CHỦ ĐỀ 2 : PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

LÍ THUYẾT

❖ Trong không gian $Oxyz$ phương trình dạng $Ax+By+Cz+D=0$ với $A^2+B^2+C^2>0$ được gọi là phương trình tổng quát của mặt phẳng

- Phương trình mặt phẳng (P) : $(P): Ax+By+Cz+D=0$ với $A^2+B^2+C^2>0$. Có vecto pháp tuyến là $\vec{n}=(A;B;C)$
- Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M_o(x_o;y_o;z_o)$ và nhận vectơ $\vec{n}=(A;B;C)$,$\vec{n}\neq\vec{0}$ làm vectơ pháp tuyến có dạng $(P): A(x-x_o)+B(y-y_o)+C(z-z_0)=0$
- Nếu (P) có cặp vecto $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$ không cùng phương ,có giá song song hoặc nằm trên (P) thì vecto pháp tuyến của (P) được xác định $\vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]$

❖ **Các trường hợp riêng của mặt phẳng :**

Trong không gian $Oxyz$ cho mp(α): $Ax+By+Cz+D=0$, với $A^2+B^2+C^2>0$. Khi đó:

- $D=0$ khi và chỉ khi (α) đi qua gốc tọa độ.
- $A=0, B\neq 0, C\neq 0, D\neq 0$ khi và chỉ khi (α) song song với trục Ox
- $A=0, B=0, C\neq 0, D\neq 0$ khi và chỉ khi (α) song song mp (Oxy)
- $A,B,C,D\neq 0$. Đặt $a=-\dfrac{D}{A}$, $b=-\dfrac{D}{B}$, $c=-\dfrac{D}{C}$ Khi đó $(\alpha): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$

❖ **Vị trí tương đối của hai mặt phẳng**

Trong không gian $Oxyz$ cho mp(α): $Ax+By+Cz+D=0$ và (α'): $A'x+B'y+C'z+D'=0$

- (α) cắt (α') $\Leftrightarrow \begin{cases} AB'\neq A'B \\ BC'\neq B'C \\ CB'\neq C'B \end{cases}$ $(\alpha)//(\alpha')$ $\Leftrightarrow \begin{cases} AB'=A'B \\ BC'=B'C \\ CB'=C'B \end{cases}$ và $AD'\neq A'D$
- $(\alpha)\equiv(\alpha')$ $\Leftrightarrow \begin{cases} AB'=A'B \\ BC'=B'C \\ CB'=C'B \\ AD'=A'D \end{cases}$
- **Đặc biệt:** $(\alpha)\perp(\alpha')$ $\Leftrightarrow \vec{n_1}.\vec{n_2}=0 \Leftrightarrow A.A'+B.B'+C.C'=0$

❖ **Góc giữa hai mặt phẳng:**

Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $\left(0^o\leq\varphi\leq 90^o\right)$

$(P): Ax+By+Cz+D=0$ và $(Q): A'x+B'y+C'z+D'=0$

- $$\cos\varphi=\left|\cos(\vec{n_P},\vec{n_Q})\right|=\frac{\left|\vec{n_P}.\vec{n_Q}\right|}{\left|\vec{n_P}\right|.\left|\vec{n_Q}\right|}=\frac{\left|A.A'+B.B'+C.C'\right|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}.\sqrt{A'^2+B'^2+C'^2}}$$

VÍ DỤ MINH HỌA

VÍ DỤ 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(m;0;0)$, $N(0;n;0)$ và $P(0;0;p)$ Với m, n, p là các số dương thay đổi thỏa $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{p}=3$. Mặt phẳng (MNP) luôn đi qua điểm:

A. $F(3;3;3)$. **B.** $E\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$. **C.** $H\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $G(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng (MNP) là: $\frac{x}{m}+\frac{y}{n}+\frac{z}{p}=1$.

Mà: $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{p}=3\Rightarrow\frac{1}{3m}+\frac{1}{3n}+\frac{1}{3p}=1$. Vậy mặt phẳng (MNP) luôn đi qua $E\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

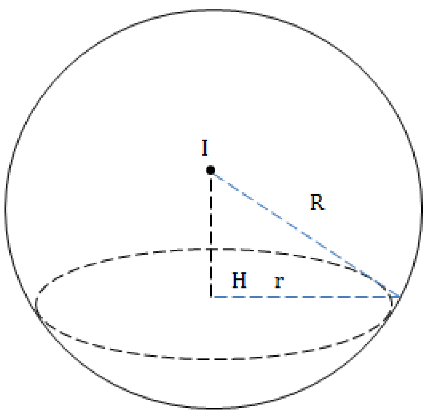
VÍ DỤ 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=12$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-3=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C) có thể tích lớn nhất. Phương trình của mặt phẳng (Q) là

A. $\left[\begin{array}{l}2x+2y-z-1=0\\2x+2y-z+11=0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}2x+2y-z-6=0\\2x+2y-z+3=0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l}2x+2y-z-4=0\\2x+2y-z+17=0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}2x+2y-z+2=0\\2x+2y-z+8=0\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=2\sqrt{3}$.

Gọi r là bán kính đường tròn (C) và H là hình chiếu của I lên (Q).

Đặt $IH=x$ ta có $r=\sqrt{R^2-x^2}=\sqrt{12-x^2}$

Vậy thể tích khối nón tạo được là $V=\frac{1}{3}.IH.S_{((C))}=\frac{1}{3}.x.\pi\left(\sqrt{12-x^2}\right)^2=\frac{1}{3}\pi\left(12x-x^3\right)$.

Gọi $f\left(x\right)=12x-x^3$ với $x\in\left(0;2\sqrt{3}\right)$. Thể tích nón lớn nhất khi $f\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất

Ta có $f'\left(x\right)=12-3x^2$; $f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow 12-3x^2=0 \Leftrightarrow x=\pm 2 \Leftrightarrow x=2$.

Bảng biến thiên :

x	0		2		$2\sqrt{3}$
f'		$+$	0	$-$	
f	0	↗	16	↘	0

Vậy $V_{\max}=\dfrac{1}{3}\pi 16=\dfrac{16\pi}{3}$ khi $x=IH=2$.

Mặt phẳng $\left(Q\right)//\left(P\right)$ nên $\left(Q\right):2x+2y-z+a=0$

Và $d\left(I;\left(Q\right)\right)=IH \Leftrightarrow \dfrac{\left|2.1+2\left(-2\right)-3+a\right|}{\sqrt{2^2+2^2+\left(-1\right)^2}}=2 \Leftrightarrow \left|a-5\right|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=11\\a=-1\end{array}\right.$.

Vậy mặt phẳng $\left(Q\right)$ có phương trình $2x+2y-z-1=0$ hoặc $2x+2y-z+11=0$.

VÍ DỤ 3: Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H\left(1;2;3\right)$ là trực tâm của ΔABC với A,B,C là ba điểm lần lượt nằm trên các trục Ox,Oy,Oz (khác gốc tọa độ). Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C là

A. $3x+y+2z-9=0$ **B.** $x+2y+3z-14=0$ **C.** $3x+2y+z-10=0$ **D.** $\dfrac{x}{1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{3}=1$

Lời giải

Chọn B

Giả sử $A\left(a;0;0\right),B\left(0;b;0\right),C\left(0;0;c\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}\left(1-a;2;3\right);\overrightarrow{BH}\left(1;2-b;3\right);\overrightarrow{BC}\left(0;-b;c\right);\overrightarrow{AC}\left(-a;0;c\right)$

Do H là trực tâm nên ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0\\\overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2b+3c=0\\-a+3c=0\end{cases}$

Phương trình mặt phẳng $\left(ABC\right):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$. Vì $H\in\left(ABC\right)\Rightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1$.

Do đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases}-2b+3c=0\\-a+3c=0\\\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2b\\c=\dfrac{2b}{3}\\\dfrac{1}{2b}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{9}{2b}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=14\\b=7\\c=\dfrac{14}{3}\end{cases}$.

Vậy phương trình mặt phẳng $\left(ABC\right):\dfrac{x}{14}+\dfrac{y}{7}+\dfrac{3z}{14}=1 \Leftrightarrow x+2y+3z-14=0$.

VÍ DỤ 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-2y-2z-5=0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$. Tìm phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S)

A. $x-2y-2z+1=0$.
B. $-x+2y+2z+5=0$.
C. $x-2y-2z-23=0$.
D. $-x+2y+2z+17=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-3)$ và bán kính $R=2$.

Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).

Phương trình (Q) có dạng: $x-2y-2z+D=0$ $(D\neq -5)$.

(Q) tiếp xúc với (S) khi và chỉ khi $d(I,(Q))=R \Leftrightarrow \dfrac{|1-2.(-2)-2.(-3)+D|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=2$

$\Leftrightarrow |D+11|=6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D+11=6 \\ D+11=-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=-5 \\ D=-17 \end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện suy ra $D=-17$.

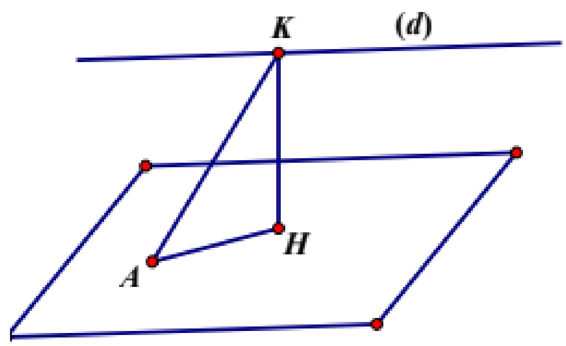
Vậy phương trình của (Q) là $x-2y-2z-17=0 \Leftrightarrow -x+2y+2z+17=0$.

VÍ DỤ 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Ozyz$ cho điểm $A(2;-1;-2)$ và đường thẳng (d) có phương trình $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng (d) và khoảng cách từ đường thẳng d tới mặt phẳng (P) là lớn nhất. Khi đó mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $x+3y+2z+10=0$.
B. $x-2y-3z-1=0$.
C. $3x+z+2=0$.
D. $x-y-6=0$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $K(x;y;z)$ là hình chiếu vuông góc của A lên d. Tọa độ của K là nghiệm của hệ

$\begin{cases} -x+1=y-1 \\ y-1=-z+1 \\ x-y+z-1=0 \end{cases} \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow K(1;1;1)$.

Ta có $d((d),(P))=d(K,(P))=KH\le KA=\sqrt{14}$. Nên khoảng cách từ d đến (P) đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{14}$ khi mặt phẳng (P) qua A và vuông góc với $\overrightarrow{KA}$. Khi đó có thể chọn VTPT của (P) là $\overrightarrow{KA}$. Vậy (P) vuông góc với mặt phẳng $3x+z+2=0$.

VÍ DỤ 6: Trong không gian $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(0;8;2)$, $B(9;-7;23)$ và mặt cầu (S) có phương trình $(S):(x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$. Mặt phẳng $(P): x+by+cz+d=0$ đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Giá trị của $b+c+d$ khi đó là

A. $b+c+d=2$. **B.** $b+c+d=4$. **C.** $b+c+d=3$. **D.** $b+c+d=1$

Lời giải

Chọn C

Vì $A\in(P)$ nên ta $8b+2c+d=0 \Leftrightarrow d=-8b-2c \Rightarrow (P): x+by+cz-(8b+2c)=0$.

Do (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên $d(I;(P))=R \Leftrightarrow \dfrac{|5-11b+5c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=6\sqrt{2}$.

Ta có: $d(B;(P))=\dfrac{|9-7b+23c-8b-2c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=\dfrac{|(5-11b+5c)+4(1-b+4c)|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}$

$\Rightarrow d(B;(P))\le \dfrac{|5-11b+5c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}+4\dfrac{|1-b+4c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}} \Leftrightarrow d(B;(P))\le 6\sqrt{2}+4\dfrac{|1-b+4c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}$

$\overset{Cosi-Svac}{\Leftrightarrow} d(B;(P))\le 6\sqrt{2}+4\dfrac{\sqrt{(1+1+16)(1+b^2+c^2)}}{\sqrt{1+b^2+c^2}} \Leftrightarrow d(B;(P))\le 18\sqrt{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} 1=-b=\dfrac{c}{4} \\ \dfrac{|5-11b+5c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=6\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-1 \\ c=4 \\ d=0 \end{cases}$.

Vậy $P_{\max}=18\sqrt{2}$ khi $b+c+d=3$.

DẠNG 1 Xác định vecto pháp tuyến của mặt phẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$ là

A. $\vec{n}=(-3;-6;-2)$ **B.** $\vec{n}=(3;6;-2)$ **C.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$ **D.** $\vec{n}=(2;-1;3)$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-3=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $(2;1;1)$. **B.** $(3;-1;-1)$. **C.** $(-2;1;-1)$. **D.** $(-2;1;1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận véc tơ $\vec{n}(3;1;-7)$ là một véc tơ pháp tuyến?

A. $3x+y-7z-3=0$. **B.** $3x-y-7z+1=0$.
C. $3x+y-7=0$. **D.** $3x+z+7=0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-3)$?

A. $x+2y-3z-1=0$. **B.** $x+2y+3z+1=0$. **C.** $x-2y+3z-3=0$. **D.** $2x-3y+z+1=0$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-z+2=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3=(3;0;-1)$. **B.** $\vec{n}_2=(3;-1;2)$. **C.** $\vec{n}_1=(0;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_4=(3;-1;0)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) ?

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;-1;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(0;1;0)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;0;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;1)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$ có tâm là điểm nào dưới đây?

A. $M(1;2;-3)$. **B.** $N(-1;-2;3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $Q(-1;-2;-3)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x+3y-z=0$. Vec tơ nào sau đây là một vec tơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(10;15;5)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(-4;-6;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(-1;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(4;6;-2)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng P cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A\;1;0;0$, $B\;0;2;0$, $C\;0;0;1$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của P?

A. $\overrightarrow{n_4}=\;2;1;3$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=\;-2;1;3$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=\;2;1;-3$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=\;2;1;2$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x+y+z+3=0$. Một vectơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{v}=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{u}=(0;1;-2)$. **C.** $\overrightarrow{w}=(1;-2;0)$. **D.** $\vec{n}=(-2;1;1)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+5=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(2;3;5)$ **B.** $\overrightarrow{n_3}=(-2;3;5)$.

C. $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;5)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;0)$.

Câu 12: **(Sở GD-ĐT Nghệ An - Lần 2 - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $6x+12y-4z+5=0$ là

A. $\vec{n}=(6;12;4)$. **B.** $\vec{n}=(3;6;-2)$. **C.** $\vec{n}=(3;6;2)$. **D.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+5=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;3;5)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;5)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(-2;3;5)$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;-1;0)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(1;0;1)$. **D.** $(1;-1;1)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-z+2=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(3;-1;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;0;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(0;3;-1)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-4y+6z-9=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(2;6;9)$. **B.** $\vec{n}=(2;-4;9)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z+3=0$. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{a}=(2;-3;-1)$. **B.** $\vec{b}=(2;-3;1)$. **C.** $\vec{c}=(2;3;-1)$. **D.** $\vec{d}=(2;3;1)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-2z=0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{u}(-2;1;1)$. **B.** $\vec{u}(1;1;-2)$. **C.** $\vec{u}(1;1;2)$. **D.** $\vec{u}(2;1;1)$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng AB với $A(2;-1;1)$, $B(3;0;2)$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(5;-1;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(1;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;-1;1)$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x+y+z+3=0$. Một vectơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{v}=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{u}=(0;1;-2)$. **C.** $\overrightarrow{w}=(1;-2;0)$. **D.** $\vec{n}=(-2;1;1)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-4y+6z-9=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(2;6;9)$. **B.** $\vec{n}=(2;-4;9)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $(1;2;-1)$ **B.** $(1;2;0)$ **C.** $(1;-2;0)$ **D.** $(-1;2;0)$

Câu 24: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-3y-2z-6=0$. Vectơ nào ***không phải*** là vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n}=(1;-3;-2)$. **B.** $\vec{n_1}=(-1;3;2)$. **C.** $\vec{n_2}=(1;3;2)$. **D.** $\vec{n_3}=(-2;6;4)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z+3=0$. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+5=0$. Véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;3;5)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;5)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(-2;3;5)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+3z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n}=(2;3;-1)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;0)$. **C.** $\vec{n}=(-2;0;-3)$. **D.** $\vec{n}=(2;0;-3)$.

Câu 28: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-1=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;2;0)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;0)$. **C.** $\vec{n}=(-2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;-1)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với mặt phẳng $P: x+2y+3z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-4)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;-4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-4;1;2)$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2y+4z-1=0$.Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(1;-2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-4)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(1;2;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;2;4)$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x-3y-z=0$?

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;-3;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;3;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;3;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-3;0)$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-1)$. Tọa độ một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

A. $(1;1;2)$. **B.** $(-2;2;-1)$. **C.** $(1;-1;2)$. **D.** $(-1;-1;2)$

Câu 33: CTrong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3)$, $B(4;0;1)$, $C(-10;5;3)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

A. $(1;2;2)$. **B.** $(1;-2;2)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(1;8;2)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+4y+2z-4=0$ có bán kính R là

A. $\sqrt{5}$ **B.** 2. **C.** 25. **D.** 5.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{-3}$ và $\Delta_2: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$ là

A. $\vec{n}=(6;7;4)$. **B.** $\vec{n}=(6;7;4)$. **C.** $\vec{n}=(6;7;4)$. **D.** $\vec{n}=(6;7;4)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(-1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;-2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(-1;2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-1;1)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(-1;2;3), B(3;0;1)$. Véc tơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng trung trực đoạn AB?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(4;2;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-1;-1)$.

Câu 38: Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;1)$; $B(-1;0;2)$; $C(3;0;1)$ nhận véc tơ nào dưới đây làm véc tơ pháp tuyến?

A. $\overrightarrow{n_3}=(-1;1;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-1;4)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-2;8)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;1;4)$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng

$d: \begin{cases} x=1-2t \\ y=2+t \\ z=3+4t \end{cases}$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}(2;1;4)$. **B.** $\vec{n}(1;2;-3)$. **C.** $\vec{n}(-2;1;4)$. **D.** $\vec{n}(1;2;3)$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;0;0)$, $B(1;4;2)$. Mặt phẳng (P) qua B cách A một khoảng lớn nhất có một véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b;1)$. Tính $T=a.b$.

A. $T=2$. **B.** $T=-8$. **C.** $T=-2$. **D.** $T=4$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$ là

A. $\vec{n}=(-3;-6;-2)$ **B.** $\vec{n}=(3;6;-2)$ **C.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$ **D.** $\vec{n}=(2;-1;3)$

Lời giải

Chọn B

VTPT của mặt phẳng cùng phương với:

$\overrightarrow{n_1}=\left(-\frac{1}{2};-1;\frac{1}{3}\right) // \overrightarrow{n_2}=(-3;-6;2) // \vec{n}=(3;6;-2)$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-3=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $(2;1;1)$. **B.** $(3;-1;-1)$. **C.** $(-2;1;-1)$. **D.** $(-2;1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ PTMP suy ra $\vec{n}=(-2;1;-1)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận véc tơ $\vec{n}(3;1;-7)$ là một véc tơ pháp tuyến?

A. $3x+y-7z-3=0$. **B.** $3x-y-7z+1=0$.

C. $3x+y-7=0$. **D.** $3x+z+7=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $3x+y-7z-3=0$ nhận véc tơ $\vec{n}(3;1;-7)$ là một véc tơ pháp tuyến.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-3)$?

A. $x+2y-3z-1=0$. **B.** $x+2y+3z+1=0$. **C.** $x-2y+3z-3=0$. **D.** $2x-3y+z+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $x+2y-3z-1=0$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-3)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-z+2=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3=(3;0;-1)$. **B.** $\vec{n}_2=(3;-1;2)$. **C.** $\vec{n}_1=(0;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_4=(3;-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $(P):3x-z+2=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_3=(3;0;-1)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;-1;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(0;1;0)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;0;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình là $y=0$

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) là $\overrightarrow{n_4}=(0;1;0)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$ có tâm là điểm nào dưới đây?

A. $M(1;2;-3)$. **B.** $N(-1;-2;3)$. **C.** $P(1;2;3)$. **D.** $Q(-1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) tâm $I(a;b;c)$, bán kính R có phương trình là: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x+3y-z=0$. Vec tơ nào sau đây là một vec tơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(10;15;5)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(-4;-6;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(-1;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(4;6;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}=(2;3;-1)$ nên vec tơ $\overrightarrow{n_1}=(4;6;-2)$ cũng là một vec tơ pháp tuyến của (α)?

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng P cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại $A\ 1;0;0$, $B\ 0;2;0$, $C\ 0;0;1$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của P?

A. $\overrightarrow{n_4}=\ 2;1;3$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=\ -2;1;3$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=\ 2;1;-3$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=\ 2;1;2$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tổng quát của mặt phẳng P là

$$P:\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1\Leftrightarrow 2x+y+2x-2=0$$

Vậy một véc-tơ pháp tuyến của P là $\overrightarrow{n_2}=\ 2;1;2$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):-2x+y+z+3=0$. Một vectơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{v}=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{u}=(0;1;-2)$. **C.** $\vec{w}=(1;-2;0)$. **D.** $\vec{n}=(-2;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):-2x+y+z+3=0$ là $\vec{n}=(-2;1;1)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-3y+5=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(2;3;5)$ **B.** $\overrightarrow{n_3}=(-2;3;5)$.

C. $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;5)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;0)$.

Lời giải

Chọn D

Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;0)$.

Câu 12: **(Sở GD-ĐT Nghệ An - Lần 2 - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $6x+12y-4z+5=0$ là

A. $\vec{n}=(6;12;4)$. **B.** $\vec{n}=(3;6;-2)$. **C.** $\vec{n}=(3;6;2)$. **D.** $\vec{n}=(-2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $6x+12y-4z+5=0$ nhận $(6;12;-4)=2(3;6;-2)$ là một vectơ pháp tuyến

$\Rightarrow$ Mặt phẳng $6x+12y-4z+5=0$ cũng nhận $\vec{n}=(3;6;-2)$ là một vectơ pháp tuyến.

Câu 13: Trong không gian *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+5=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;3;5)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;5)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(-2;3;5)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;-1;0)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(1;0;1)$. **D.** $(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) là $(0;1;0)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-z+2=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(3;-1;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;0;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(0;3;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mặt phẳng $(P): 3x-z+2=0$ nên vectơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_3}=(3;0;-1)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-4y+6z-9=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(2;6;9)$. **B.** $\vec{n}=(2;-4;9)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): 2x-4y+6z-9=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{a}=(2;-4;6)$.

Suy ra vectơ $\vec{n}=\frac{1}{2}\vec{a}=(1;-2;3)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z+3=0$. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{a}=(2;-3;-1)$. **B.** $\vec{b}=(2;-3;1)$. **C.** $\vec{c}=(2;3;-1)$. **D.** $\vec{d}=(2;3;1)$.

Lời giải

Chọn B

Vectơ pháp tuyến của $(P): 2x-3y+z-1=0$ là $\vec{a}=(2;-3;1)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-2z=0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{u}(-2;1;1)$. **B.** $\vec{u}(1;1;-2)$. **C.** $\vec{u}(1;1;2)$. **D.** $\vec{u}(2;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng AB với $A(2;-1;1)$, $B(3;0;2)$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(5;-1;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(1;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(-1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có, $(P)\perp AB \Rightarrow \overrightarrow{AB}$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Mà $\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$ do đó $\overrightarrow{n_4}=(1;1;1)$ là một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x+y+z+3=0$. Một vectơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{v}=(1;-2;3)$. **B.** $\vec{u}=(0;1;-2)$. **C.** $\vec{w}=(1;-2;0)$. **D.** $\vec{n}=(-2;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): -2x+y+z+3=0$ có một VTPT là $\vec{n}=(-2;1;1)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-4y+6z-9=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(2;6;9)$. **B.** $\vec{n}=(2;-4;9)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;3)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): 2x-4y+6z-9=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{a}=(2;-4;6)$.

Suy ra vectơ $\vec{n}=\frac{1}{2}\vec{a}=(1;-2;3)$ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $(1;2;-1)$ **B.** $(1;2;0)$ **C.** $(1;-2;0)$ **D.** $(-1;2;0)$

Lời giải

Chọn B

Vectơ pháp tuyến của $(\alpha): x+2y-1=0$ là $\vec{n}=(1;2;0)$**.** Chọn đáp án B

Câu 24: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-3y-2z-6=0$. Vectơ nào ***không phải*** là vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n}=(1;-3;-2)$. **B.** $\vec{n_1}=(-1;3;2)$. **C.** $\vec{n_2}=(1;3;2)$. **D.** $\vec{n_3}=(-2;6;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mặt phẳng $(\alpha): x-3y-2z-6=0$ nên suy ra một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}=(1;-3;-2)$.

Vậy vectơ $\vec{n_2}=(1;3;2)$ không phải là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-3z+3=0$. Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+5=0$. Véctơ nào sau đây là một véctơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(2;3;5)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;5)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(-2;3;5)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+3z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n}=(2;3;-1)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;0)$. **C.** $\vec{n}=(-2;0;-3)$. **D.** $\vec{n}=(2;0;-3)$.

Lời giải

Chọn C

$(\alpha): 2x+3z-1=0 \Rightarrow \vec{n}=(2;0;3)=-(-2;0;-3)$.

Vậy $\vec{n}=(-2;0;-3)$ là một vectơ pháp tuyến của (α).

Câu 28: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-1=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;2;0)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;0)$. **C.** $\vec{n}=(-2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;0)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với mặt phẳng $P: x+2y+3z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;2;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3;-4)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;-4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-4;1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng song song với $P: x+2y+3z-4=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;2;3)$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2y+4z-1=0$ .Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\vec{n}_3=(1;-2;4)$. **B.** $\vec{n}_1=(1;2;-4)$. **C.** $\vec{n}_2=(1;2;4)$. **D.** $\vec{n}_4=(-1;2;4)$

Lời giải

Chọn A

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(\alpha): x-3y-z=0$?

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;-3;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;3;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;3;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-3;0)$

Lời giải

Ta có $(\alpha): x-3y-z=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha}=(1;-3;-1)=\overrightarrow{n_1}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-1)$. Tọa độ một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là

A. $(1;1;2)$. **B.** $(-2;2;-1)$. **C.** $(1;-1;2)$. **D.** $(-1;-1;2)$

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\overrightarrow{AB}(2;2;0)$, $\overrightarrow{AC}(2;0;-1)$ $\Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(-2;2;-4)=-2(1;-1;2)$.

Tọa độ một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là: $\vec{n}=(1;-1;2)$.

Câu 33: CTrong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3)$, $B(4;0;1)$, $C(-10;5;3)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

A. $(1;2;2)$. **B.** $(1;-2;2)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(1;8;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;1;-2)$; $\overrightarrow{AC}=(-12;6;0)$.

Khi đó $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(12;24;24)$.

Vậy một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}=(1;2;2)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+4y+2z-4=0$ có bán kính R là

A. $\sqrt{5}$ **B.** 2. **C.** 25. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

$(S): x^2+y^2+z^2-8x+4y+2z-4=0$

$\Leftrightarrow (S): (x-4)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=25$.

Vậy mặt cầu có bán kính $R=5$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{-3}$ và $\Delta_2: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+3}{1}$ là

A. $\vec{n}=(6;7;4)$. **B.** $\vec{n}=(6;7;4)$. **C.** $\vec{n}=(6;7;4)$. **D.** $\vec{n}=(6;7;4)$.

Lời giải

Chọn A

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ_1 là $\overrightarrow{u_1}=(1;2;-3)$.

Véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ_2 là $\overrightarrow{u_2}=(2;-2;1)$.

Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}=\overrightarrow{u_1}\wedge\overrightarrow{u_2}=(-4;-7;-6)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(-1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;-2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(-1;2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng $(P): \dfrac{x}{-1}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow 2x-y+z+2=0$.

Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_4}=(2;-1;1)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(-1;2;3), B(3;0;1)$. Véc tơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng trung trực đoạn AB?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(4;2;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Véc tơ $\overrightarrow{AB}=(4;-2;-2)=2(2;-1;-2)$ là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng trung trực đoạn AB .

Câu 38: Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;1)$; $B(-1;0;2)$; $C(3;0;1)$ nhận véc tơ nào dưới đây làm véc tơ pháp tuyến?

A. $\overrightarrow{n_3}=(-1;1;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-1;4)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-2;8)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;1;4)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;1)$; $B(-1;0;2)$; $C(3;0;1)$ song song với giá của 2 véc-tơ không cùng phương $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ $\Rightarrow \vec{n} = \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2;-2;1)$; $\overrightarrow{AC} = (2;-2;0)$

$\Rightarrow \vec{n} = \left(\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} \right) = (0+2;2+0;4+4) = (2;2;8) \Rightarrow \vec{n} = 2\overrightarrow{n_2}$

Vậy mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;1)$; $B(-1;0;2)$; $C(3;0;1)$ nhận véc tơ $\overrightarrow{n_2} = (1;1;4)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) vuông góc với đường thẳng

$d: \begin{cases} x = 1-2t \\ y = 2+t \\ z = 3+4t \end{cases}$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}(2;1;4)$. **B.** $\vec{n}(1;2;-3)$. **C.** $\vec{n}(-2;1;4)$. **D.** $\vec{n}(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\vec{n}$ là VTPT của mặt phẳng (α).

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u}(-2;1;4)$.

Theo giả thiết: mặt phẳng $(\alpha) \perp d \Rightarrow \vec{n} = \vec{u}$.

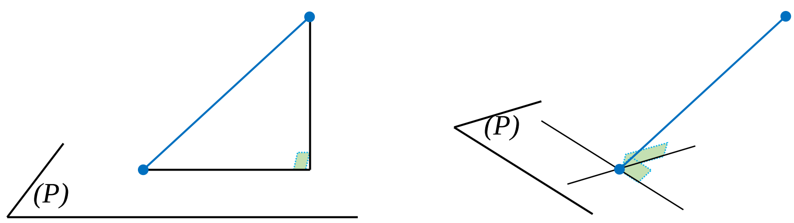
Như vậy, mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(-2;1;4)$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;0;0)$, $B(1;4;2)$. Mặt phẳng (P) qua B cách A một khoảng lớn nhất có một véctơ pháp tuyến $\vec{n} = (a;b;1)$. Tính $T = a.b$.

A. $T = 2$. **B.** $T = -8$. **C.** $T = -2$. **D.** $T = 4$.

Lời giải

Chọn C



- Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P)

$\mathrm{d}(A;(P)) = AH \le AB \Rightarrow \max \mathrm{d}(A;(P)) = AB$ khi $H \equiv B$

- Khi đó: $AB \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{AB} = (-2;4;2) = 2(-1;2;1)$

Vậy: (P) có một véctơ pháp tuyến $\vec{n} = (-1;2;1) = (a;b;1) \Rightarrow a = -1$, $b = 2 \Rightarrow a.b = -2$.

DẠNG 2 Viết phương trình mặt phẳng dùng đường thẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây chứa trục Oy?

A. $y+2z=0$. **B.** $3x+2y=0$. **C.** $2x+3z=0$. **D.** $x-2z+1=0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;1;3)$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với đường thẳng AC có phương trình là

A. $3x-2y+z-4=0$. **B.** $3x-2y+z+4=0$.

C. $3x-2y+z-12=0$. **D.** $3x+2y+z-4=0$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(0;2;3)$. Mặt phẳng đi qua I và vuông góc với trục Oz có phương trình là

A. $3y-2z=0$. **B.** $z+3=0$. **C.** $z-3=0$. **D.** $y-2=0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và chứa $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$ có phương trình là:

A. $5x-3y-z-8=0$. **B.** $5x+3y+z-2=0$.

C. $3x-5y-7z+8=0$. **D.** $3x+5y+7z-14=0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x+2y+z+3=0$. **B.** $x-2y-z=0$.

C. $2x+2y+z-3=0$. **D.** $x-2y-z-2=0$

Câu 6: **Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d là**

A. $3x-2y-z-7=0$. **B.** $x-y+2z=0$. **C.** $2x+z=0$. **D.** $x-y+2z+2=0$.

Câu 7: Trong gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $x+2y+5z-5=0$. **B.** $x+y+5z-5=0$. **C.** $2x+y+5z-5=0$. **D.** $2x-y+5z-5=0$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(3;-1;0)$, $B(0;-2;2)$, $C(-4;0;-1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với (ABC) có phương trình là

A. $4x-2y+3z+10=0$. **B.** $4x-2y+3z-14=0$.

C. $-4x-2y+3z+10=0$. **D.** $-4x+2y-3z-14=0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây song song với trục Ox?

A. $(P):z=0$. **B.** $(Q):x+y+1=0$. **C.** $(R):x+z+1=0$. **D.** $(S):y+z+1=0$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;-1;1),B(1;0;1)$ và mặt phẳng $(\alpha):x-2y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (β) chứa A,B và vuông góc với (α) là

A. $2x-y+z-1=0$. **B.** $2x+y-z+3=0$. **C.** $x-2y+3z+1=0$. **D.** $x+y+z-2=0$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;3)$ và $N(4;3;-5)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $x+y-4z-9=0$. **B.** $x+y+4z-15=0$. **C.** $x+y+4z+15=0$. **D.** $x+y-4z+9=0$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\ 3;-1;1\ ,B\ 1;2;4$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là:

A. $-2x+3y+3z-6=0$. **B.** $-2x+3y+3z-16=0$.

C. $2x-3y-3z-6=0$. **D.** $2x-3y-3z-16=0$

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;3)$, (P) vuông góc với mặt phẳng $(Q):3x-y+z=0$ đồng thời (P) song song với trục hoành. Biết rằng phương trình của (P) có dạng $ax+2y+cz+d=0$, giá trị của biểu thức $T=a^2-c+d$ là

A. $T=-12$. **B.** $T=-6$. **C.** $T=-10$. **D.** $T=-4$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$ và điểm $A(1;-2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $x-y+2z+9=0$. **B.** $x-y+2z-9=0$.

C. $x-2y+3z-9=0$. **D.** $x-2y+3z-14=0$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+1}{2}$. Mặt phẳng đi qua A và chứa đường thẳng Δ có phương trình là

A. $4x-y-4z-7=0$. **B.** $4x-y+4z-7=0$

C. $4x+y+4z-9=0$. **D.** $4x+y+4z-7=0$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $A(1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục Ox. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+(y-2)+(z+3)^2=\sqrt{13}$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)+(z+3)^2=13$.

C. $(x-1)^2+(y+2)+(z+3)^2=\sqrt{13}$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)+(z+3)^2=13$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$, $d_2:\begin{cases}x=t\\y=3\\z=-2+t\end{cases}$. Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả d_1,d_2 và tiếp xúc với mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-3=0$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\ 1;-1;3$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt d_2. Mặt phẳng P đi qua gốc tọa độ và chứa đường thẳng d có một vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=\ a;b;1$. Khi đó a^2+b^2 bằng

A. 65. **B.** 68. **C.** 64. **D.** 73.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(Q):x-y+2z=0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;-1;2)$, song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q).

A. $x+y-1=0$. **B.** $-5x+3y+3=0$. **C.** $x+y+1=0$. **D.** $-5x+3y-2=0$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây chứa trục Oy?

A. $y+2z=0$. **B.** $3x+2y=0$. **C.** $2x+3z=0$. **D.** $x-2z+1=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: mặt phẳng chứa trục Oy là $2x+3z=0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;3;2)$, $B(1;2;1)$, $C(4;1;3)$. Mặt phẳng đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với đường thẳng AC có phương trình là

A. $3x-2y+z-4=0$. **B.** $3x-2y+z+4=0$.

C. $3x-2y+z-12=0$. **D.** $3x+2y+z-4=0$.

Lời giải

Chọn A

G là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_c}{3}=\dfrac{1+1+4}{3}=2 \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_c}{3}=\dfrac{3+2+1}{3}=2 \\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_c}{3}=\dfrac{2+1+3}{3}=2 \end{cases}$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm và vuông góc với đường thẳng AC nên $\vec{n}_P=\overrightarrow{AC}=(3;-2;1)$.

Khi đó (P) đi qua trọng tâm G của tam giác ABC và $\vec{n}_P=(3;-2;1)$

$\Rightarrow (P):3(x-2)-2(y-2)+(z-2)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-4=0$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(0;2;3)$. Mặt phẳng đi qua I và vuông góc với trục Oz có phương trình là

A. $3y-2z=0$. **B.** $z+3=0$. **C.** $z-3=0$. **D.** $y-2=0$.

Lời giải

Mặt phẳng vuông góc với Oz nhận $\vec{k}=(0;0;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Phương trình mặt phẳng: $z-3=0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và chứa $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$ có phương trình là:

A. $5x-3y-z-8=0$. **B.** $5x+3y+z-2=0$.

C. $3x-5y-7z+8=0$. **D.** $3x+5y+7z-14=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d có $\begin{cases} I(2;1;-1) \\ \vec{u}_d=(1;2;-1). \end{cases}$

Vì (P) chứa d và đi qua A nên ta có $\vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{IA},\vec{u}_d\right]=(5;-3;-1)$.

Khi đó (P) có $\begin{cases} A(1;-2;3) \\ \vec{n}_{(P)} = (5;-3;-1) \end{cases}$ nên $(P): 5(x-1)-3(y+2)-(z-3)=0$

$\Leftrightarrow 5x-3y-z-8=0.$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x+2y+z+3=0$. **B.** $x-2y-z=0$.

C. $2x+2y+z-3=0$. **D.** $x-2y-z-2=0$

Lời giải

Chọn C

VTPT mặt phẳng cần tìm bằng VTCP của Δ là $(2;2;1)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm: $2(x-1)+2(y-1)+(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-3=0$.

Câu 6: **Trong không gian** $Oxyz$ **, cho đường thẳng** $d: \dfrac{x+3}{1} = \dfrac{y-2}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$ **. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm** $M(2;0;-1)$ **và vuông góc với** d **là**

A. $3x-2y-z-7=0$. **B.** $x-y+2z=0$. **C.** $2x+z=0$. **D.** $x-y+2z+2=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có véc tơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(1;-1;2)$

Gọi mặt phẳng đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và vuông góc với d là (P)

Vì $d \perp (P)$ nên $\vec{u}=(1;-1;2)$ là một véc tơ pháp tuyến của (P)

Khi đó, phương trình mặt phẳng (P) là $(x-2)-y+2(z+1)=0 \Leftrightarrow x-y+2z=0$

Câu 7: Trong gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $x+2y+5z-5=0$. **B.** $x+y+5z-5=0$. **C.** $2x+y+5z-5=0$. **D.** $2x-y+5z-5=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;-2;-5)$.

Mặt phẳng qua $A(2;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng BC nhận vectơ $\overrightarrow{BC}=(-1;-2;-5)$ là một vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $-(x-2)-2(y+1)-5(z-1)=0$ $\Leftrightarrow -x-2y-5z+5=0 \Leftrightarrow x+2y+5z-5=0$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(3;-1;0)$, $B(0;-2;2)$, $C(-4;0;-1)$. Mặt phẳng (P) đi qua A, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với (ABC) có phương trình là

A. $4x-2y+3z+10=0$. **B.** $4x-2y+3z-14=0$.

C. $-4x-2y+3z+10=0$. **D.** $-4x+2y-3z-14=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) đi qua A, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với (ABC) nhận $\overrightarrow{BC}=(-4;2;-3)$ làm vectơ pháp tuyến.

$\Rightarrow$ phương trình (ABC) là $-4(x-3)+2(y+1)-3z=0 \Leftrightarrow 4x-2y+3z-14=0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây song song với trục Ox?

A. $(P): z=0$. **B.** $(Q): x+y+1=0$. **C.** $(R): x+z+1=0$. **D.** $(S): y+z+1=0$.

Lời giải

Chọn D

Vectơ đơn vị trên trục Ox là $\vec{i}=(1;0;0)$.

Mặt phẳng $(S): y+z+1=0$ không đi qua gốc tọa độ O và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(0;1;1)$, $\vec{n}.\vec{i}=0 \Leftrightarrow \vec{n}\perp\vec{i}$ nên mặt phẳng (S) song song với trục Ox.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;-1;1), B(1;0;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-3=0$. Phương trình mặt phẳng (β) chứa A, B và vuông góc với (α) là

A. $2x-y+z-1=0$. **B.** $2x+y-z+3=0$. **C.** $x-2y+3z+1=0$. **D.** $x+y+z-2=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;1;0)$. Phương trình mặt phẳng (β) chứa A, B và vuông góc với (α) nên

$\overrightarrow{n_\beta}\perp\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{n_\beta}\perp\overrightarrow{n_\alpha} \Rightarrow \overrightarrow{n_\beta}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_\alpha}\right]=(1;1;1) \Rightarrow (\beta): x-1+y-0+z-1=0 \Rightarrow x+y+z-2=0$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;3)$ và $N(4;3;-5)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là

A. $x+y-4z-9=0$. **B.** $x+y+4z-15=0$. **C.** $x+y+4z+15=0$. **D.** $x+y-4z+9=0$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{MN}=(2;2;-8) \Rightarrow \vec{n}=(1;1;-4)$.

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $MN \Rightarrow I(3;2;-1)$.

Mặt trung trung trực của MN đi qua $I(3;2;-1)$, VTPT $\vec{n}=(1;1;-4)$ có phương trình là $1(x-3)+1(y-2)-4(z+1)=0 \Leftrightarrow x+y-4z-9=0$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\ 3;-1;1$, $B\ 1;2;4$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là:

A. $-2x+3y+3z-6=0$. **B.** $-2x+3y+3z-16=0$.

C. $2x-3y-3z-6=0$. **D.** $2x-3y-3z-16=0$

Lời giải

Chọn C

Vì mặt phẳng vuông góc với AB nên nó nhận vectơ $\overrightarrow{AB}=\ -2;3;3$ là vectơ pháp tuyến.

Mặt phẳng đi qua điểm $A\ 3;-1;1$ nên phương trình mặt phẳng là: $2x-3y-3z-6=0$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;3)$, (P) vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x-y+z=0$ đồng thời (P) song song với trục hoành. Biết rằng phương trình của (P) có dạng $ax+2y+cz+d=0$, giá trị của biểu thức $T=a^2-c+d$ là

A. $T=-12$. **B.** $T=-6$. **C.** $T=-10$. **D.** $T=-4$.

Lời giải

Chọn A

Trục hoành Ox có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$.

$(Q): 3x-y+z=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(3;-1;1)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{n_{(Q)}};\vec{i}\right]=(0;1;1)$

(P) vuông góc với mặt phẳng (Q), đồng thời (P) song song với trục hoành

$\Rightarrow (P)$ có VTPT $\vec{n}=(0;1;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $0(x-1)+1(y-2)+1(z-3)=0$

$\Leftrightarrow y+z-5=0 \Leftrightarrow 2y+2z-10=0$. Suy ra $a=0, c=2, d=-10 \Rightarrow T=a^2-c+d=-12$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$ và điểm $A(1;-2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $x-y+2z+9=0$. **B.** $x-y+2z-9=0$.

C. $x-2y+3z-9=0$. **D.** $x-2y+3z-14=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-1;2)$

Khi đó phương trình của mặt phẳng này là: $1(x-1)-1(y+2)+2(z-3)=0 \Leftrightarrow x-y+2z-9=0$

.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z+1}{2}$. Mặt phẳng đi qua A và chứa đường thẳng Δ có phương trình là

A. $4x-y-4z-7=0$. **B.** $4x-y+4z-7=0$

C. $4x+y+4z-9=0$. **D.** $4x+y+4z-7=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;1;-1)$ có VTCP $\vec{u}(-1;-4;2)$; $\overrightarrow{AM}(1;0;-1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và chứa đường thẳng Δ.

Gọi $\vec{n}$ là VTPT của mặt $(P) \Rightarrow \begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ \vec{n} \perp \overrightarrow{AM} \end{cases} \Rightarrow \vec{n}=\left[\vec{u},\overrightarrow{AM}\right]=(4;1;4)$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): 4(x-2)+1(y-1)+4(z-0)=0 \Leftrightarrow 4x+y+4z-9=0$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $A(1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục Ox. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+(y-2)+(z+3)^2=\sqrt{13}$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)+(z+3)^2=13$.

C. $(x-1)^2+(y+2)+(z+3)^2=\sqrt{13}$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)+(z+3)^2=13$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu vuông góc của $A(1;2;-3)$ trên trục Ox là $H(1;0;0)$

Mặt cầu (S) có tâm $A(1;2;-3)$ và tiếp xúc với trục Ox.

Mặt cầu (S) có bán kính $r=d(A,Ox)=AH=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$

Vậy Phương trình của mặt cầu (S) là: $(x-1)^2+(y-2)+(z+3)^2=13$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$, $d_2:\begin{cases}x=t\\y=3\\z=-2+t\end{cases}$. Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả d_1,d_2 và tiếp xúc với mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z-3=0$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Theo bài ra $\begin{cases}(P)//d_1\\(P)//d_2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{n_p}\perp\overrightarrow{u_1}\\\overrightarrow{n_p}\perp\overrightarrow{u_2}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{n_p}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-1;2;-1)$ cùng phương $\vec{n}=(1;2;-1)$

Phương trình $mp(P):x+2y-z+m=0$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1),R=\sqrt{6}$. Theo điều kiện tiếp xúc của mặt cầu và mặt phẳng

$R=d(I,(P))\Leftrightarrow\dfrac{|2+m|}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\m=-8\end{array}\right.$

Kiểm tra điều kiện song song của d_1,d_2 với (P).

Lấy $A(2;1;1)\in d_1,B(0;3;-2)\in d_2$ khi đó

$\begin{cases}A\notin(P)\\B\notin(P)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2+2-2+m\neq0\\0+6-(-2)\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq-2\\m\neq-8\end{cases}$

Suy ra $m=4$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A\ 1;-1;3$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-1}{-2}$, $d_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{1}$. Đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt d_2. Mặt phẳng P đi qua gốc tọa độ và chứa đường thẳng d có một vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=\ a;b;1$. Khi đó a^2+b^2 bằng

A. 65. **B.** 68. **C.** 64. **D.** 73.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{u_{d_1}} = \ 1;4;-2\ $; $\overrightarrow{u_{d_2}} = \ 1;-1;1\ $.

Gọi đường thẳng d cắt đường thẳng d_2 tại $B\ \ 2+t;-1-t;1+t\ \ \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \ 1+t;-t;t-2\ $.

Đường thẳng d đi qua hai điểm A và B nên $\overrightarrow{AB}$ là một vecto chỉ phương của d $\Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \ 1+t;-t;t-2\ $.

Mà đường thẳng d vuông góc với $d_1 \Rightarrow \overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{u_{d_1}} = 0 \Leftrightarrow 1+t-4t-2\ \ t-2\ \ = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

$\Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \ 2;-1;-1\ $.

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} O \in\ P \\ d \subset\ P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} O \in\ P \\ A \in d \Rightarrow A \in\ P \\ \overrightarrow{n_{\ P}} \perp \overrightarrow{u_d} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} O \in\ P \\ \overrightarrow{n_{\ P}} \perp \overrightarrow{OA} \\ \overrightarrow{n_{\ P}} \perp \overrightarrow{u_d} \end{cases}$.

$\left[\overrightarrow{OA};\overrightarrow{u_d}\right] = \ 4;7;1\ \ \Rightarrow \overrightarrow{n_{\ P}} = \ 4;7;1\ \ \Rightarrow a = 4; b = 7 \Rightarrow a^2 + b^2 = 65$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 2z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;-1;2)$, song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q).

A. $x + y - 1 = 0$. **B.** $-5x + 3y + 3 = 0$. **C.** $x + y + 1 = 0$. **D.** $-5x + 3y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

$\Delta: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-1}{1} \Rightarrow \Delta$ có VTCP $\vec{a} = (2;-2;1)$.

$(Q): x - y + 2z = 0 \Rightarrow (Q)$ có VTPT $\vec{n}_Q = (1;-1;2)$.

mặt phẳng (P) song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên (P) có VTPT $\vec{n} = \left[\vec{a}, \vec{n}_Q\right] = (-3;-3;0) = -3(1;1;0)$.

(P) đi qua điểm $A(0;-1;2)$ và có VTPT $(1;1;0)$ nên có phương trình:

$$1(x-0) + 1(y+1) + 0(z-2) = 0 \Leftrightarrow x + y + 1 = 0.$$

DẠNG 2 Vị trí tương đối giữa hai mặt phẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-3z+8=0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (α)?

A. $x-3y+3z-7=0$. **B.** $3x-3y+z-7=0$.
C. $x-2y+z+8=0$. **D.** $x+2y-z-8=0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-3y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(Q): 2x-6y+mz-m=0$, m là tham số thực. Tìm m để (P) song song (Q) với.

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-10$. **D.** $m=-6$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-2y+z+11=0$. **B.** $2x-y+3z-14=0$.
C. $3x-2y+z-11=0$. **D.** $2x-y+3z+14=0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2;-2;-1)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): x-y+2z+5=0$ có phương trình là

A. $x-y+2z+2=0$. **B.** $x-y-2z-6=0$. **C.** $x-y+2z-2=0$. **D.** $-x+y+2z-2=0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây song song với trục Ox?

A. $(P): z=0$. **B.** $(Q): x+y+1=0$. **C.** $(R): x+z+1=0$. **D.** $(S): y+z+1=0$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+my+3z-5=0$ và $(Q): nx-8y-6z+2=0$ song song với nhau. Tính tổng $S=m+n$.

A. $S=-8$. **B.** $S=-16$. **C.** $S=8$. **D.** $S=0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(2;0;-1)$, $Q(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x+2y-z+5=0$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua P, Q và vuông góc với (P), phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $(\alpha): 7x-11y-z+1=0$. **B.** $(\alpha): -7x+11y+z-3=0$.
C. $(\alpha): 7x-11y+z-1=0$. **D.** $(\alpha): -7x+11y+z+15=0$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\beta): 3x-y+2z+4=0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (β).

A. $(\alpha): 3x-y-2z+6=0$. **B.** $(\alpha): 3x+y-2z-12=0$.
C. $(\alpha): 3x-y+2z+6=0$. **D.** $(\alpha): 3x-y+2z-6=0$

Câu 9: Cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;4)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 6x-5y+z-7=0$. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $6x-5y+z-25=0$. **B.** $6x-5y+z+25=0$.**C.** $6x-5y+z-7=0$. **D.** $6x-5y+z+17=0$
.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$. Mặt phẳng $(Q): ax+by+cz+2=0$ song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3, biết rằng a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x+m^2y-2z+1=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\beta): m^2x-y+(m^2-2)z+2=0$ khi và chỉ khi

A. $|m|=\sqrt{3}$. **B.** $|m|=\sqrt{2}$. **C.** $|m|=1$. **D.** $|m|=2$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+y-3z+8=0$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (α)?

A. $x-3y+3z-7=0$. **B.** $3x-3y+z-7=0$.

C. $x-2y+z+8=0$. **D.** $x+2y-z-8=0$.

Lời giải

Chọn B

- Mặt phẳng (α) có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(2;1;-3)$.
- Mặt phẳng $(P): 3x-3y+z-7=0$ có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_{(P)}}=(3;-3;1)$.
- Ta có $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}.\overrightarrow{n_{(p)}}=2.3+1.(-3)+(-3).1=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{(\alpha)}} \perp \overrightarrow{n_{(p)}}$. Vậy $(\alpha)\perp(P)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-3y+2z-3=0$ và mặt phẳng $(Q): 2x-6y+mz-m=0$, m là tham số thực. Tìm m để (P) song song (Q) với.

A. $m=4$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-10$. **D.** $m=-6$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện để (P) song song (Q) là tồn tại số thực k sao cho $\vec{n}_P=k.\vec{n}_Q$ và $-km\neq-3$.

Suy ra: $\begin{cases} 1=k.2 \\ -3=k.(-6) \\ 2=k.m \\ -3\neq -km \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=\dfrac{1}{2} \\ m=4 \end{cases}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-2y+z+11=0$. **B.** $2x-y+3z-14=0$.

C. $3x-2y+z-11=0$. **D.** $2x-y+3z+14=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có, mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) có phương trình dạng

$(Q): 3x-2y+z+m=0$ $(m\neq1)$.

Mà mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2;-1;3)$ nên $3.2-2.(-1)+3.1+m=0 \Leftrightarrow m=-11(t/m)$.

Vậy $(Q): 3x-2y+z-11=0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2;-2;-1)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): x-y+2z+5=0$ có phương trình là

A. $x-y+2z+2=0$. **B.** $x-y-2z-6=0$. **C.** $x-y+2z-2=0$. **D.** $-x+y+2z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

Vì $(\alpha)//(\beta) \Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha} = \overrightarrow{n_\beta} = (1;-1;2)$. Nên phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2;-2;-1)$ và có VTPT $\overrightarrow{n_\alpha} = (1;-1;2)$ có dạng: $1\cdot(x-2)-1\cdot(y+2)+2\cdot(z+1)=0$

Hay $x-y+2z-2=0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây song song với trục Ox ?

A. $(P): z=0$. **B.** $(Q): x+y+1=0$. **C.** $(R): x+z+1=0$. **D.** $(S): y+z+1=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng song song với trục Ox có dạng $by+cz+d=0$

Nên mặt phẳng $(S): y+z+1=0$ song song với trục Ox

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+my+3z-5=0$ và $(Q): nx-8y-6z+2=0$ song song với nhau. Tính tổng $S=m+n$.

A. $S=-8$. **B.** $S=-16$. **C.** $S=8$. **D.** $S=0$.

Lời giải

Chọn D

(P) có VTPT $\overrightarrow{n_P}(2;m;3)$.

(Q) có VTPT $\overrightarrow{n_Q}(n;-8;-6)$.

$(P)//(Q) \Leftrightarrow \dfrac{n}{2} = \dfrac{-8}{m} = \dfrac{-6}{3} \Leftrightarrow \dfrac{n}{2} = \dfrac{-8}{m} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} n=-4 \\ m=4 \end{cases}$

Vậy $S=m+n=4-4=0$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $P(2;0;-1)$, $Q(1;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x+2y-z+5=0$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua P,Q và vuông góc với (P), phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $(\alpha): 7x-11y-z+1=0$. **B.** $(\alpha): -7x+11y+z-3=0$.

C. $(\alpha): 7x-11y+z-1=0$. **D.** $(\alpha): -7x+11y+z+15=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{PQ} = (-1;-1;4)$, $\vec{n} = (3;2;-1)$ là vectơ pháp tuyến của (P).

Vì (α) đi qua P,Q và vuông góc với (P) nên $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{PQ}, \vec{n}\right] = (-7;11;1)$ là vectơ pháp tuyến của (α).

Vậy $(\alpha): -7(x-2)+11(y-0)+(z+1)=0 \Leftrightarrow -7x+11y+z+15=0$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\beta): 3x-y+2z+4=0$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (β).

A. $(\alpha): 3x-y-2z+6=0$. **B.** $(\alpha): 3x+y-2z-12=0$.

C. $(\alpha): 3x-y+2z+6=0$. **D.** $(\alpha): 3x-y+2z-6=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(\beta):3x-y+2z+4=0$. Mặt Phẳng (β) có một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\beta)}=(3;-1;2)$

Vì mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (β) nên mặt phẳng (α) có một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_{(\alpha)}=\vec{n}_{(\beta)}=(3;-1;2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(3;-1;-2)$

$(\alpha):3(x-3)-(y+1)+2(z+2)=0 \Rightarrow (\alpha):3x-y+2z-6=0$.

Câu 9: Cho mặt phẳng (α) đi qua $M(1;-3;4)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): 6x-5y+z-7=0$. Phương trình mặt phẳng (α) là

A. $6x-5y+z-25=0$. **B.** $6x-5y+z+25=0$. **C.** $6x-5y+z-7=0$. **D.** $6x-5y+z+17=0$.

Lời giải

Chọn A

(α) song song với mặt phẳng $(\beta): 6x-5y+z-7=0$

$\Rightarrow (\alpha): 6x-5y+z+m=0 \ (m \neq -7)$.

$M(1;-3;4) \in (\alpha)$ nên $6.1-5.(-3)+4+m=0 \Leftrightarrow m=-25$ (thỏa).

Vậy $(\alpha): 6x-5y+z-25=0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$. Mặt phẳng $(Q): ax+by+cz+2=0$ song song với (P) và cách (P) một khoảng bằng 3, biết rằng a là số thực dương. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Do mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng là: $x-2y+2z+D=0$ với $D>0$ (vì $(Q): ax+by+cz+2=0$ và $a>0$).

Ta lấy điểm $M(1;0;0)$ thuộc (P). Khi đó: $d((P),(Q))=d(M,(Q))$.

Theo đề bài, $d((P),(Q))=3 \Leftrightarrow \dfrac{|1+D|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=3 \Leftrightarrow |D+1|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=8 \quad (TM) \\ D=-10 (KTM) \end{array}\right.$.

Suy ra: $(Q): x-2y+2z+8=0$ tức là $(Q): \frac{1}{4}x-\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}z+2=0$.

Từ đó suy ra: $a=\frac{1}{4}; b=-\frac{1}{2}; c=\frac{1}{2}$. Vậy $T=a+b+c=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x+m^2y-2z+1=0$ vuông góc với mặt phẳng $(\beta): m^2x-y+(m^2-2)z+2=0$ khi và chỉ khi

A. $|m| = \sqrt{3}$. **B.** $|m| = \sqrt{2}$. **C.** $|m| = 1$. **D.** $|m| = 2$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\vec{n}_\alpha = (2;m^2;-2)$, $\vec{n}_\beta = (m^2;-1;m^2-2)$ lần lượt là một VTPT của mặt phẳng (α) và (β).

Do $(\alpha)\perp(\beta) \Leftrightarrow \vec{n}_\alpha \perp \vec{n}_\beta \Leftrightarrow \vec{n}_\alpha \cdot \vec{n}_\beta = 0$.

$\Leftrightarrow 2m^2 - m^2 - 2\cdot(m^2-2) = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow |m| = 2$.

DẠNG 4 Tìm tọa độ điểm liên quan đến mặt phẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, mặt phẳng có phương trình nào sau đây đi qua điểm $N(3;0;-2)$?

A. $2x+4y+z-4=0$. **B.** $2x+4y+z=0$. **C.** $2x-4y+z+4=0$. **D.** $x+4y+z-4=0$.

Câu 2: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, điểm $M(3;4;-2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(R): x+y-7=0$. **B.** $(S): x+y+z+5=0$. **C.** $(Q): x-1=0$. **D.** $(P): z-2=0$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y-z+1=0$. Điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng (P)?

A. $B(1;2;-8)$. **B.** $A(0;0;1)$. **C.** $C(-1;-2;-7)$. **D.** $D(1;5;18)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $Q(1;-2;3)$. **B.** $P(0;0;3)$. **C.** $M(0;0;0)$. **D.** $N(1;0;0)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $(1;-1;1)$. **B.** $(1;1;1)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(2;1;-3)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(-2;1;1)$?

A. $x+y-z=0$. **B.** $x-2y+z+3=0$.
C. $x+y+z+1=0$. **D.** $x-y-z+3=0$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x-2y+z-m=0$ và điểm $A(1;1;4)$. Tìm giá trị của tham số m để điểm A thuộc (P).

A. $m=5$. **B.** $m=4$. **C.** $m=9$. **D.** $m=3$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (P)?

A. $E(0;0;1)$. **B.** $F(1;0;0)$. **C.** $N(2;-1;3)$. **D.** $M(3;2;2)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$. Tìm toạ độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxz).

A. $(1;0;1)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(1;1;0)$. **D.** $(0;1;1)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;-3;5)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(0;-3;5)$. **B.** $(1;-3;0)$. **C.** $(1;0;5)$. **D.** $(0;-3;0)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-3=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(1;1;-3)$. **B.** $N(-2;1;-3)$. **C.** $E(1;1;3)$. **D.** $F(2;-2;1)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(a;b;1)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x-y+z-3=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2a-b=3$. **B.** $2a-b=2$. **C.** $2a-b=-2$. **D.** $2a-b=4$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y-3z-1=0$. Mặt phẳng (α) đi qua điểm nào sau đây:

A. $(1;2;1)$. **B.** $(0;2;1)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(2;-1;1)$.

Câu 14: **(PTĐMH - ĐỀ 29 - 2021 - NW)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(1;3;4)$?

A. $(P_2): 2x-y-z+1=0$. **B.** $(P_2): 3x-y+z-4=0$.

C. $(P_3): x-2y+z+3=0$. **D.** $(P_4): 2x-y-z-1=0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+3y-z-3=0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;1;-2)$. **C.** $(2;-1;3)$. **D.** $(1;1;1)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y+z+1=0$ và điểm $A(a;2;1)$. Biết điểm $A \in mp(P)$, tìm a.

A. $a=-1$. **B.** $a=0$. **C.** $a=2$. **D.** $a=4$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-6=0$. Giao điểm của mặt phẳng (P) với trục tung Oy có tọa độ là:

A. $(3;0;0)$. **B.** $(0;-6;0)$. **C.** $(0;3;0)$. **D.** $(-6;0;0)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-12=0$. Giao điểm của mặt phẳng (P) với trục Oz là điểm có toạ độ

A. $(6;0;0)$. **B.** $(2;-4;2)$. **C.** $(0;0;6)$. **D.** $(5;-2;0)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(1;0;-1)$?

A. $3x-2y+5z-2=0$. **B.** $3x-2y+5z+2=0$.

C. $3x-2y+3z+2=0$. **D.** $3x-2y+3z-2=0$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây qua $M(1;-2;1)$.

A. $(P_1): x+y+z=0$. **B.** $(P_2): x+y+z-1=0$.

C. $(P_3): x-2y+z=0$. **D.** $(P_4): x+2y+z-1=0$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $Q(2;-1;5)$. **B.** $N(2;-3;0)$. **C.** $P(0;2;-3)$. **D.** $M(2;0;-3)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;5;6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình: $x+y+z-3=0$. Hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng (α) có tọa độ là:

A. $H(-2;2;3)$. **B.** $N(2;2;3)$. **C.** $P(2;-2;-3)$. **D.** $Q(-2;-2;-3)$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(-2020;2023;7)$, $M'(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy), khi đó $T=a+b+c$ có tính chất là

A. số chẵn. **B.** số nguyên tố. **C.** số chính phương. **D.** số âm.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-5=0$ và các điểm $M(2;-3;1)$, $N(1;0;1)$, $P(-1;-1;2)$. Có bao nhiêu điểm đã cho thuộc mặt phẳng P ?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x+my-(2m-1)z+3=0$. Tìm giá trị của tham số m sao cho điểm A thuộc mặt phẳng (P)?

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=2$.

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-2;0)$, $B(3;1;2)$, $C(1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z+5=0$. Biết $D(a;b;c)$ nằm trên (P) sao cho hai đường thẳng BD, AC song song với nhau. Giá trị $a+b+c$ bằng:

A. 46. **B.** 12. **C.** -35. **D.** 26.

Câu 27: Cho mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và hai điểm $A(1;1;1), B(1;1;0)$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $|MB-MA|$ lớn nhất. Tính $2a-b+c$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 28: ------------ *Hết* ------------Trong không gian với hệ toạ độ Đề-các $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+z-4=0$. Điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (P) có tổng hoành độ và tung độ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 29: **(TMD - Đề IMC10 - 2020 - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$ và điểm $A(2;2;-2)$. Gọi $A'(a;b;c)$ là điểm đối xứng với A qua (P). Giá trị của c bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$, $B(-2;1;0)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x-2y+z+4=0$ sao cho $MA=MB=\frac{\sqrt{11}}{2}$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $a+b+c=\frac{1}{2}$. **B.** $a+b+c=1$. **C.** $a+b+c=\frac{3}{2}$. **D.** $a+b+c=2$.

Câu 31: Suy ra $a+b+c=a+4a+\frac{7}{4}+7a+3=12+\frac{13}{2}=-6+\frac{13}{2}=\frac{1}{2}$ .Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(-2;1;0)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x-2y+z+4=0$ sao cho $MA=MB=\frac{\sqrt{11}}{2}$. Khi đó, giá trị $a+b+c$ bằng

A. $a+b+c=\frac{1}{2}$. **B.** $a+b+c=1$. **C.** $a+b+c=\frac{3}{2}$. **D.** $a+b+c=2$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $6x+8y+11=0$. **B.** $3x+4y+2=0$.

C. $3x+4y-2=0$. **D.** $6x+8y-11=0$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-z+7=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Điểm $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên (P). Tổng $a+b+c$ bằng

A. -3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+\left(y+\sqrt{2}\right)^2+z^2=16$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$, (a, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng có phương trình $y-2\sqrt{2}=0$ sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 26. **B.** 32. **C.** 28. **D.** 45.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, mặt phẳng có phương trình nào sau đây đi qua điểm $N(3;0;-2)$?

A. $2x+4y+z-4=0$. **B.** $2x+4y+z=0$. **C.** $2x-4y+z+4=0$. **D.** $x+4y+z-4=0$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ $N(3;0;-2)$ vào đáp án A: $2.3+4.0+(-2)-4=0$ đúng, nên **Chọn A**

Thay tọa độ $N(3;0;-2)$ vào đáp án B: $2.3+4.0+(-2)=0$ sai.

Thay tọa độ $N(3;0;-2)$ vào đáp án C: $2.3-4.0+(-2)+4=0$ sai.

Thay tọa độ $N(3;0;-2)$ vào đáp án D: $3+4.0+(-2)-4=0$ sai.

Câu 2: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, điểm $M(3;4;-2)$ thuộc mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

A. $(R):x+y-7=0$. **B.** $(S):x+y+z+5=0$. **C.** $(Q):x-1=0$. **D.** $(P):z-2=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy điểm $M(3;4;-2)\in(R):x+y-7=0$ vì $3+4-7=0$ đúng.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y-z+1=0$. Điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng (P)?

