CHƯƠNG VI

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 15. HÀM SỐ

I LÝ THUYẾT.

I. HÀM SỐ

1. Định nghĩa

Cho một tập hợp **khác rỗng** $D \subset \mathbb{R}$**.**

Nếu với mỗi giá trị của x thuộc tập hợp số D có một và chỉ một giá trị tương ứng của y thuộc tập số thực $\mathbb{R}$ thì ta có một hàm số.

Ta gọi x là biến số và y là hàm số của x.

Tập hợp D gọi là tập xác định của hàm số.

Tập tất cả các giá trị y nhận được, gọi là tập giá trị của hàm số. Ta nói $T = \{f(x) \mid x \in D\}$ là tập giá trị của $f(x)$ (trên D).

Chú ý: Cho $K \subset D$. Ta nói $T_K = \{f(x) \mid x \in K\}$ là tập giá trị của $f(x)$ trên K.

Khi y là hàm số của x, ta có thể viết $y = f(x), y = g(x), \ldots$

2. Cách cho hàm số

a) Hàm số cho bằng công thức $y = f(x)$

+ Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x)$ có nghĩa.

b) Hàm số cho bằng nhiều công thức.

c) Hàm số không cho bằng công thức.

II. ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ trên mặt phẳng toạ độ với mọi x thuộc D. Hay có thể diễn tả bằng: $M(x_0; y_0) \in (G) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$ với $x_0 \in D$.

III. SỰ ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

1. Khái niệm

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên K.

Hàm số $y = f(x)$ gọi là đồng biến (hay tăng) trên K nếu

$\forall x_1, x_2 \in K$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Hàm số $y = f(x)$ gọi là nghịch biến (hay giảm) trên K nếu

$\forall x_1, x_2 \in K$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

2. Mô tả hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến bằng đồ thị

+ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi đồ thị hàm số "đi lên" trên khoảng đó.

+ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi đồ thị hàm số "đi xuống" trên khoảng đó.

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

6.1. Xét hai đại lượng x, y phụ thuộc vào nhau theo các hệ thức dưới đây. Những trường hợp nào thì y là hàm số của x ?

a) $x + y = 1$; b) $y = x^2$; c) $y^2 = x$; d) $x^2 - y^2 = 0$.

6.2. Hãy cho một ví dụ về hàm số được cho bằng bảng hoặc biểu đồ. Hãy chỉ ra tập xác định và tập giá trị của hàm số đó.

6.3. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = 2x^3 + 3x + 1$; b) $y = \dfrac{x-1}{x^2 - 3x + 2}$ c) $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$.

6.4. Tìm tập xác định và tập giá trị của mỗi hàm số sau:

a) $y = 2x + 3$ b) $y = 2x^2$

6.5. Vẽ đồ thị các hàm số sau và chỉ ra các khoảng đồng biến, nghịch biến của chúng.

a) $y = -2x + 1$; b) $y = -\dfrac{1}{2}x^2$.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1. TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để tìm tập xác định D của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta tìm điều kiện của x để $f\left(x\right)$ có nghĩa.

Chú ý. Thông thường $y=f\left(x\right)$ cho bởi biểu thức đại số, ta xét một số trường hợp sau:

+ Hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{u(x)}{v(x)}$ có nghĩa khi $u\left(x\right)$, $v\left(x\right)$ có nghĩa và $v\left(x\right)\neq 0$.

+ Hàm số $y=f\left(x\right)=\sqrt{u\left(x\right)}$ có nghĩa khi $u\left(x\right)$ có nghĩa và $u\left(x\right)\geq 0$.

+ Hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{u(x)}{\sqrt{v(x)}}$ có nghĩa khi $u\left(x\right)$, $v\left(x\right)$ có nghĩa và $v\left(x\right)>0$.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{1-x}$.

Câu 2. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{x^2+4x+5}$.

Câu 3. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x^2-3x+2}$.

Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x-2}$.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{6-2x}$.

Câu 6. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{\sqrt{2x-2}}$.

Câu 7. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x+3}{\sqrt{6-2x}}$.

Câu 8. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{-2x+3}-\sqrt{x-1}$.

Câu 9. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2}{\left(x+2\right)\sqrt{x+1}}$.

Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x}{1-x^2}-\sqrt{-x}$.

Câu 11. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2}{\left(x^2-3x+2\right)\sqrt{x+4}}$.

Câu 12. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x-2}{\left(x^2+7x+6\right)\sqrt{2x+4}}$.

Câu 13. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{5-x}{\left(x^2-8x-9\right)\sqrt{3-x}}$.

Câu 14. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x-2}{\sqrt{2x+4}-\sqrt{4-2x}}$.

Câu 15. Tìm tập xác định của hàm số

a) $y=\dfrac{3x-1}{-2x+2}$. b) $y=\dfrac{2x-1}{(2x+1)(x-3)}$.

c) $y=\dfrac{1}{x^2+4x+5}$. d) $y=\dfrac{2x+1}{x^3-3x+2}$.

Câu 16. Tìm tập xác định của hàm số

a) $y=\sqrt{3x-2}$. b) $y=\sqrt{x^2+1}$.

c) $y=\sqrt{-2x+1}-\sqrt{x-1}$. d) $y=\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x-3}$.

e) $y=\sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}}+\sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}}$. f) $y=\sqrt{x+\sqrt{x^2-x+1}}$.

Câu 17. Tìm tập xác định của hàm số

a) $y=\dfrac{2}{(x+2)\sqrt{x+1}}$. b) $y=\dfrac{x}{1-x^2}-\sqrt{-x}$.

c) $y=\dfrac{x-3\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+2}}$. d) $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+\sqrt{4-x}}{(x-2)(x-3)}$.

e) $y=\sqrt{1-x}+\dfrac{1}{x\sqrt{1+x}}$. f) $y=\dfrac{2015}{\sqrt[3]{x^2-3x+2}-\sqrt[3]{x^2-7}}$.

g) $y=\sqrt{x+8+2\sqrt{x+7}}+\dfrac{1}{1-x}$. h) $y=\sqrt{\sqrt{x^2+2x+2}-(x+1)}$.

DẠNG 2. TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ XÁC ĐỊNH TRÊN MỘT TẬP K CHO TRƯỚC

1 PHƯƠNG PHÁP.

Bài toán. Cho hàm $y=f(x,m)$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên tập K.

Bước 1: Tìm điều kiện xác định của hàm số (theo m). Gọi D là tập xác định của hàm số.

Bước 2: Hàm số xác định trên tập K khi và chỉ khi $K \subset D$.

Một số lưu ý:

+ Hàm số $y = \dfrac{A}{f(x,m)}$ (A là biểu thức luôn có nghĩa) xác định trên tập K khi và chỉ khi phương trình $f(x,m) = 0$ vô nghiệm trên K.

+ Hàm số $y = \sqrt{f(x,m)}$ xác định trên tập K khi và chỉ khi bất phương trình $f(x,m) \ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in K$.

+ Hàm số $y = \dfrac{A}{\sqrt{f(x,m)}}$ (A là biểu thức luôn có nghĩa) xác định trên tập K khi và chỉ khi bất phương trình $f(x,m) > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in K$.

+ $K \subset \left(D_1 \cap D_2\right) \Leftrightarrow \begin{cases} K \subset D_1 \\ K \subset D_2 \end{cases}$

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x^2+x+m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \sqrt{2x-m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có tập xác định là $[2;+\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \dfrac{\sqrt{3x-5m+6}}{x+m-1}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0;+\infty)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \sqrt{m-x} + \sqrt{2x-m+1}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \sqrt{x^4+4x^3+(m+5)x^2+4x+4+m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Câu 6. Tìm m để các hàm số sau đây xác định với mọi x thuộc khoảng $(0;+\infty)$.

a) $y = \sqrt{x-m} + \sqrt{2x-m-1}$.

b) $y = \sqrt{2x-3m+4} + \dfrac{x-m}{x+m-1}$.

Câu 7. Tìm m để các hàm số

a) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x-m}} + \sqrt{-x+2m+6}$ xác định trên $(-1;0)$.

b) $y = \sqrt{1-\left|2x^2+mx+m+15\right|}$ xác định trên $[1;3]$.

Câu 8. Tìm m để các hàm số

a) $y=\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2-6x+m-2}}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

b) $y=\dfrac{\sqrt{m+1}}{3x^2-2x+m}$ xác định trên toàn trục số.

DẠNG 3. TẬP GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định D.

Tập hợp $T=\{y=f(x)|x\in D\}$ gọi là tập giá trị của hàm số $y=f(x)$.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm tập giá trị của hàm số $y=5x-4$.

Câu 2. Tìm tập giá trị của hàm số $y=2\sqrt{x}+3$.

Câu 3. Tìm tập giá trị của hàm số $y=-x^2+4x+4$.

Câu 4. Tìm tập giá trị của hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$.

Câu 5. Tìm tập giá trị của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-4x+5}}$.

DẠNG 4. TÍNH ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

1 PHƯƠNG PHÁP.

*** Phương pháp 1:**

Tìm tập xác định D của hàm số.

Với mọi $x_1,x_2\in D$, $x_1\neq x_2$.

Tính $f(x_1)-f(x_2)$.

Nếu $x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$ thì hàm số đã cho đồng biến (tăng).

Nếu $x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$ thì hàm số đã cho nghịch biến (giảm).

*** Phương pháp 2:**

Tìm tập xác định D của hàm số.

Với mọi $x_1, x_2 \in D,\ x_1 \neq x_2$.

Lập tỉ số $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$.

Nếu $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} > 0$ thì hàm số đã cho đồng biến (tăng).

Nếu $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} < 0$ thì hàm số đã cho nghịch biến (giảm).

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x)=x^2-7$ trên khoảng $(-\infty;0)$ và trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 2. Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$ trên khoảng $(-\infty;1)$ và trên khoảng $(1;+\infty)$.

DẠNG 5. TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ ĐỂ HÀM SỐ ĐỒNG BIẾN (NGHỊCH BIẾN) TRÊN MỘT TẬP HỢP CHO TRƯỚC

1 PHƯƠNG PHÁP.

Hàm số đồng biến (nghịch biến) trên D. Ta xét $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ với mọi $x_1, x_2 \in D,\ x_1 \neq x_2$.

Để hàm số đồng biến thì $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} > 0$ từ đó ta dễ dàng tìm được m thỏa mãn đề bài; ngược lại để hàm số nghịch biến thì $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} < 0$ ta cũng dễ dàng tìm được m thỏa mãn đề bài.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để hàm số $f(x)=(m+1)x+m-2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(2m+3)x+m+3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f\left(x\right)=-x^2+\left(m-1\right)x+2$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;2\right)$.

DẠNG 6. BÀI TOÁN THỰC TẾ

1 PHƯƠNG PHÁP.

Bước 1: Lập biểu thức theo yêu cầu bài toán (nếu cần);

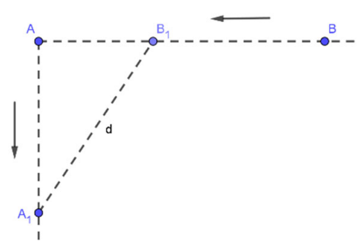
Bước 2: Khai thác giả thiết để xử lí bài toán phù hợp;

Bước 3: Kết luận.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Cho rằng diện tích rừng nhiệt đới trên trái đất được xác định bởi hàm số $S=718,3-4,6t$, trong đó S được tính bằng triệu hec-ta, t tính bằng số năm kể từ năm 1990. Hãy tính diện tích rừng nhiệt đới vào các năm 1990 và 2018.

Câu 2. Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lý. Đồng thời cả hai con tàu cùng khởi hành, một tàu chạy về hướng nam với 6 hải lý/giờ, còn tàu kia chạy về vị trí hiện tại của tàu thứ nhất với vận tốc 7 hải lý/giờ. Hãy xác định thời điểm mà khoảng cách của hai tàu là nhỏ nhất?



Câu 3. Một của hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 USD. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x USD thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $\left(120-x\right)$ đôi. Hỏi của hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 15. HÀM SỐ

I LÝ THUYẾT.

I. HÀM SỐ

1. Định nghĩa

Cho một tập hợp **khác rỗng** $D \subset \mathbb{R}$.

Nếu với mỗi giá trị của x thuộc tập hợp số D có một và chỉ một giá trị tương ứng của y thuộc tập số thực $\mathbb{R}$ thì ta có một hàm số.

Ta gọi x là biến số và y là hàm số của x.

Tập hợp D gọi là tập xác định của hàm số.

Tập tất cả các giá trị y nhận được, gọi là tập giá trị của hàm số. Ta nói $T = \{f(x) \mid x \in D\}$ là tập giá trị của $f(x)$ (trên D).

Chú ý: Cho $K \subset D$. Ta nói $T_K = \{f(x) \mid x \in K\}$ là tập giá trị của $f(x)$ trên K.

Khi y là hàm số của x, ta có thể viết $y = f(x), y = g(x), \ldots$

2. Cách cho hàm số

a) Hàm số cho bằng công thức $y = f(x)$

+ Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các giá trị của x để $f(x)$ có nghĩa.

b) Hàm số cho bằng nhiều công thức.

c) Hàm số không cho bằng công thức.

II. ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ trên mặt phẳng toạ độ với mọi x thuộc D. Hay có thể diễn tả bằng: $M(x_0; y_0) \in (G) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$ với $x_0 \in D$.

III. SỰ ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

1. Khái niệm

Hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên K.

Hàm số $y = f\left(x\right)$ gọi là đồng biến (hay tăng) trên K nếu

$\forall x_1, x_2 \in K$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f\left(x_1\right) < f\left(x_2\right)$.

Hàm số $y = f\left(x\right)$ gọi là nghịch biến (hay giảm) trên K nếu

$\forall x_1, x_2 \in K$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f\left(x_1\right) > f\left(x_2\right)$.

2. Mô tả hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến bằng đồ thị

+ Hàm số $y = f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(a;b\right)$ khi và chỉ khi đồ thị hàm số "đi lên" trên khoảng đó.

+ Hàm số $y = f\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(a;b\right)$ khi và chỉ khi đồ thị hàm số "đi xuống" trên khoảng đó.

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

6.1. Xét hai đại lượng x, y phụ thuộc vào nhau theo các hệ thức dưới đây. Những trường hợp nào thì y là hàm số của x ?

a) $x + y = 1$; b) $y = x^2$; c) $y^2 = x$; d) $x^2 - y^2 = 0$.

Lời giải

Ý a, b vì với mỗi x chỉ có duy nhất 1 giá trị y.

6.2. Hãy cho một ví dụ về hàm số được cho bằng bảng hoặc biểu đồ. Hãy chỉ ra tập xác định và tập giá trị của hàm số đó.

Cách 1: Hàm số cho bằng bảng

Ví dụ 1: *Thống kê sô ca mắc covid trong 10 ngày đầu tháng 8 năm 2021 (theo bản tin dịch covid-19 của Bộ y tế).*

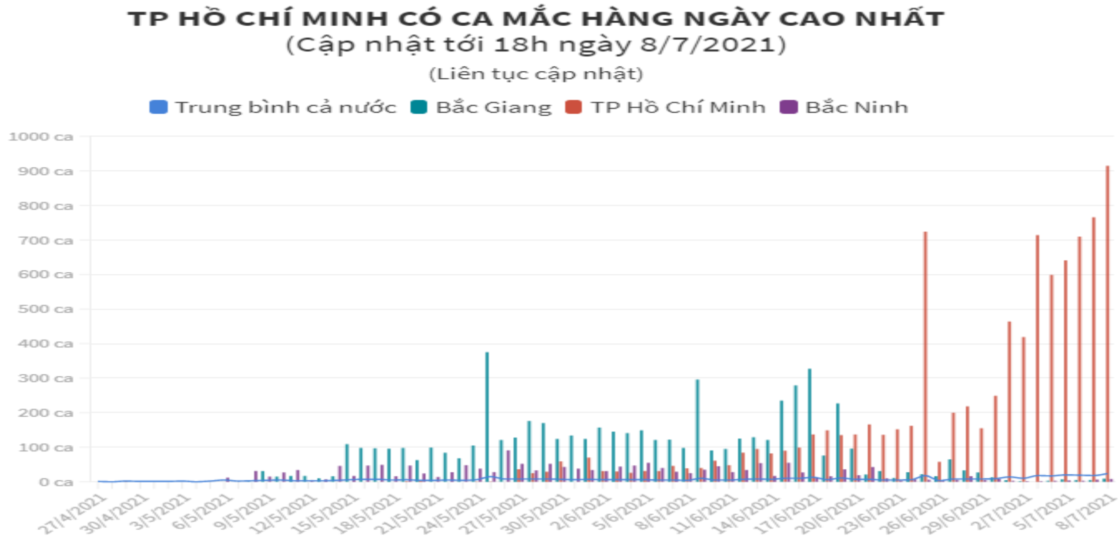
Ngày	[illegible]	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Số ca	[illegible]	2267	2173	935	1537	1497	2049	2002	1642	1466

Tập xác định : $D = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$.

Tập giá trị : $T = \left\{2025;2267;2173;935;1537;1497;2049;2002;1642;1466\right\}$.

Cách 2: Hàm số cho bằng biểu đồ.

➢***Ví dụ 2:***



6.3. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = 2x^3 + 3x + 1$; b) $y = \dfrac{x-1}{x^2 - 3x + 2}$ c) $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$.

Lời giải

a) $y = 2x^3 + 3x + 1$;

Tập xác định : $D = \mathbb{R}$.

b) $y = \dfrac{x-1}{x^2 - 3x + 2}$

Hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2 - 3x + 2}$ xác định $\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

Vậy $D = \mathbb{R} \setminus \{1;2\}$.

c) $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$.

Hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{1-x}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x+1 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

Vậy $D = [-1;1]$.

6.4. Tìm tập xác định và tập giá trị của mỗi hàm số sau:

a) $y = 2x + 3$ b) $y = 2x^2$

Lời giải

a) $y = 2x + 3$

Tập xác định : $D = \mathbb{R}$.

Tập giá trị : $T = \mathbb{R}$.

b) $y = 2x^2$

Tập xác định : $D = \mathbb{R}$.

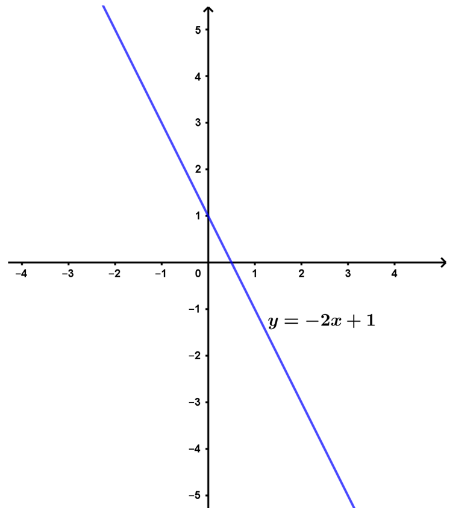
Tập giá trị : $T = [0;+\infty)$.

6.5. Vẽ đồ thị các hàm số sau và chỉ ra các khoảng đồng biến, nghịch biến của chúng.

a) $y = -2x + 1$; b) $y = -\dfrac{1}{2}x^2$.

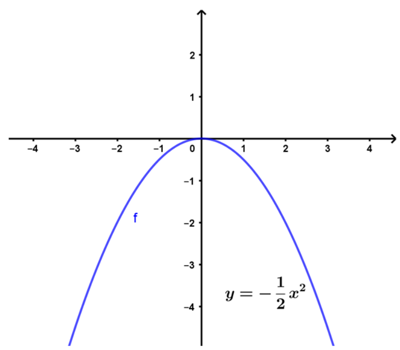
Lời giải

a) $y=-2x+1$;



Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

b) $y=-\frac{1}{2}x^2$.



Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

6.6. Giá thuê xe ô tô tự lái là 1,2 triệu đồng một ngày cho hai ngày đầu tiên và 900 nghìn đồng cho mỗi ngày tiếp theo. Tổng số tiền T phải trả là một hàm số của số ngày x mà khách thuê xe.

a) Viết công thức của hàm số $T=T(x)$.

b) Tính $T(2),T(3),T(5)$ và cho biết ý nghĩa của mỗi giá trị này.

Lời giải

a) Viết công thức của hàm số $T=T(x)$.

$$T(x)=\begin{cases}1200000x \ khi \ 0\le x\le 2\\ 2400000+900000(x-2) \ khi \ x>2\end{cases}$$

b) Tính $T(2),T(3),T(5)$ và cho biết ý nghĩa của mỗi giá trị này.

$T(2)=1200000.2=2400000.$

$T(3)=2400000+900000=3300000.$

$T(5)=2400000+2700000=5100000.$

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

DẠNG 1. TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để tìm tập xác định D của hàm số $y=f\left(x\right)$ ta tìm điều kiện của x để $f\left(x\right)$ có nghĩa.

Chú ý. Thông thường $y=f\left(x\right)$ cho bởi biểu thức đại số, ta xét một số trường hợp sau:

+ Hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{u(x)}{v(x)}$ có nghĩa khi $u\left(x\right)$, $v\left(x\right)$ có nghĩa và $v\left(x\right)\neq 0$.

+ Hàm số $y=f\left(x\right)=\sqrt{u\left(x\right)}$ có nghĩa khi $u\left(x\right)$ có nghĩa và $u\left(x\right)\geq 0$.

+ Hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{u(x)}{\sqrt{v(x)}}$ có nghĩa khi $u\left(x\right)$, $v\left(x\right)$ có nghĩa và $v\left(x\right)>0$.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{1-x}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $1-x\neq 0\Leftrightarrow x\neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$.

Câu 2. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{x^2+4x+5}$.

Lời giải

Ta có $x^2+4x+5=\left(x+2\right)^2+1>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

Câu 3. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x^2-3x+2}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $x^3-3x+2\neq 0\Leftrightarrow\left(x-1\right)\left(x^2+x-2\right)\neq 0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-1\neq 0\\x^2+x-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\\begin{cases}x\neq 1\\x\neq -2\end{cases}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\x\neq -2\end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$.

Câu 4. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x-2}$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x-2\ge 0\Leftrightarrow x\ge 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[1;+\infty)$.

Câu 5. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{6-2x}$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 6-2x\ge 0\Leftrightarrow -2x\ge -6\Leftrightarrow x\le 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;3]$.

Câu 6. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{\sqrt{2x-2}}$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x-2>0\Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(1;+\infty)$.

Câu 7. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x+3}{\sqrt{6-2x}}$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 6-2x>0\Leftrightarrow -2x>-6\Leftrightarrow x<3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;3)$.

Câu 8. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{-2x+3}-\sqrt{x-1}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $\begin{cases}-2x+3\ge 0\\ x-1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le\dfrac{3}{2}\\ x\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow 1\le x\le\dfrac{3}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$.

Câu 9. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2}{(x+2)\sqrt{x+1}}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x+2\neq 0 \\ x+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -2 \\ x>-1 \end{cases} \Leftrightarrow x>-1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left(-1;+\infty\right)$.

Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x}{1-x^2}-\sqrt{-x}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi $\begin{cases} 1-x^2\neq 0 \\ -x\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq \pm 1 \\ x\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;0\right]\backslash\left\{-1\right\}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left(-\infty;0\right]\backslash\left\{-1\right\}$.

Câu 11. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2}{\left(x^2-3x+2\right)\sqrt{x+4}}$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+2\neq 0 \\ x+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq 2 \\ x>-4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left(-4;+\infty\right)\backslash\left\{1;2\right\}$.

Câu 12. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x-2}{\left(x^2+7x+6\right)\sqrt{2x+4}}$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+7x+6\neq 0 \\ 2x+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ x\neq -6 \\ x>-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ x>-2 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left(-2;+\infty\right)\backslash\left\{-1\right\}$.

Câu 13. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{5-x}{\left(x^2-8x-9\right)\sqrt{3-x}}$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-8x-9\neq 0 \\ 3-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ x\neq 9 \\ x<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ x<3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left(-\infty;3\right)\backslash\left\{-1\right\}$.

Câu 14. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x-2}{\sqrt{2x+4}-\sqrt{4-2x}}$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}2x+4\ge 0\\4-2x\ge 0\\\sqrt{2x+4}-\sqrt{4-2x}\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x\ge -4\\-2x\ge -4\\\sqrt{2x+4}\ne\sqrt{4-2x}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -2\\x\le 2\\x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2\le x\le 2\\x\ne 0\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[-2;2]\setminus\{0\}$.

Câu 15. Tìm tập xác định của hàm số

a) $y=\dfrac{3x-1}{-2x+2}$. b) $y=\dfrac{2x-1}{(2x+1)(x-3)}$.

c) $y=\dfrac{1}{x^2+4x+5}$. d) $y=\dfrac{2x+1}{x^3-3x+2}$.

Lời giải

a) Hàm số xác định khi $-2x+2\ne 0\Leftrightarrow x\ne 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

b) Hàm số xác định khi $\begin{cases}2x+1\ne 0\\x-3\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne -\dfrac{1}{2}\\x\ne 3\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2};3\right\}$.

c) Ta có $x^2+4x+5=(x+2)^2+1>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

d) Hàm số xác định khi $x^3-3x+2\ne 0\Leftrightarrow(x-1)(x^2+x-2)\ne 0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-1\ne 0\\x^2+x-2\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 1\\\begin{cases}x\ne 1\\x\ne -2\end{cases}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 1\\x\ne -2\end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$.

Câu 16. Tìm tập xác định của hàm số

a) $y=\sqrt{3x-2}$. b) $y=\sqrt{x^2+1}$.

c) $y=\sqrt{-2x+1}-\sqrt{x-1}$. d) $y=\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x-3}$.

e) $y=\sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}}+\sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}}$. f) $y=\sqrt{x+\sqrt{x^2-x+1}}$.

Lời giải

a) Hàm số xác định khi $3x-2\geq 0 \Leftrightarrow x\geq \frac{2}{3}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left[\frac{2}{3};+\infty\right)$.

b) Ta có $x^2+1>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

c) Hàm số xác định khi $\begin{cases}-2x+3\geq 0\\ x-1\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\leq \frac{3}{2}\\ x\geq 1\end{cases} \Leftrightarrow 1\leq x\leq \frac{3}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left[1;\frac{3}{2}\right]$.

d) Hàm số xác định khi $\begin{cases}x^2-2x+1\geq 0\\ x-3\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)^2\geq 0\\ x-3\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\in\mathbb{R}\\ x\geq 3\end{cases} \Leftrightarrow x\geq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[3;+\infty)$.

e) Ta có $y=\sqrt{x+3+2\sqrt{x+2}}+\sqrt{2-x^2+2\sqrt{1-x^2}}=\sqrt{\left(\sqrt{x+2}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{1-x^2}+1\right)^2}$

$$=\left|\sqrt{x+2}+1\right|+\left|\sqrt{1-x^2}+1\right|=\sqrt{x+2}+\sqrt{1-x^2}+2.$$

Hàm số xác định khi

$$\begin{cases}x+2\geq 0\\ 1-x^2\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\geq -2\\ (1-x)(1+x)\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\geq -2\\ \left[\begin{array}{l}\begin{cases}1-x\geq 0\\ 1+x\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}1-x\leq 0\\ 1+x\leq 0\end{cases}\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\geq -2\\ \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\leq 1\\ x\geq -1\end{cases}\\ \begin{cases}x\geq 1\\ x\leq -1\end{cases}\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow -1\leq x\leq 1.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[-1;1]$.

f) Hàm số xác định khi $\begin{cases}x^2-x+1\geq 0\\ x+\sqrt{x^2-x+1}\geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\\ \sqrt{x^2-x+1}\geq -x\end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-x+1}\geq -x$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}-x<0\\ x^2-x+1\geq 0\end{cases}\\ \begin{cases}-x\geq 0\\ x^2-x+1\geq x^2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-x<0\\ \begin{cases}-x\geq 0\\ -x+1\geq 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>0\\ \begin{cases}x\leq 0\\ x\geq 1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>0\\ x\leq 0\end{array}\right. \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

Câu 17. Tìm tập xác định của hàm số

a) $y=\dfrac{2}{(x+2)\sqrt{x+1}}$. b) $y=\dfrac{x}{1-x^2}-\sqrt{-x}$.

c) $y=\dfrac{x-3\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+2}}$. d) $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+\sqrt{4-x}}{(x-2)(x-3)}$.

e) $y=\sqrt{1-x}+\dfrac{1}{x\sqrt{1+x}}$. f) $y=\dfrac{2015}{\sqrt[3]{x^2-3x+2}-\sqrt[3]{x^2-7}}$.

g) $y=\sqrt{x+8+2\sqrt{x+7}}+\dfrac{1}{1-x}$. h) $y=\sqrt{\sqrt{x^2+2x+2}-(x+1)}$.

Lời giải

a) Hàm số xác định khi $\begin{cases}x+2\neq 0\\ x+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -2\\ x>-1\end{cases}\Leftrightarrow x>-1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-1;+\infty)$.

b) Hàm số xác định khi $\begin{cases}1-x^2\neq 0\\ -x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq \pm 1\\ x\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow -1\neq x\leq 0$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;0]\setminus\{-1\}$.

c) Hàm số xác định khi $\begin{cases}2-x\geq 0\\ x+2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 2\\ x>-2\end{cases}\Leftrightarrow -2<x\leq 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-2;2]$.

d) Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-1\geq 0\\ 4-x\geq 0\\ x-2\neq 0\\ x-3\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1\\ x\leq 4\\ x\neq 2\\ x\neq 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\leq x\leq 4\\ x\neq 2\\ x\neq 3\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[1;4]\setminus\{2;3\}$.

e) Hàm số xác định khi $\begin{cases}1-x\geq 0\\ x\neq 0\\ 1+x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 1\\ x\neq 0\\ x>-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<x\leq 1\\ x\neq 0\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-1;1]\setminus\{0\}$.

f) Hàm số xác định khi $\sqrt[3]{x^2-3x+2}-\sqrt[3]{x^2-7}\neq 0\Leftrightarrow\sqrt[3]{x^2-3x+2}\neq\sqrt[3]{x^2-7}$

$$\Leftrightarrow x^2-3x+2\neq x^2-7\Leftrightarrow 9\neq 3x\Leftrightarrow x\neq 3.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

g) Ta có $y=\sqrt{x+8+2\sqrt{x+7}}+\dfrac{1}{1-x}=\sqrt{\left(\sqrt{x+7}+1\right)^2}+\dfrac{1}{1-x}=\sqrt{x+7}+1+\dfrac{1}{1-x}$.

Hàm số xác định khi $\begin{cases}x+7\ge 0\\1-x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -7\\x\ne 1\end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[-7;+\infty)\setminus\{1\}$ hoặc $D=[-7;1)\cup(1;+\infty)$.

h) Ta có $y=\sqrt{\sqrt{x^2+2x+2}-(x+1)}=\sqrt{\sqrt{(x+1)^2+1}-(x+1)}$

Hàm số xác định khi $\sqrt{(x+1)^2+1}-(x+1)\ge 0\Leftrightarrow\sqrt{(x+1)^2+1}\ge x+1$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+1<0\\(x+1)^2+1\ge 0\end{cases}\\\begin{cases}x+1\ge 0\\(x+1)^2+1\ge (x+1)^2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+1<0\\x+1\ge 0\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$.

DẠNG 2. TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ XÁC ĐỊNH TRÊN MỘT TẬP K CHO TRƯỚC

1 PHƯƠNG PHÁP.

Bài toán. Cho hàm $y=f(x,m)$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên tập K.

Bước 1: Tìm điều kiện xác định của hàm số (theo m). Gọi D là tập xác định của hàm số.

Bước 2: Hàm số xác định trên tập K khi và chỉ khi $K\subset D$.

Một số lưu ý:

+ Hàm số $y=\dfrac{A}{f(x,m)}$ (A là biểu thức luôn có nghĩa) xác định trên tập K khi và chỉ khi phương trình $f(x,m)=0$ vô nghiệm trên K.

+ Hàm số $y=\sqrt{f(x,m)}$ xác định trên tập K khi và chỉ khi bất phương trình $f(x,m)\ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in K$.

+ Hàm số $y=\dfrac{A}{\sqrt{f(x,m)}}$ (A là biểu thức luôn có nghĩa) xác định trên tập K khi và chỉ khi bất phương trình $f(x,m)>0$ nghiệm đúng với mọi $x\in K$.

$+\ K \subset (D_1 \cap D_2) \Leftrightarrow \begin{cases} K \subset D_1 \\ K \subset D_2 \end{cases}$

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x^2+x+m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $x^2 + x + m \neq 0$.

Hàm số xác định trên $R \Leftrightarrow x^2 + x + m \neq 0$, với mọi $x \in R \Leftrightarrow x^2 + x + m = 0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{1}{4}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \sqrt{2x-m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có tập xác định là $[2;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $x \geq \dfrac{m}{2}$.

Khi đó tập xác định của hàm số là $D = \left[\dfrac{m}{2};+\infty\right)$.

Yêu cầu bài toán thỏa mãn $\Leftrightarrow \dfrac{m}{2} = 2 \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \dfrac{\sqrt{3x-5m+6}}{x+m-1}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} x \geq \dfrac{5m-6}{3} \quad (*) \\ x \neq 1 - m \end{cases}$

Hàm số xác định trên $(0;+\infty) \Leftrightarrow (*)$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0;+\infty)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{5m-6}{3} \leq 0 \\ 1 - m \notin (0;+\infty) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5m - 6 \leq 0 \\ 1 - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m \leq \dfrac{6}{5}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=\sqrt{m-x}+\sqrt{2x-m+1}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $(0;1)$
.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} x \le m \\ x \ge \dfrac{m-1}{2} \end{cases}(*)$.

Hàm số xác định trên $(0;1) \Leftrightarrow (*)$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 1 \\ \dfrac{m-1}{2} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m=1$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\sqrt{x^4+4x^3+(m+5)x^2+4x+4+m}$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có $x^4+4x^3+(m+5)x^2+4x+4+m=(x^2+1)\left[(x+2)^2+m\right]$

Điều kiện xác định của hàm số là: $(x+2)^2+m \ge 0$ (*)

Hàm số xác định trên $R \Leftrightarrow (*)$ nghiệm đúng với mọi $\forall x\in R \Leftrightarrow (x+2)^2 \ge -m\ \forall x \in R$

$\Leftrightarrow 0 \ge -m \Leftrightarrow m \ge 0$.

Câu 6. Tìm m để các hàm số sau đây xác định với mọi x thuộc khoảng $(0;+\infty)$.

a) $y=\sqrt{x-m}+\sqrt{2x-m-1}$.

b) $y=\sqrt{2x-3m+4}+\dfrac{x-m}{x+m-1}$.

Lời giải

a) Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-m \ge 0 \\ 2x-m-1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge m \\ x \ge \dfrac{m+1}{2} \end{cases}$.

$(*)$

- Nếu $m \ge \dfrac{m+1}{2} \Leftrightarrow m \ge 1$ thì $(*) \Leftrightarrow x \ge m$.

  Khi đó tập xác định của hàm số là $D=[m;+\infty)$.

  Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (0;+\infty)\subset[m;+\infty) \Leftrightarrow m \le 0$: không thỏa mãn $m \ge 1$.

- Nếu $m \le \dfrac{m+1}{2} \Leftrightarrow m \le 1$ thì $(*) \Leftrightarrow x \ge \dfrac{m+1}{2}$.

Khi đó tập xác định của hàm số là $D=\left[\frac{m+1}{2};+\infty\right)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (0;+\infty)\subset\left[\frac{m+1}{2};+\infty\right)\Leftrightarrow \frac{m+1}{2}\le 0\Leftrightarrow m\le -1$: thỏa mãn điều kiện $m\le 1$.

Vậy $m\le -1$ thỏa yêu cầu bài toán.

b) Hàm số xác định khi $\begin{cases}2x-3m+4\ge 0\\ x+m-1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\frac{3m-4}{2}\\ x\ne 1-m\end{cases}$.

Do đó để hàm số xác định với mọi x thuộc khoảng $(0;+\infty)$, ta phải có

$$\begin{cases}\frac{3m-4}{2}\le 0\\ 1-m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le\frac{4}{3}\\ m\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow 1\le m\le\frac{4}{3}.$$

Vậy $1\le m\le\frac{4}{3}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 7. Tìm m để các hàm số

a) $y=\frac{1}{\sqrt{x-m}}+\sqrt{-x+2m+6}$ xác định trên $(-1;0)$.

b) $y=\sqrt{1-\left|2x^2+mx+m+15\right|}$ xác định trên $[1;3]$.

Lời giải

a) Hàm số xác định khi $\begin{cases}x-m>0\\ -x+2m+6\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>m\\ x\le 2m+6\end{cases}\Leftrightarrow m<x\le 2m+6$.

Do đó để hàm số xác định trên $(-1;0)$, ta phải có $\begin{cases}m\le -1\\ 2m+6>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le -1\\ m>-3\end{cases}\Leftrightarrow -3<m\le -1$

.

Vậy $-3<m\le -1$ thỏa yêu cầu bài toán.

b) Hàm số xác định khi $1-\left|2x^2+mx+m+15\right|\ge 0\Leftrightarrow\left|2x^2+mx+m+15\right|\le 1$.

$(*)$

Bài toán được chuyển về việc tìm m để $(*)$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[1;3]$

Điều kiện cần: Bất phương trình nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[1;3]$ nên nghiệm đúng với $x=1$, $x=2$, tức là ta có $\begin{cases}|2m+17|\le 1\\ |3m+23|\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le 2m+17\le 1\\ -1\le 3m+23\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-9\le m\le -8\\ -8\le m\le -\frac{22}{3}\end{cases}\Leftrightarrow m=-8$.

Điều kiện đủ: Với $m=-8$, ta có $(*)\Leftrightarrow\left|2x^2-8x+7\right|\le 1\Leftrightarrow -1\le 2x^2-8x+7\le 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-8x+8\ge 0 \\ 2x^2-8x+6\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2\ge 0 \\ x^2-4x+3\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2-4x+3\le 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x-3)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-1\le 0 \\ x-3\ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x-1\ge 0 \\ x-3\le 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} x-1\ge 0 \\ x-3\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ x\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1\le x\le 3 \text{: thỏa mãn.}$$

Vậy $m=-8$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 8. Tìm m để các hàm số

a) $y=\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2-6x+m-2}}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

b) $y=\dfrac{\sqrt{m+1}}{3x^2-2x+m}$ xác định trên toàn trục số.

Lời giải

a) Hàm số xác định khi $x^2-6x+m-2>0 \Leftrightarrow (x-3)^2+m-11>0$.

Để hàm số xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow (x-3)^2+m-11>0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow m-11>0 \Leftrightarrow m>11.$$

Vậy $m>11$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b) Hàm số xác định khi $\begin{cases} m+1\ge 0 \\ 3x^2-2x+m\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -1 \\ 3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+m-\frac{1}{3}\ne 0 \end{cases}$.

Để hàm số xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -1 \\ 3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+m-\frac{1}{3}\ne 0 \end{cases}$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -1 \\ m-\frac{1}{3}>0 \end{cases} \Leftrightarrow m>\frac{1}{3}.$$

Vậy $m>\dfrac{1}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

DẠNG 3. TẬP GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D.

Tập hợp $T = \{y = f(x) | x \in D\}$ gọi là tập giá trị của hàm số $y = f(x)$.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm tập giá trị của hàm số $y = 5x - 4$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 5x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 5x - 4 \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập giá trị của hàm số $T = \mathbb{R}$.

Câu 2. Tìm tập giá trị của hàm số $y = 2\sqrt{x} + 3$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x \geq 0$. Tập xác định: $D = [0; +\infty)$.

Ta có $\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} + 3 \geq 3, \forall x \in D$.

Vậy tập giá trị của hàm số $T = [3; +\infty)$.

Câu 3. Tìm tập giá trị của hàm số $y = -x^2 + 4x + 4$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y = -x^2 + 4x + 4 = -(x-2)^2 + 8 \leq 8, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy tập giá trị của hàm số $T = (-\infty; 8]$.

Câu 4. Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $4 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$. Tập xác định: $D = [-2; 2]$.

$\forall x \in D$ ta có $x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 4 - x^2 \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} \leq 2$.

Mặt khác: $\sqrt{4 - x^2} \geq 0$. Nên $0 \leq \sqrt{4 - x^2} \leq 2, \forall x \in D$.

Vậy tập giá trị của hàm số $T=[0;\,2]$.

Câu 5. Tìm tập giá trị của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-4x+5}}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x^2-4x+5>0 \Leftrightarrow (x-2)^2+1>0$, đúng $\forall x\in\mathbb{R}$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $x^2-4x+5=(x-2)^2+1\ge 1 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2+1}\ge 1>0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{(x-2)^2+1}}\le 1$.

Mặt khác: $\dfrac{1}{\sqrt{(x-2)^2+1}}>0$. Nên $0<\dfrac{1}{\sqrt{(x-2)^2+1}}\le 1$, $\forall x\in D$.

Vậy tập giá trị của hàm số $T=(0;1]$.

DẠNG 4. TÍNH ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

1 PHƯƠNG PHÁP.

*** Phương pháp 1:**

Tìm tập xác định D của hàm số.

Với mọi $x_1,x_2\in D$, $x_1\ne x_2$.

Tính $f(x_1)-f(x_2)$.

Nếu $x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$ thì hàm số đã cho đồng biến (tăng).

Nếu $x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$ thì hàm số đã cho nghịch biến (giảm).

*** Phương pháp 2:**

Tìm tập xác định D của hàm số.

Với mọi $x_1,x_2\in D$, $x_1\ne x_2$.

Lập tỉ số $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$.

Nếu $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$ thì hàm số đã cho đồng biến (tăng).

Nếu $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$ thì hàm số đã cho nghịch biến (giảm).

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x)=x^2-7$ trên khoảng $(-\infty;0)$ và trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Với mọi $x_1,x_2\in D$, $x_1\neq x_2$, ta có $f(x_1)-f(x_2)=x_1^2-7-x_2^2+7=x_1^2-x_2^2=(x_1-x_2)(x_1+x_2)$.

Với mọi $x_1,x_2\in(-\infty;0)$ và $x_1<x_2$ ta có $x_1-x_2<0$ và $x_1+x_2<0$.

Suy ra $f(x_1)-f(x_2)>0$ hay $f(x_1)>f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Với mọi $x_1,x_2\in(0;+\infty)$ và $x_1<x_2$ ta có $x_1-x_2<0$ và $x_1+x_2>0$.

Suy ra $f(x_1)-f(x_2)<0$ hay $f(x_1)<f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 2. Xét tính đồng biến và nghịch biến của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$ trên khoảng $(-\infty;1)$ và trên khoảng $(1;+\infty)$.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Với mọi $x_1,x_2\in D$, $x_1\neq x_2$, ta có: $f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{x_1}{x_1-1}-\dfrac{x_2}{x_2-1}=\dfrac{x_2-x_1}{(x_1-1)(x_2-1)}$.

Với mọi $x_1,x_2\in(-\infty;1)$ và $x_1<x_2$ ta có $x_2-x_1>0$ và $x_1<1$, $x_2<1$.

Suy ra $f(x_1)-f(x_2)>0$ hay $f(x_1)>f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Với mọi $x_1,x_2\in(1;+\infty)$ và $x_1<x_2$ suy ra $f(x_1)-f(x_2)>0$ hay $f(x_1)>f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

DẠNG 5. TÌM ĐIỀU KIỆN CỦA THAM SỐ ĐỂ HÀM SỐ ĐỒNG BIẾN (NGHỊCH BIẾN) TRÊN MỘT TẬP HỢP CHO TRƯỚC

1 PHƯƠNG PHÁP.

Hàm số đồng biến (nghịch biến) trên D. Ta xét $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ với mọi $x_1,x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$.

Để hàm số đồng biến thì $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$ từ đó ta dễ dàng tìm được m thỏa mãn đề bài; ngược lại để hàm số nghịch biến thì $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$ ta cũng dễ dàng tìm được m thỏa mãn đề bài.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để hàm số $f(x)=(m+1)x+m-2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Với mọi $x_1,x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$, ta có:

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{\left[(m+1)x_1+m-2\right]-\left[(m+1)x_2+m-2\right]}{x_1-x_2}=m+1.$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-3;3]$ nên $m\in\{0;1;2;3\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(2m+3)x+m+3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Với mọi $x_1,x_2 \in D$, $x_1 \neq x_2$, ta có:

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{\left[(2m+3)x_1+m+3\right]-\left[(2m+3)x_2+m+3\right]}{x_1-x_2}=2m+3.$$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow 2m+3<0 \Leftrightarrow m<-\dfrac{3}{2}$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=-x^2+(m-1)x+2$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Lời giải

Xét $D=(1;2)$

Với mọi $x_1,x_2\in D$, $x_1\neq x_2$, ta có:

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{\left[-x_1^2+(m-1)x_1+2\right]-\left[-x_2^2+(m-1)x_2+2\right]}{x_1-x_2}$$

$$=\frac{-(x_1-x_2)(x_1+x_2)+(m-1)(x_1-x_2)}{x_1-x_2}=-(x_1+x_2)+m-1.$$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)\Leftrightarrow -(x_1+x_2)+m-1<0$, $\forall x_1,x_2\in(1;2)$

$\Leftrightarrow m<(x_1+x_2)+1$, $\forall x_1,x_2\in(1;2)$ (1).

Ta có $x_1,x_2\in(1;2)\Leftrightarrow (x_1+x_2)+1>3$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow m\leq 3$.

Vậy $m\leq 3$.

DẠNG 6. BÀI TOÁN THỰC TẾ

1 PHƯƠNG PHÁP.

Bước 1: Lập biểu thức theo yêu cầu bài toán (nếu cần);

Bước 2: Khai thác giả thiết để xử lí bài toán phù hợp;

Bước 3: Kết luận.

2 BÀI TẬP.

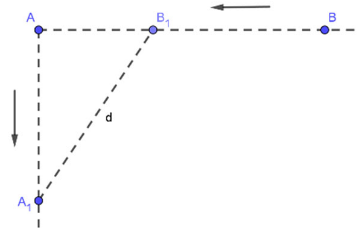
Câu 1. Cho rằng diện tích rừng nhiệt đới trên trái đất được xác định bởi hàm số $S=718,3-4,6t$, trong đó S được tính bằng triệu hec-ta, t tính bằng số năm kể từ năm 1990. Hãy tính diện tích rừng nhiệt đới vào các năm 1990 và 2018.

