrow x = \dfrac{R\sqrt{3}}{3}$.

Lập bảng biến thiên ta được thể tích V lớn nhất khi $x = \dfrac{R\sqrt{3}}{3}$.

Vận dụng kết quả bài toán cho câu hỏi.



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$, bán kính $R = \sqrt{6}$.

Gọi h là khoảng cách từ I tâm đến mặt phẳng (P).

Theo kết quả bài toán, khối trụ (T) có thể tích lớn nhất khi $h = \dfrac{R\sqrt{3}}{3} = \sqrt{2}$.

Vì (P) chứa d nên

+ (P) đi qua điểm $O(0;0;0)$. Suy ra $d = 0$.

$\vec{n}_P = (a;b;c)$, $\overrightarrow{u_d} = (1;1;-1)$

+ $\vec{n}_P \perp \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow a + b - c = 0 \Leftrightarrow c = a + b$.

Mặt khác $h = d\left(I;(P)\right) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \dfrac{|a + 2b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{2}$

$\Leftrightarrow |2a + 3b| = \sqrt{2}\sqrt{a^2 + b^2 + (a+b)^2} \Leftrightarrow 5b^2 + 8ab = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ 5b = -8a \end{array}\right.$.

Vì $b \in \mathbb{N}^*$, $b \le 10$ nên chọn $b = 8 \Rightarrow a = -5 \Rightarrow c = 3$.

Phương trình $(P): -5x + 8y + 3z = 0$.

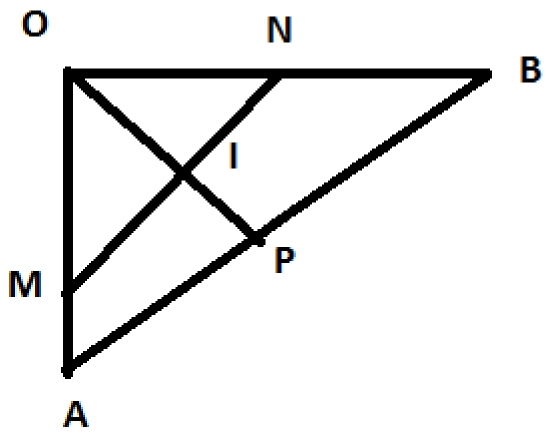
Vậy $a+b+c+d=6$.

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3;0;0), B(0;4;0)$ và d đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB cắt các cạnh OA, OB theo thứ tự là M, N. Khi tỷ số $\frac{AM.BN}{OM.ON}$ đạt giá trị lớn nhất thì đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(13;-11;0)$. **B.** $\vec{u}=(13;11;0)$. **C.** $\vec{u}=(11;13;0)$. **D.** $\vec{u}=(11;-13;0)$.

Lời giải

Chọn D



+) Ta có tam giác OAB vuông ở O.

+) Gọi I là tâm đường tòn nội tiếp tam giác và P là chân đường phân giác trong góc **A.**

+) Theo tính chất đường phân giác ta có $\frac{AP}{BP}=\frac{3}{4}$.

+) Tam giác OAB có $4\frac{OA}{OM}+3\frac{OB}{ON}=7\frac{OP}{OI}$

Mà $\frac{IP}{OI}=\frac{AP}{AO}=\frac{\frac{15}{7}}{3}=\frac{5}{7}$ suy ra $\frac{OP}{OI}=\frac{12}{7}$ nên $4\frac{OA}{OM}+3\frac{OB}{ON}=12$

$\Leftrightarrow 4\frac{AM+OM}{OM}+3\frac{BN+ON}{ON}=12 \Leftrightarrow 4\frac{AM}{OM}+3\frac{BN}{ON}=5$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có $5=4\frac{AM}{OM}+3\frac{BN}{ON}\geq 2\sqrt{12\frac{AM}{OM}.\frac{BN}{ON}} \Rightarrow \frac{AM}{OM}.\frac{BN}{ON}\leq\frac{25}{48}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $4\frac{AM}{OM}=3\frac{BN}{ON}=\frac{5}{2}\Leftrightarrow\frac{AM}{OM}=\frac{5}{8};\frac{BN}{ON}=\frac{5}{6}$

Do đó $\Leftrightarrow\frac{AO}{OM}=\frac{13}{8};\frac{BO}{ON}=\frac{11}{6}\Leftrightarrow OM=\frac{24}{13};ON=\frac{24}{11}\Rightarrow M\left(\frac{24}{13};0;0\right);N\left(0;\frac{24}{11};0\right)$

Vậy đường thẳng cần tìm có véc tơ chỉ phương là $\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\left(-\frac{24}{13};\frac{24}{11};0\right)cp(11;-13;0)$

DẠNG 11 Phương trình đường thẳng trong đề thí của BGD&ĐT

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(1;-2;1)$

A. $\vec{u}_1=(1;1;1)$. **B.** $\vec{u}_2=(1;2;1)$. **C.** $\vec{u}_3=(0;1;0)$. **D.** $\vec{u}_4=(1;-2;1)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(1;0;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(0;2;0)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, Cho điểm $M(1;2;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-1)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{2}$.

C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{2}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+4z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là:

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{4}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qu hai điểm $A(1;2;-1);B(2;-1;1)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-3+2t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng (P):$2x+y-3z=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2+t\\z=2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1+2t\\z=-3-2t\end{cases}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=-3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+t\\z=-2-3t\end{cases}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z-1=0$. Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-1+2t\\z=3-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=-3+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2-t\\z=-3-3t\end{cases}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+1=0$. Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=3+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-t\\z=-3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=3+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=-2-t\\z=3-3t\end{cases}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0)$; $B(1;0;1)$; $C(3;1;0)$. Đường thẳng đi qua $A(1;1;0)$ và song song với BC có phương trình

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{1}$. **C.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$.

Câu 13: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;2;0);B(1;1;2);C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{3}$.

C. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

Câu 14: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;1;1)$ và $C(3;4;0)$. Đường thẳng đi qua A và song song BC có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+2}{5}=\frac{z+3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{5}=\frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+3}{-1}$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$, $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{-1}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$ và $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=-1-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=t\\z=1-2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+t\\z=-3+2t\end{cases}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+3t\\y=-2+2t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3\\y=2\\z=-1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=4t\\z=2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=4\\z=2+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=4+4t\\z=4+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2-4t\\z=2-2t\end{cases}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2-4t\\y=-2-3t\\z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=-1+3t\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=3-t\\z=1+3t\end{cases}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-3}{-1} = \dfrac{y-3}{-2} = \dfrac{z+2}{1}$; $d_2: \dfrac{x-5}{-3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$ **B.** $\dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{3}$

C. $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z+2}{3}$ **D.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{1}$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$, $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và song song với d?

A. $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{2}$. **B.** $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+2}{2}$.

C. $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$. **D.** $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. **B.** $x - 2y + z = 0$. **C.** $\dfrac{x}{-2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$, $\Delta': \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$ **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}$

Câu 27: Trong không gian cho $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $M(3;1;5)$. **B.** $N(3;1;-5)$. **C.** $P(2;2;-1)$. **D.** $M(2;2;1)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$?

A. $P(1;2;5)$ **B.** $N(1;5;2)$ **C.** $Q(-1;1;3)$ **D.** $M(1;1;3)$

Câu 29: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P):\ x+y+z+1=0$, $(Q):\ x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{3}$. **B.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{8}$. **C.** $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z+1}{3}$. **D.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{8}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z-6=0$ hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{7}$. **D.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+1}{7}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$. **B.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{13}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{-4}$. **B.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-4}$. **D.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{5}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+5}{1}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-3\\y=-t\\z=2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+27t\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=11-10t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-18+19t\\y=-6+7t\\z=-11-10t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=1+17t\\z=1+10t\end{cases}$

Câu 38: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=-1+t\\ y=-4t\\ z=-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+t\\ y=-2+4t\\ z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\ y=-2-4t\\ z=2-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\ y=-2+6t\\ z=2+t\end{cases}$

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=2t\\ z=3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1+t\\ y=2+2t\\ z=3+2t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\ y=-2t\\ z=t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+t\\ y=2+2t\\ z=3+3t\end{cases}$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1), B(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3})$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là:

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+1}{2}$ **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-8}{-2}=\dfrac{z-4}{2}$

C. $\dfrac{x+\frac{1}{3}}{1}=\dfrac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\dfrac{z-\frac{11}{6}}{2}$ **D.** $\dfrac{x+\frac{2}{9}}{1}=\dfrac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\dfrac{z+\frac{5}{9}}{2}$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;\ b;\ c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

A. $M(-1;\ 0;\ -3)$. **B.** $M(2;\ 3;\ 3)$.

C. $M\left(\frac{1}{6};\ \frac{7}{6};\ -\frac{2}{3}\right)$. **D.** $M\left(-\frac{1}{6};\ -\frac{7}{6};\ -\frac{2}{3}\right)$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;-3;-5)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;5;-3)$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E(2;1;3)$, mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-2)^2+(z-5)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng qua E, nằm trong (P) và cắt (S) tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=2+9t\\ y=1+9t\\ z=3+8t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2-5t\\ y=1+3t\\ z=3\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\ y=1-t\\ z=3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+4t\\ y=1+3t\\ z=3-3t\end{cases}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=2$ và điểm $A(1;2;3)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x+2y+2z+15=0$. **B.** $2x+2y+2z-15=0$.