A. $B(1;2;-8)$. **B.** $A(0;0;1)$. **C.** $C(-1;-2;-7)$. **D.** $D(1;5;18)$.

Lời giải

Ta có: $2.1+3.2-(-8)+1=17\neq 0$ nên điểm $B(1;2;-8)\notin(P)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+3z=0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $Q(1;-2;3)$. **B.** $P(0;0;3)$. **C.** $M(0;0;0)$. **D.** $N(1;0;0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $M(0;0;0)\in(P)$ vì $0-2.0+3.0=0$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $(1;-1;1)$. **B.** $(1;1;1)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(2;1;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta thay điểm $(1;-1;1)$ vào (P) thì $2.1-(-1)+2.1-5=0$.

Do đó điểm $(1;-1;1)$ thuộc mặt phẳng (P).

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(-2;1;1)$?

A. $x+y-z=0$. **B.** $x-2y+z+3=0$.

C. $x+y+z+1=0$. **D.** $x-y-z+3=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $x-2y+z+3=0$ đi qua điểm $M(-2;1;1)$ vì $(-2)-2.1+1+3=0$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-2y+z-m=0$ và điểm $A(1;1;4)$. Tìm giá trị của tham số m để điểm A thuộc (P).

A. $m=5$. **B.** $m=4$. **C.** $m=9$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn A

Điểm A thuộc (P) khi và chỉ khi $3.1-2.1+4-m=0 \Leftrightarrow 5-m=0 \Leftrightarrow m=5$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (P)?

A. $E(0;0;1)$. **B.** $F(1;0;0)$. **C.** $N(2;-1;3)$. **D.** $M(3;2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2-2.(-1)+3-1\neq 0 \Rightarrow N\notin (P)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$. Tìm toạ độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxz).

A. $(1;0;1)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(1;1;0)$. **D.** $(0;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;1;1)$ trên mặt phẳng (Oxz) là $H(1;0;1)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;-3;5)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(0;-3;5)$. **B.** $(1;-3;0)$. **C.** $(1;0;5)$. **D.** $(0;-3;0)$.

Lời giải

Chọn C

Hình chiếu của điểm $M_0(x_0;y_0;z_0)$ lên mặt phẳng (Oxz) là điểm $M_1(x_0;0;z_0)$ nên hình chiếu của điểm $M(1;-3;5)$ lên mặt phẳng (Oxz) là điểm $N(1;0;5)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-3=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(1;1;-3)$. **B.** $N(-2;1;-3)$. **C.** $E(1;1;3)$. **D.** $F(2;-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm E vào phương trình mặt phẳng (P) ta có: $2.1-2.1+3-3=0 \Leftrightarrow 0=0$

Vậy điểm $E\in (P)$. Ta Chọn C

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(a;b;1)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2a - b = 3$. **B.** $2a - b = 2$. **C.** $2a - b = -2$. **D.** $2a - b = 4$.

Lời giải

Chọn B

Vì $M \in (P)$ nên $2a - b + 1 - 3 = 0 \Leftrightarrow 2a - b = 2$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 3z - 1 = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua điểm nào sau đây:

A. $(1;2;1)$. **B.** $(0;2;1)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(2;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Thay lần lượt tọa độ của các đáp án vào phương trình mặt phẳng (α) ta thấy tọa độ điểm $(0;2;1)$ thỏa mãn.

Câu 14: **(PTĐMH - ĐỀ 29 - 2021 - NW)** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(1;3;4)$?

A. $(P_2): 2x - y - z + 1 = 0$. **B.** $(P_2): 3x - y + z - 4 = 0$.

C. $(P_3): x - 2y + z + 3 = 0$. **D.** $(P_4): 2x - y - z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $M(1;3;4)$ lần lượt vào từng phương trình mặt phẳng ta thấy $M \in (P_2)$

Câu 15: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - z - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;1;0)$. **B.** $(0;1;-2)$. **C.** $(2;-1;3)$. **D.** $(1;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ từng điểm vào phương trình mặt phẳng **(P)** ta thấy chỉ $(1;1;1)$ thỏa mãn

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z + 1 = 0$ và điểm $A(a;2;1)$. Biết điểm $A \in mp(P)$, tìm a.

A. $a = -1$. **B.** $a = 0$. **C.** $a = 2$. **D.** $a = 4$.

Lời giải

Chọn C

Vì $A \in mp(P)$ nên ta có: $2a - 3.2 + 1 + 1 = 0 \Leftrightarrow a = 2$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 6 = 0$. Giao điểm của mặt phẳng (P) với trục tung Oy có tọa độ là:

A. $(3;0;0)$. **B.** $(0;-6;0)$. **C.** $(0;3;0)$. **D.** $(-6;0;0)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là giao điểm của mp (P) với trục Oy.

Do $I \in Oy \Rightarrow I = (0;b;0)$.

Do $I \in (P) \Rightarrow 2.0 - b + 3.0 - 6 = 0 \Rightarrow b = -6$. Vậy $I = (0;-6;0)$.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 12 = 0$. Giao điểm của mặt phẳng (P) với trục Oz là điểm có toạ độ

A. $(6;0;0)$. **B.** $(2;-4;2)$. **C.** $(0;0;6)$. **D.** $(5;-2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(P) \cap Oz = M(0;0;m)$

$M \in (P)$ suy ra $2m - 12 = 0 \Leftrightarrow m = 6$

Vậy $M(0;0;6)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(1;0;-1)$?

A. $3x - 2y + 5z - 2 = 0$. **B.** $3x - 2y + 5z + 2 = 0$.

C. $3x - 2y + 3z + 2 = 0$. **D.** $3x - 2y + 3z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $3.1 - 2.0 + 5.(-1) - 2 = -4$.

$3.1 - 2.0 + 5.(-1) + 2 = 0$.

$3.1 - 2.0 + 3.(-1) + 2 = 2$.

$3.1 - 2.0 + 3.(-1) - 2 = -2$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây qua $M(1;-2;1)$.

A. $(P_1): x + y + z = 0$. **B.** $(P_2): x + y + z - 1 = 0$.

C. $(P_3): x - 2y + z = 0$. **D.** $(P_4): x + 2y + z - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta thay tọa độ $M(1;-2;1)$ vào phương trình mặt phẳng (P_1) thấy thỏa mãn do $1 - 2 + 1 = 0$ nên điểm $M(1;-2;1) \in (P_1)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $Q(2;-1;5)$. **B.** $N(2;-3;0)$. **C.** $P(0;2;-3)$. **D.** $M(2;0;-3)$.

Lời giải

Chọn D

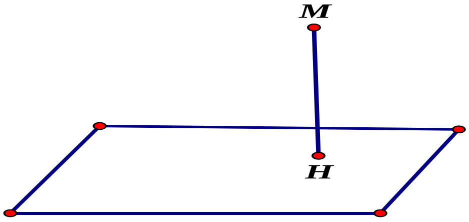
Ta có: $2 - (-3) - 5 = 0$ suy ra $M(2;0;-3) \in (P)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;5;6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình: $x + y + z - 3 = 0$. Hình chiếu vuông góc H của M trên mặt phẳng (α) có tọa độ là:

A. $H(-2;2;3)$. **B.** $N(2;2;3)$. **C.** $P(2;-2;-3)$. **D.** $Q(-2;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $MH\begin{cases} Qua\ M(1;5;6) \\ \vec{u}_{MH}=\vec{n}_{\alpha}=(1;1;1) \end{cases} \Rightarrow Pt\ MH\begin{cases} x=1+t \\ y=5+t \\ z=6+t \end{cases}$

M là giao điểm của MH và (α) nên ta có hệ phương trình:
$\begin{cases} x=1+t \\ y=5+t \\ z=6+t \\ x+y+z-3=0 \end{cases} \Rightarrow t=-3 \Rightarrow H(-2;2;3)$

Tính nhanh: $M(x_0;y_0;z_0)$ và $(\alpha):$ ax+by+cz+d=0

Khi đó $\begin{cases} x_H=x_0+at \\ y_H=y_0+bt \\ z_H=z_0+ct \end{cases}$ với $t=-\dfrac{ax_0+by_0+cz_0+d}{a^2+b^2+c^2}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(-2020;2023;7)$, $M'(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy), khi đó $T=a+b+c$ có tính chất là

A. số chẵn. **B.** số nguyên tố. **C.** số chính phương. **D.** số âm.

Lời giải

Chọn B

Ta có $M'(-2020;2023;0) \Rightarrow T=-2020+2023+0=3$ là số nguyên tố.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-5=0$ và các điểm $M(2;-3;1)$, $N(1;0;1)$, $P(-1;-1;2)$. Có bao nhiêu điểm đã cho thuộc mặt phẳng P ?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(1;0;1)$, $(-1;-1;2)$ là nghiệm của phương trình: $2x-y+3z-5=0$. Nên có hai điểm N,P thuộc mặt phẳng P .

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x+my-(2m-1)z+3=0$. Tìm giá trị của tham số m sao cho điểm A thuộc mặt phẳng (P)?

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn A

Để $A\in(P)\Leftrightarrow 2-2m-3(2m-1)+3=0$

$\Leftrightarrow -8m+8=0\Leftrightarrow m=1$.

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-2;0)$, $B(3;1;2)$, $C(1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z+5=0$. Biết $D(a;b;c)$ nằm trên (P) sao cho hai đường thẳng BD, AC song song với nhau. Giá trị $a+b+c$ bằng:

A. 46. **B.** 12. **C.** -35. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AC}=(2;2;1)$ và $\overrightarrow{BD}=(a-3;b-1;c-2)$ vì hai đường thẳng BD, AC song song với nhau nên $\overrightarrow{BD}=t.\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\begin{cases}a-3=2t\\b-1=2t\\c-2=t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3+2t\\b=1+2t\\c=2+t\end{cases}$.

Điểm $D(a;b;c)$ nằm trên (P) nên ta có $3+2t-2(1+2t)+2+t+5=0\Leftrightarrow t=8$ suy ra $\begin{cases}a=19\\b=17\\c=10\end{cases}$.

Vậy $a+b+c=46$.

Câu 27: Cho mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ và hai điểm $A(1;1;1), B(1;1;0)$. Gọi $M(a;b;c)\in(P)$ sao cho $|MB-MA|$ lớn nhất. Tính $2a-b+c$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(P): x+y+z-4=0$.

Ta thấy $(1+1+1-4).(1+1+0-4)=2>0$. Suy ra A, B nằm cùng phía đối với mặt phẳng (P).

Khi đó $T=|MB-MA|\le AB=1\Rightarrow \max T=1\Leftrightarrow M=AB\cap(P)$.

Đường thẳng AB qua $A(1;1;1), B(1;1;0)$ có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(0;0;-1)$.

Suy ra $AB:\begin{cases}x=1\\y=1\\z=-t\end{cases}$.

Vì $M\in AB\Rightarrow M(0;0;-t)$. Mặt khác $M\in(P)$ nên ta có $-t-4=0\Leftrightarrow t=-4$. Vậy $M(0;0;4)$.

Do đó ta có $a=b=0, c=4\Rightarrow 2a-b+c=4$.

Câu 28: ------------- *Hết* -------------Trong không gian với hệ toạ độ Đề-các $Oxyz$, cho điểm $A(0;3;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+z-4=0$. Điểm A' đối xứng với A qua mặt phẳng (P) có tổng hoành độ và tung độ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Gọi d là đường thẳng đi qua $A(0;3;1)$ và vuông góc với $(P): 2x-y+z-4=0$.

Suy ra $d:\begin{cases} x=2t \\ y=3-t \\ z=1+t \end{cases}$ (t là tham số).

Gọi I là giao điểm của d và (P).

Vì $I \in d$ nên $I(2t;3-t;1+t)$.

Vì $I \in (P)$ nên $2.2t-(3-t)+1+t-4=0 \Leftrightarrow 6t-6=0 \Leftrightarrow t=1$.

Suy ra $I(2;2;2)$.

Vì I là trung điểm của AA' nên $\begin{cases} x_{A'}=2x_I-x_A=2.2-0=4 \\ y_{A'}=2y_I-y_A=2.2-3=1 \\ z_{A'}=2z_I-z_A=2.2-1=3 \end{cases}$

Vậy $x_{A'}+y_{A'}=4+1=5$.

Câu 29: **(TMD - Đề IMC10 - 2020 - 2021)** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z-3=0$ và điểm $A(2;2;-2)$. Gọi $A'(a;b;c)$ là điểm đối xứng với A qua (P). Giá trị của c bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Gọi Δ là đường thẳng qua $A(2;2;-2)$ và vuông góc với $(P): x+y-z-3=0$.

Khi đó $\Delta:\begin{cases} x=2+t \\ y=2+t \\ z=-2-t \end{cases}, (t\in\mathbb{R})$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên (P).

Khi đó tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x=2+t \\ y=2+t \\ z=-2-t \\ x+y-z-3=0 \end{cases}$

$\Rightarrow 2+t+2+t+2+t-3=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow H(1;1;-1)$.

Gọi $A'(a;b;c)$ là điểm đối xứng với A qua (P).

Suy ra H là trung điểm của đoạn thẳng AA'. Nên $A'(0;0;0)\equiv O$.

Vậy giá trị của c bằng 0.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$, $B(-2;1;0)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x-2y+z+4=0$ sao cho $MA=MB=\frac{\sqrt{11}}{2}$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $a+b+c=\frac{1}{2}$. **B.** $a+b+c=1$. **C.** $a+b+c=\frac{3}{2}$. **D.** $a+b+c=2$.

Lời giải

Chọn A

Vì $MA=MB \Leftrightarrow (a-1)^2+(b-2)^2+(c+1)^2=(a+2)^2+(b-1)^2+c^2 \Leftrightarrow 3a+b-c-\frac{1}{2}=0$. (1)

$M\in(P): x-2y+z+4=0 \Rightarrow a-2b+c+4=0$. (2)

Cộng hai vế của (1) và (2) ta được $4a-b+\frac{7}{2}=0 \Leftrightarrow b=4a+\frac{7}{2}$.

Thay vào phương trình $(1) \Rightarrow c=7a+3$.

$$MA=\frac{\sqrt{11}}{2} \Leftrightarrow MA^2=\frac{11}{4} \Leftrightarrow (a-1)^2+(b-2)^2+(c+1)^2=\frac{11}{4}$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2+\left(4a+\frac{3}{2}\right)^2+(7a+4)^2=\frac{11}{4} \Leftrightarrow a=-\frac{1}{2}.$$

Câu 31: Suy ra $a+b+c=a+4a+\frac{7}{4}+7a+3=12+\frac{13}{2}=-6+\frac{13}{2}=\frac{1}{2}$ .Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(-2;1;0)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng $(P): x-2y+z+4=0$ sao cho $MA=MB=\frac{\sqrt{11}}{2}$. Khi đó, giá trị $a+b+c$ bằng

A. $a+b+c=\frac{1}{2}$. **B.** $a+b+c=1$. **C.** $a+b+c=\frac{3}{2}$. **D.** $a+b+c=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $A,B\in(P)$ và $AB=\sqrt{(-3)^2+(-1)^2+1^2}=\sqrt{11}$ nên M là trung điểm của AB suy ra $M\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

Vậy $a+b+c=\frac{1}{2}$.

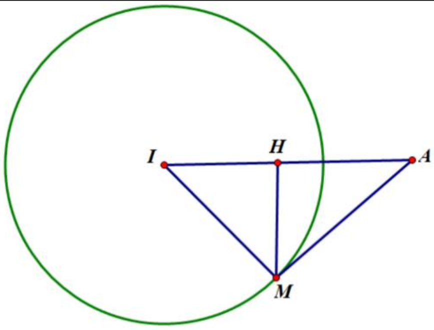
Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho AM tiếp xúc với (S), M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $6x+8y+11=0$. **B.** $3x+4y+2=0$.

C. $3x+4y-2=0$. **D.** $6x+8y-11=0$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ có tâm $I(-1;-1;-1)$ và bán kính là $R=3$.

Ta có $\overrightarrow{AI}=(3;4;0)\Rightarrow AI=\sqrt{9+16+0}=5>R$, do đó A nằm ngoài (S).

Gọi $H(x;y;z)$ là hình chiếu của M lên AI.

Lại có $IM^2=IH.IA\Rightarrow IH=\dfrac{9}{5}$ và $AM^2=AH.IA\Rightarrow AH=\dfrac{16}{5}$.

Do đó $9\overrightarrow{AH}=16\overrightarrow{HI}\Leftrightarrow\begin{cases}9(x-2)=16(-1-x)\\9(y-3)=16(-1-y)\\9(z+1)=16(-1-z)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{2}{25}\\y=\dfrac{11}{25}\\z=-1\end{cases}$.

Vì điểm M thuộc (S) sao cho AM tiếp xúc với (S) nên M luôn thuộc mặt phẳng đi qua H và vuông góc với AI.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $3\left(x-\dfrac{2}{25}\right)+4\left(y-\dfrac{11}{25}\right)=0\Leftrightarrow 3x+4y-2=0$.

Cách 2:

Mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ có tâm $I(-1;-1;-1)$ và bán kính là $R=3$.

Ta có $IA=\sqrt{9+16+0}=5>R$, do đó A nằm ngoài (S).

Mặt khác $MA=\sqrt{IA^2-R^2}=4$, do đó M thuộc mặt cầu (S_1) có tâm $A(2;3;-1)$ và bán kính $R_1=4$.

$(S_1):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$.

Vì M thuộc hai mặt cầu (S) và (S_1) nên tọa độ điểm M thỏa hệ phương trình sau

$\begin{cases}(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9\\(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16\end{cases}$

Trừ 2 vế tương ứng ta được $6x+8y-11=-7\Leftrightarrow 3x+4y-2=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $3x+4y-2=0$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-2y-z+7=0$ và điểm $A(1;1;-2)$. Điểm $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của A trên (P). Tổng $a+b+c$ bằng

A. -3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

$(P): 2x-2y-z+7=0 \Rightarrow$ mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(2;-2;-1)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua $A(1;1;-2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P) \Rightarrow H = d \cap (P)$

$\Rightarrow d$ có phương trình tham số: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-2t \\ z=-2-t \end{cases}$

Xét phương trình: $2(1+2t)-2(1-2t)-(-2-t)+7=0 \Leftrightarrow 9t=-9 \Leftrightarrow t=-1$ thay vào phương trình đường thẳng d ta được tọa độ điểm $H(-1;3;-1)$. Suy ra: $a+b+c=1$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+\left(y+\sqrt{2}\right)^2+z^2=16$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$, (a,c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng có phương trình $y-2\sqrt{2}=0$ sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 26. **B.** 32. **C.** 28. **D.** 45.

Lời giải

Chọn D

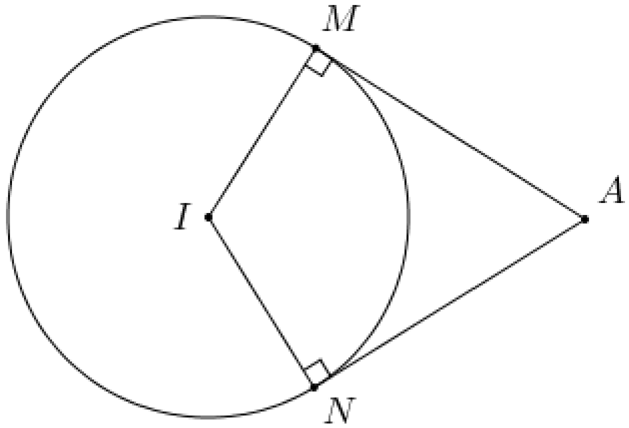
$A(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng có phương trình $y-2\sqrt{2}=0$ nên $A\left(a;2\sqrt{2};c\right)$

Mặt cầu (S) có tâm $I\left(0;-\sqrt{2};0\right), R=4$

Ta có $d\left(I;(P)\right)=3\sqrt{2}>R$ nên (P) không cắt (S), suy ra A nằm ngoài (S)

Do đó, các tiếp của qua A của mặt cầu (S) nằm trên mặt nón đỉnh A.

Gọi M,N là các tiếp điểm sao cho I,A,M,N đồng phẳng.



Để có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau thì $MAN \geq 90° \Leftrightarrow IA \leq R\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

Do đó, ta có: $4 \leq IA \leq 4\sqrt{2} \Leftrightarrow 16 \leq a^2+c^2+18 \leq 32 \Leftrightarrow 0 \leq a^2+c^2 \leq 14$

Mà $a,c \in \mathbb{Z}$ nên $a^2+c^2 \in \{0;1;2;4;5;8;9;10;13\}$

+/ $a^2+c^2=0 \Leftrightarrow a=c=0$

+/ $a^2+c^2=1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=1 \\ c^2=0 \end{cases} \vee \begin{cases} a^2=0 \\ c^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\pm 1 \\ c=0 \end{cases} \vee \begin{cases} a=0 \\ c=\pm 1 \end{cases}$

+/ $a^2+c^2=2 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=1 \\ c^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\pm 1 \\ c=\pm 1 \end{cases}$

+/ $a^2+c^2=4 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=4 \\ c^2=0 \end{cases} \vee \begin{cases} a^2=0 \\ c^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\pm 2 \\ c=0 \end{cases} \vee \begin{cases} a=0 \\ c=\pm 2 \end{cases}$

+/ $a^2+c^2=5 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=1 \\ c^2=4 \end{cases} \vee \begin{cases} a^2=4 \\ c^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\pm 1 \\ c=\pm 2 \end{cases} \vee \begin{cases} a=\pm 2 \\ c=\pm 1 \end{cases}$

+/ $a^2+c^2=8 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=4 \\ c^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\pm 2 \\ c=\pm 2 \end{cases}$

+/ $a^2+c^2=9 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=9 \\ c^2=0 \end{cases} \vee \begin{cases} a^2=0 \\ c^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\pm 3 \\ c=0 \end{cases} \vee \begin{cases} a=0 \\ c=\pm 3 \end{cases}$

+/ $a^2+c^2=10 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=1 \\ c^2=9 \end{cases} \vee \begin{cases} a^2=9 \\ c^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\pm 1 \\ c=\pm 3 \end{cases} \vee \begin{cases} a=\pm 3 \\ c=\pm 1 \end{cases}$

+/ $a^2+c^2=13 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=4 \\ c^2=9 \end{cases} \vee \begin{cases} a^2=9 \\ c^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\pm 2 \\ c=\pm 3 \end{cases} \vee \begin{cases} a=\pm 3 \\ c=\pm 2 \end{cases}$

Vậy có 45 điểm A cần tìm.

DẠNG 5 Khoảng cách từ một điểm để một mặt phẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $(P): x+2y-2z-12=0$ bằng

A. 12. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm A(1;3;-2) và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z-3=0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng:

A. 1. **B.** 2. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 3.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;3)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (Oxz) là

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 3.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M\ -2;0;3$ đến mặt phẳng $P\ : 2x+y-z+1=0$ là

A. $d\ M;\ P\ =3$. **B.** $d\ M;\ P\ =\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

C. $d\ M;\ P\ =\sqrt{6}$. **D.** $d\ M;\ P\ =6$.

Câu 5: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-10=0$ và điểm $A(0;0;1)$. Khoảng cách từ A đến (P) bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-2z-1=0$ và điểm $A(2;1;4)$, khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (P) bằng:

A. 1 **B.** 3 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\sqrt{6}$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;0)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $-2x+y+2z-6=0$. Khoảng cách từ A đến (P) bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$. Khoảng cách từ điểm $A(1;-2;1)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\frac{7}{3}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;-4;1)$ đến mặt phẳng $(Q): x+2y-2z+4=0$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z-5=0$. Tính khoảng cách d từ $M(1;2;1)$ đến mặt phẳng (P).

A. $d=\frac{5\sqrt{3}}{3}$. **B.** $d=\frac{\sqrt{15}}{3}$. **C.** $d=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d=\frac{\sqrt{12}}{3}$.

Câu 11: Trong $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+5=0$. Khoảng cách từ điểm $M(-3;2;3)$ đến mặt phẳng (P) bằng?

A. $\frac{10}{3}$. **B.** $\frac{-2}{3}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+1=0$. Khoảng cách điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

A. 2 **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{10}{3}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;-2;3)$ đến gốc tọa độ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** $\sqrt{14}$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;0;2)$ đến mặt phẳng (P): $-x-4y+2z+1=0$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{21}}$. **C.** $\frac{2\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{21}}$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y+z+5=0$. Khoảng cách h tử điểm $A(1;1;1)$ đến mặt phẳng (α) bằng

A. $h=2$.. **B.** $h=6$.. **C.** $h=\frac{10}{3}$.. **D.** $h=\frac{6}{\sqrt{5}}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+z-1=0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\frac{5\sqrt{11}}{11}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{11}$. **C.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{12}}{3}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$; cho điểm $A(1;3;-2)$ và $(P): 2x+y-2z-3=0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng:

A. 1. **B.** 2. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 3.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(-2;4;3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x-3y+6z+19=0$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y-z-6=0$. Khoảng cách từ góc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng:

A. $\sqrt{6}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 6

Câu 20: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, khoảng cách giữa mặt phẳng $P: x+2y+2z-10=0$ và mặt phẳng $Q: x+2y+2z-3=0$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** 3.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng lần lượt có phương trình là $2x+y+2z-1=0$ và $4x+2y+4z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó bằng

A. $d=\frac{1}{3}$. **B.** $d=\frac{1}{6}$. **C.** $d=\frac{2}{3}$. **D.** $d=\frac{2}{\sqrt{6}}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng lần lượt có phương trình là $2x+y+2z-1=0$ và $4x+2y+4z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó bằng

A. $d=\frac{1}{3}$. **B.** $d=\frac{1}{6}$. **C.** $d=\frac{2}{3}$. **D.** $d=\frac{2}{\sqrt{6}}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ theo một đường tròn có chu vi bằng 6π. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $x-y+2z-7=0$. **B.** $2x-2y+z+17=0$.

C. $2x-2y+z+7=0$. **D.** $2x-2y+z-17=0$ và $2x-2y+z+7=0$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;2;3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-5=0$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{-4}{3}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Câu 25: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $Q: x+2y+2z-3=0$ và mặt phẳng P không qua O, song song với mặt phẳng Q và $d\ P, Q\ =1$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc mặt phẳng P?

A. $M\ 1;2;3$. **B.** $N\ 2;2;0$. **C.** $K\ 0;1;3$. **D.** $P\ 3;1;1$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2), B(3;1;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-9=0$. Tính khoảng cách từ trung điểm I của đoạn thẳng AB đến mặt phẳng (P).

A. 2. **B.** 3. **C.** 11. **D.** 6.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $(1;0;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x-3y+2z+7=0$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. $R=\frac{7}{3}$. **B.** $R=\sqrt{14}$. **C.** $R=1$. **D.** $R=\frac{11}{\sqrt{14}}$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $2x+y-2z-12=0$ bằng

A. 12. **B.** $\frac{-4}{3}$. **C.** 4. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 29: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x-2y-z-12=0$. Biết khoảng cách từ điểm $A(a;-4;-4)$ đến mặt phẳng (P) bằng 1. Giá trị thực a^2 bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 36.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-z-12=0$. Biết khoảng cách từ điểm $A(a;-4;-4)$ đến mặt phẳng (P) bằng 1. Giá trị thực a^2 bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 36.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song $(P): x+y+z-2=0; (Q): x+y+z+4=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 6 **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(4;2;-2)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 12x-5z-19=0$ có bán kính là

A. 39. **B.** 3. **C.** 13. **D.** $\frac{28}{13}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y-z+m=0$ (m là tham số). Tìm giá trị m dương để khoảng cách từ gốc tọa độ đến (α) bằng 1.

A. $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-6$. **D.** $m=6$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+3=0$ và điểm $A(1;-2;-1)$. Gọi B là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (P). Khi đó độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\frac{16}{4}$. **B.** $\frac{20}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng lần lượt có phương trình là $2x+y+2z-1=0$ và $4x+2y+4z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó bằng

A. $d=\frac{1}{3}$. **B.** $d=\frac{1}{6}$. **C.** $d=\frac{2}{3}$. **D.** $d=\frac{2}{\sqrt{6}}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ theo một đường tròn có chu vi bằng 6π. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $x-y+2z-7=0$. **B.** $2x-2y+z+17=0$.

C. $2x-2y+z+7=0$. **D.** $2x-2y+z-17=0$ và $2x-2y+z+7=0$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-1=0$. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $x-1\ ^{2}+\ y-2\ ^{2}+\ z-4\ ^{2}=4$. **B.** $x-1\ ^{2}+\ y+2\ ^{2}+\ z-4\ ^{2}=4$.

C. $x-1\ ^{2}+\ y-2\ ^{2}+\ z-4\ ^{2}=9$. **D.** $x+1\ ^{2}+\ y+2\ ^{2}+\ z+4\ ^{2}=9$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x-2y-z=0$ và $(Q): x-2y-z-2=0$. Tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng trên.

A. $d=1$. **B.** $d=\frac{1}{2}$. **C.** $d=\frac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $d=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với a,b,c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=4$. Biết khi a,b,c thay đổi thì tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ thuộc một mặt phẳng (P) cố định. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(3;4;0)$, mặt phẳng $(P): ax+by+cz+46=0$ sao cho khoảng cách từ A, B đến mặt phẳng (P) lần lượt bằng 6 và 3. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$

A. -6. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét mặt phẳng (P) thay đổi cách điểm $B(4;0;-1)$ một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất, (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;-3;10)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;5;8)$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $(P): x+2y-2z-12=0$ bằng

A. 12. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d\left(O,(P)\right)=\frac{|0+2.0-2.0-12|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=4$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm A(1;3;-2) và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z-3=0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng:

A. 1. **B.** 2. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $d_{(A;(P))}=\frac{|2.1+3-2.(-2)-3|}{\sqrt{4+1+4}}=\frac{6}{3}=2$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;3)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (Oxz) là

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(Oxz): y=0$.

$d\left(A,(Oxz)\right)=|y_A|=2$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M\ -2;0;3$ đến mặt phẳng $P\ : 2x+y-z+1=0$ là

A. $d\ M;\ P\ =3$. **B.** $d\ M;\ P\ =\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

C. $d\ M;\ P\ =\sqrt{6}$. **D.** $d\ M;\ P\ =6$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d\ M;\ P\ =\frac{|2.\ -2\ +0-3+1|}{\sqrt{2^2+1^2+\ -1\ ^2}}=\sqrt{6}$.

Câu 5: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-10=0$ và điểm $A(0;0;1)$. Khoảng cách từ A đến (P) bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$d\left(A;(P)\right)=\dfrac{|2.0-2.0+1-10|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=3$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-2z-1=0$ và điểm $A(2;1;4)$, khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (P) bằng:

A. 1 **B.** 3 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $\sqrt{6}$

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm tơi mặt phẳng ta có $d\left(A;(P)\right)=\dfrac{|2+1-8-1|}{\sqrt{1+1+4}}=\sqrt{6}$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;0)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $-2x+y+2z-6=0$. Khoảng cách từ A đến (P) bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Khoảng cách từ A đến (P): $d_{(A;(P))}=\dfrac{|-2.2+1+2.0-6|}{\sqrt{(-2)^2+1^2+2^2}}=3$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$. Khoảng cách từ điểm $A(1;-2;1)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\dfrac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d\left(A,(P)\right)=\dfrac{|1-2.(-2)+2.1-1|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=2$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(0;-4;1)$ đến mặt phẳng $(Q): x+2y-2z+4=0$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Khoảng cách từ điểm $M(0;-4;1)$ đến mặt phẳng $(Q): x+2y-2z+4=0$ bằng

$$d\left(M,(Q)\right)=\frac{|0+2.(-4)-2.1+4|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=\frac{6}{3}=2.$$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z-5=0$. Tính khoảng cách d từ $M(1;2;1)$ đến mặt phẳng (P).

A. $d=\frac{5\sqrt{3}}{3}$. **B.** $d=\frac{\sqrt{15}}{3}$. **C.** $d=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $d=\frac{\sqrt{12}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức tính khoảng cách ta có: $d=\frac{|1-2+1-5|}{\sqrt{1+1+1}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Câu 11: Trong $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+5=0$. Khoảng cách từ điểm $M(-3;2;3)$ đến mặt phẳng (P) bằng?

A. $\frac{10}{3}$. **B.** $\frac{-2}{3}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Khoảng cách từ điểm $M(-3;2;3)$ đến mặt phẳng (P) là:

$$d(M,(P))=\frac{|2.(-3)-2.2+3+5|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{2}{3}.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z+1=0$. Khoảng cách điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

A. 2 **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $d(M,(P))=\frac{|2.2-2.(-1)+3+1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=\frac{10}{3}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;-2;3)$ đến gốc tọa độ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** $\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{OM}=(1;-2;3) \Rightarrow OM=\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2}=\sqrt{14}$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Khoảng cách từ điểm $M(-1;0;2)$ đến mặt phẳng (P): $-x-4y+2z+1=0$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{21}}{21}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{21}}$. **C.** $\frac{2\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{21}}$.

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng $d\left(M,(P)\right)=\dfrac{\left|-(-1)-4.0+2.2+1\right|}{\sqrt{(-1)^2+(-4)^2+2^2}}=\dfrac{6}{\sqrt{21}}=\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$.

Câu 15: Trong không gian *Oxyz*, cho mặt phẳng $(\alpha):2x-2y+z+5=0$. Khoảng cách h tử điểm $A(1;1;1)$ đến mặt phẳng (α) bằng

A. $h=2$.. **B.** $h=6$.. **C.** $h=\dfrac{10}{3}$.. **D.** $h=\dfrac{6}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $h=d\left(A,(\alpha)\right)=\dfrac{\left|2x_A-2y_A+z_A+5\right|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=2$..

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* , cho điểm $M(1;2;1)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+z-1=0$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\dfrac{5\sqrt{11}}{11}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{15}}{11}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{12}}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $d\left(M;(P)\right)=\dfrac{\left|1-3\times 2+1-1\right|}{\sqrt{1^2+(-3)^2+1^2}}=\dfrac{5\sqrt{11}}{11}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz* ; cho điểm $A(1;3;-2)$ và $(P):2x+y-2z-3=0$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng:

A. 1. **B.** 2 . **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 3 .

Lời giải

Chọn B

- Ta có $d\left(A;(P)\right)=\dfrac{\left|2.1+3-2.(-2)-3\right|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}}=2$.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz* , khoảng cách từ điểm $A(-2;4;3)$ đến mặt phẳng $(P):2x-3y+6z+19=0$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\mathrm{d}\left(A,(P)\right)=\dfrac{|-2.2+4.-3+3.6+19|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+6^2}}=3$.

Câu 19: Trong không gian *Oxyz* , cho mặt phẳng $(P):2x-y-z-6=0$. Khoảng cách từ góc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng:

A. $\sqrt{6}$. **B.** 5. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 6

Lời giải

Ta có $d\left(O,(P)\right)=\dfrac{|-6|}{\sqrt{4+1+1}}=\sqrt{6}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, khoảng cách giữa mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và mặt phẳng $(Q): x+2y+2z-3=0$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Xét mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;0;5)$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;2;2)$.

Xét mặt phẳng (Q) có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;2;2)$.

Ta có $\dfrac{1}{1}=\dfrac{2}{2}=\dfrac{2}{2}\Rightarrow \overrightarrow{n_P}$ và $\overrightarrow{n_Q}$ cùng phương $\Rightarrow (P)//(Q)$.

Vậy $d\left((P);(Q)\right)=d\left(A;(Q)\right)=\dfrac{|0+0+2.5-3|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\dfrac{7}{3}$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng lần lượt có phương trình là $2x+y+2z-1=0$ và $4x+2y+4z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó bằng

A. $d=\dfrac{1}{3}$. **B.** $d=\dfrac{1}{6}$. **C.** $d=\dfrac{2}{3}$. **D.** $d=\dfrac{2}{\sqrt{6}}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $(P): 2x+y+2z-1=0$, $(Q): 4x+2y+4z-1=0$.

Ta có $\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{4}\neq\dfrac{-1}{-1}$.

Suy ra $(P)//(Q)$.

Lấy $M(0;1;0)\in(P)$.

Khi đó $d\left((P);(Q)\right)=d\left(M;(Q)\right)=\dfrac{|4.0+2.1+4.0-1|}{\sqrt{4^2+2^2+4^2}}=\dfrac{1}{6}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng lần lượt có phương trình là $2x+y+2z-1=0$ và $4x+2y+4z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó bằng

A. $d=\dfrac{1}{3}$. **B.** $d=\dfrac{1}{6}$. **C.** $d=\dfrac{2}{3}$. **D.** $d=\dfrac{2}{\sqrt{6}}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $(P): 2x+y+2z-1=0$, $(Q): 4x+2y+4z-1=0$.

Ta có $\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{4}\neq\dfrac{-1}{-1}$.

Suy ra $(P)//(Q)$.

Lấy $M\left(0;1;0\right)\in\left(P\right)$.

Khi đó $d\left(\left(P\right);\left(Q\right)\right)=d\left(M;\left(Q\right)\right)=\dfrac{\left|4.0+2.1+4.0-1\right|}{\sqrt{4^2+2^2+4^2}}=\dfrac{1}{6}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(Q\right)$ song song với mặt phẳng $\left(P\right):2x-2y+z-17=0$. Biết mặt phẳng $\left(Q\right)$ cắt mặt cầu $\left(S\right):x^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=25$ theo một đường tròn có chu vi bằng 6π. Khi đó mặt phẳng $\left(Q\right)$ có phương trình là:

A. $x-y+2z-7=0$.
B. $2x-2y+z+17=0$.
C. $2x-2y+z+7=0$.
D. $2x-2y+z-17=0$ và $2x-2y+z+7=0$.

Lời giải

Chọn C

$\left(Q\right)//\left(P\right)\Rightarrow\left(Q\right)$ có dạng $2x-2y+z+d=0\ \left(d\neq-17\right)$

Giả sử bán kính đường tròn là r. Ta có $2\pi r=6\pi\Rightarrow r=3$.

Mặt cầu $\left(S\right):x^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=25$ có tâm $I\left(0;-2;1\right),R=5$.

Ta có $d\left(I;\left(Q\right)\right)=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Ta có $d\left(I;\left(Q\right)\right)=4\Leftrightarrow\dfrac{\left|2.0-2.\left(-2\right)+1+d\right|}{\sqrt{2^2+\left(-2\right)^2+1^2}}=4\Leftrightarrow\left|d+5\right|=12\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d+5=12\\d+5=-12\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=7\\d=-17\ \left(L\right)\end{array}\right.$

Phương trình mặt phẳng $\left(Q\right)$ là $2x-2y+z+7=0$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M\left(1;2;3\right)$ đến mặt phẳng $\left(P\right):2x-2y+z-5=0$ bằng

A. $\dfrac{4}{3}$.
B. $\dfrac{2}{3}$.
C. $\dfrac{-4}{3}$.
D. $\dfrac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $d_{M,(P)}=\dfrac{\left|2.1-2.2+3-5\right|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=\dfrac{4}{3}$.

Câu 25: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng Q : $x+2y+2z-3=0$ và mặt phẳng P không qua O, song song với mặt phẳng Q và d P , Q $=1$. Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc mặt phẳng P ?

A. M $1;2;3$.
B. N $2;2;0$.
C. K $0;1;3$.
D. P $3;1;1$.

Lời giải

Chọn B

Vì mặt phẳng P không qua O, song song với mặt phẳng Q nên giả sử P có phương trình:

$x+2y+2z+d=0$ $d\neq0;-3$

Lấy điểm A $3;0;0$ $\in$ Q . Khi đó:

$d\left(P\right),Q = d\left(A,Q\right) = \dfrac{|3+d|}{3} = 1 \Leftrightarrow |3+d| = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} d=0 \quad L \\ d=-6 \quad TM \end{array}\right.$

Suy ra phương trình mặt phẳng $\left(P\right): x+2y+2z-6=0$.

Vậy điểm $N \in \left(P\right)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;2)$, $B(3;1;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-9=0$. Tính khoảng cách từ trung điểm I của đoạn thẳng AB đến mặt phẳng (P).

A. 2. **B.** 3. **C.** 11. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Vì I là trung điểm của đoạn thẳng AB nên $I(2;1;1)$

Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là: $d\left(I;(P)\right) = \dfrac{|2.2-2.1+1-9|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}} = \dfrac{6}{3} = 2$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $(1;0;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x-3y+2z+7=0$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. $R=\dfrac{7}{3}$. **B.** $R=\sqrt{14}$. **C.** $R=1$. **D.** $R=\dfrac{11}{\sqrt{14}}$.

Lời giải

Chọn B

Do (α) tiếp xúc $(S) \Rightarrow R = d\left(I,(\alpha)\right) = \dfrac{|1.1-3.0+2.3+7|}{\sqrt{1^2+(-3)^2+2^2}} = \dfrac{14}{\sqrt{14}} = \sqrt{14}$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $2x+y-2z-12=0$ bằng

A. 12. **B.** $\dfrac{-4}{3}$. **C.** 4. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d = \dfrac{|-12|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}} = \dfrac{12}{3} = 4$.

Câu 29: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x-2y-z-12=0$. Biết khoảng cách từ điểm $A(a;-4;-4)$ đến mặt phẳng (P) bằng 1. Giá trị thực a^2 bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d\left(A;(P)\right) = \dfrac{|a-2.(-4)-(-4)-12|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2}} = 1 \Leftrightarrow |a| = \sqrt{6} \Leftrightarrow a^2 = 6$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-z-12=0$. Biết khoảng cách từ điểm $A(a;-4;-4)$ đến mặt phẳng (P) bằng 1. Giá trị thực a^2 bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d(A,(P))=\frac{|a-2.(-4)-(-4)-12|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2}}=\frac{|a|}{\sqrt{6}}$. Theo giả thiết, ta có $d(A,(P))=1 \Rightarrow \frac{|a|}{\sqrt{6}}=1 \Leftrightarrow a^2=6$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng song song $(P): x+y+z-2=0; (Q): x+y+z+4=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 6 **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Vì hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau nên $d((P),(Q))=d(M,(Q))$ với $M \in (P)$
.

Lấy điểm $M(1;1;0) \in (P)$, khi đó $d(\mathrm{M},(Q))=\frac{|1+1+0+4|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$.

Vậy $d((P),(Q))=2\sqrt{3}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(4;2;-2)$ tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 12x-5z-19=0$ có bán kính là

A. 39. **B.** 3. **C.** 13. **D.** $\frac{28}{13}$.

Lời giải

Chọn B

Bán kính mặt cầu cần tìm là $R=d(I;(P))=\frac{|12.4-5.(-2)-19|}{\sqrt{12^2+(-5)^2}}=\frac{39}{13}=3$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+2y-z+m=0$ (m là tham số). Tìm giá trị m dương để khoảng cách từ gốc tọa độ đến (α) bằng 1.

A. $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-6$. **D.** $m=6$.

Lời giải

Chọn B

$d(O;(\alpha))=\frac{|m|}{\sqrt{4+4+1}}=1 \Leftrightarrow |m|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=-3 \end{array}\right.$.

Vì m dương nên $m=3$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+3=0$ và điểm $A(1;-2;-1)$. Gọi B là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (P). Khi đó độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\frac{16}{4}$. **B.** $\frac{20}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d\left(A,(P)\right)=\frac{\left|2.1+2.(-2)-1(-1)+3\right|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=\frac{2}{3}$.

Khi đó $AB=2d\left(A,(P)\right)=\frac{4}{3}$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng lần lượt có phương trình là $2x+y+2z-1=0$ và $4x+2y+4z-1=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó bằng

A. $d=\frac{1}{3}$. **B.** $d=\frac{1}{6}$. **C.** $d=\frac{2}{3}$. **D.** $d=\frac{2}{\sqrt{6}}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $(P): 2x+y+2z-1=0$, $(Q): 4x+2y+4z-1=0$.

Ta có $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=\frac{2}{4}\neq\frac{-1}{-1}$.

Suy ra $(P)//(Q)$.

Lấy $M(0;1;0)\in(P)$.

Khi đó $d\left((P);(Q)\right)=d\left(M;(Q)\right)=\frac{\left|4.0+2.1+4.0-1\right|}{\sqrt{4^2+2^2+4^2}}=\frac{1}{6}$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ theo một đường tròn có chu vi bằng 6π. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $x-y+2z-7=0$. **B.** $2x-2y+z+17=0$.

C. $2x-2y+z+7=0$. **D.** $2x-2y+z-17=0$ và $2x-2y+z+7=0$.

Lời giải

Chọn C

$(Q)//(P)\Rightarrow(Q)$ có dạng $2x-2y+z+d=0$ $(d\neq-17)$

Giả sử bán kính đường tròn là r. Ta có $2\pi r=6\pi\Rightarrow r=3$.

Mặt cầu $(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ có tâm $I(0;-2;1), R=5$.

Ta có $d\left(I;(Q)\right)=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Ta có $d\left(I;(Q)\right)=4\Leftrightarrow\frac{\left|2.0-2.(-2)+1+d\right|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=4\Leftrightarrow|d+5|=12\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d+5=12\\d+5=-12\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=7\\d=-17\ (L)\end{array}\right.$

Phương trình mặt phẳng (Q) là $2x-2y+z+7=0$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-1=0$. Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $x-1^{\,2}+\ y-2^{\,2}+\ z-4^{\,2}=4$. **B.** $x-1^{\,2}+\ y+2^{\,2}+\ z-4^{\,2}=4$.

C. $x-1^{\,2}+\ y-2^{\,2}+\ z-4^{\,2}=9$. **D.** $x+1^{\,2}+\ y+2^{\,2}+\ z+4^{\,2}=9$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Bán kính của mặt cầu là $R=d\left(I;(P)\right)=\dfrac{|2.1+2.2+4-1|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=3$.

Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

$x-1^{\,2}+\ y-2^{\,2}+\ z-4^{\,2}=9$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(P): x-2y-z=0$ và $(Q): x-2y-z-2=0$. Tính khoảng cách d giữa hai mặt phẳng trên.

A. $d=1$. **B.** $d=\dfrac{1}{2}$. **C.** $d=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **D.** $d=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Ta thấy (P) và (Q) song song nên khoảng cách giữa (P) và (Q) bằng khoảng cách từ điểm $O(0;\,0;\,0)\in(P)$ đến (Q).

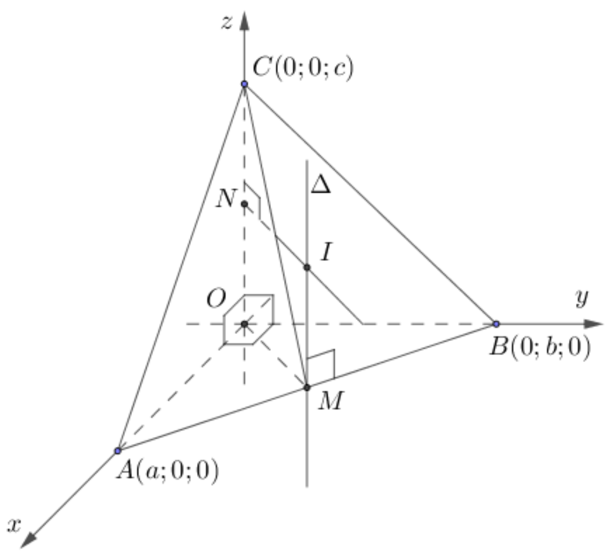
$d\left(O;\,(Q)\right)=\dfrac{|-2|}{\sqrt{1^2+2^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 39: Trong không gian *Oxyz*, cho ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với a,b,c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=4$. Biết khi a,b,c thay đổi thì tâm I của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ thuộc một mặt phẳng (P) cố định. Khoảng cách từ điểm $M(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $A(a;0;0)\in Ox, B(0;b;0)\in Oy, C(0;0;c)\in Oz$ nên tứ diện $OABC$ vuông tại O do đó tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $I\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};\frac{c}{2}\right)$.

Vì $a+b+c=4\Leftrightarrow \frac{a}{2}+\frac{b}{2}+\frac{c}{2}=2$ hay I thuộc mặt phẳng $(P): x+y+z-2=0$

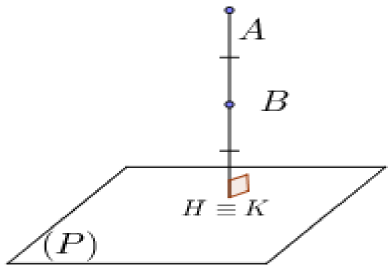
Vậy $d(M,(P))=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(3;4;0)$, mặt phẳng $(P): ax+by+cz+46=0$ sao cho khoảng cách từ A, B đến mặt phẳng (P) lần lượt bằng 6 và 3. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$

A. -6. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B lên mặt phẳng (P). Ta có $AB=3, BK=3, AH=6$

Suy ra A, B nằm cùng phía mặt phẳng (P).

Ta có $6=AB+BK\ge AK\ge AH=6\Rightarrow A, B, H, K$ thẳng hàng và B trung điểm AH

Do đó $H(5;6;-1)$. Khi đó, mặt phẳng (P) qua H và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;2;-1)$ làm VTPT.

Suy ra: $(P): 2(x-5)+2(y-6)-1(z+1)=0\Leftrightarrow (P): -4x-4y+2z+46=0$.

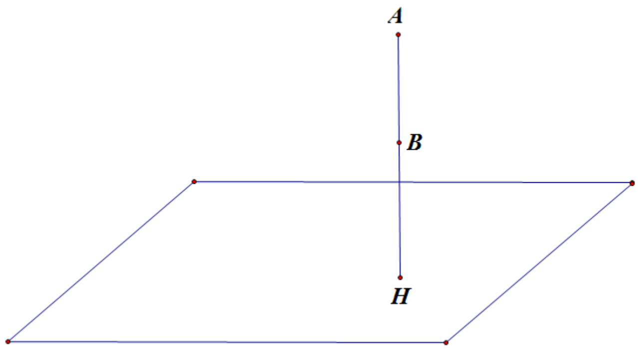
Vậy $a=-4, b=-4, c=2\Rightarrow T=a+b+c=-6$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;4;-3)$. Xét mặt phẳng (P) thay đổi cách điểm $B(4;0;-1)$ một khoảng bằng 3. Khi khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất, (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(-3;0;-3)$. **B.** $M(0;-3;10)$. **C.** $N(0;3;-5)$. **D.** $Q(0;5;8)$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu vuông góc của B xuống mặt phẳng (P).Ta có: $d\left(B;(P)\right)=BH=3$.

Ta lại có: $d\left(A;(P)\right)\le AH\le AB+BH=6+3=9$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\overrightarrow{AH}=\frac{9}{6}\overrightarrow{AB}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}\Rightarrow H\left(6;-2;0\right)$.

Khi đó (P) đi qua H và có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AB}=\left(4;-4;2\right)$ do đó phương trình mặt phẳng (P) là: $2\left(x-6\right)-2\left(y+2\right)+z=0\Leftrightarrow 2x-2y+z-16=0$ nên mặt phẳng (P) đi qua điểm $M\left(0;-3;10\right)$.

DẠNG 6 Ví trị tương đối giữa mặt cầu và mặt phẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I\left(1;2;-1\right)$ cắt mặt phẳng $\left(P\right):2x-y+2z-1=0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng $2\sqrt{2}$ có phương trình là

A. $\left(x+1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=9$. **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=9$.

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=3$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=3$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+\left(z-2\right)^2=9$ cắt mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $\left(\alpha\right):2x-y+2z-3=0$ cắt mặt cầu $\left(S\right)$ tâm $I\left(1;-3;2\right)$ theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 4π. Bán kính của mặt cầu $\left(S\right)$

A. 2. **B.** $\sqrt{20}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 3.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I\left(-2;1;3\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x-y+2z-10=0$. Tính bán kính r của mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm I và cắt $\left(P\right)$ theo một đường tròn $\left(T\right)$ có chu vi bằng 10π.

A. $r=\sqrt{5}$. **B.** $r=34$. **C.** $r=5$. **D.** $r=\sqrt{34}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, biết phương trình mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=25$ cắt mặt phẳng $(P):x+y+z=3\sqrt{3}$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r. Khi đó giá trị của r là:

A. 4. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 6: Mặt cầu $\left(S\right):\left(x-2\right)^2+\left(y+1\right)^2+z^2=49$ tiếp xúc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $\left(\beta\right):2x-y-2z+16=0$. **B.** $\left(\gamma\right):2x+y-2z-16=0$.

C. $\left(\alpha\right):3x-2y-6z+16=0$. **D.** $\left(\delta\right):2x-y-2z-16=0$.

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng $\left(P\right):2x-y-2z+2m-3=0$ không có điểm chung với mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2+2x-4z+1=0$.

A. $\left[\begin{array}{l} m<\frac{3}{2} \\ m>\frac{15}{2} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>3 \end{array}\right.$. **C.** $\frac{3}{2}<m<\frac{15}{2}$. **D.** $-1<m<3$.

Câu 8: Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+y^2+z^2=2$ và điểm $A(1;1;0)$ thuộc mặt cầu (S). Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A có phương trình là $ax+y+cz+d=0$. Tính $a+c-d$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y+z+5=0$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π. Tính bán kính mặt cầu (S)?

A. 5 **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2;-4;3)$?

A. $x-2y-2z+4=0$. **B.** $3x-6y+8z-54=0$.

C. $x-2y-2z-4=0$. **D.** $x-6y+8z-50=0$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-4=0$ và điểm $A(2;1;3)$. Biết rằng mặt phẳng $(P):ax+y+cz+d=0$ đi qua gốc O và điểm A đồng thời cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T=a+c+d$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 6.

Câu 12: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+y^2+(z+2)^2=16$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng tọa độ (Oxy) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 12.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) tâm $I=(2;0;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2y-2z+11=0$ là

A. $(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=25$. **B.** $(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=25$.

C. $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=10$. **D.** $(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=5$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-2)^2=25$. Gọi $(P):x+my+z+9=0$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) thì giá trị thực dương của m tương ứng nằm trong khoảng:

A. $(0;1)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 15: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+y^2+(z+2)^2=16$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng tọa độ (Oxy) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 2.

Câu 16: Cho hình cầu có đường kính bằng $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P).

A. $a\sqrt{10}$ **B.** $\frac{a}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{2}$ **D.** a

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x+2y-2z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=3$.

Câu 18: Cho mặt cầu $S(O;r)$, mặt phẳng (P) cách tâm O một khoảng bằng $\frac{r}{2}$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Hãy tính theo r chu vi của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S)

A. $\pi r\sqrt{3}$. **B.** πr. **C.** $\frac{\pi r\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{\pi r\sqrt{3}}{2}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+y^2+z^2=2$ và điểm $A(1;1;0)$ thuộc mặt cầu (S). Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A có phương trình là $ax+y+cz+d=0$. Tính $a+c-d$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z=0$. Mặt phẳng (Oxy) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Đường tròn giao tuyến này có bán kính r bằng

A. $r=\sqrt{5}$. **B.** $r=2$. **C.** $r=\sqrt{6}$. **D.** $r=4$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;1;3), B(-1;3;2), C(-1;2;3)$. Phương trình mặt cầu có tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là

A. $x^2+y^2+z^2=3$. **B.** $x^2+y^2+z^2=\sqrt{3}$. **C.** $x^2+y^2+z^2=\frac{5}{3}$. **D.** $x^2+y^2+z^2=9$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(S):x^2+y^2+z^2-4x-2y+10z+14=0$. Mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi là

A. $4\pi\sqrt{3}$. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** 8π.

Câu 23: Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=49$ tiếp xúc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(\beta): 2x-y-2z+16=0$. **B.** $(\gamma): 2x+y-2z-16=0$.

C. $(\alpha): 3x-2y-6z+16=0$. **D.** $(\delta): 2x-y-2z-16=0$.

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+2m-3=0$ không có điểm chung với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4z+1=0$.

A. $\left[\begin{array}{l} m<\dfrac{3}{2} \\ m>\dfrac{15}{2} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>3 \end{array}\right.$. **C.** $\dfrac{3}{2}<m<\dfrac{15}{2}$. **D.** $-1<m<3$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho mặt cầu (S) với tâm $I(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$. Biết (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Khi đó mặt cầu (S) có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=3$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $M(1;-1;0)$, $N(1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=14$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $2x+y-3z-1=0$ và $38x-5y+15z-43=0$.

B. $2x+y-3z-1=0$ và $38x+5y-15z-33=0$.

C. $2x-y+3z-3=0$ và $38x-5y+15z-43=0$.

D. $2x-y+3z-3=0$ và $38x+5y-15z-33=0$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-6z+2=0$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 28: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+my+3z-2=0$ (m là tham số thực) và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=9$. Tìm giá trị của tham số m để mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=2$.

Câu 29: Trong hệ trục tọa độ không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;1;2)$ và mặt phẳng $(P): \mathrm{x}-\mathrm{z}+6=0$. Tập hợp các điểm $M\in(P)$ sao cho $MO+MA=8$ là một đường cong **(L)**, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong này bằng

A. $16\sqrt{2}\pi$. **B.** 7π. **C.** $4\sqrt{2}\pi$. **D.** $4\sqrt{7}\pi$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ theo một đường tròn có chu vi bằng 6π. Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $x-y+2z-7=0$. **B.** $2x-2y+z+17=0$.

C. $2x-2y+z+7=0$. **D.** $2x-2y+z-17=0$ và $2x-2y+z+7=0$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, biết mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2=25$ cắt mặt phẳng (P): $x+y+z=3\sqrt{3}$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r. Khi đó giá trị của r là:

A. 4. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 5x+by+cz+d=0$ đi qua điểm $A(-1;5;7)$, $B(4;2;3)$ và cắt mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ theo giao tuyến là đường tròn có chu vi nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=3b-2c$.

A. 1. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2mx+4y-2z+4m-11=0$, m là tham số thực. Biết mặt cầu (S) luôn chứa một đường tròn cố định (C). Bán kính của (C) bằng

A. 3. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và các điểm $A(3;2;4)$, $B(5;3;7)$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua A, B và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính $r=2\sqrt{2}$. Biết tâm của (C) luôn nằm trên đường tròn cố định (C_1). Bán kính của (C_1) là

A. 12. **B.** $2\sqrt{14}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{14}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-20=0$ và điểm $M(2;-1;2)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C) thỏa mãn khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là (C) có thể tích lớn nhất bằng

A. $\frac{250\pi\sqrt{6}}{27}$. **B.** $\frac{19\pi\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{19\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{250\pi\sqrt{3}}{27}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+2=0$. Mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 37: Trong Oxyz, cho mặt cầu (S) : $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$ và mặt phẳng (P) : $4x+3y-2m=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m=\frac{1}{2}$ hoặc $m=\frac{21}{2}$. **B.** $m=-\frac{1}{2}$ hoặc $m=-\frac{21}{2}$.

C. $m=-\frac{9}{2}$ hoặc $m=\frac{31}{2}$. **D.** $m=\frac{1}{2}$.

Câu 38: Trên mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;4)$ và mặt phẳng (P): $2x-2y+z-1=0$. Mặt cầu (S) có tâm là điểm I, bán kính $R=6$, đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm H. Biết rằng tập hợp điểm H là một đường tròn có bán kính r. Tính tỉ số $\frac{R}{r}$.

A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=5$. Mặt phẳng (P) chứa trục tung và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình là

A. $x+2z=0$. **B.** $y-2z=0$. **C.** $x-2z=0$. **D.** $y+2z=0$.

Câu 40: Trong không gian $oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;2)$ và $B(2;2;1)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $MOA=MOB$ là mặt phẳng (P). Hỏi (P) tiếp xúc với mặt cầu nào sau đây?

A. $(S_2):(x-4)^2+(y-5)^2+(z-6)^2=25$. **B.** $(S_4):(x-4)^2+(y-5)^2+(z-6)^2=20$.

C. $(S_3):(x-4)^2+(y-5)^2+(z-6)^2=18$. **D.** $(S_1):(x-4)^2+(y-5)^2+(z-6)^2=16$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):5x+by+cz+d=0$ đi qua điểm $A(-1;5;7)$, $B(4;2;3)$ và cắt mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ theo giao tuyến là đường tròn có chu vi nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=3b-2c$.

A. 1. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $0xyz$, cho mặt phẳng (P): $2x+y+2z-13=0$ và mặt cầu (S): $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2-2y+m=0$. Để (P) tiếp xúc với (S) thì giá trị tham số m nằm trong khoảng nào dưới đây?

A. $(9;13)$. **B.** $(-6;-4)$. **C.** $(-12;-9)$. **D.** $(-4;0)$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2mx+4y-2z+4m-11=0$, m là tham số thực. Biết mặt cầu (S) luôn chứa một đường tròn cố định (C). Bán kính của (C) bằng

A. 3. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z-3=0$ và các điểm $A(3;2;4)$, $B(5;3;7)$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua A,B và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính $r=2\sqrt{2}$. Biết tâm của (C) luôn nằm trên đường tròn cố định (C_1). Bán kính của (C_1) là

A. 12. **B.** $2\sqrt{14}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{14}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-20=0$ và điểm $M(2;-1;2)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C) thỏa mãn khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là (C) có thể tích lớn nhất bằng

A. $\frac{250\pi\sqrt{6}}{27}$. **B.** $\frac{19\pi\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{19\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{250\pi\sqrt{3}}{27}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$ và mặt phẳng $(P):2x+y+2z+2=0$. Mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 47: Trong Oxyz, cho mặt cầu (S) : $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$ và mặt phẳng (P) : $4x+3y-2m=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m=\frac{1}{2}$ hoặc $m=\frac{21}{2}$. **B.** $m=-\frac{1}{2}$ hoặc $m=-\frac{21}{2}$.

C. $m=-\frac{9}{2}$ hoặc $m=\frac{31}{2}$. **D.** $m=\frac{1}{2}$.

Câu 48: Trên mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;4)$ và mặt phẳng (P): $2x-2y+z-1=0$. Mặt cầu (S) có tâm là điểm I, bán kính $R=6$, đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm H. Biết rằng tập hợp điểm H là một đường tròn có bán kính r. Tính tỉ số $\frac{R}{r}$.

A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=5$. Mặt phẳng (P) chứa trục tung và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình là

A. $x+2z=0$. **B.** $y-2z=0$. **C.** $x-2z=0$. **D.** $y+2z=0$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$,cho mặt phẳng $(P):(1-m)x+(m-m^2)y+mz+1=0$. Khi m thay đổi luôn tồn tại mặt cầu (S) cố định tiếp xúc với mặt phẳng (P) và đi qua $D(2;-3;4)$. Biết bán kính của mặt cầu (S) nhỏ hơn 5. Bán kính của mặt cầu (S) nằm trong khoảng

A. $(1;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(4;5)$.

Câu 51: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z+5=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-20=0$. Đường tròn (C) là giao tuyến của (S) và (P). Gọi A là điểm nằm trên (C). Giá trị lớn nhất của hoành độ điểm A là

A. $\frac{-3+4\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{3+4\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{6-2\sqrt{5}}{3}$. **D.** 6.

Câu 52: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y^2+z^2-6x+4z=3\\ mx-2y-z+3m=0\end{cases}$ có nghiệm duy nhất. Tổng các phần tử của S là

A. $-\frac{23}{13}$. **B.** $-\frac{6}{5}$. **C.** $-\frac{19}{5}$. **D.** $-\frac{12}{13}$.

Câu 53: Trong không gian cho ba điểm $A(a,0,0),B(0,b,0),C(0,0,c)$ với a,b,c là các số thực khác 0, mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $M(2;4;5)$. Biết rằng mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ cắt mặt phẳng (ABC) theo giao tuyến là 1 đường tròn có chu vi 8π. Giá trị của biểu thức bằng $P=a+b-c$:

A. 30. **B.** 40. **C.** 4. **D.** 20.

Câu 54: Do đó $A(20;0;0), B(0;10;0); C(0;0;10)$ và $P = 20+10-10 = 20$.Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(10;5;0), B(1;5;9)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2 = 64$. Mặt phẳng $(P): ax+by+cz-15=0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a+2b+3c$.

A. $T = 6$. **B.** $T = 14$. **C.** $T = -6$. **D.** $T = 15$.

Câu 55: Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+z^2+21}(2x+4y-8z+m) \geq 1$ và $x+3y-2z-1=0$ (với m là số thực dương). Khi $m = m_0$ có duy nhất bộ $(x;y;z)$ thỏa mãn các điều kiện trên thì m_0 thuộc khoảng nào?

A. $(1;6)$. **B.** $(11;14)$. **C.** $(13;17)$. **D.** $(5;13)$.

Câu 56: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2 = \frac{64}{9}$. Trên tia Ox, Oy, Oz lần lượt lấy các điểm A, B, C thỏa mãn $\frac{1}{OA}+\frac{2}{OB}+\frac{2}{OC} = 9$. Biết mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S). Thể tích khối chóp $OABC$ là

A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{1}{24}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 57: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3), B\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right), C(1;1;4), D(5;3;0)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng $3, (S_2)$ là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu $(S_1), (S_2)$ đồng thời song song với đường thẳng đi qua C và D.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Câu 58: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2 = 9$ và điểm $A(1;1;-1)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua điểm A và đôi một vuông góc với nhau, cắt (S) theo giao tuyến là ba đường tròn. Tổng diện tích của ba hình tròn đó bằng

A. 12π. **B.** 3π. **C.** 22π. **D.** 11π.

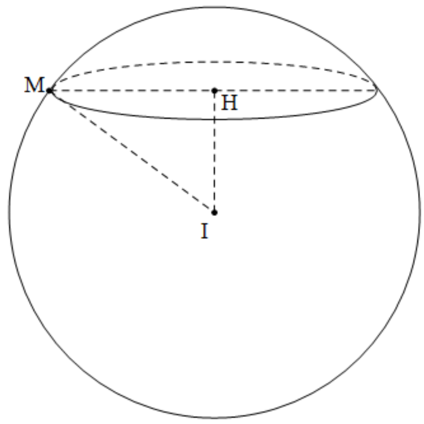
II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ cắt mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-1=0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng $2\sqrt{2}$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$.
B. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.
C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.
D. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

Lời giải

Chọn B



Giả sử đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có tâm H, bán kính HM.

$IH = d(I,(P)) = \dfrac{|2-2-2-1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = 1$.

Bán kính của mặt cầu (S) là $r = IM = \sqrt{1^2+(2\sqrt{2})^2} = 3$.