Lời giải

Vào năm 1990 ứng với $t=0$ nên diện tích rừng nhiệt đới vào năm 1999 là:
$S=718,3-4,6.0=718,3$ (ha).

Vào năm 2018 ứng với $t=28$ nên diện tích rừng nhiệt đới vào năm 2018 là:
$S=718,3-4,6.28=589,5$ (ha).

Câu 2. Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lý. Đồng thời cả hai con tàu cùng khởi hành, một tàu chạy về hướng nam với 6 hải lý/giờ, còn tàu kia chạy về vị trí hiện tại của tàu thứ nhất với vận tốc 7 hải lý/giờ. Hãy xác định thời điểm mà khoảng cách của hai tàu là nhỏ nhất?



Lời giải

Gọi d là khoảng cách của hai tàu sau khi xuất phát t (giờ), $t>0$.

Ta có: $d^2 = AB_1^2 + AA_1^2 = (5-BB_1)^2 + AA_1^2 = (5-7t)^2 + (6t)^2 = 85t^2 - 70t + 25$.

Suy ra $d = d(t) = \sqrt{85t^2 - 70t + 25} = \sqrt{85\left(t - \frac{7}{17}\right)^2 + \frac{180}{17}} \geq \frac{6\sqrt{85}}{17}$.

Khi đó $d_{min} = \frac{6\sqrt{85}}{17}$. Dấu "="xảy ra $\Leftrightarrow t = \frac{7}{17}$.

Vậy sau $\frac{7}{17}$ giờ xuất phát thì khoảng cách hai tàu nhỏ nhất là nhỏ nhất.

Câu 3. Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 USD. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x USD thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120-x)$ đôi. Hỏi của hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

Lời giải

Gọi y (USD) là số tiền lãi của cửa hàng bán giày.

Ta có $y = (120-x)(x-40) = -x^2 + 160x - 4800 = -(x-80)^2 + 1600 \leq 1600$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x = 80$.

Vậy cửa hàng lãi nhiều nhất khi bán đôi giày với giá 80 USD.

CHƯƠNG VI HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 15. HÀM SỐ

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = x^4 - 2018x^2 - 2019$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. **B.** $y = \dfrac{x^2+2}{x}$. **C.** $y = \dfrac{2x+3}{x^2}$. **D.** $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{x-3}{2x-2}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{x+2}{(x-3)^2}$ là

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 6: Tập xác định D của hàm số $y = \dfrac{3x-1}{2x-2}$ là

A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = [1;+\infty)$. **C.** $D = (1;+\infty)$. **D.** $D = R\setminus\{1\}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{5}{x^2-1}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $f(x) = \dfrac{x+5}{x-1} + \dfrac{x-1}{x+5}$ là

A. $D = \mathbb{R}$. **B.** $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $D = \mathbb{R}\setminus\{-5\}$. **D.** $D = \mathbb{R}\setminus\{-5;\ 1\}$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{3-x}{x^2-5x-6}$ là

A. $D = \mathbb{R}\setminus\{-1;6\}$ **B.** $D = \mathbb{R}\setminus\{1;-6\}$ **C.** $D = \{-1;6\}$ **D.** $D = \{1;-6\}$

Câu 10: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{x+1}{(x+1)(x^2-4)}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 2\}$ **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;2\}$ **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;\pm 2\}$

Câu 11: Tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{3x-1}$ là

A. $D=(0;+\infty)$. **B.** $D=[0;+\infty)$. **C.** $D=\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $D=\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{8-2x}-x$ là

A. $(-\infty;4]$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $[0;4]$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{4-x}+\sqrt{x-2}$ là

A. $D=(2;4)$ **B.** $D=[2;4]$ **C.** $D=\{2;4\}$ **D.** $D=(-\infty;2)\cup(4;+\infty)$

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{3x+4}{\sqrt{x-1}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{3-x}}$ là

A. $D=[3;+\infty)$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=(-\infty;3]$. **D.** $D=(-\infty;3)$.

Câu 16: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-1}+\dfrac{1}{x+4}$.

A. $[1;+\infty)\setminus\{4\}$. **B.** $(1;+\infty)\setminus\{4\}$. **C.** $(-4;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 17: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}$.

A. $D=[-3;+\infty)$. **B.** $D=[-2;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=[2;+\infty)$.

Câu 18: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{6-3x}-\sqrt{x-1}$.

A. $D=(1;2)$. **B.** $D=[1;2]$. **C.** $D=[1;3]$. **D.** $D=[-1;2]$.

Câu 19: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{2-x}-\dfrac{4}{\sqrt{x+4}}$.

A. $D=[-4;2]$. **B.** $D=(-4;2]$. **C.** $D=[-4;2)$. **D.** $D=(-2;4]$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x}+\sqrt{x+2}}{x^2-x-12}$ là

A. $[-2;4]$. **B.** $(-3;-2)\cup(-2;4)$. **C.** $(-2;4)$. **D.** $[-2;4)$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-3}+\dfrac{1}{x-3}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $D=[3;+\infty)$. **C.** $D=(3;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;3)$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3-x}+\sqrt{x+1}}{x^2-5x+6}$ là

A. $[-1;3)\setminus\{2\}$. **B.** $[-1;2]$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $(2;3)$.

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{5-2x}}{(x-2)\sqrt{x-1}}$ là

A. $\left(1;\dfrac{5}{2}\right]\backslash\{2\}$. **B.** $\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(1;\dfrac{5}{2}\right)\backslash\{2\}$. **D.** $\left(1;\dfrac{5}{2}\right)$.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{5-2x}}{(x-2)\sqrt{x-1}}$ là

A. $\left(1;\dfrac{5}{2}\right]\backslash\{2\}$. **B.** $\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(1;\dfrac{5}{2}\right)\backslash\{2\}$. **D.** $\left(1;\dfrac{5}{2}\right)$.

Câu 25: Tập xác định D của hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}}{x}$ là

A. $D=[-2;2]\backslash\{0\}$. **B.** $D=[-2;2]$. **C.** $D=(-2;2)$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Câu 26: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{3x+5}{x-1}-4}$ là $(a;b]$ với a,b là các số thực. Tính tổng $a+b$.

A. $a+b=-8$. **B.** $a+b=-10$. **C.** $a+b=8$. **D.** $a+b=10$.

Câu 27: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}+\sqrt{x+3}$.

A. $[-1;+\infty)$. **B.** $[-2;+\infty)$. **C.** $[-3;+\infty)$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 28: Tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{x+2}+4\sqrt{3-x}$ là

A. $D=(-2;3)$. **B.** $D=[-3;+\infty)$. **C.** $D=(-\infty;3]$. **D.** $D=[-2;3]$.

Câu 29: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x-3}-3\sqrt{2-x}$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $\left[\dfrac{3}{2};2\right]$.

Câu 30: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{6x}{\sqrt{4-3x}}$

A. $D=\left(-\infty;\dfrac{4}{3}\right)$. **B.** $D=\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $D=\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{4}\right)$. **D.** $D=\left[\dfrac{4}{3};+\infty\right)$.

Câu 31: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{2x-5}}+\sqrt{9-x}$ là

A. $D=\left(\dfrac{5}{2};9\right]$. **B.** $D=\left(\dfrac{5}{2};9\right)$. **C.** $D=\left[\dfrac{5}{2};9\right)$. **D.** $D=\left[\dfrac{5}{2};9\right]$.

Câu 32: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$.

A. $D=\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)\backslash\{3\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)\backslash\{3\}$. **D.** $D=\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right)\backslash\{3\}$.

Câu 33: Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2\sqrt{x}}{x^2+4}$. **B.** $y=x^2-\sqrt{x^2+1}-3$.

C. $y=\dfrac{3x}{x^2-4}$. **D.** $y=x^2-2\sqrt{x-1}-3$.

Câu 34: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-1}-\dfrac{3x-1}{(x^2-4)\sqrt{5-x}}$.

A. $[1;5]\setminus\{2\}$. **B.** $(-\infty;5]$. **C.** $[1;5)\setminus\{2\}$. **D.** $[1;+\infty)\setminus\{2;5\}$.

Câu 35: Tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ là

A. $D=(-4;+\infty)\setminus\{2\}$. **B.** $D=[-4;+\infty)\setminus\{2\}$.

C. $D=\varnothing$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 36: Tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}}$ là

A. $D=\left[-4;\dfrac{3}{2}\right]$. **B.** $D=\left[-4;\dfrac{3}{2}\right)$.

C. $D=\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]$. **D.** $D=[-4;-1)\cup\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 37: Tập xác định của hàm số $f(x)=\sqrt{3-x}+\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$ là

A. $D=(1;\ 3]$. **B.** $D=(-\infty;1)\cup[3;+\infty)$.

C. $D=[1;3]$. **D.** $D=\varnothing$.

Câu 38: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{6-x}+\dfrac{4}{5x-10}$.

A. $D=(-\infty;6]\setminus\{2\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $D=[6;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;6]$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x-1}+\dfrac{1}{x-3}$. Tập nào sau đây là tập xác định của hàm số $f(x)$?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $[1;3)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)\setminus\{3\}$.

Câu 40: Tập xác định của hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\sqrt{-3x+8}+x & \text{khi } x<2\\ \sqrt{x+7}+1 & \text{khi } x\ge 2\end{cases}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{8}{3}\right]$. **D.** $[-7;+\infty)$.

Câu 41: Tập xác định D của hàm số $y=(2x-1)\sqrt{3-2x}+\dfrac{1}{2x-2}$ là

A. $D=\left[\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right]$. **B.** $D=\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right]\setminus\{1\}$. **C.** $D=\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]\setminus\{1\}$. **D.** $D=\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 42: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{3}{\sqrt{x+2}-1}$ là

A. $D=[-2;+\infty)\setminus\{-1\}$. **B.** $D=R\setminus\{-1\}$.

C. $D=[-2;+\infty)$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

Câu 43: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{(x^2-5x+6)\sqrt{4-x}}$ là

A. $[-1;4)\backslash\{2;3\}$. **B.** $[-1;4)$. **C.** $(-1;4]\backslash\{2;3\}$. **D.** $(-1;4)\backslash\{2;3\}$.

Câu 44: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x^2-3x+2}$ là:

A. $D=[0;+\infty)$ **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\{1;2\}$ **C.** $D=\mathbb{R}_+\backslash\{1;2\}$ **D.** $D=(0;+\infty)$

Câu 45: Tìm tập xác định D của hàm số: $y=f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-3}{x-2} \text{ khi } x\le 0\\ \sqrt{1-x} \text{ khi } x>0\end{cases}$.

A. $D=\mathbb{R}\backslash\{2\}$ **B.** $D=[1;+\infty)\backslash\{2\}$ **C.** $D=(-\infty;1]$ **D.** $D=[1;+\infty)$

Câu 46: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x+2}+\dfrac{x^3}{4|x|-3}$

A. $D=[-2;+\infty)$.

B. $D=[-2;+\infty)\backslash\left\{-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4}\right\}$.

C. $D=\left\{-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4}\right\}$.

D. $D=\mathbb{R}\backslash\left\{-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4}\right\}$.

Câu 47: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3x-2}+6x}{\sqrt{4-3x}}$.

A. $D=\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$. **B.** $D=\left[\dfrac{3}{2};\dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $D=\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{4}\right)$. **D.** $D=\left(-\infty;\dfrac{4}{3}\right)$.

Câu 48: Giả sử $D=(a;b)$ là tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x+3}{\sqrt{-x^2+3x-2}}$. Tính $S=a^2+b^2$.

A. $S=7$. **B.** $S=5$. **C.** $S=4$. **D.** $S=3$.

Câu 49: Hàm số $y=\dfrac{x^2-7x+8}{x^2-3x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{a;b\};a\ne b$. Tính giá trị biểu thức $Q=a^3+b^3-4ab$.

A. $Q=11$. **B.** $Q=14$. **C.** $Q=-14$. **D.** $Q=10$.

Câu 50: Với giá trị nào của m thì hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $m\le -4$. **B.** $m<-4$. **C.** $m>0$. **D.** $m<4$.

Câu 51: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{3x+5}{x-1}-4}$ là $(a;b]$ với a,b là các số thực. Tính tổng $a+b$.

A. $a+b=-8$. **B.** $a+b=-10$. **C.** $a+b=8$. **D.** $a+b=10$.

Câu 52: Tập tất cả các giá trị m để hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{-x^2-2x+3}}+\sqrt{x-m}$ có tập xác định khác tập rỗng là

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;1]$.

Câu 53: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2019x+2020}{x^2-2x+21-2m}$, với m là tham số. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ là

A. vô số. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 54: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2+2m+2}{x-m}$ xác định trên khoảng $(-1;0)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-1 \end{array}\right.$. **B.** $m\le -1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 0 \\ m\le -1 \end{array}\right.$. **D.** $m\ge 0$.

Câu 55: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên nửa khoảng $(0;1]$.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le \dfrac{1}{2} \\ m\ge 1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le \dfrac{1}{2} \\ m>1 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m< \dfrac{1}{2} \\ m\ge 1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m< \dfrac{1}{2} \\ m>1 \end{array}\right.$.

Câu 56: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x-m}}$ xác định trên $[2;3]$.

A. $m<0$. **B.** $0<m<3$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\ge 3$.

Câu 57: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{2x}{x-m+1}$ xác định trên khoảng $(0;2)$?

A. $1<m<3$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right.$. **C.** $3<m<5$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le 1 \\ m\ge 3 \end{array}\right.$.

Câu 58: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{-2x+3m+2}+\dfrac{x+1}{x+2m-4}$ xác định trên $(-\infty;-2)$.

A. $m\in[-2;4]$. **B.** $m\in(-2;3]$. **C.** $m\in[-2;3]$. **D.** $m\in(-\infty;-2]$.

Câu 59: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0;1)$.

A. $m\in(-\infty;-1]\cup\{2\}$. **B.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]\cup\{2\}$. **C.** $m\in(-\infty;1]\cup\{2\}$. **D.** $m\in(-\infty;1]\cup\{3\}$.

Câu 60: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=f(x)=\sqrt{x^2-3mx+4}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$.

A. $|m|<\dfrac{4}{3}$. **B.** $|m|\le\dfrac{4}{3}$. **C.** $|m|>\dfrac{4}{3}$. **D.** $|m|\ge\dfrac{4}{3}$.

Câu 61: Tìm m để hàm số $y=(x-2)\sqrt{3x-m-1}$ xác định trên tập $(1;+\infty)$?

A. $m<2$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m>2$. **D.** $m\ge 2$.

Câu 62: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m}+\dfrac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$ là

A. $m\in[-3;0]\cup[0;1]$. **B.** $m\in\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$.

C. $m\in[-3;0]$. **D.** $m\in[-4;0]\cup\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$.

Câu 63: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{x\sqrt{2}+1}{x^2+2x-m+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m\ge 1$. **B.** $m<0$. **C.** $m>2$. **D.** $m\le 3$

Câu 64: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2(m+1)x+m^2+2m}$. Tập các giá trị của m để hàm số xác định trên $[0;1)$ là $T=(-\infty;a)\cup[b;c)\cup[d;+\infty)$. Tính $P=a+b+c+d$.

A. $P=-2$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=2$. **D.** $P=1$.

Câu 65: Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1;2)$.

A. $\begin{cases} m\le -1 \\ m\ge 2 \end{cases}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge 2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m< -1 \\ m> 2 \end{array}\right.$. **D.** $-1<m<2$.

Câu 66: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{x-m+1}+\sqrt{2x-m}$ xác định với $\forall x>0$.

A. $m\ge 1$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m>0$. **D.** $m<1$.

Câu 67: Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x-2m+1}$ xác định với mọi $x\in[1;3]$ là:

A. $\{2\}$. **B.** $\{1\}$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $(-\infty;1]$.

Câu 68: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{x-m+2}+\dfrac{1}{\sqrt{5-x}}$ có tập xác định $D=[0;5)$.

A. $m\ge 0$. **B.** $m\ge 2$. **C.** $m\le -2$. **D.** $m=2$.

Câu 69: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{\sqrt{m+1}}{3x^2-2x+m}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

A. $-1\le m\le \dfrac{1}{3}$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $m>\dfrac{1}{3}$. **D.** $m\ge \dfrac{1}{3}$.

Câu 70: Tìm điều kiện của m để hàm số $y=\sqrt{x^2-x+m}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$

A. $m\ge \dfrac{1}{4}$. **B.** $m>\dfrac{1}{4}$. **C.** $m>-\dfrac{1}{4}$. **D.** $m\le \dfrac{1}{4}$.

Câu 71: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{2\sqrt{x-2m+3}}{3(x-m)}+\dfrac{x-2}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$.

A. $m\in\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$. **B.** $m\in[-3;0]$.

C. $m\in[-3;0]\cup[0;1]$. **D.** $m\in[-4;0]\cup\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$.

Câu 72: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x+2m-1}+\sqrt{4-2m-\dfrac{x}{2}}$ xác định với mọi $x\in[0;2]$ khi $m\in[a;b]$. Giá trị của tổng $a+b$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 73: Tìm m để hàm số $y=\sqrt{-2x+3m+2}+\dfrac{x+1}{2x+4m-8}$ xác định trên khoảng $(-\infty;-2)$.

A. $m\in[-2;4]$. **B.** $m\in[-2;3)$. **C.** $m\in(-2;3]$. **D.** $m\in[-2;3]$.

Câu 74: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2}{x-2m}+\sqrt{7m+1-2x}$ chứa đoạn $[-1;1]$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

Câu 75: Cho hàm số $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{m-2x}$ với $m\geq -2$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để tập xác định của hàm số có độ dài bằng 1?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH SỰ BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ CHO TRƯỚC

Câu 76: Chọn khẳng định đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là nghịch biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K,\ x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K,\ x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)\leq f(x_2)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K,\ x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K,\ x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

Câu 77: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=1-2x$ **B.** $y=3x+2$ **C.** $y=x^2+2x-1$ **D.** $y=-2(2x-3)$.

Câu 78: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x$. **B.** $y=-2x$. **C.** $y=2x$. **D.** $y=\frac{1}{2}x$

Câu 79: Xét sự biến thiên của hàm số $f(x)=\frac{3}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

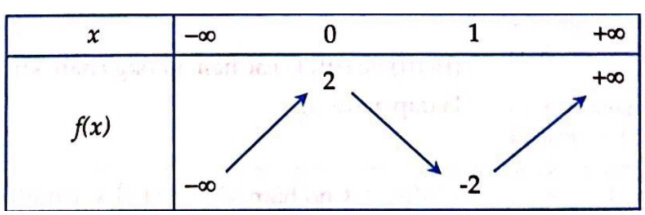
D. Hàm số không đồng biến, không nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 80: Hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $(1;+\infty)$.

DẠNG 3. XÁC ĐỊNH SỰ BIẾN THIÊN THÔNG QUA ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

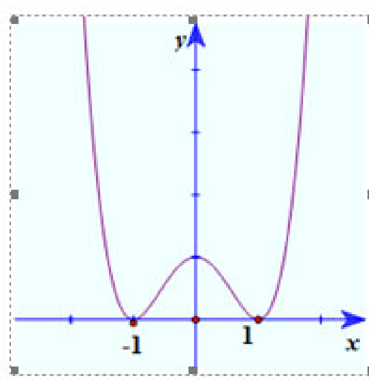
Câu 81: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$ **B.** $(1;+\infty)$ **C.** $(-2;2)$

Câu 82: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ.



Chọn khẳng định **sai.**

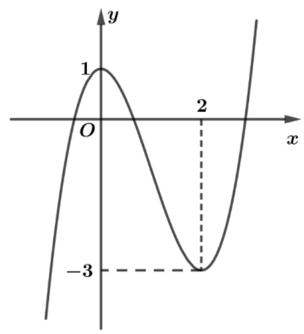
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 83: Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

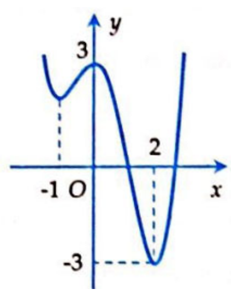
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Câu 84: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$

DẠNG 4. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 85: Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc đồ thị của hàm số?

A. $M_1(2;\ 3)$. **B.** $M_2(0;\ -1)$. **C.** $M_3\left(\frac{1}{2};\ \frac{-1}{2}\right)$. **D.** $M_4(1;\ 0)$.

Câu 86: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số đã cho?

A. $(-2;0)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-2;-12)$. **D.** $(1;-1)$.

Câu 87: Cho (P) có phương trình $y=x^2-2x+4$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (P).

A. $Q(4;2)$. **B.** $N(-3;1)$. **C.** $P=(4;0)$. **D.** $M(-3;19)$.

Câu 88: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x(x-2)}$?

A. $M(2;1)$. **B.** $N(-1;0)$. **C.** $P(2;0)$. **D.** $Q\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 89: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x-1}$?

A. $M_1(2;1)$. **B.** $M_2(1;1)$. **C.** $M_3(2;0)$. **D.** $M_4(0;-2)$.

Câu 90: Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y=x+3+\sqrt{x-2}$?

A. $M(3;0)$. **B.** $N(1;2)$. **C.** $P\left(5;8+\sqrt{3}\right)$. **D.** $Q(5;8)$.

Câu 91: Điểm sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x}$?

A. $A(2;0)$. **B.** $B\left(3;\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $C(1;-1)$. **D.** $D(-1;-3)$.

Câu 92: Tìm m để đồ thị hàm số $y=4x+m-1$ đi qua điểm $A(1;2)$.

A. $m=6$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=1$.

Câu 93: Đồ thị hàm số $y=f(x)=\begin{cases}2x+3 & khi\ x\le 2\\ x^2-3 & khi\ x>2\end{cases}$ đi qua điểm có tọa độ nào sau đây ?

A. $(0;-3)$ **B.** $(3;6)$ **C.** $(2;5)$ **D.** $(2;1)$

Câu 94: Đồ thị của hàm số $y=f(x)=\begin{cases}2x+1 \text{ khi } x\le 2\\ -3 \text{ khi } x>2\end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(0;-3)$ **B.** $(3;7)$ **C.** $(2;-3)$ **D.** $(0;1)$

Câu 95: Cho hàm số $y=\begin{cases}x^2-2x & khi\ x\ge 1\\ \dfrac{5-2x}{x-1} & khi\ x<1\end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?

A. $(4;-1)$. **B.** $(-2;-3)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(2;1)$.

Câu 96: Cho hàm số $y=\begin{cases}x^2-2x & khi\ x\ge 1\\ \dfrac{5-2x}{x-1} & khi\ x<1\end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?

A. $(4;-1)$. **B.** $(-2;-3)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(2;1)$.

Câu 97: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x+a}{x+5}$ có $f(-4)=13$. Khi đó giá trị của a là

A. $a=11$. **B.** $a=21$. **C.** $a=-3$. **D.** $a=3$.

Câu 98: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+3x+1; khi\ x\le 1\\ -x+2 \quad ; khi\ \ x>1\end{cases}$. Tính $f(-2)$.

A. -1. **B.** 4. **C.** -7. **D.** 0.

Câu 99: Hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{2\sqrt{x-2}-3}{x-1} & \text{khi x} \geq 2\\ x^2+2 & \text{khi x<2}\end{cases}$. Tính $P=f\left(2\right)+f\left(-2\right)$.

A. $P=3$. **B.** $P=\frac{7}{3}$. **C.** $P=6$. **D.** $P=2$.

Câu 100: Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & \text{khi} \quad x\geq 2\\ x^2+1 & \text{khi} \quad x<2\end{cases}$. Tính $P=f\left(2\right)+f\left(-2\right)$.

A. $P=\frac{5}{3}$. **B.** $P=\frac{8}{3}$. **C.** $P=6$. **D.** $P=4$.

Câu 101: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\begin{cases}2x-1 & \text{khi } x>0\\ 3x^2 & \text{khi } x\leq 0\end{cases}$. Giá trị của biểu thức $P=f\left(-1\right)+f\left(1\right)$ là:

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 102: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}1-x & x\geq 1\\ 2x-1 & x<1\end{cases}$. Giá trị của biểu thức $T=f(-1)+f(1)+f(5)$ là

A. $T=-2$. **B.** $T=-7$. **C.** $T=6$. **D.** $T=7$.

Câu 103: Cho hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+4}-1}{x-1} khi\, x>4\\ 3-x\, khi\, x\leq 4\end{cases}$. Tính $f\left(5\right)+f\left(-5\right)$.

A. $-\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{15}{2}$. **C.** $\frac{17}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2}$.

CHƯƠNG VI HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 15. HÀM SỐ

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = x^4 - 2018x^2 - 2019$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số là hàm đa thức nên xác định với mọi số thực x.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. **B.** $y = \dfrac{x^2+2}{x}$. **C.** $y = \dfrac{2x+3}{x^2}$. **D.** $y = \dfrac{x+2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ là hàm đa thức bậc ba nên tập xác định là $\mathbb{R}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ là $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{x-3}{2x-2}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định : $2x-2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 1$

Nên tập xác định của hàm số là : $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x+2}{(x-3)^2}$ là

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x-3\neq 0 \Leftrightarrow x\neq 3$.

TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Câu 6: Tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x-2}$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=[1;+\infty)$. **C.** $D=(1;+\infty)$. **D.** $D=R\setminus\{1\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x-2}$ xác định khi $x\neq 1$. Vậy $D=R\setminus\{1\}$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{5}{x^2-1}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $x^2-1\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq -1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$.

Câu 8: Tập xác định của hàm số $f(x)=\dfrac{x+5}{x-1}+\dfrac{x-1}{x+5}$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-5\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-5;\ 1\}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases} x-1\neq 0 \\ x+5\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq -5 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;-5\}$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{3-x}{x^2-5x-6}$ là

A. $D=\mathbb{R}\backslash\{-1;6\}$ **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\{1;-6\}$ **C.** $D=\{-1;6\}$ **D.** $D=\{1;-6\}$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x^2-5x-6\neq 0\Rightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ x\neq 6\end{cases}$.

Vậy $D=\mathbb{R}\backslash\{-1;6\}$.

Câu 10: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{x+1}{(x+1)(x^2-4)}$.

A. $D=\mathbb{R}\backslash\{2\}$ **B.** $D=\mathbb{R}\backslash\{\pm 2\}$ **C.** $D=\mathbb{R}\backslash\{-1;2\}$ **D.** $D=\mathbb{R}\backslash\{-1;\pm 2\}$

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x+1\neq 0\\ x^2-4\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq -1\\ x\neq \pm 2\end{cases}$. Vậy $D=\mathbb{R}\backslash\{-1;\pm 2\}$.

Lưu ý: Nếu rút gọn $y=\dfrac{1}{x^2-4}$ rồi khẳng định $D=\mathbb{R}\backslash\{\pm 2\}$ là sai. Vì với $x=-1$ thì biểu thức ban đầu $\dfrac{x+1}{(x+1)(x^2-4)}$ không xác định.

Câu 11: Tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{3x-1}$ là

A. $D=(0;+\infty)$. **B.** $D=[0;+\infty)$. **C.** $D=\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $D=\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\sqrt{3x-1}$ xác định $\Leftrightarrow 3x-1\geq 0\Leftrightarrow x\geq\dfrac{1}{3}$.

Vậy: $D=\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{8-2x}-x$ là

A. $(-\infty;4]$. **B.** $[4;+\infty)$. **C.** $[0;4]$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số là $8-2x\geq 0\Leftrightarrow x\leq 4$, nên tập xác định là $(-\infty;4]$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{4-x}+\sqrt{x-2}$ là

A. $D=(2;4)$ **B.** $D=[2;4]$ **C.** $D=\{2;4\}$ **D.** $D=(-\infty;2)\cup(4;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}4-x\geq 0\\ x-2\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 4\\ x\geq 2\end{cases}$ suy ra TXĐ: $D=[2;4]$.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{3x+4}{\sqrt{x-1}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases}x-1\geq 0\\ \sqrt{x-1}\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x-1\geq 0\\ x-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(1;+\infty)$.

Cách khác: Điều kiện xác định của hàm số là $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(1;+\infty)$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{3-x}}$ là

A. $D=[3;+\infty)$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $D=(-\infty;3]$. **D.** $D=(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định $3-x>0\Leftrightarrow x<3$.

Vậy tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{3-x}}$ là $D=(-\infty;3)$.

Câu 16: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-1}+\dfrac{1}{x+4}$.

A. $[1;+\infty)\setminus\{4\}$. **B.** $(1;+\infty)\setminus\{4\}$. **C.** $(-4;+\infty)$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số: $\begin{cases}x-1\geq 0\\ x+4\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1\\ x\neq -4\end{cases}$.

Suy ra tập xác định của hàm số là $[1;+\infty)$.

Câu 17: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}$.

A. $D=[-3;+\infty)$. **B.** $D=[-2;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x+2\ge 0 \\ x+3\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\ge -2.$

Vậy $D=[-2;+\infty)$.

Câu 18: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{6-3x}-\sqrt{x-1}$.

A. $D=(1;2)$. **B.** $D=[1;2]$. **C.** $D=[1;3]$. **D.** $D=[-1;2]$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 6-3x\ge 0 \\ x-1\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 2 \\ x\ge 1 \end{cases}$.

Vậy $D=[1;2]$.

Câu 19: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{2-x}-\dfrac{4}{\sqrt{x+4}}$.

A. $D=[-4;2]$. **B.** $D=(-4;2]$. **C.** $D=[-4;2)$. **D.** $D=(-2;4]$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 2-x\ge 0 \\ x+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 2 \\ x>-4 \end{cases}$.

Vậy $D=(-4;2]$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x}+\sqrt{x+2}}{x^2-x-12}$ là

A. $[-2;4]$. **B.** $(-3;-2)\cup(-2;4)$. **C.** $(-2;4)$. **D.** $[-2;4)$.

Lời giải

Chọn D

ĐKXĐ: $\begin{cases} 4-x\ge 0 \\ x+2\ge 0 \\ x^2-x-12\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 4 \\ x\ge -2 \\ x\ne -3 \\ x\ne 4 \end{cases} \Leftrightarrow -2\le x<4$. Vậy, tập xác định của hàm số là $D=[-2;4)$

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-3}+\dfrac{1}{x-3}$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $D=[3;+\infty)$. **C.** $D=(3;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là những giá trị x thỏa mãn: $\begin{cases} x-3\ge 0 \\ x-3\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow x>3$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3-x}+\sqrt{x+1}}{x^2-5x+6}$ là

A. $[-1;3)\setminus\{2\}$. **B.** $[-1;2]$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} 3-x\ge 0 \\ x+1\ge 0 \\ x^2-5x+6\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 3 \\ x\ge -1 \\ x\ne 3 \\ x\ne 2 \end{cases} \Leftrightarrow x\in[-1;3)\setminus\{2\}$.

Vậy tập xác định $D=[-1;3)\setminus\{2\}$.

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{5-2x}}{(x-2)\sqrt{x-1}}$ là

A. $\left(1;\dfrac{5}{2}\right]\setminus\{2\}$. **B.** $\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(1;\dfrac{5}{2}\right)\setminus\{2\}$. **D.** $\left(1;\dfrac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi: $\begin{cases} 5-2x\ge 0 \\ x-2\ne 0 \\ x-1\ge 0 \\ \sqrt{x-1}\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le \dfrac{5}{2} \\ x\ne 2 \\ x\ge 1 \\ x\ne 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1<x\le \dfrac{5}{2} \\ x\ne 2 \end{cases}$

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{5-2x}}{(x-2)\sqrt{x-1}}$ là

A. $\left(1;\dfrac{5}{2}\right]\setminus\{2\}$. **B.** $\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(1;\dfrac{5}{2}\right)\setminus\{2\}$. **D.** $\left(1;\dfrac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số có điều kiện xác định là: $\begin{cases} 5-2x\ge 0 \\ x-2\ne 0 \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le \dfrac{5}{2} \\ x\ne 2 \\ x>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1<x\le \dfrac{5}{2} \\ x\ne 2 \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=\left(1;\frac{5}{2}\right]\backslash\{2\}$.

Câu 25: Tập xác định D của hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}}{x}$ là

A. $D=[-2;2]\backslash\{0\}$. **B.** $D=[-2;2]$. **C.** $D=(-2;2)$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases}2-x\ge 0\\2+x\ge 0\\x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 2\\x\ge -2\\x\ne 0\end{cases}$.

Tập xác định của hàm số $D=[-2;2]\backslash\{0\}$.

Câu 26: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\dfrac{3x+5}{x-1}-4}$ là $(a;b]$ với a,b là các số thực. Tính tổng $a+b$.

A. $a+b=-8$. **B.** $a+b=-10$. **C.** $a+b=8$. **D.** $a+b=10$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x-1\ne 0\\\dfrac{3x+5}{x-1}-4\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 1\\\dfrac{9-x}{x-1}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 1\\(9-x)(x-1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow 1<x\le 9$.

* Tập xác định $D=(1;9]\to a=1,b=9\to a+b=10$.

Câu 27: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}+\sqrt{x+3}$.

A. $[-1;+\infty)$. **B.** $[-2;+\infty)$. **C.** $[-3;+\infty)$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases}x+1\ge 0\\x+2\ge 0\\x+3\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\x\ge -2\\x\ge -3\end{cases}\Leftrightarrow x\ge -1$

Câu 28: Tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{x+2}+4\sqrt{3-x}$ là

A. $D=(-2;3)$. **B.** $D=[-3;+\infty)$. **C.** $D=(-\infty;3]$. **D.** $D=[-2;3]$.

Lời giải

Chọn D

Để hàm số $y=\sqrt{x+2}+4\sqrt{3-x}$ xác định thì $\begin{cases}x+2\ge 0\\3-x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -2\\x\le 3\end{cases}\Rightarrow x\in[-2;3]$.

Câu 29: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x-3}-3\sqrt{2-x}$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $\left[\frac{3}{2};2\right]$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases} 2x-3\ge 0 \\ 2-x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \frac{3}{2} \\ x\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow x\in\left[\frac{3}{2};2\right]$.

Câu 30: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\frac{6x}{\sqrt{4-3x}}$

A. $D=\left(-\infty;\frac{4}{3}\right)$. **B.** $D=\left[\frac{3}{2};\frac{4}{3}\right)$. **C.** $D=\left[\frac{2}{3};\frac{3}{4}\right)$. **D.** $D=\left[\frac{4}{3};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $4-3x>0 \Leftrightarrow x<\frac{4}{3}$.

Câu 31: Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{2x-5}}+\sqrt{9-x}$ là

A. $D=\left(\frac{5}{2};9\right]$. **B.** $D=\left(\frac{5}{2};9\right)$. **C.** $D=\left[\frac{5}{2};9\right)$. **D.** $D=\left[\frac{5}{2};9\right]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 9-x\ge 0 \\ 2x-5>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 9 \\ x>\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{2}<x\le 9.$

Tập xác định: $D=\left(\frac{5}{2};9\right]$.

Câu 32: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\frac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$.

A. $D=\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$. **D.** $D=\left[\frac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x-3\ne 0 \\ 2x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne 3 \\ x>\frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là: $D=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$.

Câu 33: Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2\sqrt{x}}{x^2+4}$.　　**B.** $y=x^2-\sqrt{x^2+1}-3$.

C. $y=\dfrac{3x}{x^2-4}$.　　**D.** $y=x^2-2\sqrt{x-1}-3$.

Lời giải

Chọn B

$y=\dfrac{2\sqrt{x}}{x^2+4}$ có tập xác định là $(0;+\infty)$.

$y=\dfrac{3x}{x^2-4}$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.

$y=x^2-2\sqrt{x-1}-3$ có tập xác định là $[1;+\infty)$.

Câu 34: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x-1}-\dfrac{3x-1}{(x^2-4)\sqrt{5-x}}$.

A. $[1;5]\setminus\{2\}$.　　**B.** $(-\infty;5]$.　　**C.** $[1;5)\setminus\{2\}$.　　**D.** $[1;+\infty)\setminus\{2;5\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định $\begin{cases} x-1\ge 0 \\ (x^2-4)\sqrt{5-x}\ne 0 \\ 5-x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \mathrm{x}\in[1;5)\setminus\{2\}$.

Câu 35: Tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ là

A. $D=(-4;+\infty)\setminus\{2\}$.　　**B.** $D=[-4;+\infty)\setminus\{2\}$.

C. $D=\varnothing$.　　**D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\dfrac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x-2\ne 0 \\ x+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne 2 \\ x>-4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-4;+\infty)\setminus\{2\}$.

Câu 36: Tập xác định D của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}}$ là

A. $D=\left[-4;\dfrac{3}{2}\right]$.　　**B.** $D=\left[-4;\dfrac{3}{2}\right)$.

C. $D=\left(-\infty;\frac{3}{2}\right]$. **D.** $D=[-4;-1)\cup\left(-1;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Để hàm số $y=\frac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}}$ xác định thì: $\begin{cases}x+4\ge 0\\ x+1\ne 0\\ 3-2x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -4\\ x\ne -1\\ x<\frac{3}{2}\end{cases}\Rightarrow x\in[-4;-1)\cup\left(-1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 37: Tập xác định của hàm số $f(x)=\sqrt{3-x}+\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ là

A. $D=(1;\ 3]$. **B.** $D=(-\infty;1)\cup[3;+\infty)$.

C. $D=[1;3]$. **D.** $D=\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $\begin{cases}3-x\ge 0\\ x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 3\\ x>1\end{cases}\Leftrightarrow 1<x\le 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(1;\ 3]$.

Câu 38: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{6-x}+\frac{4}{5x-10}$.

A. $D=(-\infty;6]\setminus\{2\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $D=[6;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;6]$.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $\begin{cases}6-x\ge 0\\ 5x-10\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 6\\ x\ne 2\end{cases}$. Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;6]\setminus\{2\}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x-1}+\frac{1}{x-3}$. Tập nào sau đây là tập xác định của hàm số $f(x)$?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $[1;3)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)\setminus\{3\}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định là $\begin{cases}x-1\ge 0\\ x\ne 3\end{cases}\Leftrightarrow 1\le x\ne 3$.

Câu 40: Tập xác định của hàm số $y=f(x)=\begin{cases}\sqrt{-3x+8}+x & \text{khi } x<2\\ \sqrt{x+7}+1 & \text{khi } x\ge 2\end{cases}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $\left(-\infty;\frac{8}{3}\right]$. **D.** $[-7;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 41: Tập xác định D của hàm số $y=(2x-1)\sqrt{3-2x}+\frac{1}{2x-2}$ là

A. $D=\left[\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$. **B.** $D=\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]\setminus\{1\}$. **C.** $D=\left(-\infty;\frac{3}{2}\right]\setminus\{1\}$. **D.** $D=\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số trên là $\begin{cases}3-2x\ge 0\\2x-2\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le\frac{3}{2}\\x\ne 1\end{cases}$.

Vậy tập xác định: $D=\left(-\infty;\frac{3}{2}\right]\setminus\{1\}$.

Câu 42: Tập xác định của hàm số $y=\frac{3}{\sqrt{x+2}-1}$ là

A. $D=[-2;+\infty)\setminus\{-1\}$. **B.** $D=R\setminus\{-1\}$. **C.** $D=[-2;+\infty)$. **D.** $D=(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $\begin{cases}x+2\ge 0\\\sqrt{x+2}\ne 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -2\\x\ne -1\end{cases}$.

Câu 43: Tập xác định của hàm số $y=\frac{\sqrt{x+1}}{(x^2-5x+6)\sqrt{4-x}}$ là

A. $[-1;4)\setminus\{2;3\}$. **B.** $[-1;4)$. **C.** $(-1;4]\setminus\{2;3\}$. **D.** $(-1;4)\setminus\{2;3\}$.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $\begin{cases}x+1\ge 0\\x^2-5x+6\ne 0\\4-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -1\\x\ne 2\\x\ne 3\\x<4\end{cases}\Leftrightarrow x\in[-1;4)\setminus\{2;3\}$.

Vậy TXĐ: $D=[-1;4)\setminus\{2;3\}$.

Câu 44: Tập xác định của hàm số $y=\frac{\sqrt{x}}{x^2-3x+2}$ là:

A. $D=[0;+\infty)$ **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$ **C.** $D=\mathbb{R}_+\setminus\{1;2\}$ **D.** $D=(0;+\infty)$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định $\begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 - 3x + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq 2 \end{cases}$.

Vậy $D = \mathbb{R}_+ \setminus \{1;2\}$.

Câu 45: Tìm tập xác định D của hàm số: $y = f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-3}{x-2} \text{ khi } x \leq 0 \\ \sqrt{1-x} \text{ khi } x > 0 \end{cases}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ **B.** $D = [1;+\infty) \setminus \{2\}$ **C.** $D = (-\infty;1]$ **D.** $D = [1;+\infty)$

Lời giải

Chọn C

Với $x \leq 0$ thì $x - 2 \neq 0$ nên hàm số xác định với mọi $x \leq 0$.

Với $x > 0$: Hàm số xác định khi $1 - x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Vậy $D = (-\infty;0] \cup (0;1] = (-\infty;1]$.

Câu 46: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+2} + \dfrac{x^3}{4|x|-3}$

A. $D = [-2;+\infty)$.

B. $D = [-2;+\infty) \setminus \left\{-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4}\right\}$.

C. $D = \left\{-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4}\right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác dịnh của hàm số $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 4|x| - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \neq -\dfrac{3}{4} \\ x \neq \dfrac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow D = [-2;+\infty) \setminus \left\{-\dfrac{3}{4};\dfrac{3}{4}\right\}$.

Câu 47: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \dfrac{\sqrt{3x-2} + 6x}{\sqrt{4-3x}}$.

A. $D = \left[\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$. **B.** $D = \left[\dfrac{3}{2};\dfrac{4}{3}\right)$. **C.** $D = \left[\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{4}\right)$. **D.** $D = \left(-\infty;\dfrac{4}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 3x-2\ge 0 \\ 4-3x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{2}{3} \\ x<\dfrac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{2}{3}\le x<\dfrac{4}{3}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left[\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3}\right)$.

Câu 48: Giả sử $D=(a;b)$ là tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x+3}{\sqrt{-x^2+3x-2}}$. Tính $S=a^2+b^2$.

A. $S=7$. **B.** $S=5$. **C.** $S=4$. **D.** $S=3$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $-x^2+3x-2>0 \Leftrightarrow 1<x<2$

TXĐ: $D=(1;2)$ nên $a=1;\ b=2 \Rightarrow S=a^2+b^2=5$

Câu 49: Hàm số $y=\dfrac{x^2-7x+8}{x^2-3x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{a;b\};a\ne b.$ Tính giá trị biểu thức $Q=a^3+b^3-4ab.$

A. $Q=11$. **B.** $Q=14$. **C.** $Q=-14$. **D.** $Q=10$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{x^2-7x+8}{x^2-3x+1}$ xác định khi: $x^2-3x+1\ne 0$.

Gọi a,b là 2 nghiệm của phương trình $x^2-3x+1=0$.

Theo Vi-et có $\begin{cases} a+b=3 \\ a.b=1 \end{cases}$.

Có $Q=a^3+b^3-4ab=(a+b)^3-3ab(a+b)-4ab=27-3.3-4=14$

Vậy $Q=14$.

Câu 50: Với giá trị nào của m thì hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

A. $m\le -4$. **B.** $m<-4$. **C.** $m>0$. **D.** $m<4$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên $\mathbb{R}$ khi phương trình $x^2-2x-3-m=0$ vô nghiệm

Hay $\Delta'=m+4<0 \Leftrightarrow m<-4$.

Câu 51: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\frac{3x+5}{x-1}-4}$ là $(a;b]$ với a,b là các số thực. Tính tổng $a+b$.

A. $a+b=-8$. **B.** $a+b=-10$. **C.** $a+b=8$. **D.** $a+b=10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=\sqrt{\frac{3x+5}{x-1}-4}=\sqrt{\frac{3x+5-4(x-1)}{x-1}}=\sqrt{\frac{-x+9}{x-1}}$.

Điều kiện xác định của hàm số:

$$\begin{cases}x-1\neq 0\\ \frac{-x+9}{x-1}\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow \frac{-x+9}{x-1}\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-x+9\geq 0\\ x-1>0\end{cases}\\ \begin{cases}-x+9\leq 0\\ x-1<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\leq 9\\ x>1\end{cases}(TM)\\ \begin{cases}x\geq 9\\ x<1\end{cases}(L)\end{array}\right.\Leftrightarrow 1<x\leq 9.$$

TXĐ: $D=(1;9]$.

Vậy $a=1,b=9\Rightarrow a+b=10$.

Câu 52: Tập tất cả các giá trị m để hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{-x^2-2x+3}}+\sqrt{x-m}$ có tập xác định khác tập rỗng là

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;1]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases}-x^2-2x+3>0\\ x-m\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3<x<1\\ x\geq m\end{cases}$

Để hàm số có tập xác định khác tập rỗng thì $m<1$

Câu 53: Cho hàm số $f(x)=\frac{2019x+2020}{x^2-2x+21-2m}$, với m là tham số. Số các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ là

A. vô số. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $f(x)$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-2x+21-2m\neq 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2-2x+21-2m=0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow \Delta'=1-(21-2m)<0\Leftrightarrow m<10$.

Vì m là số nguyên dương nên $m\in\{1;2;3;...;8;9\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên dương của m thỏa đề bài.

Câu 54: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2+2m+2}{x-m}$ xác định trên khoảng $(-1;0)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-1 \end{array}\right.$. **B.** $m\le -1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 0 \\ m\le -1 \end{array}\right.$. **D.** $m\ge 0$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định $\Leftrightarrow x\ne m$.

Khi đó tập xác định của hàm số là: $D=(-\infty;m)\cup(m;+\infty)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (-1;0)\subset D \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 0 \\ m\le -1 \end{array}\right.$.

Câu 55: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên nửa khoảng $(0;1]$.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le \frac{1}{2} \\ m\ge 1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le \frac{1}{2} \\ m>1 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<\frac{1}{2} \\ m\ge 1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<\frac{1}{2} \\ m>1 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $x-2m+1\ne 0 \Leftrightarrow x\ne 2m-1$.

Hàm số xác định trên $(0;1] \Leftrightarrow 2m-1\notin(0;1] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m-1\le 0 \\ 2m-1>1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le \frac{1}{2} \\ m>1 \end{array}\right.$.