C. $x+y+z+7=0$. **D.** $x+y+z-7=0$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-2;0;-3)$. **B.** $M(0;8;-5)$. **C.** $N(0;2;-5)$. **D.** $P(0;-2;-5)$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-2;0;-2)$. **B.** $N(0;-2;-5)$. **C.** $Q(0;2;-5)$. **D.** $M(0;4;-2)$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $Q(0;11;-3)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $M(0;-3;-5)$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(0;-7;-1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+6t\\y=2+11t\\z=3+8t\end{cases}$.. **B.** $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=2+t\end{cases}$.. **C.** $\begin{cases}x=-4+5t\\y=-10+12t\\z=-2+t\end{cases}$.. **D.** $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-2t\\z=3-t\end{cases}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-3\\z=5+4t\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=6+11t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-5t\\z=-6+11t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+7t\\y=-3+5t\\z=5+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-3\\z=5+7t\end{cases}$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+7t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=1+7t\\y=1+t\\z=1+5t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=-6-5t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=6-5t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=1+4t\\z=1-5t\end{cases}$

Câu 51: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2=3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

Câu 52: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $3x+4y-2=0$ **B.** $3x+4y+2=0$

C. $6x+8y+11=0$ **D.** $6x+8y-11=0$

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x+2y+2z-15=0$. **B.** $x+y+z-7=0$.

C. $2x+2y+2z+15=0$. **D.** $x+y+z+7=0$

Câu 54: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Phương trình của (P) là:

A. $2x-z=0$. **B.** $2x+z=0$. **C.** $x-z=0$. **D.** $x+z=0$.

Câu 55: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(4;1;2)$ bán kính bằng 2. Gọi M; N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox; Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

A. $6\sqrt{2}$. **B.** 14. **C.** 8. **D.** $9\sqrt{2}$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M\left(1;-2;1\right)$

A. $\vec{u}_1=\left(1;1;1\right)$. **B.** $\vec{u}_2=\left(1;2;1\right)$. **C.** $\vec{u}_3=\left(0;1;0\right)$. **D.** $\vec{u}_4=\left(1;-2;1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $M\left(1;-2;1\right)$

$\Rightarrow$ một vectơ chỉ phương của đường thẳng là $\overrightarrow{OM}=\left(1;-2;1\right)$

Câu 2: **MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2016-2017)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;3\right)$. Gọi M_1,M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox,Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_2}=\left(1;2;0\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=\left(1;0;0\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=\left(-1;2;0\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=\left(0;2;0\right)$.

Lời giải

Chọn C

M_1 là hình chiếu của M lên trục $Ox\Rightarrow M_1\left(1;0;0\right)$.

M_2 là hình chiếu của M lên trục $Oy\Rightarrow M_2\left(0;2;0\right)$.

Khi đó: $\overrightarrow{M_1M_2}=\left(-1;2;0\right)$ là một vecto chỉ phương của M_1M_2.

Câu 3: Trong không gian *Oxyz,* cho điểm $M\left(2;1;-2\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với $\left(P\right)$ có phương trình là:

A. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là: $\overrightarrow{u_d}=\vec{n}_{(P)}=\left(3;2;-1\right)$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua M và vuông góc với $\left(P\right)$ là: $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, Cho điểm $M\left(1;2;-1\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+y-3z+1=0$

Đường thẳng đi qua M và vuông góc với $\left(P\right)$ có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-3}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{-3}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua $M\left(1;2;-1\right)$ và vuông góc với $\left(P\right):2x+y-3z+1=0$ nhận vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$ là $\overrightarrow{n_P}=\left(2;1;-3\right)$ làm vectơ chỉ phương, nên có phương trình chính tắc là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-3}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;1;-1\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x-3y+2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với $\left(P\right)$ có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-3}=\frac{z-1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua M và vuông góc với $\left(P\right)$ có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=\vec{n}_P=\left(1;-3;2\right)$.

Phương trình chính tắc đường thẳng d là $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(-1;3;2\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x-2y+4z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với $\left(P\right)$ có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+2}{4}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua $M\left(-1;3;2\right)$ và vuông góc với $\left(P\right)$ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\overrightarrow{n_P}=\left(1;-2;4\right)$. Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{4}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qu hai điểm $A\left(1;2;-1\right);B\left(2;-1;1\right)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-3+2t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(1;-3;2\right)$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng AB

Vậy đường thẳng AB đi qua điểm $A\left(1;2;-1\right)$ có VTCP $\vec{u}=\left(1;-3;2\right)$ nên phương trình tham số của AB là $\begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=-1+2t\end{cases}\quad t\in\mathbb{R}$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z=0$. Phương trình của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=-3-2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;-2)$ đồng thời vuông góc với mặt phẳng (P).

Mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-3)$.

Vì $\Delta\perp(P)$ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{n}=(2;1;-3)$ làm véctơ chỉ phương.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;-2)$ và nhận $\vec{n}=(2;1;-3)$ làm véctơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-3z+1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \\ z=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-2t \\ z=-3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+t \\ z=-2-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường thẳng đi qua $M(1;-2;2)$ nhận VTPT của mặt phẳng (P) làm VTCP $\vec{u}=(2;1;-3)$ có dạng: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2+t \\ z=2-3t \end{cases}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z-1=0$. Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+2t \\ z=3-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-t \\ z=3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=2-t \\ z=-3-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d qua $M(1;2;-3)$ và vuông góc với $(P):2x-y+3z-1=0$ nên d có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(2;-1;3)$. Khi đó phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3+3t \end{cases}$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+3z+1=0$. Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=3+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \\ z=-3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=3+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-2-t \\ z=3-3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) suy ra đường thẳng d nhận vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}}=(2;-1;3)$ của mặt phẳng (P) làm một vectơ chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=3+3t \end{cases}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0)$; $B(1;0;1)$; $C(3;1;0)$. Đường thẳng đi qua $A(1;1;0)$ và song song với BC có phương trình

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng cần tìm đi qua $A(1;1;0)$ và có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=\overrightarrow{BC}=(2;1;-1)$

Phương trình đường thẳng cần tìm là: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{-1}$.

Câu 13: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;2;0); B(1;1;2); C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{3}$.

C. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{BC}=(1;2;-1)$.

Đường thẳng đi qua A và song song với BCcó phương trình là: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$.

Câu 14: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(1;1;1)$ và $C(3;4;0)$. Đường thẳng đi qua A và song song BC có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+2}{5}=\frac{z+3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y-2}{5}=\frac{z-3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z+3}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm ta có $\vec{u}_{\Delta} = \overrightarrow{BC} = (2;3;-1)$

Vậy phường trình chính tắc Δ đi qua A và song song BC là:

$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-1}$

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(1;1;0)$, $C(3;4;-1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{BC} = (2;3;-1)$.

Gọi d là đường thẳng cần lập phương trình. Vì $d \,//\, BC$ nên $\overrightarrow{BC}$ là một vectơ chỉ phương của d.

Vậy phương trình đường thẳng d là: $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{-1}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;-1;0)$, $B(1;2;1)$, $C(3;-2;0)$ và $D(1;1;-3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = -3+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;3;1)$, $\overrightarrow{AC} = (1;-1;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (1;1;-2)$.

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = -1-2t \end{cases}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;2), B(2;1;0), C(1;2-1)$ và $D(2;0;-2)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \\ z = -1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = 2+2t \\ z = 1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \\ z = 2+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{BC} = (-1;1;-1); \overrightarrow{BD} = (0;-1;-2)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD). Khi đó Δ có vetơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right]=(3;2;-1)$.

$\Rightarrow \Delta:\begin{cases}x=3t'\\y=2t'\\z=2-t'\end{cases}$. Ta có $M(3;2;1)\in\Delta$. Nên $\Delta:\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2),B(1;2;1),C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=4t\\z=2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=4\\z=2+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=4+4t\\z=4+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2-4t\\z=2-2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Có $\begin{cases}\overrightarrow{BC}=(2;0;-1)\\\overrightarrow{BD}=(0;-1;2)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(-1;-4;-2)$.Chọn $\vec{n}_{(BCD)}=(1;4;2)$

Gọi d là đường thẳng cần tìm.

Do $d\perp(BCD)\Rightarrow\vec{u}_d=\vec{n}_{(BCD)}=(1;4;2)$.

Lại có $A(1;0;2)\in d$, suy ra $d:\begin{cases}x=1+t\\y=4t\\z=2+2t\end{cases}$.

Ta thấy điểm $E(2;4;4)$ thuộc d và d có 1 vtcp $\vec{u}_d=(1;4;2)$ nên d có phương trình: $\begin{cases}x=2+t\\y=4+4t\\z=4+2t\end{cases}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2-4t\\y=-2-3t\\z=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=-1+3t\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=3-t\\z=1+3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{AD}=(0;-1;3)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=(-4;-3;-1)$.

Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

$\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oy có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+t\\z=3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=1+3t\\z=3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2t\\y=-3+3t\\z=2t\end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ

$d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$.