Vậy phương trình của mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+(z-2)^2=9$ cắt mặt phẳng (Oxy) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;2)$ và bán kính $R=3$

Mặt phẳng (Oxy): $z=0$

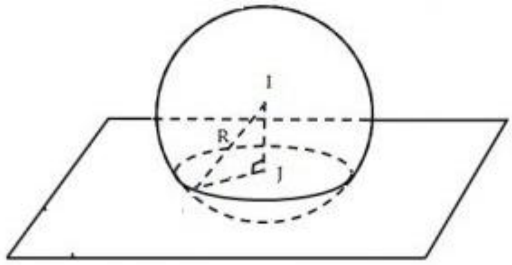
Do đó bán kính đường tròn giao tuyến là $r=\sqrt{R^2-d^2(I;(Oxy))}=\sqrt{9-4}=\sqrt{5}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z-3=0$ cắt mặt cầu (S) tâm $I(1;-3;2)$ theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 4π. Bán kính của mặt cầu (S)

A. 2. **B.** $\sqrt{20}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C



Bán kính của đường tròn là r. Theo bài ra $2r\pi = 4\pi \Leftrightarrow r = 2$. Hình chiếu vuông góc của $I(1;-3;2)$ xuống (α) là J. Ta có $IJ = d\left(I,(\alpha)\right) = \dfrac{\left|2.1-(-3)+2.2-3\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = 2$.

Gọi bán kính của mặt cầu là R, $R^2 = (IJ)^2 + r^2 = 8 \Rightarrow R = 2\sqrt{2}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 10 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu (S) có tâm I và cắt (P) theo một đường tròn (T) có chu vi bằng 10π.

A. $r = \sqrt{5}$. **B.** $r = 34$. **C.** $r = 5$. **D.** $r = \sqrt{34}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu của I lên (P).

Khi đó $IH = d\left(I,(P)\right) = 3$.

Đường tròn (T) có chu vi là 10π nên có bán kính là $r' = \dfrac{10\pi}{2\pi} = 5$.

(P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (T) nên $r = \sqrt{r'^2 + IH^2} = \sqrt{34}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, biết phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 25$ cắt mặt phẳng $(P): x + y + z = 3\sqrt{3}$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r. Khi đó giá trị của r là:

A. 4. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: (S) có tâm $I(0;0;0)$ và bán kính $R = 5$

$$d_{(I;(P))} = \frac{\left|0+0+0-3\sqrt{3}\right|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = 3$$

$$r = \sqrt{R^2 - d^2} = 4$$

Câu 6: Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 49$ tiếp xúc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(\beta): 2x - y - 2z + 16 = 0$. **B.** $(\gamma): 2x + y - 2z - 16 = 0$.

C. $(\alpha): 3x - 2y - 6z + 16 = 0$. **D.** $(\delta): 2x - y - 2z - 16 = 0$.

Lời giải

Chọn A

(S) có tâm $I(2;-1;0); R=7$

Xét phương án A ta có: $d(I,(\beta))=\dfrac{|2.2+1-2.0+16|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=\dfrac{21}{3}=7=R$.

Vậy mặt phẳng (β) tiếp xúc với mặt cầu (S).

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+2m-3=0$ không có điểm chung với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4z+1=0$.

A. $\left[\begin{array}{l} m<\dfrac{3}{2} \\ m>\dfrac{15}{2} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>3 \end{array}\right.$. **C.** $\dfrac{3}{2}<m<\dfrac{15}{2}$. **D.** $-1<m<3$.

Lời giải

Chọn A

(S) có tâm $I(-1;0;2)$ và bán kính $R=2$.

$d(I,(P))=\dfrac{|-2-4+2m-3|}{\sqrt{4+1+4}}=\dfrac{|2m-9|}{3}$.

Để mặt phẳng (P) không có điểm chung với mặt cầu (S) thì

$$d(I,(P))>R \Leftrightarrow \frac{|2m-9|}{3}>2 \Leftrightarrow |2m-9|>6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m-9>6 \\ 2m-9<-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<\dfrac{3}{2} \\ m>\dfrac{15}{2} \end{array}\right..$$

Câu 8: Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+y^2+z^2=2$ và điểm $A(1;1;0)$ thuộc mặt cầu (S). Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A có phương trình là $ax+y+cz+d=0$. Tính $a+c-d$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;0;0)$.

Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IA}=(-1;1;0)$ nên có phương trình $-(x-1)+(y-1)+0.(z-0)=0 \Leftrightarrow -x+y=0$.

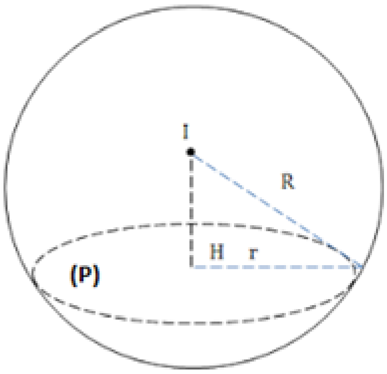
Khi đó $a=-1, c=0, d=0$. Suy ra $a+c-d=-1$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+5=0$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π. Tính bán kính mặt cầu (S)?

A. 5 **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P). Khi đó $IH = d\left(I;(P)\right) = 3$

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π. Đường tròn này có bán kính $r = 4$.

Vậy bán kính mặt cầu là: $R = \sqrt{IH^2 + r^2} = 5$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-5)^2=9$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2;-4;3)$?

A. $x-2y-2z+4=0$. **B.** $3x-6y+8z-54=0$.
C. $x-2y-2z-4=0$. **D.** $x-6y+8z-50=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;5)$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2;-4;3)$ nên có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \overrightarrow{IA} = (1;-2;-2)$.

Phương trình mặt phẳng $(P): 1(x-2)-2(y+4)-2(z-3)=0 \Leftrightarrow x-2y-2z-4=0$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-4=0$ và điểm $A(2;1;3)$. Biết rằng mặt phẳng $(P): ax+y+cz+d=0$ đi qua gốc O và điểm A đồng thời cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T=a+c+d$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

$(P): ax+y+cz+d=0$ đi qua gốc O suy ra $d=0$.

$(P): ax+y+cz+d=0$ đi qua điểm A suy ra: $2a+1+3c=0$.

$(P): ax+y+cz+d=0$ cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính lớn nhất, do đó $(P): ax+y+cz+d=0$ đi qua điểm $I(1;2;0)$ là tâm mặt cầu (S) suy ra: $a+2=0$.

Vậy $a=-2; c=1; d=0 \Rightarrow T=a+c+d=-2+1+0=-1$.

Câu 12: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+y^2+(z+2)^2=16$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng tọa độ (Oxy) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

+ Phương trình mặt phẳng (Oxy) là: $z=0$.

+ Mặt cầu (S) có tâm $I(2;0;-2)$, bán kính $R=4$.

Ta có: $d=d(I;(Oxy))=2<R$ nên mặt phẳng (Oxy) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{16-4}=2\sqrt{3}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) tâm $I=(2;0;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2y-2z+11=0$ là

A. $(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=25$. **B.** $(x-2)^2+y^2+(z-1)^2=25$.

C. $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=10$. **D.** $(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=5$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính mặt cầu là: $R=d(I;(P))=\dfrac{|2-2.0-2.(-1)+11|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=5$.

Phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=25$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+(z-2)^2=25$. Gọi $(P):x+my+z+9=0$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) thì giá trị thực dương của m tương ứng nằm trong khoảng:

A. $(0;1)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

$(S):x^2+y^2+(z-2)^2=25$ có tâm $I(0;0;2)$ và bán kính $R=5$.

Mặt phẳng (P) tiếp xúc với (S) $d(I;(P))=R\Leftrightarrow\dfrac{|11|}{\sqrt{2+m^2}}=5\Leftrightarrow\sqrt{2+m^2}=\dfrac{11}{5}\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{\dfrac{71}{25}}$

Mà m là số thực dương nên $m=\sqrt{\dfrac{71}{25}}\simeq 1,68$

Câu 15: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+y^2+(z+2)^2=16$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng tọa độ (Oxy) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;0;-2)$, bán kính $R=4$.

Ta có bán kính đường tròn là $r=\sqrt{R^2-d^2_{(I,(Oxy))}}=\sqrt{16-4}=2\sqrt{3}$.

Câu 16: Cho hình cầu có đường kính bằng $2a\sqrt{3}$. Mặt phẳng (P) cắt hình cầu theo thiết diện là hình tròn có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P).

A. $a\sqrt{10}$ **B.** $\frac{a}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{2}$ **D.** a

Lời giải

Chọn D

◆ Hình cầu đã cho có bán kính $R = a\sqrt{3}$.

khoảng cách từ tâm hình cầu đến mặt phẳng (P)là $d = \sqrt{R^2 - r^2} = a$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;-2)$ và mặt phẳng (P)có phương trình $x+2y-2z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=3$.

Lời giải

Chọn A

Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (P) là: $d(I;(P)) = \frac{|1+2.0-2.(-2)+4|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = 3$.

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $d(I;(P)) = R = 3$.

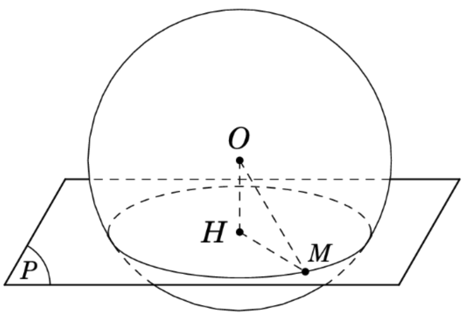
Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R=3$ là: $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$.

Câu 18: Cho mặt cầu $S(O;r)$, mặt phẳng (P) cách tâm O một khoảng bằng $\frac{r}{2}$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Hãy tính theo r chu vi của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S)

A. $\pi r\sqrt{3}$. **B.** πr. **C.** $\frac{\pi r\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{\pi r\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) và M là một điểm trên đường tròn giao tuyến như hình vẽ.

Từ giả thiết, ta có $OM = r, OH = \frac{r}{2} \Rightarrow HM = \sqrt{r^2 - \left(\frac{r}{2}\right)^2} = \frac{r\sqrt{3}}{2}$.

Chu vi đường tròn $C = 2\pi.\frac{r\sqrt{3}}{2} = \pi r\sqrt{3}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 2$ và điểm $A(1;1;0)$ thuộc mặt cầu (S). Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm A có phương trình là $ax + y + cz + d = 0$. Tính $a + c - d$.

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Ta có, mặt cầu $(S):(x-2)^2 + y^2 + z^2 = 2$ có tâm $I(2;0;0)$ và có bán kính $R = \sqrt{2}$.

Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(1;1;0)$ nên đi qua A và nhận $\overrightarrow{AI} = (1;-1;0)$ làm vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng này là: $(x-1)-(y-1) = 0 \Leftrightarrow -x + y = 0$.

Vậy $a = -1; c = 0; d = 0 \Rightarrow a + c - d = -1$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$. Mặt phẳng (Oxy) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Đường tròn giao tuyến này có bán kính r bằng

A. $r = \sqrt{5}$. **B.** $r = 2$. **C.** $r = \sqrt{6}$. **D.** $r = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14}$.

Khoảng cách từ $I(1;2;3)$ đến mặt phẳng (Oxy) là $h = |z_I| = 3$.

Do đó bán kính $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{14-9} = \sqrt{5}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;1;3), B(-1;3;2), C(-1;2;3)$. Phương trình mặt cầu có tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. **B.** $x^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{3}$. **C.** $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{5}{3}$. **D.** $x^2 + y^2 + z^2 = 9$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-2;2;-1), \overrightarrow{AC}(-2;1;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right] = (1;2;2)$

Phương trình mặt phẳng (ABC) qua điểm $A(1;1;3)$ có VTPT $(1;2;2)$

$1(x-1) + 2(y-1) + 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 9 = 0$

Vì mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu nên: $R = d(\mathrm{O};(ABC)) = \frac{9}{\sqrt{1+4+4}} = 3$

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 10z + 14 = 0$. Mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có chu vi là

A. $4\pi\sqrt{3}$. **B.** 2π. **C.** 4π. **D.** 8π.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(S): x^2+y^2+z^2-4x-2y+10z+14=0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y-1)^2+(z+5)^2=16$.

$\Rightarrow (S)$ có tâm $I=(2;1;-5)$, bán kính $R=4$.

Ta có $d=d(I,(P))=\dfrac{|2+1-5-4|}{\sqrt{1+1+1}}=2\sqrt{3}$.

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến $r=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{16-(2\sqrt{3})^2}=2$.

Chu vi đường tròn giao tuyến là $2\pi r=4\pi$.

Câu 23: Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=49$ tiếp xúc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $(\beta): 2x-y-2z+16=0$. **B.** $(\gamma): 2x+y-2z-16=0$.

C. $(\alpha): 3x-2y-6z+16=0$. **D.** $(\delta): 2x-y-2z-16=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+z^2=49$ có tâm $I(2;-1;0)$ và bán kính $R=7$.

Ta có $d[I;(\beta)]=\dfrac{|2.2-(-1)-2.0+16|}{\sqrt{2^2(-1)^2+(-2)^2}}=7=R$.

Vậy (S) tiếp xúc với mặt phẳng(β).

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+2m-3=0$ không có điểm chung với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4z+1=0$.

A. $\left[\begin{array}{l} m<\dfrac{3}{2} \\ m>\dfrac{15}{2} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>3 \end{array}\right.$. **C.** $\dfrac{3}{2}<m<\dfrac{15}{2}$. **D.** $-1<m<3$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;0;2)$ và bk $R=2$

(P) không có điểm chung với $(S) \Leftrightarrow d(I;(P))>R$.

$\Leftrightarrow \dfrac{|2,(-1)-2.2+2m-3|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}>2$

$\Leftrightarrow |2m-9|>6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m-9<-6 \\ 2m-9>6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<\dfrac{3}{2} \\ m>\dfrac{15}{2} \end{array}\right.$.

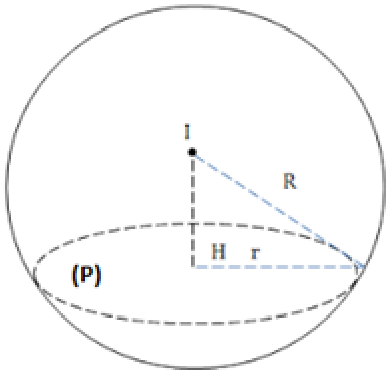
Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$,cho mặt cầu (S) với tâm $I(1;1;0)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$. Biết (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Khi đó mặt cầu (S) có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=3$.

Lời giải

Chọn B



Theo giả thiết có $r=1$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P). Khi đó $IH=d\left(I,(P)\right)=\sqrt{3}$.

Do đó bán kính mặt cầu là: $R=\sqrt{IH^2+r^2}=2$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=4$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $M(1;-1;0)$, $N(1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y+3)^2+(z-2)^2=14$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $2x+y-3z-1=0$ và $38x-5y+15z-43=0$.

B. $2x+y-3z-1=0$ và $38x+5y-15z-33=0$.

C. $2x-y+3z-3=0$ và $38x-5y+15z-43=0$.

D. $2x-y+3z-3=0$ và $38x+5y-15z-33=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu S có tâm $I\ -2;-3;2$ và bán kính $R=\sqrt{14}$.

Phương trình mặt phẳng P có dạng: $ax+by+cz+d=0\ \ a^2+b^2+c^2\neq 0$.

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} M,N\in P \\ d\ \ I,\ P\ \ =R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\left|-2a-3b+2c+d\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\sqrt{14} \\ a-b+d=0 \\ a+2b+c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{\left|-2a-3b+2c+d\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\sqrt{14} \\ a+d=b \\ 3b+c=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+d=b \\ c=-3b \\ \dfrac{\left|-3a+\ \ a+d\ \ -3b+2\ \ -3b\ \right|}{\sqrt{a^2+b^2+9b^2}}=\sqrt{14} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+d=b \\ c=-3b \\ \dfrac{\left|-3a-8b\right|}{\sqrt{a^2+10b^2}}=\sqrt{14} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+d=b \\ c=-3b \\ (3a+8b)^2=14(a^2+10b^2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+d=b \\ c=-3b \\ 5a^2-48ab+76b^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+d=b \\ c=-3b \\ \left[\begin{array}{l} a=2b \\ a=\dfrac{38}{5}b \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} a=2b \\ c=-3b \\ d=-b \end{cases} \\ \begin{cases} a=\dfrac{38}{5}b \\ c=-3b \\ d=-\dfrac{33}{5}b \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} P:2x+y-3z-1=0 \\ P:\dfrac{38}{5}x+y-3z-\dfrac{33}{5}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} P:2x+y-3z-1=0 \\ P:38x+5y-15z-33=0 \end{array}\right..$$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-6z+2=0$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+2y-6z+2=0$ có tâm $I(1;-1;3)$ và có bán kính $R=\sqrt{1^2+(-1)^2+3^2-2}=3$.

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x=0$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (Oyz) là $h=\mathrm{d}\left(I,(Oyz)\right)=\dfrac{|1|}{\sqrt{1^2}}=1$.

Bán kính đường tròn giao tuyến cần tìm là $r=\sqrt{R^2-h^2}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$.

Câu 28: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+my+3z-2=0$ (m là tham số thực) và mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+z^2=9$. Tìm giá trị của tham số m để mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn lớn.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn lớn khi mặt phẳng đi qua tâm mặt cầu.
Ta có tâm $I(1;2;0)$, thay tọa độ tâm I vào phương trình mặt phẳng (α) ta được $m=0$.

Câu 29: Trong hệ trục tọa độ không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x-z+6=0$. Tập hợp các điểm $M\in(P)$ sao cho $MO+MA=8$ là một đường cong **(L)**, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong này bằng

A. $16\sqrt{2}\pi$. **B.** 7π . **C.** $4\sqrt{2}\pi$. **D.** $4\sqrt{7}\pi$

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(x;y;z)\in(P)\Rightarrow x-z+6=0$

Và theo giả thiết có: $MO+OA=8\Leftrightarrow MA=8-MO\Rightarrow MA^2=64-16MO+MO^2$

$\Leftrightarrow(x+2)^2+y^2+(z-2)^2=64-16MO+x^2+y^2+z^2$

$\Leftrightarrow 16MO=56-4(x-z)=56-4.(-6)=80\Leftrightarrow \mathrm{MO}=5$

Suy ra M thuộc mặt cầu (S) tâm O bán kính $R=5$.

Do đó điểm $M\in(Q)=(P)\cap(S)$ là đường tròn giao tuyến của (P) và (S) có bán kính $R_{(Q)}=\sqrt{R^2-d^2(O,(P))}=\sqrt{5^2-\left(3\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{7}\Rightarrow S_{(Q)}=7\pi.$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng $(P):2x-2y+z-17=0$. Biết mặt phẳng (Q) cắt mặt cầu $(S):x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ theo một đường tròn có chu vi bằng 6π . Khi đó mặt phẳng (Q) có phương trình là:

A. $x-y+2z-7=0$. **B.** $2x-2y+z+17=0$.

C. $2x-2y+z+7=0$. **D.** $2x-2y+z-17=0$ và $2x-2y+z+7=0$.

Lời giải

Chọn C

$(Q)//(P)\Rightarrow(Q)$ có dạng $2x-2y+z+d=0\ (d\neq-17)$

Giả sử bán kính đường tròn là r . Ta có $2\pi r=6\pi\Rightarrow r=3$.

Mặt cầu $(S):x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$ có tâm $I(0;-2;1),R=5$.

Ta có $d(I;(Q))=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Ta có $d(I;(Q))=4\Leftrightarrow\dfrac{|2.0-2.(-2)+1+d|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=4\Leftrightarrow|d+5|=12\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d+5=12\\d+5=-12\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=7\\d=-17\ (L)\end{array}\right.$

Phương trình mặt phẳng (Q) là $2x-2y+z+7=0$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, biết mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2=25$ cắt mặt phẳng (P): $x+y+z=3\sqrt{3}$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r . Khi đó giá trị của r là:

A. 4 . **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** 5 . **D.** 3 .

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R=5$

Ta có: $d(O;(P))=\dfrac{\left|-3\sqrt{3}\right|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=3\Rightarrow r=\sqrt{R^2-\left[d(O;(P))\right]^2}=4$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 5x+by+cz+d=0$ đi qua điểm $A(-1;5;7)$, $B(4;2;3)$ và cắt mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ theo giao tuyến là đường tròn có chu vi nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=3b-2c$.

A. 1. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;3)$ và bán kính $R=5$.

Do mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(-1;5;7)$, $B(4;2;3)$ nên ta có:

$$\begin{cases} A\in(P)\Rightarrow 5b+7c+d=5 \\ B\in(P)\Rightarrow 2b+3c+d=-20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4d+155 \\ c=-3d-110 \end{cases}$$

Mặt khác, $d\left(I;(P)\right)=\dfrac{\left|-5+2b+3c+d\right|}{\sqrt{25+b^2+c^2}}=\dfrac{25}{\sqrt{25d^2+1900d+36150}}$.

Mà (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi nhỏ nhất có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2\left(I;(P)\right)}$.

Suy ra, để đường tròn có chu vi nhỏ nhất thì r nhỏ nhất $\Leftrightarrow d\left(I;(P)\right)_{max}$.

Mà $\sqrt{25d^2+1900d+36150}=\sqrt{25(d+38)^2+50}\ge 5\sqrt{2}$ nên $d\left(I;(P)\right)_{max}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ khi $d=-38$.

Khi đó: $\begin{cases} b=4d+155=4.(-38)+155=3 \\ c=-3d-110=-3.(-38)-110=4 \end{cases} \Rightarrow T=3.3-2.4=1$

Vậy giá trị của biểu thức $T=1$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2mx+4y-2z+4m-11=0$, m là tham số thực. Biết mặt cầu (S) luôn chứa một đường tròn cố định (C). Bán kính của (C) bằng

A. 3. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x_0;y_0;z_0)$ là điểm cố định thuộc mặt cầu (S).

Khi đó: $x_0^2+y_0^2+z_0^2-2mx_0+4y_0-2z_0+4m-11=0,\ \forall m$

$\Leftrightarrow x_0^2+y_0^2+z_0^2+4y_0-2z_0-11-2m(x_0-2)=0, \forall m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2+y_0^2+z_0^2+4y_0-2z_0-11=0 \\ x_0-2=0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Tập hợp các điểm M là đường tròn (C) là giao tuyến của mặt cầu $(S'): x^2+y^2+z^2+4y-2z-11=0$ và mặt phẳng (P): $x-2=0$.

Mặt cầu (S') có tâm $I(0;-2;1)$, bán kính $R=\sqrt{4+1+11}=4$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $d=|x_I-2|=2$.

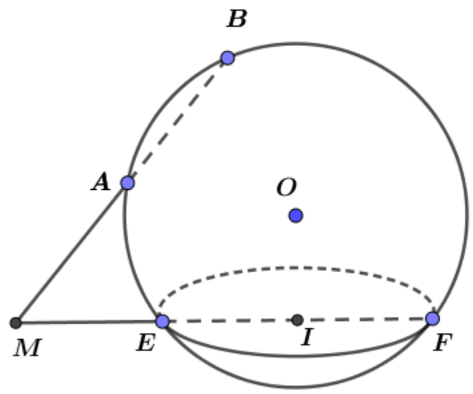
$\Rightarrow$ Bán kính của đường tròn (C) là $r=\sqrt{R^2-d^2}=2\sqrt{3}$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và các điểm $A(3;2;4)$, $B(5;3;7)$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua A, B và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính $r=2\sqrt{2}$. Biết tâm của (C) luôn nằm trên đường tròn cố định (C_1). Bán kính của (C_1) là

A. 12. **B.** $2\sqrt{14}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn C



Đường thẳng $AB: \begin{cases} x=3+2t \\ y=2+t \\ z=4+3t \end{cases}$. Gọi $M = AB \cap (P)$, ta có:

$3+2t+2+t+4+3t-3=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow M(1;1;1), MA=\sqrt{14}, MB=\sqrt{56}$.

Gọi I là tâm của đường tròn (C) và $\{E,F\} = MI \cap (S)$, ta có:

$MA.MB = ME.MF = (MI-r)(MI+r) = MI^2 - r^2$

$\Rightarrow MI^2 = \sqrt{14}.\sqrt{56} + 8 = 36 \Rightarrow MI = 6.$

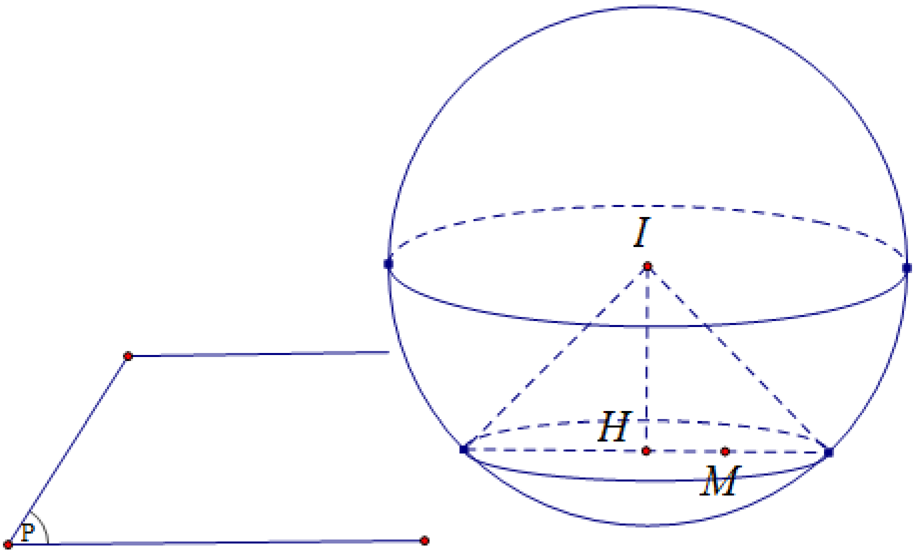
Vậy I nằm trên đường tròn cố định tâm M bán kính bằng 6.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-20=0$ và điểm $M(2;-1;2)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C) thỏa mãn khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là (C) có thể tích lớn nhất bằng

A. $\dfrac{250\pi\sqrt{6}}{27}$. **B.** $\dfrac{19\pi\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{19\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{250\pi\sqrt{3}}{27}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;0)$, bán kính $R=5$. Độ dài $IM=\sqrt{6}<R \Rightarrow M$ nằm bên trong mặt cầu (S).

Gọi H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P), r là bán kinh đường tròn (C).

Đặt $IH=h \Rightarrow 0\le h\le \sqrt{6}$ **(do** $0\le IH\le IM$ **)**

Theo định lý pytago ta có: $R^2=r^2+h^2 \Rightarrow r=\sqrt{R^2-h^2}$.

Thể tích khối nón có đỉnh I, đáy là đường tròn (C) là:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2.h=\frac{1}{3}\pi\left(R^2-h^2\right).h=\frac{1}{3}\pi\left(-h^3+R^2.h\right)$$

Xét $y=f(h)=-h^3+R^2.h \Rightarrow y'=f'(h)=-3h^2+R^2$

$$\Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow -3h^2+R^2=0 \Leftrightarrow h=\frac{R}{\sqrt{3}}=\frac{5}{\sqrt{3}}>\sqrt{6}\ \ (h\ge 0)$$

Ta có bảng biến thiên:

h	0	$\sqrt{6}$
y	0 ↗	$19\sqrt{6}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy y đạt giá trị lớn nhất khi $h=\sqrt{6} \Leftrightarrow V_{\max}=\dfrac{19\pi\sqrt{6}}{3}$.

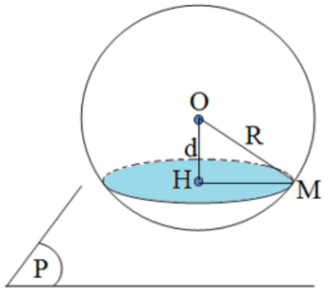
Chọn B

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=10$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+2z+2=0$. Mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A



Xét mặt cầu (S) có: $\begin{cases} O=(2;1;1) \\ R=\sqrt{10} \end{cases}$, nên $d(O,(P))=OH=\dfrac{|2.2+1+2.1+2|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=3<R=\sqrt{10}$.

Khi đó:

Mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính: $r=HM=\sqrt{R^2-d^2}=1$.

Câu 37: Trong $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$ và mặt phẳng (P) : $4x+3y-2m=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m=\dfrac{1}{2}$ hoặc $m=\dfrac{21}{2}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{2}$ hoặc $m=-\dfrac{21}{2}$.

C. $m=-\dfrac{9}{2}$ hoặc $m=\dfrac{31}{2}$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-2)$, bán kính $R=2$

Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung

$\Leftrightarrow$ Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) tiếp xúc nhau

$\Leftrightarrow d(I;(P))=R \Leftrightarrow \dfrac{|4.2+3.1-2m|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2 \Leftrightarrow |11-2m|=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 11-2m=10 \\ 11-2m=-10 \end{array}\right.$

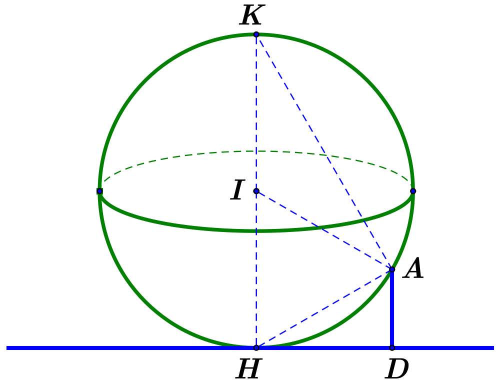
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{1}{2} \\ m=\dfrac{21}{2} \end{array}\right.$. Vậy $m=\dfrac{1}{2}$ hoặc $m=\dfrac{21}{2}$.

Câu 38: Trên mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-1=0$. Mặt cầu (S) có tâm là điểm I, bán kính $R=6$, đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm H. Biết rằng tập hợp điểm H là một đường tròn có bán kính r. Tính tỉ số $\dfrac{R}{r}$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi D là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P).

$$AD = d\left(A;(P)\right) = \frac{\left|2.1-2(-2)+4-1\right|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}} = 3$$

K là điểm đối xứng với điểm H qua tâm I. $HK = 2R = 12$.

Hai tam giác AHK và DAH đồng dạng nên ta có $\dfrac{AH}{DA} = \dfrac{HK}{AH} \Rightarrow AH^2 = DA.HK = 3.12 = 36$

Tam giác ADH vuông tại D nên ta có $DH = \sqrt{AH^2 - AD^2} = \sqrt{36-9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$

Vậy điểm H nằm trên đường tròn có tâm là điểm D, bán kính $r = 3\sqrt{3}$.

Vậy tỉ số $\dfrac{R}{r} = \dfrac{6}{3\sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

☙ HẾT ❧

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=5$. Mặt phẳng (P) chứa trục tung và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình là

A. $x+2z=0$. **B.** $y-2z=0$. **C.** $x-2z=0$. **D.** $y+2z=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

Mặt phẳng (P) chứa trục tung nên có phương trình dạng $(P): Ax+Cz=0$, với $A^2+C^2 \neq 0$.

Lại có (P) tiếp xúc mặt cầu (S) nên $d\left(I,(P)\right)=\sqrt{5} \Leftrightarrow \dfrac{|A-2C|}{\sqrt{A^2+C^2}}=\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow (A-2C)^2 = 5\left(A^2+C^2\right) \Leftrightarrow 4A^2+4AC+C^2=0$

$\Leftrightarrow (2A+C)^2=0 \Leftrightarrow 2A+C=0$.

Chọn $A=1 \Rightarrow C=-2$.

Vậy $(P): x-2z=0$.

Câu 40: Trong không gian $oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;2)$ và $B(2;2;1)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $MOA = MOB$ là mặt phẳng (P). Hỏi (P) tiếp xúc với mặt cầu nào sau đây?

A. $(S_2):(x-4)^2+(y-5)^2+(z-6)^2=25$. **B.** $(S_4):(x-4)^2+(y-5)^2+(z-6)^2=20$.

C. $(S_3):(x-4)^2+(y-5)^2+(z-6)^2=18$. **D.** $(S_1):(x-4)^2+(y-5)^2+(z-6)^2=16$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x;y;z)$.

Vì $MOA=MOB \Rightarrow cos(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OA})=cos(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OB}) \Leftrightarrow \dfrac{\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OA}}{\left|\overrightarrow{OM}\right|.\left|\overrightarrow{OA}\right|}=\dfrac{\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OB}}{\left|\overrightarrow{OM}\right|.\left|\overrightarrow{OB}\right|}$.

$+\overrightarrow{OM}(x;y;z),\ \overrightarrow{OA}(1;-2;2),\ \overrightarrow{OB}(2;2;1)$.

$\Rightarrow \dfrac{x-2y+2z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}.\sqrt{4+4+1}}=\dfrac{2x+2y+z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}.\sqrt{4+4+1}} \Leftrightarrow x+4y-z=0(P)$.

Vậy tập hợp điểm M thỏa mãn $MOA=MOB$ là mặt phẳng $(P):x+4y-z=0$.

Do đó (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S_3):(x-4)^2+(y-5)^2+(z-6)^2=18$ vì:

(S_3) có tâm $I_3(4;5;6)$, bán kính $R_3=\sqrt{18} \Rightarrow d(I_3,(P))=\dfrac{|4+4.5-6|}{\sqrt{1+16+1}}=\sqrt{18}=R_3$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):5x+by+cz+d=0$ đi qua điểm $A(-1;5;7)$, $B(4;2;3)$ và cắt mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ theo giao tuyến là đường tròn có chu vi nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=3b-2c$.

A. 1. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;3)$ và bán kính $R=5$.

Do mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(-1;5;7)$, $B(4;2;3)$ nên ta có:

$$\begin{cases} A\in(P) \Rightarrow 5b+7c+d=5 \\ B\in(P) \Rightarrow 2b+3c+d=-20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4d+155 \\ c=-3d-110 \end{cases}$$

Mặt khác, $d(I;(P))=\dfrac{|-5+2b+3c+d|}{\sqrt{25+b^2+c^2}}=\dfrac{25}{\sqrt{25d^2+1900d+36150}}$.

Mà (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi nhỏ nhất có bán kính $r=\sqrt{R^2-d^2(I;(P))}$.

Suy ra, để đường tròn có chu vi nhỏ nhất thì r nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $d(I;(P))_{max}$.

Mà $\sqrt{25d^2+1900d+36150}=\sqrt{25(d+38)^2+50}\geq 5\sqrt{2}$ nên $d(I;(P))_{max}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ khi $d=-38$.

Khi đó: $\begin{cases} b=4d+155=4.(-38)+155=3 \\ c=-3d-110=-3.(-38)-110=4 \end{cases} \Rightarrow T=3.3-2.4=1$

Vậy giá trị của biểu thức $T=1$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y+2z-13=0$ và mặt cầu $(S): x^2+(y+1)^2+(z-2)^2-2y+m=0$. Để (P) tiếp xúc với (S) thì giá trị tham số m nằm trong khoảng nào dưới đây?

A. $(9;13)$. **B.** $(-6;-4)$. **C.** $(-12;-9)$. **D.** $(-4;0)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S): x^2+(y+1)^2+(z-2)^2-2y+m=0 \Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-4z+5+m=0$.

Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;2)$, bán kính $R=\sqrt{-m-1}\quad (m<-1)$.

Để (P) tiếp xúc với (S) thì $d(I,(P))=R \Rightarrow \dfrac{|2.0+1.0+2.2-13|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=\sqrt{-m-1} \Rightarrow \sqrt{-m-1}=3 \Rightarrow m=-10\in(-12;-9)$.

Vậy giá trị của tham số m nằm trong khoảng $(-12;-9)$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2mx+4y-2z+4m-11=0$, m là tham số thực. Biết mặt cầu (S) luôn chứa một đường tròn cố định (C). Bán kính của (C) bằng

A. 3. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x_0;y_0;z_0)$ là điểm cố định thuộc mặt cầu (S).

Khi đó: $x_0^2+y_0^2+z_0^2-2mx_0+4y_0-2z_0+4m-11=0,\ \forall m$

$\Leftrightarrow x_0^2+y_0^2+z_0^2+4y_0-2z_0-11-2m(x_0-2)=0, \forall m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2+y_0^2+z_0^2+4y_0-2z_0-11=0 \\ x_0-2=0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Tập hợp các điểm M là đường tròn (C) là giao tuyến của mặt cầu $(S'): x^2+y^2+z^2+4y-2z-11=0$ và mặt phẳng (P): $x-2=0$.

Mặt cầu (S') có tâm $I(0;-2;1)$, bán kính $R=\sqrt{4+1+11}=4$.

Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $d=|x_I-2|=2$.

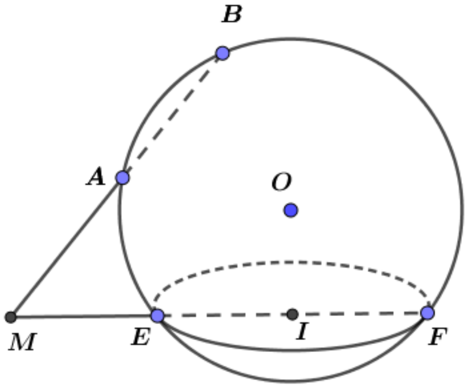
$\Rightarrow$ Bán kính của đường tròn (C) là $r=\sqrt{R^2-d^2}=2\sqrt{3}$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$ và các điểm $A(3;2;4)$, $B(5;3;7)$. Mặt cầu (S) thay đổi đi qua A, B và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính $r=2\sqrt{2}$. Biết tâm của (C) luôn nằm trên đường tròn cố định (C_1). Bán kính của (C_1) là

A. 12. **B.** $2\sqrt{14}$. **C.** 6. **D.** $\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn C



Đường thẳng $AB:\begin{cases}x=3+2t\\y=2+t\\z=4+3t\end{cases}$. Gọi $M=AB\cap(P)$, ta có:

$3+2t+2+t+4+3t-3=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow M(1;1;1), MA=\sqrt{14}, MB=\sqrt{56}$.

Gọi I là tâm của đường tròn (C) và $\{E,F\}=MI\cap(S)$, ta có:

$MA.MB=ME.MF=(MI-r)(MI+r)=MI^2-r^2$

$\Rightarrow MI^2=\sqrt{14}.\sqrt{56}+8=36\Rightarrow MI=6.$

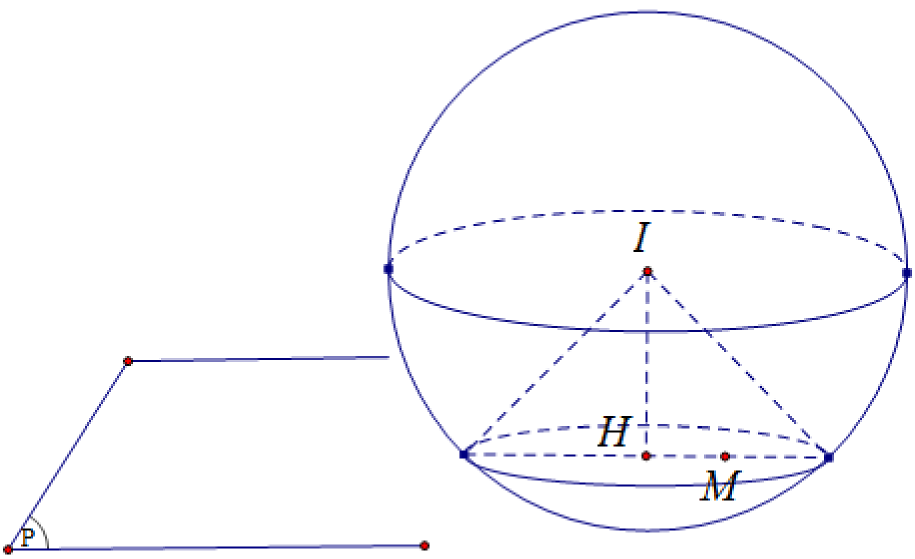
Vậy I nằm trên đường tròn cố định tâm M bán kính bằng 6.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-20=0$ và điểm $M(2;-1;2)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C) thỏa mãn khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là (C) có thể tích lớn nhất bằng

A. $\dfrac{250\pi\sqrt{6}}{27}$. **B.** $\dfrac{19\pi\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{19\pi\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{250\pi\sqrt{3}}{27}$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;0)$, bán kính $R=5$. Độ dài $IM=\sqrt{6}<R\Rightarrow M$ nằm bên trong mặt cầu (S).

Gọi H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P), r là bán kính đường tròn (C).

Đặt $IH = h \Rightarrow 0 \le h \le \sqrt{6}$ **(do** $0 \le IH \le IM$ **)**

Theo định lý pytago ta có: $R^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - h^2}$.

Thể tích khối nón có đỉnh I, đáy là đường tròn (C) là:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2.h = \frac{1}{3}\pi\left(R^2 - h^2\right).h = \frac{1}{3}\pi\left(-h^3 + R^2.h\right)$$

Xét $y = f(h) = -h^3 + R^2.h \Rightarrow y' = f'(h) = -3h^2 + R^2$

$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow -3h^2 + R^2 = 0 \Leftrightarrow h = \frac{R}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} > \sqrt{6}\ (h \ge 0)$

Ta có bảng biến thiên:

h	0	$\sqrt{6}$
y	0 ↗	$19\sqrt{6}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy y đạt giá trị lớn nhất khi $h = \sqrt{6} \Leftrightarrow V_{max} = \frac{19\pi\sqrt{6}}{3}$.

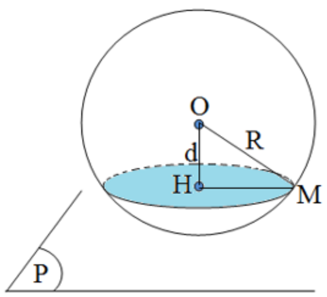
Chọn B

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A



Xét mặt cầu (S) có: $\begin{cases} O = (2;1;1) \\ R = \sqrt{10} \end{cases}$, nên $d(O,(P)) = OH = \frac{|2.2 + 1 + 2.1 + 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2}} = 3 < R = \sqrt{10}.$

Khi đó:

Mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính: $r = HM = \sqrt{R^2 - d^2} = 1.$

Câu 47: Trong Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$ và mặt phẳng (P): $4x+3y-2m=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m=\frac{1}{2}$ hoặc $m=\frac{21}{2}$. **B.** $m=-\frac{1}{2}$ hoặc $m=-\frac{21}{2}$.

C. $m=-\frac{9}{2}$ hoặc $m=\frac{31}{2}$. **D.** $m=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-2)$, bán kính $R=2$

Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung

$\Leftrightarrow$ Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) tiếp xúc nhau

$$\Leftrightarrow d(I;(P))=R \Leftrightarrow \frac{|4.2+3.1-2m|}{\sqrt{4^2+3^2}}=2 \Leftrightarrow |11-2m|=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}11-2m=10\\11-2m=-10\end{array}\right.$$

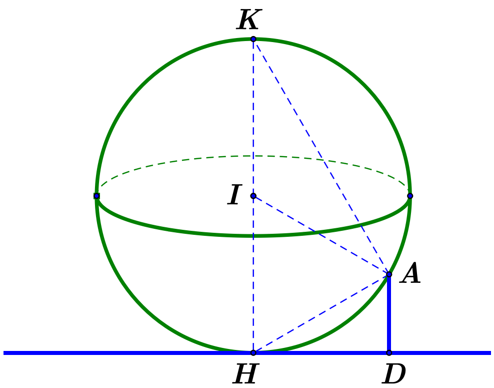
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=\frac{1}{2}\\m=\frac{21}{2}\end{array}\right.. \text{ Vậy } m=\frac{1}{2} \text{ hoặc } m=\frac{21}{2}.$$

Câu 48: Trên mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;4)$ và mặt phẳng (P): $2x-2y+z-1=0$. Mặt cầu (S) có tâm là điểm I, bán kính $R=6$, đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm H. Biết rằng tập hợp điểm H là một đường tròn có bán kính r. Tính tỉ số $\frac{R}{r}$.

A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi D là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P).

$$AD=d(A;(P))=\frac{|2.1-2(-2)+4-1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=3$$

K là điểm đối xứng với điểm H qua tâm I. $HK=2R=12$.

Hai tam giác AHK và DAH đồng dạng nên ta có $\dfrac{AH}{DA}=\dfrac{HK}{AH}\Rightarrow AH^2=DA.HK=3.12=36$

Tam giác ADH vuông tại D nên ta có $DH=\sqrt{AH^2-AD^2}=\sqrt{36-9}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

Vậy điểm H nằm trên đường tròn có tâm là điểm D, bán kính $r=3\sqrt{3}$.

Vậy tỉ số $\dfrac{R}{r}=\dfrac{6}{3\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

ꕤ HẾT ꕤ

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=5$. Mặt phẳng (P) chứa trục tung và tiếp xúc với mặt cầu (S) có phương trình là

A. $x+2z=0$. **B.** $y-2z=0$. **C.** $x-2z=0$. **D.** $y+2z=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

Mặt phẳng (P) chứa trục tung nên có phương trình dạng $(P): Ax+Cz=0$, với $A^2+C^2\neq 0$.

Lại có (P) tiếp xúc mặt cầu (S) nên $d(I,(P))=\sqrt{5}\Leftrightarrow \dfrac{|A-2C|}{\sqrt{A^2+C^2}}=\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow (A-2C)^2=5(A^2+C^2)\Leftrightarrow 4A^2+4AC+C^2=0$

$\Leftrightarrow (2A+C)^2=0\Leftrightarrow 2A+C=0$.

Chọn $A=1\Rightarrow C=-2$.

Vậy $(P): x-2z=0$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$,cho mặt phẳng $(P):(1-m)x+(m-m^2)y+mz+1=0$. Khi m thay đổi luôn tồn tại mặt cầu (S) cố định tiếp xúc với mặt phẳng (P) và đi qua $D(2;-3;4)$. Biết bán kính của mặt cầu (S) nhỏ hơn 5. Bán kính của mặt cầu (S) nằm trong khoảng

A. $(1;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(4;5)$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(a;b;c)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):(1-m)x+(m-m^2)y+mz+1=0$ suy ra

$$R=d(I,(P))\Leftrightarrow R=\frac{\left|(1-m)a+(m-m^2)b+mc+1\right|}{\sqrt{(1-m)^2+m^2(1-m)^2+m^2}}\Leftrightarrow R=\frac{\left|(1-m)a+(m-m^2)b+mc+1\right|}{m^2-m+1}\ (1)$$

TH1: $R=\dfrac{(1-m)a+(m-m^2)b+mc+1}{m^2-m+1}\Leftrightarrow (R+b)m^2+(-R+a-b-c)m+R-a-1=0,\forall m$.

$$\Rightarrow \begin{cases} R+b=0 \\ -R+a-b-c=0 \\ R-a-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=R-1 \\ b=-R \\ c=R-1 \end{cases} \Rightarrow I\left(R-1;-R;R-1\right).$$

$D\left(2;-3;4\right)\in\left(S\right)\Rightarrow ID=R\Rightarrow\sqrt{\left(R-3\right)^2+\left(R-3\right)^2+\left(R-5\right)^2}=R$.

$$\Leftrightarrow 2R^2-22R+43=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} R=\dfrac{11+\sqrt{35}}{2}\left(L\right) \\ R=\dfrac{11-\sqrt{35}}{2}\approx 2,54\left(tm\right) \end{array}\right..$$

TH2: $R=-\dfrac{\left(1-m\right)a+\left(m-m^2\right)b+mc+1}{m^2-m+1}$

$\Leftrightarrow\left(-R+b\right)m^2+\left(R+a-b-c\right)m-R-a-1=0,\ \forall m$.

$$\Rightarrow \begin{cases} -R+b=0 \\ R+a-b-c=0 \\ -R-a-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-R-1 \\ b=R \\ c=-R-1 \end{cases} \Rightarrow I\left(-R-1;R;-R-1\right).$$

$D\left(2;-3;4\right)\in\left(S\right)\Rightarrow ID=R\Rightarrow\sqrt{\left(R+3\right)^2+\left(R+3\right)^2+\left(R+5\right)^2}=R$

$$\Leftrightarrow 2R^2-22R+43=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} R=\dfrac{-11+\sqrt{35}}{2}<0\left(L\right) \\ R=\dfrac{-11-\sqrt{35}}{2}<0\left(L\right) \end{array}\right..$$

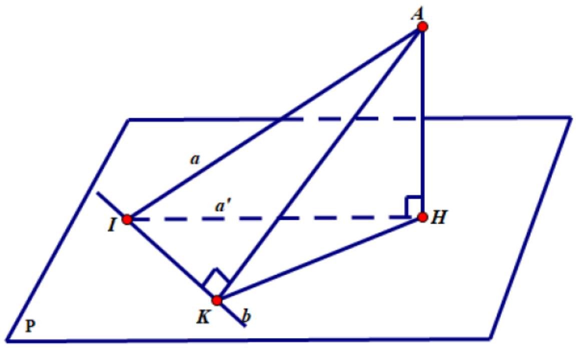
Vậy bán kính mặt cầu thuộc khoảng $\left(2;3\right)$.

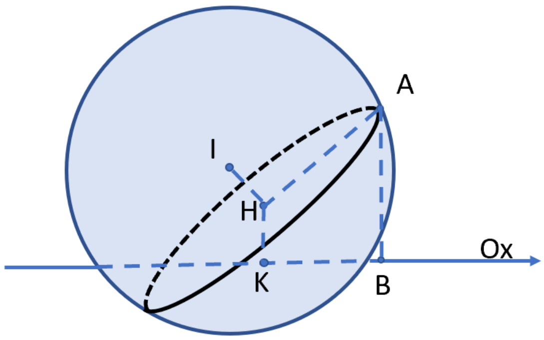
Câu 51: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+5=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-20=0$. Đường tròn (C) là giao tuyến của (S) và (P). Gọi A là điểm nằm trên (C). Giá trị lớn nhất của hoành độ điểm A là

A. $\dfrac{-3+4\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{3+4\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\dfrac{6-2\sqrt{5}}{3}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A





Trước tiên ta chứng minh bổ đề $(*)$: " Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) cắt nhau tại I, b là đường thẳng bất kì thuộc mặt phẳng (P). Khi đó $(a;b) \geq (a,(P))$."

Thật vậy: Không mất tổng quát ta có thể giả sử b cũng đi qua I. Gọi a' là hình chiếu của đường thẳng a trên mặt phẳng (P). Trên đường thẳng a lấy điểm A (khác I) Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (P), K là hình chiếu của A trên đường thẳng b. Khi đó đường thẳng a' đi qua I và H.

Ta có $\sin(a;b) = \sin AIK = \dfrac{AK}{AI} \geq \dfrac{AH}{AI} = \sin AIH = \sin(a,(P)) \Rightarrow (a;b) \geq (a,(P))$ (đpcm).

Trở lại bài toán:

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;0)$, bán kính $R=5$.

$d(I,(P))=3$, suy ra mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C) có tâm $H(-1;-1;-2)$ là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) và bán kính $r=4$. Gọi K,B lần lượt là hình chiếu của H và A trên trục Ox. Ta có toạ độ điểm K là $K=(-1;0;0)$.

$$\sin(Ox,(P)) = \left|\cos\left(\vec{i};\overrightarrow{n_P}\right)\right| = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos(Ox,(P)) = \frac{\sqrt{5}}{3}.$$

Theo bổ đề $(*)$ ta có:

$$x_A = x_B = x_K \pm KB \leq x_K + KB = -1 + HA\cos(IA,Ox) \leq -1 + HA\cos((P),Ox)$$

$$= -1 + 4.\frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{-3+4\sqrt{5}}{3}$$

Dấu "=" xảy ra khi đường thẳng HA song song hoặc trùng với hình chiếu của trục Ox trên mặt phẳng (P).

Câu 52: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2+z^2-6x+4z=3 \\ mx-2y-z+3m=0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất. Tổng các phần tử của S là

A. $-\dfrac{23}{13}$. **B.** $-\dfrac{6}{5}$. **C.** $-\dfrac{19}{5}$. **D.** $-\dfrac{12}{13}$.

Lời giải

Chọn B

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Xét mặt cầu $(S_1): x^2+y^2+z^2-6x+4z=3$ có tâm $I(3;0;-2)$, bán kính $R=\sqrt{9+4+3}=4$ và mặt phẳng $(P): mx-2y-z+3m=0$.

Để hệ đã cho có nghiệm duy nhất thì mặt cầu (S_1) và mặt phẳng (P) phải tiếp xúc với nhau

$\Leftrightarrow d(I;(P))=R \Leftrightarrow \dfrac{|3m+2+3m|}{\sqrt{m^2+4+1}}=4 \Leftrightarrow |3m+1|=2\sqrt{m^2+5}$

$\Leftrightarrow 5m^2+6m-19=0\ (*)$.

Phương trình bậc hai $(*)$ có $ac<0$ nên luôn có hai nghiệm phân biệt trái dấu m_1, m_2 và $m_1+m_2=-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{6}{5}$.

Câu 53: Trong không gian cho ba điểm $A(a,0,0), B(0,b,0), C(0,0,c)$ với a,b,c là các số thực khác 0, mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $M(2;4;5)$. Biết rằng mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ cắt mặt phẳng (ABC) theo giao tuyến là 1 đường tròn có chu vi 8π. Giá trị của biểu thức bằng $P=a+b-c$:

A. 30. **B.** 40. **C.** 4. **D.** 20.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3), R=5$, theo giả thiết có:

Chu vi mặt cắt 8π: $P=8\pi \Rightarrow r=4$

$d(I,(ABC))=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

Mặt khác $d(I,(ABC))\le IM=\sqrt{1^2+2^2+2^2}=3$

Có $(ABC): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ và $M(2;4;5)\in(ABC)$

M là hình chiếu của I nên có vtpt $\overrightarrow{IM}=(1;2;2)$

Phương trình $(ABC): x+2y+2z-20=0$.

Câu 54: Do đó $A(20;0;0), B(0;10;0); C(0;0;10)$ và $P=20+10-10=20$.Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(10;5;0), B(1;5;9)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=64$. Mặt phẳng $(P): ax+by+cz-15=0$ đi qua A,B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+2b+3c$.

A. $T=6$. **B.** $T=14$. **C.** $T=-6$. **D.** $T=15$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=8$.

Ta có: $\begin{cases} A\in(P) \\ B\in(P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a+5b-15=0 \\ a+5b+9c-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3-2a \\ c=a \end{cases}$

Bán kính của đường tròn giao tuyến là $r=\sqrt{R^2-\left[d\left(I,(P)\right)^2\right]}=\sqrt{64-\left[d\left(I,(P)\right)^2\right]}$

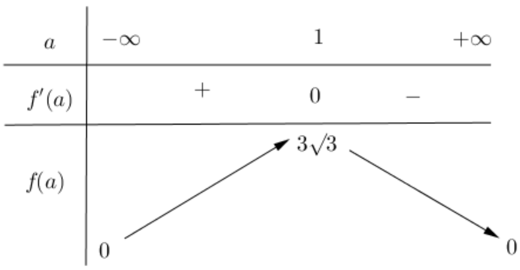
Bán kính của đường tròn giao tuyến nhỏ nhất khi và chỉ khi $d\left(I,(P)\right)$ lớn nhất.

Mà $d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|a+2b+3c-15|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|a+2(3-2a)+3a-15|}{\sqrt{a^2+(3-2a)^2+a^2}}=\dfrac{9}{\sqrt{6a^2-12a+9}}$

Xét $f(a)=\dfrac{9}{\sqrt{6a^2-12a+9}} \Rightarrow f'(a)=-\dfrac{12a-12}{\left(\sqrt{6a^2-12a+9}\right)^3}$

$f(a)=0 \Leftrightarrow a=1$.

Bảng biến thiên:



Vậy $d\left(I,(P)\right)$ lớn nhất bằng $3\sqrt{3}$ khi và chỉ khi $a=1 \Rightarrow b=1; c=1$

Vậy $T=a+2b+3c=6$.

Cách 2: Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=8$.

Gọi H là hình chiếu của I lên AB.

Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến, ta có:

$r=\sqrt{R^2-\left[d\left(I,(P)\right)^2\right]} \geq \sqrt{R^2-\left[d\left(I,AB\right)^2\right]}=\sqrt{R^2-IH^2}$.

Dấu "=" xáy ra khi $IH\perp(P)$

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-9;0;9) \Rightarrow \vec{u}_{AB}=(-1;0;1)$

Phương trình đường thẳng $AB:\begin{cases} x=10-t \\ y=5 \\ z=t \end{cases} \Rightarrow H(10-t;5;t) \Rightarrow \overrightarrow{IH}=(9-t;3;t-3)$

Lại có $IH\perp AB \Rightarrow \overrightarrow{IH}.\vec{u}_{AB}=0 \Leftrightarrow t-9+t-3=0 \Leftrightarrow t=6 \Rightarrow \overrightarrow{IH}=(3;3;3) \Rightarrow \vec{n}_P=(1;1;1)$

Vậy $a=1; b=1; c=1 \Rightarrow T=a+2b+3c=6$.

Câu 55: Cho x,y,z là các số thực thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+z^2+21}(2x+4y-8z+m)\geq 1$ và $x+3y-2z-1=0$ (với m là số thực dương). Khi $m=m_0$ có duy nhất bộ $(x;y;z)$ thỏa mãn các điều kiện trên thì m_0 thuộc khoảng nào?

A. $(1;6)$. **B.** $(11;14)$. **C.** $(13;17)$. **D.** $(5;13)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases}\log_{x^2+y^2+z^2+21}(2x+4y-8z+m)\ge 1\\ x+3y-2z-1=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2+z^2+21\le 2x+4y-8z+m\\ x+3y-2z-1=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2\le m & (1)\\ x+3y-2z-1=0 & (2)\end{cases}$

Bộ $(x;y;z)$ thỏa mãn bất phương trình (1) là tọa độ các điểm thuộc khối cầu (S) tâm $I(1;2;-4)$ bán kính $R=\sqrt{m}$ .Mặt khác tập hợp điểm $M(x;y;z)$ thỏa mãn phương trình (2) là mặt phẳng $(\alpha): x+3y-2z-1=0$.

Hệ có duy nhất bộ số $(x;y;z)\Leftrightarrow$ mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-4)$ và bán kính $R=\sqrt{m}\Leftrightarrow d(I,(\alpha))=R\Leftrightarrow \dfrac{|1+3.2-2\cdot(-4)-1|}{\sqrt{1^2+3^2+(-2)^2}}=\sqrt{m}\Leftrightarrow m=14$.

Câu 56: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\dfrac{64}{9}$. Trên tia Ox,Oy,Oz lần lượt lấy các điểm A,B,C thỏa mãn $\dfrac{1}{OA}+\dfrac{2}{OB}+\dfrac{2}{OC}=9$. Biết mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S). Thể tích khối chóp $OABC$ là

A. $\dfrac{1}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{24}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ suy ra phương trình mặt phẳng (ABC): $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên

$d(I,(ABC))=R\Leftrightarrow \dfrac{\left|\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}-1\right|}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}=\dfrac{8}{3}\Leftrightarrow \dfrac{8}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}=\dfrac{8}{3}\Leftrightarrow \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}=9\ (1)$.

Mà $\dfrac{1}{OA}+\dfrac{2}{OB}+\dfrac{2}{OC}=9\Leftrightarrow \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{2}{c}=9\ (2)$

Đặt $x=\dfrac{1}{a};y=\dfrac{1}{b};z=\dfrac{1}{c}$. Từ (1) và (2) ta có hệ $\begin{cases}x+2y+2z=9\\ x^2+y^2+z^2=9\end{cases}$

Ta có $(x+2y+2z)\le\sqrt{(1^2+2^2+2^2)(x^2+y^2+z^2)}=\sqrt{9.9}=9$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{2}=1$.

Suy ra $x=1;y=2;z=2$ nên $a=1;b=\dfrac{1}{2};c=\dfrac{1}{2}$. Do đó $A(1;0;0),B\left(0;\dfrac{1}{2};0\right),C\left(0;0;\dfrac{1}{2}\right)$.

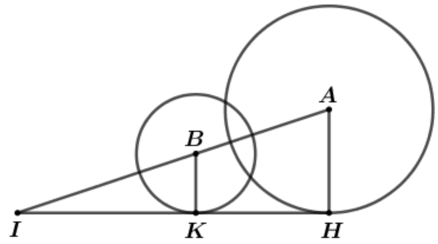
Vậy thể tích khối chóp $OABC$ là $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}OA.OB.OC=\dfrac{1}{6}.1.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{24}$.

Câu 57: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3), B\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right), C(1;1;4), D(5;3;0)$. Gọi (S_1) là mặt cầu tâm A bán kính bằng 3, (S_2) là mặt cầu tâm B bán kính bằng $\frac{3}{2}$. Có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với 2 mặt cầu $(S_1),(S_2)$ đồng thời song song với đường thẳng đi qua C và D.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A



Ta tính được $AB = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, lại có $R_1 + R_2 = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$ nên giao tuyến hai mặt cầu là một đường tròn.

Gọi $I = AB \cap (\alpha)$ với (α) là mặt phẳng thỏa mãn bài toán. Hạ BK, AH vuông góc với mặt phẳng (α). Khi đó ta có I nằm ngoài AB và B là trung điểm AI vì $R_2 = \frac{3}{2} = \frac{1}{2}R_1 \longrightarrow BK = \frac{1}{2}AH$.

Suy ra $I(2;1;2)$. Gọi phương trình mặt phẳng $(\alpha): a(x-2)+b(y-1)+c(z-2)=0, (a^2+b^2+c^2>0)$.

Vì $(\alpha)//CD$ mà $\overrightarrow{CD}=(4;2;-4)$ nên ta có $2a+b-2c=0 \Leftrightarrow b = 2c-2a$.

Khi đó

$$d(A,(\alpha))=3 \Leftrightarrow \frac{|-a+b-5c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=3 \Leftrightarrow (c+a)^2 = a^2+(2c-2a)^2+c^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2c \to b=-2c \\ a=\frac{1}{2}c \to b=c \end{array}\right..$$

Khi đó ta có

Trường hợp 1. $b=-2c; a=2c \Rightarrow (\alpha): 2c(x-2)-2c(y-1)+c(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x-2y+z-4=0$.

Vì $C \in (\alpha) \longrightarrow$ mặt phẳng $2x-2y+z-4=0$ không thỏa.

Trường hợp 2. $b=c; a=\frac{1}{2}c \Rightarrow (\alpha): \frac{1}{2}c(x-2)+c(y-1)+c(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-8=0$.

Ta thấy $C, D \notin (\alpha) \longrightarrow x+2y+2z-8=0$ thỏa.

Vậy $x+2y+2z-8=0$.

Câu 58: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ và điểm $A(1;1;-1)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua điểm A và đôi một vuông góc với nhau, cắt (S) theo giao tuyến là ba đường tròn. Tổng diện tích của ba hình tròn đó bằng

A. 12π . **B.** 3π . **C.** 22π . **D.** 11π .

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ có tâm $I(-1;1;-2);\ R=3$.

Gọi $(P),(Q),(R)$ là 3 mặt phẳng qua A và đôi một vuông góc với nhau.

Gọi M,N,E lần lượt là hình chiếu của I trên 3 mặt phẳng $(P),(Q),(R)$.

Ta chứng minh $IA^2=IM^2+IN^2+IE^2$

Chọn hệ trục tọa độ với A là gốc tọa độ $A(0;0;0)$, ba trục Ox,Oy,Oz lần lượt là ba giao tuyến của ba mặt phẳng $(P),(Q),(R)$, khi đó $(P),(Q),(R)$ lần lượt là các mặt phẳng tọa độ. Gọi $I(a;b;c)$ trong hệ tọa độ đó thì ta có:

$IA^2=a^2+b^2+c^2$

$(d(I,(P)))^2+(d(I,(Q)))^2+(d(I,(R)))^2=a^2+b^2+c^2$

Hay $IA^2=IM^2+IN^2+IE^2$ đpcm.

Khi ba mặt phẳng $(P),(Q),(R)$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến lần lượt là các đường tròn $(C_1),(C_2)$ và (C_3) có bán kính lần lượt là $R_1;R_2;R_3$ thì $R_1^2=R^2-IM^2;\ R_2^2=R^2-IN^2;\ R_3^2=R^2-IE^2$

Tổng diện tích ba hình tròn (C_1), (C_2) và (C_3) là

$S=\pi\left(R_1^2+R_2^2+R_3^2\right)=\pi\left(3R^2-(IM^2+IN^2+IE^2\right)=\pi\left(3R^2-IA^2\right)=22\pi$.

DẠNG 7 Viết phương trình mặt cầu liên quan đến mặt phẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Xét (S) là mặt cầu tâm I và cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=34$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$.

Câu 2: Trong không gian Oxyz, cho điểm $I\ -1;2;3$ và mặt phẳng $P\ :4x+y-z-1=0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $x+1\ ^2+\ y-2\ ^2+\ z-3\ ^2=2$. **B.** $x+1\ ^2+\ y-2\ ^2+\ z-3\ ^2=\sqrt{2}$.

C. $x+1\ ^2+\ y-2\ ^2+\ z-3\ ^2=1$. **D.** $x-1\ ^2+\ y+2\ ^2+\ z+3\ ^2=2$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x-y-4z-3=0$. Bán kính mặt cầu (S) bằng

A. $R=2\sqrt{2}$. **B.** $R=\dfrac{7\sqrt{2}}{3}$. **C.** $R=3$. **D.** $R=\dfrac{2}{3}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(7;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-6=0$. Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x+7)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=\dfrac{49}{9}$. **B.** $(x+7)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=\dfrac{7}{3}$.

C. $(x-7)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\dfrac{49}{9}$. **D.** $(x-7)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\dfrac{7}{3}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=2$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x+2y-2z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=3$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ là

A. $2x+y-3z-14=0$. **B.** $4x+5y-3z+22=0$.

C. $4x+5y-3z-22=0$. **D.** $4x-5y-3z-12=0$.

Câu 8: Gọi (S) là mặt cầu có tâm $I(-1;2;1)$ và cắt mặt phẳng $(P): x-2y-2z-2=0$ theo một đường tròn có bán kính $r=4$. Viết phương trình của (S)

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=25$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=13$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=16$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Xét (S) là một mặt cầu tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5. Phương trình của (S) là

A. $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$. **B.** $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=34$.