Câu 56: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x-m}}$ xác định trên $[2;3]$.

A. $m<0$. **B.** $0<m<3$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\ge 3$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x^2-2x-m>0, \forall x\in[2;3]$

$\Leftrightarrow (x-1)^2>m+1, \forall x\in[2;3] \quad (*)$

Ta có:

$2\le x\le 3$

$\Rightarrow 1\le x-1\le 2$

$\Rightarrow 1\le (x-1)^2\le 4$

$\Rightarrow (x-1)^2\ge 1, \forall x\in[2;3]$, dấu bằng xảy ra khi $x=2 \quad (**)$.

Từ $(*)$ và $(**)$, ta suy ra: $m+1<1 \Leftrightarrow m<0$.

Vậy $m<0$.

Câu 57: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{2x}{x-m+1}$ xác định trên khoảng $(0;2)$?

A. $1<m<3$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>5 \end{array}\right.$. **C.** $3<m<5$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le 1 \\ m\ge 3 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{2x}{x-m+1}$ xác định khi $x-m+1\ne 0\Leftrightarrow x\ne m-1$.

Hàm số xác định trên khoảng $(0;2)$ khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} m-1\le 0 \\ m-1\ge 2 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le 1 \\ m\ge 3 \end{array}\right.$.

Câu 58: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{-2x+3m+2}+\dfrac{x+1}{x+2m-4}$ xác định trên $(-\infty;-2)$.

A. $m\in[-2;4]$. **B.** $m\in(-2;3]$. **C.** $m\in[-2;3]$. **D.** $m\in(-\infty;-2]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} -2x+3m+2\ge 0 \\ x+2m-4\ne 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x\le \dfrac{3m+2}{2} \\ x\ne 4-2m \end{cases}$.

Hàm số xác định trên $(-\infty;-2)\Leftrightarrow \begin{cases} -2\le \dfrac{3m+2}{2} \\ 4-2m\notin(-\infty;-2) \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} -4\le 3m+2 \\ 4-2m\ge -2 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -2 \\ m\le 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -2\le m\le 3$.

Câu 59: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0;1)$.

A. $m\in(-\infty;-1]\cup\{2\}$. **B.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]\cup\{2\}$. **C.** $m\in(-\infty;1]\cup\{2\}$. **D.** $m\in(-\infty;1]\cup\{3\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định trên $(0;1)\Leftrightarrow \begin{cases} x-m+2\ge 0 \\ \sqrt{x-m+2}-1\ne 0 \end{cases}\forall x\in(0;1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge m-2 \\ \sqrt{x-m+2}\ne 1 \end{cases}\forall x\in(0;1)\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge m-2 \\ x\ne m-1 \end{cases}\forall x\in(0;1)\Leftrightarrow \begin{cases} m-2\le 0 \\ \left[\begin{array}{l} m-1\ge 1 \\ m-1\le 0 \end{array}\right. \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m\le 2 \\ \left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m\le 1 \end{array}\right. \end{cases}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le 1 \\ m=2 \end{array}\right.$

Vậy $m\in(-\infty;1]\cup\{2\}$.

Câu 60: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=f(x)=\sqrt{x^2-3mx+4}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$.

A. $|m| < \frac{4}{3}$. **B.** $|m| \le \frac{4}{3}$. **C.** $|m| > \frac{4}{3}$. **D.** $|m| \ge \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x^2 - 3mx + 4 \ge 0$.

YCBT $\Leftrightarrow$ $x^2 - 3mx + 4 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\frac{-\Delta}{4a} \ge 0 \Leftrightarrow \frac{-9m^2 + 16}{4} \ge 0 \Leftrightarrow m^2 \le \left(\frac{4}{3}\right)^2.$$

Câu 61: Tìm m để hàm số $y = (x-2)\sqrt{3x - m - 1}$ xác định trên tập $(1; +\infty)$?

A. $m < 2$. **B.** $m \le 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m \ge 2$.

Lời giải

Chọn B

ĐK: $x \ge \frac{m+1}{3} \Rightarrow D = \left[\frac{m+1}{3}; +\infty\right)$.

Để hàm số xác định trên $(1; +\infty)$ thì $(1; +\infty) \subset \left[\frac{m+1}{3}; +\infty\right) \Leftrightarrow \frac{m+1}{3} \le 1 \Leftrightarrow m + 1 \le 3 \Rightarrow m \le 2$.

Câu 62: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{\sqrt{x - 2m + 3}}{x - m} + \frac{3x - 1}{\sqrt{-x + m + 5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$ là

A. $m \in [-3;0] \cup [0;1]$. **B.** $m \in \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

C. $m \in [-3;0]$. **D.** $m \in [-4;0] \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số là: $\begin{cases} x - 2m + 3 \ge 0 \\ x - m \ne 0 \\ -x + m + 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 2m - 3 \\ x \ne m \\ x < m + 5 \end{cases}$.

TH1. $2m - 3 \ge m + 5 \Leftrightarrow m \ge 8 \Rightarrow$ tập xác định của hàm số là: $D = \varnothing \Rightarrow m \ge 8$ loại.

TH2. $2m - 3 < m + 5 \Leftrightarrow m < 8 \Rightarrow$ TXĐ của hàm số là: $D = [2m - 3; m + 5) \setminus \{m\}$.

Để hàm số xác định trên khoảng $(0;1)$ thì $(0;1) \subset D$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m-3\le 0 \\ m+5\ge 1 \\ \left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le \dfrac{3}{2} \\ m\ge -4 \\ \left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} -4\le m\le 0 \\ 1\le m\le \dfrac{3}{2} \end{array}\right. .$$

Suy ra $m\in[-4;0]\cup\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$.

Câu 63: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{x\sqrt{2}+1}{x^2+2x-m+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m\ge 1$. **B.** $m<0$. **C.** $m>2$. **D.** $m\le 3$

Lời giải

Chọn B

Hàm số có tập xác định $\mathbb{R}$ khi $x^2+2x-m+1\ne 0,\forall x \Leftrightarrow \Delta=1+m-1<0 \Leftrightarrow m<0$.

Câu 64: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2(m+1)x+m^2+2m}$. Tập các giá trị của m để hàm số xác định trên $[0;1)$ là $T=(-\infty;a)\cup[b;c)\cup[d;+\infty)$. Tính $P=a+b+c+d$.

A. $P=-2$. **B.** $P=-1$. **C.** $P=2$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $x^2-2(m+1)x+m^2+2m\ne 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne m \\ x\ne m+2 \end{cases}$.

Do đó tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{m+2;m\}$.

Vậy để hàm số xác định trên $[0;1)$ điều kiện là:

$$m;m+2\notin[0;1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+2<0 \\ m\ge 1 \\ m<0<1\le m+2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m\ge 1 \\ -1\le m<0 \end{array}\right. .$$

Câu 65: Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1;2)$.

A. $\begin{cases} m\le -1 \\ m\ge 2 \end{cases}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge 2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>2 \end{array}\right.$. **D.** $-1<m<2$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $x-m\ne 0 \Leftrightarrow x\ne m$.

Do đó hàm số xác định trên $(-1;2)$ $\Leftrightarrow m\notin(-1;2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge 2 \end{array}\right.$.

Câu 66: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{x-m+1}+\sqrt{2x-m}$ xác định với $\forall x>0$.

A. $m\geq 1$. **B.** $m\leq 0$. **C.** $m>0$. **D.** $m<1$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} x-m+1\geq 0 \\ 2x-m\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq m-1 \\ x\geq \dfrac{m}{2} \end{cases}$.

Hàm số xác định với $\forall x>0 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1\leq 0 \\ \dfrac{m}{2}\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\leq 0$.

Câu 67: Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x-2m+1}$ xác định với mọi $x\in[1;3]$ là:

A. $\{2\}$. **B.** $\{1\}$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $(-\infty;1]$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi $x-2m+1\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 2m-1$.

Hàm số xác định với mọi $x\in[1;3]$ thì $2m-1\leq 1 \Leftrightarrow m\leq 1$.

Câu 68: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{x-m+2}+\dfrac{1}{\sqrt{5-x}}$ có tập xác định $D=[0;5)$.

A. $m\geq 0$. **B.** $m\geq 2$. **C.** $m\leq -2$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là $\begin{cases} x-m+2\geq 0 \\ 5-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq m-2 \\ x<5 \end{cases}$

Hàm số có tập xác định $D=[0;5) \Leftrightarrow m-2=0 \Leftrightarrow m=2$.

Câu 69: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{\sqrt{m+1}}{3x^2-2x+m}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

A. $-1\leq m\leq \dfrac{1}{3}$. **B.** $m\geq -1$. **C.** $m>\dfrac{1}{3}$. **D.** $m\geq \dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{m+1}}{3x^2-2x+m}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m+1\geq 0 \\ 3x^2-2x+m\neq 0,\ \forall x\in\mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\geq -1 \\ \Delta'<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\geq -1 \\ 1-3m<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\geq -1 \\ m>\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m>\dfrac{1}{3}$.

Câu 70: Tìm điều kiện của m để hàm số $y=\sqrt{x^2-x+m}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$

A. $m\ge\frac{1}{4}$. **B.** $m>\frac{1}{4}$. **C.** $m>-\frac{1}{4}$. **D.** $m\le\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\sqrt{x^2-x+m}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow x^2-x+m\ge0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\left(Đ \text{ do } a=1\right)\\ \Delta\le0,\Delta=1-4m\end{cases}\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{4}.$$

Vậy $m\ge\frac{1}{4}$ thỏa yêu cầu bài.

Câu 71: Tìm m để hàm số $y=\frac{2\sqrt{x-2m+3}}{3(x-m)}+\frac{x-2}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$.

A. $m\in\left[1;\frac{3}{2}\right]$. **B.** $m\in[-3;0]$.

C. $m\in[-3;0]\cup[0;1]$. **D.** $m\in[-4;0]\cup\left[1;\frac{3}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn D

*Gọi D là tập xác định của hàm số $y=\frac{2\sqrt{x-2m+3}}{3(x-m)}+\frac{x-2}{\sqrt{-x+m+5}}$.

$$*\, x\in D\Leftrightarrow\begin{cases}x-2m+3\ge0\\ x-m\ne0\\ -x+m+5>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge2m-3\\ x\ne m\\ x<m+5\end{cases}.$$

*Hàm số $y=\frac{\sqrt{x-2m+3}}{x-m}+\frac{3x-1}{\sqrt{-x+m+5}}$ xác định trên khoảng $(0;1)$

$$\Leftrightarrow(0;1)\subset D\Leftrightarrow\begin{cases}2m-3\le0\\ m+5\ge1\\ m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le\frac{3}{2}\\ m\ge-4\\ \left[\begin{array}{l}m\ge1\\ m\le0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\in[-4;0]\cup\left[1;\frac{3}{2}\right].$$

Câu 72: Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x+2m-1}+\sqrt{4-2m-\frac{x}{2}}$ xác định với mọi $x\in[0;2]$ khi $m\in[a;b]$. Giá trị của tổng $a+b$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x)=\sqrt{x+2m-1}+\sqrt{4-2m-\dfrac{x}{2}}$ xác định khi: $\begin{cases}x\ge 1-2m\\ x\le 8-4m\end{cases}$

Hàm số xác định trên [0; 2] nên $1-2m\le 0\le 2\le 8-4m \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\le m\le \dfrac{3}{2}\Rightarrow m\in\left[\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right]$

$\Rightarrow a+b=2$

Câu 73: Tìm m để hàm số $y=\sqrt{-2x+3m+2}+\dfrac{x+1}{2x+4m-8}$ xác định trên khoảng $(-\infty;-2)$.

A. $m\in[-2;4]$. **B.** $m\in[-2;3)$. **C.** $m\in(-2;3]$. **D.** $m\in[-2;3]$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số là tập hợp các giá trị của x thỏa mãn điều kiện:

$$\begin{cases}-2x+3m+2\ge 0\\ 2x+4m-8\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le\dfrac{3m+2}{2}\\ x\ne 4-2m\end{cases}.$$

Để hàm số xác định trên khoảng $(-\infty;-2)$ cần có: $\begin{cases}\dfrac{3m+2}{2}\ge -2\\ 4-2m\ge -2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge -2\\ m\le 3\end{cases}\Rightarrow m\in[-2;3]$.

Câu 74: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để tập xác định của hàm số $y=\dfrac{2}{x-2m}+\sqrt{7m+1-2x}$ chứa đoạn $[-1;1]$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

Lời giải

Đáp án A.

Hàm số xác định khi và chỉ khi:

$$\begin{cases}x-2m\ne 0\\ 7m+1-2x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne 2m\\ x\le\dfrac{7m+1}{2}\end{cases}.$$

Để tập xác định của hàm số chứa đoạn $[-1;1]$ thì ta phải có

$$\begin{cases}\dfrac{7m+1}{2}\ge 1\\ \left[\begin{array}{l}2m>1\\ 2m<-1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 1/7\\ \left[\begin{array}{l}m>1/2\\ m<-1/2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m>\dfrac{1}{2}.$$

Vậy không có giá trị nguyên âm nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 75: Cho hàm số $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{m-2x}$ với $m\ge -2$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để tập xác định của hàm số có độ dài bằng 1?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Lời giải

Đáp án A.

Điều kiện xác định của hàm số:

$$\begin{cases} x+1\ge 0 \\ m-2x\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ x\le \dfrac{m}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -1\le x\le \dfrac{m}{2}$$

.

Vậy $D=\left[-1;\dfrac{m}{2}\right]$. Độ dài của D bằng 1 khi và chỉ khi $\dfrac{m}{2}-\left(-1\right)=1\Leftrightarrow m=0$.

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH SỰ BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ CHO TRƯỚC

Câu 76: Chọn khẳng định đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là nghịch biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K,\ x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K,\ x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)\le f(x_2)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K,\ x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1;x_2\in K,\ x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

Lời giải

Chọn D

Lí thuyết định nghĩa hàm số đồng biến, nghịch biến

Câu 77: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=1-2x$ **B.** $y=3x+2$ **C.** $y=x^2+2x-1$ **D.** $y=-2\left(2x-3\right)$.

Lời giải

Chọn B

$y=3x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì có hệ số góc $a=3>0$.

Câu 78: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x$. **B.** $y=-2x$. **C.** $y=2x$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}x$

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=ax+b$ với $a\ne 0$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $a<0$.

Câu 79: Xét sự biến thiên của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{3}{x}$ trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

B. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

D. Hàm số không đồng biến, không nghịch biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

$\forall x_1, x_2 \in (0;+\infty): x_1 \neq x_2$

$$f(x_2)-f(x_1)=\frac{3}{x_2}-\frac{3}{x_1}=\frac{-3(x_2-x_1)}{x_2x_1} \Rightarrow \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=-\frac{3}{x_2x_1}<0$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 80: Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

□ Lấy $x_1;x_2 \in (-\infty;1)$ sao cho $x_1<x_2$.

Xét $y_1-y_2=\dfrac{2x_1+1}{x_1-1}-\dfrac{2x_2+1}{x_2-1}=\dfrac{2x_1x_2-2x_1+x_2-1-2x_2x_1+2x_2-x_1+1}{(x_1-1)(x_2-1)}=\dfrac{3(x_2-x_1)}{(x_1-1)(x_2-1)}$

Với $x_1;x_2 \in (-\infty;1)$ và $x_1<x_2$, ta có $x_2-x_1>0$; $x_1-1<0$; $x_2-1<0 \Rightarrow y_1-y_2>0 \Leftrightarrow y_1>y_2$

Do đó hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$

□ Lấy $x_1;x_2 \in (1;+\infty)$ sao cho $x_1<x_2$.

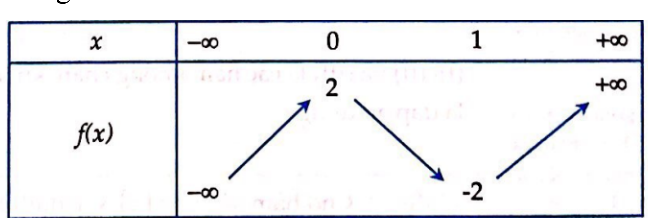
Xét $y_1-y_2=\dfrac{2x_1+1}{x_1-1}-\dfrac{2x_2+1}{x_2-1}=\dfrac{2x_1x_2-2x_1+x_2-1-2x_2x_1+2x_2-x_1+1}{(x_1-1)(x_2-1)}=\dfrac{3(x_2-x_1)}{(x_1-1)(x_2-1)}$

Với $x_1;x_2 \in (1;+\infty)$ và $x_1<x_2$, ta có $x_2-x_1>0$; $x_1-1>0$; $x_2-1>0 \Rightarrow y_1-y_2>0 \Leftrightarrow y_1>y_2$

Do đó hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

DẠNG 3. XÁC ĐỊNH SỰ BIẾN THIÊN THÔNG QUA ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 81: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

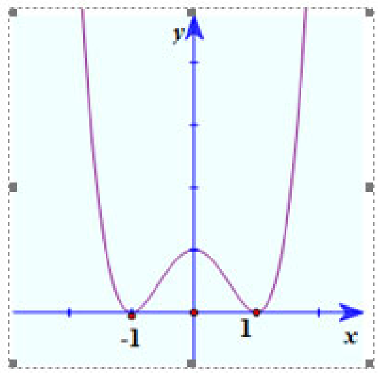
A. $(-\infty;0)$ **B.** $(1;+\infty)$ **C.** $(-2;2)$ **D.** $(0;1)$

Lời giải

Ta thấy trong khoảng $(0;1)$, mũi tên có chiều đi xuống. Do đó hàm số nghịch biến trong khoảng $(0;1)$.

Đáp án D.

Câu 82: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ.



Chọn đáp án sai.

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Lời giải

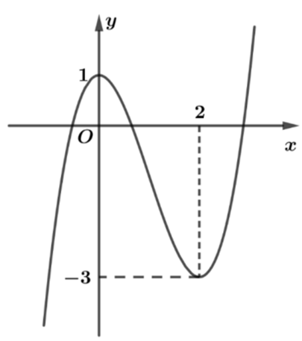
Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta thấy:

Hàm số nghịch biến trong các khoảng: $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Hàm số đồng biến trong các khoảng: $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 83: Cho hàm số có đồ thị như hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

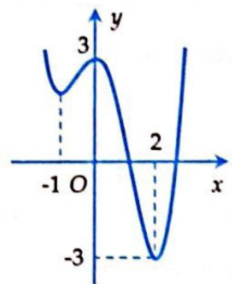
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn C

Trên khoảng $(0;2)$, đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến.

Câu 84: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$

Lời giải

Đáp án C.

Quan sát trên đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi lên trên khoảng $(-1;0)$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

DẠNG 4. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 85: Trong các điểm sau đây điểm nào thuộc đồ thị của hàm số?

A. $M_1(2;\ 3)$. **B.** $M_2(0;\ -1)$. **C.** $M_3\left(\frac{1}{2};\ \frac{-1}{2}\right)$. **D.** $M_4(1;\ 0)$.

Lời giải

Chọn B

Thay $x=0$ vào hàm số ta thấy $y=-1$. Vậy $M_2(0;-1)$ thuộc đồ thị hàm số.

Câu 86: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số đã cho?

A. $(-2;0)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(-2;-12)$. **D.** $(1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Thay tọa độ điểm vào hàm số ta thấy chỉ có điểm $(-2;0)$ thỏa mãn.

Câu 87: Cho (P) có phương trình $y=x^2-2x+4$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị (P).

A. $Q(4;2)$. **B.** $N(-3;1)$. **C.** $P=(4;0)$. **D.** $M(-3;19)$.

Lời giải

Chọn D

Thử trực tiếp thấy tọa độ của $M(-3;19)$ thỏa mãn phương trình (P).

Câu 88: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x(x-2)}$?

A. $M(2;1)$. **B.** $N(-1;0)$. **C.** $P(2;0)$. **D.** $Q\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=\dfrac{x+1}{x(x-2)}$

Ta có: $f(-1)=\dfrac{-1+1}{-1(-1-2)}=0$.

Câu 89: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x-1}$?

A. $M_1(2;1)$. **B.** $M_2(1;1)$. **C.** $M_3(2;0)$. **D.** $M_4(0;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$, ta có $f(2)=\dfrac{1}{2-1}=1$.

Câu 90: Trong các điểm sau đây, điểm nào thuộc đồ thị hàm số $y=x+3+\sqrt{x-2}$?

A. $M(3;0)$. **B.** $N(1;2)$. **C.** $P\left(5;8+\sqrt{3}\right)$. **D.** $Q(5;8)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x)=x+3+\sqrt{x-2}$, ta có $f(5)=5+3+\sqrt{5-2}=8+\sqrt{3}$.

Câu 91: Điểm sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x}$?

A. $A(2;0)$. **B.** $B\left(3;\dfrac{1}{3}\right)$. **C.** $C(1;-1)$. **D.** $D(-1;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x)=x+3+\sqrt{x-2}$, ta có $f(5)=5+3+\sqrt{5-2}=8+\sqrt{3}$.

Câu 92: Tìm m để đồ thị hàm số $y=4x+m-1$ đi qua điểm $A(1;2)$.

A. $m=6$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y = 4x + m - 1$ đi qua điểm $A(1;2)$ suy ra $2 = 4.1 + m - 1 \Rightarrow m = -1$

Câu 93: Đồ thị hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x+3 & khi\ x \le 2 \\ x^2 - 3 & khi\ x > 2 \end{cases}$ đi qua điểm có tọa độ nào sau đây ?

A. $(0;-3)$ **B.** $(3;6)$ **C.** $(2;5)$ **D.** $(2;1)$

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ điểm $(0;-3)$ vào hàm số ta được : $f(0) = 3 \ne -3$ nên loại đáp án A

Thay tọa độ điểm $(3;6)$ vào hàm số ta được : $f(3) = 9 - 3 = 6$, thỏa mãn nên chọn đáp án B

Câu 94: Đồ thị của hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 2x+1 \text{ khi } x \le 2 \\ -3 \text{ khi } x > 2 \end{cases}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(0;-3)$ **B.** $(3;7)$ **C.** $(2;-3)$ **D.** $(0;1)$

Lời giải

Với $x = 0 < 2$ thì $y = f(0) = 2.0 + 1 = 1$.

Vậy đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $(0;1)$.

Đáp án D.

Câu 95: Cho hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 2x\ khi\ x \ge 1 \\ \dfrac{5-2x}{x-1}\ khi\ x < 1 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?

A. $(4;-1)$. **B.** $(-2;-3)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $\dfrac{5-2.(-2)}{-2-1} = -3$. Nên $(-2;-3)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 96: Cho hàm số $y = \begin{cases} x^2 - 2x\ khi\ x \ge 1 \\ \dfrac{5-2x}{x-1}\ khi\ x < 1 \end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số?

A. $(4;-1)$. **B.** $(-2;-3)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $\dfrac{5-2.(-2)}{-2-1} = -3$. Nên $(-2;-3)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 97: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{2x+a}{x+5}$ có $f(-4) = 13$. Khi đó giá trị của a là

A. $a=11$. **B.** $a=21$. **C.** $a=-3$. **D.** $a=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(-4)=\dfrac{2.(-4)+a}{-4+5}=13 \Leftrightarrow a=21$.

Câu 98: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} x^2+3x+1; khi\ x\le 1 \\ -x+2 \quad ; khi\ \ x>1 \end{cases}$. Tính $f(-2)$.

A. -1. **B.** 4. **C.** -7. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$f(x)=\begin{cases} x^2+3x+1; khi\ x\le 1 \\ -x+2 \quad ; khi\ \ x>1 \end{cases}$

$\Rightarrow f(-2)=(-2)^2+3.(-2)+1=-1$.

Câu 99: Hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2\sqrt{x-2}-3}{x-1} & \text{khi x} \ge 2 \\ x^2+2 & \text{khi x<2} \end{cases}$. Tính $P=f(2)+f(-2)$.

A. $P=3$. **B.** $P=\dfrac{7}{3}$. **C.** $P=6$. **D.** $P=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $P=f(2)+f(-2)=\dfrac{2\sqrt{2-2}-3}{2-1}+\left[(-2)^2+2\right]=3$.

Câu 100: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} \dfrac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & \text{khi} \quad x\ge 2 \\ x^2+1 & \text{khi} \quad x<2 \end{cases}$. Tính $P=f(2)+f(-2)$.

A. $P=\dfrac{5}{3}$. **B.** $P=\dfrac{8}{3}$. **C.** $P=6$. **D.** $P=4$.

Lời giải

Chọn C

$P=f(2)+f(-2)=\dfrac{2\sqrt{2+2}-3}{2-1}+(-2)^2+1=6$.

Câu 101: Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases} 2x-1 & \text{khi } x>0 \\ 3x^2 & \text{khi } x\le 0 \end{cases}$. Giá trị của biểu thức $P=f(-1)+f(1)$ là:

A. -2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$f(-1)=3.(-1)^2=3$.

$f(1)=2.1-1=1$.

Vậy $P=f(-1)+f(1)=3+1=4$.

Câu 102: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}1-x & x\geq 1\\ 2x-1 & x<1\end{cases}$. Giá trị của biểu thức $T=f(-1)+f(1)+f(5)$ là

A. $T=-2$. **B.** $T=-7$. **C.** $T=6$. **D.** $T=7$.

Lời giải

Chọn B

Vì $-1<1$ nên $f(-1)=2.(-1)-1=-3$, và $f(1)=1-1=0$

Vì $5>1$ nên $f(5)=1-5=-4$

Vậy $T=f(-1)+f(1)+f(5)=-3+0-4=-7$.

Câu 103: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+4}-1}{x-1} khi\, x>4\\ 3-x\, khi\, x\leq 4\end{cases}$. Tính $f(5)+f(-5)$.

A. $-\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{15}{2}$. **C.** $\dfrac{17}{2}$. **D.** $-\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$f(5)+f(-5)=\dfrac{\sqrt{5+4}-1}{5-1}+3+5=\dfrac{1}{2}+8=\dfrac{17}{2}$.

CHƯƠNG VI HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 16. HÀM SỐ BẬC HAI

I LÝ THUYẾT.

1. ĐỊNH NGHĨA

Hàm số bậc hai là hàm số cho bởi công thức: $y = ax^2 + bx + c$,

trong đó x là biến số, a, b, c là các hằng số và $a \neq 0$.

Tập xác định của hàm số bậc hai là $\mathbb{R}$.

Chú ý :

+ Khi $a = 0$, $b \neq 0$, hàm số trở thành hàm số bậc nhất $y = bx + c$.

+ Khi $a = b = 0$, hàm số trở thành hàm hằng $y = c$.

2. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

a) Đồ thị hàm số $y = ax^2, a \neq 0$ là một parabol có đỉnh là gốc tọa độ, có trục đối xứng là trục tung (là đường thẳng $x = 0$). Parabol này quay bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$.

b) Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ là một parabol có:

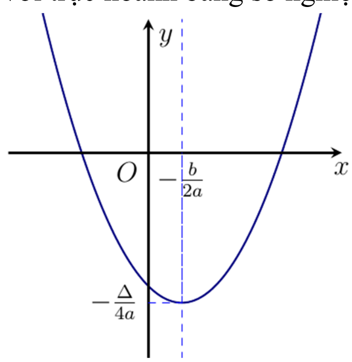
+ Đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a}; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

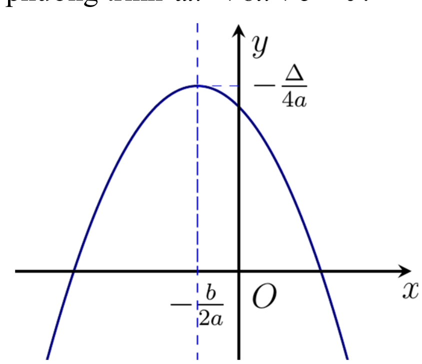
+ Trục đối xứng là đường thẳng $x = -\dfrac{b}{2a}$.

+ Bề lõm hướng lên trên nếu $a > 0$, hướng xuống dưới nếu $a < 0$.

+ Giao điểm với trục tung là $M(0; c)$.

+ Số giao điểm với trục hoành bằng số nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$.





$a > 0$ $\qquad\qquad\qquad$ $a < 0$

BẢNG BIẾN THIÊN

$a > 0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{\Delta}{4a}$	$\nearrow$	$+\infty$

$a < 0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-\dfrac{\Delta}{4a}$	$\searrow$	$-\infty$

+ Khi $a > 0$, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{b}{2a}\right)$.

+ Khi $a < 0$, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{b}{2a}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right)$.

- Để vẽ đường parabol $y = ax^2 + bx + c$ ta tiến hành theo các bước sau:

1. Xác định toạ độ đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$;

2. Vẽ trục đối xứng $x = -\dfrac{b}{2a}$;

3. Xác định toạ độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có) và một vài điểm đặc biệt trên parabol;

4. Vẽ parabol.

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

6.7. Vẽ các đường parabol sau:

a) $y = x^2 - 3x + 2$;

b) $y = -2x^2 + 2x + 3$;

c) $y = x^2 + 2x + 1$;

d) $y = -x^2 + x - 1$.

6.8. Từ các parabol đã vẽ ở Bài tập 6.7, hãy cho biết khoảng đồng biến và khoảng nghịch biến của mỗi hàm số bậc hai tương ứng.

6.9. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 1$, trong mỗi trường hợp sau:

a) Đi qua hai điểm $A(1;0)$ và $B(2;4)$;

b) Đi qua điểm $A(1;0)$ và có trục đối xứng $x = 1$;

c) Có đỉnh $I(1;2)$;

d) Đi qua điểm $A(-1;6)$ và có tung độ đỉnh $-0,25$.

6.10. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đó đi qua điểm $A(8;0)$ và có đỉnh là $I(6;-12)$.

6.11. Gọi (P) là đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$. Hãy xác định dấu của hệ số a và biệt thức Δ, trong mỗi trường hợp sau:

a) (P) nằm hoàn toàn phía trên trục hoành;

b) (P) nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành;

c) (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và có đỉnh nằm phía dưới trục hoành;

d) (P) tiếp xúc với trục hoành và nằm phía trên trục hoành.

6.12. Hai bạn An và Bình trao đổi với nhau.

An nói: Tớ đọc ở một tài liệu thấy nói rằng cổng Trường Đại học Bách khoa Hà Nội (H.6.14) có dạng một parabol, khoảng cách giữa hai chân cổng là $8\,\text{m}$ và chiều cao của cổng tính từ một điểm trên mặt đất cách chân cổng $0,5\,\text{m}$ là 2,93 m. Từ đó tớ tính ra được chiều cao của cổng parabol đó là $12\,\text{m}$.

Sau một hồi suy nghĩ, Bình nói: Nếu dữ kiện như bạn nói, thì chiều cao của cổng parabol mà bạn tính ra ở trên là không chính xác.

Dựa vào thông tin mà An đọc được, em hãy tính chiều cao của cổng Trường Đại học Bách khoa Hà Nội để xem kết quả bạn An tính được có chính xác không nhé!

Hình 6.14. Cổng parabol của trường Đại học Bách khoa Hà Nội

6.13. Bác Hùng dùng 40 m lưới thép gai rào thành một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau.

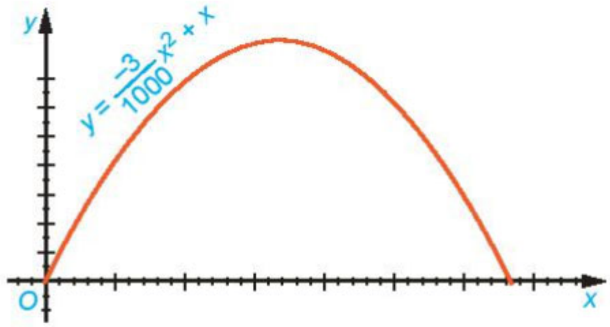
a) Tính diện tích mảnh vườn hình chữ nhật rào được theo chiều rộng x (mét) của nó.

b) Tìm kích thước của mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất mà bác Hùng có thể rào được.

6.14. Quỹ đạo của một vật được ném lên từ gốc O (được chọn là điểm ném) trong mặt phẳng toạ độ Oxy là một parabol có phương trình $y = \frac{-3}{1000}x^2 + x$, trong đó x (mét) là khoảng cách theo phương ngang trên mặt đất từ vị trí của vật đến gốc $0, y$ (mét) là độ cao của vật so với mặt đất (H.6.15).

a) Tìm độ cao cực đại của vật trong quá trình bay.

b) Tính khoảng cách từ điểm chạm đất sau khi bay của vật đến gốc O. Khoảng cách này gọi là tầm xa của quỹ đạo.



Hình 6.15

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

VẤN ĐỀ 1. TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ $y = ax^2 + bx + c$ ĐỒNG BIẾN TRÊN KHOẢNG $(a;b)$

1 PHƯƠNG PHÁP.

+ Trường hợp $a = 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

+ Trường hợp $a > 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ (A;B) \subset \left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right) \end{cases}$.

+ Trường hợp $a < 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ (A;B) \subset \left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right) \end{cases}$.

Lưu ý:

- Việc tìm điều kiện để hàm số $y = ax^2 + bx + c$ nghịch biến trên khoảng $(A;B)$ được làm tương tự.

- Có thể dựa vào định nghĩa tính đồng biến, nghịch biến của hàm số để thực hiện các bài toán trên.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^2 + 2mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty;3)$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -4x^2 + 4mx - m^2 + 2$ nghịch biến trên $(-2;+\infty)$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m^2 + 1)x^2 - 4mx + 1$ nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^2 - (m^2+1)x + 3$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 5. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^2 + 2(m-1)x + 2m + 1$ nghịch biến trên $(-1;2)$.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = (m-2)x^2 - 2mx + m + 2019$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = mx^2 - (2m+1)x + 3$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 8. Cho hàm số: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các tham số, $(a > 0)$. Biết rằng $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{6a^2}{5a^2 + 2ab + b^2}$.

VẤN ĐỀ 2. XÁC ĐỊNH HÀM SỐ BẬC HAI

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để xác định hàm số bậc hai $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ (đồng nghĩa với xác định các tham số a, b, c) ta cần dựa vào giả thiết để lập nên các phương trình (hệ phương trình) ẩn là a, b, c. Từ đó tìm được a, b, c. Việc lập nên các phương trình nêu ở trên thường sử dụng đến các kết quả sau:

- Đồ thị hàm số đi qua điểm $M(x_0;\, y_0) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$.

- Đồ thị hàm số có trục đối xứng $x = x_0 \Leftrightarrow -\dfrac{b}{2a} = x_0$.

- Đồ thị hàm số có đỉnh là $I(x_I;\, y_I) \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = x_I \\ -\dfrac{\Delta}{4a} = y_I \end{cases} \quad \left(\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = x_I \\ f(x_I) = y_I \end{cases} \right)$.

- Trên $\mathbb{R}$, ta có:

1. $f(x)$ có giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow a < 0$. Lúc này gí trị lớn nhất của $f(x)$ là $-\dfrac{\Delta}{4a} = f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$.

2. $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow a > 0$. Lúc này giá trị nhỏ nhất $f(x)$ là $-\dfrac{\Delta}{4a} = f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng (P) đi qua điểm $M(1;5)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\dfrac{1}{4}$.

Câu 2. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + 2x + c$, biết rằng $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{11}{2}\right)$ là đỉnh của (P).

Câu 3. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) đi qua ba điểm $A(1;-1)$, $B(2;3)$, $C(-1;-3)$.

Câu 4. Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với a, b, c là các tham số, biết rằng hàm số ấy đạt giá trị lớn nhất bằng 5 tại $x = -2$ và có đồ thị đi qua điểm $M(1;-1)$.

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ $(m \neq 0)$ cắt đường thẳng $y = 3x - 1$ tại đỉnh của nó.

Câu 6. Tìm parabol $(P): y = ax^2 - 4x + c$ biết rằng hoành độ đỉnh của (P) bằng -3 và (P) đi qua điểm $M(-2;1)$.

Câu 7. Tìm các tham số a, b, c sao cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất là 4 tại $x = 2$ và đồ thị của nó cắt trục tung tại điểm có tung độ là 6.

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị của ham số m sao cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB.$

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của $f(x) = 3$.

VẤN ĐỀ 3. ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC HAI

Dạng 1. Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$.

+ Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh của (P).

+ Tương giao của (P) với trục Ox.

+ Tìm điều kiện để các giao điểm của (P) và trục Ox thỏa mãn điều kiện nào đó.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Thường dùng đến các kết quả sau:

+ Đường thẳng $x = \dfrac{-b}{2a}$ là trục đối xứng của (P), điểm $I\left(\dfrac{-b}{2a};\dfrac{-\Delta}{4a}\right)$ là đỉnh của (P).

+ ẩ ghiệm (nếu có) của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ là hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox.

+ Giả sử $A(x_A;y_A), B(x_B;y_A)$ là hai giao điểm của (P) và trục Ox. Khi đó:

- A, B cùng ở bên trái đối với trục Oy $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq 0 \\ x_A + x_B < 0 \\ x_A.x_B > 0 \end{cases}$.

- A, B cùng ở bên phải đối với trục Oy $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \ge 0 \\ x_A + x_B > 0 \\ x_A.x_B > 0 \end{cases}$.
- A, B cùng ở một bên đối với trục Oy $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \ge 0 \\ x_A.x_B > 0 \end{cases}$.
- A, B không ở cùng một bên đối với trục Oy $\Leftrightarrow x_A.x_B < 0$.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Cho parabol $(P): y = x^2 + 5x - 6.$ Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh của parabol (P), tọa độ giao điểm của parabol (P) với trục hoành.

Câu 2. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$. Xét dấu của Δ, b, c biết rằng (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm.

Dạng 2. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ và đường thẳng $d: y = mx + n$

+ Biện luận số điểm chung của (P) và trục hoành.

+ Tìm điều kiện để đường thẳng d tiếp xúc với (P) .

1 PHƯƠNG PHÁP.

+ Xét phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ (*).

- (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm phân biệt.
- (P) và trục hoành có một điểm chung (còn gọi là tiếp xúc với nhau) $\Leftrightarrow$ (*) có một nghiệm.
- (P) và trục hoành không có điểm chung $\Leftrightarrow$ (*) vô nghiệm.

+ d và (P) tiếp xúc với nhau $\Leftrightarrow$ $ax^2 + bx + c = mx + n$ có nghiệm kép.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = x^2 + 3x + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$ và trục Ox không có điểm chung.

Câu 3. Cho parabol $(P): y = x^2 + x + 2$ và đường thẳng $d: y = ax + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để d tiếp xúc với (P).

VẤN ĐỀ 4. TƯƠNG GIAO ĐỒ THỊ

Dạng 1. Dựa vào đồ thị của hàm số $f(x)$ để biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình $f(x)=g(m)$.

1 PHƯƠNG PHÁP.

- Vẽ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$.

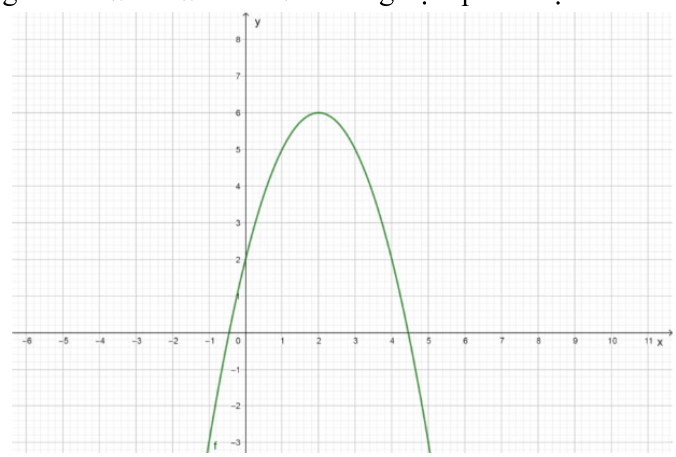
- Tùy vào giá trị của $g(m)$ để chỉ ra số giao điểm của đường thẳng $d: y=g(m)$ và (C).

- Số giao điểm của d và (C) cũng chính là số nghiệm của phương trình $f(x)=g(m)$.

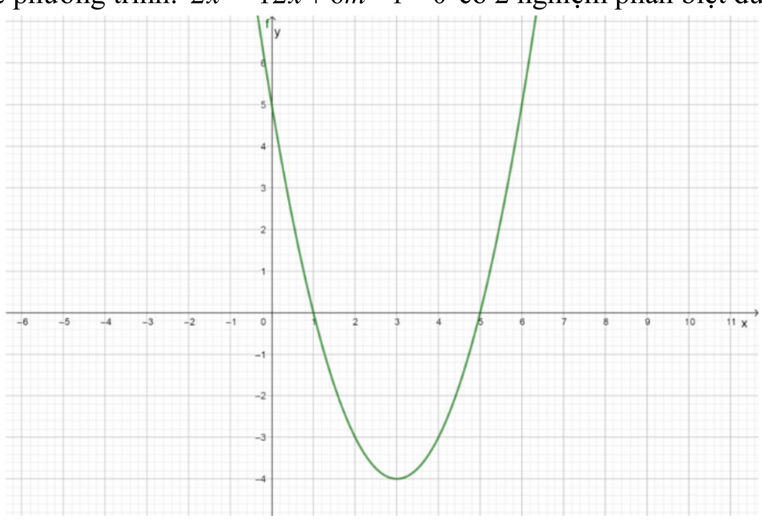
***Lưu ý:** Đường thẳng $d: y=g(m)$ là đường thẳng có phương ngang và cắt trục tung tại điểm có tung độ $g(m)$.

2 BÀI TẬP.

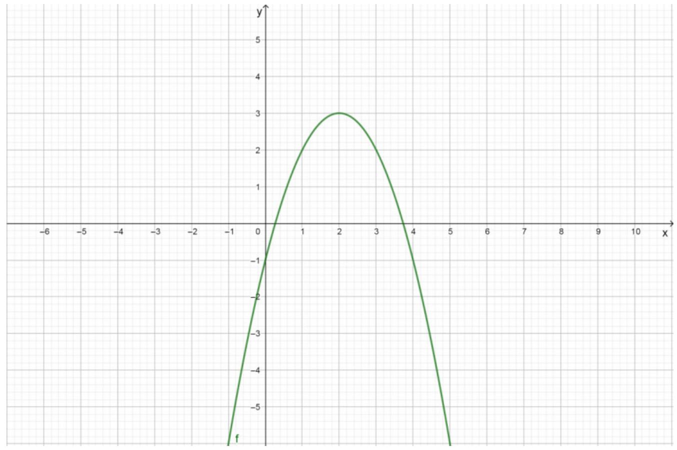
Câu 1. Cho hàm số $y=-x^2+4x+2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Dựa vào đồ thị tìm các giá trị của tham số m để phương trình $-x^2+4x+2=m$ có 2 nghiệm phân biệt.



Câu 2. Cho hàm số $y=x^2-6x+5$ có đồ thị (P) như nhình vẽ bên dưới. Dựa vào đồ thị, tìm các giá trị của tham số m để phương trình: $2x^2-12x+6m-1=0$ có 2 nghiệm phân biệt dương.



Câu 3. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c\ (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $|ax^2 + bx + c| = m$ có bốn nghiệm phân biệt.



Câu 4. Cho phương trình $x^2 + 4x - m = 0\ (1)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(-3;1)$.

Câu 5. Có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $(0;2019]$ để phương trình $\left|x^2 - 4|x| - 5\right| - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

Dạng 2. Sự tương giao của đồ thị hàm số bậc nhất và bậc hai

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho đồ thị (P) của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$ và đồ thị d của hàm số $y = kx + m$.

Toạ độ giao điểm của hai đồ thị (P) và d là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = kx + m \end{cases} \quad (1)$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$ax^2 + bx + c = kx + m \Leftrightarrow ax^2 + (b-k)x + c - m = 0 \quad (2)$$

Nhận xét:

1. Số giao điểm của (P) và d bằng số nghiệm của hệ phương trình (1) và cũng bằng số nghiệm của phương trình (2).
2. ả ếu phương trình (2) vô nghiệm thì ta nói d và (P) không giao nhau.
3. ả ếu phương trình (2) có nghiệm kép thì ta nói d và (P) tiếp xúc với nhau. Lúc này ta nói d là tiếp tuyến của (P).
4. ả ếu phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt thì ta nói d và (P) cắt nhau.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm tọa độ giao điểm của Parabol $(P): y = -x^2 - 4x + 1$ và đường thẳng $d:\ y = -x + 3$.

Câu 2. Cho Parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ và đường thẳng $d: y = mx + 2$. Tìm m để d tiếp xúc với (P). Tìm tọa độ tiếp điểm khi đó.

Câu 3. Cho Parabol (P) $y = x^2 - 2x + 4$ và đường thẳng d: $y = 2mx - m^2$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 2(m+1)x_2 = 3m^2 + 16$.

Câu 4. Cho Parabol $(P): y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: y = (m+1)x - m^2 - \frac{1}{2}$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m thì đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ sao cho biểu thức $T = y_1 + y_2 - x_1x_2 - (x_1 + x_2)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Dạng 3. Sự tương giao của hai đồ thị hàm số bậc hai

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là các hàm số bậc hai có đồ thị lần lượt là các đường parabol (P_1) và (P_2), khi đó tọa độ giao điểm của (P_1) và (P_2) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \end{cases}. \qquad (1)$$

Để giải hệ (1) ta cần giải phương trình $f(x) = g(x)$ (2), phương trình (2) được gọi là phương trình hoành độ giao điểm của (P_1) và (P_2).

* ả hận xét:

i) Số giao điểm của (P_1) và (P_2) bằng số nghiệm của hệ (1) và bằng số nghiệm của phương trình (2).

ii) $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là các hàm số bậc hai nên phương trình (2) có nhiều nhất 2 nghiệm.

iii) Các bài toán liên quan đến dạng này thường áp dụng đến nội dung định lý Vi et thuận, nhắc lại như sau. Cho phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0$ có hai nghiệm x_1 và x_2, ta luôn có $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ và $x_1x_2 = \frac{c}{a}$.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^2 - 6x$ cắt đồ thị hàm số $y = -x^2 - 4$ tại hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tính $y_A + y_B$.