Gọi $M(0;m;0)\in Oy$, ta có $\overrightarrow{AM}=(-2;m-1;-3)$

Do $\Delta\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow -2-2(m-1)-6=0\Leftrightarrow m=-3$

Ta có Δ có VTCP $\overrightarrow{AM}=(-2;-4;-3)$ nên có phương trình $\begin{cases}x=2t\\y=-3+4t\\z=3t\end{cases}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$; $d_2:\dfrac{x-5}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-5=0$. Đường thẳng vuông góc với (P), cắt d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{3}$ **B.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{3}$

C. $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z+2}{3}$ **D.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{1}$

Lời giải

Chọn A

Phương trình $d_1:\begin{cases}x=3-t_1\\y=3-2t_1\\z=-2+t_1\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=5-3t_2\\y=-1+2t_2\\z=2+t_2\end{cases}$.

Gọi đường thẳng cần tìm là Δ.

Giả sử đường thẳng Δ cắt đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại A, B.

Gọi $A(3-t_1;3-2t_1;-2+t_1)$, $B(5-3t_2;-1+2t_2;2+t_2)$.

$\overrightarrow{AB}=(2-3t_2+t_1;-4+2t_2+2t_1;4+t_2-t_1)$.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;2;3)$.

Do $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}$ cùng phương nên $\dfrac{2-3t_2+t_1}{1}=\dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2}=\dfrac{4+t_2-t_1}{3}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2-3t_2+t_1}{1} = \dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2} \\ \dfrac{-4+2t_2+2t_1}{2} = \dfrac{4+t_2-t_1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 1 \end{cases}$$. Do đó $A(1;-1;0)$, $B(2;-1;3)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1;-1;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{n} = (1;2;3)$ là

$\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z}{3}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;-3)$, $B(-1;4;1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+3}{2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua trung điểm của đoạn thẳng AB và song song với d?

A. $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+1}{2}$. **B.** $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+2}{2}$.

C. $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$. **D.** $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AB khi đó ta có $I(0;1;-1)$

Ta có $d: \dfrac{x+2}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z+3}{2}$ suy ra $\vec{u}(1;-1;2)$ là một vecto chỉ phương của đường thẳng d.

Vậy đương thẳng đi qua điểm I và song sog với d sẽ nhận $\vec{u}(1;-1;2)$ là một vecto chỉ phương.

Vậy phương trình của đường thẳng đó là: $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+1}{2}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1+t \\ z = 3+t \end{cases}$. **B.** $x - 2y + z = 0$. **C.** $\dfrac{x}{-2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ đi qua A và song song BC nhận $\overrightarrow{BC} = (-2;1;1)$ làm vectơ chỉ phương

$\Rightarrow$ Phương trình chính tắc của đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{-2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$.

Chú ý: *Đáp án D không nhận được, vì đó là phương trình tham số của đường thẳng cần tìm, chứ không phải phương trình chính tắc.*

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + 3y - z + 5 = 0$?

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=3t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1+3t\\z=1-t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=3t\\z=1+t\end{cases}$

Lời giải

Chọn B

đi qua $A(2;3;0)$ và $\perp$ với mặt phẳng $(P): x+3y-z+5=0$

đi qua $A(2;3;0)$ và nhận $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;3;-1)$ làm VTCP $\Rightarrow$ Loại đáp án A, D vì sai VTCP. Loại đáp án C vì điểm A không thuộc đường thẳng.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-1}{3}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-1}{1}$, $\Delta': \frac{x+1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M, vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=1+3t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-t\\z=3+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{u_\Delta}=(3;2;1), \overrightarrow{u_{\Delta'}}=(1;3;-2)$, d là đường thẳng đi qua $M(-1;1;3)$ và vuông góc với $\Delta, \Delta' \Rightarrow d$ là đường thẳng đi qua $M(-1;1;3)$ và nhận $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{u_\Delta}, \overrightarrow{u_{\Delta'}}\right]=(-7;7;7) \nearrow\swarrow (-1;1;1)$

$$\Rightarrow d: \begin{cases}x=-1-t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$ **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}$

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;2)$

Gọi (P) là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d, nên nhận véc tơ chỉ phương của d là vecto pháp tuyến $(P): 1(x-1)+y+2(z-2)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-5=0$

Gọi B là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng $d \Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

Vì $B\in(P) \Leftrightarrow (1+t)+t+2(-1+2t)-5=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow B(2;1;1)$

Ta có đường thẳng Δ đi qua A và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}$.

Cách 2:

Gọi $d \cap \Delta = B \Rightarrow B(1+t;t;-1+2t)$

$\overrightarrow{AB} = (t;t;-3+2t)$, Đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_d} = (1;1;2)$

Vì $d \perp \Delta$ nên $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{u_d} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow t + t + 2(-3+2t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Suy ra $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$.Ta có đường thẳng Δ đi qua $A(1;0;2)$ và nhận véc tơ $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$ là véc tơ chỉ phương có dạng $\Delta: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Câu 27: Trong không gian cho $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+5}{-1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

A. $M(3;1;5)$. **B.** $N(3;1;-5)$. **C.** $P(2;2;-1)$. **D.** $M(2;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ $N(3;1;-5)$ vào phương trình đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+5}{-1}$, ta được:

$\dfrac{3-3}{2} = \dfrac{1-1}{2} = \dfrac{-5+5}{-1}$ (thỏa mãn). Vậy $N(3;1;-5)$ thuộc đường thẳng d .

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 5+t \\ z = 2+3t \end{cases}$?

A. $P(1;2;5)$ **B.** $N(1;5;2)$ **C.** $Q(-1;1;3)$ **D.** $M(1;1;3)$

Lời giải

Chọn B

Cách 1. Dựa vào lý thuyết: Nếu d qua $M(x_0;y_0;z_0)$, có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(a;b;c)$ thì phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$, ta chọn đáp án **B.**

Cách 2. Thay tọa độ các điểm M vào phương trình đường thẳng d, ta có:

$\begin{cases} 1 = 1-t \\ 2 = 5+t \\ 5 = 2+3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = -3 \\ t = 1 \end{cases}$. Loại đáp án **A.**

Thay tọa độ các điểm N vào phương trình đường thẳng d, ta có:

$\begin{cases} 1 = 1-t \\ 5 = 5+t \\ 2 = 2+3t \end{cases} \Leftrightarrow t = 0$. Nhận đáp án **B.**

Câu 29: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$, $(Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)?

A. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} \vec{n}_{(P)}=(1;1;1) \\ \vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1) \end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng(P) và (Q), nên d có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;0;-1)$.

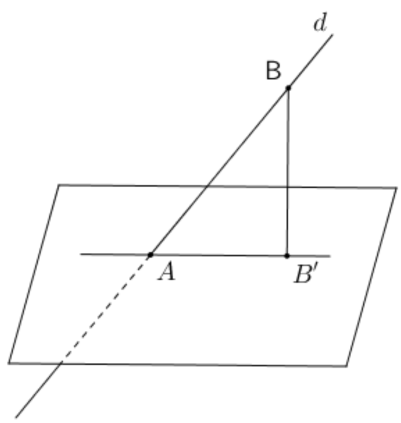
Đường thẳng d đi qua $A(1;-2;3)$ nên có phương trình: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d lên mặt phẳng (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z-1}{3}$. **B.** $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{8}$. **C.** $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z+1}{3}$. **D.** $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

Lời giải

Chọn D



Cách 1

• Tọa độ $A=d\cap(P)$ thỏa $\begin{cases} x+2y-2z+2=0 \\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}=\dfrac{x+2y-2z+2}{1-2-4}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \Rightarrow A(0;0;1). \\ z=1 \end{cases}$

• Lấy điểm $B(1;-1;3)\in d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$.

Gọi B' là hình chiếu của điểm B lên mặt phẳng (P) $\Rightarrow BB':\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-2}$

• Tọa độ $B'=BB'\cap(P)$ thỏa

$$\begin{cases} x+2y-2z+2=0 \\ \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-3}{-2}=\dfrac{x+2y-2z+2+5}{1+4+4}=\dfrac{5}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+\dfrac{5}{9}=\dfrac{14}{9} \\ y=-1+2.\dfrac{5}{9}=\dfrac{1}{9} \\ z=3-2.\dfrac{5}{9}=\dfrac{17}{9} \end{cases} \Rightarrow B'\left(\dfrac{14}{9};\dfrac{1}{9};\dfrac{17}{9}\right).$$

• $\overrightarrow{AB'}=\left(\dfrac{14}{9};\dfrac{1}{9};\dfrac{8}{9}\right)=\dfrac{1}{9}\vec{u} \Rightarrow \vec{u}=(14;1;8)$ là vectơ chỉ phương của AB'.

• Vậy $AB':\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$ là hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên (P).

Cách 2

• Tọa độ $A=d\cap(P)$ thỏa $\begin{cases} x+2y-2z+2=0 \\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-1}{2}=\dfrac{x+2y-2z+2}{1-2-4}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow A(0;0;1)$.

• Gọi d' là hình chiếu của d lên (P);

+ Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-1;2)$.

+ Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;-2)$.

+ $\vec{a}=\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(-2;4;3)$.

+ $\left[\vec{n},\vec{a}\right]=(14;1;8)$ là vectơ chỉ phương của (d').