C. $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$. **D.** $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

Câu 11: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1;1;1)$ và mặt phẳng (P): $2x+y+2z+4=0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r=4$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.

Câu 12: Trong không gian Oxyz, mặt cầu có tâm $I(1;-1;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+6=0$ có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=3$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=3$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(-3;2;4)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x-3y+z+12=0$

A. $x-3y+z+5=0$. **B.** $x-3y+z-5=0$. **C.** $x-3y+z-12=0$. **D.** $-3x+2y+4z=0$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$ và điểm $I(1;0;3)$. Mặt cầu có tâm là điểm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=2$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z+3)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=16$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=2$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+5=0$. Mặt cầu (S) có tâm I cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π. Bán kính mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

A. $R=8$. **B.** $R=4$. **C.** $R=3$. **D.** $R=5$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;3)$, $B(-1;3;2)$, $C(-1;2;3)$. Phương trình mặt cầu có tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là

A. $x^2+y^2+z^2=9$. **B.** $x^2+y^2+z^2=\sqrt{3}$. **C.** $x^2+y^2+z^2=3$. **D.** $x^2+y^2+z^2=\frac{5}{3}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-8=0$ có phương trình là

A. $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.

C. $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 20: Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-2=0$ có phương trình là

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{2}$ và hai mặt phẳng $(P): x-2y+3z=0, (Q): x-2y+3z+4=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $x^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\frac{1}{7}$. **B.** $x^2+(y+2)^2+(z+2)^2=\frac{1}{7}$.

C. $x^2+(y+2)^2+(z+2)^2=\frac{2}{7}$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\frac{2}{7}$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Xét (S) là mặt cầu tâm I và cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$.
B. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=34$.
C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$.
D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (S) có tâm $I(-1;2;-1)$ và bán kính là R.

Ta có $d(I,(P))=3$.

Vì (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng $r=5$

nên $R^2=d^2(I,(P))+r^2 \Rightarrow R^2=34$.

Vậy phương trình (S) là $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$.

Câu 2: Trong không gian Oxyz, cho điểm $I\ -1;2;3$ và mặt phẳng $P\ :4x+y-z-1=0$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

A. $x+1\ ^2+\ y-2\ ^2+\ z-3\ ^2=2$.
B. $x+1\ ^2+\ y-2\ ^2+\ z-3\ ^2=\sqrt{2}$.
C. $x+1\ ^2+\ y-2\ ^2+\ z-3\ ^2=1$.
D. $x-1\ ^2+\ y+2\ ^2+\ z+3\ ^2=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có bán kính của mặt cầu là $R=d\ I;\ P\ =\dfrac{|4\ -1\ +2-3-1|}{\sqrt{4^2+1^2+\ -1\ ^2}}=\sqrt{2}$

Vậy mặt cầu cần tìm có phương trình $x+1\ ^2+\ y-2\ ^2+\ z-3\ ^2=2$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x-y-4z-3=0$. Bán kính mặt cầu (S) bằng

A. $R=2\sqrt{2}$.
B. $R=\dfrac{7\sqrt{2}}{3}$.
C. $R=3$.
D. $R=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x-y-4z-3=0$

$\Rightarrow$ bán kính mặt cầu (S) là $R=d(I,(P))=\dfrac{|2+1-12-3|}{\sqrt{1+1+16}}=\dfrac{12}{3\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(7;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-6=0$. Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x+7)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=\frac{49}{9}$. **B.** $(x+7)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=\frac{7}{3}$.

C. $(x-7)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{49}{9}$. **D.** $(x-7)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính là

$$R=d\left(A,(P)\right)=\frac{\left|7-2.(-1)+2.2-6\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{7}{3}.$$

Vậy mặt cầu (S) có phương trình là $(x-7)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{49}{9}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=2$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P)

$$\Rightarrow d\left(I;(P)\right)=R_C \Leftrightarrow \frac{\left|2.2-1.1+2.1+1\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=2=R_C.$$

Phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;1)$ bán kính $R_C=2$ là:

$(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x+2y-2z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=3$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính mặt cầu (S) là $R=d\left(I,(P)\right)=\frac{\left|1+2.0-2.(-2)+4\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}}=3$.

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$, đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x+y+3z=0$, $(R): 2x-y+z=0$ là

A. $2x+y-3z-14=0$. **B.** $4x+5y-3z+22=0$.

C. $4x+5y-3z-22=0$. **D.** $4x-5y-3z-12=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{n}_P = \left[\vec{n}_Q, \vec{n}_R\right] = (4;5;-3)$. Do đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng:

$4(x-2)+5(y-1)-3(z+3)=0 \Leftrightarrow 4x+5y-3z-22=0$.

Câu 8: Gọi (S) là mặt cầu có tâm $I(-1;2;1)$ và cắt mặt phẳng $(P): x-2y-2z-2=0$ theo một đường tròn có bán kính $r=4$. Viết phương trình của (S)

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=25$.

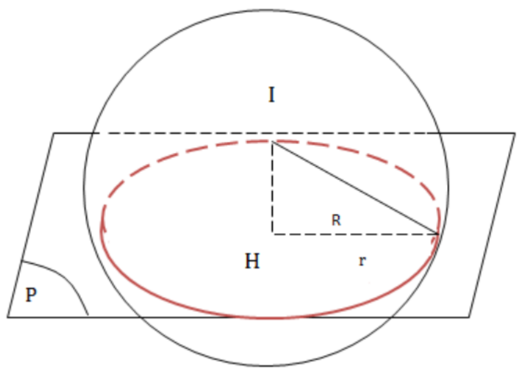
B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=13$.

D. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=16$.

Lời giải

Chọn A



$d(I,(P)) = IH = \dfrac{|-1-2.2-2.1-2|}{\sqrt{1+4+4}} = 3$; $R=\sqrt{IH^2+r^2}=5$

Vậy phương trình mặt cầu (S) là $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=25$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-2=0$ và điểm $I(-1;2;-1)$. Xét (S) là một mặt cầu tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5. Phương trình của (S) là

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$.

B. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=34$.

C. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$.

D. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$.

Lời giải

Chọn A

- Có $d=d(I,(P))=\dfrac{|-1-2.2+2.(-1)-2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\dfrac{9}{3}=3$ và $R=\sqrt{d^2+r^2}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$.

- Suy ra $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=34$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$.

B. $(x+2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

D. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

Lời giải

Chọn C

Vì mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên có bán kính là:

$R = d\left(I,(P)\right) = \dfrac{\left|2.2-1+2.1+1\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}} = \dfrac{6}{3} = 2$

Phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;1)$, bán kính 2 là: $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$

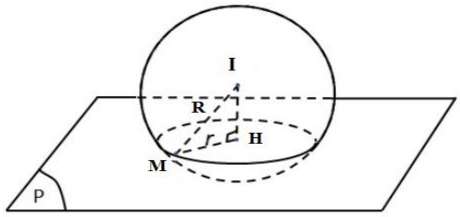
Câu 11: Trong hệ tọa độ $Oxyz$ cho $I(1;1;1)$ và mặt phẳng (P): $2x+y+2z+4=0$. Mặt cầu (S) tâm I cắt (P) theo một đường tròn bán kính $r=4$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $d\left(I,(P)\right) = \dfrac{\left|2+1+2+4\right|}{\sqrt{2^2+1+2^2}} = \dfrac{9}{3} = 3$.

Bán kính của mặt cầu (S) là $R = \sqrt{d^2\left(I,(P)\right)+r^2} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$.

Vậy phương trình của mặt cầu (S) là $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=25$.

Câu 12: Trong không gian Oxyz, mặt cầu có tâm $I(1;-1;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+6=0$ có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=3$.

C. $(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=3$.

Lời giải

Chọn A

$d(I;(P)) = \dfrac{\left|1+2+6\right|}{\sqrt{1+4+4}} = 3$

Mặt cầu cần tìm có tâm $I(1;-1;0)$, bán kính $R=3$ có phương trình là: $(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=9$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(-3;2;4)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x-3y+z+12=0$

A. $x-3y+z+5=0$. **B.** $x-3y+z-5=0$. **C.** $x-3y+z-12=0$. **D.** $-3x+2y+4z=0$.

Lời giải

Chọn A

(P) song song với mặt phẳng (Q) $\Rightarrow (P): x-3y+z+m=0$ $(m\neq 12)$.

Theo giả thiết $A(-3;2;4)\in(P)$ nên ta có $-3-3.2+4+m=0 \Leftrightarrow m=5$ (thỏa).

Vậy $(P): x-3y+z+5=0$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

Lời giải

Chọn B

Do mặt cầu tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$ nên

$$d(I,(P))=R \Leftrightarrow R=\frac{|1-2.2-2(-1)-8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}} \Leftrightarrow R=3.$$

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$ và điểm $I(1;0;3)$. Mặt cầu có tâm là điểm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=4$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=2$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z+3)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=16$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) khi $R=d(I,(P))=\frac{|1-2.0+2.3-1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=2$.

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

$(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=4$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+1=0$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=2$. **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

C. $(x+2)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P)

$$\Rightarrow d(I;(P))=R_C \Leftrightarrow \frac{|2.2-1.1+2.1+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=2=R_C.$$

Phương trình mặt cầu tâm $I(2;1;1)$ bán kính $R_C=2$ là:

$(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+5=0$. Mặt cầu (S) có tâm I cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π. Bán kính mặt cầu (S) bằng bao nhiêu?

A. $R=8$. **B.** $R=4$. **C.** $R=3$. **D.** $R=5$.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P).

Ta có $IH=d\left(I,(P)\right)=\dfrac{|2.1+2.2+1.(-2)+5|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=3$.

Gọi r là bán kính đường tròn và R là bán kính mặt cầu.

Ta có chu vi đường tròn là $2\pi r=8\pi \Rightarrow r=4$.

Bán kính mặt cầu là $R=\sqrt{IH^2+r^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;1;3),\ B(-1;3;2),\ C(-1;2;3)$. Phương trình mặt cầu có tâm O và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là

A. $x^2+y^2+z^2=9$. **B.** $x^2+y^2+z^2=\sqrt{3}$. **C.** $x^2+y^2+z^2=3$. **D.** $x^2+y^2+z^2=\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(1;1;3)$ và có 1 VTPT $\vec{n}=(1;2;2)$ có phương trình:

$(ABC): x+2y+2z-9=0$.

Mặt cầu tâm O tiếp xúc mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow R=d\left[O,(ABC)\right]=\dfrac{|-9|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=3$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2+y^2+z^2=9$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-8=0$ có phương trình là

A. $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=9$. **B.** $(S):(x+1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=3$.

C. $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$.

Lời giải

Chọn C

$d_{(I;(P))}=\dfrac{|2.1-2.2-(-1)-8|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}}=3$

Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $d_{(I;(P))}=R=3$

Vậy phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1;2;-1)$; bán kính 3 là $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9$

Câu 20: Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-2=0$ có phương trình là

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=3$. **B.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=3$.

C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=9$. **D.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-2=0$

$\Rightarrow$bán kính mặt cầu là $R=d\left(I;(P)\right)=\dfrac{|-1-2.2-2.1-2|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=3$

Do đó, phương trình mặt cầu là: $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, Cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{2}$ và hai mặt phẳng $(P): x-2y+3z=0, (Q): x-2y+3z+4=0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

A. $x^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\dfrac{1}{7}$. **B.** $x^2+(y+2)^2+(z+2)^2=\dfrac{1}{7}$.

C. $x^2+(y+2)^2+(z+2)^2=\dfrac{2}{7}$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z-2)^2=\dfrac{2}{7}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình $\Delta:\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+t \\ z=2t \end{cases}$

Gọi I là tâm mặt cầu, do I thuộc Δ nên $I(1+t;-1+t;2t)$

$$d\left[I;(P)\right]=\frac{|1+t-2(-1+t)+3.2t|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2}}=\frac{|5t+3|}{\sqrt{14}}$$

$$d\left[I;(Q)\right]=\frac{|1+t-2(-1+t)+3.2t+4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2}}=\frac{|5t+7|}{\sqrt{14}}$$

Mà mặt cầu cùng tiếp xúc với (P) và (Q)

$$\Rightarrow d\left[I;(P)\right]=d\left[I;(Q)\right]\Leftrightarrow \frac{|5t+3|}{\sqrt{14}}=\frac{|5t+7|}{\sqrt{14}}\Leftrightarrow |5t+3|=|5t+7|\Leftrightarrow t=-1$$

$$\Rightarrow\begin{cases} I(0;-2;-2) \\ R=d\left[I;(P)\right]=d\left[I;(Q)\right]=\dfrac{2}{\sqrt{14}}=\dfrac{\sqrt{14}}{7} \end{cases}$$

Vậy $(S): x^2+(y+2)^2+(z+2)^2=\dfrac{2}{7}$

DẠNG 8 Điểm thuộc mặt phẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;2;3)$. **B.** $N(1;2;-2)$. **C.** $P(-1;2;-3)$. **D.** $Q(2;-2;1)$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng có phương trình nào sau đây đi qua điểm $N(3;0;-2)$

A. $2x+4y+z-4=0$. **B.** $2x+4y+z=0$.
C. $2x-4y+z+4=0$. **D.** $x+4y+z-4=0$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y-z+1=0$. Điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng (P)?

A. $B(1;2;-8)$. **B.** $C(-1;-2;-7)$. **C.** $A(0;0;1)$. **D.** $D(1;5;18)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):(m^2-1)x+3my-z+7=0$ với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) đi qua điểm A là

A. $\{-1;5\}$. **B.** $\{5\}$. **C.** $\{1;5\}$. **D.** $\{1\}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, điểm $A(1,2,3)$ thuộc mặt phẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $x-2y+z=0$. **B.** $x+2y+3z=0$. **C.** $x-2y+3z=0$. **D.** $x+2y+3z=1$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x-2y+z+3=0$. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (Q)?

A. $(-1;1;0)$. **B.** $(1;2;0)$. **C.** $(-1;1;-1)$. **D.** $(2;1;-3)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y-2z+3=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $B(2;3;1)$. **B.** $C(2;1;2)$. **C.** $A(1;2;3)$. **D.** $D(1;3;2)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$.

A. $(P_1): x+y+z=0$. **B.** $(P_2): x+y+z-1=0$.
C. $(P_3): x-2y+z=0$. **D.** $(P_4): x+2y+z-1=0$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-6=0$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $Q(1;2;1)$. **B.** $P(3;2;0)$. **C.** $N(1;1;1)$. **D.** $M(1;2;3)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

A. $(P_1): x+y+z=0$. **B.** $(P_2): x+y+z-1=0$.

C. $(P_3): x-2y+z=0$. **D.** $(P_4): x+2y+z-1=0$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0); B(0;-1;0), C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $M(2;-1;-3)$. **B.** $Q(2;-1;3)$. **C.** $P(3;-1;2)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $Q(2;-1;3)$. **B.** $M(2;-1;-3)$. **C.** $N(1;-2;3)$. **D.** $P(3;-1;2)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):(m^2-1)x+3my-z+7=0$ với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) đi qua điểm A là

A. $\{5\}$. **B.** $\{1;5\}$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\{-1;5\}$.

Câu 14: Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(-3;2;2020)$, $B(2021;6;0)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A mặt phẳng (Oxy), gọi B' là hình chiếu của B lên mặt phẳng (Oyz). Khi đó $A'B'$ bằng :

A. 5. **B.** $\sqrt{30}$. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-5=0$. Điểm nào dưới đây nằm trên (P)?

A. $(1;-1;1)$. **B.** $(1;1;1)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(2;1;-3)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua 2 điểm $N(0;-1;1)$; $M(1;-2;1)$?

A. $(P_3): x-2y+z-3=0$. **B.** $(P_1): x+y+z=0$.

C. $(P_2): x+2y+3z-1=0$. **D.** $(P_4): x+2y+z-1=0$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(3;-1;0)$?

A. $(P_1): x+3y+z=0$. **B.** $(P_2): x+y+z=0$.

C. $(P_3): 3x-y+z=0$. **D.** $(P_4): 3x-y=0$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3,-2,3); B(1,0,5)$. Tìm tọa độ điểm $M\in(Oxy)$ sao cho $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $(\frac{9}{4},-\frac{5}{4},0)$. **B.** $(\frac{9}{4},\frac{5}{4},0)$. **C.** $(-\frac{9}{4},-\frac{5}{4},0)$. **D.** $(-\frac{9}{4},\frac{5}{4},0)$.

Câu 19: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):(m^2-1)x+3my-z+7=0$ với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) đi qua điểm A là:

A. $\{5\}$. **B.** $\{1;5\}$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\{-1;5\}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$ và $(Q): -x+2y-2z-11=0$. Phương trình mặt phẳng (R) song song, nằm giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ (R) đến (P) gấp hai lần từ (R) đến (Q). Hỏi điểm nào dưới đây không nằm trên $(\mathbb{R})$

A. $(-3;1;-1)$. **B.** $(-13;0;0)$. **C.** $(-1;3;0)$. **D.** $(1;2;-2)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ có $S(2;3;1)$ và $G(-1;2;0)$ là trọng tâm tam giác ABC. Gọi A',B',C' lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA,SB,SC sao cho $\frac{SA'}{SA}=\frac{1}{3};\frac{SB'}{SB}=\frac{1}{4};\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{5}$. Mặt phẳng $(A'B'C')$ cắt SG tại G'. Giả sử $G'(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. $\frac{19}{4}$. **B.** $\frac{29}{4}$. **C.** 1. **D.** -14.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) vuông góc với $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{3}$ và (α) cắt trục Ox, trục Oy và tia Oz lần lượt tại M, N, P. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OMNP$ bằng 6. Mặt phẳng (α) đi qua điểm nào sau đây?

A. $B(1;-1;1)$. **B.** $A(1;-1;-3)$. **C.** $C(1;-1;2)$. **D.** $D(1;-1;-2)$.

Câu 23: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;3;0)$, $B(0;-3;0)$. Mặt cầu (S) nhận AB là đường kính. Hình trụ (H) là hình trụ có trục thuộc trục tung, nội tiếp với mặt cầu và có thể tích lớn nhất. Khi đó mặt phẳng chứa đáy của hình trụ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(\sqrt{3};0;0)$. **B.** $(\sqrt{3};\sqrt{3};0)$. **C.** $(\sqrt{3};2;1)$. **D.** $(\sqrt{3};\sqrt{2};\sqrt{3})$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;2;3)$. **B.** $N(1;2;-2)$. **C.** $P(-1;2;-3)$. **D.** $Q(2;-2;1)$

Lời giải

Chọn A

Tọa độ điểm $M(1;2;3)$ thỏa mãn phương trình mặt phẳng $(P): 1+2.2-2.3+1=0$ $(đ)$ nên mặt phẳng (P) đi qua điểm M.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng có phương trình nào sau đây đi qua điểm $N(3;0;-2)$

A. $2x+4y+z-4=0$. **B.** $2x+4y+z=0$.

C. $2x-4y+z+4=0$. **D.** $x+4y+z-4=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2.3+4.0-2-4=0$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y-z+1=0$. Điểm nào dưới đây không thuộc mặt phẳng (P)?

A. $B(1;2;-8)$. **B.** $C(-1;-2;-7)$. **C.** $A(0;0;1)$. **D.** $D(1;5;18)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$2.1+3.2-(-8)+1=17\neq 0 \Rightarrow B(1;2;-8)\notin(P)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):(m^2-1)x+3my-z+7=0$ với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) đi qua điểm A là

A. $\{-1;5\}$. **B.** $\{5\}$. **C.** $\{1;5\}$. **D.** $\{1\}$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm A và phương trình mặt phẳng (P), ta có:

$$(m^2-1).1+3m(-2)-1+7=0 \Leftrightarrow m^2-6m+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right..$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, điểm $A(1,2,3)$ thuộc mặt phẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $x-2y+z=0$. **B.** $x+2y+3z=0$. **C.** $x-2y+3z=0$. **D.** $x+2y+3z=1$.

Lời giải

Chọn A

Vì $1-2.2+3=0$ nên điểm $A(1,2,3)$ thuộc mặt phẳng $x-2y+z=0$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): x-2y+z+3=0$. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (Q)?

A. $(-1;1;0)$. **B.** $(1;2;0)$. **C.** $(-1;1;-1)$. **D.** $(2;1;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $-1-2.1+(-1)+3=-1\neq 0$.

Vậy điểm $(-1;1;-1)$ không thuộc mặt phẳng (Q).

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y-2z+3=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $B(2;3;1)$. **B.** $C(2;1;2)$. **C.** $A(1;2;3)$. **D.** $D(1;3;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $2\times 2-3\times 1-2\times 2+3=0$ đúng. Vậy $C(2;1;2)\in(P)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$.

A. $(P_1): x+y+z=0$. **B.** $(P_2): x+y+z-1=0$.

C. $(P_3): x-2y+z=0$. **D.** $(P_4): x+2y+z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ $M(1;-2;1)$ vào từng đáp án ta thấy đáp án $(P_1): x+y+z=0$ thỏa mãn.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+3z-6=0$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $Q(1;2;1)$. **B.** $P(3;2;0)$. **C.** $N(1;1;1)$. **D.** $M(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng (P) ta có:

+ Phương án A: $1+2.2+3.1-6=0\Leftrightarrow 2=0$ **(Vô lí)** $\Rightarrow Q(1;2;1)\notin(P)$.

+ Phương án B: $3+2.2+3.0-6=0\Leftrightarrow 1=0$ **(Vô lí)** $\Rightarrow P(3;2;0)\notin(P)$

+ Phương án C: $1+2.1+3.1-6=0$ **(thỏa mãn)** $\Rightarrow N(1;1;1)\in(P)$.

+ Phương án D: $1.1+2.2+3.3-6=0\Leftrightarrow 8=0$ **(Vô lí)** $\Rightarrow M(1;2;3)\notin(P)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$?

A. $(P_1): x+y+z=0$. **B.** $(P_2): x+y+z-1=0$.

C. $(P_3): x-2y+z=0$. **D.** $(P_4): x+2y+z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $M(1;-2;1)$ vào phương trình $(P_1): x+y+z=0$ thấy thỏa mãn do $1-2+1=0$ nên M thuộc (P_1).

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0);B(0;-1;0),C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $M(2;-1;-3)$. **B.** $Q(2;-1;3)$. **C.** $P(3;-1;2)$. **D.** $N(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1\Leftrightarrow 3x-6y+2z-6=0$.

Thay tọa độ các điểm ở 4 đáp án vào ta được điểm M thỏa mãn.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $Q(2;-1;3)$. **B.** $M(2;-1;-3)$. **C.** $N(1;-2;3)$. **D.** $P(3;-1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $M(2;-1;-3)$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):(m^2-1)x+3my-z+7=0$ với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) đi qua điểm A là

A. $\{5\}$. **B.** $\{1;5\}$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\{-1;5\}$.

Lời giải

Chọn B

Vì điểm A thuộc mặt phẳng (P) nên:

$$(m^2-1).1+3m(-2)-1+7=0\Leftrightarrow m^2-6m+5=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right..$$

Câu 14: Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(-3;2;2020)$, $B(2021;6;0)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A mặt phẳng (Oxy), gọi B' là hình chiếu của B lên mặt phẳng (Oyz). Khi đó $A'B'$ bằng :

A. 5. **B.** $\sqrt{30}$. **C.** $2\sqrt{11}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

A' là hình chiếu vuông góc của A mặt phẳng (Oxy). Suy ra $A'(-3;2;0)$

B' là hình chiếu của B lên mặt phẳng (Oyz). Suy ra $B'(0;6;0)$

$\overrightarrow{A'B'}=(3;4;0)\Rightarrow AB=\left|\overrightarrow{A'B'}\right|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z-5=0$. Điểm nào dưới đây nằm trên (P)?

A. $(1;-1;1)$. **B.** $(1;1;1)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(2;1;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Thay $x=1,\ y=-1,\ z=1$ vào phương trình $2x-y+2z-5=0$ ta thấy thỏa mãn.

Vậy điểm $(1;-1;1)$ nằm trên (P).

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua 2 điểm $N(0;-1;1)$; $M(1;-2;1)$?

A. $(P_3): x-2y+z-3=0$.
B. $(P_1): x+y+z=0$.
C. $(P_2): x+2y+3z-1=0$.
D. $(P_4): x+2y+z-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ $N(0;-1;1)$ vào phương trình $(P_1): x+y+z=0$ ta có: $0-1+1=0$ (luôn đúng) nên $N\in(P_1)$.

Thay tọa độ $M(1;-2;1)$ vào phương trình $(P_1): x+y+z=0$ ta có: $1-2+1=0$ (luôn đúng) nên $M\in(P_1)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(3;-1;0)$?

A. $(P_1): x+3y+z=0.$ **B.** $(P_2): x+y+z=0.$
C. $(P_3): 3x-y+z=0.$ **D.** $(P_4): 3x-y=0.$

Lời giải

Chọn A

Thay điểm M vào phương trình các mặt phẳng, ta thấy $M\in(P_1)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3,-2,3); B(1,0,5)$. Tìm tọa độ điểm $M\in(Oxy)$ sao cho $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $(\frac{9}{4},-\frac{5}{4},0)$.
B. $(\frac{9}{4},\frac{5}{4},0)$.
C. $(-\frac{9}{4},-\frac{5}{4},0)$.
D. $(-\frac{9}{4},\frac{5}{4},0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $z_A.z_B=3.5>0$ nên A,B cùng nằm về 1 phía so với mặt phẳng Oxy

Gọi $B'(x;y;z)$ là điểm đối xứng của điểm $B(1;0;5)$ qua mặt phẳng Oxy $\Rightarrow B'(1;0;-5)$

Ta có $MA+MB=MA+MB'\ge AB'$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi A,M,B' thẳng hàng

PTDT $(AB'):\begin{cases}x=3+t\\y=-2-t\\z=3+4t\end{cases}$

$$M=AB'\cap Oxy: z=0\Rightarrow 3+4t=0\Leftrightarrow t=\frac{-3}{4}\Rightarrow M\left(\frac{9}{4};\frac{-5}{4};0\right)$$

Câu 19: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):(m^2-1)x+3my-z+7=0$ với m là tham số thực. Tập hợp tất cả các giá trị của m để mặt phẳng (P) đi qua điểm A là:

A. $\{5\}$.
B. $\{1;5\}$.
C. $\{1\}$.
D. $\{-1;5\}$.

Lời giải

Chọn B

Vì $A(1;-2;1)$ thuộc phương trình mặt phẳng $(P):(m^2-1)x+3my-z+7=0$ nên ta có:

$(m^2-1).1+3m.(-2)-1+7=0 \Leftrightarrow m^2-6m+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=5 \end{array}\right.$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z-1=0$ và $(Q): -x+2y-2z-11=0$. Phương trình mặt phẳng (R) song song, nằm giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ (R) đến (P) gấp hai lần từ (R) đến (Q). Hỏi điểm nào dưới đây không nằm trên $(\mathbb{R})$

A. $(-3;1;-1)$. **B.** $(-13;0;0)$. **C.** $(-1;3;0)$. **D.** $(1;2;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(P)//(Q)//(R) \Rightarrow (R): x-2y+2z+c=0$

Chọn $A(1;0;0)\in(P)$ và $B(-11;0;0)\in(Q)$.

Gọi $M=AB\cap(R)$ ta có $\dfrac{AM}{BM}=\dfrac{d(A;(R))}{d(B;(R))}=\dfrac{d((R);(P))}{d((R);(Q))}=2$

Do (R) nằm giữa $(P),(Q) \Rightarrow \overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_M-x_A=2(x_B-x_M) \\ y_M-y_A=2(y_B-y_M) \\ z_M-z_A=2(z_B-z_M) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M=-7 \\ y_M=0 \\ z_M=0 \end{cases} \Leftrightarrow M(-7;0;0)$$

Ta có $M\in(R) \Rightarrow -7+c=0 \Leftrightarrow c=7$

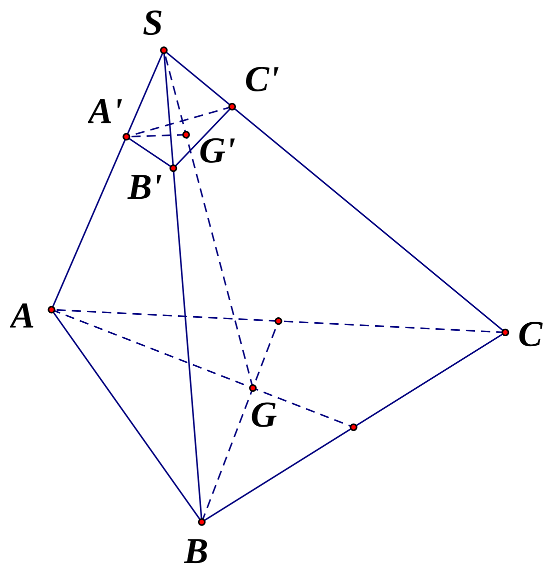
Vậy $(R): x-2y+2z+7=0$. Vậy $(-13;0;0)$ không nằm trên (R)

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$ có $S(2;3;1)$ và $G(-1;2;0)$ là trọng tâm tam giác ABC. Gọi A',B',C' lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA,SB,SC sao cho $\dfrac{SA'}{SA}=\dfrac{1}{3};\dfrac{SB'}{SB}=\dfrac{1}{4};\dfrac{SC'}{SC}=\dfrac{1}{5}$. Mặt phẳng $(A'B'C')$ cắt SG tại G'. Giả sử $G'(a;b;c)$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. $\dfrac{19}{4}$. **B.** $\dfrac{29}{4}$. **C.** 1. **D.** -14.

Lời giải

Chọn A



Vì S,G',G thẳng hàng nên tồn tại $k\in\mathbb{R}$ sao cho $\overrightarrow{SG}=k\overrightarrow{SG'}$ **(1)**

Vì G trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=3\overrightarrow{SG}$ hay $3\overrightarrow{SA'}+4\overrightarrow{SB'}+5\overrightarrow{SC'}=3k\overrightarrow{SG'}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{G'A'}+4\overrightarrow{G'B'}+5\overrightarrow{G'C'}=(3k-12)\overrightarrow{SG'}$

Mà $\overrightarrow{G'A'},\overrightarrow{G'B'},\overrightarrow{G'C'}$ là ba vectơ có giá nằm trên mặt phẳng $(A'B'C')$ và $\overrightarrow{SG'}$ có giá cắt mặt phẳng $(A'B'C')$ tại G' nên $\begin{cases}3\overrightarrow{G'A'}+4\overrightarrow{G'B'}+5\overrightarrow{G'C'}=\vec{0}\\(3k-12)\overrightarrow{SG'}=\vec{0}\end{cases}$, do đó $3k-12=0\Leftrightarrow k=4$.

Khi đó, từ **(1)** ta có hệ $\begin{cases}-3=4(a-2)\\-1=4(b-3)\\-1=4(c-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{5}{4}\\b=\dfrac{11}{4}\\c=\dfrac{3}{4}\end{cases}$. Do đó tổng $a+b+c=\dfrac{19}{4}$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) vuông góc với $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{3}$ và (α) cắt trục Ox, trục Oy và tia Oz lần lượt tại M, N, P. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OMNP$ bằng 6. Mặt phẳng (α) đi qua điểm nào sau đây?

A. $B(1;-1;1)$. **B.** $A(1;-1;-3)$. **C.** $C(1;-1;2)$. **D.** $D(1;-1;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $M(m;0;0)$, $N(0;n;0)$ và $P(0;0;p)$ với $m,n,p\neq 0$ và $p>0$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha):\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}+\dfrac{z}{p}=1\Leftrightarrow(np)x+(mp)y+(mn)z-mnp=0$.

Thể tích $OMNP$ là $V_{OMNP}=\dfrac{1}{6}|m.n.p|=6\Rightarrow|m.n.p|=36$ $(*)$.

Lại có $(\alpha)\perp\Delta\Rightarrow\overrightarrow{n_\alpha}$ cùng phương $\overrightarrow{u_\Delta}$ nên $\dfrac{np}{1}=\dfrac{mp}{-2}=\dfrac{mn}{3}\Rightarrow\begin{cases}m=-2n\\p=-\dfrac{2}{3}n\end{cases}\Rightarrow n<0,m>0$.

Thay vào $(*)$ ta có $\left|(-2n).n.\left(-\frac{2}{3}n\right)\right| = 36 \Leftrightarrow |n|^3 = 27 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=3 \\ n=-3 \end{array}\right. \Rightarrow n=-3 \Rightarrow \begin{cases} m=6 \\ p=2 \end{cases}$.

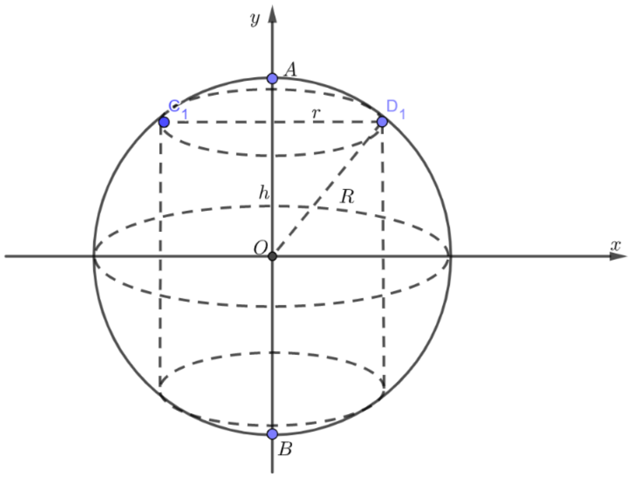
$(\alpha): \frac{x}{6} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1 \Rightarrow B(1;-1;1) \in (\alpha)$.

Câu 23: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;3;0)$, $B(0;-3;0)$. Mặt cầu (S) nhận AB là đường kính. Hình trụ (H) là hình trụ có trục thuộc trục tung, nội tiếp với mặt cầu và có thể tích lớn nhất. Khi đó mặt phẳng chứa đáy của hình trụ đi qua điểm nào sau đây?

A. $\left(\sqrt{3};0;0\right)$. **B.** $\left(\sqrt{3};\sqrt{3};0\right)$. **C.** $\left(\sqrt{3};2;1\right)$. **D.** $\left(\sqrt{3};\sqrt{2};\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B



Bán kính của mặt cầu là $R = \frac{AB}{2} = 3$.

Gọi chiều cao của hình trụ là $2h$, $h > 0$. Do đó bán kính của hình trụ là $r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{9 - h^2}$
.

Thể tích khối trụ là $V = \pi.r^2.2h = \pi.\left(9-h^2\right).2h = \pi\sqrt{2}\sqrt{\left(9-h^2\right)\left(9-h^2\right).2h^2}$.

$V \le \pi\sqrt{2}.\sqrt{\left(\frac{9-h^2+9-h^2+2h^2}{3}\right)^3} = \pi\sqrt{2}.6\sqrt{6} = 12\pi\sqrt{3}$.

Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow 9 - h^2 = 2h^2 \Leftrightarrow h = \sqrt{3}$.

Khi đó hình trụ có thể tích lớn nhất là $12\pi\sqrt{3}$.

Vậy hai mặt đáy của trụ có phương trình tương ứng là $y = \sqrt{3}; y = -\sqrt{3}$.

DẠNG 9 PT mặt phẳng không dùng đường thẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(4;1;0), B(2;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x+y-z-4=0$. **B.** $3x+z-4=0$. **C.** $3x+z-2=0$. **D.** $x+y-z-2=0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là

A. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z+78=0\\4x+3y-12z-26=0\end{array}\right.$. **B.** $4x+3y-12z+26=0$.

C. $4x+3y-12z+78=0$. **D.** $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z-78=0\\4x+3y-12z+26=0\end{array}\right.$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua gốc tọa độ, đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là

A. $2x-y-2z=0$. **B.** $2x+y-2z=0$. **C.** $2x+y-2z+1=0$. **D.** $2x-y+2z=0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax+by+cz-27=0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-2$. **B.** $S=-4$. **C.** $S=-12$. **D.** $S=2$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+y+z-3=0$. **B.** $2x-y+z+2=0$.

C. $2x+y+z-4=0$. **D.** $2x-y+z-2=0$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ $O, A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình là

A. $x+3y+5z=0$. **B.** $x-3y-5z=0$. **C.** $x+3y-5z=0$. **D.** $x-3y+5z=0$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1;0;2)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm H cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm của ΔABC. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm nào?

A. $M_1(3;2;1)$. **B.** $M_2(3;0;-1)$. **C.** $M_3(0;1;2)$. **D.** $M_4(1;2;3)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;1)$. Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox và trên mặt phẳng (Oyz). Viết phương trình mặt trung trực của đoạn AB.

A. $4x-2z-3=0$. **B.** $4x-2y-3=0$. **C.** $4x-2z+3=0$. **D.** $4x+2z+3=0$.

Câu 9: Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+3x-1=0$. Mặt phẳng đi qua M và song song với (P) có phương trình là

A. $x-2y+2z-11=0$. **B.** $x-2y+3z-11=0$.

C. $x-2y+3z-3=0$. **D.** $2x-2y+3z+17=0$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $N(1;-2;0)$ và mặt phẳng $(Q): 2x-2y+z+3=0$. Mặt phẳng (α) đi qua N, song song với trục Oy và vuông góc với (Q) có phương trình dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó giá trị $b-c+d$ bằng

A. 8. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $2x+y-2z+9=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$.

C. $3x-2y+z+2=0$. **D.** $3x-2y+z-2=0$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng P đi qua điểm $M\ 1;-2;0$ và nhận $\vec{n}=\ 2;-1;2$ làm véc-tơ pháp tuyến

A. $P: 2x+y+2z-4=0$. **B.** $P: 2x-y+2=0$.

C. $P: 2x-y+2z-4=0$. **D.** $P: 2x-y+2z-6=0$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(-1;5;-2)$ và song song với mặt phẳng $(\beta): x-2y+3z-4=0$ có phương trình là

A. $x-2y+3z+10=0$. **B.** $x+2y+3z-3=0$.

C. $x-2y+3z+17=0$. **D.** $x+2y-3z-15=0$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(2;1;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(3;-2;1)$ là

A. $2x+y+3z+7=0.$ **B.** $2x+y+3z-7=0.$

C. $3x-2y+z+7=0.$ **D.** $3x-2y+z-7=0.$

Câu 15: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1;2;2)$, $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x-y-z+1=0$. **B.** $x+y-z-1=0$. **C.** $x-y-1=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;0;1), B(1;2;2)$ và song song với trục Oy có phương trình:

A. $y=1$. **B.** $x-1=0$. **C.** $z-1=0$. **D.** $-x-1=0$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, ba điểm $A(2;1;0)$, $B(-1;3;2)$, $C(-1;-2;4)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC tương ứng là

A. $x+2y-2z-1=0$. **B.** $5y-2z+5=0$. **C.** $2y-5z+5=0$. **D.** $5y-2z-5=0$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;2;1)$, $B(3;0;1)$, $C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x-3y-4z+1=0$. **B.** $2x-3y-4z+2=0$.

C. $2x+3y-4z-2=0$. **D.** $4x+6y-8z+2=0$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;6;-3)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và song song với (Oyz) có phương trình là

A. $z=-3$. **B.** $y=6$. **C.** $x+z=12$. **D.** $x=2$.

Câu 20: Phương trình mặt phẳng (P) qua $A(2;1;-3)$ và song song với mặt phẳng $(Q):x-y+2z-1=0$ là :

A. $(P):x-y+2z+5=0$. **B.** $(P):x-y+2z+6=0$.

C. $(P):x-y+2z+4=0$. **D.** $(P):x-y+2z-3=0$.

Câu 21: Trong gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $x+2y+5z-5=0$. **B.** $x+y+5z-5=0$. **C.** $2x+y+5z-5=0$. **D.** $2x-y+5z-5=0$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;0;6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x+2y+2z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) qua điểm M và song song với mặt phẳng (α).

A. $(\beta):x+2y+2z-15=0.$ **B.** $(\beta):x+2y+2z-13=0.$

C. $(\beta):x+2y+2z+13=0.$ **D.** $(\beta):x+2y+2z+15=0.$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\ 1;3;-4$ và $B\ -1;2;2$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực α của đoạn thẳng AB.

A. $\alpha:4x+2y-12z-17=0$. **B.** $\alpha:4x-2y-12z-7=0$.

C. $\alpha:4x+2y+12z+7=0$. **D.** $\alpha:4x-2y+12z+17=0$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-6x+6y-2z-6=0$. Phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc mới mặt cầu tại điểm $A(-1;-3;4)$ là

A. $4x+3z+16=0$. **B.** $2x-6y+3z-28=0$.

C. $4x-3z+16=0$. **D.** $4x-3y-5=0$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho bai điểm $A(1;1;1)$, $B(4;3;2)$, $C(5;2;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C có dạng $ax+by+cz-2=0$. Tính tổng $S=a-b+c$.

A. $S=10$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=-10$.

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+z^2=25$. Mặt phẳng nào dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3

A. $3x-4y+5z-18=0$. **B.** $4x-3y+5z-18+20\sqrt{2}=0$.

C. $2x+2y-z+2=0$. **D.** $x+y+z+2=0$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;3)$, $B(-1;3;2)$ và $C(-1;2;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $x-2y+3z-3=0$. **B.** $x+2y+2z-9=0$.

C. $2x+y+2z-9=0$. **D.** $x+2y+2z-3=0$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (P) có phương trình $ax+by+cz-14=0$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. 8. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 11.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;2;1)$, $B(3;0;1)$ và $C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x-3y-4z+1=0$. **B.** $2x-3y-4z+2=0$.

C. $2x+3y-4z-2=0$. **D.** $4x+6y-8z+2=0$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2;6;-3)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và song song với (Oyz) có phương trình là

A. $z=-3$. **B.** $y=6$. **C.** $x+z=12$. **D.** $x=2$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;-2;3)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha):-2x+y-3z+2=0$ có phương trình là

A. $(P):2x-y+3z-9=0$. **B.** $(P):x-y-3z+11=0$.

C. $(P):2x-y+3z-11=0$. **D.** $(P):2x-y+3z+11=0$.

Câu 32: Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(3;0;1)$ nhận véc-tơ nào dưới đây làm véc-tơ pháp tuyến?

A. $\overrightarrow{n_3}=(-1;1;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-1;4)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-2;8)-2$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;1;4)$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3),B(3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x-y-2z+1=0$. **B.** $x+y-z+1=0$. **C.** $x+y-2z+7=0$. **D.** $x+y-2z+1=0$.

Câu 34: Trong $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và chứa trục Oy. Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $N(2;2;4)$. **B.** $P(-2;2;4)$. **C.** $E(0;4;-2)$. **D.** $Q(0;4;2)$.

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1),B(-1;6;-5),C(2;0;-1)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A,B và song song với đường thẳng OC có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_{(\alpha)}=(4;-10;-8)$. **B.** $\vec{n}_{(\alpha)}=(4;5;8)$. **C.** $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;5;4)$. **D.** $\vec{n}_{(\alpha)}=(4;-10;8)$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2;4;1)$ và mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với (P) là

A. $2x+4y+z-8=0$. **B.** $x-3y+2z+8=0$. **C.** $x-3y+2z-8=0$. **D.** $2x+4y+z+8=0$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với (α) và (β) là

A. $2x-y+2z=0$. **B.** $2x+y-2z+1=0$. **C.** $2x+y-2z=0$. **D.** $2x-y-2z=0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2;-3;4)$ và nhận $\vec{n}=(-2;4;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

A. $2x-4y-z+10=0$. **B.** $-2x+4y+z+11=0$.

C. $2x-4y-z-12=0$. **D.** $-2x+4y+z-12=0$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;1;2), B(5;3;4)$, phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $3x+y+z-11=0$. **B.** $3x+y+2z-14=0$.

C. $3x-y-2z+11=0$. **D.** $3x+y+z-10=0$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;3)$, (P) vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x-y+z=0$ đồng thời (P) song song với trục hoành. Biết rằng phương trình của (P) có dạng $ax+2y+cz+d=0$, giá trị của biểu thức $T=a^2-c+d$ là

A. $T=-12$. **B.** $T=-6$. **C.** $T=-10$. **D.** $T=-4$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;0;-1)$ và song song với mặt phẳng $x-y+z+2=0$ là?

A. $x-y+z+1=0$. **B.** $x-y+z+2=0$.

C. $x-y+z-1=0$. **D.** $x-y+z=0$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(2;1;-1)$ và vuông góc với $(P): x+y-3z+2=0$ có phương trình $ax+by+cz-22=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 20.

Câu 43: Mặt phẳng nào đi qua trung điểm của AB, biết $A(1;-3;4), B(1;-1;-2)$?

A. $(P_1): x-2y+z=0.$ **B.** $(P_2): x+y+z-1=0$.

C. $(P_3): x+2y+z-1=0$. **D.** $(P_4): x+y+z=0.$

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;3)$, $B(2;-4;0)$, $C(4;2;-6)$. Mặt phẳng nào sau đây là mặt phẳng trung trực của đoạn trung tuyến AM của tam giác ABC?

A. $2x-6y-6z+34=0$. **B.** $x-2y-3z=0$.

C. $x-2y-3z+14=0$. **D.** $x-3y-3z+14=0$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$ và (α) cắt trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm.

A. $3x+4y+3z-1=0$. **B.** $2x+y-6z-23=0$.

C. $2x+5y+z-6=0$. **D.** $2x+y-3z-14=0$.

Câu 46: Trong không gian $(Oxyz)$, mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y+2z-3=0$ có phương trình là

A. $11x+7y-2z+7=0$. **B.** $11x+7y-2z-7=0$.

C. $11x-7y-2z-21=0$. **D.** $11x-7y-2z+21=0$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S). Hỏi điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào có phương trình dưới đây?

A. $3x+4y+2=0$. **B.** $3x+4y-2=0$. **C.** $6x+8y-11=0$. **D.** $6x+8y+11=0$.

Câu 48: Cho $(S):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$. Lập phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(1;1;-1)$ và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+4)^2+y^2+(z-3)^2=16$. Từ gốc toạ độ O kẻ tiếp tuyến OM bất kì (M là tiếp điểm) với mặt cầu (S). Khi đó điểm M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

A. $4x-3z+9=0$. **B.** $-4x+3z+9=0$. **C.** $4x-3z+6=0$. **D.** $4x-3z+15=0$.

Câu 50: Phương trình mặt phẳng qua $A(0;0;-2)$, $B(2;-1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$ là

A. $(\alpha):4x+5y-z-2=0$. **B.** $(\delta):-5x-7y+z+2=0$.

C. $(\beta):9x-3y-7z-14=0$. **D.** $(\gamma):5x+7y-2z-4=0$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(4;1;0), B(2;-1;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x+y-z-4=0$. **B.** $3x+z-4=0$. **C.** $3x+z-2=0$. **D.** $x+y-z-2=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(3;0;1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn $AB \Rightarrow (P) \perp AB \Rightarrow \vec{n}_P = \overrightarrow{AB} = (-2;-2;2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $-2(x-3)-2(y-0)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y-z-2=0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là

A. $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z+78=0\\4x+3y-12z-26=0\end{array}\right.$. **B.** $4x+3y-12z+26=0$.

C. $4x+3y-12z+78=0$. **D.** $\left[\begin{array}{l}4x+3y-12z-78=0\\4x+3y-12z+26=0\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn A

Gọi mặt phẳng cần lập là mặt phẳng (P).

Vì $(P)//(\alpha)$ nên phương trình $(P): 4x+3y-12z+D=0$ $(D \neq 10)$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=4$.

Lại có (P) tiếp xúc mặt cầu (S) nên:

$$d(I,(P))=R \Rightarrow \frac{|D-26|}{\sqrt{4^2+3^2+(-12)^2}}=4 \Leftrightarrow |D-26|=52 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}D=78\\D=-26\end{array}\right.(t/m).$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $4x+3y-12z+78=0$ hoặc $4x+3y-12z-26=0$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta): 5x-4y+3z+1=0$. Phương trình của mặt phẳng đi qua gốc tọa độ, đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) là

A. $2x-y-2z=0$. **B.** $2x+y-2z=0$. **C.** $2x+y-2z+1=0$. **D.** $2x-y+2z=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (γ) là mặt phẳng cần tìm

$(\alpha): 3x-2y+2z+7=0$ có VTPT là $\overrightarrow{n_1}=(3;-2;2)$

$(\beta): 5x-4y+3z+1=0$ có VTPT là $\overrightarrow{n_2}=(5;-4;3)$

(γ) là mặt phẳng đồng thời vuông góc với cả (α) và (β) nên có VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right]=(2;1;-2)$

(γ) đi qua $O(0;0;0)$

Suy ra phương trình (γ) là $2x+y-2z=0$.

Câu 4: Trong không gian *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P): ax+by+cz-27=0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-2$. **B.** $S=-4$. **C.** $S=-12$. **D.** $S=2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{u_{(P)}}=(a;b;c),\overrightarrow{u_{(Q)}}=(3;1;1)$.

Mặt phẳng (P) qua hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q)

$$\begin{cases}3a+2b+c=27\\-3a+5b+2c=27\\3a+b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\b=27\\c=-45\end{cases}.$$

Vậy $S=a+b+c=-12$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;0)$ và $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x+y+z-3=0$. **B.** $2x-y+z+2=0$.

C. $2x+y+z-4=0$. **D.** $2x-y+z-2=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua trung điểm $I(1;1;1)$ của đoạn AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(4;-2;2)$ làm vec tơ pháp tuyến nên có phương trình là

$4(x-1)-2(y-1)+2(z-1)=0\Leftrightarrow 2x-y+z-2=0$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ $O, A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ có phương trình là

A. $x+3y+5z=0$. **B.** $x-3y-5z=0$. **C.** $x+3y-5z=0$. **D.** $x-3y+5z=0$.

Lời giải

Chọn B

Do mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ $O, A(1;2;-1)$ và $B(2;-1;1)$ nên mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right]=(1;-3;-5)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là: $x-3y-5z=0$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1;0;2)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm H cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm của ΔABC. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm nào?

A. $M_1(3;2;1)$. **B.** $M_2(3;0;-1)$. **C.** $M_3(0;1;2)$. **D.** $M_4(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tính chất hình học sau : tứ diện $OABC$ có ba cạnh OA,OB,OC đôi một vuông góc thì điểm H là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi H là hình chiếu vuông góc của điểm O lên mặt phẳng (ABC).

Do đó mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(1;0;2)$ và có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{OH}(1;0;2)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $(x-1)+2(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2z-5=0.$

Vậy (P) đi qua điểm $M_1(3;2;1)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;0;1)$. Gọi A,B lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox và trên mặt phẳng (Oyz). Viết phương trình mặt trung trực của đoạn AB.

A. $4x-2z-3=0.$ **B.** $4x-2y-3=0.$ **C.** $4x-2z+3=0.$ **D.** $4x+2z+3=0.$

Lời giải

Chọn A

Ta có A,B lần lượt là hình chiếu của M trên trục Ox và trên mặt phẳng (Oyz) nên suy ra $A(2;0;0), B(0;0;1)$. Gọi I là trung điểm AB suy ra $I\left(1;0;\frac{1}{2}\right)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua $I\left(1;0;\frac{1}{2}\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AB}=(-2;0;1)$ nên có phương trình là $-2(x-1)+z-\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow 4x-2z-3=0.$

Câu 9: Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+3x-1=0$. Mặt phẳng đi qua M và song song với (P) có phương trình là

A. $x-2y+2z-11=0$. **B.** $x-2y+3z-11=0$.
C. $x-2y+3z-3=0$. **D.** $2x-2y+3z+17=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua M và song song với (P), suy ra $\vec{n}_{(Q)}=\vec{n}_{(P)}=(1;-2;3)$.

Phương trình mặt phẳng (Q): $1(x-1)-2(y+2)+3(z-2)=0 \Leftrightarrow x-2y+3z-11=0$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $N(1;-2;0)$ và mặt phẳng $(Q): 2x-2y+z+3=0$. Mặt phẳng (α) đi qua N, song song với trục Oy và vuông góc với (Q) có phương trình dạng $2x+by+cz+d=0$. Khi đó giá trị $b-c+d$ bằng

A. 8. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x-2y+z+3=0$ và song song với trục Oy suy ra $\begin{cases} \vec{n}_{(\alpha)} \perp \vec{n}_{(Q)} \\ \vec{n}_{(\alpha)} \perp \vec{j} \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{(\alpha)}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(-1;0;2)$.

Do đó mặt phẳng (α) đi qua điểm $N(1;-2;0)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;0;-4)$ có phương trình là: $2.(x-1)+0.(y+2)-4.(z-0)=0 \Leftrightarrow 2x+0y-4z-2=0$.

Vậy $b=0,\ c=-4,\ d=-2 \Rightarrow b-c+d=2$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;1;-2\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với $\left(P\right)$ là

A. $2x+y-2z+9=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$.

C. $3x-2y+z+2=0$. **D.** $3x-2y+z-2=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\left(Q\right)$ là mặt phẳng đi qua M và song song với $\left(P\right)$.

$\left(Q\right)//\left(P\right) \Rightarrow \vec{n}_{(Q)}=\vec{n}_{(P)}=\left(3;-2;1\right)$.

$\left(Q\right)\begin{cases}\text{qua } M\left(2;1;-2\right)\\ \text{VTPT } \ \vec{n}_{(Q)}=\left(3;-2;1\right)\end{cases} \Rightarrow \left(Q\right):3.\left(x-2\right)-2.\left(y-1\right)+1.\left(z+2\right)=0$.

$\Rightarrow \left(Q\right):3x-2y+z-2=0$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng P đi qua điểm $M\ 1;-2;0$ và nhận $\vec{n}=\ 2;-1;2$ làm véc-tơ pháp tuyến

A. $P\ :2x+y+2z-4=0$. **B.** $P\ :2x-y+2=0$.

C. $P\ :2x-y+2z-4=0$. **D.** $P\ :2x-y+2z-6=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng P đi qua điểm $M\ 1;-2;0$ nhận $\vec{n}=\ 2;-1;2$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình $2\ x-1\ -\ y+2\ +2z=0 \Leftrightarrow 2x-y+2z-4=0$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua điểm $A\left(-1;5;-2\right)$ và song song với mặt phẳng $\left(\beta\right):x-2y+3z-4=0$ có phương trình là

A. $x-2y+3z+10=0$. **B.** $x+2y+3z-3=0$.

C. $x-2y+3z+17=0$. **D.** $x+2y-3z-15=0$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\left(\alpha\right)\ //\ \left(\beta\right)$ nên $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=\overrightarrow{n_{(\beta)}}=\left(1;-2;3\right)$.

Vậy p.trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là $1\left(x+1\right)-2\left(y-5\right)+3\left(z+2\right)=0 \Leftrightarrow x-2y+3z+17=0$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M\left(2;1;3\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}\left(3;-2;1\right)$ là

A. $2x+y+3z+7=0$. **B.** $2x+y+3z-7=0$.

C. $3x-2y+z+7=0$. **D.** $3x-2y+z-7=0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M\left(2;1;3\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}\left(3;-2;1\right)$ là

$3(x-2)-2(y-1)+(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-7=0$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;2)$, $B(3;0;2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x-y-z+1=0$. **B.** $x+y-z-1=0$. **C.** $x-y-1=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2;0)$.

Gọi I là trung điểm của AB nên $I(2;1;2)$.

Phương trình trung trực của đoạn thẳng AB: $x-y-1=0$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;0;1), B(1;2;2)$ và song song với trục Oy có phương trình:

A. $y=1$. **B.** $x-1=0$. **C.** $z-1=0$. **D.** $-x-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;2;1)$, véc tơ đơn vị của trục Oy là $\vec{j}(0;1;0)$.

Do mặt phẳng cần tìm đi qua hai điểm $A(1;0;1), B(1;2;2)$ và song song với trục Oy nên có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{j}\right]=(-1;0;0)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $-1(x-1)+0(y-0)+0(z-1)=0$.

$\Leftrightarrow x-1=0$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, ba điểm $A(2;1;0)$, $B(-1;3;2)$, $C(-1;-2;4)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC tương ứng là

A. $x+2y-2z-1=0$. **B.** $5y-2z+5=0$. **C.** $2y-5z+5=0$. **D.** $5y-2z-5=0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng vuông góc với đường thẳng BC có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{BC}=(0;-5;2)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC là:

$$0(x-2)-5(y-1)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow -5y+2z+5=0 \Leftrightarrow 5y-2z-5=0.$$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;2;1)$, $B(3;0;1)$, $C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x-3y-4z+1=0$. **B.** $2x-3y-4z+2=0$.

C. $2x+3y-4z-2=0$. **D.** $4x+6y-8z+2=0$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB}=(3;-2;0)$, $\overrightarrow{AC}=(1;-2;-1)$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $A(0;2;1)$ và có vecto pháp tuyến là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(2;3;-4)$

Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) cần tìm là: $2(x-0)+3(y-2)-4(z-1)=0$ hay $2x+3y-4z-2=0$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;6;-3)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và song song với (Oyz) có phương trình là

A. $z=-3$. **B.** $y=6$. **C.** $x+z=12$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng song song với (Oyz). Khi đó (P) có dạng $x+d=0\ (d\neq 0)$.

$A(2;6;-3)\in(P)\Rightarrow 2+d=0\Leftrightarrow d=-2$.

Vậy $(P)\,x=2$.

Câu 20: Phương trình mặt phẳng (P) qua $A(2;1;-3)$ và song song với mặt phẳng $(Q):x-y+2z-1=0$ là :

A. $(P):x-y+2z+5=0$. **B.** $(P):x-y+2z+6=0$.

C. $(P):x-y+2z+4=0$. **D.** $(P):x-y+2z-3=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt phẳng (P) qua $A(2;1;-3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-1;2)$

Nên phương trình mặt phẳng (P) là: $1.(x-2)-1(y-1)+2(z+3)=0$ hay $x-y+2z+5=0$.

Câu 21: Trong gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;1)$, $B(1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là

A. $x+2y+5z-5=0$. **B.** $x+y+5z-5=0$. **C.** $2x+y+5z-5=0$. **D.** $2x-y+5z-5=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-1;-2;-5)$.

Mặt phẳng qua $A(2;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng BC nhận vectơ $\overrightarrow{BC}=(-1;-2;-5)$ là một vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $-(x-2)-2(y+1)-5(z-1)=0$ $\Leftrightarrow -x-2y-5z+5=0\Leftrightarrow x+2y+5z-5=0$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;0;6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x+2y+2z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) qua điểm M và song song với mặt phẳng (α).

A. $(\beta):x+2y+2z-15=0.$ **B.** $(\beta):x+2y+2z-13=0.$

C. $(\beta):x+2y+2z+13=0.$ **D.** $(\beta):x+2y+2z+15=0.$

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (β) song song với mặt phẳng (α) nên (β) nhận $\vec{n}_{(\alpha)}=(1;2;2)$ làm VTPT.

Vậy (β): $1.(x-1)+2.(y-0)+2.(z-6)=0\ \Leftrightarrow x+2y+2z-13=0$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\ 1;3;-4$ và $B\ -1;2;2$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực α của đoạn thẳng AB.

A. $\alpha :4x+2y-12z-17=0$. **B.** $\alpha :4x-2y-12z-7=0$.

C. $\alpha :4x+2y+12z+7=0$. **D.** $\alpha :4x-2y+12z+17=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(-2;-1;6\right)$ và trung điểm của AB là $I\left(0;\frac{5}{2};-1\right)$

Vậy phương trình $\alpha :-2x-\left(y-\frac{5}{2}\right)+6\ z+1\ =0\Leftrightarrow 4x+2y-12z-17=0$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$ có phương trình $x^2+y^2+z^2-6x+6y-2z-6=0$. Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ tiếp xúc mới mặt cầu tại điểm $A\left(-1;-3;4\right)$ là

A. $4x+3z+16=0$. **B.** $2x-6y+3z-28=0$.

C. $4x-3z+16=0$. **D.** $4x-3y-5=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(3;-3;1\right)$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua $A\left(-1;-3;4\right)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AI}=\left(4;0;-3\right)$ nên có phương trình là $4\left(x+1\right)-3\left(z-4\right)=0\Leftrightarrow 4x-3z+16=0$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho bai điểm $A\left(1;1;1\right)$, $B\left(4;3;2\right)$, $C\left(5;2;1\right)$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C có dạng $ax+by+cz-2=0$. Tính tổng $S=a-b+c$.

A. $S=10$. **B.** $S=2$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=-10$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tọa độ ba điểm A,B,C thỏa mãn phương trình mặt phẳng nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}a+b+c-2=0\\4a+3b+2c-2=0\\5a+2b+c-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-4\\c=5\end{cases}.\text{ Vậy } S=a-b+c=1-\left(-4\right)+5=10.$$

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+z^2=25$. Mặt phẳng nào dưới đây cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3

A. $3x-4y+5z-18=0$. **B.** $4x-3y+5z-18+20\sqrt{2}=0$.

C. $2x+2y-z+2=0$. **D.** $x+y+z+2=0$.

Lời giải

Chọn B

$(S):(x-3)^2+(y+2)^2+z^2=25$ nên (S) có tâm $I(3;-2;0)$, bán kính $R=5$

Gọi mặt phẳng cần tìm là (P).

(P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn bán kính $r=3$.

Ta có: $r^2+d^2\left(I,\left(P\right)\right)=R^2\Leftrightarrow d\left(I,\left(P\right)\right)=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

Thử từng đáp án tính $d\left(I,(P)\right)$, nếu $d\left(I,(P)\right)=4$ thì chọn.

Đáp án A: $(P):3x-4y+5z-18=0$; $d\left(I,(P)\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{10}$ **(loại)**.

Đáp án B: $(P):4x-3y+5z-18+20\sqrt{2}=0$; $d\left(I,(P)\right)=4$ **(chọn)**.

Vậy mặt phẳng cần tìm là $(P):4x-3y+5z-18+20\sqrt{2}=0$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;1;3)$, $B(-1;3;2)$ và $C(-1;2;3)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $x-2y+3z-3=0$. **B.** $x+2y+2z-9=0$.

C. $2x+y+2z-9=0$. **D.** $x+2y+2z-3=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-2;2;-1)$ và $\overrightarrow{AC}=(-2;1;0)$ suy ra véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là:

$\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(1;2;2)$.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $1(x-1)+2(y-1)+2(z-3)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-9=0$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Mặt phẳng (P) có phương trình $ax+by+cz-14=0$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. 8. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Ta có tứ diện $OABC$ là tứ diện vuông tại O, mà M là trực tâm tam giác ABC nên $OM\perp(ABC)\Rightarrow OM\perp(P)$.

Vậy $\overrightarrow{OM}(1;2;3)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (P) đi qua M nên (P) có phương trình: $a+2b+3c-14=0\Rightarrow T=a+b+c=6$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;2;1)$, $B(3;0;1)$ và $C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x-3y-4z+1=0$. **B.** $2x-3y-4z+2=0$.

C. $2x+3y-4z-2=0$. **D.** $4x+6y-8z+2=0$.

Lời giải

Chọn C

- Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-2;0)$, $\overrightarrow{AC}=(1;-2;-1)$.
- Mặt phẳng (ABC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;3;-4)$.
- Vậy phương trình mặt phẳng (ABC) cần tìm là:

$2(x-0)+3(y-2)-4(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-4z-2=0$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2;6;-3)$. Mặt phẳng đi qua điểm A và song song với (Oyz) có phương trình là

A. $z=-3$. **B.** $y=6$. **C.** $x+z=12$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có mặt phẳng song song với (Oyz) có VTPT là $\vec{i}=(1;0;0)$.

Do đó phương trình của mặt phẳng đi qua điểm A và song song với (Oyz) là $1(x-2)+0(y-6)+0(z+3)=0 \Leftrightarrow x=2$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;-2;3)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha):-2x+y-3z+2=0$ có phương trình là

A. $(P):2x-y+3z-9=0$. **B.** $(P):x-y-3z+11=0$.

C. $(P):2x-y+3z-11=0$. **D.** $(P):2x-y+3z+11=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: mặt phẳng $(P)\in(\alpha)\Rightarrow \overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{n_\alpha}=(-2;1;-3)$ và đi qua $A(0;-2;3)$ nên ptmp (P) là: $-2(x-0)+1(y+2)-3(z-3)=0$ hay $(P):-2x+y-3z+11=0$.

Câu 32: Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;1)$, $B(-1;0;2)$, $C(3;0;1)$ nhận véc-tơ nào dưới đây làm véc-tơ pháp tuyến?

A. $\overrightarrow{n_3}=(-1;1;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-1;4)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(2;-2;8)-2$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(1;1;4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-2;1)$, $\overrightarrow{AC}=(2;-2;0)$.

Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(2;2;8)$.

Suy ra $\overrightarrow{n_2}=\frac{1}{2}\vec{n}=(1;1;4)$ cũng là một véc-tơ pháp tuyến của (ABC).

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3),B(3;0;-1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x-y-2z+1=0$. **B.** $x+y-z+1=0$. **C.** $x+y-2z+7=0$. **D.** $x+y-2z+1=0$.

Lời giải

Chọn D

- Gọi I là trung điểm của AB. Ta có $I(2;-1;1)$.
- Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm I của đoạn AB và nhận $\overrightarrow{AI}=(1;1;-2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

$1.(x-2)+1.(y+1)-2.(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y-2z+1=0$.

- Kết luận: Mặt phẳng trung trực của AB có phương trình là $x+y-2z+1=0$.

Câu 34: Trong $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và chứa trục Oy. Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α)?

A. $N(2;2;4)$. **B.** $P(-2;2;4)$. **C.** $E(0;4;-2)$. **D.** $Q(0;4;2)$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{OM}=(1;-1;2)$, $\vec{j}=(0;1;0)$

(α) là mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và chứa trục Oy nên (α) có VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{OM},\vec{j}\right]=(-2;0;1)$.Mà (α) đi qua $O(0;0;0)$

$\Rightarrow(\alpha):-2x+z=0$.