Câu 2. Biết rằng parabol $y = x^2 - x + 1$ cắt parabol $y = -x^2 + 2x + 4$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1 và x_2. Tính giá trị biểu thức $P = x_1^3 + x_2^3$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y = (m+1)x^2 + 2x + 3m - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^2 + 2mx + 4$ tại đúng hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + 2x_2 = 1$.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho hai parabol $y = x^2 + mx + (m+1)^2$ và $y = -x^2 - (m+2)x - 2(m+1)$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ lần lượt là $x_1; x_2$ thỏa mãn $P = |x_1x_2 - 3(x_1 + x_2)|$ đạt giá trị lớn nhất.

VẤN ĐỀ 5. ĐIỂM CỐ ĐỊNH CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho họ hàm số $f(x;m) = 0$ (m là tham số) có đồ thị (P_m). Để tìm điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua với mọi giá trị của m, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua.

Tọa độ điểm M thỏa mãn phương trình $f(x;m) = 0$.

Bước 2: Chuyển phương trình về phương trình ẩn m dạng $Am + B = 0$

(hoặc $Am^2 + Bm + C = 0$). Phương trình nghiệm đúng với mọi m.

Khi đó ta có $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases}$. Tìm được $x_0; y_0 \Rightarrow M(x_0; y_0)$.

Bước 3: Kết luận.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Cho hàm số $y = (1+m)x^2 - 2(m-1)x + m - 3$ (P_m). Chứng tỏ rằng (P_m) luôn đi qua một điểm cố định, tìm tọa độ điểm cố định đó.

Câu 2. Cho hàm số $y = (m-1)x^2 + 2mx - 3m + 1$ (P_m). Tìm điểm cố định của họ đồ thị hàm số trên.

Câu 3. Tìm điểm cố định của đồ thị hàm số $(P_m): y = m^2x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^2 + (2m-3)x + 5 - 4m$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đồ thị (P_m)của hàm số đã cho và đường thẳng $(d_m): y = 2mx - 4m + 3$ luôn có một điểm chung cố định.

Câu 5. Cho các hàm số $(P_m): y = x^2 - (m+3)x + 4m - 7$, $(C_m): y = mx^2 - 3(m+1)x - 4m + 9$, $(d_m): (m-1)x + my + 4 - m = 0$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, các đồ thị của các hàm số đã cho luôn cùng đi qua một điểm cố định.

VẤN ĐỀ 6: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

Dạng 1. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên 1 tập cho trước

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số bậc hai, ta lập bảng biến thiên cho hàm số đó trên tập hợp đã cho. Dựa vào bảng biến thiên, ta kết luận giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số trên tập hợp đã cho.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^2 - 4x - 3$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-3;5]$.

Câu 2. Cho hàm số $y = -2x^2 + 4x + 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[2;7]$.

Câu 3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 3$ trên $[-1;2]$.

Câu 4. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -2\sqrt[3]{x^4 + 2x^2 + 1} + 4\sqrt[3]{x^2 + 1} + 3$.

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x + 2$ trên $[-2;4]$.

Câu 6. Cho các số $x,\ y$ thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1 + xy$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = x^4 + y^4 - x^2y^2$.

Dạng 2. Tìm điều kiện của tham số để hàm số bậc hai đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho hàm số bậc hai: $y = ax^2 + bx + c\ \ (a \neq 0)$

- ẩ ếu $a > 0$ thì $\min y = f\left(-\dfrac{b}{2a}\right) = -\dfrac{\Delta}{4a}$ đạt tại hoành độ đỉnh $x_I = -\dfrac{b}{2a}$.

- ẩ ếu $a < 0$ thì $\max y = f\left(-\dfrac{b}{2a}\right) = -\dfrac{\Delta}{4a}$ đạt tại hoành độ đỉnh $x_I = -\dfrac{b}{2a}$.

Trường hợp tập xác định khác $\mathbb{R}$, ta kẻ bảng biến thiên của hàm số trên tập đó để có được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

Câu 2. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x = 1$ và nhận giá trị bằng 3 khi $x = 2$. Tính abc.

Câu 3. Cho hàm số $y = mx^2 - 2x - m - 1$. Tìm giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 4. Cho hàm số $y = -(m-1)^2 x^2 + 2(m-1)^2 x + 1 + 2m$. Với $m \neq 1$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$B = \frac{\min\limits_{x\in[0;2]} y}{\max\limits_{x\in[0;2]} y}.$$

VẤN ĐỀ 7: BÀI TOÁN THỰC TẾ

1 PHƯƠNG PHÁP.

DẠNG 1: Các bài toán thực tế mà mô hình thực tiễn chưa chuyển về mô hình toán học. Các bước làm như sau:

Bước 1: Dựa vào giả thiết và các yếu tố của đề bài, ta xây dựng mô hình toán học cho vấn đề đang xét, tức là diễn tả dưới "dạng ngôn ngữ toán học" cho mô hình mô phỏng thực tiễn. Căn cứ vào các yếu tố bài ra ta chọn biến số, tìm điều kiện tồn tại, đơn vị.

Bước 2: Dựa vào các mối liên hệ ràng buộc giữa biến số với các giả thiết của đề bài cũng như các kiến thức liên quan đến thực tế, ta thiết lập hàm số bậc hai. Chuyển yêu cầu đặt ra đối với bài toán thực tiễn thành yêu cầu bài toán hàm số bậc hai.

Bước 3: Dùng tính chất hàm số bậc hai để giải quyết bài toán hình thành ở bước 2. Lưu ý kiểm tra điều kiện, và kết quả thu được có phù hợp với bài toán thực tế đã cho chưa.

DẠNG 2: Các bài toán thực tế đã mô hình hóa bằng một hàm số bậc hai. Thực hiện bước 3 của dạng 1.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Một quả bóng được ném vào không trung có chiều cao tính từ lúc bắt đầu ném ra được cho bởi công thức $h(t)=-t^2+2t+3$ (tính bằng mét), t là thời gian tính bằng giây $(t\geq 0)$.

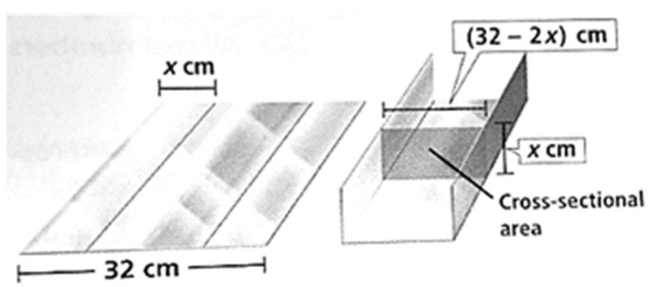
a. Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được.

b. Hãy tính xem sau bao lâu quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất ?

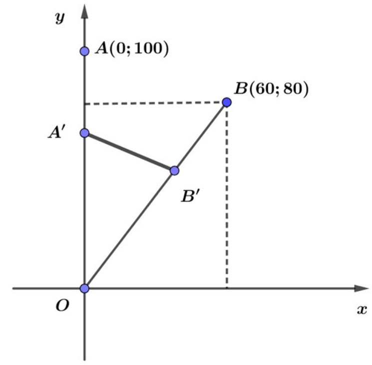
Câu 2. Độ cao của quả bóng golf tính theo thời gian có thể được xác định bằng một hàm bậc hai. Với các thông số cho trong bảng sau, hãy xác định độ cao quả bóng đạt được tại thời điểm 3 giây ?

Thời gian (giây)	0	0,5	1	2
Độ cao (mét)	0	28	48	64

Câu 3. Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình vẽ dưới. Hỏi x bằng bao nhiêu để tạo ra máng có có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất ?



Câu 4. Hai con chuồn chuồn bay trên hai quĩ đạo khác nhau, xuất phát cùng thời điểm.
Một con bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ điểm $A(0;100)$ đến điểm $O(0;0)$ với vận tốc 5 m/s.
Con còn lại bay trên quĩ đạo là đường thẳng từ $B(60;80)$ đến điểm $O(0;0)$ với vận tốc 10 m/s.
Hỏi trong quá trình bay thì khoảng cách ngắn nhất hai con đạt được là bao nhiêu ?



Câu 5. Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để của hàng thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30000 đồng.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN TỔNG HỢP.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^2 - 6x + 8$, có đồ thị là (P).

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P).

b) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình $(x-4)|x-2| + m = 0$.

Câu 2. Vẽ đồ thị hàm số $y = \begin{cases} -x+4 & \text{khi } x < 1 \\ x^2 - 4x + 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$.

Câu 3. Xác định parabol $y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng parabol đó

a) Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

b) Có trục đối xứng $x = -3$.

c) Có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{11}{4}\right)$.

d) Đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 4. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng parabol đó

a) Đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$.

b) Có đỉnh $I(2;-2)$.

c) Đi qua điểm $A(3;-4)$ và có trục đối xứng $x = -\frac{3}{4}$.

d) Đi qua điểm $B(-1;6)$ và đỉnh có tung độ $-\frac{1}{4}$.

Câu 5. Xác định parabol $y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng parabol đó

a) Có trục đối xứng $x = 1$ và cắt Oy tại điểm $M(0;4)$.

b) Có đỉnh $I(-1;-2)$.

c) Đi qua hai điểm $A(0;-1)$ và $B(4;0)$.

d) Có hoành độ đỉnh -2 và đi qua điểm $N(1;-2)$.

Câu 6. Xác định parabol $y = ax^2 + c$, biết rằng parabol đó

a) Đi qua hai điểm $M(1;1)$, $B(2;-2)$.

b) Có đỉnh $I(0;3)$ và một trong hai giao điểm với Ox là $A(-2;0)$.

Câu 7. Xác định parabol $y=ax^2-4x+c$, biết rằng parabol đó

a) Có hoành độ đỉnh là -3 và đi qua điểm $M(-2;1)$.

b) Có trục đối xứng là đường thẳng $x=2$ và cắt trục hoành tại điểm $A(3;0)$.

Câu 8. Xác định parabol $y=ax^2+bx+c$, biết rằng parabol đó

a) Đi qua ba điểm $A(1;1)$, $B(-1;-3)$, $O(0;0)$.

b) Cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ lần lượt là -1 và 2, cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng -2.

c) Đi qua điểm $M(4;-6)$, cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 1 và 3.

Câu 9. Xác định parabol $y=ax^2+bx+c$, biết rằng parabol đó

a) Có đỉnh $I(2;-1)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3.

b) Cắt trục hoành tại hai điểm $A(1;0)$, $B(3;0)$ và có đỉnh nằm trên đường thẳng $y=-1$.

c) Có đỉnh nằm trên trục hoành và đi qua hai điểm $M(0;1)$, $N(2;1)$.

d) Trục đối xứng là đường thẳng $x=3$, qua $M(-5;6)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2.

Câu 10. Xác định parabol $y=ax^2+bx+c$, biết rằng hàm số

a) Có giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x=2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$.

b) Có giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x=2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $B(0;-1)$.

Câu 11. Cho hàm số $y=mx^2-2mx-3m-2$ $(m\neq 0)$. Xác định giá trị của m trong mỗi trường hợp sau

a) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2;3)$.

b) Có đỉnh thuộc đường thẳng $y=3x-1$.

c) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10.

Câu 12. Cho parabol $(P): y=-x^2+4x-2$ và đường thẳng $d: y=-2x+3m$. Tìm các giá trị m để

a) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm tọa độ trung điểm của AB.

b) d và (P) có một điểm chung duy nhất. Tìm tọa độ điểm chung này.

c) d không cắt (P).

d) d và (P) có một giao điểm nằm trên đường thẳng $y=-2$.

Câu 13. Cho parabol $(P): y=x^2-4x+3$ và đường thẳng $d: y=mx+3$. Tìm các giá trị của m để

a) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{9}{2}$.

b) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3+x_2^3=8$.

Câu 14. Chứng minh rằng với mọi m, đồ thị hàm số $y=mx^2+2(m-2)x-3m+1$ luôn đi qua hai điểm cố định.

Câu 15. Chứng minh rằng các parabol sau luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định.

a) $y = 2x^2 - 4(2m-1)x + 8m^2 - 3$. b) $y = mx^2 - (4m-1)x + 4m - 1$ $(m \neq 0)$.

Câu 16. Chứng minh rằng các đường thẳng sau luôn tiếp xúc với một parabol cố định.

a) $y = 2mx - m^2 + 4m + 2$ $(m \neq 0)$. b) $y = (4m-2)x - 4m^2 - 2$ $\left(m \neq \frac{1}{2}\right)$.

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 16. HÀM SỐ BẬC HAI

I LÝ THUYẾT.

1. ĐỊNH NGHĨA

Hàm số bậc hai là hàm số cho bởi công thức: $y = ax^2 + bx + c$,

trong đó x là biến số, a, b, c là các hằng số và $a \neq 0$.

Tập xác định của hàm số bậc hai là $\mathbb{R}$.

Chú ý :

+ Khi $a = 0$, $b \neq 0$, hàm số trở thành hàm số bậc nhất $y = bx + c$.

+ Khi $a = b = 0$, hàm số trở thành hàm hằng $y = c$.

2. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

a) Đồ thị hàm số $y = ax^2, a \neq 0$ là một parabol có đỉnh là gốc tọa độ, có trục đối xứng là trục tung (là đường thẳng $x = 0$). Parabol này quay bề lõm lên trên nếu $a > 0$, xuống dưới nếu $a < 0$.

b) Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ là một parabol có:

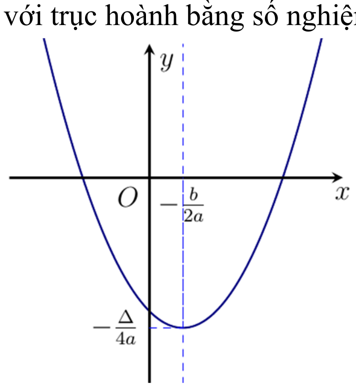
+ Đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a}; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

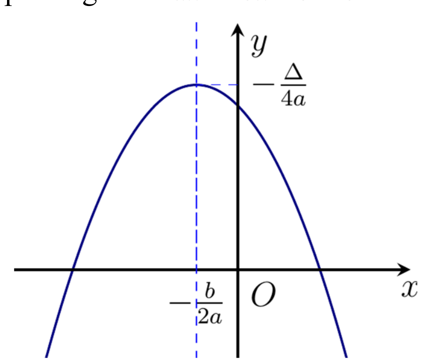
+ Trục đối xứng là đường thẳng $x = -\dfrac{b}{2a}$.

+ Bề lõm hướng lên trên nếu $a > 0$, hướng xuống dưới nếu $a < 0$.

+ Giao điểm với trục tung là $M(0; c)$.

+ Số giao điểm với trục hoành bằng số nghiệm của phương trình $ax^2 + bx + c = 0$.





$a > 0$ $a < 0$

BẢNG BIẾN THIÊN

$a > 0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\dfrac{\Delta}{4a}$	$\nearrow$	$+\infty$

$a < 0$

x	$-\infty$		$-\dfrac{b}{2a}$		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	$-\dfrac{\Delta}{4a}$	$\searrow$	$-\infty$

+ Khi $a > 0$, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{b}{2a}\right)$.

+ Khi $a < 0$, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{b}{2a}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right)$.

- Để vẽ đường parabol $y = ax^2 + bx + c$ ta tiến hành theo các bước sau:

1. Xác định toạ độ đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$;

2. Vẽ trục đối xứng $x = -\dfrac{b}{2a}$;

3. Xác định toạ độ các giao điểm của parabol với trục tung, trục hoành (nếu có) và một vài điểm đặc biệt trên parabol;

4. Vẽ parabol.

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

6.7. Vẽ các đường parabol sau:

a) $y = x^2 - 3x + 2$;

b) $y = -2x^2 + 2x + 3$;

c) $y = x^2 + 2x + 1$;

d) $y = -x^2 + x - 1$.

6.8. Từ các parabol đã vẽ ở Bài tập 6.7, hãy cho biết khoảng đồng biến và khoảng nghịch biến của mỗi hàm số bậc hai tương ứng.

6.9. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + 1$, trong mỗi trường hợp sau:

a) Đi qua hai điểm $A(1;0)$ và $B(2;4)$;

b) Đi qua điểm $A(1;0)$ và có trục đối xứng $x = 1$;

c) Có đỉnh $I(1;2)$;

d) Đi qua điểm $A(-1;6)$ và có tung độ đỉnh $-0,25$.

6.10. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đó đi qua điểm $A(8;0)$ và có đỉnh là $I(6;-12)$.

6.11. Gọi (P) là đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$. Hãy xác định dấu của hệ số a và biệt thức Δ, trong mỗi trường hợp sau:

a) (P) nằm hoàn toàn phía trên trục hoành;

b) (P) nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành;

c) (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và có đỉnh nằm phía dưới trục hoành;

d) (P) tiếp xúc với trục hoành và nằm phía trên trục hoành.

6.12. Hai bạn An và Bình trao đổi với nhau.

An nói: Tớ đọc ở một tài liệu thấy nói rằng cổng Trường Đại học Bách khoa Hà Nội (H.6.14) có dạng một parabol, khoảng cách giữa hai chân cổng là $8\,\text{m}$ và chiều cao của cổng tính từ một điểm trên mặt đất cách chân cổng $0,5\,\text{m}$ là 2,93 m. Từ đó tớ tính ra được chiều cao của cổng parabol đó là $12\,\text{m}$.

Sau một hồi suy nghĩ, Bình nói: Nếu dữ kiện như bạn nói, thì chiều cao của cổng parabol mà bạn tính ra ở trên là không chính xác.

Dựa vào thông tin mà An đọc được, em hãy tính chiều cao của cổng Trường Đại học Bách khoa Hà Nội để xem kết quả bạn An tính được có chính xác không nhé!

Hình 6.14. Cổng parabol của trường Đại học Bách khoa Hà Nội

6.13. Bác Hùng dùng 40 m lưới thép gai rào thành một mảnh vườn hình chữ nhật để trồng rau.

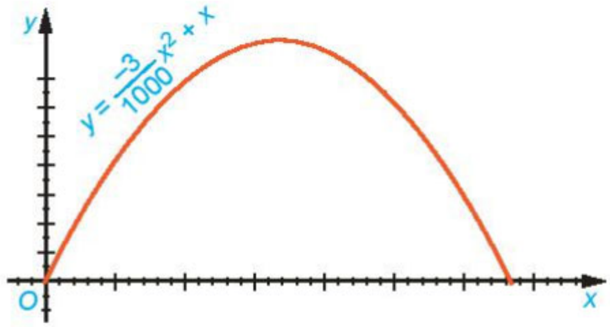
a) Tính diện tích mảnh vườn hình chữ nhật rào được theo chiều rộng x (mét) của nó.

b) Tìm kích thước của mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích lớn nhất mà bác Hùng có thể rào được.

6.14. Quỹ đạo của một vật được ném lên từ gốc O (được chọn là điểm ném) trong mặt phẳng toạ độ Oxy là một parabol có phương trình $y = \frac{-3}{1000}x^2 + x$, trong đó x (mét) là khoảng cách theo phương ngang trên mặt đất từ vị trí của vật đến gốc 0, y (mét) là độ cao của vật so với mặt đất (H.6.15).

a) Tìm độ cao cực đại của vật trong quá trình bay.

b) Tính khoảng cách từ điểm chạm đất sau khi bay của vật đến gốc O. Khoảng cách này gọi là tầm xa của quỹ đạo.



Hình 6.15

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

VẤN ĐỀ 1. TÌM ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ $y = ax^2 + bx + c$ ĐỒNG BIẾN TRÊN KHOẢNG $(a;b)$

1 PHƯƠNG PHÁP.

+ Trường hợp $a = 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b > 0 \end{cases}$.

+ Trường hợp $a > 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ (A;B) \subset \left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right) \end{cases}$.

+ Trường hợp $a < 0$: Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ (A;B) \subset \left(-\infty;-\dfrac{b}{2a}\right) \end{cases}$.

<u>**Lưu ý**</u>:

- Việc tìm điều kiện để hàm số $y = ax^2 + bx + c$ nghịch biến trên khoảng $(A;B)$ được làm tương tự.

- Có thể dựa vào định nghĩa tính đồng biến, nghịch biến của hàm số để thực hiện các bài toán trên.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^2 + 2mx + 1$ đồng biến trên $(-\infty;3)$.

Lời giải

Ta có $a = -1 < 0$, $-\dfrac{b}{2a} = m$ nên hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;m)$.

Do vậy, yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow -\dfrac{b}{2a} \geq 3 \Leftrightarrow m \geq 3$.

Kết luận: $m \geq 3$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -4x^2 + 4mx - m^2 + 2$ nghịch biến trên $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $a = -4 < 0; -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{m}{2}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(\dfrac{m}{2};+\infty\right)$.

Do vậy, yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \dfrac{m}{2} \leq -2 \Leftrightarrow m \leq -4$.

Kết luận: $m \leq -4$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (m^2+1)x^2 - 4mx + 1$ nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

Lời giải

Ta có $a = m^2 + 1 > 0$, $-\dfrac{b}{2a} = \dfrac{2m}{m^2+1}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(-\infty;\dfrac{2m}{m^2+1}\right)$.

Do vậy, yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \dfrac{2m}{m^2+1} \geq 1 \Leftrightarrow (m-1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Kết luận: $m = 1$.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^2 - (m^2+1)x + 3$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $a = m$, $-\dfrac{b}{2a} = \dfrac{m^2+1}{2m}$ với $m \neq 0$.

+ Trường hợp $m = 0$: Hàm số đã cho trở thành $y = -x + 3$, là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên không thể đồng biến trên $(1;+\infty)$. Tức $m = 0$ không thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

+ Trường hợp $m < 0$: Ta có $a = m < 0$ nên hàm số có BBT như sau:

x	$-\infty$		$\frac{m^2+1}{2m}$		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT thấy hàm số không thể đồng biến trên $(1;+\infty)$. Tức $m<0$ bị loại.

+ Trường hợp $m>0$: Ta có $a=m>0$ nên hàm số có BBT như sau:

x	$-\infty$		$\frac{m^2+1}{2m}$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT thấy yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ \dfrac{1+m^2}{2m} \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ 1+m^2 \le 2m \end{cases} \Leftrightarrow m=1$.

Tóm lại: $m=1$.

Câu 5. Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^2+2(m-1)x+2m+1$ nghịch biến trên $(-1;2)$.

Lời giải

Ta có $a=m$, $-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{1-m}{m}$ với $m\neq 0$.

+ Trường hợp $m=0$: Hàm số đã cho trở thành $y=-2x+1$, là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên cũng nghịch biến trên $(-1;2)$. Tức $m=0$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

+ Trường hợp $m<0$: Ta có $a=m<0$ nên hàm số nghịch biến trên $\left(\dfrac{1-m}{m};+\infty\right)$

Do vậy yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow \dfrac{1-m}{m} \le -1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{m} \le 0$, đúng với $m<0$.

+ Trường hợp $m>0$: Ta có $a=m>0$ nên hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty;\dfrac{1-m}{m}\right)$.

Do vậy yêu cầu của bài toán $\dfrac{1-m}{m} \ge 2 \Leftrightarrow \dfrac{1-3m}{m} \ge 0 \Leftrightarrow m \le \dfrac{1}{3}$.

Tóm lại: $m \le \dfrac{1}{3}$.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = (m-2)x^2 - 2mx + m + 2019$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Lời giải

+ Trường hợp $m = 2 \Rightarrow y = -4x + 2019$, nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên nghịch biến trên $(-\infty;3)$. Tức $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Trường hợp $m \neq 2$: Dựa vào sự biến thiên hàm bậc hai ta thấy

$f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m-2>0 \\ \dfrac{m}{m-2} \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m \leq 3$.

Từ các trường hợp trên, suy ra: $2 \leq m \leq 3$

Vậy $2 \leq m \leq 3$.

Câu 7. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = mx^2 - (2m+1)x + 3$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

Lời giải

+ Trường hợp $m = 0 \Rightarrow f(x) = -x + 3$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tức $m = 0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+ Trường hợp $m > 0$: $f(x)$ đồng biến trên $\left(\dfrac{2m+1}{2m};+\infty\right)$.

Do đó: $f(x)$ đồng biến trên $(2;3) \Leftrightarrow \dfrac{2m+1}{2m} \leq 2 \Leftrightarrow 2m+1 \leq 4m \Leftrightarrow m \geq \dfrac{1}{2}$.

+ Trường hợp $m < 0$: $f(x)$ đồng biến trên $\left(-\infty;\dfrac{2m+1}{2m}\right)$.

Do đó: $f(x)$ đồng biến trên $(2;3) \Leftrightarrow \dfrac{2m+1}{2m} \geq 3 \Leftrightarrow 2m+1 \leq 6m \Leftrightarrow m \geq \dfrac{1}{4}$ (Không thỏa mãn $m < 0$).

Từ các trường hợp trên, suy ra $m \geq \dfrac{1}{2}$.

Vậy $m \geq \dfrac{1}{2}$.

Câu 8. Cho hàm số: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a,\ b,\ c$ là các tham số, $(a > 0)$. Biết rằng $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$, hãy tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \dfrac{6a^2}{5a^2 + 2ab + b^2}$.

Lời giải

Do $a > 0$ nên $f(x)$ đồng biến trên $\left(-\dfrac{b}{2a};\ +\infty\right)$

Từ đây ta có: $f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(-2;+\infty\right)$ $\Leftrightarrow$ $\dfrac{-b}{2a} \le -2 \Leftrightarrow \dfrac{b}{a} \ge 4$.

Ta có $P = \dfrac{6a^2}{5a^2 + 2ab + b^2} = \dfrac{6}{\left(\dfrac{b}{a}\right)^2 + 2\left(\dfrac{b}{a}\right) + 5} = \dfrac{6}{t^2 + 2t + 5}$, với $t = \dfrac{b}{a} \ge 4$.

Có $t^2 + 2t + 5 = \left(t+1\right)^2 + 4 \ge 29$, $\forall t \ge 4$. Dấu bằng xảy ra khi $t = 4$.

Do đó $MaxP = \dfrac{6}{29}$, đạt được khi $\dfrac{b}{a} = 4$.

VẤN ĐỀ 2. XÁC ĐỊNH HÀM SỐ BẬC HAI

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để xác định hàm số bậc hai $y=f\left(x\right)=ax^2+bx+c$ (đồng nghĩa với xác định các tham số $a,\, b,\, c$) ta cần dựa vào giả thiết để lập nên các phương trình (hệ phương trình) ẩn là $a,\, b,\, c$. Từ đó tìm được $a,\, b,\, c$. Việc lập nên các phương trình nêu ở trên thường sử dụng đến các kết quả sau:

- Đồ thị hàm số đi qua điểm $M\left(x_0;\, y_0\right) \Leftrightarrow y_0=f\left(x_0\right)$.

- Đồ thị hàm số có trục đối xứng $x=x_0 \Leftrightarrow -\dfrac{b}{2a}=x_0$.

- Đồ thị hàm số có đỉnh là $I\left(x_I;\, y_I\right) \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=x_I \\ -\dfrac{\Delta}{4a}=y_I \end{cases} \quad \left(\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=x_I \\ f\left(x_I\right)=y_I \end{cases}\right)$.

- Trên $\mathbb{R}$, ta có:

1. $f\left(x\right)$ có giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow a<0$. Lúc này gí trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ là $-\dfrac{\Delta}{4a}=f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$.

2. $f\left(x\right)$ có giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow a>0$. Lúc này giá trị nhỏ nhất $f\left(x\right)$ là $-\dfrac{\Delta}{4a}=f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Xác định parabol $\left(P\right): y=ax^2+bx+2$, biết rằng $\left(P\right)$ đi qua điểm $M\left(1;5\right)$ và có trục đối xứng là đường thẳng $x=-\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} a+b+2=5 \\ -\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ a=2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$.

Vậy $\left(P\right)$ có phương trình là $y=2x^2+x+2$.

Câu 2. Xác định parabol $\left(P\right): y=ax^2+2x+c$, biết rằng $I\left(\dfrac{1}{2};\, \dfrac{11}{2}\right)$ là đỉnh của $\left(P\right)$.

Lời giải

Ta có : $\begin{cases} -\dfrac{2}{2a}=\dfrac{1}{2} \\ -\dfrac{4+8c}{-8}=\dfrac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ c=5 \end{cases}$.

Vậy (P) có phương trình là $y=-2x^2-2x+5$.

Câu 3. Tìm parabol $(P): y=ax^2+bx+c$, biết rằng (P) đi qua ba điểm $A(1;-1)$, $B(2;3)$, $C(-1;-3)$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} a.1^2+b.1+c=-1 \\ a.2^2+b.2+c=3 \\ a.(-1)^2+b(-1)+c=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow (P): y=x^2+x-3$.

Vậy (P) có phương trình là $y=x^2+x-3$.

Câu 4. Xác định hàm số $y=ax^2+bx+c$ với a, b, c là các tham số, biết rằng hàm số ấy đạt giá trị lớn nhất bằng 5 tại $x=-2$ và có đồ thị đi qua điểm $M(1;-1)$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Trên $\mathbb{R}$, do hàm số $A\ (1\ ;\ -\ 1\ )$ đạt giá trị lớn nhất nên $a<0$.

Do đó theo giả thiết, ta có: $\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=-2 \\ 4a-2b+c=5 \\ a+b+c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{2}{3} \\ b=-\dfrac{8}{3} \\ c=\dfrac{7}{3} \end{cases}$ (nhận).

Vậy hàm số cần tìm là $y=-\dfrac{2}{3}x^2-\dfrac{8}{3}x+\dfrac{7}{3}$.

Câu 5. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y=mx^2-2mx-3m-2$ $(m\neq 0)$ cắt đường thẳng $y=3x-1$ tại đỉnh của nó.

Lời giải

Đỉnh của (P) là $I(1;-4m-2)$.

Theo giả thiết, I thuộc đường thẳng $y=3x-1$ nên $-4m-2=3.1-1 \Leftrightarrow m=-1$.

Vậy $m=-1$.

Câu 6. Tìm parabol $(P): y=ax^2-4x+c$ biết rằng hoành độ đỉnh của (P) bằng -3 và (P) đi qua điểm $M(-2;1)$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} -\dfrac{-4}{2a} = -3 \\ 4a + 8 + c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 6a \\ 4a + c = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{2}{3} \\ c = -\dfrac{13}{3} \end{cases}$.

Vậy parabol (P) có phương trình là $y = -\dfrac{2}{3}x^2 - 4x - \dfrac{13}{3}$.

Câu 7. Tìm các tham số a, b, c sao cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất là 4 tại $x = 2$ và đồ thị của nó cắt trục tung tại điểm có tung độ là 6.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Trên $\mathbb{R}$ hàm số 4 có giá trị nhỏ nhất nên $a > 0$.

Lại có đồ thị hàm số có đỉnh $I(2;4)$. Do đó ta có:

$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 4 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -2 \\ c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = 6 \end{cases}$ (nhận).

Câu 8. Tìm tất cả các giá trị của ham số m sao cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và Ox là: $x^2 - 4x + m = 0$. (*)

(P) cắt Ox tại hai điểm phân biệt A, B $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' = 4 - m > 0 \Leftrightarrow m < 4$.

Gọi x_A, x_B là hai nghiệm của (*). Ta có $OA = 3OB \Rightarrow |x_A| = 3|x_B| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_A = 3x_B \\ x_A = -3x_B \end{array}\right.$.

- TH1: $x_A = 3x_B \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A.x_B = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 3 \\ x_B = 1 \\ x_A.x_B = m \end{cases} \Rightarrow m = x_A.x_B = 3 < 4.$

- TH2: $x_A = -3x_B \Rightarrow \begin{cases} x_A = -3x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ x_A.x_B = m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 6 \\ x_B = -2 \\ x_A.x_B = m \end{cases} \Rightarrow m = x_A.x_B = -12 < 4$.

Vậy $m \in \{-12;3\}$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của $f(x) = 3$.

Lời giải

Ta có $a = 4 > 0$ nên đồ thị hàm số là một parabol có bề lõm hướng lên và có hoành độ đỉnh $x_I = \frac{m}{2}$.

• ả ếu $\frac{m}{2} < -2 \Leftrightarrow m < -4$ thì $x_I < -2 < 0$. Suy ra $f(x)$ đồng biến trên đoạn $[-2;0]$.

Do đó $\min\limits_{[-2;0]} f(x) = f(-2) = m^2 + 6m + 16$.

Theo yêu cầu bài toán: $m^2 + 6m + 16 = 3$ (vô nghiệm).

• ả ếu $-2 \le \frac{m}{2} \le 0 \Leftrightarrow -4 \le m \le 0$ thì $x_I \in [0;2]$. Suy ra $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_I = \frac{m}{2}$.

Do đó $\min\limits_{[-2;0]} f(x) = f\left(\frac{m}{2}\right) = -2m$.

Theo yêu cầu bài toán $-2m = 3 \Leftrightarrow m = -\frac{3}{2}$ (thỏa mãn $-4 \le m \le 0$).

• ả ếu $\frac{m}{2} > 0 \Leftrightarrow m > 0$ thì $x_I > 0 > -2$. Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[-2;0]$.

Do đó $\min\limits_{[-2;0]} f(x) = f(0) = m^2 - 2m$.

Theo yêu cầu bài toán: $m^2 - 2m = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow m = 3$ (Vì $m > 0$).

Từ các trường hợp trên, ta được $m \in \left\{\frac{-3}{2};3\right\}$.

VẤN ĐỀ 3. ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC HAI

Dạng 1. Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$.

+ Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh của (P).

+ Tương giao của (P) với trục Ox.

+ Tìm điều kiện để các giao điểm của (P) và trục Ox thỏa mãn điều kiện nào đó.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Thường dùng đến các kết quả sau:

+ Đường thẳng $x=\frac{-b}{2a}$ là trục đối xứng của (P), điểm $I\left(\frac{-b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$ là đỉnh của (P).

+ ẩ ghiệm (nếu có) của phương trình $ax^2+bx+c=0$ là hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox.

+ Giả sử $A(x_A;y_A),B(x_B;y_A)$ là hai giao điểm của (P) và trục Ox. Khi đó:

- $A,\ B$ cùng ở bên trái đối với trục Oy $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\ge 0\\ x_A+x_B<0\\ x_A.x_B>0\end{cases}$.

- $A,\ B$ cùng ở bên phải đối với trục Oy $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\ge 0\\ x_A+x_B>0\\ x_A.x_B>0\end{cases}$.

- $A,\ B$ cùng ở một bên đối với trục Oy $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\ge 0\\ x_A.x_B>0\end{cases}$.

- $A,\ B$ không ở cùng một bên đối với trục Oy $\Leftrightarrow x_A.x_B<0$.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Cho parabol $(P): y=x^2+5x-6$. Xác định trục đối xứng, tọa độ đỉnh của parabol (P), tọa độ giao điểm của parabol (P) với trục hoành.

Lời giải

+ Ta có $-\frac{b}{2a}=-\frac{5}{2}$, $-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{49}{4}$, do vậy:

(P) có trục đối xứng là $x=-\frac{5}{2}$;

(P) có đỉnh là $I\left(-\frac{5}{2};-\frac{49}{4}\right)$.

+ Hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành là nghiệm của phương trình

$x^2+5x-6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-6\end{array}\right.$.

Vậy tọa độ giao điểm của (P) với trục hoành là $(1;0),(-6;0)$.

Câu 2. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$. Xét dấu của Δ, b, c biết rằng (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm.

Lời giải

(P) đã cho cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ âm khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ \dfrac{-b}{a} < 0 \\ \dfrac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ b < 0 \\ c < 0 \end{cases}.$$

Dạng 2. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ và đường thẳng $d: y = mx + n$

+ Biện luận số điểm chung của (P) và trục hoành.
+ Tìm điều kiện để đường thẳng d tiếp xúc với (P) .

1 PHƯƠNG PHÁP.

+ Xét phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ (*).
- (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm phân biệt.
- (P) và trục hoành có một điểm chung (còn gọi là tiếp xúc với nhau) $\Leftrightarrow$ (*) có một nghiệm.
- (P) và trục hoành không có điểm chung $\Leftrightarrow$ (*) vô nghiệm.

+ d và (P) tiếp xúc với nhau $\Leftrightarrow$ $ax^2 + bx + c = mx + n$ có nghiệm kép.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = x^2 + 3x + m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục hoành là $x^2 + 3x + m = 0$ (*).

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $\Delta = 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{9}{4}$.

Vậy $m < \dfrac{9}{4}$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$ và trục Ox không có điểm chung.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ (*)
Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow$ $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 2 - m < 0 \Leftrightarrow m > 2$. Vậy $m > 2$.

Câu 3. Cho parabol $(P): y = x^2 + x + 2$ và đường thẳng $d: y = ax + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số a để d tiếp xúc với (P).

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là: $x^2 + x + 2 = ax + 1$

$\Leftrightarrow x^2 + (1-a)x + 1 = 0 \quad (1)$.

d tiếp xúc với $\Leftrightarrow$ (1) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \Delta = 0 \Leftrightarrow (1-a)^2 - 4 = 0$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -1 \\ a = 3 \end{array}\right..$$

Vậy $a \in \{-1; 3\}$.

VẤN ĐỀ 4. TƯƠNG GIAO ĐỒ THỊ

Dạng 1. Dựa vào đồ thị của hàm số $f(x)$ để biện luận theo tham số m số nghiệm của phương trình $f(x) = g(m)$.

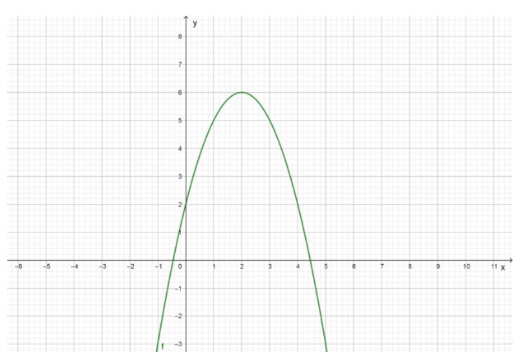
1 PHƯƠNG PHÁP.

- Vẽ đồ thị (C) của hàm số $f(x)$.
- Tùy vào giá trị của $g(m)$ để chỉ ra số giao điểm của đường thẳng $d: y = g(m)$ và (C).
- Số giao điểm của d và (C) cũng chính là số nghiệm của phương trình $f(x) = g(m)$.

***Lưu ý:** Đường thẳng $d: y = g(m)$ là đường thẳng có phương ngang và cắt trục tung tại điểm có tung độ $g(m)$.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Dựa vào đồ thị tìm các giá trị của tham số m để phương trình $-x^2 + 4x + 2 = m$ có 2 nghiệm phân biệt.



Lời giải

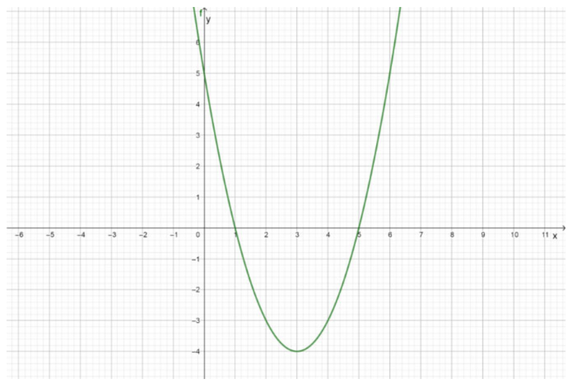
Phương trình $-x^2+4x+2=m$ (1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (P) của hàm số $y=-x^2+4x+2$ và đường thẳng $d: y=m$.

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của (P) và (d).

Dựa vào đồ thị ta thấy, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m<6$.

Vậy $m<6$.

Câu 2. Cho hàm số $y=x^2-6x+5$ có đồ thị (P) như nhình vẽ bên dưới. Dựa vào đồ thị, tìm các giá trị của tham số m để phương trình: $2x^2-12x+6m-1=0$ có 2 nghiệm phân biệt dương.



Lời giải

Phương trình: $2x^2-12x+6m-1=0 \Leftrightarrow x^2-6x+5=-3m+\frac{11}{2}$ (1).

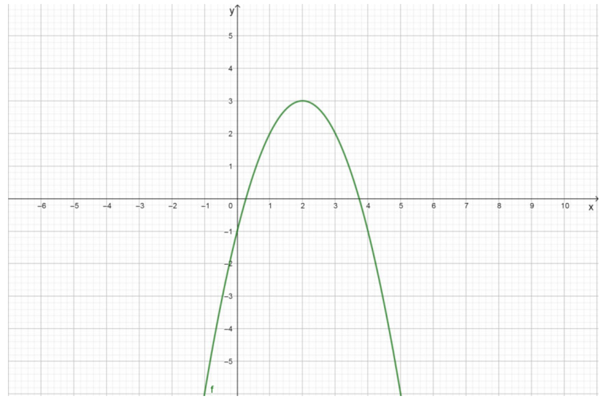
Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số (P) $y=x^2-6x+5$ và đường thẳng $(d)\ y=-3m+\frac{11}{2}$.

Số nghiệm của phương trình (1) chính bằng số giao điểm của (P) và (d).

Dựa vào đồ thị ta thấy, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -4<-3m+\frac{11}{2}<5 \Leftrightarrow \frac{1}{6}<m<\frac{19}{6}$.

Vậy $\frac{1}{6}<m<\frac{19}{6}$.

Câu 3. Cho parabol $(P): y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $\left|ax^2+bx+c\right|=m$ có bốn nghiệm phân biệt.

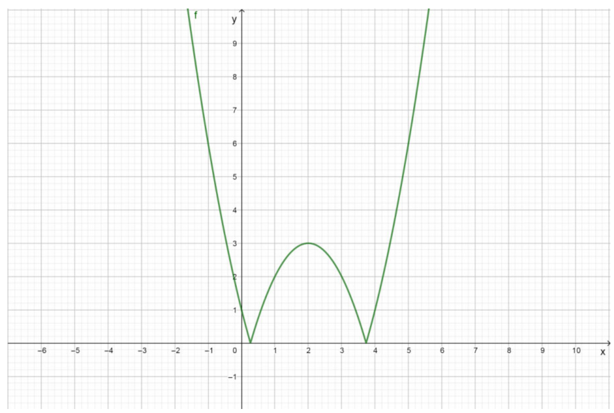


Lời giải

Đồ thị (C) của hàm số $y=\left|ax^2+bx+c\right|$ bao gồm:

- Phần 1: Là phần tính từ Ox trở lên của (P).

- Phần 2: Là phần đối xứng của phần phía dưới Ox của (P) qua trục Ox.



Phương trình $\left|ax^2+bx+c\right|=m$ là phương trình hoành độ giao điểm của (C) $y=\left|ax^2+bx+c\right|$ và đường thẳng $d: y=m$.

Số nghiệm của phương trình $\left|ax^2+bx+c\right|=m$ bằng số giao điểm của (C) và (d).

Dựa vào đồ thị (C) ta thấy, yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ suy ra $0<m<3$.

Vậy $0<m<3$.

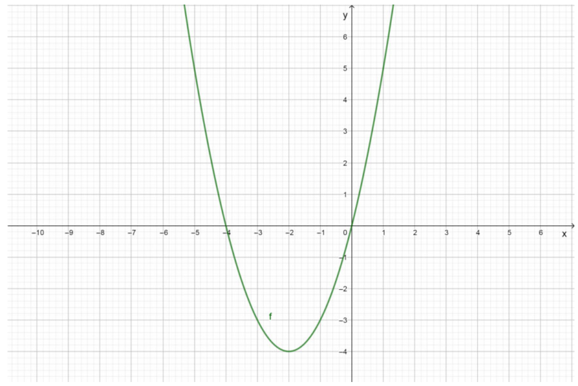
Câu 4. Cho phương trình $x^2+4x-m=0\,(1)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình (1) có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(-3;1)$.

Lời giải

Phương trình $x^2+4x-m=0 \Leftrightarrow x^2+4x=m$ (1).

(1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (P) của hàm số $y=x^2+4x$ và đường thẳng $d: y=m$ (cùng phương với trục Ox, cắt trục tung tại điểm có tung độ m).

Vẽ đồ thị (P)



Số nghiệm của phương trình (1) chính bằng số giao điểm của (P) và (d) .

Dựa vào đồ thị, ta thấy phương trình $x^2+4x-m=0$ có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(-3;1)$ khi và chỉ khi $-3<m<5$. Vậy $-3<m<5$.

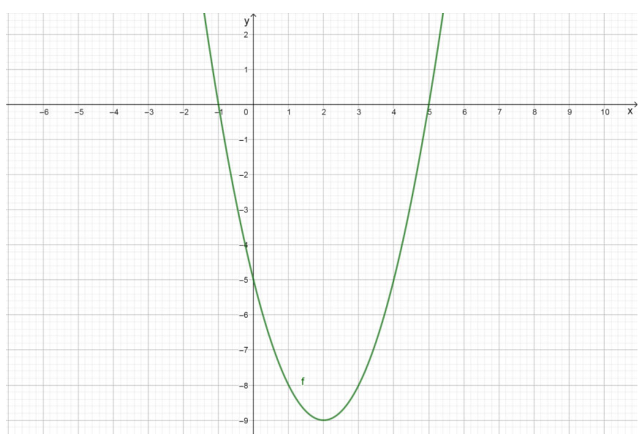
Câu 5. Có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $(0;2019]$ để phương trình $\left|x^2-4|x|-5\right|-m=0$ có hai nghiệm phân biệt?

Lời giải

PT: $\left|x^2-4|x|-5\right|-m=0 \Leftrightarrow \left|x^2-4|x|-5\right|=m\,(1)$.

Số nghiệm phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị (P) của hàm số $y=\left|x^2-4|x|-5\right|$ và đường thẳng $y=m$.