• Vậy $d':\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z-6=0$ hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{7}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có d đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và $A(1;2;-1)$ thuộc (P)

Vậy $A(1;2;-1)$ là giao điểm của d và (P)

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và vuông góc với (P). Khi đó (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(Q)}=\left[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}\right]=(3;-1;1)$.

Đường thẳng d' là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) nên có một vecto chỉ phương là: $\vec{u}_{d'}=\left[\vec{n}_Q,\vec{n}_P\right]=(-1;4;7)$.

Vậy đường thẳng d' có $\vec{u}_{d'}=(-1;4;7)$ và đi qua điểm $A(1;2;-1)$ có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+1}{7}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$. **B.** $\frac{x+1}{4}=\frac{y}{-5}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{3}=\frac{y}{-5}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z+1}{13}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Đường thẳng d đi qua $A(-1;0;1)$ có 1 VTCP là: $\vec{u}=(1;1;2)$.

Mặt phẳng (P) có 1 VTPT là: $\vec{n}=(2;1;-1)$.

Ta có $\vec{v}=\left[\vec{u},\vec{n}\right]=(-3;5;-1)$; $\vec{a}=\left[\vec{n},\vec{v}\right]=(4;5;13)$.

Δ là hình chiếu của d trên $(P)\Rightarrow\Delta$ đi qua $A(-1;0;1)$ và có 1 VTCP $\vec{a}=\left[\vec{n},\vec{v}\right]=(4;5;13)$.

Suy ra phương trình $\Delta:\frac{x+1}{4}=\frac{y}{5}=\frac{z-1}{13}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+z-4=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

A. $\frac{x}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z+2}{-4}$. **B.** $\frac{x}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-4}$. **D.** $\frac{x}{3}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ giao điểm A của d và (P) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases}\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-1}\\ x+2y+z-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=1\\ z=2\end{cases}\Rightarrow A(0;1;2).$$

Lấy điểm $B(1;2;1)\in d$. Gọi H là hình chiếu của B trên (P).

$\Rightarrow$Phương trình $BH:\begin{cases}x=1+t\\ y=2+2t\\ z=1+t\end{cases}$

Do $H=BH\cap(P)$ nên tọa độ điểm H thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 1+t \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\dfrac{1}{3} \\ x = \dfrac{2}{3} \\ y = \dfrac{4}{3} \\ z = \dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{2}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3};-\dfrac{4}{3}\right).$$

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên $(P) \Rightarrow d'$ đi qua A và H

$\Rightarrow d'$ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2;1;-4)$.

Vậy phương trình đường thẳng d' là: $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-2}{-4}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z-3=0$ và hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{-2}$, $d_2: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{-1}$. Đường thẳng vuông góc với (P), đồng thời cắt cả d_1 và d_2 có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+1}{-2}$.

C. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{-2} = \dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (2;2;-1)$.

Gọi $M = \Delta \cap d_1 \Rightarrow M(1+2m;m;-1-2m)$, $(m \in \mathbb{R})$,

$N = \Delta \cap d_2 \Rightarrow N(2+n;2n;-1-n)$, $(n \in \mathbb{R})$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (n-2m+1;2n-m;-n+2m)$

Vì Δ vuông góc với (P) nên $\overrightarrow{MN}$, $\vec{n}_{(P)}$ cùng phương nên ta có

$$\dfrac{n-2m+1}{2} = \dfrac{2n-m}{2} = \dfrac{-n+2m}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 1 \\ m = 0 \end{cases}.$$

Do đó $N(3;2;-2)$, $\overrightarrow{MN} = (2;2;-1)$.

Vậy đường thẳng Δ đi qua $N(3;2;-2)$ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (2;2;-1)$ nên có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z+2}{-1}$.

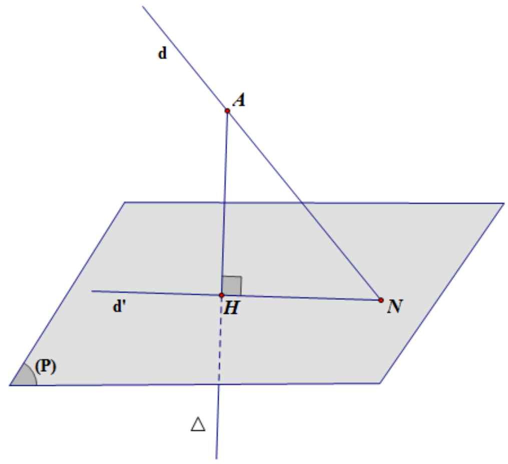
Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y+1}{-4} = \dfrac{z+1}{5}$. **B.** $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+5}{1}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên (P).

+ $\{N\}=d\cap(P)\Rightarrow N(t;-1+2t;2-t)\in d$.

+ $N\in(P)\Rightarrow t+(-1+2t)+(2-t)-3=0\Leftrightarrow t=1$, suy ra $N(1;1;1)$.

Mặt khác $A(0;-1;2)\in d$. Gọi Δ là đường thẳng qua A vuông góc (P), suy ra Δ đi qua A và có một véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$ Do đó phương trình $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.

Gọi $\{H\}=\Delta\cap(P)\Rightarrow H(\mathrm{m};-1+m;2+m)\in\Delta$.

Do $H\in(P)\Leftrightarrow m+(-1+m)+(2+m)-3=0\Leftrightarrow m=\dfrac{2}{3}\Rightarrow H\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{8}{3}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{HN}=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{4}{3};-\dfrac{5}{3}\right)$ cùng phương với $\vec{u}=(1;4;-5)$.

Đường thẳng d' đi qua $N(1;1;1)$ và có một véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;4;-5)$ có phuong trình là $d':\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

Cách trắc nghiệm:

+) Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với $(P)\Rightarrow(Q)$ có một véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_P}\right]=(3;-2;-1)$.

+) Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d lên $(P)\Rightarrow\begin{cases}d'\subset(P)\\d'\subset(Q)\end{cases}\Rightarrow d'$ có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(-1;-4;5)\Rightarrow$ **Loại B và D.**

+) Ta thấy $M(-1;-1;-1)\in d'$ ở đáp án **A** không thuộc $(P)\Rightarrow$ **Loại A.**

Vậy ta **Chọn C**

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-t \\ z=2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=2 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{1} \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=1+t \end{cases}$

Gọi $M=\Delta\cap(P) \Rightarrow M\in\Delta \Rightarrow M(t;2t-1;t+1)$

$M\in(P) \Rightarrow t-2(2t-1)-(t+1)+3=0 \Leftrightarrow 4-4t=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow M(1;1;2)$

Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=(1;-2;-1)$

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}=(1;2;1)$

Đường thẳng d nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ

$\Rightarrow$ Đường thẳng d nhận $\frac{1}{2}\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(0;-1;2)$ làm véc tơ chỉ phương và $M(1;1;2)\in d$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \\ z=1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+27t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-18+19t \\ y=-6+7t \\ z=11-10t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-18+19t \\ y=-6+7t \\ z=-11-10t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=1+17t \\ z=1+10t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

$A=d\cap\Delta$

Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1-2t \\ y=1+1t \\ z=1+2t \end{cases}$.

Chọn điểm $B(-1;2;3)\in\Delta, AB=3$.

Gọi $C\in d$ thỏa mãn $AC=AB \Rightarrow C\left(\frac{14}{5};\frac{17}{5};1\right)$ hoặc $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$

Kiểm tra được điểm $C\left(-\frac{4}{5};-\frac{7}{5};1\right)$ thỏa mãn BAC là góc nhọn.

Trung điểm của BC là $I\left(-\frac{9}{10};\frac{3}{10};2\right)$.Đường phân giác cần tìm là AI có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(19;7;-10)$ có phương trình là $\begin{cases}x=1+19t\\y=1+7t\\z=1-10t\end{cases}$. Tọa độ điểm của đáp án B thuộc AI.

Câu 38: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=-4t\\z=-3t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=3+t\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=3+2t\\y=-2+6t\\z=2+t\end{cases}$

Lời giải

Chọn C

$d:\begin{cases}x=-1+2t\\y=-t\\z=-2+2t\end{cases}$

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) vuông góc với d.

$\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_P}\right]=(-1;4;3)$

Gọi A là giao điểm của d và (P). Tọa độ A là nghiệm của phương trình:

$$(-1+2t)+(-t)-(-2+2t)+1=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow A(3;-2;2)$$

Phương trình Δ qua $A(3;-2;2)$ có vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=(-1;4;3)$ có dạng: $\begin{cases}x=3+t\\y=-2-4t\\z=2-3t\end{cases}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+7}{-2}$. Đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$
B. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+2t\end{cases}$
C. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2t\\z=t\end{cases}$
D. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$

Lời giải

Chọn A

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $M=\Delta\cap Ox$. Suy ra $M(a;0;0)$.

$\overrightarrow{AM}=(a-1;-2;-3)$.

d có VTCP: $\overrightarrow{u_d}=(2;1;-2)$.

Vì $\Delta\perp d$ nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow 2a-2-2+6=0\Leftrightarrow a=-1$.