Lần lượt thay tọa độ các điểm N,P,E,Q vào phương trình mặt phẳng (α), ta thấy tọa độ điểm N thỏa phương trình mặt phẳng (α) nên N thuộc (α).

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(-1;6;-5), C(2;0;-1)$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A,B và song song với đường thẳng OC có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_{(\alpha)}=(4;-10;-8)$. **B.** $\vec{n}_{(\alpha)}=(4;5;8)$. **C.** $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;5;4)$. **D.** $\vec{n}_{(\alpha)}=(4;-10;8)$.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB}=(-2;4;-4)$, $\overrightarrow{OC}=(2;0;-1)$

Vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{OC}$ có giá song song hoặc nằm trên với mặt phẳng (α) nên ta chọn

$\vec{n}_{(\alpha)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{OC}\right]=(-4;-10;-8)=-2\overrightarrow{n_0}, \overrightarrow{n_0}=(2;5;4)$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2;4;1)$ và mặt phẳng $(P):x-3y+2z-5=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và song song với (P) là

A. $2x+4y+z-8=0$. **B.** $x-3y+2z+8=0$. **C.** $x-3y+2z-8=0$. **D.** $2x+4y+z+8=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (Q) song song với (P) có phương trình là: $x-3y+2z+D=0 (D\neq -5)$.

Mà $A(2;4;1)\in(Q)$ nên: $2-3.4+2.1+D=0 \Leftrightarrow D=8$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(2;4;1)$ và song song với với (P) là: $x-3y+2z+8=0$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta):5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua O đồng thời vuông góc với (α) và (β) là

A. $2x-y+2z=0$. **B.** $2x+y-2z+1=0$. **C.** $2x+y-2z=0$. **D.** $2x-y-2z=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(3;-2;2)$, $\overrightarrow{n_{(\beta)}}=(5;-4;3)$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua O và vuông góc với 2 mặt phẳng $(\alpha),(\beta)$.

Khi đó: $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{n_{(\alpha)}},\overrightarrow{n_{(\beta)}}\right]=(2;1;-2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $2x+y-2z=0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2;-3;4)$ và nhận $\vec{n}=(-2;4;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

A. $2x-4y-z+10=0$. **B.** $-2x+4y+z+11=0$.

C. $2x-4y-z-12=0$. **D.** $-2x+4y+z-12=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng có phương trình là: $(P):-2(x-2)+4(y+3)+1.(z-4)=0 \Leftrightarrow -2x+4y+z+12=0$

.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;1;2), B(5;3;4)$, phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $3x+y+z-11=0$. **B.** $3x+y+2z-14=0$.

C. $3x-y-2z+11=0$. **D.** $3x+y+z-10=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi M là trung điểm của AB, ta có $M(2;2;3)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng $AB:\begin{cases}\text{đi qua } M(2;2;3)\\ \text{vtpt } \overrightarrow{AB}=(6;2;2)\Rightarrow \vec{n}=(3;1;1)\end{cases}$

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $3(x-2)+(y-2)+(z-3)=0$

$\Leftrightarrow 3x+y+z-11=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là $3x+y+z-11=0$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;3)$, (P) vuông góc với mặt phẳng $(Q):3x-y+z=0$ đồng thời (P) song song với trục hoành. Biết rằng phương trình của (P) có dạng $ax+2y+cz+d=0$, giá trị của biểu thức $T=a^2-c+d$ là

A. $T=-12$. **B.** $T=-6$. **C.** $T=-10$. **D.** $T=-4$.

Lời giải

Chọn A

Trục hoành Ox có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$.

$(Q):3x-y+z=0$ có VTPT $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(3;-1;1)$.

Ta có $\left[\overrightarrow{n_{(Q)}};\vec{i}\right]=(0;1;1)$

(P) vuông góc với mặt phẳng (Q), đồng thời (P) song song với trục hoành

$\Rightarrow (P)$ có VTPT $\vec{n}=(0;1;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là $0(x-1)+1(y-2)+1(z-3)=0$

$\Leftrightarrow y+z-5=0 \Leftrightarrow 2y+2z-10=0$. Suy ra $a=0, c=2, d=-10 \Rightarrow T=a^2-c+d=-12$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;0;-1)$ và song song với mặt phẳng $x-y+z+2=0$ là?

A. $x-y+z+1=0$. **B.** $x-y+z+2=0$.

C. $x-y+z-1=0$. **D.** $x-y+z=0$.

Lời giải

Chọn D

Vì mặt phẳng cần lập song song với mặt phẳng $x-y+z+2=0$ nên có dạng: $x-y+z+D=0$.

Do phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;0;-1)$ nên $D=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng cần lập là: $x-y+z=0$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(2;1;-1)$ và vuông góc với $(P): x+y-3z+2=0$ có phương trình $ax+by+cz-22=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB}=(1;-1;-4)$; mặt phẳng (P) có một VTPT là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;1;-3)$.

Mặt phẳng (α) có một VTPT là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(7;-1;2)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $A(1;2;3)$ có một VTPT là $\vec{n}=(7;-1;2)$ có phương trình: $7x-y+2z-11=0$ hay $14x-2y+4x-22=0$. Suy ra $a=14, b=-2, c=4$. Vậy $a+b+c=16$.

Câu 43: Mặt phẳng nào đi qua trung điểm của AB, biết $A(1;-3;4), B(1;-1;-2)$?

A. $(P_1): x-2y+z=0.$ **B.** $(P_2): x+y+z-1=0$.

C. $(P_3): x+2y+z-1=0$. **D.** $(P_4): x+y+z=0.$

Lời giải

Chọn D

Trung điểm M của AB có tọa độ $M(1;-2;1)$. Thay tọa độ điểm M vào ta thấy mặt phẳng (P_4) thỏa mãn.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;3)$, $B(2;-4;0)$, $C(4;2;-6)$. Mặt phẳng nào sau đây là mặt phẳng trung trực của đoạn trung tuyến AM của tam giác ABC?

A. $2x-6y-6z+34=0$. **B.** $x-2y-3z=0$.

C. $x-2y-3z+14=0$. **D.** $x-3y-3z+14=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M, N lần lượt là trung điểm BC, $AM \Rightarrow M(3;-1;-3)$, $N(2;1;0)$.

Gọi (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn AM, suy ra (P) qua N và có vec tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{AN}=(1;-2;-3)$. Phương trình của mặt phẳng $(P): x-2y-3z=0$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$ và (α) cắt trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tam giác ABC nhận M làm trực tâm.

A. $3x+4y+3z-1=0$. **B.** $2x+y-6z-23=0$.

C. $2x+5y+z-6=0$. **D.** $2x+y-3z-14=0$.

Lời giải

Chọn D

Công thức nhanh: *"$OABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc thì $OH \perp (ABC)$ với H là trực tâm ΔABC."*

Áp dụng: Mặt phẳng (α) đi qua $M(2;1;-3)$ và nhận $\overrightarrow{OM}=(2;1;-3)$ làm vectơ pháp tuyến

$\Rightarrow (\alpha):\ 2(x-2)+1(y-1)-3(z+3)=0 \Leftrightarrow 2x+y-3z-14=0.$

Cách tự luận:

(α) cắt trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C nên (α) có phương trình dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Khi đó $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$.

(α) đi qua $M(2;1;-3)$ nên $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{-3}{c}=1$.

Tam giác ABC nhận M làm trực tâm nên $\begin{cases} AM \perp BC \\ BM \perp AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=0 \\ \overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} (2-a).0+1.(-b)+(-3).c=0 \\ 2.(-a)+(1-b).0+(-3).c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b+3c=0 \\ 2a+3c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=-3c \\ a=-\frac{3c}{2} \end{cases}$

Suy ra $\frac{2}{-\frac{3c}{2}}+\frac{1}{-3c}+\frac{-3}{c}=1 \Rightarrow -4-1-9=3c \Rightarrow c=-\frac{14}{3} \Rightarrow \begin{cases} b=14 \\ a=7 \end{cases}$

Khi đó (α) có phương trình $\frac{x}{7}+\frac{y}{14}+\frac{z}{-\frac{14}{3}}=1 \Leftrightarrow 2x+y-3z-14=0$.

Câu 46: Trong không gian $(Oxyz)$, mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x+y+2z-3=0$ có phương trình là

A. $11x+7y-2z+7=0$. **B.** $11x+7y-2z-7=0$.

C. $11x-7y-2z-21=0$. **D.** $11x-7y-2z+21=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;3;-5)$ là một *VTCP* của mặt phẳng (α) và $\vec{n}_\beta=(1;1;2)$ là một VTPT của mặt phẳng (β).

Do $(\alpha)\perp(\beta) \Rightarrow \vec{n}_\beta=(1;1;2)$ là một VTCP của mặt phẳng (α).

Khi đó $\vec{n}_\alpha=\left[\overrightarrow{AB};\vec{n}_\beta\right]=(11;-7;-2)$.

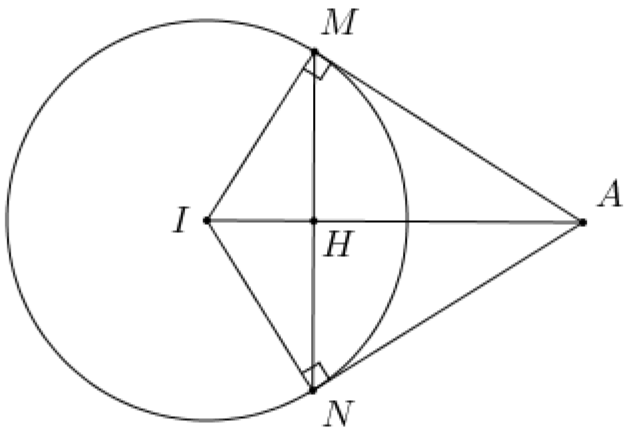
Vậy phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(2;-1;4)$ nhận $\vec{n}_\alpha=(11;-7;-2)$ làm một VTPT là $(\alpha): 11x-7y-2z-21=0$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S). Hỏi điểm M luôn thuộc mặt phẳng nào có phương trình dưới đây?

A. $3x+4y+2=0$. **B.** $3x+4y-2=0$. **C.** $6x+8y-11=0$. **D.** $6x+8y+11=0$.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;-1;-1), R=3$.

Ta có: $IA=5>R\Rightarrow A$ nằm ngoài mặt cầu (S).

Gọi H là hình chiếu của M trên IA.

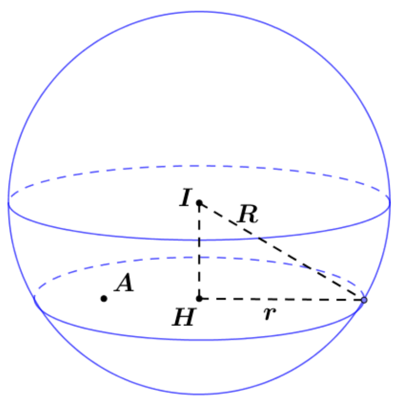
$$IM^2=IH.IA\Rightarrow IH=\frac{IM^2}{IA}=\frac{9}{5}\Rightarrow HA=\frac{16}{5}\Rightarrow \overrightarrow{HI}=-\frac{9}{16}\overrightarrow{HA}\Rightarrow H\left(\frac{2}{25};\frac{11}{25};-1\right)$$

Ta có: $MH\perp IA$ nên M thuộc mặt phẳng (P) qua H và vuông góc với IA, nhận $\overrightarrow{IA}=(3;4;0)$ là vectơ pháp tuyến.

Phương trình (P) là: $3\left(x-\frac{2}{25}\right)+4\left(y-\frac{11}{25}\right)=0\Leftrightarrow 3x+4y-2=0$.

Câu 48: Cho $(S):(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$. Lập phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(1;1;-1)$ và cắt (S) theo một đường tròn có bán kính nhỏ nhất.

Lời giải



Vì $(1-1)^2+1^2+(-1+2)^2=2<4$ nên điểm A nằm bên trong mặt cầu (S).

Ta có (S) có tâm $I(1;0;-2)$

Gọi H là điểm thuộc mặt phẳng (α) sao cho $IH \perp (\alpha)$ và r là bán kính đường tròn giao tuyến.

Ta có $r^2 = R_{(S)}^2 - IH^2$.

Vì $R_{(S)}$ cố định nên r nhỏ nhất khi IH lớn nhất.

Ta có $IH \le IA$. Do đó IH lớn nhất khi $H \equiv A$.

Khi đó $\overrightarrow{IA} = (0;1;1)$ là véc tơ pháp tuyến của (α).

Vậy $(\alpha): y - 1 + z + 1 = 0 \Leftrightarrow y + z = 0$.

Câu 49: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x+4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 16$. Từ gốc toạ độ O kẻ tiếp tuyến OM bất kì (M là tiếp điểm) với mặt cầu (S). Khi đó điểm M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình nào sau đây?

A. $4x - 3z + 9 = 0$. **B.** $-4x + 3z + 9 = 0$. **C.** $4x - 3z + 6 = 0$. **D.** $4x - 3z + 15 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Mặt cầu (S) có tâm là $I(-4;0;3)$, bán kính $R = 4$.

Ta có: $\overrightarrow{OI} = (-4;0;3) \Rightarrow OI = 5$.

Vì OM là tiếp tuyến của mặt cầu (S) nên ta có: $OM \perp IM \Rightarrow OM = \sqrt{OI^2 - IM^2} = \sqrt{OI^2 - R^2} = 3$.

Suy ra M luôn thuộc mặt cầu (S') có tâm là gốc toạ độ O, bán kính $R' = 3$.

Ta có phương trình mặt cầu $(S'): x^2 + y^2 + z^2 = 9$

Vậy $M \in (S) \cap (S') \Rightarrow$ tọa độ điểm M là nghiệm của hệ:

$\begin{cases} (x+4)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 16 & (1) \\ x^2 + y^2 + z^2 = 9 & (2) \end{cases}$. Trừ vế theo vế **(1)** và **(2)** ta có pt $4x - 3z + 9 = 0$.

Câu 50: Phương trình mặt phẳng qua $A(0;0;-2)$, $B(2;-1;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z + 1 = 0$ là

A. $(\alpha): 4x + 5y - z - 2 = 0$. **B.** $(\delta): -5x - 7y + z + 2 = 0$.

C. $(\beta): 9x - 3y - 7z - 14 = 0$. **D.** $(\gamma): 5x + 7y - 2z - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có VTPT $\overrightarrow{n_P} = (3;-2;1)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2;-1;3)$.

Mặt phẳng cần tìm có VTPT $\vec{n} = \left[\overrightarrow{n_P}; \overrightarrow{AB}\right] = (-5;-7;1)$ và đi qua $A(0;0;-2)$ nên có phương trình: $-5x - 7y + 1(z+2) = 0 \Leftrightarrow -5x - 7y + z + 2 = 0$.

DẠNG 10 Phương trình theo đoạn chắn

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A(2;0;0),B(0;-3;0),C(0;0;4)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $6x-4y+3z-12=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=0$

C. $6x-4y+3z=0$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}-\frac{z}{4}=1$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm phân biệt tạo thành một tam giác có trọng tâm $G(3;2;-1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}-\frac{z}{1}=1$. **B.** $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. **D.** $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}-\frac{z}{3}=1$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng cắt tia Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C và nhận $G(673;674;675)$ làm trọng tâm của tam giác ABC là

A. $\frac{x}{2019}+\frac{y}{2022}+\frac{z}{2025}=1$. **B.** $\frac{x}{2019}+\frac{y}{2022}+\frac{z}{2025}=0$.

C. $\frac{x}{673}+\frac{y}{674}+\frac{z}{675}=1$. **D.** $\frac{x}{673}+\frac{y}{674}+\frac{z}{675}=0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $Q(2;-1;3)$. **B.** $M(2;-1;-3)$. **C.** $N(1;-2;3)$. **D.** $P(3;-1;2)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $M(1;2;4),A(1;0;0),B(0;2;0),C(0;0;4)$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (ABC) và đi qua điểm M là

A. $x+2y+4z-21=0$. **B.** $x+2y+4z-12=0$. **C.** $4x+2y+z-12=0$. **D.** $4x+2y+z-21=0$

Câu 6: Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) qua ba điểm A,B,C lần lượt là hình chiếu của điểm $M(2;3;-5)$ xuống các trục Ox,Oy,Oz

A. $15x-10y-6z-30=0$. **B.** $15x+10y-6z-30=0$.

C. $15x-10y-6z+30=0$. **D.** $15x+10y-6z+30=0$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua các hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục tọa độ.

A. $2x-y+2z=0$. **B.** $x-2y+z-2=0$. **C.** $x-2y+z+2=0$. **D.** $2x-y+2z-2=0$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm phân biệt tạo thành một tam giác có trọng tâm $G(3;2;-1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}-\frac{z}{1}=1$. **B.** $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. **D.** $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}-\frac{z}{3}=1$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\ \ 2;3;4$. Gọi các điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng ABC .

A. $6x+4y+3z-1=0$. **B.** $6x+4y+3z-36=0$.
C. $6x+4y+3z-12=0$. **D.** $6x+4y+3z+12=0$.

Câu 10: Hãy viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) qua ba điểm A,B,C lần lượt là hình chiếu của điểm $M(3;2;-2)$ xuống các trục Ox,Oy,Oz ?

A. $2x+3y-3z-6=0$. **B.** $2x+3y-3z+6=0$.
C. $2x+3y+3z-6=0$. **D.** $2x+3y-3z-1=0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M(2;-1;3)$. Phương trình mặt phẳng đi qua các hình chiếu của M trên ba trục tọa độ là:

A. $3x-6y+2z-6=0$. **B.** $3x-6y+2z+6=0$.
C. $3x+6y+2z-6=0$. **D.** $-3x+6y-2z-6=0$.

Câu 12: Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) qua ba điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu của điểm $M(2;3;-5)$ xuống các trục Ox, Oy, Oz.

A. $15x-10y-6z-30=0$. **B.** $15x+10y-6z-30=0$.
C. $15x-10y-6z-30=0$. **D.** $15x+10y-6z+30=0$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-3;1;4)$ và gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox,Oy,Oz. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC)

A. $4x-12y+3z-12=0$. **B.** $4x+12y-3z-12=0$.
C. $4x-12y-3z+12=0$. **D.** $4x-12y-3z-12=0$.

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;2)$. Hình chiếu vuông góc của A lên các trục tọa độ Ox,Oy,Oz theo thứ tự là M,N,P. Phương trình mặt phẳng (MNP) là:

A. $2x-3y+4z-1=0$. **B.** $\frac{x}{4}-\frac{y}{3}+\frac{z}{2}+1=0$.
C. $4x-3y+2z-5=0$. **D.** $3x-4y+6z-12=0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1;3;-2)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4}$.

A. $4x+2y+z-8=0$. **B.** $4x+2y+z+1=0$. **C.** $2x-y-z-1=0$. **D.** $x+2y+4z+1=0$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $M(1;1;2)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $3x+y+z-6=0$. **B.** $2x+2y+z+6=0$. **C.** $2x+2y+z-6=0$. **D.** $x+3y+z-6=0$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;0;0), B(0;7;0), C(0;0;5)$ và điểm M sao cho $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$. Một mặt phẳng (P) thay đổi cắt các đoạn thẳng OA, OB, OC, OM lần lượt tại các điểm A', B', C', M' thỏa mãn $\frac{OA}{OA'} + \frac{OB}{OB'} + \frac{OC}{OC'} = 2021$ và $M'(a;b;c)$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = \frac{5}{2021}$. **B.** $S = \frac{9}{2021}$. **C.** $S = \frac{14}{2021}$. **D.** $S = \frac{4}{2021}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(2;0;0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với (P), cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\frac{4}{3}$ và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại các điểm B và C khác O. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 16. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** 8.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A(2;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;4)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $6x-4y+3z-12=0$.

B. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=0$

C. $6x-4y+3z=0$.

D. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}-\frac{z}{4}=1$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức phương trình mặt phẳng chắn ta suy ra phương trình mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 6x-4y+3z-12=0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm phân biệt tạo thành một tam giác có trọng tâm $G(3;2;-1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}-\frac{z}{1}=1$.

B. $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}+\frac{z}{3}=1$.

C. $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$.

D. $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}-\frac{z}{3}=1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi mặt phẳng (P) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(a;0;0)$; $B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$ $(a;b;c \neq 0)$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì $G(3;2;-1)$ là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=9 \\ b=6 \\ c=-3 \end{cases}$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P): $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}-\frac{z}{3}=1$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng cắt tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C và nhận $G(673;674;675)$ làm trọng tâm của tam giác ABC là

A. $\frac{x}{2019}+\frac{y}{2022}+\frac{z}{2025}=1$.

B. $\frac{x}{2019}+\frac{y}{2022}+\frac{z}{2025}=0$.

C. $\frac{x}{673}+\frac{y}{674}+\frac{z}{675}=1$.

D. $\frac{x}{673}+\frac{y}{674}+\frac{z}{675}=0$.

Lời giải

Chọn A

◆ Phương trình mặt phẳng cắt tia Ox,Oy,Oz lần lượt tại $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$ có dạng: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

◆ Do $G(673;674;675)$ là trọng tâm của tam giác ABC nên ta có hệ: $\begin{cases} a+0+0=3.673 \\ 0+b+0=3.674 \\ 0+0+c=3.675 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=2019 \\ b=2022 \\ c=2025 \end{cases}$.

◆ Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình là: $\frac{x}{2019}+\frac{y}{2022}+\frac{z}{2025}=1$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$ và $C(0;0;3)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $Q(2;-1;3)$. **B.** $M(2;-1;-3)$. **C.** $N(1;-2;3)$. **D.** $P(3;-1;2)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1$.

Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $M(2;-1;-3)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $M(1;2;4), A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;4)$. Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (ABC) và đi qua điểm M là

A. $x+2y+4z-21=0$. **B.** $x+2y+4z-12=0$. **C.** $4x+2y+z-12=0$. **D.** $4x+2y+z-21=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình mặt phẳng $(ABC):\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 4x+2y+z-4=0$

Vì mặt phẳng (α) đi qua M và song song với mặt phẳng (ABC) nên (α) có một VTPT là $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(4;2;1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α): $4(x-1)+2(y-2)+(z-4)=0 \Leftrightarrow 4x+2y+z-12=0$.

Câu 6: Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (α) qua ba điểm A,B,C lần lượt là hình chiếu của điểm $M(2;3;-5)$ xuống các trục Ox,Oy,Oz

A. $15x-10y-6z-30=0$. **B.** $15x+10y-6z-30=0$.

C. $15x-10y-6z+30=0$. **D.** $15x+10y-6z+30=0$.

Lời giải

Chọn B

A,B,C lần lượt là hình chiếu của điểm $M(2;3;-5)$ xuống các trục Ox,Oy,Oz

$\Rightarrow \begin{cases} A(2;0;0) \\ B(0;3;0) \\ C(0;0;-5) \end{cases}$

Phương trình mặt phẳng (α) theo đoạn chắn là: $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-5}=1 \Leftrightarrow 15x+10y-6z-30=0$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua các hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục tọa độ.

A. $2x-y+2z=0$. **B.** $x-2y+z-2=0$. **C.** $x-2y+z+2=0$. **D.** $2x-y+2z-2=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có các hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-2;1)$ trên các trục Ox,Oy,Oz lần lượt là $M_1(1;0;0), M_2(0;-2;0), M_3(0;0;1)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm M_1, M_2, M_3 là $\frac{x}{1}+\frac{y}{-2}+\frac{z}{1}=1 \Leftrightarrow 2x-y+2z-2=0$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ tại ba điểm phân biệt tạo thành một tam giác có trọng tâm $G(3;2;-1)$. Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}-\frac{z}{1}=1$. **B.** $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$. **D.** $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}-\frac{z}{3}=1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi mặt phẳng (P) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(a;0;0)$; $B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$ $(a;b;c \neq 0)$.

$\Rightarrow$Phương trình mặt phẳng (P): $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Vì $G(3;2;-1)$ là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=9 \\ b=6 \\ c=-3 \end{cases}$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P): $\frac{x}{9}+\frac{y}{6}-\frac{z}{3}=1$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\ \ 2;3;4\ $. Gọi các điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng $\ ABC\ $.

A. $6x+4y+3z-1=0$. **B.** $6x+4y+3z-36=0$.

C. $6x+4y+3z-12=0$. **D.** $6x+4y+3z+12=0$.

Lời giải

Chọn A.

Hình chiếu vuông góc của $M\left(2;3;4\right)$ trên trục Ox là điểm $A\left(2;0;0\right)$.

Hình chiếu vuông góc của $M\left(2;3;4\right)$ trên trục Oy là điểm $B\left(0;3;0\right)$.

Hình chiếu vuông góc của $M\left(2;3;4\right)$ trên trục Oz là điểm $C\left(0;0;4\right)$.

Phương trình mặt phẳng $\left(ABC\right)$ có dạng: $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 6x+4y+3z-12=0$.

Câu 10: Hãy viết phương trình tổng quát của mặt phẳng $\left(P\right)$ qua ba điểm A,B,C lần lượt là hình chiếu của điểm $M\left(3;2;-2\right)$ xuống các trục Ox,Oy,Oz ?

A. $2x+3y-3z-6=0$. **B.** $2x+3y-3z+6=0$.

C. $2x+3y+3z-6=0$. **D.** $2x+3y-3z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Toạ độ các điểm $A\left(3;0;0\right);B\left(0;2;0\right);C\left(0;0;-2\right)$. Phương trình mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là

$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow 2x+3y-3z-6=0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm $M\left(2;-1;3\right)$. Phương trình mặt phẳng đi qua các hình chiếu của M trên ba trục tọa độ là:

A. $3x-6y+2z-6=0$. **B.** $3x-6y+2z+6=0$.

C. $3x+6y+2z-6=0$. **D.** $-3x+6y-2z-6=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hình chiếu của M lên 3 trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt là $A\left(2;0;0\right);B\left(0;-1;0\right);C\left(0;0;3\right)$

Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua các hình chiếu của M trên 3 trục tọa độ là

$\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{3}=1 \Rightarrow 3x-6y+2z-6=0$.

Câu 12: Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ qua ba điểm $A,\ B,\ C$ lần lượt là hình chiếu của điểm $M\left(2;3;-5\right)$ xuống các trục Ox, Oy, Oz.

A. $15x-10y-6z-30=0$. **B.** $15x+10y-6z-30=0$.

C. $15x-10y-6z-30=0$. **D.** $15x+10y-6z+30=0$.

Lời giải

Chọn B

- Ta có ba điểm $A,\ B,\ C$ lần lượt là hình chiếu của điểm $M\left(2;3;-5\right)$ xuống các trục Ox, Oy, Oz nên $A\left(2;0;0\right)$, $B\left(0;3;0\right)$, $C\left(0;0;-5\right)$
- Phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ qua ba điểm $A,\ B,\ C$ là:

$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-5}=1 \Leftrightarrow 15x+10y-6z-30=0$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(-3;1;4\right)$ và gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox,Oy,Oz. Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng song song với mặt phẳng $\left(ABC\right)$

A. $4x-12y+3z-12=0$. **B.** $4x+12y-3z-12=0$.

C. $4x-12y-3z+12=0$. **D.** $4x-12y-3z-12=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A\left(-3;0;0\right),B\left(0;1;0\right),C\left(0;0;4\right)$ suy ra phương trình đoạn chắn mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là:

$\frac{x}{-3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{4}=1\Rightarrow \vec{n}_{(ABC)}=\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{1};\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{12}\left(4;-12;-3\right)$.

Vậy mặt phẳng song song với $\left(ABC\right)$ có vtpt là $\left(4;-12;3\right)$

Mà phương trình C là phương trình đoạn chắn mặt phẳng.

Câu 14: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(4;-3;2\right)$. Hình chiếu vuông góc của A lên các trục tọa độ Ox,Oy,Oz theo thứ tự là M,N,P. Phương trình mặt phẳng $\left(MNP\right)$ là:

A. $2x-3y+4z-1=0$. **B.** $\frac{x}{4}-\frac{y}{3}+\frac{z}{2}+1=0$.

C. $4x-3y+2z-5=0$. **D.** $3x-4y+6z-12=0$.

Lời giải

Chọn D

M,N,P theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của A lên các trục tọa độ Ox,Oy,Oz do đó $M\left(4;0;0\right),N\left(0;-3;0\right),P\left(0;0;2\right)$

Phương trình mặt phẳng $\left(MNP\right)$ là $\frac{x}{4}-\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1\Leftrightarrow 3x-4y+6z-12=0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ chứa điểm $M\left(1;3;-2\right)$ cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4}$.

A. $4x+2y+z-8=0$. **B.** $4x+2y+z+1=0$. **C.** $2x-y-z-1=0$. **D.** $x+2y+4z+1=0$.

Lời giải

Chọn A

- Giả sử $A\left(a;0;0\right)$, $B\left(0;b;0\right)$, $C\left(0;0;c\right)$ $\left(a,b,c>0\right)$

$\frac{OA}{1}=\frac{OB}{2}=\frac{OC}{4}\Leftrightarrow \frac{a}{1}=\frac{b}{2}=\frac{c}{4}\Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2}b \\ c=2b \end{cases}$ (1)

$\left(P\right):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$ đi qua $M\left(1;3;-2\right)\Leftrightarrow \frac{1}{a}+\frac{3}{b}-\frac{2}{c}=1$(2).

Thay (1) vào (2) ta được: $\frac{2}{b}+\frac{3}{b}-\frac{1}{b}=1\Leftrightarrow \frac{4}{b}=1\Leftrightarrow b=4$, suy ra $a=2$, $c=8$.

Vậy $\left(P\right):\frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{8}=1\Leftrightarrow 4x+2y+z-8=0$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $M\left(1;1;2\right)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $3x+y+z-6=0$. **B.** $2x+2y+z+6=0$. **C.** $2x+2y+z-6=0$. **D.** $x+3y+z-6=0$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $A\left(a;0;0\right)$, $B\left(0;b;0\right)$, $C\left(0;0;c\right)$ với $a,b,c>0$.

Khi đó phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Vì $\left(\alpha\right)$ đi qua $M\left(1;1;2\right)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{c}=1$.

Thể tích của tứ diện $OABC$ là $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}OA.OB.OC=\dfrac{1}{6}abc$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có $1=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{c}\geq 3\sqrt[3]{\dfrac{2}{abc}}\Rightarrow abc\geq 54$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=b=3;c=6$.

Vậy $\left(\alpha\right):\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{6}=1\Leftrightarrow 2x+2y+z-6=0$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A\left(2;0;0\right),B\left(0;7;0\right),C\left(0;0;5\right)$ và điểm M sao cho $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$. Một mặt phẳng $\left(P\right)$ thay đổi cắt các đoạn thẳng OA,OB,OC,OM lần lượt tại các điểm A',B',C',M' thỏa mãn $\dfrac{OA}{OA'}+\dfrac{OB}{OB'}+\dfrac{OC}{OC'}=2021$ và $M'\left(a;b;c\right)$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=\dfrac{5}{2021}$. **B.** $S=\dfrac{9}{2021}$. **C.** $S=\dfrac{14}{2021}$. **D.** $S=\dfrac{4}{2021}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\left(2;7;5\right)\Rightarrow M\left(2;7;5\right)$.

Tính được $OA=2,OB=7$ và $OC=5$.

Gọi $A'\left(a';0;0\right),B'\left(0;b';0\right),C'\left(0;0;c'\right)$ lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $\left(P\right)$ với các đoạn thẳng OA,OB,OC. Khi đó $0<a'\leq 2,0<b'\leq 7,0<c'\leq 5$ và $OA'=a',OB'=b',OC'=c'$.

Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua A',B',C' nên có phương trình là $\dfrac{x}{a'}+\dfrac{y}{b'}+\dfrac{z}{c'}=1$.

Theo đề bài ta có $\dfrac{OA}{OA'}+\dfrac{OB}{OB'}+\dfrac{OC}{OC'}=2021\Leftrightarrow\dfrac{2}{a'}+\dfrac{7}{b'}+\dfrac{5}{c'}=2021$

$\Leftrightarrow\dfrac{\frac{2}{2021}}{a'}+\dfrac{\frac{7}{2021}}{b'}+\dfrac{\frac{5}{2021}}{c'}=1$.

Khi đó mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm $I\left(\dfrac{2}{2021};\dfrac{7}{2021};\dfrac{5}{2021}\right)$.

Mà $\overrightarrow{OI}=\left(\dfrac{2}{2021};\dfrac{7}{2021};\dfrac{5}{2021}\right)=\dfrac{1}{2021}\overrightarrow{OM}$ nên I thuộc đoạn OM.

Ta có $\begin{cases} I \in OM \\ I \in (P) \end{cases} \Rightarrow I$ là giao điểm của (P) và đoạn OM.

Suy ra $I \equiv M'(a;b;c) \Rightarrow a = \dfrac{2}{2021}, b = \dfrac{7}{2021}, c = \dfrac{5}{2021}$.

Vậy $a+b+c = \dfrac{14}{2021}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2y - z + 3 = 0$ và điểm $A(2;0;0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A, vuông góc với (P), cách gốc tọa độ O một khoảng bằng $\dfrac{4}{3}$ và cắt các tia Oy, Oz lần lượt tại các điểm B và C khác O. Thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng

A. 16. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** $\dfrac{16}{3}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Gọi $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow bc.x + 2c.y + 2b.z - 2bc = 0$.

Ta có biểu thức liên hệ của khoảng cách từ O đến mặt phẳng (α)

$$\frac{1}{d^2\left[O;(\alpha)\right]} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{9}{16}.$$

Hai mặt phẳng (α) và (P) vuông góc với nhau nên $2.2c - 1.2b = 0 \Leftrightarrow b = 2c > 0$.

Mà $a = 2$ nên ta có hệ $\begin{cases} b = 2c > 0 \\ \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2} = \dfrac{9}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2c > 0 \\ \dfrac{1}{4c^2} + \dfrac{1}{c^2} = \dfrac{5}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 4 \\ c = 2 \end{array}\right.$.

Vậy thể tích khối tứ diện $OABC$ bằng $V = \dfrac{1}{6} a.b.c = \dfrac{8}{3}$.

DẠNG 11 Hình chiếu của điểm lên mặt phẳng

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $M(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z+6=0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) là điểm nào sau đây?

A. $(2;8;2)$. **B.** $\left(3;\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right)$. **C.** $\left(1;\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$. **D.** $(1;3;5)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của điểm $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x+y+z=0$.

A. $(-4,2,0)$. **B.** $(0,-1,-2)$. **C.** $(0,1,-2)$. **D.** $(-2,-1,0)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(2;-1;3)$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho MA^2-2MB^2 lớn nhất.

A. $M(4;-5;0)$. **B.** $M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};0\right)$. **C.** $M(3;-4;0)$. **D.** $M\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};0\right)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của điểm $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x+y+z=0$ là:

A. $(-2;-1;0)$. **B.** $(0;-1;-2)$. **C.** $(0;1;-2)$. **D.** $(2;-1;0)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z=0$

A. $M'(3;1;2)$. **B.** $M'\left(2;\frac{5}{2};3\right)$. **C.** $M'\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $M'(1;3;5)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'.

A. $OA'=3\sqrt{26}$. **B.** $OA'=5\sqrt{3}$. **C.** $OA'=\sqrt{46}$. **D.** $OA'=\sqrt{186}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-6=0$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ với $x_M>0; y_M>0; z_M>0$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của biểu thức $B=x_M+y_M+z_M$ là

A. 10. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 21.

Câu 8: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-z-6=0$ và điểm $A(a,b,c)$ là hình chiếu vuông góc của gốc O lên mặt phẳng (P). Tính giá trị $P=a+b+c$

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -3.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-7=0$ và điểm $A(3;3;4)$. Gọi $A'(a;b;c)$ là điểm đối xứng với A qua (P). Khi đó giá trị của a là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-4)^2+(z-5)^2=\dfrac{1225}{32}$. Trên tia Ox, Oy, Oz lần lượt lấy các điểm A, B, C sao cho $\dfrac{3}{OA}+\dfrac{4}{OB}+\dfrac{5}{OC}=8$. Biết mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S). Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $K(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị của biểu thức $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. $\dfrac{253}{96}$. **B.** $\dfrac{235}{96}$. **C.** $\dfrac{235}{69}$. **D.** $\dfrac{523}{69}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+(z+3)^2=24$ cắt mặt phẳng $(\alpha): x+y=0$ theo giao tuyến là đường tròn (C). Tìm hoành độ của điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(6;-10;3)$ lớn nhất?

A. -1. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -5.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $M(2;3;4)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-z+6=0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) là điểm nào sau đây?

A. $(2;8;2)$. **B.** $\left(3;\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right)$. **C.** $\left(1;\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$. **D.** $(1;3;5)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $H(x;y;z)$ là hình chiếu của M trên mp (P), khi đó $MH \perp (P)$, suy ra $H \in MH$ với

$MH: \begin{cases} x=2+2t \\ y=3-t \\ z=4-t \end{cases}$, do đó $H(2+2t;3-t;4-t) \in (P)$ hay $2(2+2t)-(3-t)-(4-t)+6=0$

$\Rightarrow t=-\frac{1}{2} \Rightarrow H\left(1;\frac{7}{2};\frac{9}{2}\right)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của điểm $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x+y+z=0$.

A. $(-4,2,0)$. **B.** $(0,-1,-2)$. **C.** $(0,1,-2)$. **D.** $(-2,-1,0)$.

Lời giải

Chọn D

PTDT (d) qua $M(0;1;2)$ và vuông góc với mp $(P): x+y+z=0$ có VTPT $\vec{n}=(1;1;1)$ nên (d) có VTCP $\vec{u}=\vec{n}$.

$(d): \begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=2+t \end{cases}$

Gọi $H(t;1+t;2+t) \in (d) \cap (P) \Rightarrow t+1+t+2+t=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow H(-1;0;1)$

Gọi $M'(x;y;z)$ là điểm đối xứng của điểm $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x+y+z=0$ nên H là trung điểm của MM' $\Rightarrow M'(-2;-1;0)$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(2;-1;3)$. Tìm điểm M trên mặt phẳng (Oxy) sao cho MA^2-2MB^2 lớn nhất.

A. $M(4;-5;0)$. **B.** $M\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2};0\right)$. **C.** $M(3;-4;0)$. **D.** $M\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};0\right)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}=\vec{0} \Rightarrow I(3;-4;5) \Rightarrow \begin{cases} IA=2\sqrt{14} \\ IB=\sqrt{14} \end{cases}$

Ta có: $MA^2-2MB^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2-2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2=-MI^2+\left(IA^2-2IB^2\right)+\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}\right)$

$\Rightarrow MA^2-2MB^2=-MI^2+70 \Rightarrow MA^2-2MB^2$ lớn nhất khi MI nhỏ nhất

$\Rightarrow M$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow M(3;-4;0)$. Vậy $M(3;-4;0)$..

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của điểm $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x+y+z=0$ là:

A. $(-2;-1;0)$. **B.** $(0;-1;-2)$. **C.** $(0;1;-2)$. **D.** $(2;-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0;1;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+y+z=0$ có phương trình là $\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=2+t \end{cases}$.

Tọa độ giao điểm I của đường thẳng d và mặt phẳng $x+y+z=0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=2+t \\ x+y+z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ x=-1 \\ y=0 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I(-1;0;1)$$

Gọi M' đối xứng với $M(0;1;2)$ qua mặt phẳng $x+y+z=0$ nên I là trung điểm MM'

$$\Rightarrow \begin{cases} x_{M'}=2x_I-x_M=-2 \\ y_{M'}=2y_I-y_M=-1 \\ z_{M'}=2z_I-z_M=0 \end{cases} \Rightarrow M'(-2;-1;0).$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, xác định tọa độ điểm M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z=0$

A. $M'(3;1;2)$. **B.** $M'\left(2;\frac{5}{2};3\right)$. **C.** $M'\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $M'(1;3;5)$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (α) nhận $\vec{n}(1;-2;1)$ làm vtpt.

Vì $MM' \perp (\alpha)$ nên $\vec{n}(1;-2;1)$ là vtcp của MM'.

$\Rightarrow$phương trình MM': $\begin{cases} x=2+t \\ y=3-2t \\ z=1+t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Tọa độ M' xác định bởi: $2+t-2(3-2t)+1+t=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2} \Rightarrow M'\left(\frac{5}{2};2;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x-2y+z-35=0$ và điểm $A(-1;3;6)$. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua (P), tính OA'.

A. $OA'=3\sqrt{26}$. **B.** $OA'=5\sqrt{3}$. **C.** $OA'=\sqrt{46}$. **D.** $OA'=\sqrt{186}$.

Lời giải

Chọn C

Do A' đối xứng với A qua (P) nên AA' vuông góc với (P).

Suy ra phương trình đường thẳng $AA':\begin{cases}x=-1+6t\\y=3-2t\\z=6+t\end{cases}$.

Gọi H là giao điểm của AA' và mặt phẳng $(P)\Rightarrow H(-1+6t;3-2t;6+t)$.

Do H thuộc (P) nên $6(-1+6t)-2(3-2t)+1(6+t)-35=0$

$\Leftrightarrow 41t-41=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow H(5;1;7)$.

Mà A' đối xứng với A qua (P) nên H là trung điểm của AA'

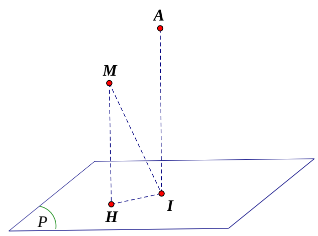
$\Rightarrow A'(11;-1;8)\Rightarrow OA'=\sqrt{11^2+(-1)^2+8^2}=\sqrt{186}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-6=0$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ với $x_M>0;y_M>0;z_M>0$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của biểu thức $B=x_M+y_M+z_M$ là

A. 10. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 21.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3), r=4$. Ta có $d(I,(P))=0\Rightarrow I\in(P)$.

Qua I dựng đường thẳng Δ vuông góc với (P). Gọi A là một giao điểm của (S) và đường thẳng Δ ta có $IA=r$.

Lấy điểm $M\in(S)$. Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng (P) ta có $d=d(M,(P))=MH\le MI=r\Rightarrow d_{\max}=r$ khi $H\equiv I$ điều này xảy ra khi $M\equiv A$.

Phương trình của đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}\Rightarrow A(1+2t;2-t;3+2t)$.

Mà $M\equiv A$ nên suy ra $M(1+2t;2-t;3+2t)$.

Mà $M\in(S)$ nên ta có phương trình $(2t)^2+(-t)^2+(2t)^2=16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{4}{3}\\t=-\frac{4}{3}\end{array}\right.$.

Với $t=-\frac{4}{3}$ suy ra điểm M có toạ độ không thoả mãn $x_M>0;y_M>0;z_M>0$.

Với $t=\frac{4}{3}\Rightarrow M\left(\frac{11}{3};\frac{2}{3};\frac{17}{3}\right)$ thoả mãn $x_M>0;y_M>0;z_M>0$.

Vậy $B = x_M + y_M + z_M = 10$.

Câu 8: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-z-6=0$ và điểm $A(a,b,c)$ là hình chiếu vuông góc của gốc O lên mặt phẳng (P). Tính giá trị $P=a+b+c$

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

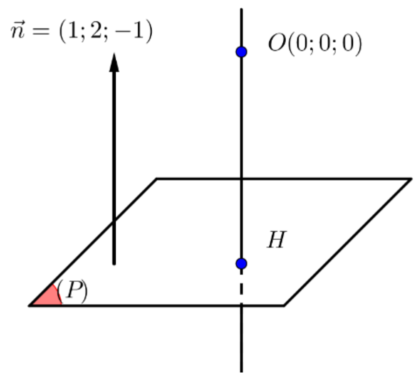
Chọn B

Cách 1:

Phương trình đường thẳng OH qua $O(0;0;0)$

có vec tơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n}_{(P)} = (1;2;-1)$ là

$\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = -t \end{cases}$ mà $H \in (OH) \Rightarrow H(t;2t;-t)$



Mặt khác $H \in (P) \Rightarrow$ Tọa độ H thỏa mãn phương trình (P): $t+2(2t)-(-t)-6=0 \Leftrightarrow t=1$

Vậy $H(1;2;-1) \Rightarrow T = a+b+c = 2$.

Cách 2: Sử dụng công thức tính nhanh.

Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ là tọa độ hình chiếu của $N(x_0;y_0;z_0)$ lên mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$

Tọa độ điểm M là $\begin{cases} x_M = x_0 - aT \\ y_M = y_0 - bT \\ z_M = z_0 - cT \end{cases}$ với $T = \dfrac{ax_0+by_0+cz_0+d}{a^2+b^2+c^2}$

Ta có $T = \dfrac{1.0+2.0-0-6}{6} = -\dfrac{6}{6} = -1$.

Tọa độ H là $\begin{cases} x_H = 0-1.(-1) = 1 \\ y_H = 0-2.(-1) = 2 \\ z_H = 0+1.(-1) = -1 \end{cases}$ Vậy $P = a+b+c = 2$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y+z-7=0$ và điểm $A(3;3;4)$. Gọi $A'(a;b;c)$ là điểm đối xứng với A qua (P). Khi đó giá trị của a là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Gọi d đường thẳng qua A và vuông góc với (P). Khi đó phương trình của đường thẳng d là:

$\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 3+2t \\ z = 4+t \end{cases}$

Giao điểm của đường thẳng d và (P) là $H(1;1;3)$. Dễ thấy H là hình chiếu của A trên (P).

Khi đó H là trung điểm của $AA' \Rightarrow A'(-1;-1;2)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y-4)^2+(z-5)^2=\frac{1225}{32}$. Trên tia Ox,Oy,Oz lần lượt lấy các điểm A,B,C sao cho $\frac{3}{OA}+\frac{4}{OB}+\frac{5}{OC}=8$. Biết mặt phẳng (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S). Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là $K(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị của biểu thức $x_0+y_0+z_0$ bằng

A. $\frac{253}{96}$. **B.** $\frac{235}{96}$. **C.** $\frac{235}{69}$. **D.** $\frac{523}{69}$.

Lời giải

Chọn B

Ta gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$

Ta có $(ABC):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1.$

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;4;5)$ và bán kính $R=\sqrt{\frac{1225}{32}}.$

Mặt phẳng (ABC) tiếp xúc **với** $(S)\Leftrightarrow d\left(I;(ABC)\right)=R\Leftrightarrow \frac{\left|\frac{3}{a}+\frac{4}{b}+\frac{5}{c}-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\sqrt{\frac{1225}{32}}.$

Mà $\frac{3}{a}+\frac{4}{b}+\frac{5}{c}=8\Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{32}{25}$

Áp dụng BĐT Bunhiacopski ta có

$$\left(3^2+4^2+5^2\right)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\ge\left(\frac{3}{a}+\frac{4}{b}+\frac{5}{c}\right)^2=8^2\Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\ge\frac{32}{25}$$

Dấu $"="$ xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{3}{\frac{1}{a}}=\dfrac{4}{\frac{1}{b}}=\dfrac{5}{\frac{1}{c}}\\ \dfrac{3}{a}+\dfrac{4}{b}+\dfrac{5}{c}=8\end{cases}\Leftrightarrow a=\frac{25}{12},\ b=\frac{25}{16},\ c=\frac{5}{4}$

Suy ra $A\left(\frac{25}{12};0;0\right), B\left(0;\frac{25}{16};0\right), C\left(0;0;\frac{5}{4}\right)$

Giả sử phương trình mặt cầu có dạng:

$(S):x^2+y^2+z^2-2mx-2ny-2pz+q=0\ \ (m^2+n^2+p^2-q>0)$

Vì mặt cầu (S) đi qua $O, A\left(\frac{25}{12};0;0\right), B\left(0;\frac{25}{16};0\right), C\left(0;0;\frac{5}{4}\right)$ nên thay tọa độ bốn điểm lần lượt vào ta có $\begin{cases} d=0 \\ \left(\dfrac{25}{12}\right)^2+0+0-2.\dfrac{25}{12}.m+q=0 \\ 0+\left(\dfrac{25}{16}\right)^2+0-2.\dfrac{25}{16}.n+q=0 \\ 0+0+\left(\dfrac{5}{4}\right)^2-2.\dfrac{5}{4}.p+q=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q=0 \\ m=\dfrac{25}{24} \\ n=\dfrac{25}{32} \\ p=\dfrac{5}{8} \end{cases}$. Vậy $K\left(\dfrac{25}{24};\dfrac{25}{32};\dfrac{5}{8}\right)$.

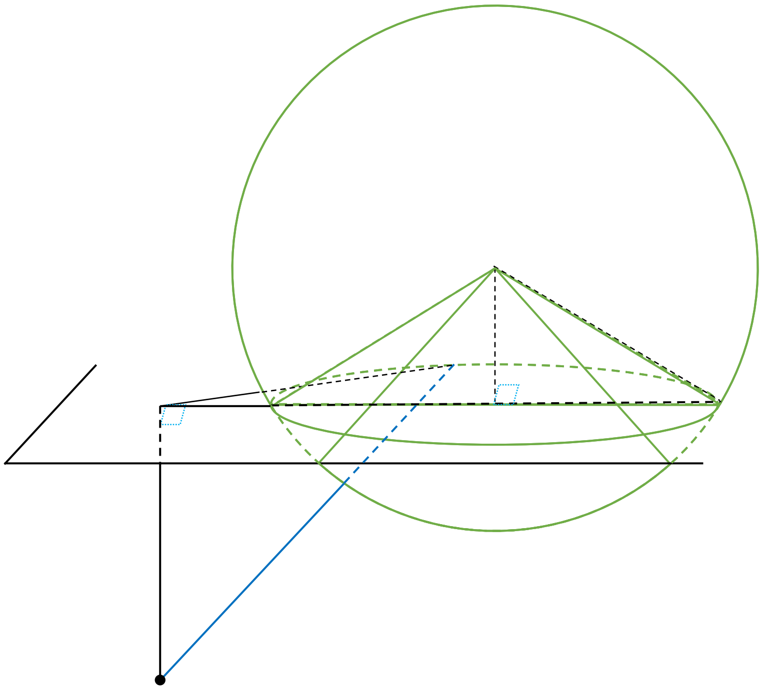
Suy ra $x_0+y_0+z_0=\dfrac{235}{96}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+(z+3)^2=24$ cắt mặt phẳng $(\alpha): x+y=0$ theo giao tuyến là đường tròn (C). Tìm hoành độ của điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(6;-10;3)$ lớn nhất?

A. -1. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -5.

Lời giải

Chọn B



◆ (S) có: tâm $I(0;2;-3)$; bán kính $R=\sqrt{24}$

Phương trình đường thẳng Δ qua $I(0;2;-3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) là:

$\vec{u}_\Delta=\vec{n}_{(\alpha)}=(1;1;0)$; $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=2+t \\ z=-3 \end{cases}$

Gọi J và r lần lượt là tâm của đường tròn (C): $J \equiv \Delta \cap (\alpha) \Rightarrow$ tọa độ của J là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x = t \\ y = 2 + t \\ z = -3 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \\ z = -3 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow J(-1;1;-3)$

$IJ = \sqrt{2} \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - IJ^2} = \sqrt{24 - 2} = \sqrt{22}$

◆ Gọi A' là hình chiếu vuông góc của $A(6;-10;3)$ lên mặt phẳng (α):

Phương trình đường thẳng qua $A(6;-10;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α) là:

$\vec{u}_d = \vec{n}_{(\alpha)} = (1;1;0)$; $d: \begin{cases} x = 6 + t \\ y = -10 + t \\ z = 3 \end{cases}$

$A' \equiv d \cap (\alpha) \Rightarrow$ tọa độ của A' là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x = 6 + t \\ y = -10 + t \\ z = 3 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = -8 \\ z = 3 \\ t = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow A'(8;-8;3)$; $AA' = \sqrt{8}$

◆ $AM = \sqrt{AA'^2 + A'M^2} = \sqrt{8 + A'M^2} \Rightarrow$ Giá trị max AM đạt được khi max $A'M$

$A'J = 3\sqrt{22} > r = \sqrt{22} \Rightarrow A'$ nằm ngoài đường tròn (C)

$A'M \le A'J + r = 3\sqrt{22} + \sqrt{22} = 4\sqrt{22} \Rightarrow \max A'M = 4\sqrt{22}$

Vậy: $\max AM = \sqrt{8 + \left(4\sqrt{22}\right)^2} = 6\sqrt{10}$

Khi đó, điểm M thỏa mãn: $\dfrac{\overline{MA'}}{\overline{MJ}} = \dfrac{4\sqrt{22}}{\sqrt{22}} = 4 \Rightarrow \overrightarrow{OM} = \dfrac{\overrightarrow{OA} - 4\overrightarrow{OJ}}{1 - 4} = (-4;4;-5)$

Vậy điểm M có hoành độ là $x_M = -4$.

DẠNG 12.1 Các bài toán cực trị phần 1

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Gọi (P) là mặt phẳng chứa điểm $B(0;1;2)$ sao cho khoảng cách từ điểm $A(1;2;1)$ đến (P) là lớn nhất. Phương trình của (P) là

A. $x+y+z-3=0$. **B.** $x+y-z+1=0$.
C. $x-y-z+3=0$. **D.** $x+2y+z-4=0$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;5)$ và $B(-1;2;7)$. Điểm M thay đổi nhưng luôn thuộc mặt phẳng (P) có phương trình $3x-5y+z-9=0$. Giá trị nhỏ nhất của tổng MA^2+MB^2 là

A. 12. **B.** $\frac{441}{35}$. **C.** $\frac{858}{35}$. **D.** $\frac{324}{35}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\ 1;4;5$ và $B\ -1;2;7$. Điểm M thay đổi nhưng luôn thuộc mặt phẳng P có phương trình $3x-5y+z-9=0$. Giá trị nhỏ nhất của tổng MA^2+MB^2

A. 12. **B.** $\frac{441}{35}$. **C.** $\frac{858}{35}$. **D.** $\frac{324}{35}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;5), B(-1;2;7)$. Điểm M thay đổi nhưng luôn thuộc mặt phẳng (P) có phương trình $3x-5y+z-9=0$. Giá trị nhỏ nhất của tổng MA^2+MB^2 là

A. 12. **B.** $\frac{441}{35}$. **C.** $\frac{858}{35}$. **D.** $\frac{324}{35}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{-1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-2z-1=0$. Biết mặt phẳng (P) chứa (Δ) và tạo với (α) một góc nhỏ nhất có phương trình dạng $7x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ là

A. -3. **B.** -23. **C.** 3. **D.** -5.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$; $D(1;2;-1)$ với a, b, c là các số thực khác 0. Biết rằng bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng khi khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) là lớn nhất, giá trị $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 15. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(-1;1;3), C(3;2;0)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+1=0$ .Biết rằng điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $MA^2+2MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ bằng:

A. -1. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(2;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và cách A một khoảng lớn nhất. Hỏi vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(5;2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(5;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-5;2;-1)$. **D.** $\vec{n}=(5;-2;-1)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trụ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;0;0), B(1;4;2)$. Mặt phẳng (P) qua B cách A một khoảng lớn nhất có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(a;b;1)$. Tính tích $T=a.b$?

A. $T=2$. **B.** $T=-8$. **C.** $T=-2$. **D.** $T=4$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$ và $\Delta_2:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ_1 và tạo với Δ_2 góc lớn nhất. Véctơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;4;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;4;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-4;-1)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ và $D(1;2;-1)$; với a, b, c là các số thực khác 0. Biết rằng bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng khi khoảng cách từ gốc toạ độ O đến mặt phẳng (ABC) là lớn nhất. Giá trị biểu thức $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 15.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\ \ 3;1;1$. Mặt phẳng P đi qua M và cắt chiều dương của các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A\ \ a;0;0\ ,B\ \ 0;b;0\ ,C\ \ 0;0;c$. Biết $OA=2OB$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị biểu thức $S=a+b+c$ bằng

A. $\dfrac{57}{4}$. **B.** 14. **C.** $\dfrac{59}{4}$. **D.** $\dfrac{29}{2}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M lần lượt cắt các tia Ox; Oy; Oz tại A; B; C khác O. Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$ là:

A. 18. **B.** 54. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(\alpha):2x-y-2z+1=0$, $(\beta):2x-y-2z+3=0$, $(\gamma):2x-y-2z+6=0$. M là điểm thay đổi trên (α). Đường thẳng OM cắt (β), (γ) lần lượt tại N, P. Khi biểu thức $T=\dfrac{MN^2}{10}+\dfrac{4}{MP}$ đạt giá trị nhỏ nhất hãy tính tổng $S=MN^2+MP^2$.

A. $S=25$. **B.** $S=29$. **C.** 2021. **D.** 34.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha):ax+by-z+c=0$, khi đó $a-b+c$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** -4. **D.** 8.

Câu 16: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=3$. Một mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C thoả mãn $OA^2+OB^2+OC^2=27$. Diện tích của tam giác ABC bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $9\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17: Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;2)$, vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+y-2z+3=0$ và khoảng cách từ điểm $N(1;2;0)$ đến (P) lớn nhất có phương trình là

A. $11x-9y-z-40=0.$ **B.** $19x-9y+5z-46=0.$

C. $17x-13y+2z-68=0.$ **D.** $15x-y+7z+70=0.$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;2)$ và $B(3;1;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và song song với véc-tơ $\vec{u}=(1;-1;1)$ và cách điểm B một khoảng lớn nhất. Tọa độ giao điểm M của (P) và trục Ox là

A. $M\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{1}{3};0;0\right)$. **C.** $M(1;0;0)$. **D.** $M\left(-\dfrac{1}{3};0;0\right)$

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, Cho bốn điểm $A\ a;0;0$, $B\ 0;b;0$, $C\ 0;0;c$, $D\ 1;2;-1$, với a,b,c là các số thực khác 0. Biết rằng bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng, Khi khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng ABC lớn nhất. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 15. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 8x-4y+3z-12=0$ và hai điểm $A\left(-2;-2;\dfrac{5}{2}\right), B\left(2;-4;-\dfrac{5}{2}\right)$. Mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng AB và tạo với (P) một góc nhỏ nhất, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Q) bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-12=0$ và hai điểm $A(1;1;3)$, $B(2;1;4)$, tập hợp những điểm $C\in(P)$ sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất là

A. $(d): \begin{cases} x=t \\ y=-\dfrac{8}{9} \\ z=-\dfrac{50}{9}+t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

B. $(d): \begin{cases} x=-\dfrac{5}{4}+t \\ y=-\dfrac{5}{4} \\ z=t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$.

C. Đường tròn (C) tâm $I\left(\dfrac{3}{2};1;\dfrac{7}{2}\right)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

D. Đường tròn (C) tâm $A(1;1;3)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Câu 22: Trong không gian *Oxyz* cho điểm $A(1;0;-7)$ và $B(5;4;9)$. Xét khối nón (N) có đỉnh là A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có dạng $mx+ny+4z+p=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=m^2+n^2-p$

A. $T=19$. **B.** $T=23$. **C.** $T=20$. **D.** $T=-20$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(0;3;1)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P):2x-2y+z-9=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $T=MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+2b-c$ bằng:

A. 0. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 9.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z+1=0$ và hai điểm $A(8;-7;4)$, $B(-1;2;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho MA^2+2MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c),D(1;2;-1)$, với a,b,c là các số thực khác 0. Biết rằng bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng, khi khoảng cách từ gốc toạ độ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 15. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 26: Trong không gian *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z+1=0$, và hai điểm $A(2;-1;0),B(3\sqrt{3};0;-1)$. Điểm M di động trên (P), giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=-MA+7MB$ bằng

A. $3\sqrt{78}$.. **B.** $15\sqrt{3}$.. **C.** $3\sqrt{76}$.. **D.** $3\sqrt{73}$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3),B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh là A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính *AB.* Khi khối nón có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng (P) chứa đường tròn đáy có phương trình dạng $2x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ bằng

A. -21. **B.** -12. **C.** -18. **D.** -15

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-2;0;0)$ và ba mặt phẳng $(P_1):2x+y+2z-5=0$; $(P_2):2x+y+2z+13=0$; $(Q):2x-2y-z-5=0$. Mặt cầu (S) di động có tâm $I(a;b;c)$ và đi qua A; đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng (P_1), (P_2). Khi khối cầu (S) cắt mặt phẳng (Q) theo thiết diện là hình tròn có diện tích lớn nhất thì $a+b-2c$ bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 29: Trong không gian *Oxyz*, cho ba điểm $A(10;0;0),B(0;10;0),C(0;0;10)$. Xét mặt phẳng (P) thay đổi sao cho A,B,C nằm về cùng một phía so với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ A,B,C

đến mặt phẳng (P) lần lượt bằng 10,11,12. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) có giá trị lớn nhất bằng

A. $\dfrac{33+\sqrt{365}}{3}$. **B.** $\dfrac{33-7\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{33-\sqrt{365}}{3}$. **D.** $\dfrac{33+7\sqrt{6}}{3}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(0;4;1)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A và nội tiếp trong khối cầu (S). Khi diện tích xung quanh của hình nón (N) lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $-x+by+cz+d=0$. Giá trị của $b+c+2d$ bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** -12. **D.** -6.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$; $B(1;0;5)$. Tìm tọa độ điểm $M\in(Oxy)$ sao cho $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất:

A. $\left(\dfrac{9}{4};-\dfrac{5}{4};0\right)$. **B.** $\left(\dfrac{9}{4};\dfrac{5}{4};0\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{9}{4};-\dfrac{5}{4};0\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{9}{4};\dfrac{5}{4};0\right)$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

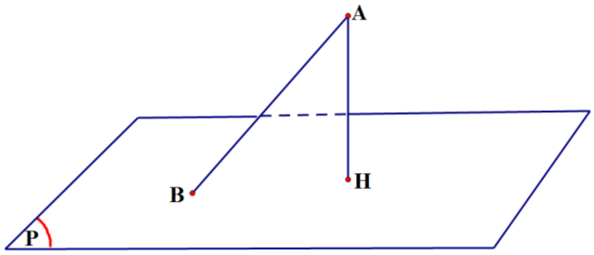
Câu 1: Gọi (P) là mặt phẳng chứa điểm $B(0;1;2)$ sao cho khoảng cách từ điểm $A(1;2;1)$ đến (P) là lớn nhất. Phương trình của (P) là

A. $x+y+z-3=0$. **B.** $x+y-z+1=0$.

C. $x-y-z+3=0$. **D.** $x+2y+z-4=0$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của điểm A lên mặt phẳng (P) khi đó $d\left(A,(P)\right)=AH$, $AH \le AB$.

Khoảng cách từ điểm $A(1;2;1)$ đến (P) là lớn nhất xảy ra khi $H \equiv B$. Do đó (P) đi qua điểm B và nhận $\overrightarrow{BA}(1;\,1;\,-1)$ là véc tơ pháp tuyến

Phương trình (P) là: $x+y-z+1=0$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;4;5)$ và $B(-1;2;7)$. Điểm M thay đổi nhưng luôn thuộc mặt phẳng (P) có phương trình $3x-5y+z-9=0$. Giá trị nhỏ nhất của tổng MA^2+MB^2 là

A. 12. **B.** $\frac{441}{35}$. **C.** $\frac{858}{35}$. **D.** $\frac{324}{35}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AB, ta có $I(0;3;6)$ và $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$. Khi đó ta có

$$MA^2+MB^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$$
$$=2MI^2+IA^2+IB^2+2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)$$
$$=2MI^2+IA^2+IB^2$$

Để MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất. Do I cố định, M thay đổi trên $mp(P)$, để MI nhỏ nhất khi và chỉ khi $MI=d\left(I;(P)\right)$.

Ta có: $MI=d\left(I;(P)\right)=\frac{18}{\sqrt{35}}$; $IA=IB=\sqrt{3}$. Khi đó ta có:

$$MA^2+MB^2=2MI^2+IA^2+IB^2=2.\left(\frac{18}{\sqrt{35}}\right)^2+2\left(\sqrt{3}\right)^2=\frac{858}{35}$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;4;5\right)$ và $B\left(-1;2;7\right)$. Điểm M thay đổi nhưng luôn thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình $3x-5y+z-9=0$. Giá trị nhỏ nhất của tổng MA^2+MB^2

A. 12. **B.** $\frac{441}{35}$. **C.** $\frac{858}{35}$. **D.** $\frac{324}{35}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow I\left(0;3;6\right)$ và $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.

$\overrightarrow{IA}=\left(1;1;-1\right)$; $\overrightarrow{IB}=\left(-1;-1;1\right)$.

Ta có: $MA^2+MB^2=\overrightarrow{MA}^2+\overrightarrow{MB}^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$=2MI^2+2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}\right)+IA^2+IB^2=2MI^2+IA^2+IB^2$.

Ta có: IA^2+IB^2 không đổi $\Rightarrow MA^2+MB^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI nhỏ nhất $\Rightarrow M$ là hình chiếu của điểm I lên mặt phẳng $\left(P\right)$.

Vậy $\left(MA^2+MB^2\right)\min=2MI^2+IA^2+IB^2$.

Mà $MI=d\left(I;\left(P\right)\right)=\frac{\left|3.0-5.3+6-9\right|}{\sqrt{3^2+\left(-5\right)^2+1^2}}=\frac{18}{\sqrt{35}}$; $IA^2+IB^2=6$.

$\Rightarrow MA^2+MB^2=\frac{858}{35}$.

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với $\left(P\right) \Rightarrow d:\begin{cases}x=3t\\y=3-5t\\z=6+t\end{cases}$.

Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases}x=3t\\y=3-5t\\z=6+t\\3x-5y+z-9=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}t=\frac{24}{35}\\x=\frac{72}{35}\\y=-\frac{3}{7}\\z=\frac{129}{35}\end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{72}{35};-\frac{3}{7};\frac{129}{35}\right)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;4;5\right), B\left(-1;2;7\right)$. Điểm M thay đổi nhưng luôn thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình $3x-5y+z-9=0$. Giá trị nhỏ nhất của tổng MA^2+MB^2 là

A. 12. **B.** $\frac{441}{35}$. **C.** $\frac{858}{35}$. **D.** $\frac{324}{35}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi trung điểm của đoạn thẳng AB là $I(0;3;6)$ và H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P). Ta có $MA^2+MB^2=2MI^2+\dfrac{AB^2}{2}\ge 2HI^2+\dfrac{AB^2}{2}$ nên MA^2+MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất khi M trùng với H hay

$$\left(MA^2+MB^2\right)_{\min}=2.\left(d\left(I,(P)\right)\right)^2+\frac{AB^2}{2}=2.\frac{\left|3.0-5.3+6-9\right|^2}{\left(3^2+(-5)^2+1^2\right)}+\frac{12}{2}=\frac{858}{35}.$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta):\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha):x+2y-2z-1=0$. Biết mặt phẳng (P) chứa (Δ) và tạo với (α) một góc nhỏ nhất có phương trình dạng $7x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ là

A. -3. **B.** -23. **C.** 3. **D.** -5.

Lời giải

Chọn B

Gọi véctơ chỉ phương của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}(a;b;c)$. Vì chứa mặt phẳng (P) đường thẳng (Δ) nên $-a+2b+c=0\Rightarrow a=2b+c$.

$$cos\left((P);(\alpha)\right)=\frac{|4b-c|}{3\sqrt{5b^2+4bc+2c^2}}$$

Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (α) nhỏ nhất khi $cos\left((P);(\alpha)\right)$ lớn nhất hay $cos^2\left((P);(\alpha)\right)$ lớn nhất. Mà $cos^2\left((P);(\alpha)\right)=\dfrac{16b^2-8bc+c^2}{9\left(5b^2+4bc+2c^2\right)}$.

TH1: Nếu $c=0$ thì $cos^2\left((P);(\alpha)\right)=\dfrac{16}{45}\Rightarrow cos\left((P);(\alpha)\right)=\dfrac{4\sqrt{5}}{15}$.

TH2: Nếu $c\ne 0$. $cos^2\left((P);(\alpha)\right)=\dfrac{16b^2-8bc+c^2}{9\left(5b^2+4bc+2c^2\right)}=\dfrac{16t^2-8t+1}{9\left(5t^2+4t+2\right)}$ với $t=\dfrac{b}{c}$.

$$f(t)=\frac{16t^2-8t+1}{9\left(5t^2+4t+2\right)}\Rightarrow f'(t)=\frac{104t^2+54t-20}{9\left(5t^2+4t+2\right)^2}$$

$$f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{1}{4}\\ t=-\dfrac{10}{13}\end{array}\right.$$

Dễ thấy $\max\limits_{t\in\mathbb{R}} f(t)=f\left(-\dfrac{10}{13}\right)$ đạt được khi $\dfrac{b}{c}=-\dfrac{10}{13}$.

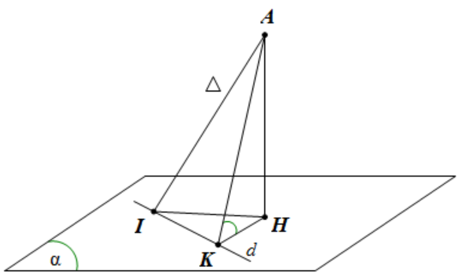
Chọn $b=10;c=-13\Rightarrow a=7$.

Vậy mặt phẳng $(P):7x+10y-13z-20=0$. Do đó $a+b+c=-23$.

Cách 2: ***Thầy Lê Văn Quý***

Ta có $\overrightarrow{u_\Delta}=(-1;2;1)$, $\overrightarrow{n_\alpha}=(1;2;-2)$

Gọi $I=\Delta\cap(\alpha)$ và $d=(\alpha)\cap(P)$.



Lấy điểm $A(1;0;-1)\in\Delta$, ($A\neq I$).

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A trên (α) và d. Khi đó $((\alpha),(P))=AKH$.

Ta có $\tan AKH=\dfrac{AH}{HK}\geq\dfrac{AH}{HI}$ (không đổi). Do đó AKH nhỏ nhất khi $K\equiv I$.

Vậy (P) là mặt phẳng chứa Δ và d, với d là đường thẳng nằm trong (α) đi qua I và vuông góc với Δ.

Ta có vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{n_\alpha}\right]=(-6;-1;-4)$.

Do mặt phẳng (P) chứa Δ và d nên (P) có một vectơ pháp tuyến là $\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_\Delta}\right]=(7;10;-13)$.

Hơn nữa, mặt phẳng (P) đi qua $A(1;0;-1)$ nên (P) có phương trình:

$7(x-1)+10y-13(z+1)=0\Leftrightarrow 7x+10y-13z-20=0$.

Do vậy, $b+c+d=-23$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$; $D(1;2;-1)$ với a, b, c là các số thực khác 0. Biết rằng bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng khi khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (ABC) là lớn nhất, giá trị $a+b+c$ bằng

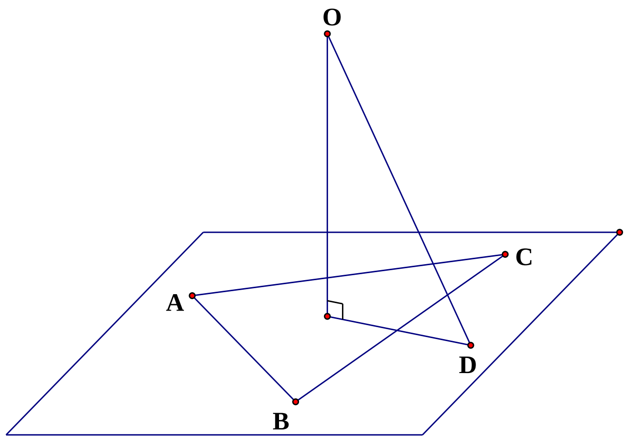
A. 2. **B.** 15. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-a;b;0)$, $\overrightarrow{AC}=(-a;0;c)$, $\overrightarrow{AD}=(1-a;2;-1)$ và $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(bc;ca;ab)$.

$\Rightarrow$phương trình mặt phẳng $(ABC):\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1\Leftrightarrow bc.x+ca.y+ab.z-abc=0$.



Lại có $d\left[O;(ABC)\right]\leq OD\Rightarrow d\left[O;(ABC)\right]$ lớn nhất khi có dấu "=" xảy ra

Khi đó $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]$ cùng phương với $\overrightarrow{OD}$

Nên ta có $\dfrac{bc}{1}=\dfrac{ca}{2}=\dfrac{ab}{-1}\Rightarrow ca=2bc=-2ab\Rightarrow a=-c=2b$

Điều kiện đồng phẳng của A,B,C,D là $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0$

Ta có $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=(1-a)bc+2ca-ab=bc+2ca-ab-abc=0\Leftrightarrow 6bc=abc\Rightarrow a=6$

Suy ra $c=-6$ và $b=3$.

Vậy $a+b+c=3$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2),B(-1;1;3),C(3;2;0)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+1=0$ .Biết rằng điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $MA^2+2MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ bằng:

A. -1. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}x_I=\dfrac{x_A+2x_B-x_C}{1+2-1}=-2\\ y_I=\dfrac{y_A+2y_B-y_C}{1+2-1}=0\\ z_I=\dfrac{z_A+2z_B-z_C}{1+2-1}=4\end{cases}\Leftrightarrow I(-2;0;4)$.

Ta có: $MA^2=\overrightarrow{MA}^2=\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IM}\right)^2=MI^2+IA^2-2\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IM}$.

$2MB^2=2\overrightarrow{MB}^2=2\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IM}\right)^2=2MI^2+2IB^2-4\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{IM}$.

$MC^2=\overrightarrow{MC}^2=\left(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IM}\right)^2=MI^2+IC^2-2\overrightarrow{IC}.\overrightarrow{IM}$.

$\Rightarrow MA^2+2MB^2-MC^2=2MI^2+IA^2+2IB^2-IC^2-2\overrightarrow{IM}\left(\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IC}\right)$.

$\Rightarrow MA^2+2MB^2-MC^2=2MI^2+IA^2+2IB^2-IC^2$.

Để $MA^2+2MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MI đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng $(P):x+2y-2z+1=0$.

Phương trình đường thẳng $IM:\begin{cases}x=-2+t\\ y=2t\\ z=4-2t\end{cases}\Rightarrow M(-2+t;2t;4-2t)$.

$M\in(P)\Rightarrow -2+t+4t-2(4-2t)+1=0\Rightarrow t=1\Rightarrow M(-1;2;2)$.

$\Rightarrow a=-1,b=2,c=2\Rightarrow a+b+c=3$.

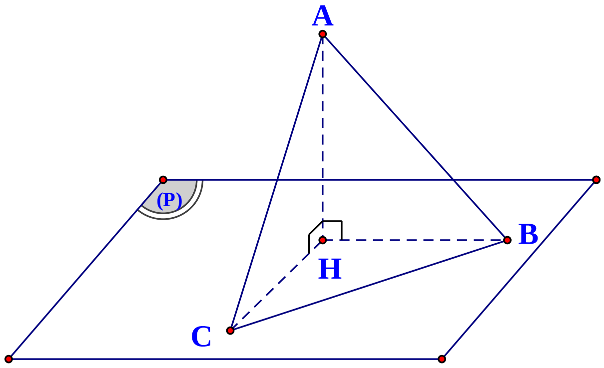
Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(2;0;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa BC và cách A một khoảng lớn nhất. Hỏi vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(5;2;-1)$. **B.** $\vec{n}=(5;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(-5;2;-1)$. **D.** $\vec{n}=(5;-2;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu của A lên (P).



Khi đó AH lớn nhất khi $H \in BC$.

Đường thẳng BC qua điểm $B(2;1;0)$ có $\overrightarrow{BC}=(0;-1;2)$ là vectơ chỉ phương.

Nên $BC:\begin{cases} x=2 \\ y=1-t, t\in\mathbb{R} \\ z=2t \end{cases} \Rightarrow H\in BC$ ta có $H(2;1-t;2t)\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(1;-t;2t-1)$.

Suy ra $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow (-1).(-t)+2(2t-1)=0 \Leftrightarrow t=\frac{2}{5} \Rightarrow \overrightarrow{AH}=\left(1;-\frac{2}{5};-\frac{1}{5}\right)$.

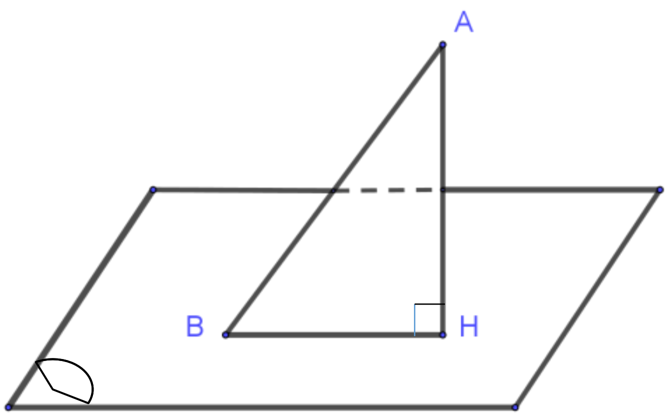
Chọn $\vec{n}=(5;-2;-1)$ là vectơ pháp tuyến của (P).

Câu 9: Trong không gian với hệ trụ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;0;0), B(1;4;2)$. Mặt phẳng (P) qua B cách A một khoảng lớn nhất có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(a;b;1)$. Tính tích $T=a.b$?

A. $T=2$. **B.** $T=-8$. **C.** $T=-2$. **D.** $T=4$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu của A trên mặt phẳng (P) ta có $d(A,(P))=AH\le AB$.

$d(A,(P))$ lớn nhất $\Leftrightarrow d(A,(P))=AB \Leftrightarrow AB$ vuông góc với mặt phẳng (P).

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}(-2;4;2)$ hay $\vec{n}(-1;2;1)$ là một vectơ pháp tuyến của (P).

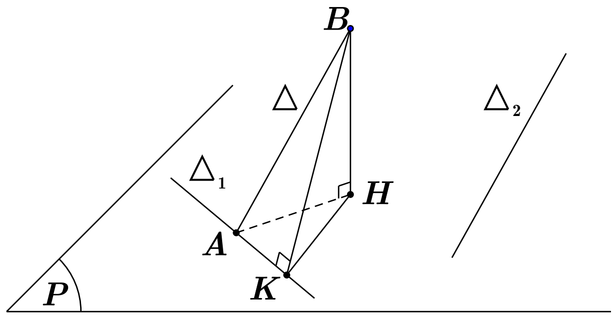
$\Rightarrow a=-1; b=2 \Rightarrow a.b=-2$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$ và $\Delta_2: \frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa Δ_1 và tạo với Δ_2 góc lớn nhất. Véctơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(1;4;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(1;4;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-4;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-4;-1)$.

Lời giải

Chọn D



Lấy $A\in\Delta_1$. Gọi Δ là đường thẳng qua A và song song với Δ_2.

Lấy $B\in\Delta$, gọi H và K lần lượt là hình chiếu của B trên (P) và Δ_1. Khi đó ta có:

$((P),\Delta_2)=((P),\Delta)=BAH$. Có $\cos BAH=\frac{AH}{AB}\ge\frac{AK}{AB}$ (không đổi). Suy ra BAH lớn nhất (hay $\cos BAH$ nhỏ nhất) khi $H\equiv K$.

Đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{-2}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-2)$.

Đường thẳng $\Delta_2: \frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z+1}{-1}$ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(1;2;-1)$.

Cách 1: Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ_1 và Δ. Khi đó mặt phẳng (P) cần tìm là mặt phẳng chứa Δ_1 và vuông góc với mặt phẳng (Q).

Mặt phẳng (Q) có một vec tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(3;0;3)$.

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{n_{(Q)}}\right]=(3;-12;-3)$ hay (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;-4;-1)$.

Cách 2: Giả sử $\vec{n}=(a;b;c)$ là một vectơ pháp tuyến của (P) $(a^2+b^2+c^2\ne 0)$.

Vì (P) chứa Δ_1 nên $\vec{n}.\overrightarrow{u_1}=0\Leftrightarrow 2a+b-2c=0\Leftrightarrow b=2c-2a$.

Theo chứng minh trên (P) tạo với Δ_2 góc lớn nhất khi và chỉ khi $(\Delta_2,(P))=(\Delta_2,\Delta_1)$.

Ta có $\cos(\Delta_2,\Delta_1)=\frac{\left|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=\frac{\sqrt{6}}{3}\Rightarrow\sin(\Delta_2,(P))=\sin(\Delta_2,\Delta_1)=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Ta lại có

$\sin\left(\Delta_2,(P)\right)=\left|\cos\left(\overrightarrow{u_2},\vec{n}\right)\right|=\dfrac{\left|\vec{n}.\overrightarrow{u_2}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\overrightarrow{u_2}\right|}=\dfrac{|a+2b-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\sqrt{6}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{|a+2b-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}.\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\Leftrightarrow 3|a+2b-c|=\sqrt{18}.\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$\Leftrightarrow 9\left[a+2(2c-2a)-c\right]^2=18\left[a^2+(2c-2a)^2+c^2\right]$

$\Leftrightarrow a^2+2ac+c^2=0$

$\Leftrightarrow (a+c)^2=0 \Leftrightarrow a+c=0$

Chọn $a=1$ thì $c=-1$ và $b=2c-2a=-4$.

Vậy $\vec{n}=(1;-4;-1)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ và $D(1;2;-1)$; với $a,\ b,\ c$ là các số thực khác 0. Biết rằng bốn điểm $A,\ B,\ C,\ D$ đồng phẳng khi khoảng cách từ gốc toạ độ O đến mặt phẳng (ABC) là lớn nhất. Giá trị biểu thức $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 15.

Lời giải

Chọn C

Ta có khoảng cách từ O đến (ABC) lớn nhất khi D là hình chiếu của O lên (ABC). Lúc đó, mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;2;-1)$ và nhận $\overrightarrow{OD}=(1;2;-1)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $1(x-1)+2(y-2)-1(z+1)=0 \Leftrightarrow x+2y-z-6=0$.

Khi đó $A,\ B,\ C$ lần lượt là giao điểm của (ABC) với $Ox,\ Oy,\ Oz$ nên $A(6;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;-6)$. Suy ra $a=6,\ b=3,\ c=-6$ và $a+b+c=3$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\ 3;1;1$. Mặt phẳng P đi qua M và cắt chiều dương của các trục Ox,Oy,Oz lần lượt tại các điểm $A\ a;0;0$, $B\ 0;b;0$, $C\ 0;0;c$. Biết $OA=2OB$ và thể tích khối tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị biểu thức $S=a+b+c$ bằng

A. $\dfrac{57}{4}$. **B.** 14. **C.** $\dfrac{59}{4}$. **D.** $\dfrac{29}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình mặt phẳng P là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ với $a,b,c>0$.

$OA=2OB \Rightarrow a=2b$.

Mặt phẳng P đi qua M nên $\dfrac{3}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V_{OABC}=\dfrac{1}{6}OA.OB.OC=\dfrac{1}{6}abc=\dfrac{1}{3}b^2c$.

Ta có:

$1=\frac{3}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{3}{2b}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{5}{2b}+\frac{1}{c}=\frac{5}{4b}+\frac{5}{4b}+\frac{1}{c}\geq 3.\sqrt[3]{\frac{25}{16b^2c}}\Leftrightarrow\frac{1}{27}\geq\frac{25}{16b^2c}\Leftrightarrow b^2c\geq\frac{675}{16}$

Do đó, $V_{OABC}=\frac{1}{3}b^2c\geq\frac{225}{16},\forall b,c>0$.

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}a=2b\\ \frac{5}{4b}=\frac{1}{c}=\frac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{15}{2}\\ b=\frac{15}{4}\\ c=3\end{cases}$.

$S=a+b+c=\frac{57}{4}$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi đi qua M lần lượt cắt các tia Ox; Oy; Oz tại A; B; C khác O. Giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$ là:

A. 18. **B.** 54. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Giả sử mặt phẳng (P) đi qua M lần lượt cắt các tia Ox; Oy; Oz tại $A(a;0;0)$; $B(0;b;0)$; $C(0;0;c)$, với a; b; c dương.

$\Rightarrow$Phương trình mặt phẳng (P) theo đoạn chắn là: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Do $M\in(P)$ nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}=1\Rightarrow 1=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{1}{c}\geq 3.\sqrt[3]{\frac{1}{a}.\frac{2}{b}.\frac{1}{c}}\Rightarrow abc\geq 54$.

Lại có: $V_{OABC}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}abc\geq 9$.

Dấu bằng xảy ra$\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=6\\ c=3\end{cases}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện $OABC$ là 9.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho các mặt phẳng $(\alpha):2x-y-2z+1=0$, $(\beta):2x-y-2z+3=0$, $(\gamma):2x-y-2z+6=0$. M là điểm thay đổi trên (α). Đường thẳng OM cắt (β), (γ) lần lượt tại N, P. Khi biểu thức $T=\frac{MN^2}{10}+\frac{4}{MP}$ đạt giá trị nhỏ nhất hãy tính tổng $S=MN^2+MP^2$.

A. $S=25$. **B.** $S=29$. **C.** 2021. **D.** 34.

Lời giải

Chọn B

Gọi K, Q lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên (β) và (γ).

Do $(\alpha)//(\beta)//(\gamma)$ nên $MK=d((\alpha),(\beta))=\frac{2}{3}$; $MQ=d((\alpha),(\gamma))=\frac{5}{3}$.

Xét 2 tam giác đồng dạng MNK và MPQ ta có: $\frac{MN}{MP}=\frac{MK}{MQ}=\frac{2}{5}\Rightarrow MN=\frac{2}{5}MP$.

Suy ra: $T=\frac{MN^2}{10}+\frac{4}{MP}=\frac{4MP^2}{250}+\frac{4}{MP}=\frac{4MP^2}{250}+\frac{2}{MP}+\frac{2}{MP}\geq 3.\sqrt[3]{\frac{4MP^2}{250}.\frac{2}{MP}.\frac{2}{MP}}$

$\Rightarrow T\geq\frac{6}{5}$. Do đó, $T_{\min}=\frac{6}{5}\Leftrightarrow\frac{4MP^2}{250}=\frac{2}{MP}\Leftrightarrow MP=5\Rightarrow MN=2$.

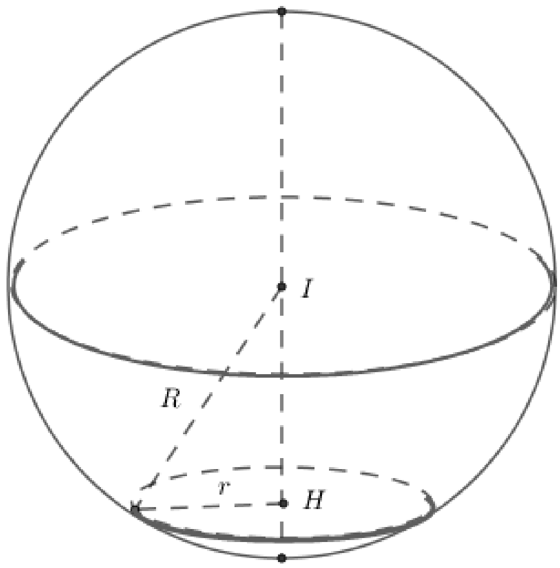
Vậy $S=MN^2+MP^2=29$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha):ax+by-z+c=0$, khi đó $a-b+c$ bằng

A. 0. **B.** 2. **C.** -4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C



◆ Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=3\sqrt{3}$.

Vì $(\alpha):ax+by-z+c=0$ đi qua hai điểm $A(0;0;-4)$, $B(2;0;0)$ nên $c=-4$ và $a=2$.

◆ Suy ra $(\alpha):2x+by-z-4=0$.

◆ Đặt $IH=x$, với $0<x<3\sqrt{3}$ ta có $r=\sqrt{R^2-x^2}=\sqrt{27-x^2}$.

◆ Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 IH=\frac{1}{3}\pi(27-x^2)x=\frac{1}{3\sqrt{2}}\pi\sqrt{(27-x^2).(27-x^2).2x^2}\leq 18\pi$.

$V_{\max}=18\pi$ khi $27-x^2=x^2\Leftrightarrow x=3$.

◆ Khi đó, $d(I;(\alpha))=\frac{|2b+5|}{\sqrt{b^2+5}}=3\Leftrightarrow(2b+5)^2=9(b^2+5)\Leftrightarrow b=2$.

◆ Vậy $a-b+c=-4$.

------------------------***HẾT***------------------------

Câu 16: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=3$. Một mặt phẳng (α) tiếp xúc với mặt cầu (S) và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C thoả mãn $OA^2+OB^2+OC^2=27$. Diện tích của tam giác ABC bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $9\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

- Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$
- Do A, B, C nằm trên các tia Ox, Oy, Oz nên $a, b, c>0$.

$OA^2+OB^2+OC^2=27 \Leftrightarrow a^2+b^2+c^2=27$

- Ta có $(\alpha): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1 \Leftrightarrow bcx+cay+abz-abc=0$
- Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=3$ có tâm O và bán kính $R=\sqrt{3}$
- Do (α) tiếp xúc với (S) nên $d(O;(\alpha))=\sqrt{3} \Leftrightarrow \dfrac{abc}{\sqrt{a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2}}=\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow a^2b^2c^2=3(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2) \Leftrightarrow \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}=\dfrac{1}{3}$

- Ta có $(a^2+b^2+c^2)\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right) \geq 3.\sqrt[3]{a^2b^2c^2}.\dfrac{3}{\sqrt[3]{a^2b^2c^2}}=9$
- Mà theo giả thiết $(a^2+b^2+c^2)\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right)=9$ nên từ đó ta có $a=b=c=3$.
- $V_{OABC}=\dfrac{abc}{6}=\dfrac{9}{2} \Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{3V_{OABC}}{d(O,(\alpha))}=\dfrac{27}{2\sqrt{3}}=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$.

------------------------***HẾT***------------------------

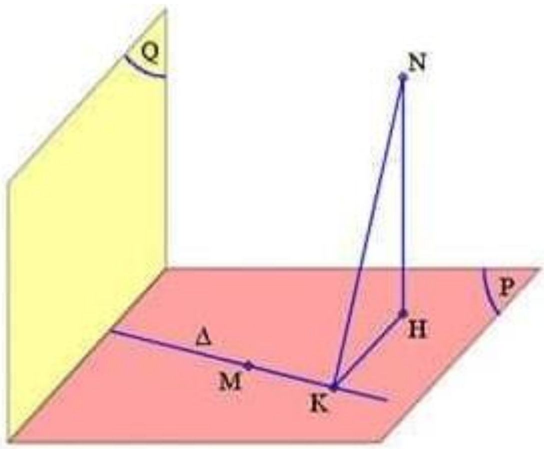
Câu 17: Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;2)$, vuông góc với mặt phẳng $(Q): x+y-2z+3=0$ và khoảng cách từ điểm $N(1;2;0)$ đến (P) lớn nhất có phương trình là

A. $11x-9y-z-40=0$. **B.** $19x-9y+5z-46=0$.

C. $17x-13y+2z-68=0$. **D.** $15x-y+7z+70=0$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ đường thẳng Δ qua M và vuông góc với mặt phẳng (Q).

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của N trên mặt phẳng (P) và đường thẳng Δ.

Ta có $d(N,(P))=NH\le NK$. Khi đó NH lớn nhất khi và chỉ khi $H\equiv K$.

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_P=\left[\left[\vec{n}_Q,\overrightarrow{MN}\right],\vec{n}_Q\right]$.

Mặt phẳng (Q) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}_Q=(1;1;-2)$; $\overrightarrow{MN}=(-2;3;-2)$, $\left[\vec{n}_Q,\overrightarrow{MN}\right]=(4;6;5)$

Suy ra $\vec{n}_P=\left[\left[\vec{n}_Q,\overrightarrow{MN}\right],\vec{n}_Q\right]=(-17;13;-2)$.

Vậy mặt phẳng (P) cần tìm có phương trình là:

$-17(x-3)+13(y+1)-2(z-2)=0$ hay $17x-13y+2z-68=0$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;2)$ và $B(3;1;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và song song với véc-tơ $\vec{u}=(1;-1;1)$ và cách điểm B một khoảng lớn nhất. Tọa độ giao điểm M của (P) và trục Ox là

A. $M\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$. **B.** $M\left(-\dfrac{1}{3};0;0\right)$. **C.** $M(1;0;0)$. **D.** $M\left(-\dfrac{1}{3};0;0\right)$

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình mặt phẳng (P) là $ax+by+cz+d=0$.

Do mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;1;2)$ nên $b+2c+d=0$.

Do $(P)//\vec{u}$ nên pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{n_{(P)}}=(a;b;c)$ vuông góc với $\vec{u}$. Suy ra $a-b+c=0$.

Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) là

$$d\left(B,(P)\right)=\frac{|3a+b+2c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{|3a|}{\sqrt{a^2+c^2+(a+c)^2}}=\sqrt{\frac{9a^2}{2a^2+2ac+2c^2}}=\sqrt{\frac{9}{2\left(\frac{c}{a}\right)^2+2\frac{c}{a}+2}}.$$

Xét hàm $f(t)=2t^2+2t+2$, hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\dfrac{3}{2}$ khi $t=-\dfrac{1}{2}$.

Từ đó suy ra $d\left(B,(P)\right)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{\dfrac{9}{\frac{3}{2}}}=\sqrt{6}$ khi $\dfrac{c}{a}=-\dfrac{1}{2}$.

Ta chọn $a=2$ theo phần trên ta suy ra $\begin{cases}b=1\\c=-1\\d=1\end{cases}$.

Do đó phương trình mặt phẳng $(P):2x+y-z+1=0$.

Tọa độ giao điểm của (P) với trục Ox là điểm $M(m;0;0)$ thay vào phương trình mặt phẳng (P) ta có $2m+1=0\Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{2}$.

Vậy tọa độ điểm $M\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, Cho bốn điểm $A\ a;0;0$, $B\ 0;b;0$, $C\ 0;0;c$, $D\ 1;2;-1$, với a,b,c là các số thực khác 0. Biết rằng bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng, Khi khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng ABC lớn nhất. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 15. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

- Từ giả thiết ta có $d(O;(ABC))_{\max}=OD$ khi đó mặt phẳng ABC đi qua D và nhận $\overrightarrow{OD}=(1;2;-1)$ làm vtpt.

- Phương trình mặt phẳng ABC là:

$1.(x-1)+2.(y-2)-1.(z+1)=0\Leftrightarrow x+2y-z-6=0$.

Suy ra $A(6;0;0),B(0;3;0),C(0;0;-6)\Rightarrow a+b+c=3$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):8x-4y+3z-12=0$ và hai điểm $A\left(-2;-2;\frac{5}{2}\right),B\left(2;-4;-\frac{5}{2}\right)$. Mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng AB và tạo với (P) một góc nhỏ nhất, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến (Q) bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;-2;-5)$.

Đặt $\vec{u}=\overrightarrow{AB}=(4;-2;-5)$.

Mặt phẳng (P) có 1 véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}=(8;-4;3)$.

Mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng AB và tạo với (P) một góc nhỏ nhất nên có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\frac{-1}{130}\left[\vec{u};\left[\vec{u};\overrightarrow{n_1}\right]\right]=(2;-1;2)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua A và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;2)$ có phương trình $2x-y+2z-3=0$.

Vậy khoảng cách từ O đến (Q) bằng $d(O;(Q))=\frac{|2.0-0+2.0-3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=1$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y-2z-12=0$ và hai điểm $A(1;1;3)$, $B(2;1;4)$, tập hợp những điểm $C\in(P)$ sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất là

A. $(d):\begin{cases}x=t\\y=-\dfrac{8}{9}\\z=-\dfrac{50}{9}+t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$.

B. $(d):\begin{cases}x=-\dfrac{5}{4}+t\\y=-\dfrac{5}{4}\\z=t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$.

C. Đường tròn (C) tâm $I\left(\dfrac{3}{2};1;\dfrac{7}{2}\right)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

D. Đường tròn (C) tâm $A(1;1;3)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1. Vì $C\in(P)\Rightarrow C(u;2u-2v-12;v)$ với $u,v\in\mathbb{R}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;0;1)$, $\overrightarrow{AC}=(u-1;2u-2v-13;v-3)$

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]=(2u-2v-13;v-u-3;13-2u+2v)$.

Diện tích tam giác ABC : $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right|=\dfrac{1}{2}\sqrt{(2u-2v-13)^2+(v-u-2)^2+(13-2u-2v)^2}$.

Đặt $t=u-v$

$\Rightarrow 4(S_{\Delta ABC})^2=(2t-13)^2+(t+2)^2+(13-2t)^2=9t^2-100t+342$

$=\left(3t-\dfrac{50}{3}\right)^2+\dfrac{578}{9}\ge\dfrac{578}{9},\forall t\in\mathbb{R}$.

Vậy $S_{\Delta ABC}$ nhỏ nhất bằng $\dfrac{17\sqrt{2}}{6}$, đạt được khi $t=\dfrac{50}{9}$

$\Rightarrow v=u-\dfrac{50}{9}\Rightarrow C\left(u;-\dfrac{8}{9};u-\dfrac{50}{9}\right)$.

Do đó $C\in(d):\begin{cases}x=t\\y=-\dfrac{8}{9}\\z=-\dfrac{50}{9}+t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R})$.

Cách 2. Do $AB//(P)$ nên diện tích ΔABC nhỏ nhất khi C nằm trên hình chiếu của AB lên (P).

Đường thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB}=(1;0;1)$ làm vectơ chỉ phương nên đường thẳng (d) là hình chiếu của AB lên (P) cũng có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;0;1)$.

Gọi H là hình chiếu của A lên (P) suy ra $H\in(d)$

Phương trình đường thẳng $AH:\begin{cases}x=1+2a\\y=1-a\\z=3-2a\end{cases}\quad(a\in\mathbb{R})\Rightarrow H(1+2a;1-a;3-2a)$.

Ta có $H\in(P)\Rightarrow 2(1+2a)-(1-a)-2(3-2a)-12=0\Leftrightarrow a=\dfrac{17}{9}\Rightarrow H\left(\dfrac{43}{9};-\dfrac{8}{9};-\dfrac{7}{9}\right)$.

Suy ra $(d):\begin{cases}x=\dfrac{43}{9}+b\\ y=-\dfrac{8}{9}\\ z=-\dfrac{7}{9}+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{43}{9}+b\\ y=-\dfrac{8}{9}\\ z=-\dfrac{50}{9}+\left(\dfrac{43}{9}+b\right)\end{cases}$, đặt $t=\dfrac{43}{9}+b$ khi đó

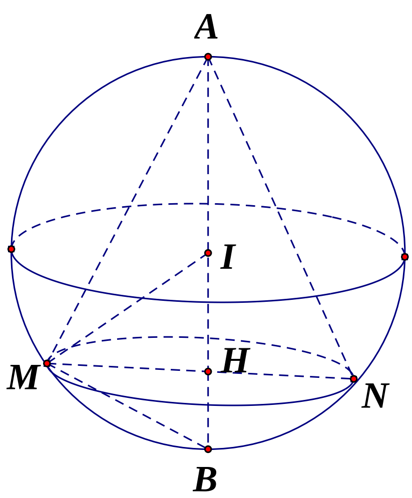
$$(d):\begin{cases}x=t\\ y=-\dfrac{8}{9}\\ z=-\dfrac{50}{9}+t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R}).$$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;0;-7)$ và $B(5;4;9)$. Xét khối nón (N) có đỉnh là A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có dạng $mx+ny+4z+p=0$. Tính giá trị của biểu thức $T=m^2+n^2-p$

A. $T=19$. **B.** $T=23$. **C.** $T=20$. **D.** $T=-20$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\overrightarrow{AB}=(4;4;16)\Rightarrow AB=12\sqrt{2}$. Do đó mặt cầu có bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=6\sqrt{2}$

Gọi bán kính đường tròn đáy của hình nón là $r\left(0<r<6\sqrt{2}\right)$

Xét tam giác ΔAMB vuông tại M đường cao MH có: $AH.AB=AM^2\Leftrightarrow l^2=h.2R$

Ta có: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi\left(l^2-h^2\right)h=\dfrac{\pi}{3}\left(2Rh-h^2\right)h=\dfrac{\pi}{3}.\dfrac{1}{2}(4R-2h).h.h$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 3 số $4R-2h,h$ và h ta được:

$$\frac{1}{2}(4R-2h).h.h\le\frac{1}{2}\left[\frac{(4R-2h)+h+h}{3}\right]^3=\frac{64R^3}{54}=512\sqrt{2}.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 4R-2h=h \Leftrightarrow h=\dfrac{4R}{3}=8\sqrt{2}$.

Do đó: $V_{\max}=\dfrac{512\pi\sqrt{2}}{3} \Leftrightarrow AH=8\sqrt{2}$ và $\overrightarrow{AH},\overrightarrow{AB}$ cùng hướng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AH}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB} \Rightarrow H\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{8}{3};\dfrac{11}{3}\right)$

Mặt phẳng (P) thỏa yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (P)$ qua $H\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{8}{3};\dfrac{11}{3}\right)$ và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vectơ pháp tuyến nên $(P): 4\left(x-\dfrac{11}{3}\right)+4\left(y-\dfrac{8}{3}\right)+16\left(z-\dfrac{11}{3}\right)=0 \Leftrightarrow x+y+4z-21=0$.

Do đó: $m=1, n=1, p=-21 \Rightarrow T=m^2+n^2-p=23$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(0;3;1)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y+z-9=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $T=MA^2+MB^2+MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+2b-c$ bằng:

A. 0. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

◆ Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$ và $G(1;2;2)$

◆ $T=MA^2+MB^2+MC^2=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2$

$=3.\overrightarrow{MG}^2+\overrightarrow{GA}^2+\overrightarrow{GB}^2+\overrightarrow{GC}^2+2\overrightarrow{MG}\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}\right)$

$=3.MG^2+GA^2+GB^2+GC^2=3.MG^2+13+3+14=3.MG^2+30$

Do đó giá trị $\min T$ đạt được khi $\min MG$.

◆ $M\in(P)$; $MG \geq \mathrm{d}(G;(P))=\dfrac{|2.1-2.2+2-9|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=3$

$\Rightarrow$ $\min MG=3$ khi: M là hình chiếu của G lên (P).

Phương trình của đường thẳng d qua G và vuông góc với (P) là:

$\vec{u}_d=\vec{n}_{(P)}=(2;-2;1)$; $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=2-2t\\ z=2+t\end{cases}$

$M\equiv d\cap(P) \Rightarrow$ Tọa độ M thỏa mãn hệ phương trình: $\begin{cases}x-2t=1\\ y+2t=2\\ z-t=2\\ 2x-2y+z=9\end{cases} \leftrightarrow \begin{cases}x=3\\ y=0\\ z=3\\ t=1\end{cases}$

Vậy điểm M thỏa mãn ycbt có tọa độ là: $M(3;0;3)$

$\Rightarrow$ $a=3$, $b=0$, $c=3$ $\Rightarrow$ $a+2b-c=0$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z+1=0$ và hai điểm $A(8;-7;4)$, $B(-1;2;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho MA^2+2MB^2 đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D

Gọi $I(x_I;y_I;z_I)$ thỏa mãn: $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ suy ra $I(2;-1;0)$.

Ta có: $MA^2+2MB^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2=3MI^2+IA^2+2IB^2+2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}\right)$

$=3MI^2+IA^2+2IB^2$.

Để MA^2+2MB^2 nhỏ nhật $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P).

Gọi (d) là đường thẳng qua I và vuông góc với (P) có phương trình: $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}$.

Ta có: $M=(d)\cap(P)$ suy ra tọa độ điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases}\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{1}\\ 2x-y+z+1=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}x+2y=0\\ x-2z=2\\ 2x-y+z=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=0\\ y=0\\ z=-1\end{cases} \Rightarrow M(0;0;-1)$.

Vậy $a+b+c=-1$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;\mathrm{c}), D(1;2;-1)$, với a,b,c là các số thực khác 0. Biết rằng bốn điểm A,B,C,D đồng phẳng, khi khoảng cách từ gốc toạ độ O đến mặt phẳng (ABC) lớn nhất. Giá trị $a+b+c$ bằng

A. 15. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng $(ABC): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1 \quad (acb\neq 0)$

Vì $D(1;2;-1)$ thuộc mặt phẳng nên ta có: $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}-\dfrac{1}{c}=1$

Ta có $d(O;(ABC))=\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}$

Mà $\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}-\dfrac{1}{c}\right)^2=\left(\dfrac{1}{a}+2.\dfrac{1}{b}+(-1).\dfrac{1}{c}\right)^2\leq 6\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right)$

$\Rightarrow 1\leq\sqrt{6}.\sqrt{\left(\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}\right)} \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}}}\leq\sqrt{6}$ hay $d(O;(ABC))\leq\sqrt{6}$

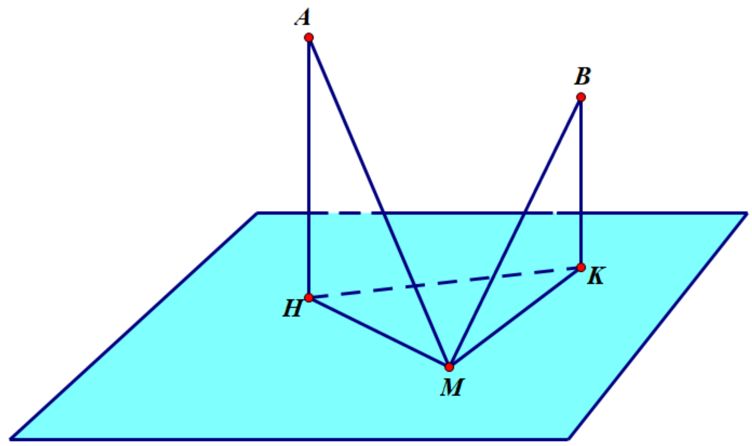
Vậy, $d_{\max}=\sqrt{6}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2b=-c\\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}-\dfrac{1}{c}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\ b=3\\ c=-6\end{cases}\Rightarrow a+b+c=3$.

Câu 26: Trong không gian *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$, và hai điểm $A(2;-1;0), B(3\sqrt{3};0;-1)$. Điểm M di động trên (P), giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = -MA + 7MB$ bằng

A. $3\sqrt{78}$.. **B.** $15\sqrt{3}$.. **C.** $3\sqrt{76}$.. **D.** $3\sqrt{73}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có A, B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P).

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên (P).

Ta có $(AH): \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z}{1}$, $H = AH \cap (P) \Rightarrow H(0;0;-1) \Rightarrow AH = \sqrt{6}$

$(BK): \dfrac{x-3\sqrt{3}}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+1}{1}$, $K = BK \cap (P) \Rightarrow K\left(\sqrt{3};\sqrt{3};-\sqrt{3}-1\right) \Rightarrow BK = 3\sqrt{2}$.

Suy ra $HK = 3$.

Đặt $MK = x > 0$. Khi đó $MH \le MK + HK = 3 + x$.

Ta có $T = -MA + 7MB = -\sqrt{6 + MH^2} + 7\sqrt{18 + MK^2}$

$\Rightarrow T \ge -\sqrt{6 + (3+x)^2} + 7\sqrt{18 + x^2}$

Sử dụng MTCT: TABLE **(MODE 7)** với $f(x) = -\sqrt{6 + (3+x)^2} + 7\sqrt{18 + x^2}$, START =0, END =9, STEP=0,5 $\Rightarrow T_{\min} = 3\sqrt{73}$..

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3), B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh là A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi khối nón có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng (P) chứa đường tròn đáy có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị $b + c + d$ bằng

A. -21. **B.** -12. **C.** -18. **D.** -15

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(4;3;4)$ và bán kính $R = 3$.

Dễ thấy nón (N) có trục là đường thẳng AB.

Gọi $h=d\left(I,(P)\right)$, ta có thể tích khối nón (N) bằng $V=\frac{1}{3}(R+h).\pi\left[R^2-h^2\right]=\frac{\pi}{3}(3+h)\left(9-h^2\right)=\frac{\pi}{3}\left(-h^3-3h^2+9h+27\right)$

$V'=\frac{\pi}{3}\left(-3h^2-6h+9\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}h=1\\h=-3(loai)\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên của V ta thấy V lớn nhất khi và chỉ khi $h=1$.

Mặt phẳng (P) vuông góc với AB có phương trìn dạng $2a+2y+z+m=0$

$d\left(I,(P)\right)=1\Leftrightarrow\frac{|8+6+4+m|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=1\Leftrightarrow|18+m|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-15\\m=-21\end{array}\right.$

Do A,I nằm cùng phía đối với (P) nên chọn $m=-21$

Vậy phương trình $(P):2x+2y+z-21=0$ hay $b+c+d=-18$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-2;0;0)$ và ba mặt phẳng $(P_1):2x+y+2z-5=0$; $(P_2):2x+y+2z+13=0$; $(Q):2x-2y-z-5=0$. Mặt cầu (S) di động có tâm $I(a;b;c)$ và đi qua A; đồng thời tiếp xúc với hai mặt phẳng (P_1), (P_2). Khi khối cầu (S) cắt mặt phẳng (Q) theo thiết diện là hình tròn có diện tích lớn nhất thì $a+b-2c$ bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có điều kiện tiếp xúc

$R=d\left(I,(P_1)\right)=d\left(I,(P_2)\right)\Leftrightarrow R=\frac{|2a+b+2c-5|}{3}=\frac{|2a+b+2c+13|}{3}$ **(1)**

Suy ra a $|2a+b+2c-5|=|2a+b+2c+13|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2a+b+2c-5=2a+b+2c+13\\2a+b+2c-5=-(2a+b+2c+13)\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow 2a+b+2c+4=0$

.Thay vào **(1)** suy ra $R=3$.

Mặt khác (S) đi qua $A\Leftrightarrow IA=R=3\Leftrightarrow(a+2)^2+b^2+c^2=9$

Khối cầu (S) cắt mặt phẳng (Q) theo thiết diện là hình tròn có bán kính $R_{(C)}=\sqrt{R^2-d^2\left(I,(Q)\right)}=\sqrt{9-d^2\left(I,(Q)\right)}$. Vậy diện tích hình tròn lớn nhất $\Leftrightarrow R_{(C)_{max}}$

$\Leftrightarrow d\left(I,(Q)\right)=0$ $I\in(Q)\Leftrightarrow 2a-2b-c-5=0$.

Vậy ta có hệ phương trình $\begin{cases}2a+b+2c+4=0\\(a+2)^2+b^2+c^2=9\\2a-2b-c-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=-2\\c=-1\end{cases}\Rightarrow a+b-2c=0$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(10;0;0),B(0;10;0),C(0;0;10)$. Xét mặt phẳng (P) thay đổi sao cho A,B,C nằm về cùng một phía so với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ A,B,C đến mặt phẳng (P) lần lượt bằng 10,11,12. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P) có giá trị lớn nhất bằng

A. $\dfrac{33+\sqrt{365}}{3}$. **B.** $\dfrac{33-7\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{33-\sqrt{365}}{3}$. **D.** $\dfrac{33+7\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $(P): ax+by+cz+d=0, \left(a^2+b^2+c^2>0\right)$ và do A,B,C nằm về cùng một phía so với mặt phẳng (P) nên ta có hệ

$$\begin{cases}(10a+d)(10b+d)>0\\(10b+d)(10c+d)>0\\(10c+d)(10a+d)>0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}10a+d>0,10b+d>0,10c+d>0\\10a+d<0,10b+d<0,10c+d<0\end{array}\right..$$

Giả sử $10a+d>0,10b+d>0,10c+d>0$ khi đó theo giả thiết khoảng cách

$$d\left(A,(P)\right)=\frac{10a+d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=10; d\left(B,(P)\right)=\frac{10b+d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=11; d\left(A,(P)\right)=\frac{10a+d}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=12.$$

Đặt $x=\sqrt{a^2+b^2+c^2}\ (x>0) \Rightarrow 10a=10x-d; 10b=11x-d; 10c=12x-d$.

Mặt khác $x^2=a^2+b^2+c^2 \Leftrightarrow x^2=\left(x-\dfrac{d}{10}\right)^2+\left(\dfrac{11}{10}x-\dfrac{d}{10}\right)^2+\left(\dfrac{12}{10}x-\dfrac{d}{10}\right)^2 \Leftrightarrow \dfrac{d}{x}=\dfrac{33\pm7\sqrt{6}}{3}$.

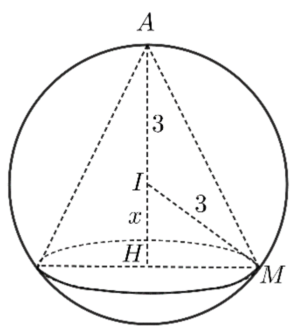
Vậy $d\left(O,(P)\right)_{max}=\dfrac{33+7\sqrt{6}}{3}$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và đi qua điểm $A(0;4;1)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A và nội tiếp trong khối cầu (S). Khi diện tích xung quanh của hình nón (N) lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $-x+by+cz+d=0$. Giá trị của $b+c+2d$ bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** -12. **D.** -6.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có bán kính $R=IA=3$.

Hình nón (N) có bán kính đường tròn đáy là $r=HM$, chiều cao $h=AH$.

Đặt $IH=x, 0<x<3$.

$r=\sqrt{9-x^2}$; $h=x+3$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi r\sqrt{r^2+h^2}=\pi\sqrt{9-x^2}\sqrt{9-x^2+(x+3)^2}$.

$S_{xq}^2=6\pi^2(9-x^2)(x+3)=3\pi^2(6-2x)(x+3)^2$

Có $S_{xq}^2=3\pi^2(6-2x)(x+3)^2\le 3\pi^2\left(\dfrac{6-2x+x+3+x+3}{3}\right)^3=192\pi^2$.

Suy ra, S_{xq} đạt giá trị lớn nhất bằng $8\pi\sqrt{3}\Leftrightarrow 6-2x=x+3\Leftrightarrow x=1$.

Khi đó, $\overrightarrow{IH}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AI}$.

$\overrightarrow{IH}=(x_H-1;y_H-2;z_H-3)$; $\overrightarrow{AI}=(1;-2;2)$ nên có $H\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{11}{3}\right)$.

Mặt phẳng (P) chứa đường tròn đáy của hình nón là mặt phẳng đi qua $H\left(\dfrac{4}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{11}{3}\right)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{IA}=(-1;2;-2)$ làm một vectơ pháp tuyến.

Phương trình của (P) là: $-x+2y-2z+6=0$.

Yêu cầu của bài toán là phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $-x+by+cz+d=0$.

Vậy, ta tìm được $b=2;c=-2;d=6$ và $b+c+2d=12$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$; $B(1;0;5)$. Tìm tọa độ điểm $M\in(Oxy)$ sao cho $MA+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất:

A. $\left(\dfrac{9}{4};-\dfrac{5}{4};0\right)$. **B.** $\left(\dfrac{9}{4};\dfrac{5}{4};0\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{9}{4};-\dfrac{5}{4};0\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{9}{4};\dfrac{5}{4};0\right)$.

Lời giải

Chọn A

Dễ thấy $A(3;-2;3)$ và $B(1;0;5)$ nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy)

Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng $(Oxy)\Rightarrow A'(3;-2;-3)$

$\Rightarrow \overrightarrow{A'B}=(-2;2;8)\Rightarrow \vec{u}=(1;-1;-4)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng $A'B$

$\Rightarrow$Phương trình đường thẳng $A'B$ là $\begin{cases}x=1+t\\y=-t\\z=5-4t\end{cases}$

Ta có: $MA+MB=MA'+MB\ge A'B=6\sqrt{2}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M=A'B\cap(Oxy)\Leftrightarrow$ Tọa độ điểm M thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 5 - 4t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \dfrac{5}{4} \\ x = \dfrac{9}{4} \\ y = -\dfrac{5}{4} \\ z = 0 \end{cases}$$

Vậy $M\left(\dfrac{9}{4}; -\dfrac{5}{4}; 0\right)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

DẠNG 12.2 Các bài toán cực trị phần 2

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-6=0$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ với $x_M>0;y_M>0;z_M>0$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của biểu thức $B=x_M+y_M+z_M$ là

A. 10. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 21.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+6)^2=25$ và hai điểm $A(2;1;-3),B(4;0;-2)$. Xét mặt phẳng (P) đi qua A,B, cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn (C). Gọi (N) là khối nón đỉnh I (tâm của mặt cầu (S)) nhận (C) làm đường tròn đáy. Thể tích của khối nón (N) đạt lớn nhất khi $(P):x+by+cz+d=0$. Tổng $b+c+d$ bằng

A. -9. **B.** 9. **C.** -10. **D.** 10.

Câu 3: Trong không gian Oxy, cho các điểm $A(1;1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(P):x-y+z+1=0$. Gọi N là điểm thuộc (P) sao cho $2NA^2+NB^2+NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài ON bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{38}}{4}$. **C.** $\sqrt{35}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$.

Câu 4: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(-13;-9;3),B(2;0;0)$ và $C(1;1;-1)$. Xét các mặt phẳng (P) đi qua C sao cho A và B nằm cùng phía so với (P). Khi $d(A,(P))+2d(B,(P))$ đạt giá trị lớn nhất thì (P) có dạng $ax+by+cz-5=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 5: Suy ra $a=2,b=2,c=-1\Rightarrow a+b+c=3$.Trong không gian cho điểm $A(13;-7;-13),B(1;-1;5)$ và $C(1;1;-3)$. Xét các mặt phẳng (P) đi qua C sao cho A và B nằm cùng phía so với (P). Khi $d(A,(P))+2d(B,(P))$ đạt giá trị lớn nhất thì (P) có dạng $ax+by+cz+3=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 6: Suy ra $a=2,b=-2,c=1\Rightarrow a+b+c=1$.Trong không gian $Oxyz$, điểm $A(2;-5;-3)$, mặt phẳng $(\alpha):x-y-z+2=0$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=8$. Biết rằng mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Tìm hoành độ của điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho độ dài đoạn AM lớn nhất?

A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;0)$; $B(-1;2;4)$. Xét trụ (T) nội tiếp mặt cầu đường kính AB và có trục nằm trên đường thẳng AB. Thể tích khối trụ đạt giá trị lớn nhất thì chứa đường tròn đáy đi qua điểm nào dưới đây?

A. $C\left(0;-1;-2\sqrt{3}\right)$. **B.** $C\left(0;-1;2\sqrt{3}\right)$. **C.** $C\left(1;0;-2\sqrt{3}\right)$. **D.** $C\left(-1;0;2\sqrt{3}\right)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;1)$, $I(-1;0;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$. Trong các mặt phẳng đi qua điểm I và vuông góc với mặt phẳng (P), gọi (α) là mặt phẳng cách A một khoảng lớn nhất. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. $Oy \subset (\alpha)$. **B.** $d\left(O;(\alpha)\right)=2$. **C.** $\left(Ox,(\alpha)\right)=45°$. **D.** $E(-2;2;3)\in(\alpha)$.

Câu 9: Trong không gian với $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;0;0), B(0;-2;1), C(-2;-1;3)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z-3=0$. Điểm M di động trên (S). Gọi α,β lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $T=2MA^2-MB^2+MC^2$. Tính: $\alpha^2-\beta^2$?

A. $396\sqrt{13}$. **B.** $648\sqrt{13}$. **C.** $792\sqrt{13}$. **D.** $-648\sqrt{13}$.

Câu 10: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-4=0$ và ba điểm $A(3;3;-2)$, $B(0;-3;4)$, $C(4;-1;-1)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (P) sao cho $MA+MB=\sqrt{91}$. Biết độ dài đoạn thẳng CM lớn nhất bằng $a+\sqrt{\dfrac{b}{c}}$; với a,b,c là những số nguyên dương và phân số $\dfrac{b}{c}$ tối giản. Giá trị $(a+b+c)$ bằng

A. 299. **B.** 178. **C.** 181. **D.** 192.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=48$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(0;0;-4)$ và $N(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Khối nón (N) có đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất bằng

A. $\dfrac{128\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{88\pi}{3}$. **C.** 39π. **D.** $\dfrac{215\pi}{3}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $S(7;8;6)$ và $P(-5;-4;0)$. Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nội tiếp trong mặt cầu đường kính SP. Khi khối chóp $S.ABCD$ có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng $(ABCD)$ có phương trình $2x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 13: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-35=0$ và hai mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$, $(Q): x+2y-2z-1=0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với mặt phẳng (Q). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $9+5\sqrt{3}$. **B.** $3+7\sqrt{3}$. **C.** $3+5\sqrt{3}$. **D.** $9+7\sqrt{3}$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;1)$, $B(3;1;5)$, $C(1;2;0)$, $D(4;2;1)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua D sao cho ba điểm A, B, C nằm cùng phía đối với (α) và tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến mặt phẳng (α) là lớn nhất. Giả sử phương trình (α) có dạng $2x+my+nz-p=0$. Khi đó, $T=2m+n+p$ bằng

A. $T=10$. **B.** $T=8$. **C.** $T=7$. **D.** $T=9$.

Câu 15: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-6=0$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ với $x_M>0$, $y_M>0$, $z_M>0$ là điểm thuộc măt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của biểu thức $B=x_M+y_M+z_M$ là

A. 10. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 21.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S)đường kính AB, với điểm $A(2;1;3)$và $B(6;5;5)$. Xét khối trụ (T) có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S) và có trục nằm trên đường thẳng AB. Khi (T) có thể tích lớn nhất thì hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đáy của (T) có phương trình dạng $2x+by+cz+d_1=0$ và $2x+by+cz+d_2=0$ $(d_1<d_2)$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc khoảng $(d_1;d_2)$?

A. 11. **B.** 17. **C.** 15. **D.** 13.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+6)^2=25$ và hai điểm $A(2;1;-3),B(4;0;-2)$. Xét mặt phẳng (P) đi qua A,B cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn (C). Gọi (N) là khối nón đỉnh I **(tâm mặt cầu (S))** nhận (C) là đường tròn đáy. Thể tích của khối nón (N) lớn nhất khi $(P):x+by+cz+d=0$. Tổng $b+c+d$ bằng

A. -9. **B.** 9. **C.** -10. **D.** 10.

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;8;2),B(9;-7;23)$ và mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$. Mặt phẳng $(P):x+by+cz+d=0$ đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khi đó tổng $b+c+d$ có giá trị bằng

A. $b+c+d=2$. **B.** $b+c+d=4$. **C.** $b+c+d=3$. **D.** $b+c+d=1$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=25$ và các điểm $A(1;2;3)$; $B(1;-2;1)$. Gọi (P): $ax+by+cz-1=0$ là mặt phẳng đi qua 2 điểm $A;B$ và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có diện tích nhỏ nhất. Tổng $T=a+b+c$ là

A. -2. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;4)$, $B(0;4;3)$, $C(7;0;-1)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+(z-3)^2=1$. Gọi điểm $M\in(Oxy)$ và điểm $N\in(S)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MN+\frac{1}{3}\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ bằng:

A. $\sqrt{19}$. **B.** $\sqrt{35}+1$. **C.** $\frac{\sqrt{46}+\sqrt{11}}{2}-1$. **D.** $\sqrt{35}-1$.

Câu 21: Vậy $\min T=\sqrt{35}-1$ .Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$ và hai điểm $A(-2;2;4), B(2;6;6)$. Gọi M là điểm di động trên (P) sao cho tam giác MAB vuông tại M. Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng OM. Khi đó giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng

A. $4\sqrt{52}$. **B.** 104. **C.** 122. **D.** $4\sqrt{61}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=75$ và mặt phẳng $(P):(m^2+2m)x-(m^2+4m-1)y+2(3m-1)z+m^2+1=0$. A là điểm thuộc mặt cầu (S). Khi khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất thì khối nón có đỉnh là A, đường tròn đáy là giao tuyến của (P) và (S) có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $128\pi\sqrt{3}$. **B.** $75\pi\sqrt{3}$. **C.** $32\pi\sqrt{3}$. **D.** $64\pi\sqrt{3}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là điểm trên tia OM sao cho $OM.ON=2020$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu (S) cố định. Đường thẳng đi qua $D(0;202;10)$ cắt (S) theo một dây cung EF ,khi đó EF có độ dài ngắn nhất là.

A. $4\sqrt{10226}$. **B.** $2\sqrt{10226}$. **C.** $3\sqrt{10226}$. **D.** $5\sqrt{10226}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB. Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là đường tròn tâm H (giao của (S) và (P)) có thể tích lớn nhất. Biết $(P): 2x+by+cz+d=0$, tính $S=b+c+d$.

A. $S=-18$. **B.** $S=-11$. **C.** $S=-24$. **D.** $S=-14$.

Câu 25: (P) qua H , có $\vec{n}_P=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(2;2;1)\Rightarrow(P): 2x+2y+z-21=0\Rightarrow S=2+1-21=-18$ .Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình (P) dưới dạng $(P): ax+by+cz+3=0$. Tính $T=a+b+c$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(0;8;2)$, $B(9;-7;23)$ và mặt cầu (S) có phương trình $(S):(x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$. Mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Giá trị của $b+c+d$ khi đó là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 27: Vậy $P_{\max}=18\sqrt{2}$ khi $b+c+d=3$ .Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB. Mặt phẳng (P) vuông góc với AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H có thể tích lớn nhất, biết rằng $(P): 2x+by+cz+d=0$ với $b,c,d \in \mathbb{R}$. Tính $S=b+c+d$.

A. $S=24$. **B.** $S=-18$. **C.** $S=-12$. **D.** $S=18$.

Câu 28: ta có $\Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \\ c=1 \\ d=-21 \end{cases} \Rightarrow b+c+d=-18.$Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$; $C(-1;-1;0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm phẳng B', C', D' sao cho $\frac{AB}{AB'}+\frac{AC}{AC'}+\frac{AD}{AD'}=4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $16x+40y-44z+39=0$. **B.** $16x+40y+44z-39=0$.

C. $16x-40y-44z+39=0$. **D.** $16x-40y-44z-39=0$.

Câu 29: Phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ qua $B'\left(\frac{7}{4};\frac{1}{4};\frac{7}{4}\right)$ có vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(4;10;-11)$ là $16x+40y-44z+39=0$ .Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;1;0), B(4;4;-3), C(2;3;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1}=\frac{1-y}{2}=\frac{z-1}{-1}$. Gọi $(P): ax+by-6z+c=0$ là mặt phẳng chứa d sao cho A,B,C ở cùng phía đối với mặt phẳng (P) và biểu thức $h=d_1+2d_2+3d_3$ đạt giá trị lớn nhất, với d_1,d_2,d_3 lần lượt là khoảng cách từ A,B,C đến (P). Tính tổng $T=a+b+2c$?

A. $T=6$. **B.** $T=8$. **C.** $T=1$. **D.** $T=12$.

Câu 30: **---HẾT---**Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+(y-2)^2+(z+3)^2=24$ cắt mặt phẳng $(\alpha): x+y=0$ theo giao tuyến là đường tròn (C). Tìm hoành độ của điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(6;-10;3)$ lớn nhất.

A. -1. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 31: Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$ và hai điểm $A(-2;2;4), B(2;6;6)$. Gọi *M* là điểm di động trên (*P*) sao cho tam giác *MAB* vuông tại *M*. Gọi *a,b* lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của độ dài *OM*. Giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng

A. $4\sqrt{61}$. **B.** 104. **C.** 122. **D.** $4\sqrt{52}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ có bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ có bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu (S_1), (S_2). Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P). Giá trị $M+m$ bằng

A. $\sqrt{15}$. **B.** $8\sqrt{3}$. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 33: **Bỏ**

Câu 34: $b+c+d=\frac{47}{3}$.Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\ 2;1;3$ và $B\ 6;5;5$. Xét khối nón N có đỉnh A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi N có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của N có dạng $2x+by+cz+d=0$. Giá trị của $b+c+d$ bằng

A. -21. **B.** -12. **C.** -18. **D.** -15.

Câu 35: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a\ge 4, b\ge 5, c\ge 6$ và mặt cầu (S) có bán kính bằng $\frac{3\sqrt{10}}{2}$ ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$. Khi tổng $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng (α) đi qua tâm I của mặt cầu (S) và song song với mặt phẳng (OAB) có dạng $mx+ny+pz+q=0$ **(với** $m,n,p,q\in\mathbb{Z};\frac{q}{p}$ **là phân số tối giản).** Giá trị $T = m + n + p + q$ bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** 5. **D.** -5.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$ và $B(2;1;1)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng (P) chứa đường tròn đáy của (N) cách điểm $E(1;1;1)$ một khoảng là bao nhiêu?

A. $d=\frac{1}{2}$. **B.** $d=2$. **C.** $d=\frac{1}{3}$. **D.** $d=3$

Câu 37: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;0)$, $B(0;0;-1)$ và mặt cầu $(S): x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$. Mặt phẳng $(P): x+ay-bz+c=0$ $(a>0)$ đi qua A, B cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho hình nón (N) đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Khi đó $2a+b-3c$ bằng

A. $-4+3\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 7. **D.** $4+3\sqrt{2}$.

Câu 38: Cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+8y-12z+27=0$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+17=0$. Một khối trụ (N) có một đường tròn đáy nằm trên mặt phẳng (P) và đường tròn đáy còn lại nằm trên mặt cầu. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy đi qua điểm nào sau đây?

A. $C(0;1;10)$. **B.** $D(0;0;8)$. **C.** $E(8;3;0)$. **D.** $F(2;0;8)$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(3;-2;0)$, $C(1;2;-5)$. Mặt phẳng $(\alpha): ax+by+cz-24=0$ qua C và $d(A,(\alpha))+2d(B,(\alpha))$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị của $P=a+4b^2+c$ là

A. $P=21$. **B.** $P=23$. **C.** $P=24$. **D.** $P=20$.

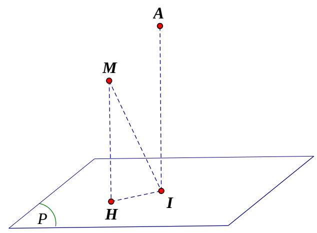
II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-6=0$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ với $x_M>0;y_M>0;z_M>0$ là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của biểu thức $B=x_M+y_M+z_M$ là

A. 10. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 21.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3), r=4$. Ta có $d(I,(P))=0 \Rightarrow I\in(P)$.

Qua I dựng đường thẳng Δ vuông góc với (P). Gọi A là một giao điểm của (S) và đường thẳng Δ ta có $IA=r$.

Lấy điểm $M\in(S)$. Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng (P) ta có $d=d(M,(P))=MH\le MI=r\Rightarrow d_{\max}=r$ khi $H\equiv I$ điều này xảy ra khi $M\equiv A$.

Phương trình của đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1+2t\\ y=2-t\\ z=3+2t\end{cases}\Rightarrow A(1+2t;2-t;3+2t)$.

Mà $M\equiv A$ nên suy ra $M(1+2t;2-t;3+2t)$.

Mà $M\in(S)$ nên ta có phương trình $(2t)^2+(-t)^2+(2t)^2=16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{4}{3}\\ t=-\dfrac{4}{3}\end{array}\right.$.

Với $t=-\dfrac{4}{3}$ suy ra điểm M có toạ độ không thoả mãn $x_M>0;y_M>0;z_M>0$.

Với $t=\dfrac{4}{3}\Rightarrow M\left(\dfrac{11}{3};\dfrac{2}{3};\dfrac{17}{3}\right)$ thoả mãn $x_M>0;y_M>0;z_M>0$.

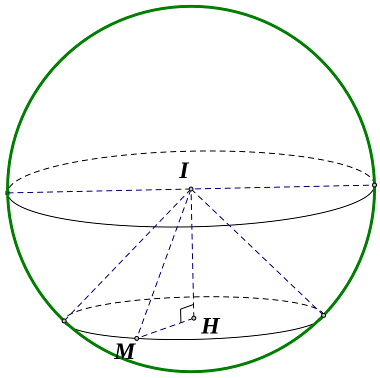
Vậy $B=x_M+y_M+z_M=10$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+6)^2=25$ và hai điểm $A(2;1;-3), B(4;0;-2)$. Xét mặt phẳng (P) đi qua A, B, cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn (C). Gọi (N) là khối nón đỉnh I (tâm của mặt cầu (S)) nhận (C) làm đường tròn đáy. Thể tích của khối nón (N) đạt lớn nhất khi $(P):x+by+cz+d=0$. Tổng $b+c+d$ bằng

A. -9. **B.** 9. **C.** -10. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C



mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-6)$, bán kính $R=5$.