Xét hàm số $y=x^2-4x-5$ ta thấy nó có đồ thị (P_1) như hình sau đây:



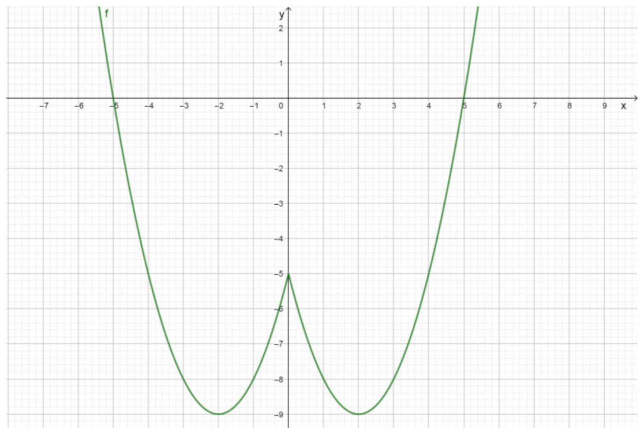
Xét hàm số $y=x^2-4|x|-5$ ta thấy đây là hàm số chẵn nên đồ thị (P_2) của nó nhận Oy làm trục đối xứng.

Mà $y=x^2-4|x|-5=x^2-4x-5$ nếu $x\ge 0$ nên (P_2) gồm hai phần:

-Phần 1: Là phần bên phải Oy của (P_1) kể cả giao điểm của (P_1) và Oy .

-Phần 2: Là phần đối xứng của phần 1 qua trục Oy .

Tức (P_2) như hình sau đây:



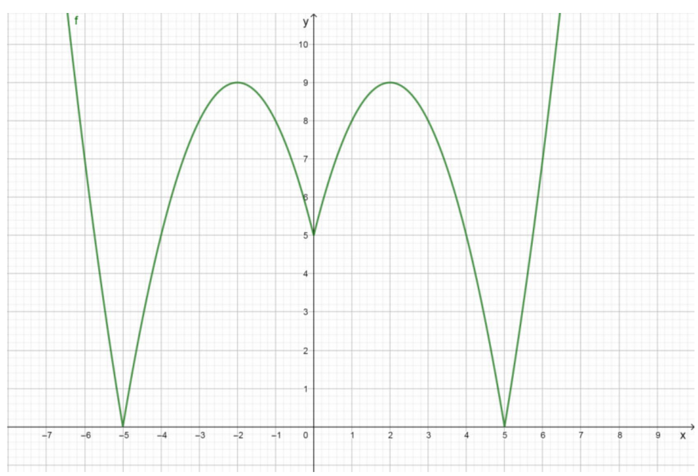
Xét hàm số $y = \left|x^2 - 4|x| - 5\right|$, ta có: $y = \begin{cases} x^2 - 4|x| - 5 & (y \geq 0) \\ -(x^2 - 4|x| - 5) & (y < 0) \end{cases}$.

Tức (P) gồm hai phần:

-Phần 3: Là phần phía trên Ox của (P_2) kể cả các giao điểm của (P_2) và Ox .

-Phần 4: Là phần đối xứng của phần phía dưới Ox của (P_2) qua trục Ox .

Tức (P) như hình sau đây



Quan sát (P) ta thấy: yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 9 \\ m = 0 \end{array}\right.$.

Do $\begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (0;2019] \end{cases} \Rightarrow m \in \{10;11;12;...;2019\}$.

Vậy có 2010 giá trị của tham số m thỏa yêu cầu bài toán

Dạng 2. Sự tương giao của đồ thị hàm số bậc nhất và bậc hai

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho đồ thị (P) của hàm số $y=ax^2+bx+c$ với $a\neq 0$ và đồ thị d của hàm số $y=kx+m$.

Toạ độ giao điểm của hai đồ thị (P) và d là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y=ax^2+bx+c \\ y=kx+m \end{cases} \quad (1)$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$ax^2+bx+c=kx+m \Leftrightarrow ax^2+(b-k)x+c-m=0 \quad (2)$$

Nhận xét:

1. Số giao điểm của (P) và d bằng số nghiệm của hệ phương trình (1) và cũng bằng số nghiệm của phương trình (2).

2. ả ếu phương trình (2) vô nghiệm thì ta nói d và (P) không giao nhau.

3. ả ếu phương trình (2) có nghiệm kép thì ta nói d và (P) tiếp xúc với nhau. Lúc này ta nói d là tiếp tuyến của (P).

4. ả ếu phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt thì ta nói d và (P) cắt nhau.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm tọa độ giao điểm của Parabol $(P): y=-x^2-4x+1$ và đường thẳng $d:\ y=-x+3$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$-x^2-4x+1=-x+3 \Leftrightarrow x^2+3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-2 \end{array}\right..$$

Với $x=-1 \Rightarrow y=4$; $x=-2 \Rightarrow y=5$.

Tọa độ giao điểm của (P) và d là $A(-1;4), B(-2;5)$.

Câu 2. Cho Parabol $(P): y=x^2-3x+2$ và đường thẳng $d: y=mx+2$. Tìm m để d tiếp xúc với (P). Tìm tọa độ tiếp điểm khi đó.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với d là

$x^2-3x+2=mx+2 \Leftrightarrow x^2-(3+m)x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=m+3 \end{array}\right.$.

Để d tiếp xúc với (P) thì $m=-3$.

Tọa độ tiếp điểm khi đó là $M(0;2)$.

Nhận xét: Từ phương trình (1) ta tính $\Delta'=(m+3)^2$. Để d tiếp xúc với (P) thì (1) có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta'=0 \Leftrightarrow m=-3$.

Câu 3. Cho Parabol (P) $y=x^2-2x+4$ và đường thẳng d : $y=2mx-m^2$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+2(m+1)x_2=3m^2+16$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là $x^2-2(m+1)x+m^2+4=0$ (1).

+ Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ là $x_1;x_2$ thì $\Delta'>0 \Leftrightarrow m>\frac{3}{2}$.

Theo Viet ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m+2 \\ x_1.x_2=m^2+4 \end{cases}$.

Theo đề bài ta có

$x_1^2+2(m+1)x_2=3m^2+16 \Leftrightarrow x_1^2+(x_1+x_2)x_2=3m^2+16$

$\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2+x_1x_2=3m^2+16 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-x_1x_2=3m^2+16$

$\Leftrightarrow (2m+2)^2-m^2-4=3m^2+16 \Leftrightarrow m=2$.

So sánh với điều kiện suy ra $m=2$.

Câu 4. Cho Parabol $(P): y=\frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: y=(m+1)x-m^2-\frac{1}{2}$ (m là tham số). Tìm các giá trị của m thì đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2)$ sao cho biểu thức $T=y_1+y_2-x_1x_2-(x_1+x_2)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d

$\frac{1}{2}x^2=(m+1)x-m^2-\frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2-2(m+1)x+2m^2+1=0$ (1)

Để d cắt (P) tại 2 điểm $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2)$ thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm $x_1;x_2$

$\Leftrightarrow \Delta'\ge 0 \Leftrightarrow (m+1)^2-2m^2-1\ge 0 \Leftrightarrow 0\le m\le 2$

Vậy với $0 \le m \le 2$ thì đường thẳng d cắt Parabol (P) tại hai điểm $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2)$.

Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m+2 \\ x_1.x_2 = 2m^2+1 \end{cases}$

Khi đó: $y_1 = (m+1)x_1 - m^2 - \frac{1}{2}$; $y_2 = (m+1)x_2 - m^2 - \frac{1}{2}$.

Ta có: $T = y_1 + y_2 - x_1x_2 - (x_1+x_2) = (m+1)(x_1+x_2) - 2m^2 - 1 - x_1x_2 - (x_1+x_2)$

$\Rightarrow T = 2(m+1)^2 - 4m^2 - 2 - 2(m+1) = -2m^2 + 2m - 2$.

Bài toán trở thành tìm giá trị của tham số m để hàm số: $T = -2m^2 + 2m - 2$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$.

Ta có bảng biến thiên:

m	0		$\frac{1}{2}$		2
$-2m^2+2m-2$	-2	↗	$-\frac{3}{2}$	↘	-6

Vậy giá trị nhỏ nhất của $T = -6$ đạt được khi $m = 2$.

Dạng 3. Sự tương giao của hai đồ thị hàm số bậc hai

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là các hàm số bậc hai có đồ thị lần lượt là các đường parabol (P_1) và (P_2), khi đó tọa độ giao điểm của (P_1) và (P_2) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \end{cases}. \qquad (1)$$

Để giải hệ (1) ta cần giải phương trình $f(x) = g(x)$ (2), phương trình (2) được gọi là phương trình hoành độ giao điểm của (P_1) và (P_2).

* ả hận xét:

i) Số giao điểm của (P_1) và (P_2) bằng số nghiệm của hệ (1) và bằng số nghiệm của phương trình (2).

ii) $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là các hàm số bậc hai nên phương trình (2) có nhiều nhất 2 nghiệm.

iii) Các bài toán liên quan đến dạng này thường áp dụng đến nội dung định lý Vi et thuận, nhắc lại như sau. Cho phương trình bậc hai $ax^2+bx+c=0$ có hai nghiệm x_1 và x_2, ta luôn có $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$ và $x_1x_2=\frac{c}{a}$.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^2-6x$ cắt đồ thị hàm số $y=-x^2-4$ tại hai điểm $A(x_A;y_A)$ và $B(x_B;y_B)$. Tính y_A+y_B.

Lời giải

Tọa độ giao điểm của hai đồ thị $y=x^2-5x$ và $y=-x^2-3$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}y=x^2-6x\\y=-x^2-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-6x=-x^2-4\\y=-x^2-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-3x+2=0\\y=-x^2-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.\\y=-x^2-4\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\y=-5\end{cases}\\\begin{cases}x=2\\y=-8\end{cases}\end{array}\right..$$

Không mất tổng quát ta giả sử $A(1;-5)$ và $B(2;-8)$, suy ra $y_A+y_B=-13$.

Câu 2. Biết rằng parabol $y=x^2-x+1$ cắt parabol $y=-x^2+2x+4$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1 và x_2. Tính giá trị biểu thức $P=x_1^3+x_2^3$.

Lời giải

- Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol là

$x^2-x+1=-x^2+2x+4\Leftrightarrow 2x^2-3x-3=0$. (*)

- Theo giả thiết ta có x_1,x_2 là hai nghiệm phân biệt của (*) nên $\begin{cases}x_1+x_2=\frac{3}{2}\\x_1x_2=-\frac{3}{2}\end{cases}$

- Ta có $P=x_1^3+x_2^3=(x_1+x_2)(x_1^2-x_1x_2+x_2^2)=(x_1+x_2)\left[(x_1+x_2)^2-3x_1x_2\right]$

$$\Rightarrow P=\frac{3}{2}\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2-3\left(-\frac{3}{2}\right)\right]=\frac{81}{8}.$$

Vậy $P=\frac{81}{8}$.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y=(m+1)x^2+2x+3m-2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^2+2mx+4$ tại đúng hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1+2x_2=1$.

Lời giải

- Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đề bài cho là

$(m+1)x^2+2x+3m-2=x^2+2mx+4 \Leftrightarrow mx^2-2(m-1)x+3(m-2)=0$. (1)

- Phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = (m-1)^2 - 3m(m-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -2m^2+4m+1>0 \end{cases}. \qquad (2)$$

- Với điều kiện (2), áp dụng định lý Viet cho phương trình (1) và giả thiết cho, ta có

$$\begin{cases} x_1+2x_2=1 \\ x_1+x_2=\dfrac{2(m-1)}{m} \\ x_1x_2=\dfrac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{3m-4}{m} \\ x_2=\dfrac{2-m}{m} \\ x_1x_2=\dfrac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{3m-4}{m} \\ x_2=\dfrac{2-m}{m} \\ \dfrac{(3m-4)(2-m)}{m^2}=\dfrac{3(m-2)}{m} \end{cases} \qquad (3)$$

- Giải phương trình (3) ta được $m=2$ và $m=\dfrac{2}{3}$ đều thỏa mãn (2), nên đó là hai giá trị cần tìm của tham số m.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của m sao cho hai parabol $y=x^2+mx+(m+1)^2$ và $y=-x^2-(m+2)x-2(m+1)$ cắt nhau tại hai điểm có hoành độ lần lượt là $x_1;x_2$ thỏa mãn $P=\left|x_1x_2-3(x_1+x_2)\right|$ đạt giá trị lớn nhất.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol là

$$x^2+mx+(m+1)^2=-x^2-(m+2)x-2(m+1) \Leftrightarrow 2x^2+2(m+1)x+m^2+4m+3=0. \qquad (1)$$

Phương trình (1) có hai nghiệm khi và chỉ khi

$$\Delta' = (m+1)^2-2(m^2+4m+3) \geq 0 \Leftrightarrow (m+1)(-m-5) \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m+1 \geq 0 \\ -m-5 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m+1 \leq 0 \\ -m-5 \leq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow -5 \leq m \leq -1. \ (2)$$

Với điều kiện (2), áp dụng định lý Viet cho phương trình (1), ta có

$$P=\left|x_1x_2-3(x_1+x_2)\right| \Rightarrow P=\left|\frac{m^2+4m+3}{2}+3(m+1)\right|=\frac{1}{2}\left|(m+1)(m+9)\right|=\frac{1}{2}|m+1||m+9|$$

$$=\frac{1}{2}(-m-1)(m+9) \leq \frac{1}{2}\left[\frac{(-m-1)+(m+9)}{2}\right]^2=8. \ (3)$$

Dấu "=" ở bất đẳng thức (3) xảy ra khi và chỉ khi $-m-1=m+9$ hay $m=-5$ thỏa mãn (2).

Vậy $\max P=8$ đạt được khi $m=-5$ và do đó $m=-5$ chính là giá trị của tham số m cần tìm.

VẤN ĐỀ 5. ĐIỂM CỐ ĐỊNH CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ.

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho họ hàm số $f(x;m)=0$ (m là tham số) có đồ thị (P_m). Để tìm điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua với mọi giá trị của m, ta thực hiện các bước sau:

Bước 1: Giả sử điểm $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua.

Tọa độ điểm M thỏa mãn phương trình $f(x;m)=0$.

Bước 2: Chuyển phương trình về phương trình ẩn m dạng $Am+B=0$
(hoặc $Am^2+Bm+C=0$). Phương trình nghiệm đúng với mọi m.

Khi đó ta có $\begin{cases}A=0\\B=0\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}A=0\\B=0\\C=0\end{cases}$. Tìm được $x_0;y_0 \Rightarrow M(x_0;y_0)$.

Bước 3: Kết luận.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Cho hàm số $y=(1+m)x^2-2(m-1)x+m-3$ (P_m). Chứng tỏ rằng (P_m) luôn đi qua một điểm cố định, tìm tọa độ điểm cố định đó.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Giả sử điểm $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua.

Khi đó $y_0=(1+m)x_0^2-2(m-1)x_0+m-3$, $\forall m\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow (x_0^2-2x_0+1)m+x_0^2+2x_0-3-y_0=0$, $\forall m\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases}x_0^2-2x_0+1=0\\x_0^2+2x_0-3-y_0=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_0=1\\y_0=0\end{cases}$.

Vậy họ (P_m) luôn đi qua điểm cố định $M(1;0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=(m-1)x^2+2mx-3m+1$ (P_m). Tìm điểm cố định của họ đồ thị hàm số trên.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Giả sử điểm $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua.

Khi đó $y_0=(m-1)x_0^2+2mx_0-3m+1$, $\forall m\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow (x_0^2 + 2x_0 - 3)m - x_0^2 + 1 - y_0 = 0$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + 2x_0 - 3 = 0 \\ -x_0^2 + 1 - y_o = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_0 = 1 \\ x_0 = -3 \end{array}\right. \\ y_0 = 1 - x_0{}^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_0 = -3 \\ y_0 = -8 \end{cases}$.

Vậy họ (P_m) luôn đi qua 2 điểm cố định $M_1(1;0)$ và $M_2(-3;-8)$.

Câu 3. Tìm điểm cố định của đồ thị hàm số $(P_m): y = m^2x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 1$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (P_m) luôn đi qua.

Khi đó $y_0 = m^2x_0^2 + 2(m-1)x_0 + m^2 - 1$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow (x_0^2 + 1)m^2 + 2x_0m - 2x_0 - 1 - y_0 = 0$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + 1 = 0 \\ 2x_0 = 0 \\ -2x_0 - 1 - y_0 = 0 \end{cases}$ (I). Do phương trình $x_0^2 + 1 = 0$ vô nghiệm nên hệ (I) vô nghiệm.

Vậy không có điểm nào thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 4. Cho hàm số $y = x^2 + (2m-3)x + 5 - 4m$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, đồ thị (P_m) của hàm số đã cho và đường thẳng $(d_m): y = 2mx - 4m + 3$ luôn có một điểm chung cố định.

Lời giải

Tập xác định của hai hàm số đã cho là $D = \mathbb{R}$.

Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (d_m) luôn đi qua.

Khi đó $y_0 = 2mx_0 - 4m + 3$, $\forall m \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (2x_0 - 4)m + 3 - y_0 = 0$, $\forall m \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_0 - 4 = 0 \\ 3 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 3 \end{cases} \Rightarrow M(2;3)$.

Thay tọa độ điểm M và phương trình của (P_m) ta được $3 = 2^2 + (2m-3).2 + 5 - 4m$

$\Leftrightarrow 3 = 3$ (đúng với mọi m).

Vậy $M(2;3)$ là điểm chung cố định của (P_m) và (d_m).

Câu 5. Cho các hàm số $(P_m): y = x^2 - (m+3)x + 4m - 7$, $(C_m): y = mx^2 - 3(m+1)x - 4m + 9$, $(d_m): (m-1)x + my + 4 - m = 0$. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m, các đồ thị của các hàm số đã cho luôn cùng đi qua một điểm cố định.

Lời giải

Tập xác định của hai hàm số đã cho là $D = \mathbb{R}$.

Giả sử điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà (d_m) luôn đi qua.

Khi đó $(m-1)x_0 + my_0 + 4 - m = 0$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow (x_0 + y_0 - 1)m + 4 - x_0 = 0$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + y_0 - 1 = 0 \\ 4 - x_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 \\ y_0 = -3 \end{cases} \Rightarrow M(4; -3)$.

Thay tọa độ điểm M vào phương trình của (P_m) ta được $-3 = 4^2 - (m+3).4 + 4m - 7$

$\Leftrightarrow -3 = -3$ (đúng với mọi m).

Thay tọa độ điểm M vào phương trình của (C_m) ta được $-3 = m.4^2 - 3(m+1).4 - 4m + 9$

$\Leftrightarrow -3 = -3$ (đúng với mọi m).

Vậy các đồ thị (P_m); (C_m); (d_m) luôn cùng đi qua một điểm cố định $M(4; -3)$.

VẤN ĐỀ 6: GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

Dạng 1. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên 1 tập cho trước

1 PHƯƠNG PHÁP.

Để tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số bậc hai, ta lập bảng biến thiên cho hàm số đó trên tập hợp đã cho. Dựa vào bảng biến thiên, ta kết luận giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số trên tập hợp đã cho.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^2 - 4x - 3$. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-3; 5]$.

Lời giải

Hàm số đã cho là hàm số bậc hai có hệ số: $a = 1, b = -4, c = -3$.

Ta có: $\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{4}{2.1} = 2$; $\dfrac{-\Delta}{4a} = \dfrac{(-4)^2 - 4.(-3)}{4.1} = \dfrac{-28}{4} = -7$.

Vì $a = 1 > 0$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$, đồng biến trên $(2; +\infty)$. Do đó, ta có bảng biến thiên của hàm số trên $[-3; 5]$ là:

x	-3	2	5
y	18	-7	2

Dựa vào bảng biến thiên, vậy $\min\limits_{x\in[-3;5]} y = y(2) = -7$ và $\max\limits_{x\in[-3;5]} y = y(-3) = 18$.

Câu 2. Cho hàm số $y = -2x^2 + 4x + 3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[2;7]$.

Lời giải

Hàm số đã cho là hàm số bậc hai có $a = -2, b = 4, c = 3$.

Ta có: $\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-4}{2.(-2)} = 1$; $\dfrac{-\Delta}{4a} = -\dfrac{4^2 - 4.(-2).3}{4.(-2)} = 5$

Vì $a = -2 < 0$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$, nghịch biến trên $(1;+\infty)$. Do đó, ta có bảng biến thiên của hàm số trên $[2;7]$ là:

x	2	7
y	3	-67

Dựa vào bảng biến thiên, vậy $\min\limits_{x\in[2;7]} y = y(7) = -67$ và $\max\limits_{x\in[2;7]} y = y(2) = 3$.

Câu 3. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 3$ trên $[-1;2]$.

Lời giải

Đặt $t = x^2$. Với $x \in [-1;2]$ ta có $t \in [0;4]$. Hàm số trở thành $f(t) = t^2 - 4t - 3$ với $t \in [0;4]$.

Bảng biến thiên:

x	0	2	4
y	-3	-7	-3

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

$\max\limits_{x\in[-1;2]} y = \max\limits_{t\in[0;4]} f(t) = -3$ khi $\left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=4 \end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

$\min\limits_{x\in[-1;2]} y = \min\limits_{t\in[0;4]} f(t) = -7$ khi $t = 2$ hay $x = \sqrt{2}$.

Câu 4. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -2\sqrt[3]{x^4 + 2x^2 + 1} + 4\sqrt[3]{x^2 + 1} + 3$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt[3]{x^2+1}\ (t\ge 1)\Rightarrow t^2=\sqrt[3]{x^4+2x^2+1}$. Hàm số trở thành $f(t)=-2t^2+4t+3$.

Bảng biến thiên:

t	1		$+\infty$
$f(t)$	5	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

$\max y=\max\limits_{t\in[1;+\infty]} f(t)=5$ khi $t=1$ hay $x=0$

Giá trị nhỏ nhất của y không tồn tại.

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4+4x^3+3x^2-2x+2$ trên $[-2;4]$.

Lời giải

Ta có: $y=x^4+4x^3+4x^2-x^2-2x+2\Leftrightarrow y=(x^2+2x)^2-(x^2+2x)+2$

Đặt $t=x^2+2x$. Xét hàm số $t(x)=x^2+2x$ với $x\in[-2;4]$.

Bảng biến thiên:

x	-2		-1		4
$t(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	24

Từ bảng biến thiên ta có: $t\in[-1;24]$ với $x\in[-2;4]$.

Do đó, hàm số y ban đầu có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất (nếu có) trên $[-2;4]$ bằng giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(t)=t^2-t+2$ với $t\in[-1;24]$

Bảng biến thiên:

t	-1		$\frac{1}{2}$		24
$f(t)$	4	$\searrow$	$\frac{7}{4}$	$\nearrow$	554

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

$\max\limits_{x\in[-2;4]} y=\max\limits_{t\in[-1;24]} f(t)=554$ khi $t=24$ hay $x=4$.

$$\min_{x\in[-2;4]} y = \min_{t\in[-1;24]} f(t) = \frac{7}{4} \text{ khi } t = \frac{1}{2} \text{ hay } x^2 + 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-2+\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 6. Cho các số $x,\ y$ thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1 + xy$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = x^4 + y^4 - x^2y^2$.

Lời giải

Ta có: $P = \left(x^2+y^2\right)^2 - 3x^2y^2 = (1+xy)^2 - 3x^2y^2 = -2x^2y^2 + 2xy + 1$

Đặt $t = xy$, khi đó $P = -2t^2 + 2t + 1$

Vì $\begin{cases} x^2+y^2 \ge 2xy \\ x^2+y^2 \ge -2xy \end{cases}$ nên $\begin{cases} 1+xy \ge 2xy \\ 1+xy \ge -2xy \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \le xy \le 1$.

Do đó: $-\frac{1}{3} \le t \le 1$

Xét hàm số $f(t) = -2t^2 + 2t + 1$ trên $\left[-\frac{1}{3};1\right]$

Bảng biến thiên:

t	$-\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		1
$f(t)$	$\frac{1}{9}$	$\nearrow$	$\frac{3}{2}$	$\searrow$	1

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

$$\min P = \min_{t\in\left[-\frac{1}{3};1\right]} f(t) = \frac{1}{9} \text{ khi } t = -\frac{1}{3} \text{ hay } \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{\frac{1}{3}},\ y = -\sqrt{\frac{1}{3}} \\ x = -\sqrt{\frac{1}{3}},\ y = \sqrt{\frac{1}{3}} \end{array}\right..$$

$$\max P = \max_{t\in\left[-\frac{1}{3};1\right]} f(t) = \frac{3}{2} \text{ khi } t = \frac{1}{2} \text{ hay } \left[\begin{array}{l} x = \frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{4},\ y = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{4} \\ x = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{4},\ y = \frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{4} \end{array}\right..$$

Dạng 2. Tìm điều kiện của tham số để hàm số bậc hai đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho hàm số bậc hai: $y = ax^2 + bx + c \ (a \ne 0)$

- ả ếu $a>0$ thì $\min y = f\left(-\dfrac{b}{2a}\right) = -\dfrac{\Delta}{4a}$ đạt tại hoành độ đỉnh $x_I = -\dfrac{b}{2a}$.

- ả ếu $a<0$ thì $\max y = f\left(-\dfrac{b}{2a}\right) = -\dfrac{\Delta}{4a}$ đạt tại hoành độ đỉnh $x_I = -\dfrac{b}{2a}$.

Trường hợp tập xác định khác $\mathbb{R}$, ta kẻ bảng biến thiên của hàm số trên tập đó để có được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hoành độ đỉnh: $x_I = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{2m}{2m} = 1$, suy ra $y_I = -4m - 2$.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10 khi và chỉ khi $\begin{cases} m>0 \\ -4m-2=-10 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$. (Thỏa mãn)

Câu 2. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x=1$ và nhận giá trị bằng 3 khi $x=2$. Tính abc.

Lời giải

Để hàm số $y = ax^2 + bx + c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 2 khi $x=1$ và nhận giá trị bằng 3 khi $x=2$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a>0 \\ -\dfrac{b}{2a}=1 \\ f(1)=2 \\ f(2)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ 2a+b=0 \\ a+b+c=2 \\ 4a+2b+c=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=3 \end{cases}$.

Vậy $abc = 1.(-2).3 = -6$.

Câu 3. Cho hàm số $y = mx^2 - 2x - m - 1$. Tìm giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

Hoành độ đỉnh: $x_I = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{2}{2m} = \dfrac{1}{m}$, suy ra $y_I = m.\left(\dfrac{1}{m}\right)^2 - 2.\left(\dfrac{1}{m}\right) - m - 1 = \dfrac{-m^2-m-1}{m}$

TH1: Khi $m<0$ thì $\max y = y_I = \dfrac{-m^2-m-1}{m}$ tại điểm $x_I = \dfrac{1}{m}$.

$y_I = f(m) = \dfrac{-m^2-m-1}{m} - 1 + 1 = \dfrac{-m^2-2m-1}{m} + 1 = \dfrac{-(m+1)^2}{m} + 1 \geq 0 + 1 = 1$.

Vậy $\min y_I = 1$ tại điểm $m = -1$.

TH2: Khi $m>0$ thì hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất, chỉ có giá trị nhỏ nhất.

TH3: Khi $m=0$ thì hàm số $y=-2x-1$ đã cho là hàm số bậc nhất, không có giá trị lớn nhất.

Kết luận: $m=-1$.

Câu 4. Cho hàm số $y=-(m-1)^2x^2+2(m-1)^2x+1+2m$. Với $m\neq 1$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B=\dfrac{\min\limits_{x\in[0;2]} y}{\max\limits_{x\in[0;2]} y}$.

Lời giải

Hoành độ đỉnh: $x_I=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{-2(m-1)^2}{-2(m-1)^2}=1$, suy ra $y_I=-(m-1)^2+2(m-1)^2+1+2m=m^2+2$

Do $a=-(m-1)^2<0,\ \forall m\neq 1$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

x	0	1	2
y	$2m+1$ ↗	m^2+2	↘ $2m+1$

Từ bảng biến thiên ta có: $\max\limits_{x\in[0;2]} y=m^2+2$ tại $x=1$, $\min\limits_{x\in[0;2]} y=2m+1$ tại $x=0$ hoặc $x=2$.

$$B=\frac{\min\limits_{x\in[0;2]} y}{\max\limits_{x\in[0;2]} y}=\frac{2m+1}{m^2+2}=\frac{\frac{1}{2}m^2+2m+1-\frac{1}{2}m^2}{m^2+2}=\frac{\frac{1}{2}\left(\mathrm{m}^2+4m+4\right)-\frac{1}{2}\left(m^2+2\right)}{m^2+2}=\frac{(m+2)^2}{2\left(m^2+2\right)}-\frac{1}{2}$$

Vì $(m+2)^2\geq 0,\ \forall m\in\mathbb{R}\Rightarrow \dfrac{(m+2)^2}{2\left(m^2+2\right)}\geq 0,\ \forall m\in\mathbb{R}\Rightarrow B\geq -\dfrac{1}{2},\ \forall m\in\mathbb{R}$.

Vậy $\min B=-\dfrac{1}{2}$ tại $m=-2$.

VẤN ĐỀ 7: BÀI TOÁN THỰC TẾ

1 PHƯƠNG PHÁP.

DẠNG 1: Các bài toán thực tế mà mô hình thực tiễn chưa chuyển về mô hình toán học. Các bước làm như sau:

Bước 1: Dựa vào giả thiết và các yếu tố của đề bài, ta xây dựng mô hình toán học cho vấn đề đang xét, tức là diễn tả dưới "dạng ngôn ngữ toán học" cho mô hình mô phỏng thực tiễn. Căn cứ vào các yếu tố bài ra ta chọn biến số, tìm điều kiện tồn tại, đơn vị.

Bước 2: Dựa vào các mối liên hệ ràng buộc giữa biến số với các giả thiết của đề bài cũng như các kiến thức liên quan đến thực tế, ta thiết lập hàm số bậc hai. Chuyển yêu cầu đặt ra đối với bài toán thực tiễn thành yêu cầu bài toán hàm số bậc hai.

Bước 3: Dùng tính chất hàm số bậc hai để giải quyết bài toán hình thành ở bước 2. Lưu ý kiểm tra điều kiện, và kết quả thu được có phù hợp với bài toán thực tế đã cho chưa.

DẠNG 2: Các bài toán thực tế đã mô hình hóa bằng một hàm số bậc hai. Thực hiện bước 3 của dạng 1.

2 BÀI TẬP.

Câu 1. Một quả bóng được ném vào không trung có chiều cao tính từ lúc bắt đầu ném ra được cho bởi công thức $h(t)=-t^2+2t+3$ (tính bằng mét), t là thời gian tính bằng giây $(t\ge 0)$.

a. Tính chiều cao lớn nhất quả bóng đạt được.
b. Hãy tính xem sau bao lâu quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất ?

Lời giải

a. Ta có: $h(t)=-t^2+2t+3 \Leftrightarrow h(t)=-(t-1)^2+4 \Rightarrow \max h(t)=h(1)=4$.

Vậy quả bóng đạt chiều cao lớn nhất bằng 4 m tại thời điểm $t=1$ giây.

b. Ta có: $-t^2+2t+3=0 \Leftrightarrow t=-1$ (loại) hoặc $t=3$ (nhận).

Vậy sau 3 giây quả bóng sẽ rơi xuống mặt đất.

Câu 2. Độ cao của quả bóng golf tính theo thời gian có thể được xác định bằng một hàm bậc hai. Với các thông số cho trong bảng sau, hãy xác định độ cao quả bóng đạt được tại thời điểm 3 giây ?

Thời gian (giây)	0	0,5	1	2
Độ cao (mét)	0	28	48	64

Lời giải

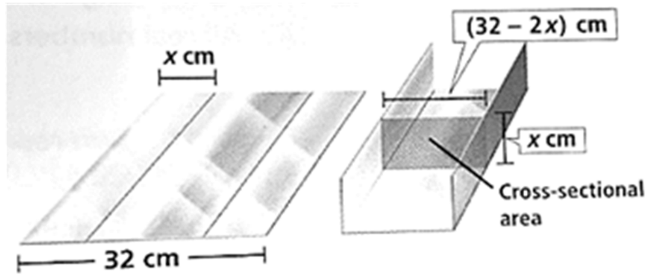
Độ cao của quả bóng tính theo thời gian được xác định bởi hàm số $h(t)=at^2+bt+c$ (tính bằng mét), t : giây, $t\ge 0$.

Với các thông số cho bởi bảng trên ta có:

$$\begin{cases} c=0 \\ \frac{1}{4}a+\frac{1}{2}b+c=28 \\ a+b+c=48 \\ 4a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-16 \\ b=64 \\ c=0 \end{cases} \Rightarrow h(t)=-16t^2+64t \Rightarrow h(3)=48.$$

Vậy độ cao quả bóng đạt được tại thời điểm 3 giây là 48 m.

Câu 3. Một miếng nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng chia tấm nhôm thành 3 phần rồi gấp 2 bên lại theo một góc vuông như hình vẽ dưới. Hỏi x bằng bao nhiêu để tạo ra máng có có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất ?



Lời giải

Gọi $S(x)$ là diện tích mặt ngang ứng với bề ngang x (cm) của phần gấp hai bên, ta có:

$S(x)=x(32-2x)$, với $0<x<16$.

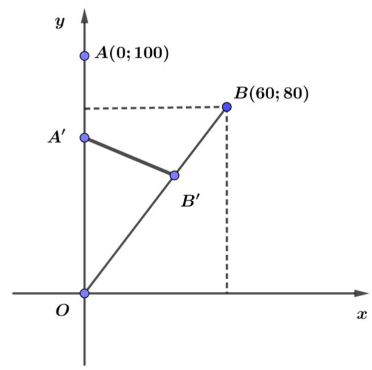
Diện tích mặt ngang lớn nhất khi hàm số $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $(0;16)$.

Ta có: $S(x)=-2x^2+32x=-2(x-8)^2+128\le 128,\ \forall x\in(0;16)$.

$\Rightarrow \max S(x)=S(8)=128$.

Vậy $x=8$ cm thì diện tích mặt ngang lớn nhất.

Câu 4. Hai con chuồn chuồn bay trên hai quĩ đạo khác nhau, xuất phát cùng thời điểm.
Một con bay trên quỹ đạo là đường thẳng từ điểm $A(0;100)$ đến điểm $O(0;0)$ với vận tốc 5 m/s.
Con còn lại bay trên quĩ đạo là đường thẳng từ $B(60;80)$ đến điểm $O(0;0)$ với vận tốc 10 m/s.
Hỏi trong quá trình bay thì khoảng cách ngắn nhất hai con đạt được là bao nhiêu ?



Lời giải

Xét tại thời điểm t (giây), $t\in[0;10]$, con chuồn chuồn bay từ A về O có tọa độ là $A'(0;100-5t)$.

Con chuồn chuồn bay từ $B(60;80)$ về $O(0;0)$ trên quĩ đạo là đường thẳng có hệ số góc là $k=\tan\alpha=\dfrac{4}{3}\Rightarrow\cos\alpha=\dfrac{3}{5},\ \sin\alpha=\dfrac{4}{5}$.

Do đó tại thời điểm t, nó có tọa độ là $\begin{cases}x=60-10t.\cos\alpha\\ y=80-10t.\sin\alpha\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=60-6t\\ y=80-8t\end{cases}\Rightarrow B'(60-6t;80-8t)$

.

Ta có: $\overrightarrow{A'B'}=(60-6t;-20-3t)$.

Khi đó, khoảng cách giữa hai con chuồn chuồn là:

$d = A'B' = \sqrt{(60-6t)^2 + (20+3t)^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{45t^2 - 600t + 4000}$

d nhỏ nhất khi hàm số $f(t) = 45t^2 - 600t + 4000$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0;10]$.

Ta có: $f(t) = 5(3t-20)^2 + 2000 \geq 2000,\ \forall t \in [0;10]$

$\Rightarrow \min\limits_{t\in[0;10]} f(t) = f\left(\dfrac{20}{3}\right) = 2000$.

Vậy khoảng cách ngắn nhất của hai con chuồn chuồn trong quá trình bay là $\sqrt{2000} = 20\sqrt{5}$ m.

Câu 5. Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng của Phú Thọ với giá bán mỗi quả là 50000 đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 40 quả. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1000 đồng thì số bưởi bán tăng thêm được là 10 quả. Xác định giá bán để của hàng thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu cho mỗi quả là 30000 đồng.

Lời giải

Gọi x là giá bán thực tế của mỗi quả bưởi Đoan Hùng (x: đồng, $30000 \leq x \leq 50000$).

Tương ứng với giá bán là x thì số quả bán được là: $40 + \dfrac{10}{1000}(50000 - x) = -\dfrac{1}{100}x + 540$.

Gọi $f(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($f(x)$: đồng), ta có:

$f(x) = \left(-\dfrac{1}{100}x + 540\right).(x - 30000) = -\dfrac{1}{100}x^2 + 840x - 16200000$

Lợi nhuận thu được lớn nhất khi hàm $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[30000;50000]$

Ta có: $f(x) = -\left(\dfrac{1}{10}x - 4200\right)^2 + 1440000 \leq 1440000,\ \forall x \in [30000;50000]$

$\Rightarrow \max\limits_{x\in[30000;50000]} f(x) = f(42000) = 1440000$.

Vậy với giá bán 42000 đồng mỗi quả bưởi thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN TỔNG HỢP.

Câu 1. Cho hàm số $y = x^2 - 6x + 8$, có đồ thị là (P).

a) Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P).

b) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình $(x-4)|x-2| + m = 0$.

Lời giải

Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 6x + 8$.

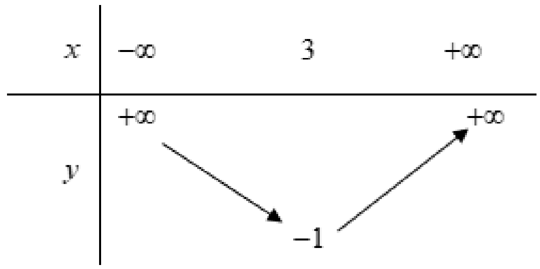
Tọa độ đỉnh $I(3;-1)$.

Trục đối xứng $x=3$.

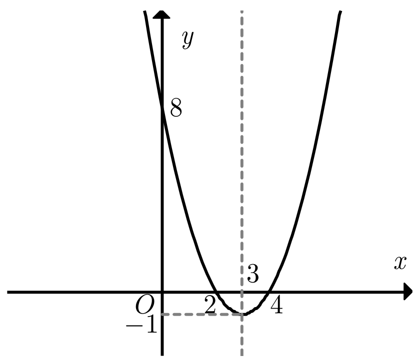
Hệ số d: bề lõm quay lên trên.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$ và đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Bảng biến thiên



Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $A(0;8)$, cắt trục hoành tại hai điểm $B(4;0)$ và $C(2;0)$.

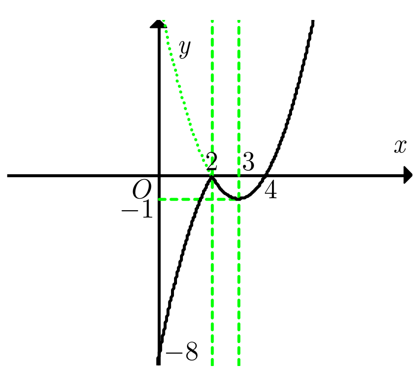


b) Ta có

$y=(x-4)|x-2|=\begin{cases}(x-4)(x-2) & \text{khi } x-2\ge 0\\ -(x-4)(x-2) & \text{khi } x-2<0\end{cases}$ hay $y=\begin{cases}x^2-6x+8 & \text{khi } x\ge 2\\ -(x^2-6x+8) & \text{khi } x<2\end{cases}$.

Do đó từ đồ thị hàm số $y=f(x)=x^2-6x+8$ suy ra đồ thị hàm số $y=(x-4)|x-2|$ như sau:

- Đồ thị hàm số $y=f(x)$ phần bên phải đường $x=2$ ta giữ nguyên.
- Đồ thị hàm số $y=f(x)$ phần bên trái đường $x=2$ ta lấy đối xứng qua trục hoành.



Phương trình $(x-4)|x-2|+m=0 \Leftrightarrow (x-4)|x-2|=-m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=(x-4)|x-2|$ và đường thẳng $y=-m$ (song song với Ox). Do đó số nghiệm của phương trình bằng số giao điểm của đồ thị và đường thẳng.

Dựa vào đồ thị, ta có

- $\left[\begin{array}{l}-m>0\\-m<-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m<0\\m>1\end{array}\right.$: phương trình có 1 nghiệm duy nhất.
- $\left[\begin{array}{l}-m=0\\-m=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$: phương trình có 2 nghiệm.
- $-1<-m<0 \Leftrightarrow 0<m<1$: phương trình có 3 nghiệm.

Câu 2. Vẽ đồ thị hàm số $y=\begin{cases}-x+4 & \text{khi } x<1\\ x^2-4x+3 & \text{khi } x\geq 1\end{cases}$.

Lời giải

Khi $x<1$ thì $y=-x+4$.

Cho $x=1 \Rightarrow y=3$, ta được điểm $A(1;3)$.

Cho $x=0 \Rightarrow y=4$, ta được điểm $B(0;4)$.

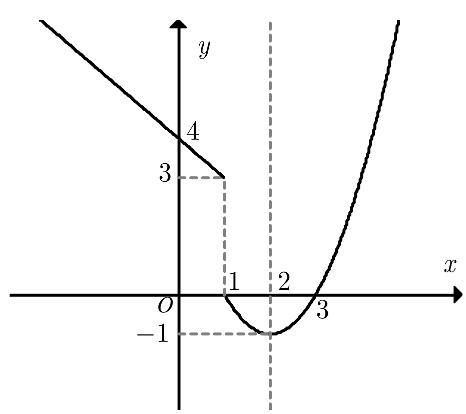
Khi $x\geq 1$ thì $y=x^2+2x-3$.

Tọa độ đỉnh $I(2;-1)$.

Hệ số $a=-1<0$: bề lõm quay lên trên.

Cho $x=1 \Rightarrow y=0$, ta được điểm .$M(1;0)$..

Cho $x=3 \Rightarrow y=0$, ta được điểm $N(3;0)$.



Câu 3. Xác định parabol $y=ax^2+3x-2$, biết rằng parabol đó

a) Cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

b) Có trục đối xứng $x=-3$.

c) Có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2};-\frac{11}{4}\right)$.

d) Đạt cực tiểu tại $x=1$.

Lời giải

a) Vì parabol (P) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên điểm $A(2;0)$ thuộc (P).

Thay $x=2$, . $y=0$. vào (P), ta được $0=4a+6-2 \Leftrightarrow a=-1$.

Vậy $(P): y=-x^2+3x-2$.

b) Vì (P) có trục đối xứng $x=-3$ nên $-\frac{b}{2a}=-3 \Leftrightarrow -\frac{3}{2a}=-3 \Leftrightarrow a=\frac{1}{2}$.

Vậy $(P): y=\frac{1}{2}x^2+3x-2$.

c) Vì (P) có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2};-\frac{11}{4}\right)$ nên ta có

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a}=-\frac{1}{2} \\ -\frac{\Delta}{4a}=-\frac{11}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=a \\ \Delta=11a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3=a \\ 9+8a=11a \end{cases} \Leftrightarrow a=3.$$

Vậy $(P): y=3x^2+3x-2$.

d) Vì (P) đạt cực tiểu tại $x=1$ nên suy ra $\begin{cases} a>0 \\ -\frac{b}{2a}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ -\frac{3}{2a}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ a=-\frac{3}{2} \end{cases}$: vô nghiệm.

Vậy không có (P) nào thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 4. Xác định parabol $y=ax^2+bx+2$, biết rằng parabol đó

a) Đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$.

b) Có đỉnh $I(2;-2)$.

c) Đi qua điểm $A(3;-4)$ và có trục đối xứng $x=-\frac{3}{4}$.

d) Đi qua điểm $B(-1;6)$ và đỉnh có tung độ $-\frac{1}{4}$.

Lời giải

a) Vì (P) đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ nên ta có $\begin{cases} a+b+2=5 \\ 4a-2b+2=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$.

Vậy $(P): y=2x^2+x+2$.

b) Vì (P) có đỉnh $I(2;-2)$ nên ta có

$$\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=2\\-\dfrac{\Delta}{4a}=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-4a\\b^2-4ac=8a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-4a\\16a^2-16a=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=-4\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}a=1\\b=-4\end{cases}.$$

Do (P) là parabol nên $a\neq 0$ nên ta chọn $\begin{cases}a=1\\b=-4\end{cases}$.

Vậy $(P): y=x^2-4x+2$.

c) Vì (P) đi qua điểm $A(3;-4)$ và có trục đối xứng $x=-\dfrac{3}{4}$ nên ta có

$$\begin{cases}9a+3b+2=-4\\-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{3}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a+b=-2\\b=\dfrac{3}{2}a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{4}{9}\\b=-\dfrac{2}{3}\end{cases}.$$

Vậy $(P): y=-\dfrac{4}{9}x^2-\dfrac{2}{3}x+2$.

d) Vì (P) đi qua điểm $B(-1;6)$ và có tung độ đỉnh bằng $-\dfrac{1}{4}$ nên ta có

$$\begin{cases}a-b+2=6\\-\dfrac{\Delta}{4a}=-\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-b=4\\b^2-4ac=a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4+b\\b^2-8(4+b)=4+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=4+b\\b^2-9b-36=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=16\\b=12\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}a=1\\b=-3\end{cases}.$$

- Với $\begin{cases}a=16\\b=12\end{cases}$ ta có $(P): y=16x^2+12x+2$.
- Với $a=1, b=-3$ ta có $(P): y=x^2-3x+2$.

Vậy $(P): y=16x^2+12x+2$ hoặc $(P): y=x^2-3x+2$.

Câu 5. Xác định parabol $y=2x^2+bx+c$, biết rằng parabol đó

a) Có trục đối xứng $x=1$ và cắt Oy tại điểm $M(0;4)$.

b) Có đỉnh $I(-1;-2)$.

c) Đi qua hai điểm $A(0;-1)$ và $B(4;0)$.

d) Có hoành độ đỉnh -2 và đi qua điểm $N(1;-2)$.

Lời giải

a) Vì (P) có trục đối xứng $x=1$ nên $-\dfrac{b}{2a}=1 \Leftrightarrow b=-2a \Leftrightarrow b=-4$.

Hơn nữa (P) cắt trục Oy tại điểm $M(0;4)$ nên $2.0+b.0+c=4 \Leftrightarrow c=4$.