Vậy Δ qua $M(-1;0;0)$ và có VTCP $\overrightarrow{AM}=(-2;-2;-3)=-(2;2;3)$ nên Δ có phương trình:

$\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2t \\ z=3t \end{cases}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;1), B(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3})$. Đường thẳng đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB và vuông góc với mặt phẳng (OAB) có phương trình là:

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$ **B.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y-8}{-2}=\frac{z-4}{2}$

C. $\frac{x+\frac{1}{3}}{1}=\frac{y-\frac{5}{3}}{-2}=\frac{z-\frac{11}{6}}{2}$ **D.** $\frac{x+\frac{2}{9}}{1}=\frac{y-\frac{2}{9}}{-2}=\frac{z+\frac{5}{9}}{2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right]=(4;-8;8)$

Gọi d là đường thẳng thỏa mãn khi đó d có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$

Ta có $OA=3, OB=4, AB=5$. Gọi $I(x;y;z)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Áp dụng hệ thức $OB.\overrightarrow{IA}+OA.\overrightarrow{IB}+AB.\overrightarrow{IO}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 4.(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OI})+3.(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OI})+5.\overrightarrow{IO}=\vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI}=\frac{1}{12}\left(4\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}\right) \Rightarrow I(0;1;1)$

Suy ra $d:\begin{cases} x=t \\ y=1-2t \\ z=1+2t \end{cases}$ cho $t=-1 \Rightarrow d$ đi qua điểm $M(-1;3;-1)$

Do đó d đi qua $M(-1;3;-1)$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;2)$ nên đường thẳng có phương trình $\frac{x+1}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{2}$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;\ -1;\ 2)$, $B(-1;\ 2;\ 3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Tìm điểm $M(a;\ b;\ c)$ thuộc d sao cho $MA^2+MB^2=28$, biết $c<0$.

A. $M(-1;\ 0;\ -3)$. **B.** $M(2;\ 3;\ 3)$.

C. $M\left(\frac{1}{6};\ \frac{7}{6};\ -\frac{2}{3}\right)$. **D.** $M\left(-\frac{1}{6};\ -\frac{7}{6};\ -\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $M\in d$ nên $\exists t\in\mathbb{R}: M(1+t;\ 2+t;\ 1+2t)$. Điều kiện: $1+2t<0 \Rightarrow t<\frac{-1}{2}$ (*)

$MA^2+MB^2=28$

$\Leftrightarrow (-t)^2+(-3-t)^2+(1-2t)^2+(-2-t)^2+(-t)^2+(2-2t)^2=28$

$\Leftrightarrow 12t^2-2t-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1(l) \\ t=-\frac{5}{6}(t/m) \end{array}\right.$.

Với $t=1$, ta có $M\left(2;3;3\right)$ (loại do $c<0$).

Với $t=-\dfrac{5}{6}$, ta có $M\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{7}{6};-\dfrac{2}{3}\right)$ (nhận).

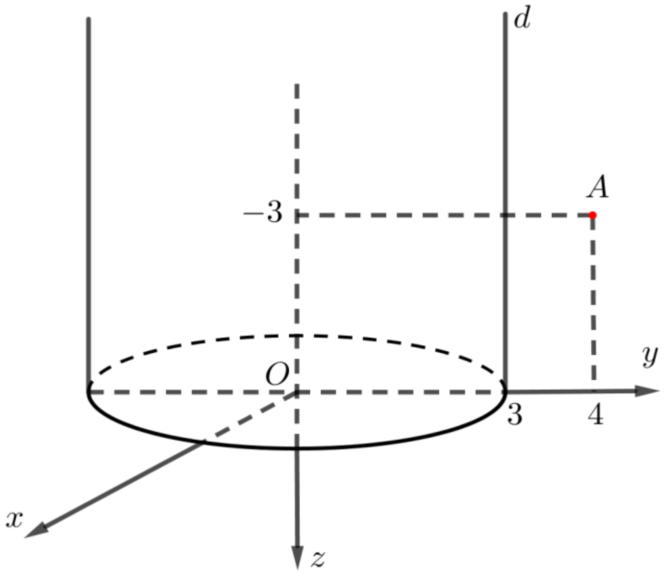
Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\left(0;4;-3\right)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P\left(-3;0;-3\right)$. **B.** $M\left(0;-3;-5\right)$. **C.** $N\left(0;3;-5\right)$. **D.** $Q\left(0;5;-3\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mô hình minh họa cho bài toán sau:



Ta có $d\left(A;d\right)_{\min}=\left|d\left(A;Oz\right)-d\left(d;Oz\right)\right|=1$.

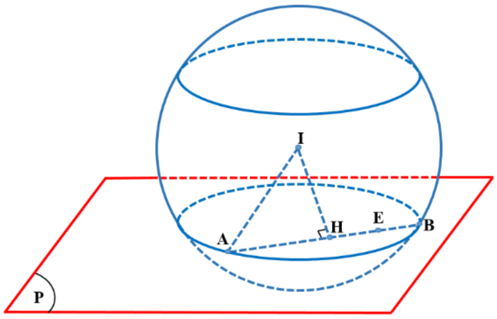
Khi đó đường thẳng d đi qua điểm cố định $\left(0;3;0\right)$ và do $d\,//\,Oz\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\vec{k}=\left(0;0;1\right)$ làm vectơ chỉ phương của d $\Rightarrow d\begin{cases}x=0\\y=3\\z=t\end{cases}$. Dựa vào 4 phương án ta chọn $N\left(0;3;-5\right)$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $E\left(2;1;3\right)$, mặt phẳng $\left(P\right):2x+2y-z-3=0$ và mặt cầu $\left(S\right):\left(x-3\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-5\right)^2=36$. Gọi Δ là đường thẳng qua E, nằm trong $\left(P\right)$ và cắt $\left(S\right)$ tại hai điểm có khoảng cách nhỏ nhất. Phương trình của Δ là

A. $\begin{cases}x=2+9t\\y=1+9t\\z=3+8t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2-5t\\y=1+3t\\z=3\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=1+3t\\z=3-3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;5)$, bán kính $R=6$, mp(P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;2;-1)$.

Gọi $\vec{u}$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Ta có $IE=\sqrt{6}<R$ nên đường thẳng Δ qua E luôn cắt (S) tại hai điểm phân biệt A,B.

Gọi H là trung điểm AB thì $IH\perp AB$ $\Rightarrow AB=2AH$ $=2\sqrt{IA^2-IH^2}$ $=2\sqrt{R^2-IH^2}$.

Do $IH\le IE$ nên $AB\ge 2\sqrt{R^2-IE^2}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $H\equiv E\Leftrightarrow AB\perp IE$. Ta có $\left[\overrightarrow{EI};\vec{n}\right]=(-5;5;0)$.

Vì $\begin{cases}\vec{u}\perp\overrightarrow{EI}\\ \vec{u}\perp\vec{n}\end{cases}$ nên $\vec{u}$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{EI};\vec{n}\right]=(-5;5;0)$. Chọn $\vec{u}$ $(1;-1;0)$.

Vậy đường thẳng Δ có phương trình là: $\begin{cases}x=2+t\\ y=1-t\\ z=3\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=2$ và điểm $A(1;2;3)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x+2y+2z+15=0$. **B.** $2x+2y+2z-15=0$.

C. $x+y+z+7=0$. **D.** $x+y+z-7=0$

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;4)$ bán kính $r=\sqrt{2}$.

Do AM là tiếp tuyến của mặt cầu (S) nên $IM\perp AM\Rightarrow AM=\sqrt{AI^2-IM^2}$

Ta có $AI=\sqrt{3}; IM=\sqrt{2}\Rightarrow AM=1$.

Gọi H là tâm đường tròn tạo bởi các tiếp điểm M khi đó ta có ΔAHM đồng dạng với ΔAMI

Suy ra $\dfrac{AH}{AM}=\dfrac{AM}{AI}\Rightarrow AH=\dfrac{AM^2}{AI}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Gọi (α) là mặt phẳng chứa các tiếp điểm M. Khi đó (α) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=\overrightarrow{AI}=(1;1;1)$ nên phương trình có dạng $x+y+z+d=0$

Do $d(A,(\alpha))=AH\Leftrightarrow\dfrac{|6+d|}{\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow|6+d|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=-5\\ d=-7\end{array}\right.$

Vậy $(\alpha_1): x+y+z-5=0; (\alpha_2): x+y+z-7=0$

Do $d\left(I,(\alpha_1)\right)=\dfrac{4}{\sqrt{3}}>\sqrt{2}$ nên (α_1) không cắt (S) (loại)

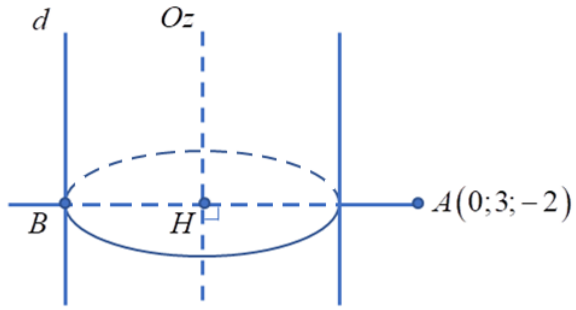
Và $d\left(I,(\alpha_2)\right)=\dfrac{2}{\sqrt{3}}<\sqrt{2}$ nên (α_2) cắt (S) (TM).