Do mặt phẳng (P) đi qua A, B nên ta có hệ $\begin{cases}2+b-3c+d=0\\4-2c+d=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b-c-2=0\\2c=d+4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2b=d+8\\2c=d+4\end{cases}$

Gọi V là thể tích khối nón. $IH=d(I,(P))$

$V=\dfrac{1}{3}IH.\pi\left(R^2-(IH)^2\right)$.

Gọi M là hình chiếu của I lên AB thì $IH \le IM = d(I,AB)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}$.

$\overrightarrow{IA}=(1;-1;3), \overrightarrow{IB}=(3;-2;4) \Rightarrow \left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}\right]=(2;5;1) \Rightarrow \left|\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}\right]\right|=\sqrt{30}$

$\overrightarrow{AB}=(2;-1;1) \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{6}$.

Vậy $d(I,AB)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IA},\overrightarrow{IB}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}=\sqrt{5}$

Đặt $IH=t\left(0<t\le\sqrt{5}\right)$.

Xét $h(t)=t\left(25-t^2\right)$.

$h'(t)=25-t^2-2t^2=25-3t^2>0\ \forall x\in\left(0;\sqrt{5}\right]$.

V lớn nhất khi $h(t)$ lớn nhất khi $t=\sqrt{5}$.

$IH=\dfrac{|1+2b-6c+d|}{\sqrt{1+b^2+c^2}} \Leftrightarrow \dfrac{|1+2b-6c+d|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2|1+d+8-3(d+4)+d|}{\sqrt{4+(2b)^2+(2c)^2}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow \dfrac{2|-d-3|}{\sqrt{4+(d+8)^2+(d+4)^2}}=\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow d^2+16d+64=0 \Leftrightarrow d=-8 \Rightarrow \begin{cases}b=0\\c=-2\end{cases} \Rightarrow b+c+d=-10$.

Câu 3: Trong không gian Oxy, cho các điểm $A(1;1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(-2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x-y+z+1=0$. Gọi N là điểm thuộc (P) sao cho $2NA^2+NB^2+NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Độ dài ON bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{38}}{4}$. **C.** $\sqrt{35}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{26}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là điểm thõa mãn $2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Với M, J lần lượt là trung điểm của BC, AM. Khi đó:

$2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Leftrightarrow 2\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IM}=\vec{0}\Leftrightarrow 4\overrightarrow{IJ}=\vec{0}\Leftrightarrow I\equiv J$.

Vậy I là trung điểm của AM, với M là trung điểm của BC.

Từ giả thiết $A(1;1;1)$, $B(0;1;2)$, $C(-2;0;1)\Rightarrow M\left(-1;\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)\Rightarrow I\left(0;\dfrac{3}{4};\dfrac{5}{4}\right)$.

Do: $2NA^2+NB^2+NC^2=2\overrightarrow{NA}^2+\overrightarrow{NB}^2+\overrightarrow{NC}^2=2\left(\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IN}\right)^2+\left(\overrightarrow{IB}-\overrightarrow{IN}\right)^2+\left(\overrightarrow{IC}-\overrightarrow{IN}\right)^2$

$2IA^2+IB^2+IC^2+4IN^2-2\left(2\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)\overrightarrow{IN}=2IA^2+IB^2+IC^2+4IN^2$.

Do:. $A(1;1;1)$., $B(0;1;2)$, $C(-2;0;1)$, $I\left(0;\dfrac{3}{4};\dfrac{5}{4}\right)$ cố định nên $2NA^2+NB^2+NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi chỉ khi IN^2 nhỏ nhất $\Leftrightarrow N$ là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P).

Đường thẳng Δ qua I và vuông góc với (P) có phương trình là: $\begin{cases}x=t\\ y=\dfrac{3}{4}-t\\ z=\dfrac{5}{4}+t\end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$.

Đường thẳng Δ cắt (P) tại $N(x;y;z)$ có tọa độ thõa mãn hệ: $\begin{cases}x=t\\ y=\dfrac{3}{4}-t\\ z=\dfrac{5}{4}+t\\ x-y+z+1=0\end{cases}$

Giải hệ suy ra: $N\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{4};\dfrac{3}{4}\right)\Rightarrow ON=\dfrac{\sqrt{38}}{4}$.

Câu 4: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(-13;-9;3),B(2;0;0)$ và $C(1;1;-1)$. Xét các mặt phẳng (P) đi qua C sao cho A và B nằm cùng phía so với (P). Khi $d\left(A,(P)\right)+2d\left(B,(P)\right)$ đạt giá trị lớn nhất thì (P) có dạng $ax+by+cz-5=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\vec{n}(a';b';c')$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Do (P) đi qua $C(1;1;-1)$ nên $(P): a'(x-1)+b'(y-1)+c'(z+1)=0$

$\Leftrightarrow a'x+b'y+c'z-a'-b'+c'=0$.

Do $A(-13;-9;3),B(2;0;0)$ nằm cùng phía so với (P) nên ta có

$\left(-13a'-9b'+3c'-a'-b'+c'\right)\left(2a'-a'-b'+c'\right)>0$

$\Leftrightarrow\left(-14a'-10b'+4c'\right)\left(a'-b'+c'\right)>0$.

Ta có $T=d\left(A,(P)\right)+2d\left(B,(P)\right)=\dfrac{\left|-14a'-10b'+4c'\right|}{\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}+2\dfrac{\left|a'-b'+c'\right|}{\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$

$=\dfrac{\left|\left(-14a'-10b'+4c'\right)+\left(2a'-2b'+2c'\right)\right|}{\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}=\dfrac{\left|-12a'-12b'+6c'\right|}{\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có

$\left(-12a'-12b'+6c'\right)^2\le\left(12^2+12^2+6^2\right)\left(a'^2+b'^2+c'^2\right)$

$\Rightarrow\left|-12a'-12b'+6c'\right|\le\sqrt{324}.\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}$.

Suy ra $T\le\sqrt{324}=18$.

Dấu bằng có khi $\dfrac{a'}{-12}=\dfrac{b'}{-12}=\dfrac{c'}{6}\Leftrightarrow a'=b'=-2c'$.

Chọn $c'=-1$ ta đươc $a'=2,b'=2$. Khi đó $(P):2x+2y-z-5=0$.

Câu 5: Suy ra $a=2,b=2,c=-1\Rightarrow a+b+c=3$.Trong không gian cho điểm $A(13;-7;-13),B(1;-1;5)$ và $C(1;1;-3)$. Xét các mặt phẳng (P) đi qua C sao cho A và B nằm cùng phía so với (P). Khi $d\left(A,(P)\right)+2d\left(B,(P)\right)$ đạt giá trị lớn nhất thì (P) có dạng $ax+by+cz+3=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Gọi $\vec{n}\left(a';b';c'\right)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Do (P) đi qua $C(1;1;-3)$ nên $(P):a'(x-1)+b'(y-1)+c'(z+3)=0$

$\Leftrightarrow a'x+b'y+c'z-a'-b'+3c'=0$.

Do $A(13;-7;-13),B(1;-1;5)$ nằm cùng phía so với (P) nên ta có

$\left(13a'-7b'-13c'-a'-b'+3c'\right)\left(a'-b'+5c'-a'-b'+3c'\right)>0$

$\Leftrightarrow\left(12a'-8b'-10c'\right)\left(-2b'+8c'\right)>0$.

Ta có $T=d\left(A,(P)\right)+2d\left(B,(P)\right)=\dfrac{\left|12a'-8b'-10c'\right|}{\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}+2\dfrac{\left|-2b'+8c'\right|}{\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$

$=\dfrac{\left|\left(12a'-8b'-10c'\right)+\left(-4b'+16c'\right)\right|}{\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}=\dfrac{\left|12a'-12b'+6c'\right|}{\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}}$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có

$\left(12a'-12b'+6c'\right)^2\le\left(12^2+12^2+6^2\right)\left(a'^2+b'^2+c'^2\right)\Rightarrow\left|12a'-12b'+6c'\right|\le\sqrt{324}.\sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}$

.

Suy ra $T\le\sqrt{324}=18$.

Dấu bằng có khi $\dfrac{a'}{12}=\dfrac{b'}{-12}=\dfrac{c'}{6}\Leftrightarrow a'=-b'=2c'$.

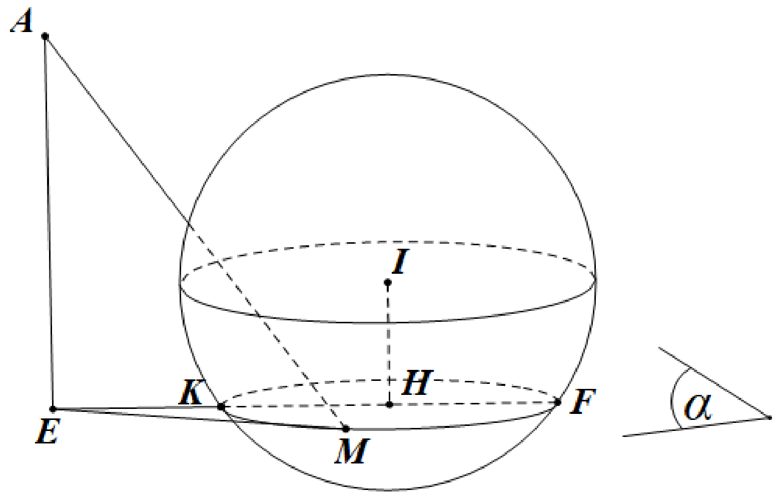
Chọn $c'=1$ ta đươc $a'=2,b'=-2$. Khi đó $(P):2x-2y+z+3=0$.

Câu 6: Suy ra $a=2, b=-2, c=1 \Rightarrow a+b+c=1$.Trong không gian $Oxyz$, điểm $A(2;-5;-3)$, mặt phẳng $(\alpha): x-y-z+2=0$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=8$. Biết rằng mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Tìm hoành độ của điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho độ dài đoạn AM lớn nhất?

A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;1)$ bán kính $R=2\sqrt{2}$.

$\overrightarrow{AI}=(0;4;4) \Rightarrow IA=4\sqrt{2}>R$, do đó A nằm ngoài (S).

Ta có $d(I;(\alpha))=\dfrac{|2+1-1+2|}{\sqrt{3}}=\dfrac{4}{\sqrt{3}}$.

Gọi H là tâm của đường tròn (C).

Phương trình đường thẳng $IH: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$, tọa độ $H(2+t;-1-t;1-t)$.

$H \in (\alpha)$ nên $2+t+1+t-1+t+2=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{4}{3}$.

Tọa độ $H\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3};\dfrac{7}{3}\right)$, bán kính đường tròn (C) là $r=\sqrt{R^2-d^2(I;(\alpha))}=\sqrt{8-\dfrac{16}{3}} \Rightarrow r=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

Gọi E là hình chiếu của A trên (α), phương trình đường thẳng $AE: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+5}{-1}=\dfrac{z+3}{-1}$.

Tọa độ điểm $E(2+a;-5-a;-3-a)$, $E \in (\alpha)$ nên $2+a+5+a+3+a+2=0 \Leftrightarrow a=-4$.

Do đó $E(-2;-1;1)$, $\overrightarrow{EH}=\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{4}{3};\dfrac{4}{3}\right) \Rightarrow HE=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}=2r$.

Nhận xét $HE>r$ nên E nằm ngoài (C).

Ta có $AM=\sqrt{AE^2+EM^2}$, AM lớn nhất khi và chỉ khi EM lớn nhất.

Nhận xét $EM \le EF$, do đó AM lớn nhất là AF, đạt được khi $M \equiv F$.

Gọi K là trung điểm HE, ta có $K\left(-\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{3};\dfrac{5}{3}\right)$, khi đó $M(2;1;3)$.

Hoành độ điểm M là 2.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;0)$; $B(-1;2;4)$. Xét trụ (T) nội tiếp mặt cầu đường kính AB và có trục nằm trên đường thẳng AB. Thể tích khối trụ đạt giá trị lớn nhất thì chứa đường tròn đáy đi qua điểm nào dưới đây?

A. $C\left(0;-1;-2\sqrt{3}\right)$. **B.** $C\left(0;-1;2\sqrt{3}\right)$. **C.** $C\left(1;0;-2\sqrt{3}\right)$. **D.** $C\left(-1;0;2\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-4;4;4)$. Bán kính mặt cầu $R=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}\sqrt{(-4)^2+4^2+4^2}=2\sqrt{3}$

Gọi $O(1;0;2)$ là tâm của mặt cầu

Gọi h là chiều cao của trụ, r là bán kính đáy của trụ

Ta có: $V_T=\pi r^2h=\pi\left(R^2-\dfrac{h^2}{4}\right)h=f(h)$

Xét hàm số $f(h)$ có: $f'(h)=\pi R^2-\dfrac{3\pi}{4}h^2=0\Leftrightarrow h=\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}$

Suy ra: $V_{T(\max)}$ khi $h=\dfrac{2R\sqrt{3}}{3}=4$

Gọi (P) là mặt phẳng chứa đáy của trụ, suy ra mp (P) nhận $\overrightarrow{AB}(-4;4;4)$ làm VTPT và cách O một khoảng bằng 2

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng là: $-4x+4y+4z+D=0$

$$d((P),O)=\frac{|-4.1+4.0+4.2+D|}{\sqrt{(-4)^2+4^2+4^2}}=\frac{|4+D|}{4\sqrt{3}}=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=-4-8\sqrt{3}\\D=-4+8\sqrt{3}\end{array}\right.$$

Do đó: $(P_1):-4x+4y+4z-4-8\sqrt{3}=0$

$(P_2):-4x+4y+4z-4+8\sqrt{3}=0$

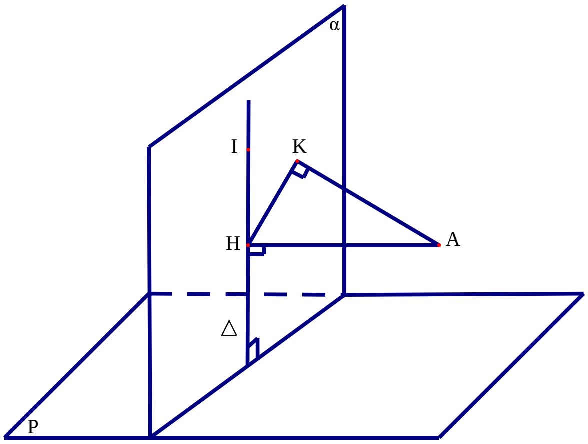
Thay các đáp án, ta thấy đáp án D nằm trêm (P_1).

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;1)$, $I(-1;0;3)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+z-1=0$. Trong các mặt phẳng đi qua điểm I và vuông góc với mặt phẳng (P), gọi (α) là mặt phẳng cách A một khoảng lớn nhất. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

A. $Oy\subset(\alpha)$. **B.** $d\left(O;(\alpha)\right)=2$. **C.** $\left(Ox,(\alpha)\right)=45^\circ$. **D.** $E(-2;2;3)\in(\alpha)$.

Lời giải

Chọn C



Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_P = (1;-2;1)$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P).

Khi đó đường thẳng Δ đi qua $I(-1;0;3)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n}_P = (1;-2;1)$ nên có phương trình tham số: $\begin{cases} x = -1+t \\ y = \ -2t \\ z = 3+t \end{cases}$.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng Δ, tọa độ điểm $H\left(\frac{-1}{2};-1;\frac{7}{2}\right)$.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua điểm I và vuông góc với mặt phẳng (P) thì mặt phẳng (α) chứa đường thẳng Δ.

Gọi K là hình chiếu của A lên mặt phẳng (α).

Ta có $d(A,(\alpha)) = AK \le AH$ (do ΔAHK vuông tại K)

Từ đó $d(A,(\alpha))_{\max} = AH$ khi H trùng K. Suy ra (α) là mặt phẳng đi qua $I(-1;0;3)$ và có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AH} = \left(-\frac{5}{2};0;\frac{5}{2}\right)$ nên có phương trình: $x - z + 4 = 0$.

Khi đó, $\left(Ox,(\alpha)\right) = 45°$.

Câu 9: Trong không gian với $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;0;0), B(0;-2;1), C(-2;-1;3)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z-3=0$. Điểm M di động trên (S). Gọi α,β lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $T = 2MA^2 - MB^2 + MC^2$. Tính: $\alpha^2 - \beta^2$?

A. $396\sqrt{13}$. **B.** $648\sqrt{13}$. **C.** $792\sqrt{13}$. **D.** $-648\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $J(1;2;1)$ và bán kính $R = 3$.

Giả sử điểm $I(x_0;y_0;z_0)$ thỏa mãn $2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Ta có:

$$\begin{cases}2(1-x_0)-(-x_0)+(-2-x_0)=0\\2(-y_0)-(-2-y_0)+(-1-y_0)=0\\2(-z_0)-(1-z_0)+(3-z_0)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=0\\y_0=\dfrac{1}{2}\\z_0=1\end{cases}\text{ hay } I\left(0;\dfrac{1}{2};1\right).$$

Khi đó:

$$T=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2-\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$$

$$=2MI^2+2IA^2-IB^2+IC^2+2\overrightarrow{MI}\left(2\overrightarrow{IA}-\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}\right)$$

$$=2MI^2+2IA^2-IB^2+IC^2.$$

Mặt khác: $IJ=\dfrac{\sqrt{13}}{2}<3=R$ hay điểm I nằm bên trong mặt cầu.

Vậy:

$$MI_{Max}=R+IJ=3+\frac{\sqrt{13}}{2};MI_{\min}=R-IJ=3-\frac{\sqrt{13}}{2}.$$

Khi đó:

$$\alpha=2\left(3+\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2+2.\frac{9}{4}-\frac{25}{4}+\frac{41}{4}=33+6\sqrt{13}.$$

$$\beta=2\left(3-\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2+2.\frac{9}{4}-\frac{25}{4}+\frac{41}{4}=33-6\sqrt{13}.$$

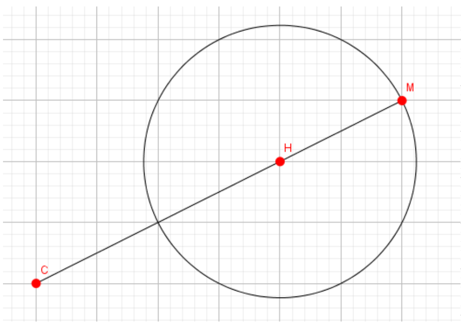
Suy ra: $\alpha^2-\beta^2=792\sqrt{13}$.

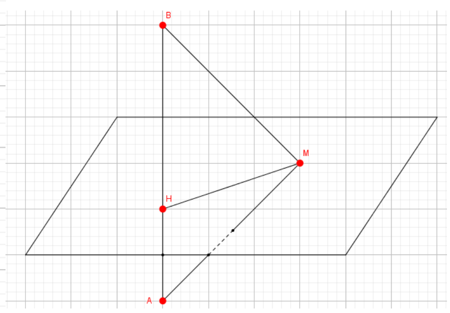
Câu 10: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y-2z-4=0$ và ba điểm $A(3;3;-2)$, $B(0;-3;4)$, $C(4;-1;-1)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (P) sao cho $MA+MB=\sqrt{91}$. Biết độ dài đoạn thẳng CM lớn nhất bằng $a+\sqrt{\dfrac{b}{c}}$; với a,b,c là những số nguyên dương và phân số $\dfrac{b}{c}$ tối giản. Giá trị $(a+b+c)$ bằng

A. 299. **B.** 178. **C.** 181. **D.** 192.

Lời giải

Chọn A





- Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;-6;6)$, $\overrightarrow{n_P}=(1;2;-2)$ là VTPT của (P).
- Vì $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{n_P}$ nên đường thẳng AB vuông góc với (P).
- Ta thấy hai điểm A,B nằm về hai phía so với (P).

- Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{u}=(1;2;-2)$.
- Phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x=3+t \\ y=3+2t \\ z=-2-2t \end{cases}$
- Gọi $H(x;y;z)$ là giao điểm của AB với (P) (AB vuông góc với (P) tại H).
- Tọa độ H là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=3+t \\ y=3+2t \\ z=-2-2t \\ x+2y-2z-4=0 \end{cases}$
- Giải hệ trên ta được $t=-1;\ x=2,\ y=1,\ z=0$. Vậy $H=(2;1;0)$.
- Đặt $HM=x,(x\geq 0)$. Vì $AB\perp(P)$ tại H nên hai tam giác MHA, MHB vuông tại H. Do đó ta có: $MA=\sqrt{AH^2+HM^2}=\sqrt{9+x^2}$; $MB=\sqrt{BH^2+HM^2}=\sqrt{36+x^2}$.
- Theo giả thiết ta có $\sqrt{9+x^2}+\sqrt{36+x^2}=\sqrt{91}$ (1). Xem x là ẩn số, ta cần giải phương trình (1).

Ta có:

$$\sqrt{9+x^2}+\sqrt{36+x^2}=\sqrt{91}$$

$$\Leftrightarrow 9-36=\sqrt{91}\left(\sqrt{9+x^2}-\sqrt{36+x^2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{9+x^2}-\sqrt{36+x^2}=-\frac{27}{\sqrt{91}}$$

Do đó, có hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{9+x^2}+\sqrt{36+x^2}=\sqrt{91} \\ \sqrt{9+x^2}-\sqrt{36+x^2}=-\frac{27}{\sqrt{91}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{9+x^2}=\frac{1}{2}\left(\sqrt{91}-\frac{27}{\sqrt{91}}\right) \\ \sqrt{36+x^2}=\frac{1}{2}\left(\sqrt{91}+\frac{27}{\sqrt{91}}\right) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{9+x^2}=\frac{32}{\sqrt{91}} \\ \sqrt{36+x^2}=\frac{59}{\sqrt{91}} \end{cases} \Leftrightarrow x^2=\frac{205}{91} \Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{205}{91}}.$$

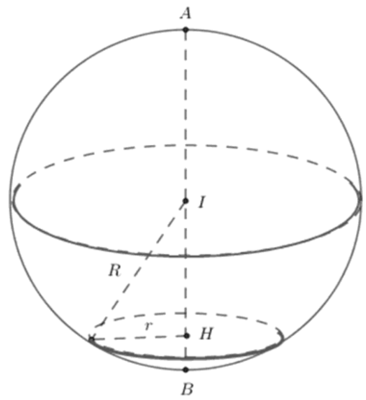
- Vậy ta luôn có $HM=\sqrt{\frac{205}{91}}$.
- Tọa độ điểm C thỏa mãn phương trình mặt phẳng (P) nên $C\in(P)$.
- Vì H cố định; H , $M\in(P)$ và $HM=\sqrt{\frac{205}{91}}$ nên M thuộc đường tròn (T) có tâm là H , bán kính $R=\sqrt{\frac{205}{91}}$ (Đường tròn (T) nằm trong (P)).
- Vì $CH=3>R$ nên điểm C nằm ngoài đường tròn (T). Do đó CM đạt giá trị lớn nhất là $CM_{\max}=CH+R=3+\sqrt{\frac{205}{91}}=a+\sqrt{\frac{b}{c}}$.
- Kết luận: $a=3;b=205;c=91$. Do đó $a+b+c=299$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=48$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(0;0;-4)$ và $N(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C). Khối nón (N) có đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất bằng

A. $\dfrac{128\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{88\pi}{3}$. **C.** 39π. **D.** $\dfrac{215\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=4\sqrt{3}$.

Gọi $(P):ax+by+cz+d=0$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R};a^2+b^2+c^2>0)$ là mặt phẳng đi qua $M(0;0;-4)$ và $N(2;0;0)$.

$$\Rightarrow\begin{cases}-4c+d=0\\2a+d=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}d=4c\\a=-\dfrac{d}{2}=-2c\end{cases}\Rightarrow(P):-2cx+by+cz+4c=0.$$

Khi đó đặt

$$x=d(I,(P))=\frac{|-2c-2b+3c+4c|}{\sqrt{(-2c)^2+b^2+c^2}}=\frac{|2b-5c|}{\sqrt{b^2+5c^2}}$$

$$=\frac{|2b-\sqrt{5}.\sqrt{5}c|}{\sqrt{b^2+5c^2}}\le\frac{\sqrt{(2^2+(-\sqrt{5})^2)(b^2+5c^2)}}{\sqrt{b^2+5c^2}}=3\text{(Theo BĐT Bunhiacopxki)}\Rightarrow 0\le x\le 3$$

Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{b}{2}=\dfrac{c\sqrt{5}}{-\sqrt{5}}\Leftrightarrow b=-2c$.

Bán kính đường tròn (C) là: $r=\sqrt{R^2-d^2(I,(P))}=\sqrt{48-x^2}$.

Thể tích khối nón (N) là $V=\dfrac{\pi R^2x}{3}=\dfrac{\pi x(48-x^2)}{3}$.

Đặt $f(x)=\dfrac{\pi x(48-x^2)}{3}$ $\Rightarrow f'(x)=\dfrac{\pi\left(48-3x^2\right)}{3}$.

Do $0\le x\le 3\Rightarrow f'(x)>0\forall x\in[0;3]\Rightarrow f(x)=\dfrac{\pi x(48-x^2)}{3}\le f(3)=39\pi$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $S(7;8;6)$ và $P(-5;-4;0)$. Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ nội tiếp trong mặt cầu đường kính SP. Khi khối chóp $S.ABCD$ có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng $(ABCD)$ có phương trình $2x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{PS}=(12;12;6).\Rightarrow SP=18\Rightarrow R=9$.

Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$.

Theo công thức tính nhanh bán kính mặt cầu ngoại tiếp ta có:

$$R=\frac{SA^2}{2SI}=\frac{SI^2+IA^2}{2SI}=9.$$

Khi đó, thể tích khối chóp là:

$$V=\frac{1}{3}SI.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.SI.\frac{AC^2}{2}=\frac{2}{3}SI.IA^2=\frac{2}{3}SI.\left(18SI-SI^2\right)=\frac{8}{3}\frac{SI}{2}.\frac{SI}{2}(18-SI)$$

Áp dụng BĐT cosi ta có:

$$V=\frac{8}{3}.\frac{SI}{2}.\frac{SI}{2}(18-SI)\le\frac{8}{3}\left(\frac{\frac{SI}{2}+\frac{SI}{2}+18-SI}{3}\right)^3=576.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{SI}{2}=18-SI\Leftrightarrow SI=12$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều $SP\perp(ABCD)\Rightarrow(ABCD)$ có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;2;1)$.

Vậy phương trình $(ABCD)$ là: $2x+2y+z+d=0$.

Vì $SI=12$ nên $d\left(S;(ABCD)\right)=\frac{|14+16+6+d|}{3}=12\Leftrightarrow d=0$.

Vậy $b+c+d=2+1+0=3$.

Câu 13: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-35=0$ và hai mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$, $(Q):x+2y-2z-1=0$. Gọi M là điểm di động trên (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với mặt phẳng (Q). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $9+5\sqrt{3}$. **B.** $3+7\sqrt{3}$. **C.** $3+5\sqrt{3}$. **D.** $9+7\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3),R=7$

Viết đường thẳng (d) đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (Q)

$$\Rightarrow(d):\begin{cases}x=1+t\\y=-2+2t\\z=3-2t\end{cases}$$

Ta có $N=(d)\cap(P)\Rightarrow N(4;4;-3)$.

Lại có $M=(d)\cap(S)\Rightarrow t=\pm\frac{7}{3}$ $\Rightarrow M_1\left(\frac{10}{3};\frac{8}{3};-\frac{5}{3}\right),M_2\left(-\frac{4}{3};-\frac{20}{3};\frac{23}{3}\right)$

Ta có $M_1N=2$ và $M_2N=16$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;1)$, $B(3;1;5)$, $C(1;2;0)$, $D(4;2;1)$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua D sao cho ba điểm A, B, C nằm cùng phía đối với (α) và tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến mặt phẳng (α) là lớn nhất. Giả sử phương trình (α) có dạng $2x+my+nz-p=0$. Khi đó, $T=2m+n+p$ bằng

A. $T=10$. **B.** $T=8$. **C.** $T=7$. **D.** $T=9$.

Lời giải

Chọn A

Gọi G là trọng tâm của $\Delta ABC\Rightarrow G(2;1;2)$.

Tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến mặt phẳng α là

$d=d\left(A,(\alpha)\right)+d\left(B,(\alpha)\right)+d\left(C,(\alpha)\right)=3d\left(G,(\alpha)\right)\le 3.GD$.

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow GD\perp(\alpha)$.

Do đó, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow(\alpha)$ đi qua $D(4;2;1)$ và nhận $\overrightarrow{GD}=(2;1;-1)$ làm véc tơ pháp tuyến

$\Rightarrow$ Phương trình (α) là $2(x-4)+1(y-2)-1(z-1)=0\Leftrightarrow 2x+y-z-9=0$

$\Rightarrow m=1$; $n=-1$; $p=9$.

Vậy $T=2.1+(-1)+9=10$.

Câu 15: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-6=0$. Gọi $M(x_M;y_M;z_M)$ với $x_M>0$, $y_M>0$, $z_M>0$ là điểm thuộc măt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến (P) đạt giá trị lớn nhất. Giá trị của biểu thức $B=x_M+y_M+z_M$ là

A. 10. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 21.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là đường thẳng đi qua tâm $I(1;2;3)$ của mặt cầu (S) và vuông góc với $(P):2x-y+2z-6=0$.

Khi đó đường thẳng d có phương trình $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$.

Gọi E và F lần lượt là giao điểm của d và mặt cầu (S),khi đó ta có phương trình:

$$(1+2t-1)^2+(2-t-2)^2+(3+2t-3)^2=16\Leftrightarrow 9t^2=16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=\frac{4}{3}\\t=-\frac{4}{3}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}A\left(\frac{11}{3};\frac{2}{3};\frac{17}{3}\right)\\B\left(\frac{-5}{3};\frac{10}{3};\frac{1}{3}\right)\end{array}\right..$$

Suy ra $\max\limits_{M\in(S)}\mathrm{d}\left(M,(P)\right)=\max\left\{\mathrm{d}\left(E,(P)\right);\mathrm{d}\left(F,(P)\right)\right\}=\max\left\{\mathrm{d}\left(E,(P)\right);\mathrm{d}\left(F,(P)\right)\right\}$.

Ta có: $\mathrm{d}\left(E,(P)\right)=\dfrac{\left|2.\dfrac{11}{3}-1.\dfrac{2}{3}+2.\dfrac{17}{3}-6\right|}{3}=4$; $\mathrm{d}\left(F,(P)\right)=\dfrac{\left|2.\dfrac{-5}{3}-1.\dfrac{10}{3}+2.\dfrac{1}{3}-6\right|}{3}=4$.

Vậy $\max\limits_{M\in(S)}\mathrm{d}\left(M,(P)\right)=4\Rightarrow M\equiv E$ hoặc $M\equiv F$ (mp(P) là mặt phẳng trung trực của EF).

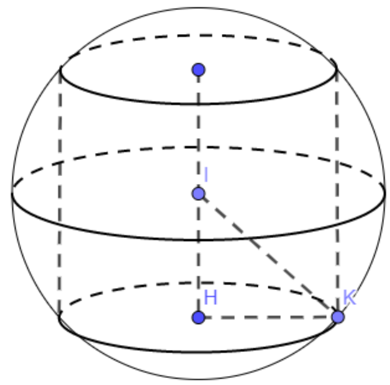
Do $x_M>0$, $y_M>0$, $z_M>0$ nên $M\equiv E\Rightarrow B=x_M+y_M+z_M=10$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) đường kính AB, với điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối trụ (T) có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S) và có trục nằm trên đường thẳng AB. Khi (T) có thể tích lớn nhất thì hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đáy của (T) có phương trình dạng $2x+by+cz+d_1=0$ và $2x+by+cz+d_2=0$ $(d_1<d_2)$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc khoảng $(d_1;d_2)$?

A. 11. **B.** 17. **C.** 15. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(4;3;4)$ và bán kính bằng $R=3$.

Gọi x là bán kính đáy của (T) $(0<x<3)$, khi đó chiều cao của khối trụ (T) là: $h=2\sqrt{9-x^2}$

Thể tích của khối trụ (T):

$$V=2\pi x^2\sqrt{9-x^2}=4\pi.\sqrt{\frac{x^2}{2}.\frac{x^2}{2}.\left(9-x^2\right)}\le 4\pi\sqrt{\left(\frac{\frac{x^2}{2}+\frac{x^2}{2}+\left(9-x^2\right)}{3}\right)^3}=12\pi\sqrt{3}.$$

$\Rightarrow$ Thể tích lớn nhất của (T): $V_{\max}=12\pi\sqrt{3}$ khi $\dfrac{x^2}{2}=9-x^2\Rightarrow x=\sqrt{6}\Rightarrow h=2\sqrt{3}$.

Gọi mặt phẳng (P) chứa đường tròn đáy của khối trụ (T).

Vectơ pháp tuyến của (P): $\vec{n}_P=\overrightarrow{AB}=(4;4;2)=2(2;2;1)$

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $2x+2y+z+d=0$

Khoảng cách từ tâm $I(4;3;4)$ đến (P) bằng IH:

$$IH=\sqrt{3}\Leftrightarrow\frac{\left|2.4+2.3+1.4+d\right|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=\sqrt{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=-18+3\sqrt{3}\\ d=-18-3\sqrt{3}\end{array}\right..$$

Hai mặt phẳng có dạng $(P_1): 2x+2y+z+3\sqrt{3}-18=0$ và $(P_2): 2x+2y+z-3\sqrt{3}-18=0$

Vậy có 11 giá trị nguyên thuộc khoảng $\left(-18-3\sqrt{3};-18+3\sqrt{3}\right)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+6)^2=25$ và hai điểm $A(2;1;-3),B(4;0;-2)$. Xét mặt phẳng (P) đi qua A,B cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn (C). Gọi (N) là khối nón đỉnh I **(tâm mặt cầu** (S)**)** nhận (C) là đường tròn đáy. Thể tích của khối nón (N) lớn nhất khi $(P):x+by+cz+d=0$. Tổng $b+c+d$ bằng

A. -9. **B.** 9. **C.** -10. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

(S) có tâm $I(1;2;-6)$ và bán kính $R=5$.

Ta có $d(I,AB)=\sqrt{5}$.

Gọi r,h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của (N).

Ta có: $r^2=25-h^2$ và $V_{(N)}=\frac{1}{3}\pi hr^2=\frac{1}{3}\pi h\left(25-h^2\right)$ với $h\le\sqrt{5}$.

Bằng cách khảo sát hàm số ta thấy $V_{(N)}$ lớn nhất khi $h=\sqrt{5}$.

Vì (P) đi qua A,B nên $\begin{cases}2+b-3c+d=0\\4-2c+d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=c+2\\d=2c-4\end{cases}$.

Do đó: $(P):x+(c+2)y+cz+2c-4=0$

Ta có : $d\left(I;(P)\right)=\sqrt{5}\Leftrightarrow\dfrac{|1-2c|}{\sqrt{1+(c+2)^2+c^2}}=\sqrt{5}\Leftrightarrow c=-2$.

Do đó : $b=0,d=-8$

Vậy $b+c+d=-10$

Câu 18: Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(0;8;2),B(9;-7;23)$ và mặt cầu $(S):(x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$. Mặt phẳng $(P):x+by+cz+d=0$ đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khi đó tổng $b+c+d$ có giá trị bằng

A. $b+c+d=2$. **B.** $b+c+d=4$. **C.** $b+c+d=3$. **D.** $b+c+d=1$.

Lời giải

Chọn C

Vì $A\in(P)$ nên $8b+2c+d=0\Leftrightarrow d=-8b-2c\Rightarrow(P):x+by+cz-8b-2c=0$

Do (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) nên

$$d\left(I;(P)\right)=R\Leftrightarrow\frac{|5-3b+7c+d|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=6\sqrt{2}\Leftrightarrow\frac{|-11b+5c+5|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=6\sqrt{2}$$

Lại có $d\left(B;(P)\right)=\dfrac{|9-15b+21c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=\dfrac{\left|(-11b+5c+5)+4(-b+4c+1)\right|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}$

$$\Rightarrow d\left(B;(P)\right)\le\frac{\left|(-11b+5c+5)\right|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}+\frac{\left|4(-b+4c+1)\right|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=6\sqrt{2}+\frac{\left|4(-b+4c+1)\right|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}$$

$\Rightarrow d\left(B;(P)\right) \le 6\sqrt{2} + 4\dfrac{\sqrt{\left(1^2+4^2+1^2\right)\left(b^2+c^2+1^2\right)}}{\sqrt{1+b^2+c^2}} = 18\sqrt{2}$.

Vậy khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) lớn nhất là $18\sqrt{2}$ khi $\begin{cases}(-11b+5c+5).(-b+4c+1)>0\\ \dfrac{b}{-1}=\dfrac{c}{4}=\dfrac{1}{1}\end{cases} \Leftrightarrow b=-1; c=4$.

Từ đây có $b=-1; c=4; d=0 \Rightarrow b+c+d=3$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=25$ và các điểm $A(1;2;3)$; $B(1;-2;1)$. Gọi (P): $ax+by+cz-1=0$ là mặt phẳng đi qua 2 điểm $A;B$ và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có diện tích nhỏ nhất. Tổng $T=a+b+c$ là

A. -2. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

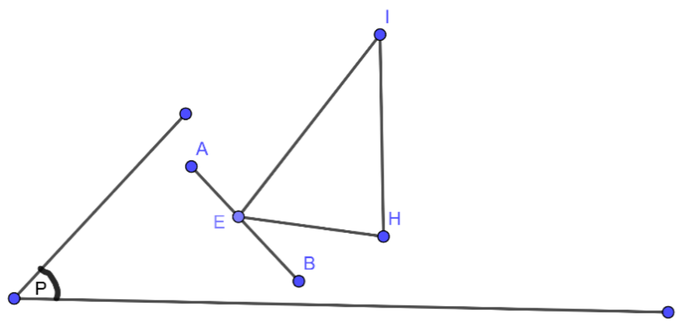
Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm và bán kính là: $I(-1;-2;2); R=5$

Giả sử mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có tâm H, bán kính r.Ta có: $R^2=r^2+IH^2$ (*)

Để đường tròn có diện tích nhỏ nhất ta có bán kính r nhỏ nhất. (*) $\Leftrightarrow r^2=25-IH^2$, nên để r nhỏ nhất thì IH lớn nhất.



Gọi E là hình chiếu của I lên đường thẳng AB, ta có $IH \le IE$, IH lớn nhất bằng IE, khi đó mặt phẳng (P) đi qua A và nhận véc tơ $\overrightarrow{IE}$ làm véc tơ pháp tuyến.

*) Xác định điểm E

Đường thẳng qua AB nhận $\overrightarrow{AB}=(0;-4;-2)$ làm véc tơ chỉ phương; ta chọn lại véc tơ chỉ phương là:

$\vec{u}=(0;2;1)$; Phương trình đường thẳng qua AB là: $\begin{cases}x=1\\ y=2+2t\\ z=3+t\end{cases}$

Ta có: $E(1;2+2t;3+t)$; $\overrightarrow{IE}=(2;4+2t;1+t)$

Ta có $IE \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IE}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow 2(4+2t)+1+t=0 \Leftrightarrow t=-\dfrac{9}{5}$

Khi này: $\overrightarrow{IE}=\left(2;\dfrac{2}{5};\dfrac{-4}{5}\right)$;

Phương trình mặt phẳng (P) là: $2(x-1)+\dfrac{2}{5}(y-2)-\dfrac{4}{5}(z-3)=0 \Leftrightarrow 5x+y-2z-1=0$

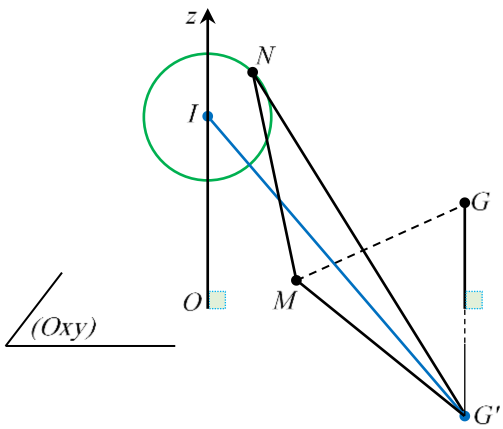
Vậy: $T=a+b+c=4$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;4)$, $B(0;4;3)$, $C(7;0;-1)$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+(z-3)^2=1$. Gọi điểm $M\in(Oxy)$ và điểm $N\in(S)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MN+\dfrac{1}{3}\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ bằng:

A. $\sqrt{19}$. **B.** $\sqrt{35}+1$. **C.** $\dfrac{\sqrt{46}+\sqrt{11}}{2}-1$. **D.** $\sqrt{35}-1$.

Lời giải

Chọn D



◆ Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;3)$ và bán kính $R=1$.

Xét: $d(I,(Oxy))=3>1=R \Rightarrow$ Mặt cầu (S) và mặt phẳng (Oxy) không cắt nhau.

◆ Gọi G là trọng tâm $\triangle ABC$: $G(3;1;2)$ và $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Xét: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right|=\left|3.\overrightarrow{MG}\right|=3.MG$.

◆ $T=MN+\dfrac{1}{3}\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=MN+MG$

Nhận xét: I và G nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy).

Gọi G' là điểm đối xứng với G qua mặt phẳng (Oxy): $G'(3;1;-2)$.

Do đó: $T=MN+MG=MN+MG'\geq NG'\geq IG'-R=\sqrt{35}-1$.

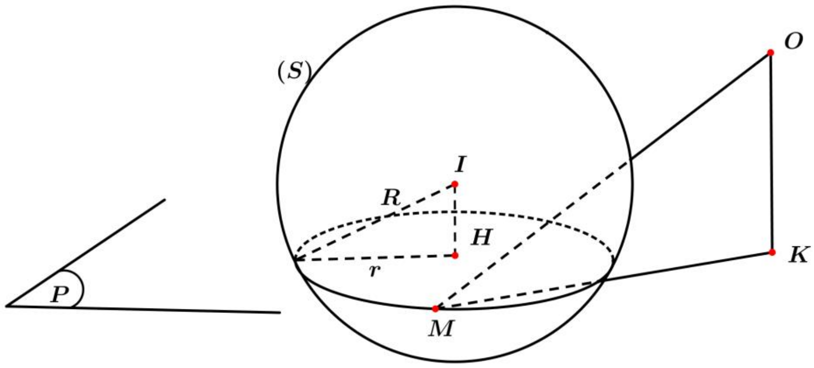
Dấu "=" xảy ra khi: M,N,G',I thẳng hàng.

Câu 21: Vậy $\min T=\sqrt{35}-1$ .Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+z-4=0$ và hai điểm $A(-2;2;4), B(2;6;6)$. Gọi M là điểm di động trên (P) sao cho tam giác MAB vuông tại M. Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng OM. Khi đó giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng

A. $4\sqrt{52}$. **B.** 104. **C.** 122. **D.** $4\sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $I(0;4;5)$ là trung điểm của AB.

Ta có $IA = IB = 3$.

Gọi (S) là mặt cầu có tâm $I(0;4;5)$, bán kính $R = IA = 3$.

M là điểm di động trên (P) sao cho tam giác MAB vuông tại M nên $M \in (P) \cap (S)$.

Vì $d(I;(P)) = \sqrt{3} < R$ nên giao tuyến của (P) và (S) là đường tròn (C) có bán kính $r = \sqrt{R^2 - d^2(I;(P))} = \sqrt{6}$.

Gọi $H;K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của I và O lên (P).

Ta có $IH:\begin{cases} x = t \\ y = 4 - t \\ z = 5 + t \end{cases}$, $OK:\begin{cases} x = t' \\ y = -t' \\ z = t' \end{cases}$ với $t,\ t' \in \mathbb{R}$.

Gọi $H(t;4-t;5+t)$, $K(t';-t';t')$.

$H(t;4-t;5+t) \in (P) \Rightarrow t = 1 \Rightarrow H(1;3;6)$.

$K(t';-t';t') \in (P) \Rightarrow t' = \dfrac{4}{3} \Rightarrow K\left(\dfrac{4}{3};-\dfrac{4}{3};\dfrac{4}{3}\right)$

$OK = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$, $KH = \dfrac{\sqrt{366}}{3}$.

Khi đó

$$OM^2 = OK^2 + KM^2 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = OK^2 + (KH + r)^2 \\ b^2 = OK^2 + (KH - r)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 2\left(OK^2 + KH^2 + r^2\right) = 2\left(\frac{16}{3} + \frac{366}{9} + 6\right) = 104.$$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 75$ và mặt phẳng $(P):(m^2 + 2m)x - (m^2 + 4m - 1)y + 2(3m-1)z + m^2 + 1 = 0$. A là điểm thuộc mặt cầu (S). Khi khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất thì khối nón có đỉnh là A, đường tròn đáy là giao tuyến của (P) và (S) có thể tích bằng bao nhiêu?

A. $128\pi\sqrt{3}$. **B.** $75\pi\sqrt{3}$. **C.** $32\pi\sqrt{3}$. **D.** $64\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;-2;1)$; có bán kính $R = 5\sqrt{3}$.

Gọi $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ là điểm cố định mà mặt phẳng (P) luôn đi qua. Ta có

$\left(m^2+2m\right)x_0-\left(m^2+4m-1\right)y_0+2(3m-1)z_0+m^2+1=0\,\forall m$

$\Leftrightarrow\left(x_0-y_0+1\right)m^2+\left(2x_0-4y_0+6z_0\right)m+y_0-2z_0+1=0\,\forall m$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x_0-y_0+1=0\\2x_0-4y_0+6z_0=0\\y_0-2z_0+1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_0=-2\\y_0=-1\\z_0=0\end{cases}\Rightarrow M(-2;-1;0).$$

Ta có $IM=3\sqrt{3}<R$ nên M nằm trong mặt cầu. Do đó (P) luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn.

Ta có $d\left(A,(P)\right)\le R+d\left(I,(P)\right)\le R+IM=5\sqrt{3}+3\sqrt{3}=8\sqrt{3}$.

Trong trường hợp này đường tròn đáy là giao tuyến của (P) và (S) có bán kình $r=\sqrt{R^2-IM^2}=4\sqrt{3}$.

Khi đó $V_N=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=128\pi\sqrt{3}$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $C(0;0;6)$. Điểm M thay đổi trên mặt phẳng (ABC) và N là điểm trên tia OM sao cho $OM.ON=2020$. Biết rằng khi M thay đổi, điểm N luôn thuộc một mặt cầu (S) cố định. Đường thẳng đi qua $D(0;202;10)$ cắt (S) theo một dây cung EF ,khi đó EF có độ dài ngắn nhất là.

A. $4\sqrt{10226}$. **B.** $2\sqrt{10226}$. **C.** $3\sqrt{10226}$. **D.** $5\sqrt{10226}$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng $(ABC):\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{101}=1\Leftrightarrow 505x+404y+20z-2020=0$

Gọi $N(x;y;z)$

Theo giả thiết ta có N là điểm trên tia OM sao cho $OM.ON=2020$ suy ra $\overrightarrow{OM}=\dfrac{2020}{ON^2}.\overrightarrow{ON}$

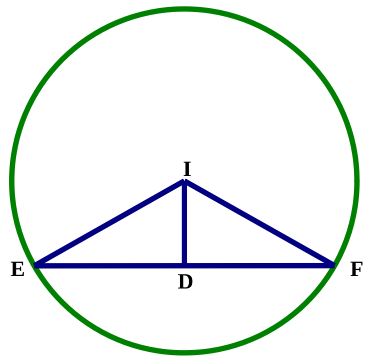
Do đó $M\left(\dfrac{2020x}{x^2+y^2+z^2};\dfrac{2020y}{x^2+y^2+z^2};\dfrac{2020z}{x^2+y^2+z^2}\right)$.

Mặt khác $M\in(ABC)$ nên $505\dfrac{2020x}{x^2+y^2+z^2}+404\dfrac{2020y}{x^2+y^2+z^2}+20\dfrac{2020z}{x^2+y^2+z^2}-2020=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-505x-404y-20z=0$.

Do đó điểm N luôn thuộc một mặt cầu cố định $(S):x^2+y^2+z^2-505x-404y-20z=0$.

Dễ thấy D nằm trong mặt cầu, do vậy EF ngắn nhất khi và chỉ khi $ID\perp EF$, trong đó $I\left(\dfrac{505}{2};202;10\right)$.



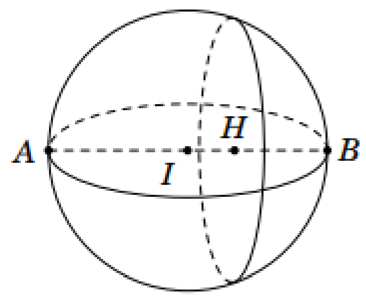
Khi đó $FE_{\min} = 2DF = 2\sqrt{R^2 - ID^2} = 2\sqrt{\left(\frac{505}{2}\right)^2 + 202^2 + 10^2 - \left(\frac{505}{2}\right)^2} = 4\sqrt{10226}$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB. Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là đường tròn tâm H (giao của (S) và (P)) có thể tích lớn nhất. Biết $(P): 2x + by + cz + d = 0$, tính $S = b + c + d$.

A. $S = -18$. **B.** $S = -11$. **C.** $S = -24$. **D.** $S = -14$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AB = 6$, Gọi (C) là đường tròn giao của (S) và (P) có tâm H, bán kính r.

Đặt $AH = x$ $(0 < x < 6)$, ta có $V_{(N)} = \frac{1}{3}AH \cdot S_{(C)} = \frac{1}{3}AH \cdot \pi r^2$.

Do AB là đường kính nên ta có $r^2 = AH \cdot HB = x(6 - x)$.

Khi đó $V_{(N)} = \frac{\pi}{3}x^2(6 - x) = \frac{\pi}{3}(-x^3 + 6x^2) = \frac{\pi}{3}f(x)$.

Xét hàm số $f(x) = -x^3 + 6x^2$ trên $(0;6)$, $f'(x) = -3x^2 + 12x$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên $f(x)$:

x	0		4		6
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $V_{(N)}$ lớn nhất khi $x=4$ hay $AH=\dfrac{2}{3}AB$.

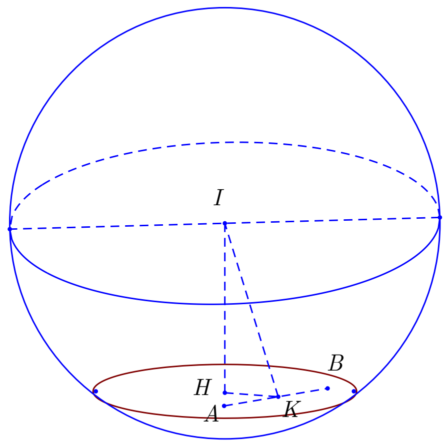
Ta có $\overrightarrow{AH}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}\Leftrightarrow(x_H-2;y_H-1;c-2)=\dfrac{2}{3}(4;4;2)\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_H=\dfrac{14}{3}\\ y_H=\dfrac{11}{3}\\ z_H=\dfrac{13}{3}\end{array}\right.$.

Câu 25: (P) qua H, có $\vec{n}_P=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(2;2;1)\Rightarrow(P):2x+2y+z-21=0\Rightarrow S=2+1-21=-18$ .Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của (P) với mặt cầu (S) có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình (P) dưới dạng $(P):ax+by+cz+3=0$. Tính $T=a+b+c$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ bán kính là $R=4$.

Ta có A, B nằm trong mặt cầu. Gọi K là hình chiếu của I trên AB và H là hình chiếu của I lên thiết diện.

Ta có diện tích thiết diện bằng $S=\pi r^2=\pi\left(R^2-IH^2\right)$. Do đó diện tích thiết diện nhỏ nhất khi IH lớn nhất. Mà $IH\le IK$ suy ra (P) qua A,B và vuông góc với IK.

Ta có $IA=IB=\sqrt{5}$ suy ra K là trung điểm của AB. Vậy $K(0;1;2)$ và $\overrightarrow{KI}=(1;1;1)$.

Vậy $(P):(x-1)+y+(z-2)=0\Leftrightarrow -x-y-z+3=0$.

Vậy $T=-3$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(0;8;2)$, $B(9;-7;23)$ và mặt cầu (S) có phương trình $(S):(x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$. Mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$ đi qua điểm A và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Giá trị của $b+c+d$ khi đó là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Vì $A\in(P)$ nên $8b+2c+d=0 \Leftrightarrow d=-8b-2c \Rightarrow (P): x+by+cz-(8b+2c)=0$

Do (P) tiếp xúc mặt cầu (S) nên $d(I;(P))=R \Leftrightarrow \dfrac{|5-11b+5c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=6\sqrt{2}$.

Ta có: $d(B;(P))=\dfrac{|9-7b+23c-8b-2c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=\dfrac{|(5-11b+5c)+4(1-b+4c)|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}$

$\Rightarrow d(B;(P))\le \dfrac{|5-11b+5c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}+4\dfrac{|1-b+4c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}} \Leftrightarrow d(B;(P))\le 6\sqrt{2}+4\dfrac{|1-b+4c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}$

$\overset{\text{Cosi-Svac}}{\Leftrightarrow} d(B;(P))\le 6\sqrt{2}+4\dfrac{\sqrt{(1+1+16)\left(1+b^2+c^2\right)}}{\sqrt{1+b^2+c^2}} \Leftrightarrow d(B;(P))\le 18\sqrt{2}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}1=-b=\dfrac{c}{4}\\ \dfrac{|5-11b+5c|}{\sqrt{1+b^2+c^2}}=6\sqrt{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=-1\\ c=4\\ d=0\end{cases}$

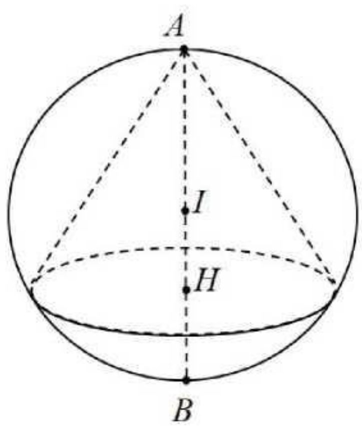
Vậy $P_{\max}=18\sqrt{2}$ khi $b+c+d=3$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB. Mặt phẳng (P) vuông góc với AB tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H có thể tích lớn nhất, biết rằng $(P): 2x+by+cz+d=0$ với $b,c,d\in\mathbb{R}$. Tính $S=b+c+d$.

A. $S=24$. **B.** $S=-18$. **C.** $S=-12$. **D.** $S=18$.

Lời giải

Chọn B



(S) là mặt cầu đường kính AB có tâm $I(4;\ 3;\ 4)$ và bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{4^2+4^2+2^2}}{2}=3$.

Dễ thấy H nằm ngoài đoạn IA thì thể tích khối nón sẽ lớn hơn khi thấy H nằm trong đoạn IA.

$IH=x\,(0<x<3)$, bán kính mặt nón đỉnh A là $r=\sqrt{R^2-IH^2}=\sqrt{9-x^2}$.

Thể tích khối nón là $V=\dfrac{1}{3}AH.\pi.r^2=\dfrac{1}{3}\pi\left(3+x\right)\left(9-x^2\right)=\dfrac{\pi}{3}\left(-x^3-3x^2+9x+27\right)=f\left(x\right)$.

Xét $f(x)=\dfrac{\pi}{3}\left(-x^3-3x^2+9x+27\right)$ trên khoảng $\left(0;3\right)$

có $f'\left(x\right)=\dfrac{\pi}{3}\left(-3x^2-6x+9\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$

x	0		1		3
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗		↘	

Bảng biến thiên của $f(x)$ trên khoảng $\left(0;3\right)$:

Thể tích khối nón lớn nhất khi $IH=x=1$, mặt phẳng (P) vuông góc với AB tại H nhận $\overrightarrow{AB}=\left(4;\ 4;\ 2\right)$ làm véctơ pháp tuyến nên phương trình mp (P) có dạng $2x+2y+z+d=0$

$IH=x=1=d(I,(P))=\dfrac{\left|2.4+2.3+4+d\right|}{\sqrt{4+4+1}}=\dfrac{\left|18+d\right|}{3}\Leftrightarrow\left|18+d\right|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=21\\d=-15\end{array}\right.$

Với $d=-15$ thì mp $(P):2x+2y+z-15=0$, hai điểm A, I nằm khác phía (P) nên loại.

Với $d=21$ thì mp $(P):2x+2y+z-21=0$, hai điểm A, I nằm cùng phía (P) thỏa mãn nên

ta có $\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\c=1\\d=-21\end{cases}\Rightarrow b+c+d=-18.$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;1;1)$, $B(2;0;2)$; $C(-1;-1;0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB,AC,AD lần lượt lấy các điểm phẳng B',C',D' sao cho $\dfrac{AB}{AB'}+\dfrac{AC}{AC'}+\dfrac{AD}{AD'}=4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $16x+40y-44z+39=0$.
B. $16x+40y+44z-39=0$.
C. $16x-40y-44z+39=0$.
D. $16x-40y-44z-39=0$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng bất đẳng thức *Cauchy* ba số ta có: $4=\dfrac{AB}{AB'}+\dfrac{AC}{AC'}+\dfrac{AD}{AD'}\geq 3\sqrt[3]{\dfrac{AB.AC.AD}{AB'.AC'.AD'}}$

$\Rightarrow\dfrac{AB'.AC'.AD'}{AB.AC.AD}\geq\dfrac{27}{64}\Rightarrow\dfrac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}}=\dfrac{AB'.AC'.AD'}{AB.AC.AD}\geq\dfrac{27}{64}\Rightarrow V_{AB'C'D'}\geq\dfrac{27}{64}V_{ABCD}$

Để $V_{AB'C'D'}$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $\dfrac{AB'}{AB}=\dfrac{AC'}{AC}=\dfrac{AD'}{AD}=\dfrac{3}{4}\Rightarrow\overrightarrow{AB'}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AB}\Rightarrow B'\left(\dfrac{7}{4};\dfrac{1}{4};\dfrac{7}{4}\right)$

Lúc đó mặt phẳng $\left(B'C'D'\right)$ song song với mặt phẳng $\left(BCD\right)$ và đi qua $B'\left(\dfrac{7}{4};\dfrac{1}{4};\dfrac{7}{4}\right)$

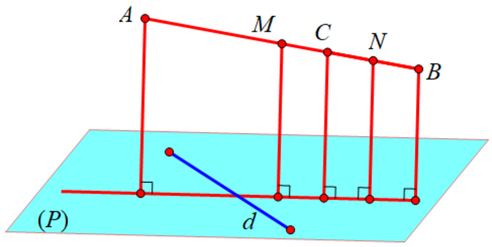
Ta có: $\overrightarrow{BC}=(-3;-1;-2);\overrightarrow{BD}=(-2;3;2)\Rightarrow\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(4;10;-11)$

Câu 29: Phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ qua $B'\left(\frac{7}{4};\frac{1}{4};\frac{7}{4}\right)$ có vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BD}\right]=(4;10;-11)$ là $16x+40y-44z+39=0$ .Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;1;0),B(4;4;-3),C(2;3;-2)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{1-y}{2}=\frac{z-1}{-1}$. Gọi $(P):ax+by-6z+c=0$ là mặt phẳng chứa d sao cho A,B,C ở cùng phía đối với mặt phẳng (P) và biểu thức $h=d_1+2d_2+3d_3$ đạt giá trị lớn nhất, với d_1,d_2,d_3 lần lượt là khoảng cách từ A,B,C đến (P). Tính tổng $T=a+b+2c$?

A. $T=6$. **B.** $T=8$. **C.** $T=1$. **D.** $T=12$.

Lời giải

Chọn A



Đường thẳng d nhận $\vec{u}=(1;-2;-1)$ làm vectơ chỉ phương và đi qua điểm $I(1;1;1)$.

Ta có $AB=3\sqrt{6};BC=\sqrt{6},AC=2\sqrt{6}\Rightarrow AC+CB=AB$, tức là C nằm trên đoạn thẳng AB sao cho $AC=2CB$.

Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,BC. Khi đó C là trung điểm của MN.

$h=d_1+2d_2+3d_3=(d_1+d_2)+(d_2+d_3)+2d_3=2d(M,(P))+2d(N,(P))+2d_3$

$=4d_3+2d_3=6d_3=6d(C,(P))\le 6(C,d)$

Dấu đẳng thức xảy ra khi hình chiếu H của C lên d cũng là hình chiếu của C lên (P).

Gọi $H\in d\Rightarrow H(1+t;1-2t;1-t)$ và ta có:

$\overrightarrow{CH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 1(t-1)-2(-2t-2)-(3-t)=0\Leftrightarrow t=0\Rightarrow H(1;1;1),\overrightarrow{CH}=(-1;-2;3)$.

Khi đó mặt phẳng (P) đi qua $H(1;1;1)$ và nhận $\overrightarrow{CH}=(-1;-2;3)$ làm vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) nên $(P):-(x-1)-2(y-1)+3(z-1)=0\Leftrightarrow x+2y-3z=0$.

Đối chiếu giả thiết $(P):ax+by-6z+c=0$ ta suy ra $a=2;b=4;c=0$.

Vậy $T=a+b+2c=6$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-2)^2+(z+3)^2=24$ cắt mặt phẳng $(\alpha):x+y=0$ theo giao tuyến là đường tròn (C). Tìm hoành độ của điểm M thuộc đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(6;-10;3)$ lớn nhất.

A. -1. **B.** -4. **C.** 2. **D.** -5.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Mặt cầu (S) có tâm $I(0;2;-3)$.

Gọi A' là hình chiếu của A trên mặt phẳng (α)

Ptđt $\left(AA'\right):\begin{cases} x=6+t \\ y=-10+t \\ z=3 \end{cases}$

Ta có $A'=AA'\cap\left(\alpha\right)$

$\Rightarrow 6+t-10+t=0\Rightarrow t=2\Rightarrow A'\left(8;-8;3\right)$

Gọi I' là hình chiếu của I trên mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ suy ra I' là tâm của đường tròn $\left(C\right)$

Làm tương tự như cách tìm tọa độ A', ta có $I'\left(-1;1-3\right)$

Ta có $AM^2=AA'^2+A'M^2$ vì AA' không đổi nên AM lớn nhất khi $A'M$ lớn nhất, từ đó suy ra A',M,I' thẳng hàng và I' nằm giữa A' và M.

Ta có

$I'I=\sqrt{2};A'I'=3\sqrt{22}$

$R_{(C)}=\sqrt{22}$

$\Rightarrow A'M=4\sqrt{22}$

Vậy

$$\overrightarrow{A'M}=\frac{4}{3}\overrightarrow{A'I'}\Leftrightarrow\begin{cases} x_M-x_{A'}=\frac{4}{3}\left(x_I-x_{A'}\right) \\ y_M-y_{A'}=\frac{4}{3}\left(y_I-y_{A'}\right) \\ z_M-z_{A'}=\frac{4}{3}\left(z_I-z_{A'}\right) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x_M=-4 \\ y_M=4 \\ z_M=-5 \end{cases}$$

Câu 31: Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho mặt phẳng $\left(P\right):x-y+z-4=0$ và hai điểm $A\left(-2;2;4\right),B\left(2;6;6\right)$. Gọi *M* là điểm di động trên (*P*) sao cho tam giác *MAB* vuông tại *M*. Gọi *a*,*b* lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của độ dài *OM*. Giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng

A. $4\sqrt{61}$. **B.** 104. **C.** 122. **D.** $4\sqrt{52}$.

Lời giải

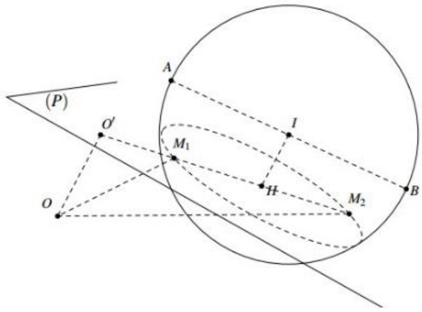
Chọn B

Có $\begin{cases} AMB=90^0 \\ M\in(P) \end{cases}\Rightarrow M\in(C)=(P)\cap(S)$ với $(S):x^2+(y-4)^2+(z-5)^2=9$ là mặt cầu đường kính AB có tâm $I\left(0;4;5\right)$.

Tâm của đường tròn (*C*) là hình chiếu vuông góc *H* của *I* lên mặt phẳng (*P*).

Toạ độ điểm *H* là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-y+z-4=0 \\ \frac{x-0}{1}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-5}{1} \end{cases}\Rightarrow H(1;3;6)$.

Bán kính của đường tròn (*C*) là $r=\sqrt{R^2-d^2(I,(P))}=\sqrt{9-3}=\sqrt{6}$.



Điểm O' là hình chiếu vuông góc của O lên (P) có toạ độ là nghiệm hệ

$$\begin{cases} x-y+z-4=0 \\ \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{1} \end{cases} \Rightarrow O'\left(\dfrac{4}{3};-\dfrac{4}{3};\dfrac{4}{3}\right).$$

Khi đó theo pitago có $OM^2=OO'^2+O'M^2=\dfrac{16}{3}+O'M^2$

Và $HO'-r\le O'M\le HO'+r \Rightarrow O'M\in\left[\dfrac{\sqrt{366}}{3}-\sqrt{6};\dfrac{\sqrt{366}}{3}+\sqrt{6}\right].$

Do đó $a^2+b^2=\left[\dfrac{16}{3}+\left(\dfrac{\sqrt{366}}{3}-\sqrt{6}\right)^2\right]+\left[\dfrac{16}{3}+\left(\dfrac{\sqrt{366}}{3}+\sqrt{6}\right)^2\right]=104.$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ có bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ có bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu (S_1), (S_2). Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P). Giá trị $M+m$ bằng

A. $\sqrt{15}$. **B.** $8\sqrt{3}$. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Giả sử (P) tiếp xúc với (S_1), (S_2) lần lượt tại A và B.