Vậy $(P): y=2x^2-4x+4$.

b) Vì (P) có đỉnh $I(-1;-2)$ nên suy ra

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=-1 \\ -\dfrac{\Delta}{4a}=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2a \\ b^2-4ac=8a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4 \\ 16-8c=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=4 \\ c=0 \end{cases}.$$

Vậy $(P): y=2x^2+4x$.

c) Vì (P) đi qua hai điểm $A(0;-1)$ và $B(4;0)$ nên suy ra $\begin{cases} 2.0+b.0+c=-1 \\ 32+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-1 \\ b=-\dfrac{31}{4} \end{cases}.$

Vậy $(P): y=2x^2-\dfrac{31}{4}x-1$.

d) Vì (P) có hoành độ đỉnh bằng -2 nên $-\dfrac{b}{2a}=-2 \Leftrightarrow b=4a \Leftrightarrow b=8$.

Hơn nữa (P) đi qua điểm $N(1;-2)$ nên $2+b+c=-2 \Leftrightarrow 2+8+c=-2 \Leftrightarrow c=-12$.

Vậy $(P): y=2x^2+8x-12$.

Câu 6. Xác định parabol $y=ax^2+c$, biết rằng parabol đó

a) Đi qua hai điểm $M(1;1)$, $B(2;-2)$.

b) Có đỉnh $I(0;3)$ và một trong hai giao điểm với Ox là $A(-2;0)$.

Lời giải

a) Vì (P) đi qua hai điểm $M(1;1)$, $B(2;-2)$ nên suy ra $\begin{cases} a+c=1 \\ 4a+c=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ c=2 \end{cases}.$

Vậy $(P): y=-x^2+2$.

b) Vì (P) có đỉnh $I(0;3)$ và giao với Ox tại $A(-2;0)$ nên suy ra $\begin{cases} c=3 \\ 4a+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a=-\dfrac{3}{4} \end{cases}.$

Vậy $(P): y=-\dfrac{3}{4}x^2+3$.

Câu 7. Xác định parabol $y=ax^2-4x+c$, biết rằng parabol đó

a) Có hoành độ đỉnh là -3 và đi qua điểm $M(-2;1)$.

b) Có trục đối xứng là đường thẳng $x=2$ và cắt trục hoành tại điểm $A(3;0)$.

Lời giải

a) Vì (P) có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua $M(-2;1)$ nên suy ra

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=-3 \\ 4a+8+c=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=6a \\ 4a+c=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{2}{3} \\ c=-\dfrac{13}{3} \end{cases}.$$

Vậy $(P): y=-\dfrac{2}{3}x^2-4x-\dfrac{13}{3}$.

b) Vì (P) có trục đối xứng $x=2$ và cắt trục hoành tại $A(3;0)$ nên suy ra

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=2 \\ 9a-12+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ 9a+c=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ c=3 \end{cases}.$$

Vậy $(P): y=x^2-4x+3$.

Câu 8. Xác định parabol $y=ax^2+bx+c$, biết rằng parabol đó

a) Đi qua ba điểm $A(1;1)$, $B(-1;-3)$, $O(0;0)$.

b) Cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ lần lượt là -1 và 2, cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng -2.

c) Đi qua điểm $M(4;-6)$, cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ lần lượt là 1 và 3.

Lời giải

a) Vì (P) đi qua ba điểm $A(1;1)$, $B(-1;-3)$, $O(0;0)$ nên suy ra $\begin{cases} a+b+c=1 \\ a-b+c=-3 \\ c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=0 \end{cases}$.

Vậy $(P): y=-x^2+2x$.

b) Gọi A và B là hai giao điểm cuả (P) với trục Ox có hoành độ lần lượt là -1 và 2. Suy ra $A(-1;0)$, $B(2;0)$.

Gọi C là giao điểm của (P) với trục Oy có tung độ bằng -2. Suy ra $C(0;-2)$.

Theo giả thiết, (P) đi qua ba điểm A, B, C nên ta có $\begin{cases} a-b+c=0 \\ 4a+2b+c=0 \\ c=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=-2 \end{cases}$.

Vậy $(P): y = x^2 - x - 2$.

c) Gọi E và F là hai giao điểm của (P) với trục Ox có hoành độ lần lượt là 1 và 3. Suy ra $E(1;0)$, $F(3;0)$.

Theo giả thiết, (P) đi qua ba điểm M, E, F nên ta có

$$\begin{cases} 16a+4b+c=-6 \\ a+b+c=0 \\ 9a+3b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=-a-b \\ 15a+3b=-6 \\ 8a+2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=8 \\ c=-6 \end{cases}.$$

Vậy $(P): y = -2x^2 + 8x - 6$.

Câu 9. Xác định parabol $y = ax^2 + bx + c$, biết rằng parabol đó

a) Có đỉnh $I(2;-1)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3.

b) Cắt trục hoành tại hai điểm $A(1;0)$, $B(3;0)$ và có đỉnh nằm trên đường thẳng $y = -1$.

c) Có đỉnh nằm trên trục hoành và đi qua hai điểm $M(0;1)$, $N(2;1)$.

d) Trục đối xứng là đường thẳng $x = 3$, qua $M(-5;6)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2.

Lời giải

a) Vì (P) có đỉnh $I(2;-1)$ nên ta có $\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = 2 \\ -\dfrac{\Delta}{4a} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4a \\ b^2 - 4ac = 4a \end{cases}$. (1)

Gọi A là giao điểm của (P) với trục tung tại điểm có tung độ bằng -3. Suy ra $A(0;-3)$.

Theo giả thiết, $A(0;-3)$ thuộc (P) nên $a.0 + b.0 + c = -3 \Leftrightarrow c = -3$. (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases} b = 4a \\ 16a^2 + 8a = 0 \\ c = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = -3 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = -\dfrac{1}{2} \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$.

Do (P) là parabol nên $a \neq 0$ nên ta chọn $a = -\dfrac{1}{2};\ b = -2;\ c = -3$.

Vậy $(P): y = -\dfrac{1}{2}x^2 - 2x - 3$.

b) Vì (P) cắt trục hoành tại hai điểm $A(1;0)$, $B(3;0)$ nên

$$\begin{cases}0=a.1+b.1+c\\0=a.9+b.3+c\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b+c=0\\9a+3b+c=0\end{cases}. \qquad (1)$$

Hơn nữa, (P) có đỉnh thuộc đường thẳng $y=-1$ nên

$$-\frac{\Delta}{4a}=-1\Leftrightarrow\Delta=4a\Leftrightarrow b^2-4ac=4a. \qquad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases}a+b+c=0\\9a+3b+c=0\\b^2-4ac=4a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-4a\\c=3a\\b^2-4ac=4a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=0\\c=0\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}a=1\\b=-4\\c=3\end{cases}$.

Do (P) là parabol nên $a\neq 0$ nên ta chọn Ox.

Vậy $(P): y=x^2-4x+3$.

c) Vì (P) có đỉnh nằm trên trục hoành nên $-\dfrac{\Delta}{4a}=0\Leftrightarrow\Delta=0\Leftrightarrow b^2-4a=0$.

(1)

Hơn nữa, (P) đi qua hai điểm $M(0;1)$, $N(2;1)$ nên ta có $\begin{cases}c=1\\4a+2b+c=1\end{cases}$.

(2)

Từ (1) và (2), ta có hệ $\begin{cases}b^2-4a=0\\c=1\\4a+2b+c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b^2-4a=0\\c=1\\4a+2b=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=1\\b=-2a\\4a^2-4a=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=0\\c=1\end{cases}$ hoặc

$\begin{cases}a=1\\b=-2\\c=1\end{cases}$.

Do (P) là parabol nên $a\neq 0$ nên ta chọn $a=1;\ b=-2;\ c=1$.

Vậy $(P): y=x^2-2x+1$.

d) Vì (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x=3$ nên $-\dfrac{b}{2a}=3\Leftrightarrow b=-6a$.

(1)

Hơn nữa, (P) qua $M(-5;6)$ nên ta có $6=25a-5b+c$.

(2)

Lại có, (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 nên $-2=a.0+b.0+c\Leftrightarrow c=-2$.

(3)

Từ (1), (2) và (3) ta có hệ $\begin{cases} b=-6a \\ 25a+30a-2=6 \\ c=-2 \end{cases} \Leftrightarrow a=\dfrac{8}{55};\ b=-\dfrac{48}{55};\ c=-2$.

Vậy $(P): y=\dfrac{8}{55}x^2-\dfrac{48}{55}x-2$.

Câu 10. Xác định parabol $y=ax^2+bx+c$, biết rằng hàm số

a) Có giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x=2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$.

b) Có giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x=2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $B(0;-1)$.

Lời giải

a) Vì hàm số giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x=2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$ nên ta có

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=2 \\ -\dfrac{\Delta}{4a}=4 \\ c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ b^2-4ac=-16a \\ c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ 16a^2-8a=0 \\ c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \\ c=6 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=-2 \\ c=6 \end{cases}.$$

Do (P) là parabol nên $a\neq 0$ nên ta chọn $a=\dfrac{1}{2},\ b=-2,\ c=6$.

Vậy $(P): y=\dfrac{1}{2}x^2-2x+6$.

b) Vì hàm số giá trị lớn nhất bằng 3 tại $x=2$ và đồ thị hàm số đi qua điểm $B(0;-1)$ nên ta có

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=2 \\ -\dfrac{\Delta}{4a}=3 \\ c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ b^2-4ac=-12a \\ c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ 16a^2+16a=0 \\ c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \\ c=-1 \end{cases} \text{hoặc} \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=-1 \end{cases}.$$

Do (P) là parabol nên $a\neq 0$ nên ta chọn $a=-1,\ b=4,\ c=-1$.

Vậy $(P): y=-x^2+4x-1$.

Câu 11. Cho hàm số $y=mx^2-2mx-3m-2\ \ (m\neq 0)$. Xác định giá trị của m trong mỗi trường hợp sau

a) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2;3)$.

b) Có đỉnh thuộc đường thẳng $y=3x-1$.

c) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10.

Lời giải

a) Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2;3)$ nên ta có $4m+4m-3m-2=3 \Leftrightarrow m=1$.

Vậy $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

b) Ta có $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{2m}{2m}=1$, suy ra $y=-4m-2$. Do đó tọa độ đỉnh $I(1;-4m-2)$.

Theo giả thiết, đỉnh I thuộc đường thẳng $y=3x-1$ nên ta có

$$-4m-2=3.1-1 \quad \Leftrightarrow \quad m=-1.$$

Vậy $m=-1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

c) Theo câu b) ta có tung độ đỉnh $y=-\dfrac{\Delta}{4a}=-4m-2$.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10 khi $\begin{cases} a>0 \\ -\dfrac{\Delta}{4a}=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ -4m-2=-10 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$.

Vậy $m=2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 12. Cho parabol $(P): y=-x^2+4x-2$ và đường thẳng $d: y=-2x+3m$. Tìm các giá trị m để

a) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B. Tìm tọa độ trung điểm của AB.

b) d và (P) có một điểm chung duy nhất. Tìm tọa độ điểm chung này.

c) d không cắt (P).

d) d và (P) có một giao điểm nằm trên đường thẳng $y=-2$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là

$$-x^2+4x-2=-2x+3m \quad \Leftrightarrow \quad x^2-6x+3m+2=0. \quad (*)$$

a) Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta'=9-(3m+2)>0 \Leftrightarrow 7-3m>0 \Leftrightarrow m<\frac{7}{3}.$$

Tọa độ trung điểm AB có dạng $I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$ với x_A, x_B là hai nghiệm của $(*)$.

Theo định lí Viet, ta có $x_A+x_B=6$, suy ra $x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=3$.

Ta có $\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{(-2x_A+3m)+(-2x_B+3m)}{2}=-(x_A+x_B)+3m=-6+3m$.

Vậy $I(3;-6+3m)$.

b) Để d và (P) có một điểm chung duy nhất khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow \Delta'=9-(3m+2)=0 \Leftrightarrow 7-3m=0 \Leftrightarrow m=\frac{7}{3}.$$

Với $m=\frac{7}{3}$, phương trình $(*)$ có nghiệm kép (nghiệm duy nhất) $x=-\frac{b}{2a}=3$.

Thay $x=3$ vào hàm số $y=-x^2+4x-2$, ta được $y=1$.

Vậy tọa độ điểm chung là $(3;1)$.

c) Để d không cắt (P) khi và chỉ khi phương trình $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'=9-(3m+2)<0 \Leftrightarrow 7-3m<0 \Leftrightarrow m>\frac{7}{3}$.

d) Gọi $M(x_M,y_M)$ là giao điểm của d và (P). Giao điểm này nằm trên đường thẳng $y=-2$ suy ra $y_M=-2$.

Mặt khác M thuộc (P) nên thay $x=x_M$ và $y=y_M=-2$ vào (P), ta được

$$-2=-x_M^2+4x_M-2 \quad \Leftrightarrow \quad x_M^2-4x_M=0 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} x_M=0 \Rightarrow M(0;-2) \\ x_M=4 \Rightarrow M(4;-2) \end{array}\right..$$

- Với $M(0;-2)$. Vì M cũng thuộc d nên ta có $-2.0+3m=-2 \Leftrightarrow m=-\frac{2}{3}$.
- Với $M(4;-2)$. Vì M cũng thuộc d nên ta có $-2.4+3m=-2 \Leftrightarrow m=2$.

Vậy $m=-\frac{2}{3}$ hoặc $m=2$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 13. Cho parabol $(P): y=x^2-4x+3$ và đường thẳng $d: y=mx+3$. Tìm các giá trị của m để

a) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{9}{2}$.

b) d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3+x_2^3=8$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$x^2-4x+3=mx+3 \quad \Leftrightarrow \quad x^2-(4+m)x=0 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4+m \end{array}\right..$$

a) Để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt $A,\ B$ khi $4+m\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -4$.

Với $x=0$ thì $y=3$ suy ra $A(0;3)\in Oy$. Với $x=4+m$ thì $y=m^2+4m+3$ suy ra $B(4+m;m^2+4m+3)$.

Gọi H là hình chiếu của B lên OA. Suy ra $BH=|x_B|=|4+m|$.

Theo giả thiết bài toán, ta có

$$S_{\Delta OAB}=\frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}OA.BH=\frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}.3.|m+4|=\frac{9}{2} \Leftrightarrow |m+4|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-7 \end{array}\right..$$

Vậy $m=-1$ hoặc $m=-7$ thỏa yêu cầu bài toán.

b) Giả sử $x_1=0$ và $x_2=4+m$. Theo giả thiết, ta có

$$x_1^3+x_2^3=8 \Leftrightarrow 0+(4+m)^3=8 \Leftrightarrow 4+m=2 \Leftrightarrow m=-2.$$

Vậy $m=-1$ hoặc $m=-7$ thỏa yêu cầu bài toán.

Cách 2. Áp dụng cho trường hợp không tìm cụ thể x_1, x_2.

Ta có $x_1^3+x_2^3=8 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^3-3x_1x_2(x_1+x_2)=8$. $(*)$

Do x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2-(4+m)x=0$ nên theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1+x_2=4+m \\ x_1x_2=0 \end{cases}$. Thay vào $(*)$, ta được $(4+m)^3-3.0.(4+m)=8 \Leftrightarrow m=-2$.

Câu 14. Chứng minh rằng với mọi m, đồ thị hàm số $y=mx^2+2(m-2)x-3m+1$ luôn đi qua hai điểm cố định.

Lời giải

Gọi $A(x_0;y_0)$ là điểm cố định của đồ thị hàm số $\Leftrightarrow y_0=mx_0^2+2(m-2)x_0-3m+1$, với mọi m.

$\Leftrightarrow m(x_0^2+2x_0-3)-4x_0-y_0+1=0$, với mọi m

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2+2x_0-3=0 \\ -4x_0-y_0+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=1 \\ y_0=-3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_0=-3 \\ y_0=13 \end{cases}.$$

Vậy đồ thị luôn đi qua hai điểm cố định là $A_1(1;-3)$ hoặc $A_2(-3;13)$ với mọi giá trị của m.

Câu 15. Chứng minh rằng các parabol sau luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định.

a) $y=2x^2-4(2m-1)x+8m^2-3$. b) $y=mx^2-(4m-1)x+4m-1$ $(m\neq 0)$.

Lời giải

a) Gọi $y=ax+b$ là đường thẳng mà parabol luôn tiếp xúc.

Phương trình trình hoành độ giao điểm $2x^2-4(2m-1)x+8m^2-3=ax+b$

$\Leftrightarrow 2x^2-(8m-4+a)x+8m^2-3-b=0$. (1)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (1) luôn có nghiệm kép với mọi m

$\Leftrightarrow \Delta=(8m-4+a)^2-8(8m^2-3-b)=0$, với mọi m

$\Leftrightarrow 16(-4+a)m+(-4+a)^2+8(3+b)=0$, với mọi m

$\Leftrightarrow \begin{cases}-4+a=0\\(-4+a)^2+8(3+b)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=4\\b=-3\end{cases}$.

Vậy parabol $y=2x^2-4(2m-1)x+8m^2-3$ luôn tiếp xúc với đường thẳng $y=4x-3$.

b) Gọi $y=ax+b$ là đường thẳng mà parabol luôn tiếp xúc.

Phương trình trình hoành độ giao điểm $mx^2-(4m-1)x+4m-1=ax+b$

$\Leftrightarrow mx^2-(4m-1+a)x+4m-1-b=0$. (2)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (2) luôn có nghiệm kép với mọi m

$\Leftrightarrow \Delta=(4m-1+a)^2-4m(4m-1-b)=0$, với mọi m

$\Leftrightarrow 16m^2+8m(-1+a)+(-1+a)^2-16m^2+4m(1+b)=0$, với mọi m

$\Leftrightarrow 4(2a+b-1)m+(-1+a)^2=0$, với mọi m

$\Leftrightarrow \begin{cases}2a+b-1=0\\-1+a=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}$.

Vậy parabol $y=mx^2-(4m-1)x+4m-1$ luôn tiếp xúc với đường thẳng $y=x-1$.

Câu 16. Chứng minh rằng các đường thẳng sau luôn tiếp xúc với một parabol cố định.

a) $y=2mx-m^2+4m+2$ $(m\neq 0)$. b) $y=(4m-2)x-4m^2-2$ $\left(m\neq \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

a) Gọi $y=ax^2+bx+c$, $a\neq 0$ là parabol cần tìm.

Phương trình trình hoành độ giao điểm $ax^2+bx+c=2mx-m^2+4m+2$

$$\Leftrightarrow ax^2 + (b-2m)x + c + m^2 - 4m - 2 = 0.$$

(1)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (1) luôn có nghiệm kép với mọi m

$\Leftrightarrow \Delta = (b-2m)^2 - 4a(c + m^2 - 4m - 2) = 0$, với mọi m

$\Leftrightarrow 4(1-a)m^2 - 4(b-4a)m + b^2 - 4ac + 8a = 0$, với mọi m

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-a=0 \\ b-4a=0 \\ b^2-4ac+8a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=4 \\ c=6 \end{cases}.$$

Vậy đường thẳng $y = 2mx - m^2 + 4m + 2$ luôn tiếp xúc với parabol $y = x^2 + 4x + 6$.

b) Gọi $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ là parabol cần tìm.

Phương trình trình hoành độ giao điểm $ax^2 + bx + c = (4m-2)x - 4m^2 - 2$

$$\Leftrightarrow ax^2 + (b - 4m + 2)x + c + 4m^2 + 2 = 0.$$

(2)

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (2) luôn có nghiệm kép với mọi m

$\Leftrightarrow \Delta = (b - 4m + 2)^2 - 4a(c + 4m^2 + 2) = 0$, với mọi m

$\Leftrightarrow [4m - (b+2)]^2 - 4a(c + 4m^2 + 2) = 0$, với mọi m

$\Leftrightarrow 16(1-a)m^2 - 8(b+2)m + (b+2)^2 - 4ac - 8a = 0$, với mọi m

$\Leftrightarrow 16(1-a)m^2 - 8(b+2)m + (b+2)^2 - 4ac - 8a = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-a=0 \\ b+2=0 \\ (b+2)^2-4ac-8a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-2 \end{cases}.$$

Vậy đường thẳng $y = (4m-2)x - 4m^2 - 2$ luôn tiếp xúc với parabol $y = x^2 - 2x - 2$.

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 16. HÀM SỐ BẬC HAI

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. SỰ BIẾN THIÊN

Câu 1: Hàm số $y=ax^2+bx+c$, $(a>0)$ đồng biến trong khoảng nào sau đậy?

A. $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$. **B.** $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\frac{\Delta}{4a};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Câu 2: Hàm số $y=ax^2+bx+c$, $(a>0)$ nghịch biến trong khoảng nào sau đậy?

A. $\left(-\infty;-\frac{b}{2a}\right)$. **B.** $\left(-\frac{b}{2a};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\frac{\Delta}{4a};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=-x^2+4x+1$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Trên khoảng $(-\infty;1)$ hàm số đồng biến.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

C. Trên khoảng $(3;+\infty)$ hàm số nghịch biến.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$.

Câu 4: Hàm số $y=x^2-4x+11$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-2;+\infty)$ **B.** $(-\infty;+\infty)$ **C.** $(2;+\infty)$ **D.** $(-\infty;2)$

Câu 5: Khoảng đồng biến của hàm số $y=x^2-4x+3$ là

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 6: Khoảng nghịch biến của hàm số $y=x^2-4x+3$ là

A. $(-\infty;-4)$. **B.** $(-\infty;-4)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=-x^2+4x+3$. Chọn khẳng định đúng.

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 8: Hàm số $f(x)=x^2-2x+3$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 9: Hàm số $y=2x^2-4x+1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 10: Hàm số $y=-3x^2+x-2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{1}{6};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\frac{1}{6}\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{6};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{6}\right)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=-x^2+6x-1$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$ **B.** $(3;+\infty)$ **C.** $(-\infty;6)$ **D.** $(6;+\infty)$

Câu 12: Cho hàm số $y=x^2-3mx+m^2+1\ (1)$, m là tham số. Khi $m=1$ hàm số đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 13: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^2-2(m+1)x-3$ đồng biến trên khoảng $(4;2018)$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của b để hàm số $y=x^2+2(b+6)x+4$ đồng biến trên khoảng $(6;+\infty)$.

A. $b\ge 0$. **B.** $b=-12$. **C.** $b\ge -12$. **D.** $b\ge -9$.

Câu 15: Hàm số $y=-x^2+2(m-1)x+3$ nghịch biến trên $(1;+\infty)$ khi giá trị m thỏa mãn:

A. $m\le 0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\le 2$. **D.** $0<m\le 2$

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^2+2|m+1|x-3$ nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le -3 \\ m\ge 1 \end{array}\right.$. **B.** $-3<m<1$. **C.** $-3\le m\le 1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right.$.

Câu 17: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^2+(m-1)x+2m-1$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$. Khi đó tập hợp $(-10;10)\cap S$ là tập nào?

A. $(-10;5)$. **B.** $[5;10)$. **C.** $(5;10)$. **D.** $(-10;5]$.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị dương của tham số m để hàm số $f(x)=mx^2-4x-m^2$ luôn nghịch biến trên $(-1;2)$.

A. $m\le 1$. **B.** $-2\le m\le 1$. **C.** $0<m\le 1$. **D.** $0<m<1$.

Câu 19: Cho hàm số $y=x^2-2mx+m^2\ (P)$. Khi m thay đổi, đỉnh của Parabol (P) luôn nằm trên đường nào sau đây?

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y=x$. **D.** $y=x^2$.

Câu 20: Cho hàm số $y=x^2-4mx+4m^2\ (P)$. Khi m thay đổi, đỉnh của Parabol (P) luôn nằm trên đường nào sau đây?

A. $x=0$. **B.** $y=0$. **C.** $y=2x^2$. **D.** $y=x^2$.

Câu 21: Tìm giá trị của tham số m để đỉnh I của đồ thị hàm số $y=-x^2+6x+m$ thuộc đường thẳng $y=x+2019$.

A. $m=2020$. **B.** $m=2000$. **C.** $m=2036$. **D.** $m=2013$.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH TOẠ ĐỘ ĐỈNH, TRỤC ĐỐI XỨNG, HÀM SỐ BẬC HAI THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC.

Câu 22: Cho hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị (P), đỉnh của (P) được xác định bởi công thức nào?

A. $I\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$. **B.** $I\left(-\frac{b}{a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$. **C.** $I\left(\frac{b}{2a};\frac{\Delta}{4a}\right)$. **D.** $I\left(-\frac{b}{2a};\frac{\Delta}{4a}\right)$.

Câu 23: Cho parabol $(P): y=3x^2-2x+1$. Điểm nào sau đây là đỉnh của (P)?

A. $I(0;1)$. **B.** $I\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$. **C.** $I\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$. **D.** $I\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$.

Câu 24: Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$ là đường thẳng nào dưới đây?

A. $x=-\frac{b}{2a}$. **B.** $x=-\frac{c}{2a}$. **C.** $x=-\frac{\Delta}{4a}$. **D.** $x=\frac{b}{2a}$.

Câu 25: Điểm $I(-2;1)$ là đỉnh của Parabol nào sau đây?

A. $y=x^2+4x+5$. **B.** $y=2x^2+4x+1$. **C.** $y=x^2+4x-5$. **D.** $y=-x^2-4x+3$.

Câu 26: Parabol (P): $y=-2x^2-6x+3$ có hoành độ đỉnh là

A. $x=-3$. **B.** $x=\frac{3}{2}$. **C.** $x=-\frac{3}{2}$. **D.** $x=3$.

Câu 27: Tọa độ đỉnh của parabol $y=-2x^2-4x+6$ là

A. $I(-1;8)$. **B.** $I(1;0)$. **C.** $I(2;-10)$. **D.** $I(-1;6)$.

Câu 28: Hoành độ đỉnh của parabol $(P): y=2x^2-4x+3$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 29: Parabol $y=-x^2+2x+3$ có phương trình trục đối xứng là

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 30: Xác định các hệ số a và b để Parabol $(P): y=ax^2+4x-b$ có đỉnh $I(-1;-5)$.

A. $\begin{cases}a=3\\b=-2\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a=2\\b=3\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a=2\\b=-3\end{cases}$.

Câu 31: Biết hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm $A(-1;0)$ và có đỉnh $I(1;2)$. Tính $a+b+c$.

A. 3. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 32: Biết đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$, $(a,b,c\in\mathbb{R};a\neq 0)$ đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1;-1)$. Tính giá trị biểu thức $T=a^3+b^2-2c$.

A. $T=22$. **B.** $T=9$. **C.** $T=6$. **D.** $T=1$.

Câu 33: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ có đồ thị. Biết đồ thị của hàm số có đỉnh $I(1;1)$ và đi qua điểm $A(2;3)$. Tính tổng $S=a^2+b^2+c^2$

A. 3. **B.** 4. **C.** 29. **D.** 1.

Câu 34: Cho Parabol $(P): y=x^2+mx+n$ (m,n tham số). Xác định m,n để (P) nhận đỉnh $I(2;-1)$.

A. $m=4,n=-3$. **B.** $m=4,n=3$. **C.** $m=-4,n=-3$. **D.** $m=-4,n=3$.

Câu 35: Cho Parabol: $y=ax^2+bx+c$ có đỉnh $I(2;0)$ và (P) cắt trục Oy tại điểm $M(0;-1)$. Khi đó Parabol có hàm số là

A. $(P): y=-\frac{1}{4}x^2-3x-1$. **B.** $(P): y=-\frac{1}{4}x^2-x-1$.

C. $(P): y=-\frac{1}{4}x^2+x-1$. **D.** $(P): y=-\frac{1}{4}x^2+2x-1$

Câu 36: Gọi S là tập các giá trị $m\neq 0$ để parabol $(P): y=mx^2+2mx+m^2+2m$ có đỉnh nằm trên đường thẳng $y=x+7$. Tính tổng các giá trị của tập S

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 37: Xác định hàm số $y=ax^2+bx+c(1)$ biết đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2};\frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y=-x^2+3x+2$. **B.** $y=-x^2-3x-2$. **C.** $y=x^2-3x+2$. **D.** $y=-x^2+3x-2$.

Câu 38: Hàm số bậc hai nào sau đây có đồ thị là parabol có đỉnh là $S\left(\frac{5}{2};\frac{1}{2}\right)$ và đi qua $A(1;-4)$?

A. $y=-x^2+5x-8$. **B.** $y=-2x^2+10x-12$. **C.** $y=x^2-5x$. **D.** $y=-2x^2+5x+\frac{1}{2}$.

Câu 39: Cho parabol (P) có phương trình $y=ax^2+bx+c$. Tìm $a+b+c$, biết (P) đi qua điểm $A(0;3)$ và có đỉnh $I(-1;2)$.

A. $a+b+c=6$ **B.** $a+b+c=5$ **C.** $a+b+c=4$ **D.** $a+b+c=3$

Câu 40: Parabol $y=ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu bằng 4 tại $x=-2$ và đi qua $A(0;6)$ có phương trình là

A. $y=\frac{1}{2}x^2+2x+6$. **B.** $y=x^2+2x+6$. **C.** $y=x^2+6x+6$. **D.** $y=x^2+x+4$.

Câu 41: Parabol $y=ax^2+bx+c$ đi qua $A(0;-1)$, $B(1;-1)$, $C(-1;1)$ có phương trình là

A. $y=x^2-x+1$. **B.** $y=x^2-x-1$. **C.** $y=x^2+x-1$. **D.** $y=x^2+x+1$.

Câu 42: Parabol $y=ax^2+bx+2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ có phương trình là

A. $y=x^2+x+2$. **B.** $y=2x^2+x+2$. **C.** $y=2x^2+2x+2$ **D.** $y=x^2+2x$

Câu 43: Cho $(P): y=x^2+bx+1$ đi qua điểm $A(-1;3)$. Khi đó

A. $b=-1$. **B.** $b=1$. **C.** $b=3$. **D.** $b=-2$.

Câu 44: Cho parabol $(P): y=ax^2+bx+c$ đi qua ba điểm $A(1;4), B(-1;-4)$ và $C(-2;-11)$. Tọa độ đỉnh của (P) là:

A. $(-2;-11)$ **B.** $(2;5)$ **C.** $(1;4)$ **D.** $(3;6)$

Câu 45: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có bảng biến thiên dưới đây. Đáp án nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=x^2+2x-2$. **B.** $y=x^2-2x-2$. **C.** $y=x^2+3x-2$. **D.** $y=-x^2-2x-2$.

Câu 46: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$. Khi đó $4a + 2b$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

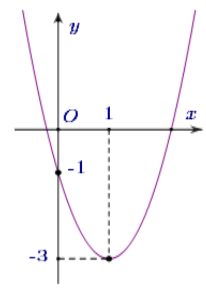
Câu 47: Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(8;0)$ và có đỉnh $I(6;-12)$. Khi đó tích $a.b.c$ bằng

A. -10368. **B.** 10368. **C.** 6912. **D.** -6912.

Câu 48: Cho parabol $y = ax^2 + bx + 4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = \frac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$. Tổng giá trị $a + 2b$ là

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -1.

Câu 49: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

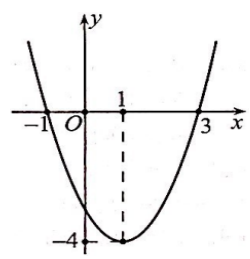
A. $y = -x^2 + x - 1$. **B.** $y = 2x^2 + 4x - 1$.

C. $y = x^2 - 2x - 1$. **D.** $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Câu 50: Biết hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm $A(-1;0)$ và có đỉnh $I(1;2)$. Tính $a + b + c$.

A. 3. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 51: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là:

A. -9. **B.** 9. **C.** -6. **D.** 6.

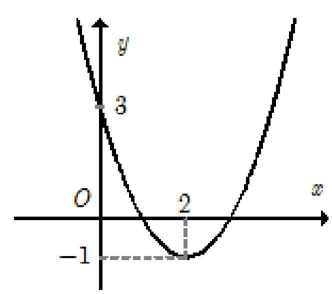
Câu 52: Cho hàm số $y = a.x^2 + b.x + c$ $(a \neq 0)$. Biết rằng đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = \frac{3}{2}$ làm trục đối xứng, và đi qua các điểm $A(2;0), B(0;2)$. Tìm $T = a - b + c$

A. $T = 1$. **B.** $T = 3$. **C.** $T = 0$. **D.** $T = 6$.

Câu 53: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

A. 0. **B.** 26.

C. 8. **D.** 20.



Câu 54: Xác định hàm số $y=ax^2+bx+c$ biết đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3 và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{25}{8}$ tại $x=\frac{1}{4}$.

A. $y=-2x^2+x-3$. **B.** $y=x^2-\frac{1}{2}.x+3$. **C.** $y=2x^2-x-3$. **D.** $y=2x^2+x-3$.

Câu 55: Parabol $y=ax^2+bx+c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x=-2$ và đồ thị đi qua $A(0;6)$ có phương trình là:

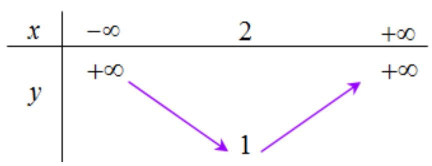
A. $y=x^2+6x+6$. **B.** $y=x^2+x+4$. **C.** $y=\frac{1}{2}x^2+2x+6$. **D.** $y=x^2+2x+6$.

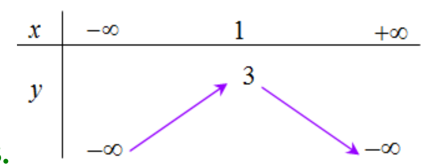
Câu 56: Cho parabol $(P): y=f(x)=ax^2+bx+c, a\neq 0$. Biết (P) đi qua $M(4;3)$, (P) cắt tia Ox tại $N(3;0)$ và Q sao cho ΔMNQ có diện tích bằng 1 đồng thời hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3. Khi đó $a+b+c$ bằng

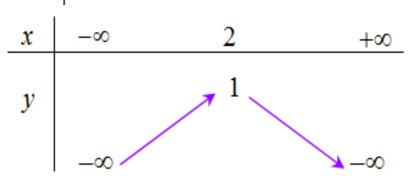
A. $\frac{24}{5}$. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** 5. **D.** 4.

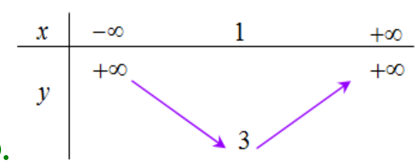
DẠNG 3. ĐỌC ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

Câu 57: Bảng biến thiên của hàm số $y=-2x^2+4x+1$ là bảng nào sau đây?

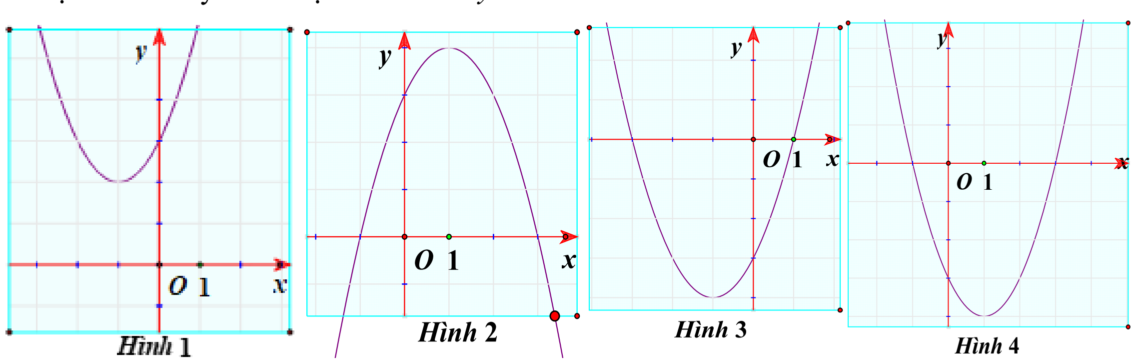
A.


B.


C.


D.


Câu 58: Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y=x^2-2x-3$



A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Câu 59: Bảng biến thi của hàm số $y=-2x^4+4x+1$ là bảng nào sau đây?

A.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

.

B.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$-\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$-\infty$

.

C.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

.

D.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$-\infty$

.

Câu 60: Bảng biến thiên của hàm số $y=-x^2+2x-1$ là:

A.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

.

B.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

.

C.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

.

D.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

.

Câu 61: Bảng biến thiên nào dưới đây là của hàm số $y=-x^2+2x+2$?

A.

x	$-\infty$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

.

B.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y	$-\infty$ $-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	

.

C.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

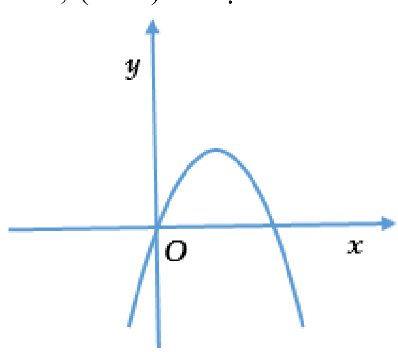
.

D.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

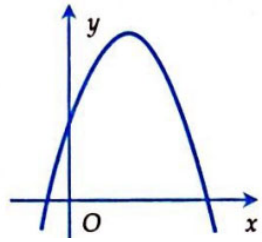
.

Câu 62: Đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$ có hệ số a là



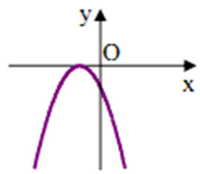
A. $a>0$. **B.** $a<0$. **C.** $a=1$. **D.** $a=2$.

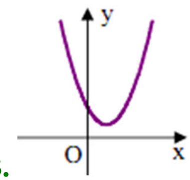
Câu 63: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào dưới đây đúng?

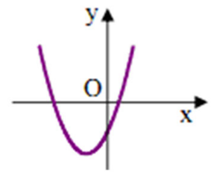


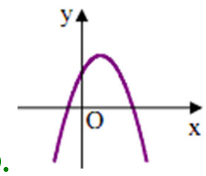
A. $a < 0, b > 0, c < 0$ **B.** $a < 0, b < 0, c < 0$ **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$ **D.** $a < 0, b < 0, c > 0$

Câu 64: Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a > 0$, $b > 0$ và $c < 0$ thì đồ thị hàm số của nó có dạng

A. 

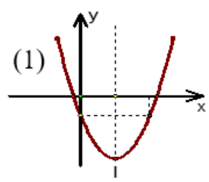
. **B.** 

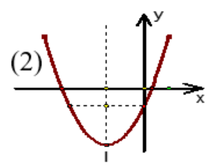
. **C.** 

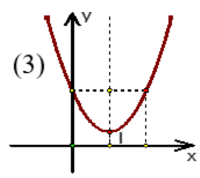
. **D.** 

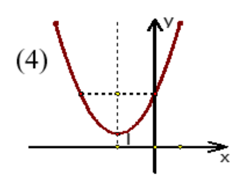
.

Câu 65: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a > 0, b < 0, c > 0)$ thì đồ thị của hàm số là hình nào trong các hình sau:



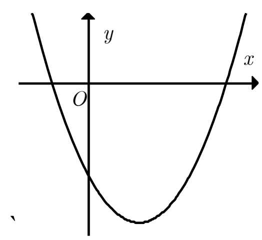






A. Hình (1). **B.** Hình (2). **C.** Hình (3). **D.** Hình (4).

Câu 66: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0,\ b < 0,\ c < 0$. **B.** $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$. **C.** $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$. **D.** $a < 0,\ b < 0,\ c < 0$.

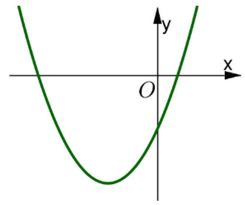
Câu 67: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có bảng biến thiên trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ như hình vẽ dưới đây:

x	0	$-\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
y	-1 ↗	$-\dfrac{\Delta}{4a}$	↘ $-\infty$

Xác định dấu của a, b, c.

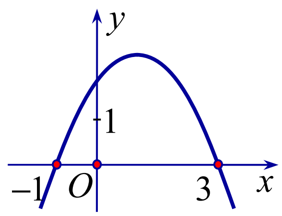
A. $a < 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 68: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị là parabol trong hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. $a>0;\ b>0;\ c>0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c>0$. **C.** $a>0;\ b<0;\ c<0$. **D.** $a>0;\ b>0;\ c<0$.

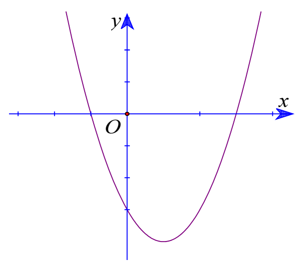
Câu 69: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a>0$, $b>0$, $c>0$. **B.** $a>0$, $b<0$, $c<0$. **C.** $a<0$, $b<0$, $c>0$. **D.** $a<0$, $b>0$, $c>0$.

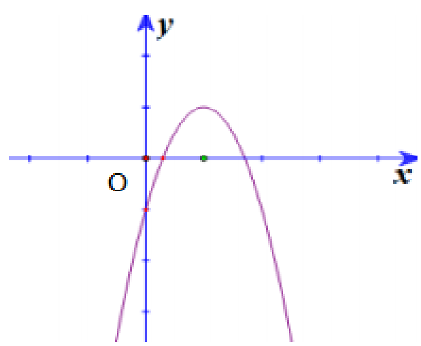
Câu 70: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

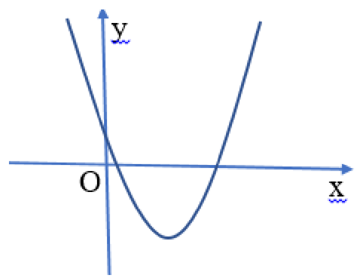
A. $a>0,b<0,c<0.$. **B.** $a>0,b<0,c>0.$. **C.** $a>0,b>0,c<0.$. **D.** $a<0,b<0,c>0.$

Câu 71: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$. Có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi mệnh đề nào đúng?



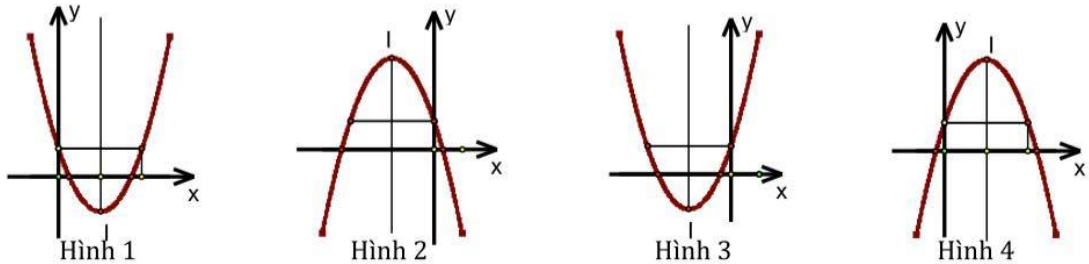
A. $a<0,b>0,c<0$. **B.** $a<0,b<0,c>0$. **C.** $a<0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b>0,c<0$.

Câu 72: Cho đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



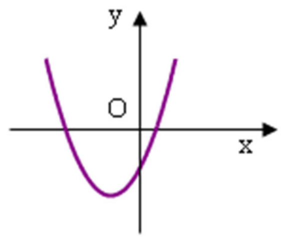
A. $a>0,b=0,c>0$. **B.** $a>0,b>0,c>0$. **C.** $a>0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b>0,c>0$.

Câu 73: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a < 0; b < 0; c > 0$ thì đồ thị (P) của hàm số là hình nào trong các hình dưới đây



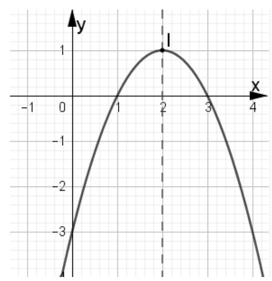
A. hình (4). **B.** hình (3). **C.** hình (2). **D.** hình (1).

Câu 74: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c < 0$. **C.** $a > 0, b < 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$.

Câu 75: Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y = -x^2 + 4x - 3$. **B.** $y = -x^2 - 4x - 3$. **C.** $y = -2x^2 - x - 3$. **D.** $y = x^2 - 4x - 3$.

Câu 76: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào ?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

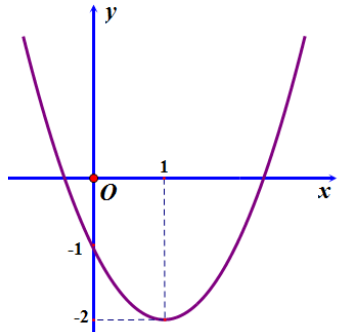
A. $y = 2x^2 - 4x + 4$. **B.** $y = -3x^2 + 6x - 1$. **C.** $y = x^2 + 2x - 1$. **D.** $y = x^2 - 2x + 2$.

Câu 77: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

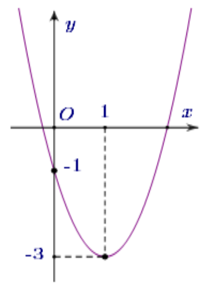
A. $y = x^2 - 4x$. **B.** $y = x^2 + 4x$. **C.** $y = -x^2 + 4x$. **D.** $y = -x^2 - 4x$.

Câu 78: Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là của hàm số nào trong các phương án A;B;C;D sau đây?



A. $y = x^2 + 2x - 1$. **B.** $y = x^2 + 2x - 2$. **C.** $y = 2x^2 - 4x - 2$. **D.** $y = x^2 - 2x - 1$.

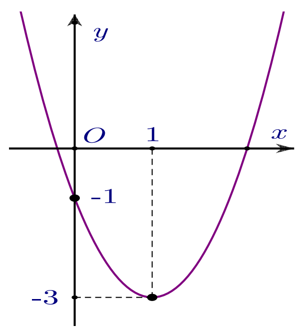
Câu 79: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

A. $y = -x^2 + x - 1$. **B.** $y = 2x^2 + 4x - 1$. **C.** $y = x^2 - 2x - 1$. **D.** $y = 2x^2 - 4x - 1$.

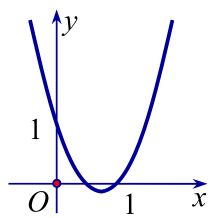
Câu 80: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình sau:



Phương trình của parabol này là

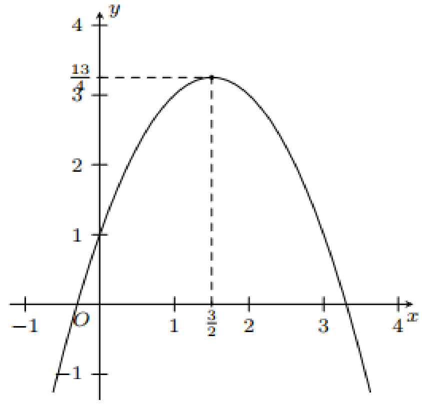
A. $y = -x^2 + x - 1$. **B.** $y = 2x^2 + 4x - 1$. **C.** $y = x^2 - 2x - 1$. **D.** $y = 2x^2 - 4x - 1$.