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-2;0;-3)$. **B.** $M(0;8;-5)$. **C.** $N(0;2;-5)$. **D.** $P(0;-2;-5)$.

Lời giải

Chọn D



Do đường thẳng $d\,//\,Oz$ nên d nằm trên mặt trụ có trục là Oz và bán kính trụ là $R=2$.

Gọi H là hình chiếu của A trên trục Oz, suy ra tọa độ $H(0;0;-2)$.

Do đó $d_{(A,Oz)}=AH=3$.

Gọi B là điểm thuộc đường thẳng AH sao cho $\overrightarrow{AH}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{AB}$

$\Rightarrow B(0;-2;-2)$.

Vậy $d(A,d)_{\max}=5 \Leftrightarrow d$ là đường thẳng đi qua B và song song với Oz.

Phương trình tham số của $d:\begin{cases}x=0\\y=-2\\z=-2+t\end{cases}$.

Kết luận: d đi qua điểm $P(0;-2;-5)$.

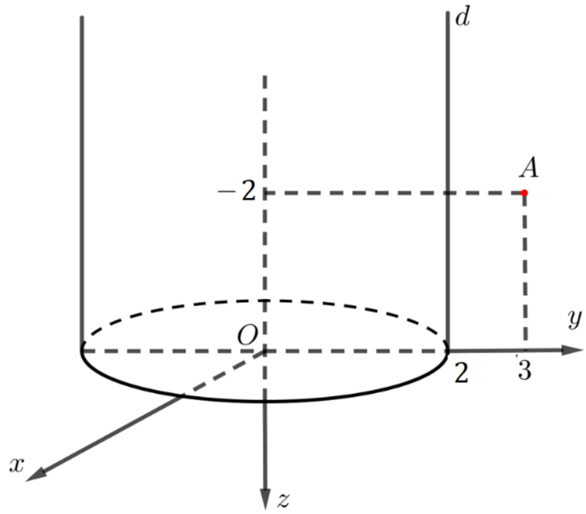
Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;-2)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 2. Khi khoảng cách từ A đến d nhỏ nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-2;0;-2)$. **B.** $N(0;-2;-5)$. **C.** $Q(0;2;-5)$. **D.** $M(0;4;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mô hình minh họa cho bài toán sau:



Cách 1 (cách trắc nghiệm)

Ta có $d\left(A;d\right)_{\min}=\left|d\left(A;Oz\right)-d\left(d;Oz\right)\right|=1$.

Khi đó đường thẳng d đi qua điểm cố định $\left(0;2;0\right)$ và do $d\,//\,Oz\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\vec{k}=\left(0;0;1\right)$ là vectơ chỉ phương của d, suy ra phương trình đường thẳng d có dạng: $\begin{cases}x=0\\y=2\\z=t\end{cases}$.

Ta thấy điểm $Q\left(0;2;-5\right)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng d.

Cách 2.

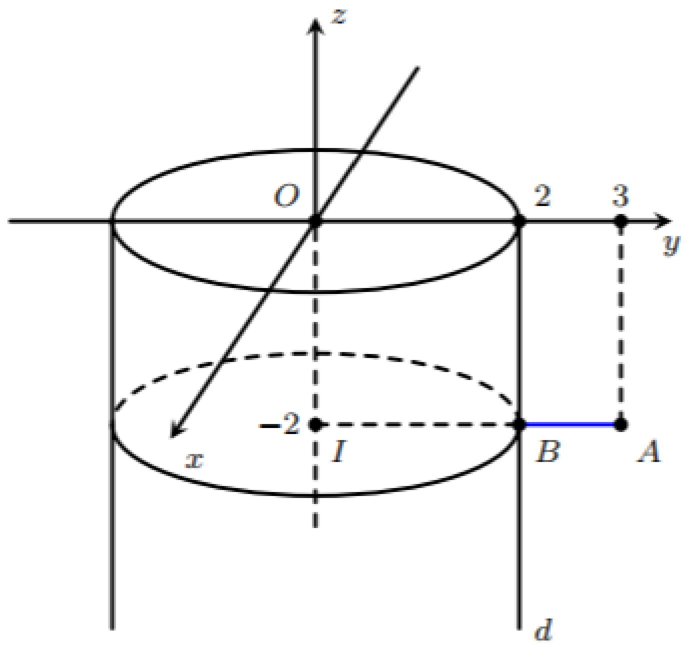
Do $d\,//\,Oz$ và $d\left(d,Oz\right)=2\Rightarrow d$ là đường sinh của một mặt trụ có trục là Oz

Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng qua A và vuông góc $Oz\Rightarrow\left(P\right)$ cắt mặt trụ theo giao tuyến là đường tròn $\left(C\right)$ tâm I bán kính bằng 2.

Gọi $B=d\cap\left(C\right)\Rightarrow AB=d\left(A,d\right)$ vì $d\,//\,Oz\Rightarrow d\perp\left(P\right)\Rightarrow d\perp AB$

Do $B\in\left(C\right)\Rightarrow AB\ge IA-2$; $IA=d\left(A,Oz\right)=3\ \Rightarrow AB\ge1$.

Vậy $AB_{\min}=1$



Khi đó B là giao điểm của (C) với đường thẳng d khi d đi qua điểm cố định $(0;2;0)$ và do $d\,//\,Oz \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \vec{k} = (0;0;1)$ là vectơ chỉ phương của d, suy ra phương trình đường thẳng d có dạng: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$.

Ta thấy điểm $Q(0;2;-5)$ thỏa mãn phương trình đường thẳng d.

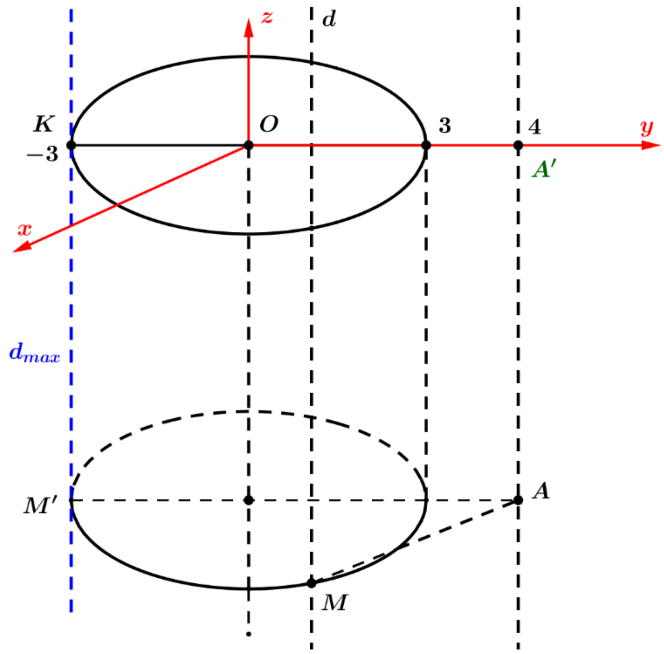
Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét đường thẳng d thay đổi, song song với trục Oz và cách trục Oz một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến d lớn nhất, d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $Q(0;11;-3)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $M(0;-3;-5)$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:



Ta có d thuộc mặt trụ có bán kính $r = 3$ và có trục là Oz.

Gọi A' là hình chiếu của A lên mặt phẳng $Oxy \Rightarrow A'(0;4;0)$.

Gọi điểm K là giao của mặt trụ và Oy sao cho $A'K$ lớn nhất, suy ra $K(0;-3;0)$.

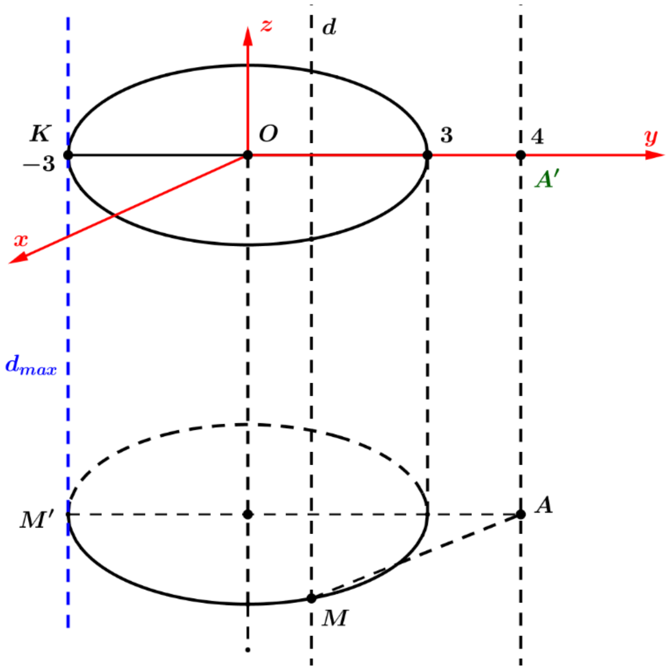
Ta có: $d(A,d) \le A'K = 7$. Suy ra $max d(A,d) = 7$.