Gọi $IJ\cap(P)=M$. Do $\dfrac{IA}{JB}=\dfrac{MI}{MJ}=2$ nên J là trung điểm của IM. Suy ra $M(2;1;9)$.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ với $a^2+b^2+c^2\ne 0$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Ta có: $(P): a(x-2)+b(y-1)+c(z-9)=0$.

Và: $\begin{cases} d(I,(P))=R_1 \\ d(J,(P))=R_2 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a^2+b^2=3c^2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{a}{c}\right)^2+\left(\dfrac{b}{c}\right)^2=3\ (1).$

Ta có: $d(O,(P))=\dfrac{|2a+b+9c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|2a+b+9c|}{2|c|}=\dfrac{1}{2}\left|\dfrac{2a}{c}+\dfrac{b}{c}+9\right|.$

Đặt $t=\dfrac{2a}{c}+\dfrac{b}{c}\Leftrightarrow \dfrac{b}{c}=t-\dfrac{2a}{c}$. Ta có: $d(O,(P))=\dfrac{1}{2}|t+9|.$

Thay $\dfrac{b}{c}=t-\dfrac{2a}{c}$ vào (1), ta được $\left(\dfrac{a}{c}\right)^2+\left(t-\dfrac{2a}{c}\right)^2=3\Leftrightarrow 5\left(\dfrac{a}{c}\right)^2-4.\dfrac{a}{c}.t+t^2-3=0$.

Để phương trình có nghiệm với ẩn $\dfrac{a}{c}$ thì $4t^2-5t^2+15\geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{15}\leq t\leq \sqrt{15}$

$\Leftrightarrow 0<9-\sqrt{15}\leq t+9\leq 9+\sqrt{15} \Rightarrow \dfrac{9-\sqrt{15}}{2}\leq d\left(O,(P)\right)\leq \dfrac{9+\sqrt{15}}{2}$.

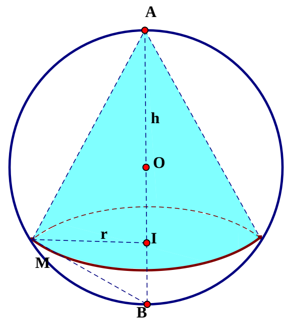
$\Rightarrow M=\dfrac{9+\sqrt{15}}{2}$ và $m=\dfrac{9-\sqrt{15}}{2}$.

Vậy $M+m=9$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\ 2;1;3$ và $B\ 6;5;5$. Xét khối nón N có đỉnh A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi N có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của N có dạng $2x+by+cz+d=0$. Giá trị của $b+c+d$ bằng

A. -21. **B.** -12. **C.** -18. **D.** -15.

Lời giải



Chọn C

Đặt tâm đường tròn đáy I; tâm mặt cầu là O; R là bán kính của mặt cầu (S) đường kính AB. Mặt phẳng cần tìm là (P). Dễ thấy $AB\perp(P)$. Lấy M là điểm tùy ý thuộc đường tròn đáy của hình nón.

Dễ thấy tam giác ABM vuông tại M và

$IM^2=IA.IB \Leftrightarrow r^2=h(AB-h)\left(0<h<AB\right)$.

Thể tích của khối nón là:

$V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi h^2(AB-h)=\dfrac{1}{6}\pi h^2(2AB-2h)\leq\dfrac{1}{6}\pi\dfrac{(h+h+2AB-2h)^3}{27}=\dfrac{8\pi AB^3}{162}$.

Vậy: $maxV=\dfrac{8\pi AB^3}{162}$ khi $h=h=2AB-2h\Leftrightarrow h=\dfrac{2}{3}AB\Rightarrow IA=\dfrac{2}{3}AB$

$\Rightarrow IA=2IB\Leftrightarrow \overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{O}\Leftrightarrow I\left(\dfrac{14}{3};\dfrac{11}{3};\dfrac{13}{3}\right)$.

Lúc này (P) đi qua $I\left(\dfrac{14}{3};\dfrac{11}{3};\dfrac{13}{3}\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(2;2;1)$ có phương trình

$P\ :2x+2y+z-21=0$.

Câu 34: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$ với $a\geq 4,b\geq 5,c\geq 6$ và mặt cầu (S) có bán kính bằng $\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$ ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$. Khi tổng $OA+OB+OC$ đạt giá trị nhỏ nhất thì mặt phẳng (α) đi qua tâm I của mặt cầu (S) và song song với mặt phẳng (OAB) có dạng $mx+ny+pz+q=0$ **(với** $m,n,p,q\in\mathbb{Z};\dfrac{q}{p}$ **là phân số tối giản).**

Giá trị $T=m+n+p+q$ bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** 5. **D.** -5.

Lời giải

Chọn D

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$ là $R=\dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}=\dfrac{3\sqrt{10}}{2}\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2=90.$

Ta có

$P=OA+OB+OC=a+b+c$. Đặt $x=a-4\ge 0, y=b-5\ge 0, z=c-6\ge 0.$

Khi đó

$$a^2+b^2+c^2=(x+4)^2+(y+5)^2+(z+6)^2=x^2+y^2+z^2+8x+10y+12z+77=90.$$

$$\Rightarrow x^2+y^2+z^2+8x+10y+12z=13.$$

$T=(x+y+z)^2+12(x+y+z)=x^2+y^2+z^2+8x+10y+12z+2(xy+yz+zx+2x+y).$

Vì $x^2+y^2+z^2+8x+10y+12z=13$ và $x,y,z\ge 0$ nên $(x+y+z)^2+12(x+y+z)-13\ge 0.$

$\Leftrightarrow x+y+z\ge 1\Leftrightarrow a-4+b-5+c-7\ge 1\Leftrightarrow a+b+c\ge 16\Rightarrow \{OA+OB+OC\}_{\min}=16.$

Dấu " = " xảy ra khi và chỉ khi $a=4, b=5, c=7$.

Suy ra, $A(4;0;0), B(0;5;0), C(0;0;7)$.

Gọi mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

Vì $A(4;0;0), B(0;5;0), C(0;0;7), O(0;0;0)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases}16-8a+d=0\\25-10b+d=0\\47-14z+d=0\\d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=\dfrac{5}{2}\\c=\dfrac{7}{2}\\d=0\end{cases}$$

Tâm của mặt cầu (S) là $I\left(2;\dfrac{5}{2};\dfrac{7}{2}\right)$.

Mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng $(OAB)\equiv(Oxy): z=0\Rightarrow(\alpha): z+e=0$.

Vì $I\left(2;\dfrac{5}{2};\dfrac{7}{2}\right)$ thuộc (α) nên $\dfrac{7}{2}+e=0\Leftrightarrow e=-\dfrac{7}{2}$

Suy ra, $2z-7=0\Rightarrow m=0; n=0; p=2; q=-7$.

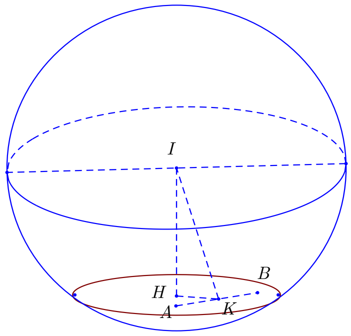
T= m + n + p + q = -5

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$ và các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$. Xét khối nón (N) có đỉnh là tâm của mặt cầu (S), đường tròn đáy là thiết diện của mặt phẳng (P) với mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B sao cho thể tích của khối nón (N) là lớn nhất. Khi viết phương trình (P) dưới dạng $(P): ax+by+cz+3=0$. Tính $T=a+b+c$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B



Mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ bán kính là $R=4$.

Ta có A, B nằm trong mặt cầu. Gọi K là hình chiếu của I trên AB và H là hình chiếu của I lên thiết diện.

Ta có diện tích thiết diện bằng $S=\pi r^2=\pi\left(R^2-IH^2\right)$. Do đó thể tích khối nón (N) lớn nhất khi diện tích thiết diện nhỏ nhất hay IH lớn nhất. Mà $IH \le IK$ suy ra (P) qua A,B và vuông góc với IK.

Ta có $IA=IB=\sqrt{5}$ suy ra K là trung điểm của AB. Vậy $K(0;1;2)$ và $\overrightarrow{KI}=(1;1;1)$.

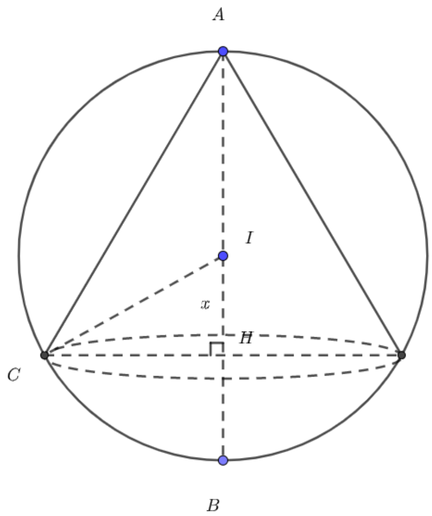
Vậy $(P):(x-1)+y+(z-2)=0 \Leftrightarrow -x-y-z+3=0$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;1)$ và $B(2;1;1)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng (P) chứa đường tròn đáy của (N) cách điểm $E(1;1;1)$ một khoảng là bao nhiêu?

A. $d=\frac{1}{2}$. **B.** $d=2$. **C.** $d=\frac{1}{3}$. **D.** $d=3$

Lời giải

Chọn A



Ta có: $\overrightarrow{AB}=(4;0;0)$ nên (P) có vtpt là $(1;0;0)$

$AB=4 \Rightarrow R=2$. Đặt x như hình vẽ

Khối nón (N) có $h=x+2$ và $r^2=HC^2=4-x^2$

$\Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi r^2.h=\frac{1}{3}\pi\left(4-x^2\right)(x+2)$ với $0\le x\le 2$

Khảo sát hàm số $y=\left(4-x^2\right)(x+2)$ với $0\le x\le 2$

Đạt max khi $x=\dfrac{2}{3}\Rightarrow IH=\dfrac{2}{3}\Rightarrow 3\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{IB}$ với $I(0;1;1)$

$\Rightarrow H\left(\dfrac{1}{2};1;1\right)\Rightarrow 1.\left(x-\dfrac{1}{2}\right)+0(y-1)+0(z-1)=0$

Câu 37: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;0)$, $B(0;0;-1)$ và mặt cầu $(S):x^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9$. Mặt phẳng $(P):x+ay-bz+c=0$ $(a>0)$ đi qua A, B cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho hình nón (N) đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Khi đó $2a+b-3c$ bằng

A. $-4+3\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 7. **D.** $4+3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;1)$, bán kính $R=3$.

Gọi h,r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy hình nón (N), H là tâm đường tròn đáy của (N)

Điều kiện mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) khi $0\le h<R\Rightarrow 0\le h<3$.

Ta có: $r^2=R^2-IH^2=9-h^2$

Thể tích khối nón (N): $V=\dfrac{1}{3}h.\pi r^2=\dfrac{1}{3}h.\pi.(9-h^2)=\dfrac{1}{3}\pi(9h-h^3)$

Xét hàm số $f(h)=\dfrac{1}{3}\pi(9h-h^3)$ với $0\le h<3$ ta suy ra V đạt giá trị lớn nhất khi $h=\sqrt{3}$.

Hay V đạt giá trị lớn nhất khi $d(I,(P))=\sqrt{3}\Leftrightarrow \dfrac{|a-b+c|}{\sqrt{a^2+b^2+1}}=\sqrt{3}$ (1).

Mặt khác $(P):x+ay-bz+c=0$ đi qua A, B nên ta có $\begin{cases}2+c=0\\ b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=2\\ c=-2\end{cases}$ (2).

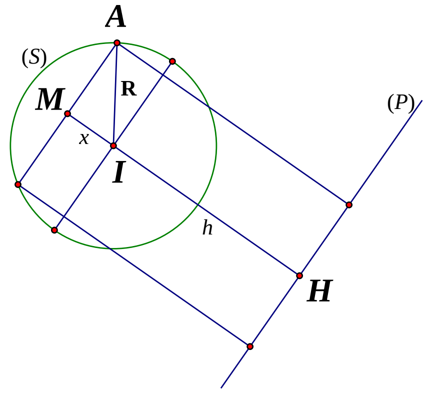
Thay (2) vào (1) ta được $|a-4|=\sqrt{3}.\sqrt{a^2+5}\Leftrightarrow 2a^2+8a-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\dfrac{-4-3\sqrt{2}}{2}\\ a=\dfrac{-4+3\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$

Câu 38: Cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+8y-12z+27=0$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z+17=0$. Một khối trụ (N) có một đường tròn đáy nằm trên mặt phẳng (P) và đường tròn đáy còn lại nằm trên mặt cầu. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy đi qua điểm nào sau đây?

A. $C(0;1;10)$. **B.** $D(0;0;8)$. **C.** $E(8;3;0)$. **D.** $F(2;0;8)$.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(0;-4;6)$ bán kính $R=5$. Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng (P) là $h=d(I,(P))=\dfrac{|1.0-1.(-4)+2.6+17|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=11$.

Giả sử đường tròn đáy của hình trụ nằm trên mặt cầu là (M,r) nằm trên mặt phẳng (Q). Suy ra $(P)\parallel(Q)$ và điểm I nằm giữa của hai mặt phẳng đó.

Đặt $IM=x,(0\le x<5)$ suy ra $r=\sqrt{R^2-x^2}=\sqrt{25-x^2}$ và chiều cao khối trụ là $x+h=x+11$. Do đó thể tích khối trụ là $V=\pi(25-x^2)(x+11)=\pi(-x^3-11x^2+25x+275)$.

Xét hàm số $f(x)=-x^3-11x^2+25x+275$ trên $[0;5]$ ta có $f'(x)=-3x^2-22x+25$. Vì $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-\dfrac{25}{3}\end{array}\right.$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất là $f(1)=288$ tại điểm $x_0=1$.

Mặt phẳng (Q) có dạng $2x-y+2z+D=0$. Vì $d(I,(Q))=1\Leftrightarrow\dfrac{|D+16|}{3}=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=-13\\D=-19\end{array}\right.$

Vì điểm I nằm giữa $(P),(Q)$ nên $(2.0-1.(-4)+2.6+17)(2.0-1.(-4)+2.6+D)<0$ $\Leftrightarrow 33.(16+D)<0\Leftrightarrow D<-16$

Vậy $(Q):2x-y+2z-19=0$ đi qua điểm $C(0;1;10)$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;0;1)$, $B(3;-2;0)$, $C(1;2;-5)$. Mặt phẳng $(\alpha):ax+by+cz-24=0$ qua C và $d(A,(\alpha))+2d(B,(\alpha))$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị của $P=a+4b^2+c$ là

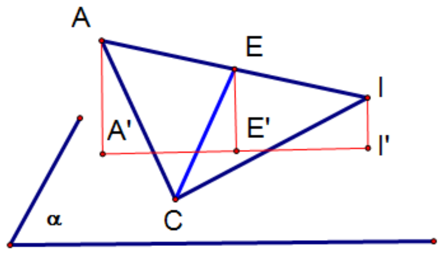
A. $P=21$. **B.** $P=23$. **C.** $P=24$. **D.** $P=20$.

Lời giải

Lấy điểm I sao cho B là trung điểm CI, suy ra $I(5;-6;5)$. Khi đó $2d(B,(\alpha))=d(I,(\alpha))$.

Ta có $d(A,(\alpha))+2d(B,(\alpha))=d(A,(\alpha))+d(I,(\alpha))$.

Trường hợp 1: A và I cùng phía so với (α). (A hoặc I có thể thuộc (α)).



Gọi E là trung điểm AI, suy ra $E(3;-3;3)$.

Ta có $d(A,(\alpha))+2d(B,(\alpha))=d(A,(\alpha))+d(I,(\alpha))=2d(E,(\alpha))\le 2EC=2\sqrt{93}$ nên $d(A,(\alpha))+2d(B,(\alpha))$ đạt giá trị lớn nhất bằng $2EC$ khi và chỉ khi C là hình chiếu vuông góc của E trên (α).

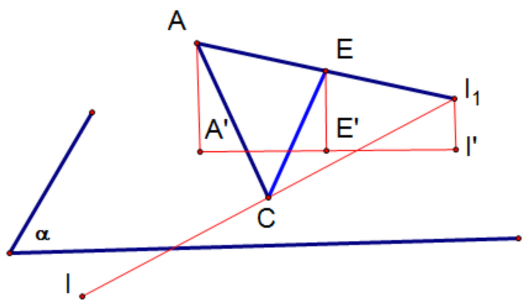
Khi đó, (α) qua C, nhận $\overrightarrow{CE}=(2;-5;8)$ là vectơ pháp tuyến.

$(\alpha):2(x-1)-5(y-2)+8(z+5)=0\Leftrightarrow 2x-5y+8z+48=0\Leftrightarrow -x+\frac{5}{2}y-4z-24=0$.

Thử lại, ta thấy A,I cùng phía so với (α).

Vậy $a=-1,b=\frac{5}{2},c=-4\Rightarrow P=a+4b^2+c=20$.

Trường hợp 2: A và I khác phía so với (α).



Gọi I_1 là điểm đối xứng của I qua điểm $C\Rightarrow I_1(-3;10;-15)$.

Gọi E là trung điểm của $AI_1\Rightarrow E(-1;5;-7)\Rightarrow CE=\sqrt{17}$. Ta có: $d(A,(\alpha))+2d(B,(\alpha))=d(A,(\alpha))+d(I_1,(\alpha))=2d(E,(\alpha))\le 2EC=2\sqrt{17}<2\sqrt{93}$

Trường hợp này không thỏa mãn.

KL: Vậy $a=-1,b=\frac{5}{2},c=-4\Rightarrow P=a+4b^2+c=20$.

DẠNG 13 Các bài toán liên quan đến góc

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x-y-z-2021=0$ và $(\beta): -3x+4y+5z+2021=0$. Góc giữa hai mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng

A. $150°$. **B.** $30°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y-z+2=0$, $(Q): 2x-y+z+1=0$. Góc giữa (P) và (Q) là

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 3x+4y-1=0$. Biết mặt phẳng (P) song song với trục Oy và tạo với trục Oz một góc 45^0, cosin góc tạo bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\sqrt{\frac{1}{13}}$. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{10}$. **D.** $\frac{2\sqrt{13}}{13}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-4=0$. Gọi góc tạo bởi (P) với trục Ox là φ. Giá trị của $\tan\varphi$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{6}}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{6}$. **D.** 5.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của α để tồn tại một mặt phẳng (Q) chứa d tạo với (P) một góc $\alpha°$.

A. 75. **B.** 76. **C.** 77. **D.** 74.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;2)$, $B(-1;1;3)$. Gọi mặt phẳng (P) đi qua A, B tạo với mặt phẳng $(Q): 2x-y-2z-2=0$ một góc có số đo nhỏ nhất. Khi đó khoảng cách từ $M(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P) là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+2x+4y+1=0$ và các điểm $A(-2;0;-2\sqrt{2}), B(-4;-4;0)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thuộc (S) và thỏa mãn $MA^2-OA^2+\overrightarrow{MO}\overrightarrow{MB}=4$ là đường tròn (C). Chu vi của (C) bằng

A. 5π. **B.** $\frac{3\sqrt{7}}{2}\pi$. **C.** 3π. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}\pi$.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 2x - y - z - 2021 = 0$ và $(\beta): -3x + 4y + 5z + 2021 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (α) và mặt phẳng (β) bằng

A. $150°$. **B.** $30°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{n_{(\alpha)}} = (2;-1;-1)$; $\overrightarrow{n_{(\beta)}} = (-3;4;5)$.

Nên $\cos((\alpha);(\beta)) = \left|\dfrac{2.(-3)+(-1).4+(-1).5}{\sqrt{4+1+1}.\sqrt{9+16+25}}\right| = \dfrac{15}{\sqrt{300}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow ((\alpha);(\beta)) = 30°$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 2 = 0$, $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$. Góc giữa (P) và (Q) là

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $120°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn D

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1;-2;-1)$ và (Q) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (2;-1;1)$.

Ta có $\cos((P),(Q)) = \dfrac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|} = \dfrac{|1.2+(-2).(-1)+(-1).1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-1)^2}.\sqrt{2^2+(-1)^2+1^2}} = \dfrac{1}{2}$.

Vậy $((P),(Q)) = 60°$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 3x + 4y - 1 = 0$. Biết mặt phẳng (P) song song với trục Oy và tạo với trục Oz một góc 45^0, cosin góc tạo bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\sqrt{\dfrac{1}{13}}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{10}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (a;b;c)$.

Do (P) song song với trục Oy nên $\vec{n} = (a;b;c)$ vuông góc với $\vec{j} = (0;1;0)$, dẫn đến $b = 0$ (1).

Mặt khác, (P) tạo với Oz một góc $45°$ nên $\dfrac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (2)

Kết hợp $(1),(2)$ thu được $2|c| = \sqrt{2(a^2+c^2)} \Leftrightarrow 2a^2 = 2c^2 \Leftrightarrow a = \pm c$

Vậy vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}(1;0;1)$ hoặc $\vec{n}(1;0;-1)$.

Khi đó cosin góc tạo bởi hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng :

$$\cos\alpha = \frac{|3.1+4.0+0.(\pm 1)|}{\sqrt{3^2+4^2}.\sqrt{1+1}} = \frac{3}{5\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{10}.$$

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z-4=0$. Gọi góc tạo bởi (P) với trục Ox là φ. Giá trị của $\tan\varphi$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{6}}$. **C.** $\frac{\sqrt{30}}{6}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;1)$.

Trục Ox có véc tơ đơn vị $\vec{i}=(1;0;0)$.

Khi đó: $\sin\varphi = \frac{|\vec{n}.\vec{i}|}{|\vec{n}|.|\vec{i}|} = \frac{1}{\sqrt{6}}$. Vì $0 \le \varphi \le 90^\circ$ nên $\cos\varphi = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$.

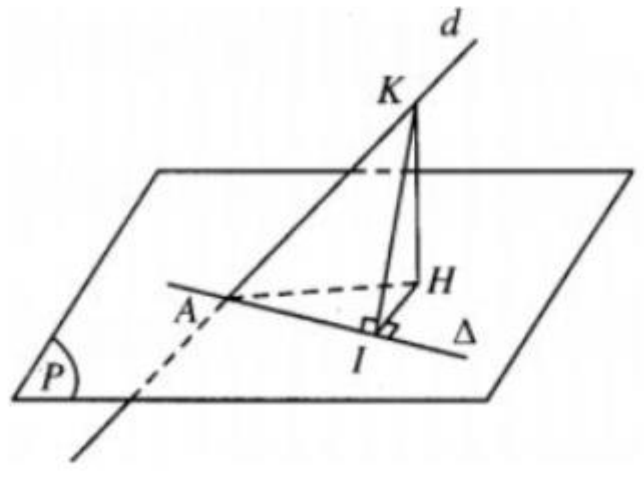
Vậy $\tan\varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của α để tồn tại một mặt phẳng (Q) chứa d tạo với (P) một góc α°.

A. 75. **B.** 76. **C.** 77. **D.** 74.

Lời giải

Chọn A



Gọi $A = d \cap (P), K$ là một điểm tùy ý trên $d, K \ne A$. Δ là giao tuyến của (P) *và* (Q). Gọi H *và* I lần lượt là hình chiếu của K trên (P) *và* Δ.

Gọi $\varphi = (d;(P)) = KAH$; *và* $\alpha = ((P);(Q)) = KIH$.

Ta có $KH \le KI \le KA$, lại có $\sin\alpha = \frac{KH}{KI}$ nên $\frac{KH}{KA} \le \sin\alpha = \frac{KH}{KI} \le \frac{KH}{KH} \Leftrightarrow \sin\varphi \le \sin\alpha \le 1$.

Mặt khác $\sin\varphi = \dfrac{\left|\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_P}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|.\left|\overrightarrow{n_P}\right|} = \dfrac{\sqrt{6}}{9}$ với $\overrightarrow{u_d}(2;1;-2)$ là VTCP của đường thẳng d và $\overrightarrow{n_P}(1;-2;1)$ là VTPT của mặt phẳng (P).

Do đó $\dfrac{\sqrt{6}}{9} \le \sin\alpha \le 1 \Leftrightarrow 15,8^\circ \le \alpha \le 90^\circ \overset{\alpha\in\mathbb{Z}}{\Rightarrow} \alpha \in \{16;17;...90\}$. Vậy có 75 số α thỏa mãn.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;2)$, $B(-1;1;3)$. Gọi mặt phẳng (P) đi qua A, B tạo với mặt phẳng $(Q): 2x-y-2z-2=0$ một góc có số đo nhỏ nhất. Khi đó khoảng cách từ $M(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P) là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $(P): ax+by+cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2>0$.

$A, B \in (P)$, ta được $\begin{cases} -a+b+3c+d=0 \\ -b+2c+d=0 \end{cases} (*) \Rightarrow a-2b-c=0 \Rightarrow c=a-2b$.

Gọi α là góc hợp bởi (P) và $(Q): 2x-y-2z-2=0$. Ta có

$$\cos\alpha = \frac{|2a-b-2c|}{3\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|2a-b-2(a-2b)|}{3\sqrt{a^2+b^2+(a-2b)^2}} = \frac{|2a-b-2a+4b|}{3\sqrt{2a^2-4ab+5b^2}} = \frac{|b|}{\sqrt{2(a-b)^2+3b^2}} \le \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Suy ra $\max(\cos\alpha) = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ khi và chỉ khi $a=b\ne 0 \Rightarrow c=-a$. Thay vào $(*)$ ta có $-3a+d=0 \Leftrightarrow d=3a$ nên $d(M,(P)) = \dfrac{|a+2b+3c+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \dfrac{|d|}{\sqrt{3a^2}} = \dfrac{|3a|}{\sqrt{3a^2}} = \sqrt{3}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+2x+4y+1=0$ và các điểm $A(-2;0;-2\sqrt{2}), B(-4;-4;0)$. Biết rằng tập hợp các điểm M thuộc (S) và thỏa mãn $MA^2-OA^2+\overrightarrow{MO}\overrightarrow{MB}=4$ là đường tròn (C). Chu vi của (C) bằng

A. 5π. **B.** $\dfrac{3\sqrt{7}}{2}\pi$. **C.** 3π. **D.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\pi$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): x^2+y^2+2x+4y+1=0$ có tâm $I(-1;-2;0)$, bán kính $R=2$.

Gọi $M(x;y;z)$ ta được $MA^2=(x+2)^2+y^2+\left(z+2\sqrt{2}\right)^2 = x^2+y^2+z^2+4x+4\sqrt{2}z+12$.

và $\begin{cases} \overrightarrow{MO}=(-x;-y;-z) \\ \overrightarrow{MB}=(-4-x;-4-y;-z) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{MO}.\overrightarrow{MB} = x^2+y^2+z^2+4x+4y$.

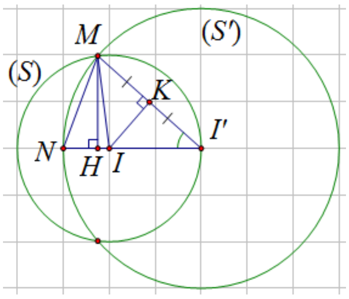
Ta có $MA^2-OA^2+\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{MB}=4 \Leftrightarrow 2x^2+2y^2+2z^2+8x+4y+4\sqrt{2}z-4=0$.

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2+4x+2y+2\sqrt{2}z-2=0$.

Suy ra M thuộc mặt cầu (S') tâm $I'\left(-2;-1;-\sqrt{2}\right)$, bán kính $R'=3$.

Nên $M\in(S)\cap(S')$ là đường tròn (C) có tâm H là hình chiếu của M lên II'.

Vì $II'=2$ nên $I'\in(S)$.



Gọi K là trung điểm của $I'M$ ta có $IK=\sqrt{2^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{7}}{2}$.

Mà $\sin MI'I=\frac{MH}{I'M}=\frac{IK}{II'}$ suy ra $MH=\frac{I'M.IK}{II'}=\frac{3\sqrt{7}}{4}$.

Vậy bán kính của đường tròn (C) là $r=MH=\frac{3\sqrt{7}}{4}$.

Suy ra chu vi của (C) là: $\frac{3\sqrt{7}}{2}\pi$

DẠNG 14 Phương trình mặt phẳng trong đề thí của BGD&ĐT

I. PHẦN ĐỀ BÀI

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$.Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $x+2y+2z-11=0$. **B.** $x+2y+2z-2=0$.
C. $x+2y+4z-4=0$. **D.** $x+2y+4z-17=0$.

Câu 2: Trong không gian, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x+y+2z-11=0$. **B.** $2x+y+2z-2=0$. **C.** $2x+y+4z-4=0$. **D.** $2x+y+4z-17=0$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x+y+2z-17=0$. **B.** $3x+y+2z-3=0$.
C. $5x+y+2z-5=0$. **D.** $5x+y+2z-25=0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-2;2)$, đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+2y-2z+5=0$. **B.** $3x-2y+2z-17=0$.
C. $3x-2y+2z+17=0$. **D.** $x+2y-2z-5=0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{1}$. Mặt phẳng qua M và vuông góc với d có phương trình

A. $2x+3y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-9=0$.
C. $2x+3y+z+3=0$. **D.** $2x-y+2z+9=0$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+2y-3z-9=0$. **B.** $x+y-2z-6=0$.
C. $x+2y-3z+9=0$. **D.** $x+y-2z+6=0$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $3x+2y-z+1=0$. **B.** $2x-2y+3z-17=0$.
C. $3x+2y-z-1=0$. **D.** $2x-2y+3z+17=0$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $3x+y-z-7=0$. **B.** $x+4y-2z+6=0$. **C.** $x+4y-2z-6=0$. **D.** $3x+y-z+7=0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x+2y+z+3=0.$ **B.** $x-2y-z=0.$

C. $2x+2y+z-3=0.$ **D.** $x-2y-z-2=0.$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $3x-y-z=0$ **B.** $3x+y+z-6=0$ **C.** $3x-y-z+1=0$ **D.** $6x-2y-2z-1=0$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$?

A. $3x-2y+z+12=0$ **B.** $3x+2y+z-8=0$

C. $3x-2y+z-12=0$ **D.** $x-2y+3z+3=0$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$) và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+y+2z-3=0$ **B.** $x+y+2z-6=0$

C. $x+3y+4z-7=0$ **D.** $x+3y+4z-26=0$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-2y+z+11=0$. **B.** $2x-y+3z-14=0$.

C. $3x-2y+z-11=0$. **D.** $2x-y+3z+14=0$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha):3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α)?

A. $(\alpha):3x+y-2z-14=0$. **B.** $(\alpha):3x-y+2z+6=0$.

C. $(\alpha):3x-y+2z-6=0$. **D.** $(\alpha):3x-y-2z+6=0$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P):x+2y+2z-10=0$ và mặt phẳng $(Q):x+2y+2z-3=0$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{7}{3}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d=\dfrac{5}{9}$ **B.** $d=\dfrac{5}{29}$ **C.** $d=\dfrac{5}{\sqrt{29}}$ **D.** $d=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

A. $x+y-3z-8=0$ **B.** $x-y-3z+3=0$

C. $x+y+3z-9=0$ **D.** $x+y-3z+3=0$

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $2x+y-2z+9=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$.

C. $3x-2y+z+2=0$. **D.** $3x-2y+z-2=0$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$, $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $6x-2y-2z-1=0$. **B.** $3x+y+z-6=0$. **C.** $x+y+2z-6=0$. **D.** $3x-y-z=0$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-3z-17=0$. **B.** $4x+3y-z-26=0$.

C. $2x+2y-3z+17=0$. **D.** $2x+2y+3z-11=0$.

Câu 21: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(-1;2;0),B(3;0;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $2x-y+z-2=0$. **C.** $x+y+z-3=0$. **D.** $2x-y+z+2=0$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y-z+5=0$. **B.** $2x-y-z-5=0$.

C. $x+y+2z-3=0$. **D.** $3x+2y-z-14=0$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x-3y-z+8=0$ **B.** $3x-y+3z-13=0$

C. $2x-3y-z-20=0$ **D.** $3x-y+3z-25=0$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P):2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

A. $2x+y+3z-9=0$ **B.** $2x-y+3z+11=0$ **C.** $2x-y-3z+11=0$ **D.** $2x-y+3z-11=0$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x-y-z-6=0$ **B.** $3x-y-z+6=0$ **C.** $x+3y+z-5=0$ **D.** $x+3y+z-6=0$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(2;1;0)$. **C.** $(0;1;-1)$. **D.** $(2;0;-1)$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và, đồng thời vuông góc với d_2.

A. $2x-y+2z+22=0$ **B.** $2x-y+2z+13=0$

C. $2x-y+2z-13=0$ **D.** $2x+y+2z-22=0$

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$

A. $P:2x-2z+1=0$ **B.** $P:2y-2z+1=0$

C. $P:2x-2y+1=0$ **D.** $P:2y-2z-1=0$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và, đồng thời vuông góc với d_2.

A. $2x-y+2z+22=0$ **B.** $2x-y+2z+13=0$

C. $2x-y+2z-13=0$ **D.** $2x+y+2z-22=0$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$

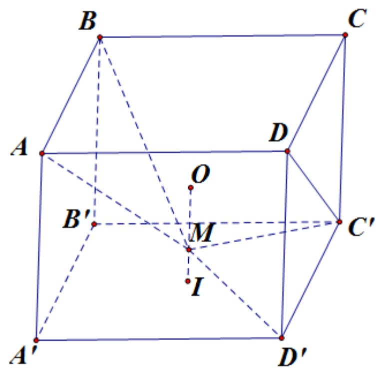
A. $P\ : 2x-2z+1=0$ **B.** $P\ : 2y-2z+1=0$

C. $P\ : 2x-2y+1=0$ **D.** $P\ : 2y-2z-1=0$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$?

A. 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 8

Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO=2MI$. Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng



A. $\dfrac{6\sqrt{13}}{65}$. **B.** $\dfrac{7\sqrt{85}}{85}$. **C.** $\dfrac{17\sqrt{13}}{65}$. **D.** $\dfrac{6\sqrt{85}}{85}$

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$ và hai đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$; $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S), song song với d và Δ?

A. $x+z+1=0$ **B.** $x+y+1=0$ **C.** $y+z+3=0$ **D.** $x+z-1=0$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-8=0$. Xét điểm M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

A. 135. **B.** 105. **C.** 108. **D.** 145.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6), B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng $(P): ax+by+cz-2=0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=3$. **B.** $T=5$. **C.** $T=2$. **D.** $T=4$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-2y-z-4=0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc mặt phẳng (P) tại điểm H. Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(-1;4;4)$. **B.** $H(-3;0;-2)$. **C.** $H(3;0;2)$. **D.** $H(1;-1;0)$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$, $B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M, N thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=1$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** $\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{61}$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;-4)$, $B(-2;1;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=2$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $3\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{53}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x+by+cz+d=0$. Giá trị của $b+c+d$ bằng

A. -21. **B.** -12. **C.** -18. **D.** -15.

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$.Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là:

A. $x+2y+2z-11=0$. **B.** $x+2y+2z-2=0$.

C. $x+2y+4z-4=0$. **D.** $x+2y+4z-17=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB là (P). Suy ra một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{AB}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

$x+2y+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-2=0$..

Câu 2: Trong không gian, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(2;1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x+y+2z-11=0$. **B.** $2x+y+2z-2=0$. **C.** $2x+y+4z-4=0$. **D.** $2x+y+4z-17=0$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng đi qua $A(0;0;1)$ và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(2;1;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình là: $2(x-0)+(y-0)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y+2z-2=0$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(4;1;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x+y+2z-17=0$. **B.** $3x+y+2z-3=0$.

C. $5x+y+2z-5=0$. **D.** $5x+y+2z-25=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;1;2) \Rightarrow \overrightarrow{n_{(P)}}=(3;1;2)$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB là $3(x-1)+y+2z=0 \Leftrightarrow 3x+y+2z-3=0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-2;2)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+2y-2z+5=0$. **B.** $3x-2y+2z-17=0$.

C. $3x-2y+2z+17=0$. **D.** $x+2y-2z-5=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(3;-2;2)$ và vuông góc với $d:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{-2}$.

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(1;2;-2)$.

$(\alpha)\perp d$ nên vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}=(1;2;-2)$.

Phương trình mặt phẳng (α) là:

$1(x-3)+2(y+2)-2(z-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-2z+5=0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$. Mặt phẳng qua M và vuông góc với d có phương trình

A. $2x+3y+z-3=0$. **B.** $2x-y+2z-9=0$.

C. $2x+3y+z+3=0$. **D.** $2x-y+2z+9=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (α) qua M và vuông góc với đường thẳng d nên có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;3;1)$

Vậy mặt phẳng (α) có phương trình là:

$2(x-2)+3(y+1)+1(z-2)=0 \Leftrightarrow 2x+3y+z-3=0$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $x+2y-3z-9=0$. **B.** $x+y-2z-6=0$.

C. $x+2y-3z+9=0$. **D.** $x+y-2z+6=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-3}$ có một véc tơ chỉ phương $\vec{u}(1;2;-3)$.

Mặt phẳng (α) vuông góc với d có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=\vec{u}(1;2;-3)$.

Mặt phẳng (α) đi qua $M(1;1;-2)$, có một véc tơ pháp tuyến $\vec{n}(1;2;-3)$ phương trình là

$1.(x-1)+2.(y-1)-3.(z+2)=0$

$\Leftrightarrow x+2y-3z-9=0$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $3x+2y-z+1=0$. **B.** $2x-2y+3z-17=0$.

C. $3x+2y-z-1=0$. **D.** $2x-2y+3z+17=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi mặt phẳng (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d.

Ta có: $(P)\perp d \Rightarrow (P)$ nhận vectơ chỉ phương của d làm vectơ pháp tuyến.

$$\Rightarrow (P)\begin{cases}\text{qua}\, M(2;-2;3)\\ \text{cã vect¬ ph¸p tuyÕn}\ \overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{u_d}=(3;2;-1)\end{cases}.$$

$\Rightarrow (P): 3(x-2)+2(y+2)-(z-3)=0 \Leftrightarrow 3x+2y-z+1=0$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với Δ có phương trình là

A. $3x+y-z-7=0$. **B.** $x+4y-2z+6=0$. **C.** $x+4y-2z-6=0$. **D.** $3x+y-z+7=0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Dễ thấy $(P)\perp\Delta$ nên (P) sẽ nhận vtcp $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;4;-2)$ của Δ làm vtpt.

Vậy (P) đi qua M và có vecto pháp tuyến là $(1;4;-2)$ nên:

$(P): 1.(x-2)+4(y-1)-2(z-0)=0 \Rightarrow \boxed{(P): x+4y-2z-6=0}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ có phương trình là

A. $2x+2y+z+3=0$. **B.** $x-2y-z=0$.

C. $2x+2y+z-3=0$. **D.** $x-2y-z-2=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\vec{u}=(2;2;1)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $M(1;1;-1)$, nhận $\vec{u}=(2;2;1)$ làm vtpt nên có phương trình

$2(x-1)+2(y-1)+1(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+2y+z-3=0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $3x-y-z=0$ **B.** $3x+y+z-6=0$ **C.** $3x-y-z+1=0$ **D.** $6x-2y-2z-1=0$

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB

(α) đi qua $I(1;1;2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$ làm một VTPT.

$\Rightarrow (\alpha): -6(x-1)+2(y-1)+2(z-2)=0 \Rightarrow (\alpha): 3x-y-z=0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$?

A. $3x-2y+z+12=0$ **B.** $3x+2y+z-8=0$

C. $3x-2y+z-12=0$ **D.** $x-2y+3z+3=0$

Lời giải

Chọn C

(P) là mặt phẳng đi qua $M(3;-1;1)$ và vuông góc với $\Delta: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$

$\Rightarrow (P)$ là mặt phẳng đi qua $M(3;-1;1)$ và nhận $\overrightarrow{u_\Delta} = (3;-2;1)$ làm VTPT

$(P): 3(x-3)-2(y+1)+1(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-12=0$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$) và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+y+2z-3=0$ **B.** $x+y+2z-6=0$

C. $x+3y+4z-7=0$ **D.** $x+3y+4z-26=0$

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua $A(0;1;1)$ và nhận vecto $\overrightarrow{AB}=(1;1;2)$ là vectơ pháp tuyến

$(P): 1(x-0)+1(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-3=0$.

Câu 13: **(Đề TNTHPT 2020 - mã đề 103)** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-1;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $3x-2y+z+11=0$. **B.** $2x-y+3z-14=0$.

C. $3x-2y+z-11=0$. **D.** $2x-y+3z+14=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có, mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) có phương trình dạng

$(Q): 3x-2y+z+m=0 \ (m \neq 1)$.

Mà mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2;-1;3)$ nên $3.2-2.(-1)+3.1+m=0 \Leftrightarrow m=-11(t/m)$.

Vậy $(Q): 3x-2y+z-11=0$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x-y+2z+4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α)?

A. $(\alpha): 3x+y-2z-14=0$. **B.** $(\alpha): 3x-y+2z+6=0$.

C. $(\alpha): 3x-y+2z-6=0$. **D.** $(\alpha): 3x-y-2z+6=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(\alpha): 3x-y+2z+4=0$ suy ra $\vec{n}(3;-1;2)$ là một vecto pháp tuyến của mặt phẳng (α).

Vậy mặt phẳng đi qua điểm M và song song với (α) sẽ nhận $\vec{n}(3;-1;2)$ là một vecto phanps tuyến. Vậy phương trình của mặt phẳng đó là: $(\beta): 3(x-3)-1(y+1)+2(z+2)=0 \Leftrightarrow 3x-y+2z-6=0$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x+2y+2z-10=0$ và mặt phẳng $(Q): x+2y+2z-3=0$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{2}{2}\neq\frac{-10}{-3}$ nên $(P)//(Q)$. Ta có điểm $M(0;0;5)\in(P)$.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q) bằng $d((P),(Q))=d(M,(Q))$ $=\frac{|10-3|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}}=\frac{7}{3}$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x+4y+2z+4=0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P).

A. $d=\frac{5}{9}$ **B.** $d=\frac{5}{29}$ **C.** $d=\frac{5}{\sqrt{29}}$ **D.** $d=\frac{\sqrt{5}}{3}$

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách từ điểm A đến (P) là $d=\frac{|3.1+4.(-2)+2.3+4|}{\sqrt{3^2+4^2+2^2}}=\frac{5}{\sqrt{29}}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-1)$ và đi qua điểm $A(2;1;2)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với (S) tại A?

A. $x+y-3z-8=0$ **B.** $x-y-3z+3=0$

C. $x+y+3z-9=0$ **D.** $x+y-3z+3=0$

Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Khi đó, (P) tiếp xúc với (S) tại A khi chỉ khi (P) đi qua $A(2;1;2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{IA}=(-1;-1;3)$ làm vectơ pháp tuyến. Phương trình mặt phẳng (P) là $-x-y+3z-3=0\Leftrightarrow x+y-3z+3=0$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z+1=0$. Phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (P) là

A. $2x+y-2z+9=0$. **B.** $2x+y-2z-9=0$.

C. $3x-2y+z+2=0$. **D.** $3x-2y+z-2=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua M và song song với (P).

$(Q)//(P)\Rightarrow\vec{n}_{(Q)}=\vec{n}_{(P)}=(3;-2;1)$.

$(Q)\begin{cases}\text{qua } M(2;1;-2)\\ \text{VTPT } \vec{n}_{(Q)}=(3;-2;1)\end{cases}\Rightarrow(Q):3.(x-2)-2.(y-1)+1.(z+2)=0$.

$\Rightarrow(Q):3x-2y+z-2=0$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$, $B(-2;2;3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $6x-2y-2z-1=0$. **B.** $3x+y+z-6=0$. **C.** $x+y+2z-6=0$. **D.** $3x-y-z=0$.

Lời giải

Chọn D

$M(1;1;2)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB và $\overrightarrow{AB}=(-6;2;2)$.

Mặt phẳng (P) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB, có VTPT $\vec{n}=(3;-1;-1)$, đi qua điểm M là: $(P):3(x-1)-(y-1)-(z-2)=0 \Rightarrow (P):3x-y-z=0$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;2)$ và $B(6;5;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+2y-3z-17=0$. **B.** $4x+3y-z-26=0$.

C. $2x+2y-3z+17=0$. **D.** $2x+2y+3z-11=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm $I(4;3;-1)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(4;4;-6)=2(2;2;-3)$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Suy ra phương trình là $2x+2y-3z=17 \Leftrightarrow 2x+2y-3z-17=0$.

Câu 21: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(-1;2;0), B(3;0;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $2x+y+z-4=0$. **B.** $2x-y+z-2=0$. **C.** $x+y+z-3=0$. **D.** $2x-y+z+2=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi M là trung điểm của AB. Ta có $M(1;1;1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua M và nhận $\overrightarrow{AB}=(4;-2;2)$ hay $\vec{n}=(2;-1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$2(x-1)-(y-1)+z-1=0 \Leftrightarrow 2x-y+z-2=0$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;0)$ và $B(5;1;-2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x-y-z+5=0$. **B.** $2x-y-z-5=0$. **C.** $x+y+2z-3=0$. **D.** $3x+2y-z-14=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có tọa độ trung điểm I của AB là $I(3;2;-1)$ và $\overrightarrow{AB}=(4;-2;-2)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua I và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{AB}$ nên có phương trình là $4(x-3)-2(y-2)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x-y-z-5=0$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;-4;2)$ và $B(1;2;4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

A. $2x-3y-z+8=0$ **B.** $3x-y+3z-13=0$

C. $2x-3y-z-20=0$ **D.** $3x-y+3z-25=0$

Lời giải

Chọn C

$\overrightarrow{AB}=(-4;6;2)=-2(2;-3;-1)$

(P) đi qua $A(5;-4;2)$ nhận $\vec{n}=(2;-3;-1)$ làm VTPT

(P): $2x-3y-z-20=0$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P):2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

A. $2x+y+3z-9=0$ **B.** $2x-y+3z+11=0$ **C.** $2x-y-3z+11=0$ **D.** $2x-y+3z-11=0$

Lời giải

Chọn D

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng (P).

Do $(Q)//(P)$ nên phương trình của (Q) có dạng $2x-y+3z+d=0$ $(d\neq 2)$.

Do $A(2;-1;2)\in(Q)$ nên $2.2-(-1)+3.2+d=0 \Leftrightarrow d=-11$.

Vậy $(Q):2x-y+3z-11=0$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $3x-y-z-6=0$ **B.** $3x-y-z+6=0$ **C.** $x+3y+z-5=0$ **D.** $x+3y+z-6=0$

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{AB}(3;-1;-1)$. Do mặt phẳng (α) cần tìm vuông góc với AB nên (α) nhận $\overrightarrow{AB}(3;-1;-1)$ làm vtpt. Suy ra, phương trình mặt phẳng $(\alpha):3(x+1)-(y-2)-(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-y-z+6=0$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(2;1;0)$. **C.** $(0;1;-1)$. **D.** $(2;0;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là $(2;0;-1)$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.

C. $\dfrac{x+3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta nhận thấy đường thẳng Δ cần tìm và d , d' cùng thuộc mặt phẳng.

Ta có: Δ cách đều d,d' nên Δ nằm giữa d,d'.

Do đó: Gọi $A(2;-3;4)\in d; B(4;-1;0)\in d'$.

$\Rightarrow$ Trung điểm AB là $I(3;-2;2)$ sẽ thuộc đường thẳng Δ cần tìm.

Ta thế $I(3;-2;2)$ lần lượt vào các đáp án nhận thấy đáp án A thỏa.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \\ z=2 \end{cases}$, $d_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và, đồng thời vuông góc với d_2.

A. $2x-y+2z+22=0$ **B.** $2x-y+2z+13=0$

C. $2x-y+2z-13=0$ **D.** $2x+y+2z-22=0$

Lời giải

Chọn C

$A=d_1\cap(P)\Rightarrow$ Tọa độ A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \\ z=2 \\ 2x+2y-3z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+t \\ z=2 \\ 2+6t-4+2t-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-1 \\ z=2 \\ t=1 \end{cases} \Rightarrow A(4;-1;2)$$

đi qua A và vuông góc với d_2 $\Rightarrow$ đi qua A và nhận $\overrightarrow{u_{d_2}}=(2;-1;2)$ làm VTPT

$(Q): 2(x-4)-1(y+1)+2(z-2)=0$

$\Leftrightarrow 2x-y+2z-13=0$

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$

A. $P\ :2x-2z+1=0$ **B.** $P\ :2y-2z+1=0$

C. $P\ :2x-2y+1=0$ **D.** $P\ :2y-2z-1=0$

Lời giải

Chọn B

Ta có: d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ và có VTCP $\vec{u}_1=(-1;1;1)$

d_2 đi qua điểm $B(0;1;2)$ và có VTCP $\vec{u}_2=(2;-1;-1)$

Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên VTPT của (P) là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(0;1;-1)$

Khi đó (P) có dạng $y-z+D=0\Rightarrow$ loại đáp án A và C

Lại có (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M\left(0;\frac{1}{2};1\right)$ của AB

Do đó $(P): 2y-2z+1=0$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+3t\\y=-3+t\\z=4-2t\end{cases}$ và $d':\frac{x-4}{3}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng thuộc mặt phẳng chứa d và d', đồng thời cách đều hai đường thẳng đó.

A. $\frac{x-3}{3}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-2}{-2}$. **B.** $\frac{x+3}{3}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+2}{-2}$.

C. $\frac{x+3}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-2}$. **D.** $\frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{-2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta nhận thấy đường thẳng Δ cần tìm và d, d' cùng thuộc mặt phẳng.

Ta có: Δ cách đều d,d' nên Δ nằm giữa d,d'.

Do đó: Gọi $A(2;-3;4)\in d; B(4;-1;0)\in d'$.

$\Rightarrow$ Trung điểm AB là $I(3;-2;2)$ sẽ thuộc đường thẳng Δ cần tìm.

Ta thế $I(3;-2;2)$ lần lượt vào các đáp án nhận thấy đáp án A thỏa.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\end{cases}$, $d_2:\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y-3z=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua giao điểm của d_1 và, đồng thời vuông góc với d_2.

A. $2x-y+2z+22=0$ **B.** $2x-y+2z+13=0$

C. $2x-y+2z-13=0$ **D.** $2x+y+2z-22=0$

Lời giải

Chọn C

$A=d_1\cap(P)\Rightarrow$ Tọa độ A là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\\2x+2y-3z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\\z=2\\2+6t-4+2t-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=-1\\z=2\\t=1\end{cases}\Rightarrow A(4;-1;2)$$

đi qua A và vuông góc với d_2 $\Rightarrow$ đi qua A và nhận $\overrightarrow{u_{d_2}}=(2;-1;2)$ làm VTPT

$(Q): 2(x-4)-1(y+1)+2(z-2)=0$

$\Leftrightarrow 2x-y+2z-13=0$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$

A. $P\ :2x-2z+1=0$ **B.** $P\ :2y-2z+1=0$

C. $P\ :2x-2y+1=0$ **D.** $P\ :2y-2z-1=0$

Lời giải

Chọn B

Ta có: d_1 đi qua điểm $A(2;0;0)$ và có VTCP $\vec{u}_1=(-1;1;1)$

d_2 đi qua điểm $B(0;1;2)$ và có VTCP $\vec{u}_2=(2;-1;-1)$

Vì (P) song song với hai đường thẳng d_1 và d_2 nên VTPT của (P) là $\vec{n}=[\vec{u}_1,\vec{u}_2]=(0;1;-1)$

Khi đó (P) có dạng $y-z+D=0 \Rightarrow$ loại đáp án A và C

Lại có (P) cách đều d_1 và d_2 nên (P) đi qua trung điểm $M\left(0;\dfrac{1}{2};1\right)$ của AB

Do đó $(P):2y-2z+1=0$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox,y'Oy,z'Oz$ lần lượt tại các điểm A,B,C sao cho $OA=OB=OC\neq 0$?

A. 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 8

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox,y'Oy,z'Oz$ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c)$. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Theo bài mặt phẳng (P) đi qua $M(1;1;2)$ và $OA=OB=OC$ nên ta có hệ:

$\begin{cases}\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{c}=1 & (1)\\ |a|=|b|=|c| & (2)\end{cases}$. Ta có: $(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b=c\\ a=b=-c\\ a=c=-b\\ b=c=-a\end{array}\right.$

- Với $a=b=c$ thay vào (1) được $a=b=c=4$

- Với $a=b=-c$ thay vào (1) được $0=1$.

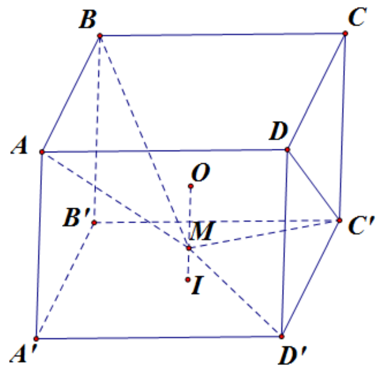
- Với $a=c=-b$ thay vào (1) được $a=c=-b=2$.

- Với $b=c=-a$ thay vào (1) được $b=c=-a=2$.

Vậy có ba mặt phẳng thỏa mãn bài toán là:

$(P_1):\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{4}+\dfrac{z}{4}=1;\ (P_2):\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{2}=1;\ (P_3):\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{2}=1$

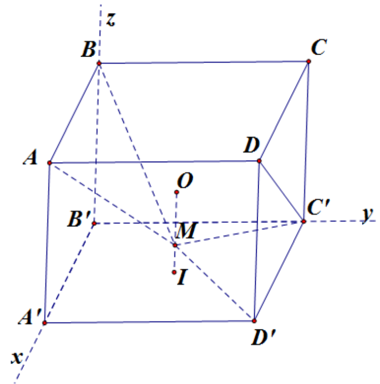
Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và điểm M thuộc đoạn OI sao cho $MO = 2MI$. Khi đó sin của góc tạo bởi hai mặt phẳng $(MC'D')$ và (MAB) bằng



A. $\frac{6\sqrt{13}}{65}$. **B.** $\frac{7\sqrt{85}}{85}$. **C.** $\frac{17\sqrt{13}}{65}$. **D.** $\frac{6\sqrt{85}}{85}$

Lời giải

Chọn D



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ, cạnh hình lập phương là 1, ta được tọa độ các điểm như sau : $M\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};\frac{1}{6}\right)$, $C'(0;1;0)$, $D'(1;1;0)$ và $A(1;0;1)$, $B(0;0;1)$.

Khi đó $\vec{n}_{(MC'D')} = (0;1;3)$; $\vec{n}_{(MAB)} = (0;5;3)$ nên $\cos\left((MAB),(MC'D')\right) = \frac{|5.1+3.3|}{\sqrt{5^2+3^2}.\sqrt{1^2+3^2}}$

$= \frac{7\sqrt{85}}{85}$. Suy ra $\sin\left((MAB),(MC'D')\right) = \sqrt{1-\left(\frac{7\sqrt{85}}{85}\right)^2} = \frac{6\sqrt{85}}{85}$.

Câu 35: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2$ và hai đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{-1}$; $\Delta:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt phẳng tiếp xúc với (S), song song với d và Δ?

A. $x+z+1=0$ **B.** $x+y+1=0$ **C.** $y+z+3=0$ **D.** $x+z-1=0$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1-2)$; $R=\sqrt{2}$.

Véctơ chỉ phương của d: $\vec{u}_d = (1;2;-1)$. Véctơ chỉ phương của Δ: $\vec{u}_\Delta = (1;1;-1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần viết phương trình.

Ta có $\left[\vec{u}_d,\vec{u}_\Delta\right]=(-1;0;-1)$ nên chọn một véctơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;0;1)$.

Mặt phẳng (P) có phương trình tổng quát dạng: $x+z+D=0$.

Do (P) tiếp xúc với (S) nên $d(I;(P))=R \Leftrightarrow \dfrac{|-1-2+D|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow |D-3|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} D=5 \\ D=1 \end{array}\right.$.

Chọn (P): $x+z+1=0$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-8=0$. Xét điểm M là điểm thay đổi thuộc (P), giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$ bằng

A. 135. **B.** 105. **C.** 108. **D.** 145.

Lời giải

Chọn A

+) Gọi I là điểm thỏa $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=0 \Rightarrow \begin{cases} x_I=\dfrac{2x_A+3x_B}{5} \\ y_I=\dfrac{2y_A+3y_B}{5} \\ z_I=\dfrac{2z_A+3z_B}{5} \end{cases} \Rightarrow I(-1;1;1)$.

Khi đó ta có

$2MA^2+3MB^2=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$=5MI^2+2IA^2+3IB^2+2\overrightarrow{MI}\left(2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}\right)=5MI^2+2IA^2+3IB^2$.

Mà $IA^2=27$ và $IB^2=12$. Suy ra $2MA^2+3MB^2=5MI^2+90$.

Suy ra $2MA^2+3MB^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I lên (P)

Ta có $MI=d(I,(P))=\dfrac{|2.(-1)-1+2.1-8|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}}=3$.

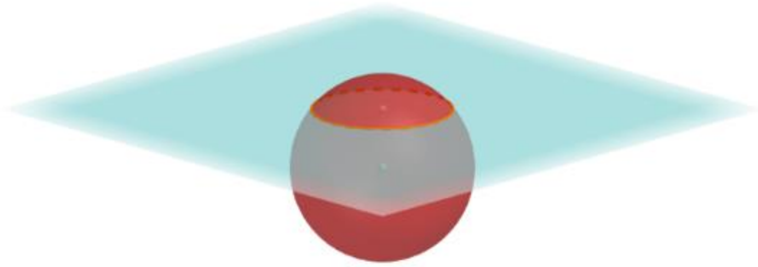
Vậy giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2=5.3^2+90=135$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;6), B(0;1;0)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$. Mặt phẳng $(P): ax+by+cz-2=0$ đi qua A,B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=3$. **B.** $T=5$. **C.** $T=2$. **D.** $T=4$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $A \in (P) \Rightarrow 3a - 2b + 6c - 2 = 0$,

$B \in (P) \Rightarrow b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow c = \dfrac{2-a}{2}$

Gọi O là tâm đường tròn giao tuyến. Để đường tròn có bán kính nhỏ nhất thì IO lớn nhất.

$IO = d\left(I;(P)\right) = \dfrac{|a + 2b + 3c - 2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \dfrac{\left|5 - \dfrac{a}{2}\right|}{\sqrt{a^2 + \left(\dfrac{2-a}{2}\right)^2 + 4}}$ Khảo sát hàm được IO lớn nhất khi $a = 0; c = 1$.

Vậy $T = 3$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z - 4 = 0$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc mặt phẳng (P) tại điểm H. Tìm tọa độ điểm H.

A. $H(-1;4;4)$. **B.** $H(-3;0;-2)$. **C.** $H(3;0;2)$. **D.** $H(1;-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm H cần tìm chính là hình chiếu vuông góc của tâm I lên mặt phẳng (P). Phương trình tham số đường thẳng IH là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 2y \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Thay tọa độ H vào phương trình mặt phẳng (P) ta có:

$2(1+2t) - 2(2-2t) - 3 + t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(3;0;2)$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2)$, $B(-2;1;-3)$. Xét hai điểm M, N thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 1$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{41}$. **C.** $\sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{61}$.

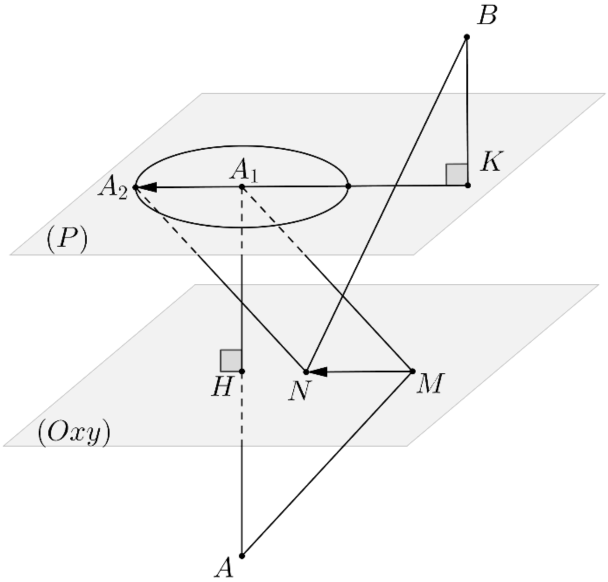
Lời giải

Chọn C

Đề thấy hai điểm A, B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy).

Gọi H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy), khi đó ta có: $H\ 1;-3;0$

.



Lấy điểm A_1 đối xứng với A qua mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow A_1 = 1;-3;-2$. Khi đó $A_1M = AM$.

Lấy điểm A_2 sao cho $\overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{MN}$. Tứ giác A_1A_2NM là hình bình hành nên $A_1M = A_2N$.

Khi đó ta dễ thấy hai điểm A_2 và B nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy) .

Do $MN = 1$ nên điểm N thuộc đường tròn C tâm M bán kính $R = MN = 1$ nằm trên mặt phẳng Oxy nên điểm A_2 thuộc vào đường tròn C' tâm A_1 và bán kính $R' = R = 1$ và nằm trong mặt phẳng $z = -2$.

Ta có: $|AM - BN| = |A_1M - BN| = |A_2N - BN| \leq A_2B$. Dấu bằng xảy ra khi $N = A_2B \cap Oxy$.

Để $|AM - BN|$ đạt giá trị lớn nhất thì A_2B phải đạt giá trị lớn nhất.

Gọi K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên mặt phẳng $z = -2$, khi đó ta có: $K\ -2;1;-2$ và $BK = 1$, $A_1K = 5$.

Tam giác BKA_2 vuông tại K nên ta có: $A_2B = \sqrt{BK^2 + KA_2^{\ 2}} = \sqrt{1 + KA_2^{\ 2}}$.

Để A_2B phải đạt giá trị lớn nhất thì KA_2 phải lớn nhất.

Mà $KA_2 \leq A_1K + R' = 5 + 1 = 6 \Rightarrow A_2B \leq \sqrt{1 + 6^2} = 37$

Suy ra giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng $\sqrt{37}$, dấu bằng xảy ra khi $N = A_2B \cap Oxy$.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;-4)$, $B(-2;1;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $3\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{61}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** $\sqrt{53}$.

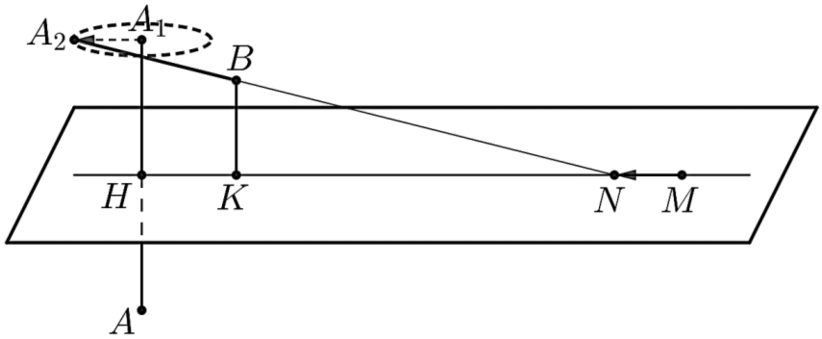
Lời giải

Chọn D

Vì $z_A.z_B < 0$ nên A, B nằm khác phía so với mặt phẳng (Oxy) .

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B lên mặt phẳng (Oxy)

$\Rightarrow H(1;-3;0)$, $K(-2;1;0)$.



Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua $(Oxy) \Rightarrow A_1(1;-3;4)$.

Gọi A_2 thỏa $\overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{MN} \Rightarrow A_1A_2 = 2$

$\Rightarrow A_2 \in$ đường tròn (C) nằm trong mặt phẳng song song với (Oxy) và có tâm A_1, bán kính $R = 2$.

Khi đó: $|AM - BN| = |A_1M - BN| = |A_2N - BN| \le A_2B$

Dấu "=" xảy ra và A_2B đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow \overrightarrow{A_1A_2}$ ngược hướng với $\overrightarrow{HK}$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{A_1A_2} = -\frac{\left|\overrightarrow{A_1A_2}\right|}{\left|\overrightarrow{HK}\right|}\overrightarrow{HK} = \left(\frac{6}{5};-\frac{8}{5};0\right) \Rightarrow A_2\left(\frac{11}{5};-\frac{23}{5};4\right) \Rightarrow A_2B = \sqrt{53}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng $\sqrt{53}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) có đỉnh A, đường tròn đáy nằm trên mặt cầu đường kính AB. Khi (N) có thể tích lớn nhất thì mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình dạng $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị của $b + c + d$ bằng

A. -21. **B.** -12. **C.** -18. **D.** -15.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu đường kính AB có tâm và bán kính là $I = (4;3;4), R = 3$

Gọi I là tâm mặt cầu và H là tâm đường tròn đáy của hình nón. Ta có

$$V_{(N)} = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}\pi r^2 h \le \frac{1}{3}\pi r^2(R + IH) = \frac{1}{3}\pi\left(R^2 - IH^2\right)(R + IH) = \frac{1}{3}\pi(3 - IH)(3 + IH)^2$$

$$\Rightarrow V_{(N)} \le \frac{1}{6}\pi(6 - 2.IH)(3 + IH)^2 \le \frac{1}{6}\pi\left(\frac{6 - 2.IH + 3 + IH + 3 + IH}{3}\right)^3 = \frac{32}{3}\pi$$

Dấu = xảy ra khi $6 - 2.IH = 3 + IH \Rightarrow IH = 1$.

Khi đó $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{HB} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 3(6 - x) \\ 4 = 3(5 - y) \\ 2 = 3(5 - z) \end{cases} \Rightarrow H = \left(\frac{14}{3};\frac{11}{3};\frac{13}{3}\right)$.

Mặt phẳng chứa đường tròn đáy của khối nón đi qua H, nhận $\overrightarrow{AB}$ là một vecto pháp tuyến nên có phương trình là $2x + 2y + z - 21 = 0$. Vậy $b + c + d = -18$.