Câu 81: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số bậc hai nào?



A. $y = x^2 - 3x + 1$. **B.** $y = 2x^2 - 3x + 1$. **C.** $y = -x^2 + 3x - 1$. **D.** $y = -2x^2 + 3x - 1$.

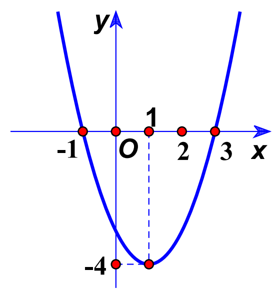
Câu 82: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol như hình vẽ.



Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

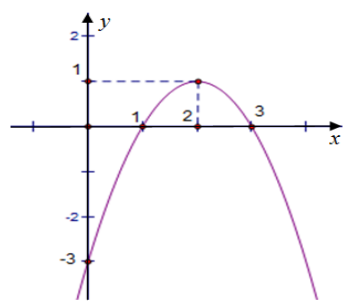
A. $y = x^2 + 3x - 1$. **B.** $y = x^2 - 3x - 1$. **C.** $y = -x^2 - 3x - 1$. **D.** $y = -x^2 + 3x + 1$.

Câu 83: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là



A. -9. **B.** 9. **C.** -6. **D.** 6.

Câu 84: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên dưới



A. $y = -x^2 + 2x - 3$. **B.** $y = -x^2 + 4x - 3$. **C.** $y = x^2 - 4x + 3$. **D.** $y = x^2 - 2x - 3$.

Câu 85: Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

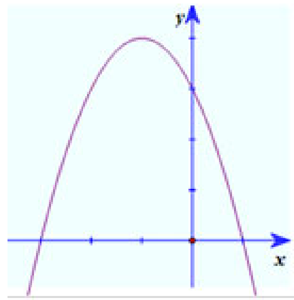
A. $y = -x^2 + 4x$. **B.** $y = -x^2 + 4x - 9$. **C.** $y = x^2 - 4x - 1$. **D.** $y = x^2 - 4x - 5$.

Câu 86: Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y			-4		
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

A. $y = x^2 + 4x$. **B.** $y = -x^2 - 4x - 8$. **C.** $y = -x^2 - 4x + 8$. **D.** $y = -x^2 - 4x$.

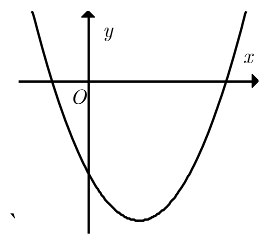
Câu 87: Cho parabol $y = ax^2 + bc + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó:

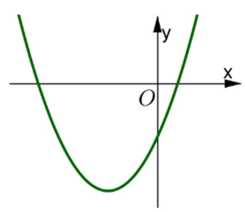
A. $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 88: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



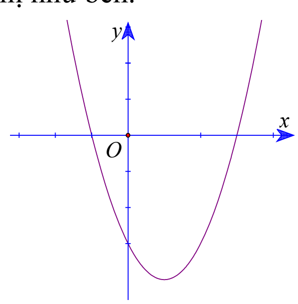
A. $a > 0,\ b < 0,\ c < 0$. **B.** $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$. **C.** $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$. **D.** $a < 0,\ b < 0,\ c < 0$.

Câu 89: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol trong hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. $a > 0;\ b > 0;\ c > 0$. **B.** $a > 0;\ b < 0;\ c > 0$. **C.** $a > 0;\ b < 0;\ c < 0$. **D.** $a > 0;\ b > 0;\ c < 0$.

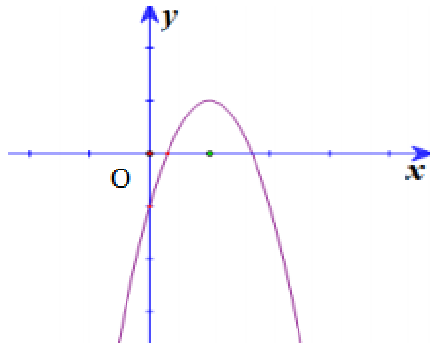
Câu 90: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

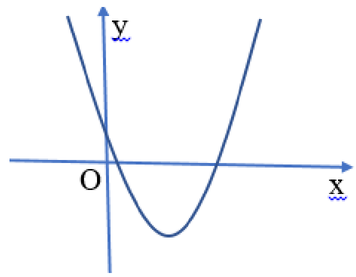
A. $a > 0, b < 0, c < 0.$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0.$. **C.** $a > 0, b > 0, c < 0.$. **D.** $a < 0, b < 0, c > 0.$

Câu 91: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$. Có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi mệnh đề nào đúng?



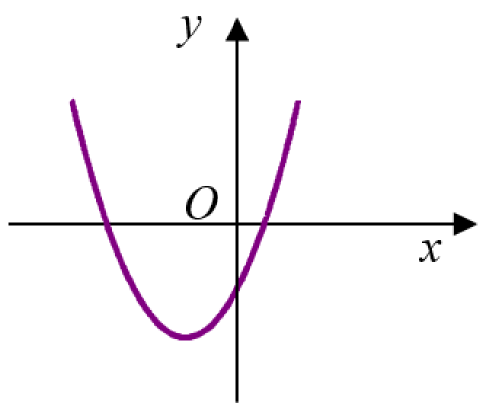
A. $a < 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b > 0, c < 0$.

Câu 92: Cho đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



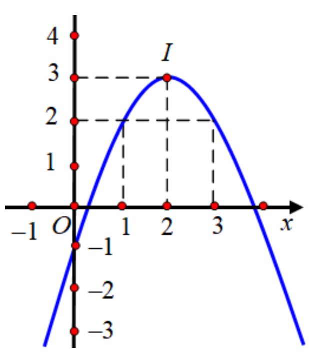
A. $a > 0, b = 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c > 0$.

Câu 93: Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như sau thì dấu các hệ số của nó là



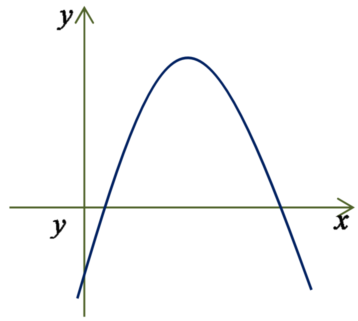
A. $a > 0;\ b > 0;\ c > 0$. **B.** $a > 0;\ b < 0;\ c < 0$. **C.** $a > 0;\ b < 0;\ c > 0$. **D.** $a > 0;\ b > 0;\ c < 0$.

Câu 94: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $4a + 2b + c$ có giá trị là:



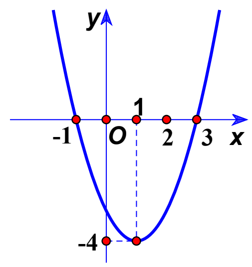
A. 3. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 0.

Câu 95: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



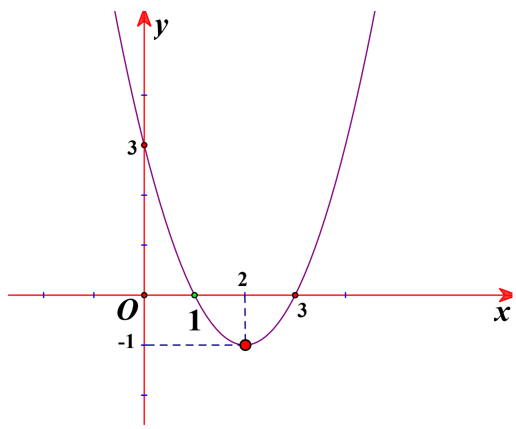
A. $a<0$, $b>0$, $c>0$. **B.** $a>0$, $b<0$, $c>0$.
C. $a<0$, $b>0$, $c<0$. **D.** $a>0$, $b>0$, $c<0$.

Câu 96: Cho parabol $(P): y=ax^2+bx+c, (a\neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a+b+2c$ có giá trị là



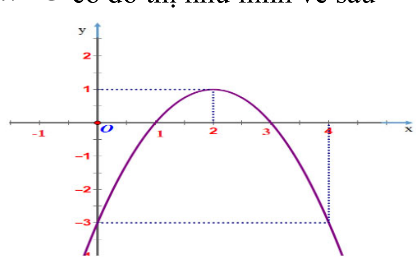
A. -9. **B.** 9. **C.** -6. **D.** 6.

Câu 97: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây ?

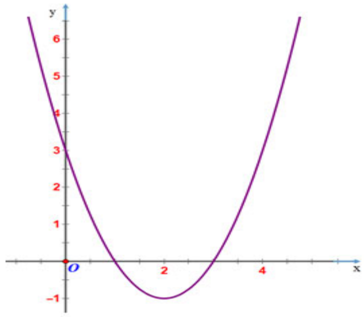


Giá trị của tổng $T=4a+2b+c$ là :
A. $T=2$. **B.** $T=-1$. **C.** $T=4$. **D.** $T=3$.

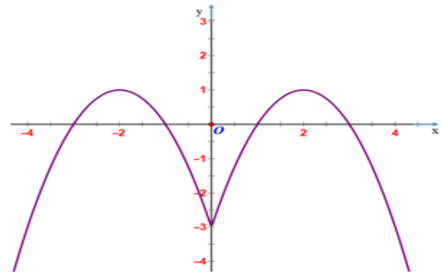
Câu 98: Cho đồ thị hàm số $y=-x^2+4x-3$ có đồ thị như hình vẽ sau



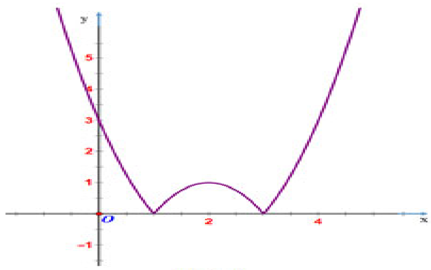
Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\left|-x^2+4x-3\right|$



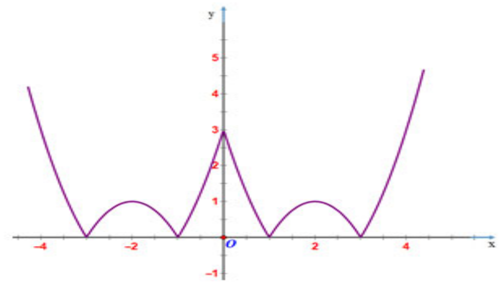
Hình 1



Hình 2



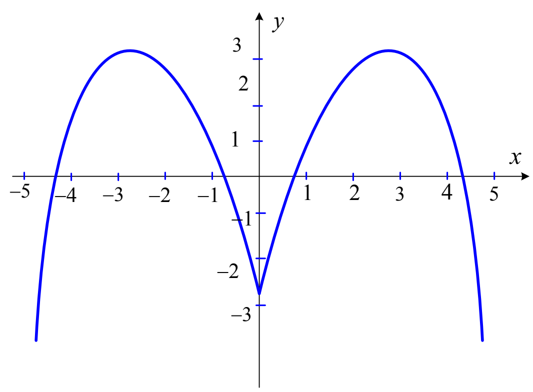
Hình 3



Hình 4

A. Hình 2 **B.** Hình 4 **C.** Hình 1 **D.** Hình 3

Câu 99: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



A. $y=x^2-3x-3$. **B.** $y=-x^2+5|x|-3$. **C.** $y=-x^2-3|x|-3$. **D.** $y=-x^2+5x-3$.

DẠNG 4. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Câu 100: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2-4x+1$.

A. -3. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 13.

Câu 101: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+2x+3$ đạt được tại

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Câu 102: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^2+x-3$ là

A. -3. **B.** -2. **C.** $\frac{-21}{8}$. **D.** $\frac{-25}{8}$.

Câu 103: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y=-3x^2+x+2$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{25}{12}$

B. Hàm số $y=-3x^2+x+2$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{25}{12}$

C. Hàm số $y=-3x^2+x+2$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{25}{3}$

D. Hàm số $y=-3x^2+x+2$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{25}{3}$.

Câu 104: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-3x^2+2x+1$ trên đoạn $[1;3]$ là:

A. $\frac{4}{5}$ **B.** 0 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** -20

Câu 105: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2}{x^2-5x+9}$ bằng:

A. $\frac{11}{8}$ **B.** $\frac{11}{4}$ **C.** $\frac{4}{11}$ **D.** $\frac{8}{11}$

Câu 106: Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^2-4x+3$ trên miền $[-1;4]$ là

A. -1. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 107: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2-2|x|$ là:

A. 1 **B.** 0 **C.** -1 **D.** -2

Câu 108: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+4|x|+3$ là:

A. -1 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

Câu 109: Cho hàm số $y=\begin{cases} x^2-2x-8 & \text{khi } x\le 2 \\ 2x-12 & \text{khi } x>2 \end{cases}$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số khi $x\in[-1;4]$. Tính $M+m$.

A. -14. **B.** -13. **C.** -4. **D.** -9.

Câu 110: Tìm giá trị thực của tham số $m\ne 0$ để hàm số $y=mx^2-2mx-3m-2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-1$.

Câu 111: Hàm số $y=-x^2+2x+m-4$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;2]$ bằng 3 khi m thuộc

A. $(-\infty;5)$. **B.** $[7;8)$. **C.** $(5;7)$. **D.** $(9;11)$.

Câu 112: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+2mx+5$ bằng 1 khi giá trị của tham số m là

A. $m=\pm 4$. **B.** $m=4$. **C.** $m=\pm 2$. **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 113: Giá trị của tham số m để hàm số $y=x^2-2mx+m^2-3m-2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $m\in[-1;0)$. **B.** $m\in\left(\frac{3}{2};5\right)$. **C.** $m\in\left(-\frac{5}{2};-1\right)$. **D.** $m\in\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 114: Tìm m để hàm số $y=x^2-2x+2m+3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2;5]$ bằng -3.

A. $m=0$. **B.** $m=-9$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-3$.

Câu 115: Tìm m để hàm số $y=x^2-2x+2m+3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2;5]$ bằng -3.

A. $m=-3$. **B.** $m=-9$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Câu 116: Tìm số các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^2+(2m+1)x+m^2-1$ trên đoạn $[0;1]$ là bằng 1.

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 117: Cho hàm số $y=2x^2-3(m+1)x+m^2+3m-2$, m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số là lớn nhất.

A. $m=-2$ **B.** $m=1$ **C.** $m=3$ **D.** $m=5$

Câu 118: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=4x^2-4mx+m^2-2m$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S.

A. $T=3$. **B.** $T=\frac{1}{2}$. **C.** $T=\frac{9}{2}$. **D.** $T=-\frac{3}{2}$.

DẠNG 5. SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA PARABOL VỚI ĐỒ THỊ CÁC HÀM SỐ

Câu 119: Giao điểm của parabol $(P): y=x^2-3x+2$ với đường thẳng $y=x-1$ là:

A. $(1;0);(3;2)$. **B.** $(0;-1);(-2;-3)$. **C.** $(-1;2);(2;1)$. **D.** $(2;1);(0;-1)$.

Câu 120: Tọa độ giao điểm của $(P): y=x^2-4x$ với đường thẳng $d: y=-x-2$ là

A. $M(0;-2)$, $N(2;-4)$. **B.** $M(-1;-1)$, $N(-2;0)$.

C. $M(-3;1)$, $N(3;-5)$. **D.** $M(1;-3)$, $N(2;-4)$.

Câu 121: Tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: y=-x+4$ và parabol $y=x^2-7x+12$ là

A. $(-2;6)$ và $(-4;8)$. **B.** $(2;2)$ và $(4;8)$. **C.** $(2;-2)$ và $(4;0)$. **D.** $(2;2)$ và $(4;0)$.

Câu 122: Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=1-x$ với $(P): y=x^2-2x+1$ là

A. $x=0$; $x=1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$; $x=2$. **D.** $x=0$.

Câu 123: Gọi $A(a;b)$ và $B(c;d)$ là tọa độ giao điểm của $(P): y=2x-x^2$ và $\Delta: y=3x-6$. Giá trị của $b+d$ bằng.

A. 7. **B.** -7. **C.** 15. **D.** -15.

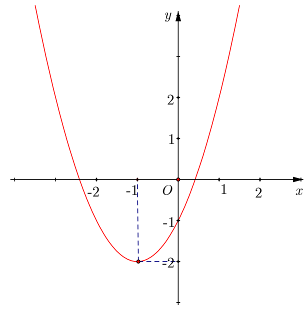
Câu 124: Cho hai parabol có phương trình $y=x^2+x+1$ và $y=2x^2-x-2$. Biết hai parabol cắt nhau tại hai điểm A và B ($x_A<x_B$). Tính độ dài đoạn thẳng ***AB.***

A. $AB=4\sqrt{2}$ **B.** $AB=2\sqrt{26}$ **C.** $AB=4\sqrt{10}$ **D.** $AB=2\sqrt{10}$

Câu 125: Giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=x^2+3x+m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt?

A. $m<-\frac{9}{4}$. **B.** $m>-\frac{9}{4}$. **C.** $m>\frac{9}{4}$. **D.** $m<\frac{9}{4}$.

Câu 126: Hàm số $y = x^2 + 2x - 1$ có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị m để phương trình $x^2 + 2x + m = 0$ vô nghiệm.



A. $m < -2$. **B.** $m < -1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m > 1$.

Câu 127: Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $[-10;-4)$ để đường thẳng $d: y = -(m+1)x + m + 2$ cắt parabol $(P): y = x^2 + x - 2$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung?

A. 6 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 8

Câu 128: Cho parabol $(P): y = x^2 - mx$ và đường thẳng $(d): y = (m+2)x + 1$, trong đó m là tham số. Khi parabol và đường thẳng cắt nhau tại hai điểm phân biệt *M, N*, tập hợp trung điểm *I* của đoạn thẳng *MN* là:

A. một parabol **B.** một đường thẳng **C.** một đoạn thẳng **D.** một điểm

Câu 129: Cho hàm số $y = x^2 + 3x$ có đồ thị (P). Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m^2$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm *I* của đoạn AB nằm trên đường thẳng $d': y = 2x + 3$. Tổng bình phương các phần tử của S là

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 130: Cho hàm số $y = 2x^2 - 3x - 5$. Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y = 4x + m$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; x_2)$ thỏa mãn $2x_1^2 + 2x_2^2 = 3x_1x_2 + 7$ là

A. -10. **B.** 10. **C.** -6. **D.** 9.

Câu 131: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đường thẳng $y = mx - 3$ không có điểm chung với Parabol $y = x^2 + 1$?

A. 6. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 132: Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng $y = mx + 3 - 2m$ cắt parabol $y = x^2 - 3x - 5$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ trái dấu.

A. $m < -3$. **B.** $-3 < m < 4$. **C.** $m < 4$. **D.** $m \le 4$.

Câu 133: Tìm m để Parabol $(P): y = x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2 = 1$.

A. $m = 2$. **B.** Không tồn tại m. **C.** $m = -2$. **D.** $m = \pm 2$.

Câu 134: Cho parabol $(P): y = x^2 + 2x - 5$ và đường thẳng $d: y = 2mx + 2 - 3m$. Tìm tất cả các giá trị m để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên phải của trục tung.

A. $1 < m < \frac{7}{3}$. **B.** $m > 1$. **C.** $m > \frac{7}{3}$. **D.** $m < 1$

Câu 135: Gọi T là tổng tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB$. Tính T.

A. $T = -9$. **B.** $T = \frac{3}{2}$. **C.** $T = -15$. **D.** $T = 3$.

Câu 136: Tìm m để Parabol $(P): y = x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2 = 1$.

A. $m = 2$. **B.** Không tồn tại m. **C.** $m = -2$. **D.** $m = \pm 2$.

Câu 137: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$. Tìm $a - b + c$, biết rằng đường thẳng $y = -2,5$ có một điểm chung duy nhất với (P) và đường thẳng $y = 2$ cắt (P) tại hai điểm có hoành độ là -1 và 5.

A. $a - b - c = -2$ **B.** $a - b - c = 2$ **C.** $a - b - c = 1$ **D.** $a - b - c = -1$

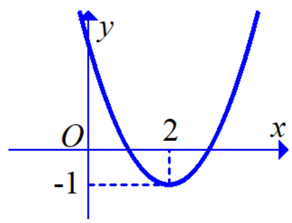
Câu 138: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^2 - 2|x| + 1 - m = 0$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

Câu 139: Biết $S = (a;b)$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |x^2 - 4x + 3|$ tại bốn điểm phân biệt. Tìm $a + b$.

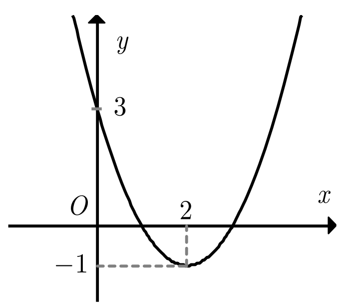
A. $a + b = 1$ **B.** $a + b = -1$ **C.** $a + b = 2$ **D.** $a + b = -2$

Câu 140: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.



A. $0 < m < 1$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $m = -1$; $m = 3$. **D.** $m > 3$.

Câu 141: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $f(|x|) + 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt



A. $m = 4$. **B.** $m > 0$. **C.** $m > -1$. **D.** $m = 2$.

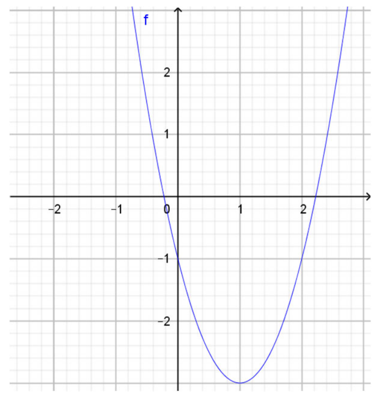
Câu 142: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để parabol $(P): y = x^2 - 2|x| - 1$ cắt đường thẳng $y = m - 3$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $-2 < m < -1$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $-2 \le m \le -1$. **D.** $1 \le m \le 2$.

Câu 143: Với giá trị nào của m thì phương trình $m = |x^2 - 5x + 4|$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $m \le \frac{9}{4}$. **B.** $m \ge \frac{9}{4}$. **C.** $m = \frac{9}{4}$. **D.** $m = 0$.

Câu 144: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ cắt đường $y = m+1$ trên cùng một hệ trục tọa độ tại 4 điểm phân biệt là?

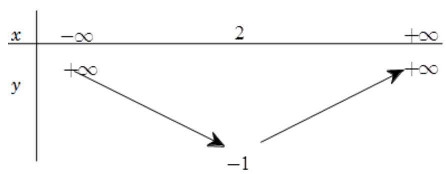


A. $-3 < m < 0$. **B.** $0 < m < 3$. **C.** $1 < m < 4$. **D.** $-1 < m < 2$.

Câu 145: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = x^2 - 9|x|$ cắt đường thẳng $y = m$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $m < -3$. **B.** $m > -\frac{81}{4}$. **C.** $-\frac{81}{4} < m < 0$. **D.** $m > 0$.

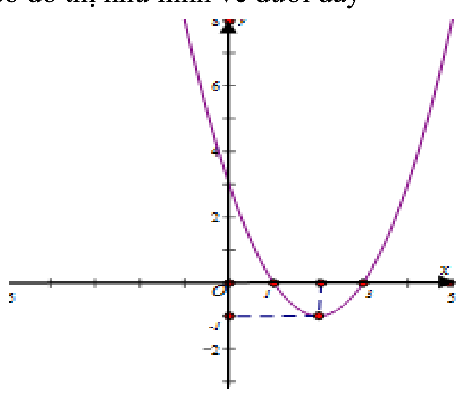
Câu 146: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(2017x - 2018) - 2| = m$ có đúng ba nghiệm.

A. $m = 1$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 2$. **D.** không tồn tại m.

Câu 147: Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $f(x) = x^2 - 4|x| + 3$;gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x)| = m$ có 8 nghiệm phân biệt. Số phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

DẠNG 6. ỨNG DỤNG THỰC TẾ LIÊN QUAN ĐẾN HÀM SỐ BẬC HAI

Câu 148: Một chiếc ăng - ten chảo parabol có chiều cao $h = 0,5m$ và đường kính miệng $d = 4m$. Mặt cắt qua trục là một parabol dạng $y = ax^2$. Biết $a = \frac{m}{n}$, trong đó m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính $m - n$.

A. $m - n = 7$ **B.** $m - n = -7$ **C.** $m - n = 31$ **D.** $m - n = -31$

Câu 149: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oth*, trong đó *t* là thời gian kể từ khi quả bóng được đá lên; *h* là độ cao của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao 6m. Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2\ m$ và sau 1 giây thì nó đạt độ cao $8,5m$, sau 2 giây nó đạt độ cao $6m$. Tính tổng $a + b + c$.

A. $a + b + c = 18,3$. **B.** $a + b + c = 6,1$.

C. $a + b + c = 8,5$. **D.** $a + b + c = -15,9$.

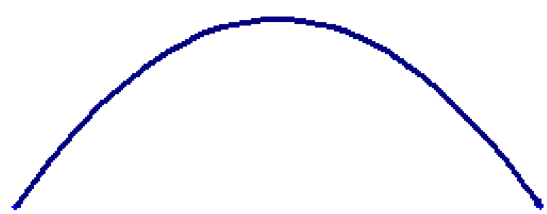
Câu 150: Một của hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi của hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

A. 80 USD. **B.** 160 USD. **C.** 40 USD. **D.** 240 USD.

Câu 151: Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao 1 m sau đó 1 giây nó đạt độ cao 10 m và $3,5$ giây nó ở độ cao $6,25\text{ m}$. Hỏi độ cao cao nhất mà quả bóng đạt được là bao nhiêu mét?

A. 11 m. **B.** 12 m. **C.** 13 m. **D.** 14 m.

Câu 152: Một chiếc cổng hình parabol có chiều rộng $12\ m$ và chiều cao $8\ m$ như hình vẽ. Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang $6\ m$ đi vào vị trí chính giữa cổng. Hỏi chiều cao h của xe tải thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cổng mà không chạm tường?

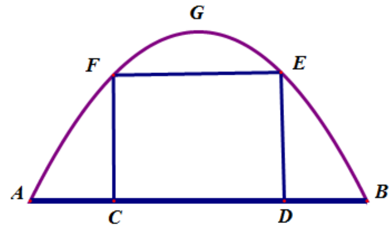


A. $0 < h < 6$. **B.** $0 < h \le 6$. **C.** $0 < h < 7$. **D.** $0 < h \le 7$.

Câu 153: Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi bằng 16, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

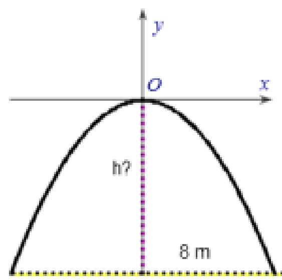
A. 64. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 154: Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B.



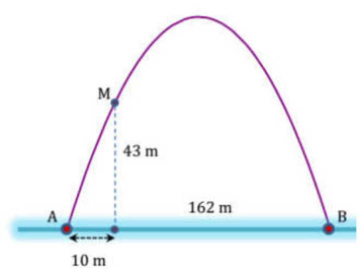
A. 5m. **B.** 8,5m. **C.** 7,5m. **D.** 8m.

Câu 155: Một chiếc cổng hình parabol dạng $y=-\frac{1}{2}x^2$ có chiều rộng $d=8m$. Hãy tính chiều cao h của cổng.



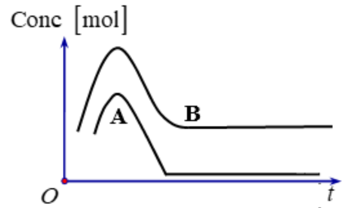
A. $h=9m$. **B.** $h=7m$. **C.** $h=8m$. **D.** $h=5m$.

Câu 156: Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất. Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch.

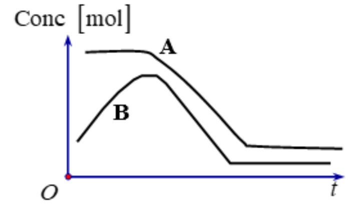


A. $175,6$m. **B.** $197,5$m. **C.** 210m. **D.** $185,6$m.

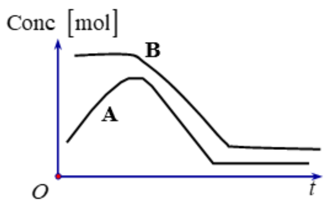
Câu 157: Rót chất A vào một ống nghiệm, rồi đổ thêm chất B vào. Khi nồng độ chất B đạt đến một giá trị nhất định thì chất A mới tác dụng với chất B. Khi phản ứng xảy ra, nồng độ cả hai chất đều giảm đến khi chất B được tiêu thụ hoàn hoàn. Đồ thị nồng độ mol theo thời gian nào sau đây thể hiện quá trình của phản ứng?

A. 

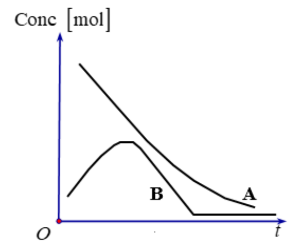
.

B. 

.

C. 

.

D. 

.

Câu 158: Cô Tình có $60m$ lưới muốn rào một mảng vườn hình chữ nhật để trồng rau, biết rằng một cạnh là tường, cô Tình chỉ cần rào 3 cạnh còn lại của hình chữ nhật để làm vườn. Em hãy tính hộ diện tích lớn nhất mà cô Tình có thể rào được?

A. $400m^2$. **B.** $450m^2$. **C.** $350m^2$. **D.** $425m^2$.

CHƯƠNG VI HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 16. HÀM SỐ BẬC HAI

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. SỰ BIẾN THIÊN

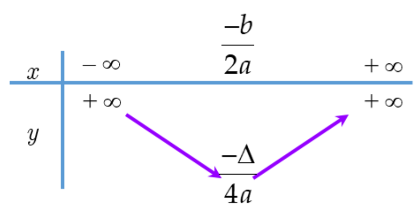
Câu 1: Hàm số $y = ax^2 + bx + c$, $(a > 0)$ đồng biến trong khoảng nào sau đậy?

A. $\left(-\infty; -\dfrac{b}{2a}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{b}{2a}; +\infty\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{\Delta}{4a}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$a > 0$. Bảng biến thiên



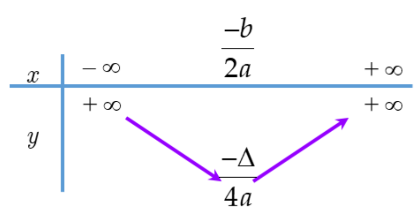
Câu 2: Hàm số $y = ax^2 + bx + c$, $(a > 0)$ nghịch biến trong khoảng nào sau đậy?

A. $\left(-\infty; -\dfrac{b}{2a}\right)$. **B.** $\left(-\dfrac{b}{2a}; +\infty\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{\Delta}{4a}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$a > 0$. Bảng biến thiên



Câu 3: Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Trên khoảng $(-\infty; 1)$ hàm số đồng biến.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

C. Trên khoảng $(3;+\infty)$ hàm số nghịch biến.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4;+\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$.

Lời giải

Chọn D

Đỉnh của parabol: $x_I = -\dfrac{b}{2a} = 2$

Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$	5	$\searrow$	
	$-\infty$				$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra khẳng định **D** sai.

Câu 4: Hàm số $y = x^2 - 4x + 11$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-2;+\infty)$ **B.** $(-\infty;+\infty)$ **C.** $(2;+\infty)$ **D.** $(-\infty;2)$

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			7		

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$

Câu 5: Khoảng đồng biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ là

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có $a = 1 > 0$ nên đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right)$.

Vì vậy hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 6: Khoảng nghịch biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ là

A. $(-\infty;-4)$. **B.** $(-\infty;-4)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có hệ số $a = 1 > 0$ nên đồng biến trên khoảng $\left(-\infty; -\dfrac{b}{2a}\right)$.

Vì vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 3$. Chọn khẳng định đúng.

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Do $a = -1$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 8: Hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 3$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; +\infty)$. **B.** $(-2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 1)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hàm số $(P): y = f(x) = x^2 - 2x + 3$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1$;nên (P) có bề lõm hướng lên.

Hoành độ đỉnh của parabol $x_I = \dfrac{-b}{2a} = 1$. Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 9: Hàm số $y = 2x^2 - 4x + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số bậc hai có $a = 2 > 0; -\dfrac{b}{2a} = 1$ nên hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 10: Hàm số $y = -3x^2 + x - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(\dfrac{1}{6}; +\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty; -\dfrac{1}{6}\right)$. **C.** $\left(-\dfrac{1}{6}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty; \dfrac{1}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$(P): y = f(x) = -3x^2 + x - 2$, TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Có $a = -3$, đỉnh S có hoành độ $x = \dfrac{1}{6}$.

Nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $\left(\dfrac{1}{6}; +\infty\right)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=-x^2+6x-1$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$ **B.** $(3;+\infty)$ **C.** $(-\infty;6)$ **D.** $(6;+\infty)$

Lời giải

Ta có $a=-1<0, \dfrac{-b}{2a}=\dfrac{-6}{2.(-1)}=3$. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Đáp án A.

Câu 12: Cho hàm số $y=x^2-3mx+m^2+1$ (1), m là tham số. Khi $m=1$ hàm số đồng biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D

Khi $m=1$, hàm số trở thành $y=x^2-3x+2$

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đỉnh $I\left(\dfrac{3}{2};-\dfrac{1}{4}\right)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\dfrac{3}{2}$	$+\infty$
y	$+\infty$ ↘	$-\dfrac{1}{4}$	↗ $+\infty$

Hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 13: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^2-2(m+1)x-3$ đồng biến trên khoảng $(4;2018)$?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Hàm số có $a=1>0, \dfrac{-b}{2a}=m+1$ nên đồng biến trên khoảng $(m+1;+\infty)$.

Do đó để hàm số đồng biến trên khoảng $(4;2018)$ thì ta phải có

$$(4;2018)\subset(m+1;+\infty)\Leftrightarrow m+1\le 4\Leftrightarrow m\le 3.$$

Vậy có ba giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là 1, 2, 3.

Đáp án D.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của b để hàm số $y=x^2+2(b+6)x+4$ đồng biến trên khoảng $(6;+\infty)$.

A. $b \geq 0$. **B.** $b = -12$. **C.** $b \geq -12$. **D.** $b \geq -9$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = f(x) = x^2 + 2(b+6)x + 4$ là hàm số bậc hai có hệ sô $a = 1 > 0$, $-\dfrac{b}{2a} = -b - 6$

nên có bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-(b+6)$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$	$f(-(b+6))$	$\nearrow$ $+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có:

Hàm số đồng biến trên $(6;+\infty)$ thì $\Leftrightarrow (6;+\infty) \subset (-b-6;+\infty) \Leftrightarrow -b-6 \leq 6 \Leftrightarrow b \geq -12$..

Câu 15: Hàm số $y = -x^2 + 2(m-1)x + 3$ nghịch biến trên $(1;+\infty)$ khi giá trị m thỏa mãn:

A. $m \leq 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $m \leq 2$. **D.** $0 < m \leq 2$

Lời giảiss

Chọn C

Đồ thị hàm số có trục đối xứng là đường $x = m - 1$. Đồ thị hàm số đã cho có hệ số x^2 âm nên sẽ đồng biến trên $(-\infty; m-1)$ và nghịch biến trên $(m-1;+\infty)$. Theo đề, cần: $m - 1 \leq 1 \Leftrightarrow m \leq 2$.

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^2 + 2|m+1|x - 3$ nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m \leq -3 \\ m \geq 1 \end{array}\right.$. **B.** $-3 < m < 1$. **C.** $-3 \leq m \leq 1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m < -3 \\ m > 1 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = -x^2 + 2|m+1|x - 3$ có $a = -1 < 0; -\dfrac{b}{2a} = |m+1|$ nên hàm số nghịch biến trên $(|m+1|;+\infty)$.

Để hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty)$ thì $(2;+\infty) \subset (|m+1|;+\infty)$

$\Leftrightarrow |m+1| \leq 2 \Leftrightarrow -2 \leq m+1 \leq 2 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1$.

Câu 17: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^2 + (m-1)x + 2m - 1$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$. Khi đó tập hợp $(-10;10) \cap S$ là tập nào?

A. $(-10;5)$. **B.** $[5;10)$. **C.** $(5;10)$. **D.** $(-10;5]$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (P) là đồ thị của $y=f(x)=x^2+(m-1)x+2m-1$.

$y=f(x)$ là hàm số bậc hai có hệ số $a=1$.

Gọi I là đỉnh của (P), có $x_I=\dfrac{1-m}{2}$.

Nên hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1-m}{2};+\infty\right)$.

Do đó để hàm số trên khoảng $(-2;+\infty)$ khi $\dfrac{1-m}{2}\le -2 \Leftrightarrow m\ge 5$.

Suy ra tập $S=[5;+\infty)$. Khi đó $(-10;10)\cap S=[5;10)$.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị dương của tham số m để hàm số $f(x)=mx^2-4x-m^2$ luôn nghịch biến trên $(-1;2)$.

A. $m\le 1$. **B.** $-2\le m\le 1$. **C.** $0<m\le 1$. **D.** $0<m<1$.

Lời giải

Chọn C

- Với $m>0$, ta có hàm số $f(x)=mx^2-4x-m^2$ nghịch biến trên $\left(-\infty;\dfrac{2}{m}\right)$, suy ra hàm nghịch biến trên $(-1;2)$ khi $(-1;2)\subset\left(-\infty;\dfrac{2}{m}\right)\Leftrightarrow 2\le\dfrac{2}{m}\Leftrightarrow 0<m\le 1$.

Câu 19: Cho hàm số $y=x^2-2mx+m^2$ (P). Khi m thay đổi, đỉnh của Parabol (P) luôn nằm trên đường nào sau đây?

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y=x$. **D.** $y=x^2$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ đỉnh I của Parabol là $I(m;0)$, nên I luôn thuộc đường thẳng $y=0$.

Câu 20: Cho hàm số $y=x^2-4mx+4m^2$ (P). Khi m thay đổi, đỉnh của Parabol (P) luôn nằm trên đường nào sau đây?

A. $x=0$. **B.** $y=0$. **C.** $y=2x^2$. **D.** $y=x^2$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ đỉnh I của Parabol là $I(2m;0)$, nên I luôn nằm trên đường thẳng $x=0$.

Câu 21: Tìm giá trị của tham số m để đỉnh I của đồ thị hàm số $y=-x^2+6x+m$ thuộc đường thẳng $y=x+2019$.

A. $m = 2020$. **B.** $m = 2000$. **C.** $m = 2036$. **D.** $m = 2013$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y = -x^2 + 6x + m$ là parabol có đỉnh $I(3;9+m)$.

Đỉnh $I(3;9+m)$ thuộc đường thẳng $y = x + 2019 \Leftrightarrow 9 + m = 3 + 2019 \Leftrightarrow m = 2013$.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH TOẠ ĐỘ ĐỈNH, TRỤC ĐỐI XỨNG, HÀM SỐ BẬC HAI THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC.

Câu 22: Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ có đồ thị (P), đỉnh của (P) được xác định bởi công thức nào?

A. $I\left(-\dfrac{b}{2a}; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$. **B.** $I\left(-\dfrac{b}{a}; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$. **C.** $I\left(\dfrac{b}{2a}; \dfrac{\Delta}{4a}\right)$. **D.** $I\left(-\dfrac{b}{2a}; \dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Đỉnh của parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ là điểm $I\left(-\dfrac{b}{2a}; -\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.

Câu 23: Cho parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$. Điểm nào sau đây là đỉnh của (P)?

A. $I(0;1)$. **B.** $I\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)$. **C.** $I\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)$. **D.** $I\left(\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Hoành độ đỉnh của $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$ là $x = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow y = 3\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 - 2.\dfrac{1}{3} + 1 = \dfrac{2}{3}$.

Vậy $I\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right)$.

Câu 24: Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$ là đường thẳng nào dưới đây?

A. $x = -\dfrac{b}{2a}$. **B.** $x = -\dfrac{c}{2a}$. **C.** $x = -\dfrac{\Delta}{4a}$. **D.** $x = \dfrac{b}{2a}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 25: Điểm $I(-2;1)$ là đỉnh của Parabol nào sau đây?

A. $y = x^2 + 4x + 5$. **B.** $y = 2x^2 + 4x + 1$. **C.** $y = x^2 + 4x - 5$. **D.** $y = -x^2 - 4x + 3$.

Lời giải

Chọn A

Hoành độ đỉnh là $x_I = -\dfrac{b}{2a} = -2$. Từ đó loại câu **B.**

Thay hoành độ $x_1 = -2$ vào phương trình Parabol ở các câu A, C, D, ta thấy chỉ có câu A thỏa điều kiện $y_1 = 1$.

Câu 26: Parabol (P): $y = -2x^2 - 6x + 3$ có hoành độ đỉnh là

A. $x = -3$. **B.** $x = \frac{3}{2}$. **C.** $x = -\frac{3}{2}$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn C

Parabol (P): $y = -2x^2 - 6x + 3$ có hoành độ đỉnh là $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-6}{2(-2)} = -\frac{3}{2}$.

Câu 27: Tọa độ đỉnh của parabol $y = -2x^2 - 4x + 6$ là

A. $I(-1;8)$. **B.** $I(1;0)$. **C.** $I(2;-10)$. **D.** $I(-1;6)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ đỉnh của parabol $y = -2x^2 - 4x + 6$ là $\begin{cases} x = -\frac{-4}{2.(-2)} = -1 \\ y = -2.(-1)^2 - 4.(-1) + 6 = 8 \end{cases} \Rightarrow I(-1;8)$.

Câu 28: Hoành độ đỉnh của parabol $(P): y = 2x^2 - 4x + 3$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$x = -\frac{b}{2a} = 1$.

Câu 29: Parabol $y = -x^2 + 2x + 3$ có phương trình trục đối xứng là

A. $x = -1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -2$.

Lời giải

Chọn C

Parabol $y = -x^2 + 2x + 3$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a} \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 30: Xác định các hệ số a và b để Parabol $(P): y = ax^2 + 4x - b$ có đỉnh $I(-1;-5)$.

A. $\begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $x_1 = -1 \Rightarrow -\frac{4}{2a} = -1 \Rightarrow a = 2$.

Hơn nữa $I \in (P)$ nên $-5 = a - 4 - b \Rightarrow b = 3$.

Câu 31: Biết hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm $A(-1;0)$ và có đỉnh $I(1;2)$. Tính $a + b + c$.

A. 3. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết ta có hệ: $\begin{cases} a - b + c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = 2 \end{cases}$. với $a \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + c = 0 \\ b = -2a \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = -\frac{1}{2} \\ c = \frac{3}{2} \end{cases}$

Vậy hàm bậc hai cần tìm là $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$

Câu 32: Biết đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, $(a,b,c \in \mathbb{R}; a \neq 0)$ đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1;-1)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^3 + b^2 - 2c$.

A. $T = 22$. **B.** $T = 9$. **C.** $T = 6$. **D.** $T = 1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = \mathrm{ax}^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1;-1)$ nên có hệ phương trình

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 1 \\ -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 1 \\ b = -2a \\ a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = -2a \\ -a + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = -4 \\ a = 2 \end{cases}.$$

Vậy $T = a^3 + b^2 - 2c = 22$.

Câu 33: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ có đồ thị. Biết đồ thị của hàm số có đỉnh $I(1;1)$ và đi qua điểm $A(2;3)$. Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$

A. 3. **B.** 4. **C.** 29. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Vì đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ có đỉnh $I(1;1)$ và đi qua điểm $A(2;3)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=3 \\ -\dfrac{b}{2a}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=1 \\ 4a+2b+c=3 \\ 2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \\ c=3 \end{cases}$$

Nên $S=a^2+b^2+c^2=29$

Câu 34: Cho Parabol $(P): y=x^2+mx+n$ (m,n tham số). Xác định m,n để (P) nhận đỉnh $I(2;-1)$.

A. $m=4, n=-3$. **B.** $m=4, n=3$. **C.** $m=-4, n=-3$. **D.** $m=-4, n=3$.

Lời giải

Chọn D

Parabol $(P): y=x^2+mx+n$ nhận $I(2;-1)$ là đỉnh, khi đó ta có

$$\begin{cases} 4+2m+n=-1 \\ -\dfrac{m}{2}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+n=-5 \\ m=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=3 \\ m=-4 \end{cases}.$$

Vậy $m=-4, n=3$.

Câu 35: Cho Parabol: $y=ax^2+bx+c$ có đỉnh $I(2;0)$ và (P) cắt trục Oy tại điểm $M(0;-1)$. Khi đó Parabol có hàm số là

A. $(P): y=-\dfrac{1}{4}x^2-3x-1$. **B.** $(P): y=-\dfrac{1}{4}x^2-x-1$.

C. $(P): y=-\dfrac{1}{4}x^2+x-1$. **D.** $(P): y=-\dfrac{1}{4}x^2+2x-1$

Lời giải

Chọn C

Parabol $(P): y=ax^2+bx+c \longrightarrow$ đỉnh $I\left(-\dfrac{b}{2a}; c-\dfrac{b^2}{4a}\right)$

Theo bài ra, ta có có đỉnh $I(2;0) \Rightarrow \begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=2 \\ c-\dfrac{b^2}{4a}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ b^2=4ac \end{cases} \quad (1)$

Lại có cắt Oy tại điểm $M(0;-1)$ suy ra $y(0)=-1 \Leftrightarrow c=-1 \quad (2)$

Từ, suy ra $\begin{cases} b=-4a \\ b^2=-a \\ c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4a \\ b^2=b \\ c=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{1}{4} \\ b=1;\ c=-1 \end{cases}$

Câu 36: Gọi S là tập các giá trị $m \neq 0$ để parabol $(P): y=mx^2+2mx+m^2+2m$ có đỉnh nằm trên đường thẳng $y=x+7$. Tính tổng các giá trị của tập S

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Khi $m \neq 0$ thì $(P): y = mx^2 + 2mx + m^2 + 2m$ có đỉnh là $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \Rightarrow I(-1; m^2 + m)$

Vì đỉnh nằm trên đường thẳng $y = x + 7$ nên

$m^2 + m = -1 + 7 \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = -3 \end{array}\right. (TM)$

Vậy tổng các giá trị của tập S: $2 + (-3) = -1$.