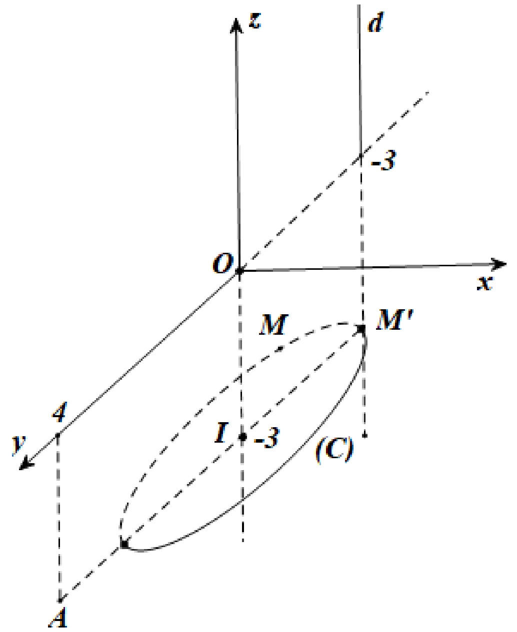
Khi đó đường thẳng d đi qua $K(0;-3;0)$ và song song với Oz.

Phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 \\ z = t \end{cases}$

Vậy d đi qua $M(0;-3;-5)$.

Cách 2:





Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d $\Rightarrow (P): z+3=0$.

Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên $Oz \Rightarrow I(0;0;-3)$.

Gọi $M=(P)\cap d$. Ta có tập hợp các điểm M là đường tròn (C) có tâm $I(0;0;-3)$, bán kính $R=3$ và nằm trên (P).

Tọa độ các điểm thuộc đường tròn (C) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2+y^2+(z+3)^2=9 \\ z+3=0 \end{cases}.$$

Phương trình đường thẳng $AI: \begin{cases} x=0 \\ y=4-t \\ z=-3 \end{cases}, t\in R$.

Gọi $M'=AI\cap(C)\Rightarrow \left[\begin{array}{l} M'(0;3;-3)\Rightarrow AM'=1 \\ M'(0;-3;-3)\Rightarrow AM'=7 \end{array}\right.$.

Ta có: $d(A,d)=AM\le AM'=7$, với $M'=(0;-3;-3)$. Suy ra $maxd(A,d)=7$.

Khi đó đường thẳng d đi qua K và song song với Oz.

Phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x=0 \\ y=-3 \\ z=-3+t' \end{cases}, t'\in R$.

Vậy $M=(0;-3;-5)\in d$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(0;-7;-1)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 2 + 11t \\ z = 3 + 8t \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = 2 + t \end{cases}.$ **C.** $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = -2 + t \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 - t \end{cases}.$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$ và có VTCP $\vec{a} = (1;1;0)$.

Ta có $\vec{a}.\vec{u} = 1.0 + 1.(-7) + 0.(-1) = -7 < 0 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{u}) > 90^\circ$.

Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có VTCP: $\vec{b} = -\dfrac{\vec{u}}{|\vec{u}|} + \dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \dfrac{1}{5\sqrt{2}}(5;12;1) // (5;12;1)$.

Phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x = -4 + 5t \\ y = -10 + 12t \\ z = 2 + t \end{cases}.$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -3 \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;-3;5)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = 6 + 11t \end{cases}.$ **B.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = -6 + 11t \end{cases}.$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 7t \\ y = -3 + 5t \\ z = 5 + t \end{cases}.$ **D.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 \\ z = 5 + 7t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Ta có điểm $A(1;-3;5)$ thuộc đường thẳng d, nên $A(1;-3;5)$ là giao điểm của d và Δ.

Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{v}(-3;0;-4)$. Ta xét:

$\overrightarrow{u_1} = \dfrac{1}{|\vec{u}|}.\vec{u} = \dfrac{1}{3}(1;2;-2) = \left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$;

$\overrightarrow{v_1} = \dfrac{1}{|\vec{v}|}.\vec{v} = \dfrac{1}{5}(-3;0;-4) = \left(-\dfrac{3}{5};0;-\dfrac{4}{5}\right)$.

Nhận thấy $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{v_1} > 0$, nên góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{u_1}$, $\overrightarrow{v_1}$ là góc nhọn tạo bởi d và Δ.

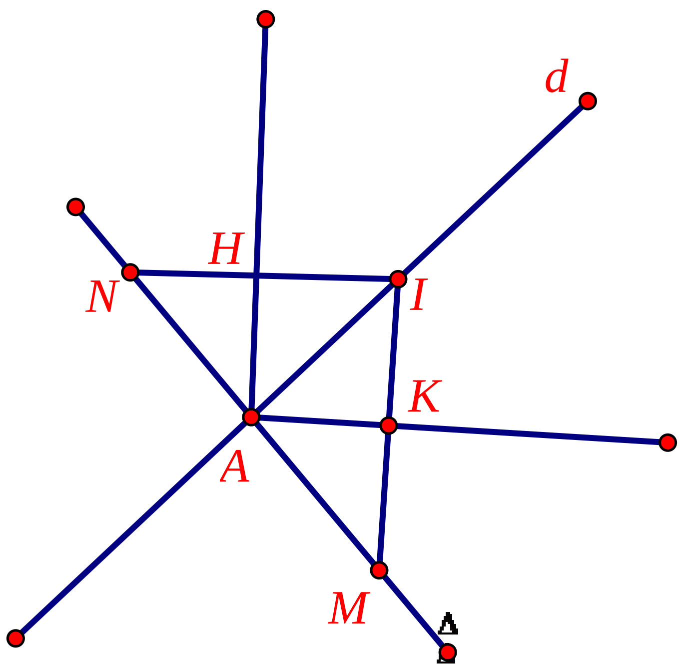
Ta có $\vec{w} = \overrightarrow{u_1} + \overrightarrow{v_1} = \left(-\dfrac{4}{15};\dfrac{10}{15};-\dfrac{22}{15}\right) = -\dfrac{15}{2}(2;-5;11)$ là vectơ chỉ phương của đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ hay đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{w_1} = (2;-5;11)$. Do đó có phương trình: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - 5t \\ z = -6 + 11t \end{cases}.$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+7t\\y=1+4t\\z=1\end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;2)$. Đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ có phương trình là.

A. $\begin{cases}x=1+7t\\y=1+t\\z=1+5t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=-6-5t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-10+11t\\z=6-5t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=1+4t\\z=1-5t\end{cases}$

Lời giải

Chọn C



Phương trình $\Delta:\begin{cases}x=1+t'\\y=1-2t'\\z=1+2t'\end{cases}$.

Ta có $d\cap\Delta=A(1;1;1)$. Lấy $I(4;5;1)\in d \Rightarrow \overrightarrow{AI}=(3;4;0)\Rightarrow AI=5$.

Gọi $M(1+t';1-2t';1+2t')\in\Delta$ sao cho $AM=AI$.

Khi đó $3|t'|=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t'=\dfrac{5}{3}\\t'=-\dfrac{5}{3}\end{array}\right.$.

Với $t'=\dfrac{5}{3}\Rightarrow M\left(\dfrac{8}{3};-\dfrac{7}{3};\dfrac{13}{3}\right)\Rightarrow\overrightarrow{AM}=\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{-10}{3};\dfrac{10}{3}\right)\Rightarrow AM=\dfrac{15}{3}$.

Khi đó $\cos IAM=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow IAM>90^0 \Rightarrow$ trong trường hợp này $(d;\Delta)>90^0$

Với $t' = -\frac{5}{3} \Rightarrow N\left(-\frac{2}{3};\frac{13}{3};\frac{-7}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AN} = \left(-\frac{5}{3};\frac{10}{3};-\frac{10}{3}\right) \Rightarrow AN = \frac{15}{3}$.

Khi đó $\cos IAN = \frac{1}{3} \Rightarrow IAM < 90^0 \Rightarrow$ trong trường hợp này $(d;\Delta) < 90^0$

Gọi H là trung điểm của $NI \Rightarrow H\left(\frac{5}{3};\frac{14}{3};\frac{-2}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{1}{3}(2;11;-5)$.

Khi đó đường phân giác của góc nhọn tạo bởi d và Δ đi qua $H\left(\frac{5}{3};\frac{14}{3};\frac{-2}{3}\right)$ hoặc $A(1;1;1)$

và nhận làm $\vec{u} = (2;11;-5)$ VTCP $\Rightarrow$ phương trình phân giác là $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -10+11t \\ z = 6-5t \end{cases}$.

Câu 51: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+\left(z+\sqrt{2}\right)^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 12. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 4.

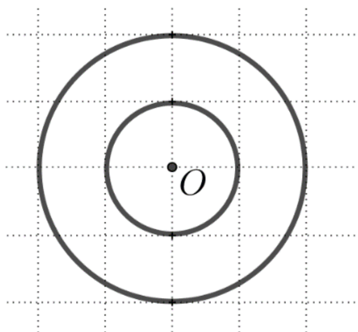
Lời giải

Chọn A

Do $A\ \ a;b;c$ thuộc mặt phẳng Oxy nên $A\ \ a;b;0$.

Nhận xét: Nếu từ A kẻ được ít nhất 2 tiếp tuyến vuông góc đến mặt cầu khi và chỉ khi $R \le IA \le R\sqrt{2} \Leftrightarrow 3 \le a^2+b^2+2 \le 6 \Leftrightarrow 1 \le a^2+b^2 \le 4$.

Tập các điểm thỏa đề là các điểm nguyên nằm trong hình vành khăn, nằm trong mặt phẳng Oxy, tạo bởi 2 đường tròn đồng tâm $O\ \ 0;0;0$ bán kính lần lượt là 1 và 2.



Nhìn hình vẽ ta có 12 điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 52: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $3x+4y-2=0$ **B.** $3x+4y+2=0$

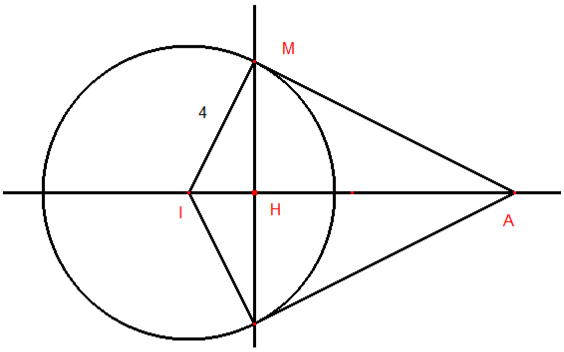
C. $6x+8y+11=0$ **D.** $6x+8y-11=0$

Lời giải

Chọn A

(S) có tâm $I(2;3;-1)$; bán kính $R=4$

$A(-1;-1;-1) \Rightarrow \overrightarrow{IA}=(-3;-4;0)$, tính được $IA=5$.



Mặt phẳng cố định đi qua điểm H là hình chiếu của M xuống IA và nhận $\overrightarrow{IA}=(-3;-4;0)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do hai tam giác MHI và AMI đồng dạng nên tính được $IM^2=IH.IA \Rightarrow IH=\frac{IM^2}{IA}=\frac{16}{5}$, từ đó tính được $\overrightarrow{IH}=\frac{16}{25}\overrightarrow{IA}$ tìm được $H\left(\frac{2}{25};\frac{11}{25};-1\right)$

Mặt phẳng cần tìm có phương trình là: $-3\left(x-\frac{2}{25}\right)-4\left(y-\frac{11}{25}\right)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-2=0.$

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1$ và điểm $A(2;3;4)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $2x+2y+2z-15=0$. **B.** $x+y+z-7=0$.

C. $2x+2y+2z+15=0$. **D.** $x+y+z+7=0$

Lời giải

Chọn B

Dễ thấy A nằm ngoài mặt cầu (S). Tâm mặt cầu là $I(1;2;3)$.

Đường thẳng AM tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow AM \perp IM \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{IM}=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(x-1)+(y-3)(y-2)+(z-4)(z-3)=0$

$\Leftrightarrow (x-1-1)(x-1)+(y-2-1)(y-2)+(z-3-1)(z-3)=0$

$\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2-(x+y+z-7)=0$

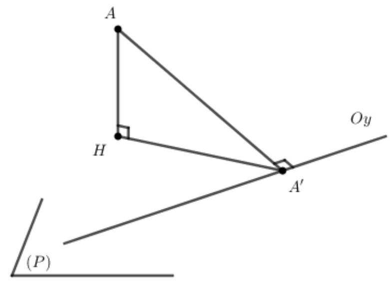
$\Leftrightarrow x+y+z-7=0$ $(Do\ (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=0)$.

Câu 54: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất. Phương trình của (P) là:

A. $2x-z=0$. **B.** $2x+z=0$. **C.** $x-z=0$. **D.** $x+z=0$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng (P), A' là hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Oy suy ra $A'(0;1;0)$. Khi đó khoảng cách từ A đến (P) là đoạn thẳng $AH \le AA'$. Độ dài đoạn thẳng AH dài nhất khi H và A' trùng nhau. Khi đó mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{A'A}=(2;0;-1)$ làm véc tơ pháp tuyến. Suy ra phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A'(0;1;0)$ có VTPT: $\overrightarrow{A'A}=(2;0;-1)$ là: $2(x-0)+0(y-1)+(-1)(z-0)=0 \Leftrightarrow 2x-z=0$.

Câu 55: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(4;1;2)$ bán kính bằng 2. Gọi M; N là hai điểm lần lượt thuộc hai trục Ox; Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (S), đồng thời mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}$. Gọi A là tiếp điểm của MN và (S), giá trị $AM.AN$ bằng

A. $6\sqrt{2}$. **B.** 14. **C.** 8. **D.** $9\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta có: $d\left(I,(Oxy)\right)=2$ nênmặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(4;1;0)$, đồng thời đường thẳng MN tiếp xúc với (S) cũng tại điểm $A(4;1;0)$ do $MN \subset (Oxy)$

Gọi $M(m;0;0)$; $N(0;n;0)$, $m,n>0$

Do $A \in MN$ nên $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AN} \Rightarrow \begin{cases} m-4=-4k \\ -1=k(n-1) \end{cases} \Rightarrow (m-4)(n-1)=4 \Leftrightarrow m=\frac{4n}{n-1}, n-1\ne 0$.

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn $OI: 4x+y+2z-\frac{21}{2}=0$

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn $OM: x=\frac{m}{2}$

Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn $ON: y=\frac{n}{2}$

Do đó tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ là $J\left(\frac{m}{2};\frac{n}{2};\frac{-n^2+6n-21}{4n-4}\right)$

Theo giả thuyết cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ có bán kính bằng $\frac{7}{2}$ nên $OJ=\frac{7}{2}$

$\Leftrightarrow OJ^2=\frac{49}{4}$

$\Leftrightarrow \dfrac{4n^2}{(n-1)^2}+\dfrac{n^2}{4}+\dfrac{(n^2-6n+21)^2}{16(n-1)^2}=\dfrac{49}{4}$

$\Leftrightarrow n^4-4n^3-10n^2+28n+49=0$

$\Leftrightarrow n=1\pm 2\sqrt{2}$

Vì $n>0$ nên chọn $n=1+2\sqrt{2}$, suy ra $m=4+\sqrt{2}$

Khi đó $AM.AN=6\sqrt{2}$.

Cách 2:

Dễ thấy mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm $A(4;1;0)$, đồng thời đường thẳng MN tiếp xúc với (S) cũng tại điểm $A(1;4;0)$ do $MN\subset(Oxy)$

Gọi $M(a;0;0)$; $N(0;b;0)$.

Do $A\in MN$ nên $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AN}\Rightarrow\begin{cases}a-4=-4k\\-1=k(b-1)\end{cases}\Rightarrow\dfrac{1}{b}+\dfrac{4}{a}=1$.

Gọi J là trung điểm $MN\Rightarrow J\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{b}{2};0\right)$ và $I(4;1;2)$ thuộc đường thẳng Δ vuông góc với (Oxy) tại điểm J. Phương trình Δ là $\begin{cases}x=\dfrac{a}{2}\\y=\dfrac{b}{2}\\z=t\end{cases}$

$\Rightarrow$Tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OIMN$ là điểm $K\left(\dfrac{a}{2};\dfrac{b}{2};t\right)$.

Theo giả thiết ta có hệ: $\begin{cases}\dfrac{1}{b}+\dfrac{4}{a}=1\\OK=\dfrac{7}{2}\\IK=\dfrac{7}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{1}{b}+\dfrac{4}{a}=1\\\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{b^2}{4}+t^2=\dfrac{49}{4}\\\left(\dfrac{a}{2}-4\right)^2+\left(\dfrac{b}{2}-1\right)^2+(t-2)^2=\dfrac{49}{4}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{4b}{b-1}\\4a+b+4t-21=0\\\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{b^2}{4}+t^2=\dfrac{49}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{4b}{b-1}\\t=\dfrac{b^2-6b+21}{4(b-1)}\\\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{b^2}{4}+t^2=\dfrac{49}{4}\end{cases}$

$\Rightarrow\dfrac{b^2}{4}+\dfrac{4b^2}{(b-1)^2}+\dfrac{(b^2-6b+21)^2}{16(b-1)^2}=\dfrac{49}{4}\Leftrightarrow 4b^2+64\left(1+\dfrac{1}{b-1}\right)^2+\left(b-5+\dfrac{16}{b-1}\right)^2=196$

$\Leftrightarrow 4b^2+64+\dfrac{128}{b-1}+\dfrac{64}{(b-1)^2}+(b-5)^2+32(b-5).\dfrac{1}{b-1}+\dfrac{256}{(b-1)^2}=196$

$\Leftrightarrow 5b^2-10b+25+\dfrac{320}{(b-1)^2}+32(b-5+4).\dfrac{1}{b-1}=132 \Leftrightarrow (b-1)^2+\dfrac{64}{(b-1)^2}=16$

$\Leftrightarrow \left[(b-1)^2-8\right]^2=0 \Leftrightarrow (b-1)^2=8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=1-2\sqrt{2} \\ b=1+2\sqrt{2} \end{array}\right.$

Với $b=1-2\sqrt{2}$ ta được $a=4-\sqrt{2} \Rightarrow AM.AN=6\sqrt{2}$.

Với $b=1+2\sqrt{2}$ ta được $a=4+\sqrt{2} \Rightarrow AM.AN=6\sqrt{2}$.