Câu 37: Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c\,(1)$ biết đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y = -x^2 + 3x + 2$. **B.** $y = -x^2 - 3x - 2$. **C.** $y = x^2 - 3x + 2$. **D.** $y = -x^2 + 3x - 2$.

Lời giải

Chọn D

. Do đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trụ hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên ta có

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = \frac{3}{2} \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{4} \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 0 \\ 9a + 6b + 4c = 1 \\ 4a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = -2 \end{cases}$$

Vậy $y = -x^2 + 3x - 2$

Câu 38: Hàm số bậc hai nào sau đây có đồ thị là parabol có đỉnh là $S\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đi qua $A(1; -4)$?

A. $y = -x^2 + 5x - 8$. **B.** $y = -2x^2 + 10x - 12$.

C. $y = x^2 - 5x$. **D.** $y = -2x^2 + 5x + \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số bậc hai cần tìm có phương trình: $y = ax^2 + bx + c\,(a \neq 0)$

Hàm số bậc hai có đồ thị là parabol có đỉnh là $S\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đi qua $A(1; -4)$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{5}{2} \\ \dfrac{-\Delta}{4a} = \dfrac{1}{2} \\ a+b+c=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{5}{2} \\ \dfrac{-b^2+4ac}{4a} = \dfrac{1}{2} \\ a+b+c=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-5a \\ \dfrac{-25a^2+4a(4a-4)}{4a} = \dfrac{1}{2} \\ c=4a-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=10 \\ c=-12 \end{cases}$$

Câu 39: Cho parabol (P) có phương trình $y=ax^2+bx+c$. Tìm $a+b+c$, biết (P) đi qua điểm $A(0;3)$ và có đỉnh $I(-1;2)$.

A. $a+b+c=6$ **B.** $a+b+c=5$ **C.** $a+b+c=4$ **D.** $a+b+c=3$

Lời giải

Chọn A

(P) đi qua điểm $A(0;3) \Rightarrow c=3$.

(P) có đỉnh $I(-1;2) \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{-b}{2a} = -1 \\ a-b+3=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2a \\ a-2a=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=6$.

Câu 40: Parabol $y=ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu bằng 4 tại $x=-2$ và đi qua $A(0;6)$ có phương trình là

A. $y=\dfrac{1}{2}x^2+2x+6$. **B.** $y=x^2+2x+6$. **C.** $y=x^2+6x+6$. **D.** $y=x^2+x+4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $-\dfrac{b}{2a}=-2 \Rightarrow b=4a$.

Mặt khác : Vì $A, I \in (P) \Leftrightarrow \begin{cases} 4=a.(-2)^2+b.(-2)+c \\ 6=a.(0)^2+b.(0)+c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4.a-2b=-2 \\ c=6 \end{cases}$

Kết hợp, ta có : $\begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=2 \\ c=6 \end{cases}$. Vậy $(P): y=\dfrac{1}{2}x^2+2x+6$.

Câu 41: Parabol $y=ax^2+bx+c$ đi qua $A(0;-1)$, $B(1;-1)$, $C(-1;1)$ có phương trình là

A. $y=x^2-x+1$. **B.** $y=x^2-x-1$. **C.** $y=x^2+x-1$. **D.** $y=x^2+x+1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Vì $A,B,C\in(P)\Leftrightarrow\begin{cases}-1=a.0^2+b.0+c\\-1=a.(1)^2+b.(1)+c\\1=a.(-1)^2+b.(-1)+c\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=-1\\c=-1\end{cases}$.

Vậy $(P): y=x^2-x-1$.

Câu 42: Parabol $y=ax^2+bx+2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ có phương trình là

A. $y=x^2+x+2$. **B.** $y=2x^2+x+2$. **C.** $y=2x^2+2x+2$ **D.** $y=x^2+2x$

Lời giải

Chọn B

Parabol $y=ax^2+bx+2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ nên ta có hệ phương trình:

$\begin{cases}5=a.1^2+b.1+2\\8=a.(-2)^2+b.(-2)+2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=3\\4a-2b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$. Vậy hàm số cần tìm là $y=2x^2+x+2$.

Câu 43: Cho $(P): y=x^2+bx+1$ đi qua điểm $A(-1;3)$. Khi đó

A. $b=-1$. **B.** $b=1$. **C.** $b=3$. **D.** $b=-2$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ $A(-1;3)$ vào $(P): y=x^2+bx+1$.

Ta được: $3=(-1)^2-b+1\Leftrightarrow b=-1$.

Câu 44: Cho parabol $(P): y=ax^2+bx+c$ đi qua ba điểm $A(1;4), B(-1;-4)$ và $C(-2;-11)$. Tọa độ đỉnh của (P) là:

A. $(-2;-11)$ **B.** $(2;5)$ **C.** $(1;4)$ **D.** $(3;6)$

Lời giải

Chọn B

$(P): y=ax^2+bx+c$ đi qua ba điểm $A(1;4), B(-1;-4)$ và $C(-2;-11)$ suy ra

$\begin{cases}a+b+c=4\\a-b+c=-4\\4a-2b+c=-11\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=4\\c=1\end{cases}\Rightarrow(P): y=-x^2+4x+1$.

Hoành độ của đỉnh của (P) là $x=\dfrac{-b}{2a}=2$. Suy ra tung độ của đỉnh của (P) là

$y=-2^2+4.2+1=5$.

Câu 45: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có bảng biến thiên dưới đây. Đáp án nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-3		

A. $y=x^2+2x-2.$ **B.** $y=x^2-2x-2.$ **C.** $y=x^2+3x-2.$ **D.** $y=-x^2-2x-2.$

Lời giải

Chọn A

Từ BBT ta có $a>0$ nên loại phương án **D.** Đỉnh $I(-1;-3)$ nên $-\dfrac{b}{2a}=-1$, vậy chọn A.

Câu 46: Cho parabol $(P): y=ax^2+bx+c$ có trục đối xứng là đường thẳng $x=1$. Khi đó $4a+2b$ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Do parabol $(P): y=ax^2+bx+c$ có trục đối xứng là đường thẳng $x=1$ nên $-\dfrac{b}{2a}=1$

$\Leftrightarrow 2a=-b \Leftrightarrow 2a+b=0 \Leftrightarrow 4a+2b=0$.

Câu 47: Parabol $y=ax^2+bx+c$ đi qua $A(8;0)$ và có đỉnh $I(6;-12)$. Khi đó tích $a.b.c$ bằng

A. -10368. **B.** 10368. **C.** 6912. **D.** -6912.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $a\neq 0$.

Từ giả thiết ta có hệ $\begin{cases} 64a+8b+c=0 \\ 36a+6b+c=-12 \\ -\dfrac{b}{2a}=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-36 \\ c=96 \end{cases} \Rightarrow abc=-10368$.

Câu 48: Cho parabol $y=ax^2+bx+4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x=\dfrac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$. Tổng giá trị $a+2b$ là

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** -1.

Lời giải

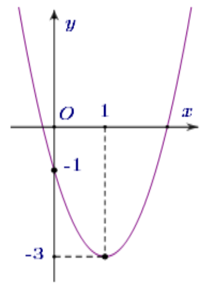
Chọn B

Vì parabol $y=ax^2+bx+4$ có trục đối xứng là đường thẳng $x=\dfrac{1}{3}$ và đi qua điểm $A(1;3)$

nên ta có $\begin{cases} a+b+4=3 \\ -\dfrac{b}{2a}=\dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=-1 \\ 2a+3b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=2 \end{cases}$.

Do đó $a+2b=-3+4=1$.

Câu 49: Cho parabol $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

A. $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=2x^2+4x-1$. **C.** $y=x^2-2x-1$. **D.** $y=2x^2-4x-1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0\,;-1)$ nên $c=-1$.

Tọa độ đỉnh $I(1\,;-3)$, ta có phương trình: $\begin{cases} -\dfrac{b}{2a}=1 \\ a.1^2+b.1-1=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=0 \\ a+b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \end{cases}$.

Vậy parabol cần tìm là: $y=2x^2-4x-1$.

Câu 50: Biết hàm số bậc hai $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm $A(-1;0)$ và có đỉnh $I(1;2)$. Tính $a+b+c$.

A. 3. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 2. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

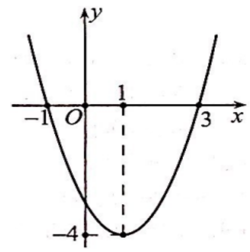
Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết ta có hệ: $\begin{cases} a-b+c=0 \\ -\dfrac{b}{2a}=1 \\ a+b+c=2 \end{cases}$. với $a\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-b+c=0 \\ b=-2a \\ a+b+c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=-\dfrac{1}{2} \\ c=\dfrac{3}{2} \end{cases}$

Vậy hàm bậc hai cần tìm là $y=-\dfrac{1}{2}x^2+x+\dfrac{3}{2}$

Câu 51: Cho parabol $(P): y=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$có đồ thị như hình bên dưới.

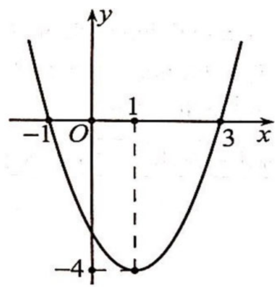


Khi đó $2a+b+2c$ có giá trị là:

A. -9. **B.** 9. **C.** -6. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C



Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1;0), B(1;-4), C(3;0)$

Do đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a-b+c=0 \\ a+b+c=-4 \\ 9a+3b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-3 \end{cases}$

Khi đó: $2a+b+2c = 2.1-2+2(-3) = -6.$

Câu 52: Cho hàm số $y = a.x^2 + b.x + c \; (a \neq 0)$. Biết rằng đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = \dfrac{3}{2}$ làm trục đối xứng, và đi qua các điểm $A(2;0), B(0;2)$. Tìm $T = a - b + c$

A. $T=1$. **B.** $T=3$. **C.** $T=0$. **D.** $T=6$.

Lời giải

Chọn D

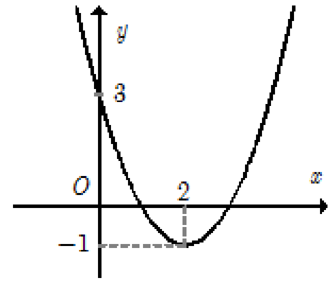
Ta có

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x = \dfrac{3}{2}$ làm trục đối xứng ta được: $\dfrac{-b}{2a} = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow 3a + b = 0 \; (1)$

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(2;0), B(0;2)$ ta được: $\begin{cases} 4a+2b+c=0 \\ c=2 \end{cases} \quad (2)$

Từ $(1),(2)$ ta được: $\begin{cases} a=1 \\ b=-3 \Rightarrow T=6 \\ c=2 \end{cases}$

Câu 53: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.



A. 0. **B.** 26. **C.** 8. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

Do đồ thị hàm số có đỉnh là $I(2;-1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{-b}{2a}=2 \\ f(2)=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a+b=0 \\ 4a+2b+c=-1 \end{cases}$ (1)

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;3) \Rightarrow f(0)=3 \Leftrightarrow c=3$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-4 \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow T=26$

Câu 54: Xác định hàm số $y=ax^2+bx+c$ biết đồ thị của hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3 và giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{25}{8}$ tại $x=\frac{1}{4}$.

A. $y=-2x^2+x-3$. **B.** $y=x^2-\frac{1}{2}.x+3$. **C.** $y=2x^2-x-3$. **D.** $y=2x^2+x-3$.

Lời giải

Chọn C

+ Đồ thị cắt trục tung tại điểm $A(0;c) \Rightarrow c=-3$.

+ Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $-\frac{25}{8}$ tại $x=\frac{1}{4}$ nên đỉnh của đồ thị hàm số là $I\left(\frac{1}{4};-\frac{25}{8}\right)$

Suy ra $\begin{cases} \frac{-b}{2a}=\frac{1}{4} \\ a.\frac{1}{16}+\frac{1}{4}b-3=-\frac{25}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+4b=0 \\ a+4b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$

Vậy hàm số cần tìm là $y=2x^2-x-3$.

Câu 55: Parabol $y=ax^2+bx+c$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x=-2$ và đồ thị đi qua $A(0;6)$ có phương trình là:

A. $y=x^2+6x+6$. **B.** $y=x^2+x+4$. **C.** $y=\frac{1}{2}x^2+2x+6$. **D.** $y=x^2+2x+6$.

Lời giải

Chọn C

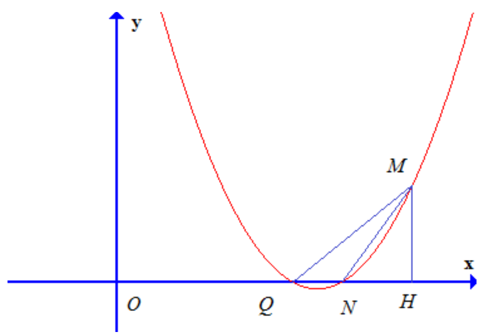
Theo bài ra ta có $\begin{cases} y(-2)=4a-2b+c=4 \\ -\dfrac{b}{2a}=-2 \\ c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a-2b=-2 \\ 4a-b=0 \\ c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=2 \\ c=6 \end{cases}$.

Câu 56: Cho parabol $(P): y=f(x)=ax^2+bx+c, a\neq 0$. Biết (P) đi qua $M(4;3)$, (P) cắt tia Ox tại $N(3;0)$ và Q sao cho ΔMNQ có diện tích bằng 1 đồng thời hoành độ điểm Q nhỏ hơn 3. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. $\dfrac{24}{5}$. **B.** $\dfrac{12}{5}$. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A



Gọi điểm H là hình chiếu vuông góc của M lên trục Ox .

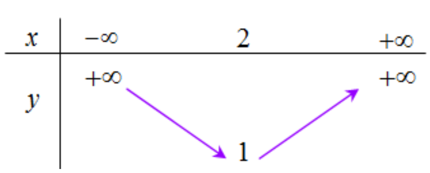
Ta có $S_{MNQ}=\dfrac{1}{2}MH.NQ=\dfrac{1}{2}.y_M.(x_N-x_Q)=1 \Rightarrow \dfrac{1}{2}.3(3-x_Q)=1 \Rightarrow x_Q=\dfrac{7}{3}$ nên $Q\left(\dfrac{7}{3};0\right)$.

Ta thu được: $M(4;3), N(3;0), Q\left(\dfrac{7}{3};0\right)\in(P) \Leftrightarrow \begin{cases} 16a+4b+c=3 \\ 9a+3b+c=0 \\ \dfrac{49}{9}a+\dfrac{7}{3}b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{9}{5} \\ b=\dfrac{-48}{5} \\ c=\dfrac{63}{5} \end{cases}$.

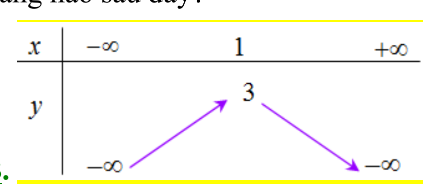
DẠNG 3. ĐỌC ĐỒ THỊ, BẢNG BIẾN THIÊN CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

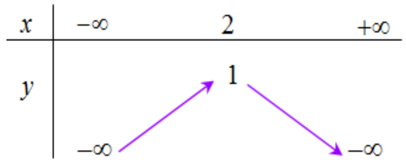
Câu 57: Bảng biến thiên của hàm số $y=-2x^2+4x+1$ là bảng nào sau đây?

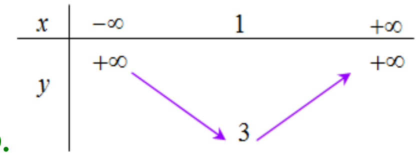
A.



B.



C. 

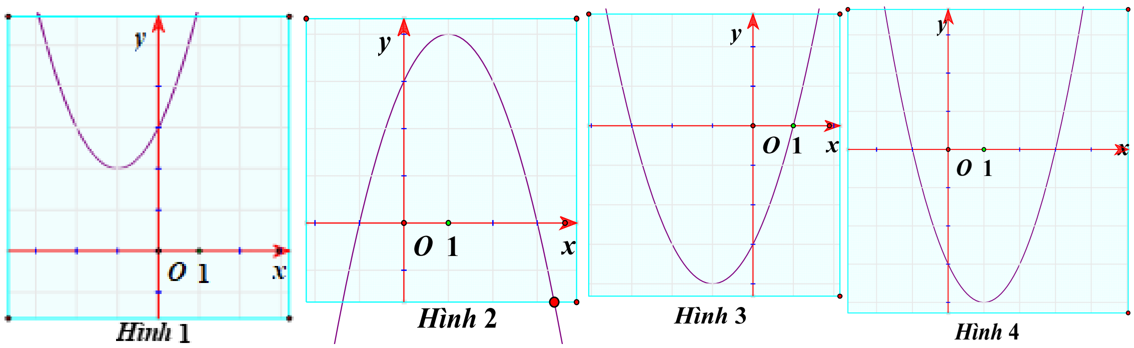
D. 

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=-2x^2+4x+1$ có đỉnh $I(1;3)$, hệ số $a=-2<0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$, nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 58: Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y=x^2-2x-3$



A. Hình 1. **B.** Hình 2. **C.** Hình 3. **D.** Hình 4.

Lời giải

Chọn D

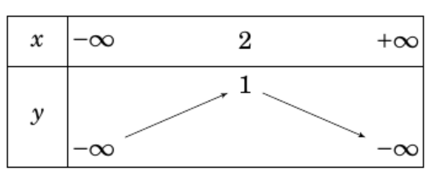
Dựa vào đồ thị có:

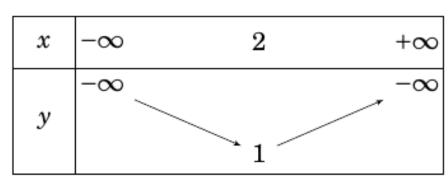
$(P): y=f(x)=x^2-2x-3$;có $a=1>0$;nên (P) có bề lõm hướng lên.

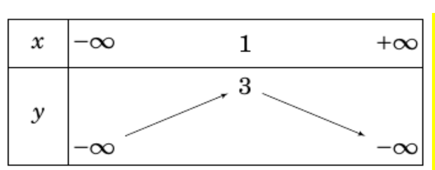
(P) có đỉnh I có $x_I=1$.

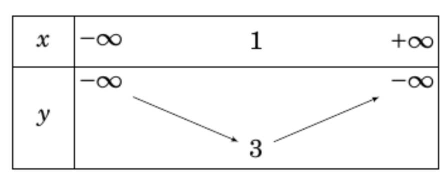
Vậy $(P): y=f(x)=x^2-2x-3$ có đồ thị là hình 4.

Câu 59: Bảng biến thi của hàm số $y=-2x^4+4x+1$ là bảng nào sau đây?

A. .

B. .

C. .

D. .

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=-2x^4+4x+1$ có hệ số $a=-2<0$ nên bề lõm quay lên trên vì vậy ta loại đáp án **B**, **D.** Hàm số có tọa độ đỉnh $I(1;3)$ nên ta loại đáp án **A.**

Vậy bảng biến thiên của hàm số $y=-2x^4+4x+1$ là bảng **C.**

Câu 60: Bảng biến thiên của hàm số $y=-x^2+2x-1$ là:

A.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

B.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

C.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

D.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Lời giải

Chọn A

$y=-x^2+2x-1$

Có $a=-1<0$, nên loại C và **D.**

Tọa độ đỉnh $I\left(1;0\right)$, nên nhận **A.**

Câu 61: Bảng biến thiên nào dưới đây là của hàm số $y=-x^2+2x+2$?

A.

x	$-\infty$		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

B.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y	$-\infty$ $-\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	

C.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

D.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Lời giải

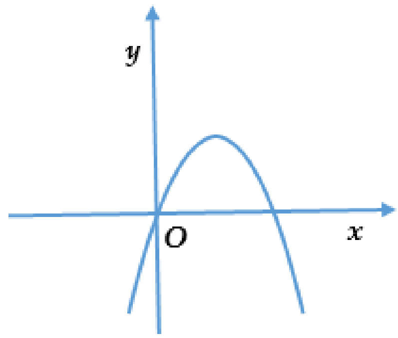
Chọn C

$y'=-2x+2$

$y'=0 \Leftrightarrow x=1$

Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;\,1\right)$; nghịch biến trên $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 62: Đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$ có hệ số a là



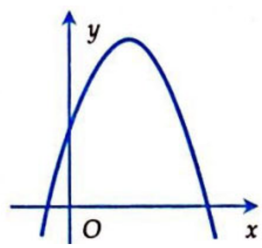
A. $a > 0.$ **B.** $a < 0.$ **C.** $a = 1.$ **D.** $a = 2.$

Lời giải

Chọn B

Bề lõm hướng xuống $a < 0.$

Câu 63: Cho parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c < 0$ **B.** $a < 0, b < 0, c < 0$ **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$ **D.** $a < 0, b < 0, c > 0$

Lời giải

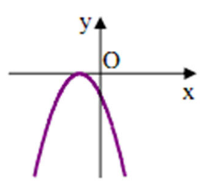
Chọn C

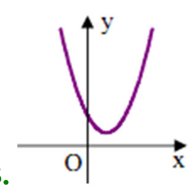
Parabol quay bề lõm xuống dưới $\Rightarrow a < 0$.

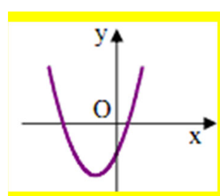
Parabol cắt Oy tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow c > 0$.

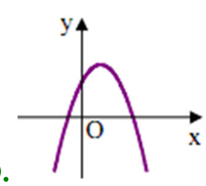
Đỉnh của parabol có hoành độ dương $\Rightarrow \dfrac{-b}{2a} > 0 \Rightarrow \dfrac{b}{a} < 0$ mà $a < 0$ nên suy ra $b > 0$.

Câu 64: Nếu hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có $a > 0,\ b > 0$ và $c < 0$ thì đồ thị hàm số của nó có dạng

A. 

. **B.** 

. **C.** 

. **D.** 

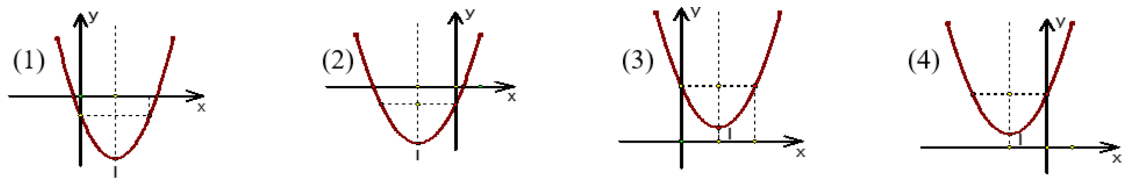
.

Lời giải

Chọn C

Do $a > 0$ nên Parabol quay bề lõm lên trên, suy ra loại phương án A, D. Mặt khác do $a > 0,\ b > 0$ nên đỉnh Parabol có hoành độ $x = -\dfrac{b}{2\text{a}} < 0$ nên loại phương án B. Vậy chọn C.

Câu 65: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a > 0, b < 0, c > 0)$ thì đồ thị của hàm số là hình nào trong các hình sau:



A. Hình (1). **B.** Hình (2). **C.** Hình (3). **D.** Hình (4).

Lời giải

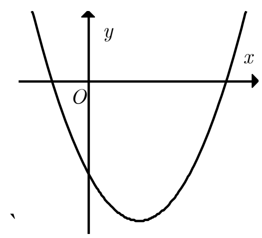
Chọn C

Vì $c > 0$ nên đồ thị cắt trục tung tại điểm nằm phía trên trục hoành.

Mặt khác $a > 0, b < 0$ nê hai hệ số này trái dấu, trục đối xứng sẽ phía phải trục tung.

Do đó, hình là đáp án cần tìm.

Câu 66: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0,\ b < 0,\ c < 0$. **B.** $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$. **C.** $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$. **D.** $a < 0,\ b < 0,\ c < 0$.

Lời giải

Chọn A

Parabol có bề lõm quay lên $\Rightarrow a > 0$ loại **D.**

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ loại B, **C. Chọn A**

Câu 67: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có bảng biến thiên trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ như hình vẽ dưới đây:

x	0	$-\dfrac{b}{2a}$	$+\infty$
y	-1 ↗	$-\dfrac{\Delta}{4a}$	↘ $-\infty$

Xác định dấu của a, b, c.

A. $a < 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

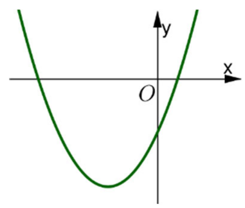
Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Parabol (P) có bề lõm quay xuống dưới; hoành độ đỉnh dương;

cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng – 1 nên $\begin{cases} a<0 \\ \dfrac{-b}{2a}>0 \\ c=-1<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a<0 \\ b>0 \\ c<0 \end{cases}$.

Câu 68: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị là parabol trong hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. $a>0;\ b>0;\ c>0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c>0$. **C.** $a>0;\ b<0;\ c<0$. **D.** $a>0;\ b>0;\ c<0$.

Lời giải

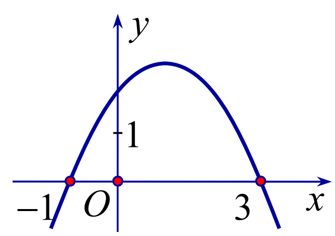
Chọn D

Vì Parabol hướng bề lõm lên trên nên $a>0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0;c)$ ở dưới $Ox \Rightarrow c<0$.

Hoành độ đỉnh Parabol là $-\dfrac{b}{2a}<0$, mà $a>0 \Rightarrow b>0$.

Câu 69: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a>0$, $b>0$, $c>0$. **B.** $a>0$, $b<0$, $c<0$. **C.** $a<0$, $b<0$, $c>0$. **D.** $a<0$, $b>0$, $c>0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, nhận thấy:

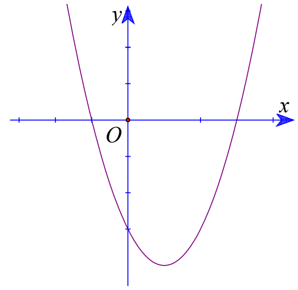
* Đồ thị hàm số là một parabol có bề lõm quay xuống dưới nên $a<0$.

* Đồ thị cắt trục tung tại tung độ bằng c nên $c>0$.

* Đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ $x_1=-1$ và $x_2=3$ nên x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $ax^2+bx+c=0$ mà theo Vi-et $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=2 \Leftrightarrow b=-2a \Rightarrow b>0$.

* Vậy $a<0$, $b>0$, $c>0$.

Câu 70: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a>0,b<0,c<0.$. **B.** $a>0,b<0,c>0.$. **C.** $a>0,b>0,c<0.$. **D.** $a<0,b<0,c>0.$

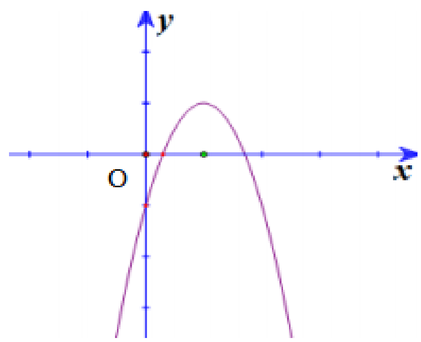
Lời giải

Chọn A

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $(=c)$ âm nên $c<0$. Suy ra loại B,. **D.**

Đồ thị hướng bề lõm lên trên nên $a>0$, hoành độ đỉnh $\left(=\frac{-b}{2a}\right)$ dương nên $\frac{-b}{2a}>0,a>0\Rightarrow b<0$.

Câu 71: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$. Có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi mệnh đề nào đúng?



A. $a<0,b>0,c<0$. **B.** $a<0,b<0,c>0$. **C.** $a<0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b>0,c<0$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét:

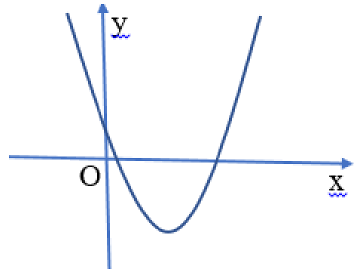
+) Parabol có bề lõm quay xuống dưới nên $a<0$.

+) Parabol cắt trục tung tại điểm có hoành độ bằng 0 và tung độ âm nên thay $x=0$ vào $y=ax^2+bx+c$ suy ra $c<0$.

+) Parabol có trục đối xứng nằm bên phải trục tung nên $x=-\frac{b}{2a}>0$ mà $a<0$ nên $b>0$.

Vậy $a<0,b>0,c<0$.

Câu 72: Cho đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0,b=0,c>0$. **B.** $a>0,b>0,c>0$. **C.** $a>0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b>0,c>0$.

Lời giải

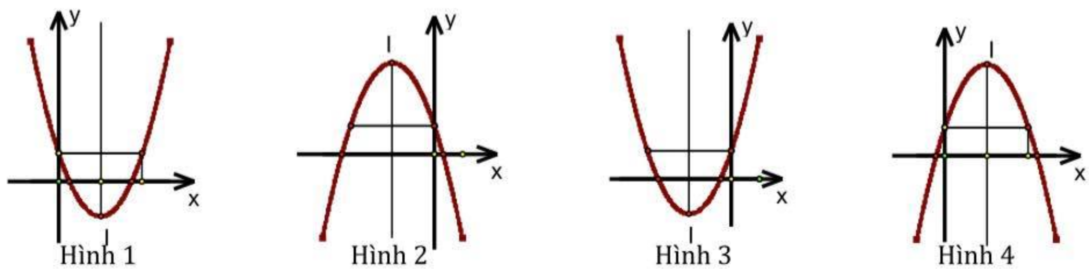
Chọn C

Từ dáng đồ thị ta có $a>0$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $c>0$.

Hoành độ đỉnh $-\dfrac{b}{2a}>0$ mà $a>0$ suy ra $b<0$.

Câu 73: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có $a<0;b<0;c>0$ thì đồ thị (P) của hàm số là hình nào trong các hình dưới đây



A. hình (4). **B.** hình (3). **C.** hình (2). **D.** hình (1).

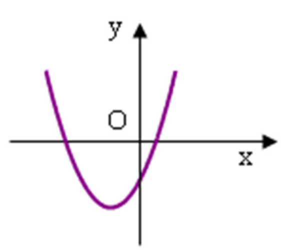
Lời giải

Chọn C

Vì $a<0$ nên đồ thị có bề lõm hướng xuống dưới $\Rightarrow$ loại hình, hình.

$a<0;b<0\Rightarrow\dfrac{-b}{2a}<0$ nên trục đối xứng của (P) nằm bên trái trục tung. Vậy hình thỏa mãn nên chọn đáp án **C.**

Câu 74: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b>0,c<0$. **C.** $a>0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b<0,c>0$.

Lời giải

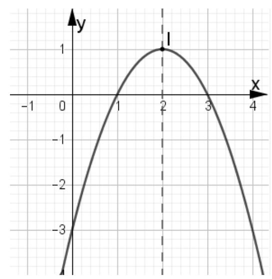
Chọn B

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm nằm phía dưới trục Ox nên $C<0$

Đồ thị có bề lõm hướng lên do đó $a>0$

Tọa độ đỉnh nằm ở góc phần tư thứ III nên $\frac{-b}{2a}<0 \Rightarrow b>0$.

Câu 75: Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y=-x^2+4x-3$. **B.** $y=-x^2-4x-3$. **C.** $y=-2x^2-x-3$. **D.** $y=x^2-4x-3$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị có bề lõm quay xuống dưới nên $a<0$. Loại phương án **D.**

Trục đối xứng: $x=2$ do đó **Chọn A**

Câu 76: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào ?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$+\infty$ ↘	2	↗ $+\infty$

A. $y=2x^2-4x+4$. **B.** $y=-3x^2+6x-1$. **C.** $y=x^2+2x-1$. **D.** $y=x^2-2x+2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $a>0$. Loại ***B***.

Tọa độ đỉnh $I(1;2) \Rightarrow -\frac{b}{2a}=1>0$. Suy ra $b<0$. Loại. ***C***.

Thay $x=1 \Rightarrow y=2$. Loại ***D***.

Câu 77: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y	$+\infty$ ↘	-4	↗ $+\infty$

A. $y=x^2-4x$. **B.** $y=x^2+4x$. **C.** $y=-x^2+4x$. **D.** $y=-x^2-4x$.

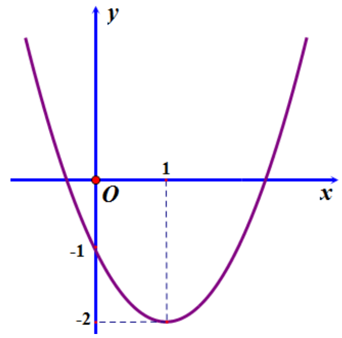
Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên suy ra hệ số $a>0$. Loại **C, D**

Toạ độ đỉnh $I=(2;-4)$ loại **B**

Câu 78: Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là của hàm số nào trong các phương án A;B;C;D sau đây?



A. $y=x^2+2x-1$. **B.** $y=x^2+2x-2$. **C.** $y=2x^2-4x-2$. **D.** $y=x^2-2x-1$.

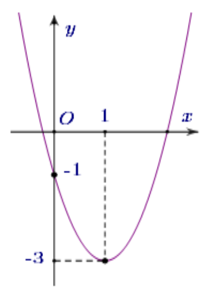
Lời giải

Chọn D

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên loại **B** và **C**

Hoành độ của đỉnh là $x_I=-\dfrac{b}{2a}=1$ nên ta loại A và **Chọn D**

Câu 79: Cho parabol $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình sau



Phương trình của parabol này là

A. $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=2x^2+4x-1$. **C.** $y=x^2-2x-1$. **D.** $y=2x^2-4x-1$.

Lời giải

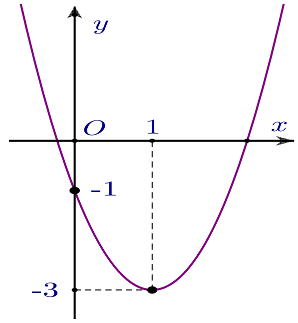
Chọn D

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;-1)$ nên $c=-1$.

Tọa độ đỉnh $I(1;-3)$, ta có phương trình: $\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}=1\\ a.1^2+b.1-1=-3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2a+b=0\\ a+b=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\ b=-4\end{cases}$.

Vậy parabol cần tìm là: $y=2x^2-4x-1$.

Câu 80: Cho parabol $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình sau:



Phương trình của parabol này là

A. $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=2x^2+4x-1$. **C.** $y=x^2-2x-1$. **D.** $y=2x^2-4x-1$.

Lời giải

Chọn D

Do đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên suy ra $c=-1$ (1)

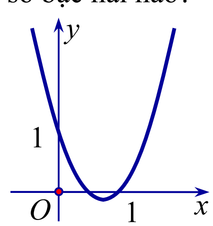
Đồ thị có tọa độ đỉnh $I\left(\frac{-b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)\equiv I(1;-3)$ nên ta có:

$$\begin{cases}\frac{-b}{2a}=1\\ \frac{-\Delta}{4a}=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-2a\\ \Delta=12a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-2a\\ b^2-4ac-12a=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-2a\\ 4a^2-4ac-12a=0\end{cases} \quad (2)$$

Từ và ta có hệ phương trình $\begin{cases}c=-1\\ b=-2a\\ 4a^2-8a=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=-4\\ c=-1\end{cases}$.

Ta được parabol có phương trình là $y=2x^2-4x-1$.

Câu 81: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số bậc hai nào?



A. $y=x^2-3x+1$. **B.** $y=2x^2-3x+1$. **C.** $y=-x^2+3x-1$. **D.** $y=-2x^2+3x-1$.

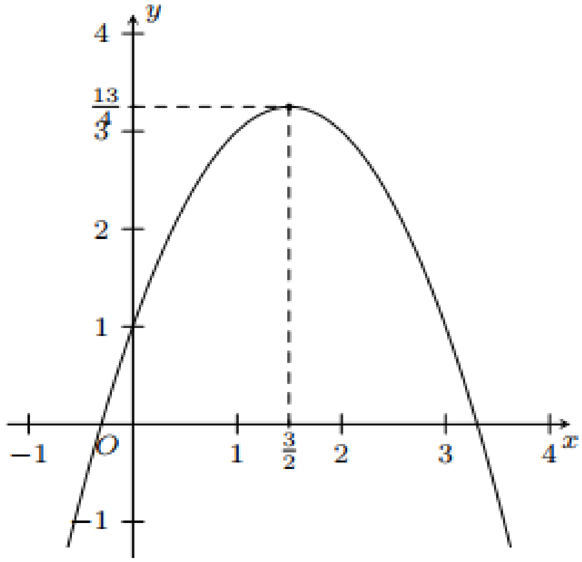
Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ ta có hàm số bậc hai có hệ số $a>0$ nên ta loại đáp án **C,** **D.**

Mặt khác đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(1;0)$, mà điểm $(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số $y=2x^2-3x+1$ và không thuộc đồ thị hàm số $y=x^2-3x+1$ nên ta **Chọn B**

Câu 82: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol như hình vẽ.



Hỏi parabol có phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

A. $y = x^2 + 3x - 1$. **B.** $y = x^2 - 3x - 1$. **C.** $y = -x^2 - 3x - 1$. **D.** $y = -x^2 + 3x + 1$.

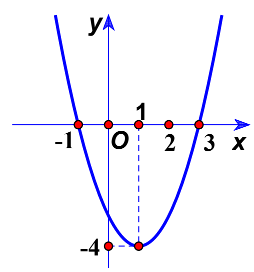
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số là parabol có bề lõm quay xuống nên hệ số $a < 0$. Loại đáp án A, **B.**

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại đáp án **C.**

Câu 83: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là



A. -9. **B.** 9. **C.** -6. **D.** 6.

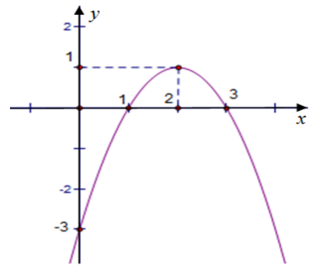
Lời giải

Chọn C

Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1;\ 0)$, $B(1;\ -4)$, $C(3;\ 0)$ nên có hệ phương trình: $\begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$.

Khi đó: $2a + b + 2c = 2.1 - 2 + 2(-3) = -6$.

Câu 84: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên dưới



A. $y=-x^2+2x-3$. **B.** $y=-x^2+4x-3$. **C.** $y=x^2-4x+3$. **D.** $y=x^2-2x-3$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị trên là của hàm số bậc hai với hệ số $a<0$ và có tọa độ đỉnh là $I(2;1)$. Vậy đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y=-x^2+4x-3$.

Câu 85: Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=-x^2+4x$. **B.** $y=-x^2+4x-9$. **C.** $y=x^2-4x-1$. **D.** $y=x^2-4x-5$.

Lời giải

Chọn C

Parabol cần tìm phải có hệ số $a>0$ và đồ thị hàm số phải đi qua điểm $(2;-5)$. Đáp án **C** thỏa mãn.

Câu 86: Bảng biến thiên sau đây là bảng biến thiên của hàm số nào?

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$-\infty$

A. $y=x^2+4x$. **B.** $y=-x^2-4x-8$. **C.** $y=-x^2-4x+8$. **D.** $y=-x^2-4x$.

Lời giải

Chọn B

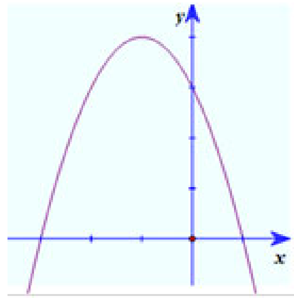
Dựa vào BBT ta thấy:

Parabol có bề lõm quay lên trên nên hệ số $a<0 \Rightarrow$ Loại **A.**

Parabol có đỉnh $I(-2;-4)$ nên thay $x=-2; y=-4$ vào các đáp án B, C, **D.**

Nhận thấy chỉ có đáp án B thỏa mãn.

Câu 87: Cho parabol $y = ax^2 + bc + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Khi đó:

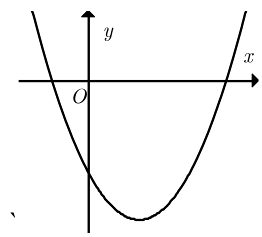
A. $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b < 0, c > 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c > 0$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có bề lõm quay xuống nên $a < 0$, cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$. Đỉnh parabol có hoành độ âm nên $\frac{-b}{2a} < 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 88: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0,\ b < 0,\ c < 0$. **B.** $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$. **C.** $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$. **D.** $a < 0,\ b < 0,\ c < 0$.

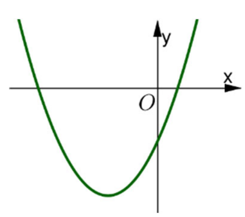
Lời giải

Chọn A

Parabol có bề lõm quay lên $\Rightarrow a > 0$ loại **D.**

Parabol cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$ loại B, **C. Chọn A**

Câu 89: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là parabol trong hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. $a > 0;\ b > 0;\ c > 0$. **B.** $a > 0;\ b < 0;\ c > 0$. **C.** $a > 0;\ b < 0;\ c < 0$. **D.** $a > 0;\ b > 0;\ c < 0$.

Lời giải

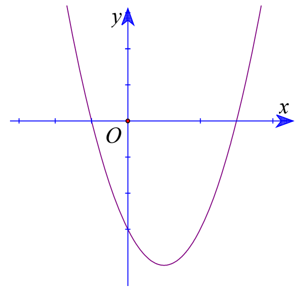
Chọn D

Vì Parabol hướng bề lõm lên trên nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0;c)$ ở dưới $Ox \Rightarrow c < 0$.

Hoành độ đỉnh Parabol là $-\dfrac{b}{2a} < 0$, mà $a > 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 90: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0.$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0.$. **C.** $a > 0, b > 0, c < 0.$. **D.** $a < 0, b < 0, c > 0.$

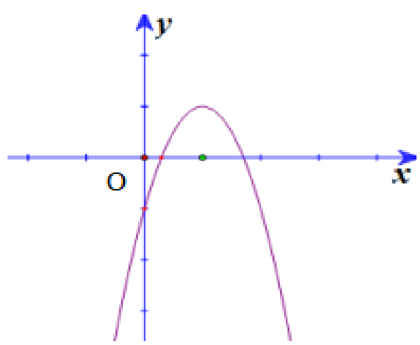
Lời giải

Chọn A

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $(=c)$ âm nên $c<0$. Suy ra loại B,. **D.**

Đồ thị hướng bề lõm lên trên nên $a>0$, hoành độ đỉnh $\left(=\dfrac{-b}{2a}\right)$ dương nên $\dfrac{-b}{2a} > 0, a > 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 91: Cho hàm số $y=ax^2+bx+c$. Có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi mệnh đề nào đúng?



A. $a < 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn A

Nhận xét:

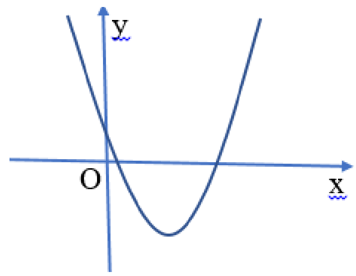
+) Parabol có bề lõm quay xuống dưới nên $a<0$.

+) Parabol cắt trục tung tại điểm có hoành độ bằng 0 và tung độ âm nên thay $x=0$ vào $y=ax^2+bx+c$ suy ra $c<0$.

+) Parabol có trục đối xứng nằm bên phải trục tung nên $x=-\dfrac{b}{2a}>0$ mà $a<0$ nên $b>0$.

Vậy $a<0, b>0, c<0$.

Câu 92: Cho đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0, b=0, c>0$. **B.** $a>0, b>0, c>0$. **C.** $a>0, b<0, c>0$. **D.** $a<0, b>0, c>0$.

Lời giải

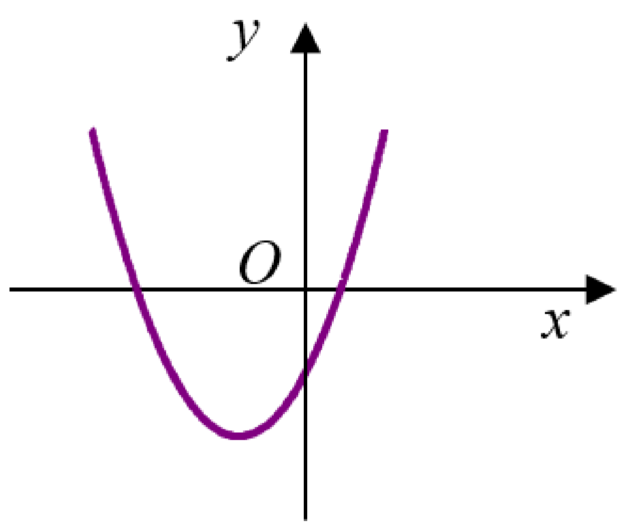
Chọn C

Từ dáng đồ thị ta có $a>0$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $c>0$.

Hoành độ đỉnh $-\dfrac{b}{2a}>0$ mà $a>0$ suy ra $b<0$.

Câu 93: Nếu hàm số $y=ax^2+bx+c$ có đồ thị như sau thì dấu các hệ số của nó là



A. $a>0;\ b>0;\ c>0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c<0$. **C.** $a>0;\ b<0;\ c>0$. **D.** $a>0;\ b>0;\ c<0$.

Lời giải

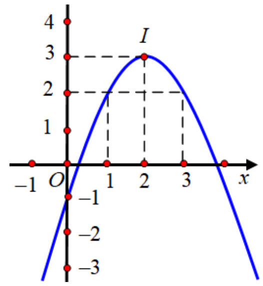
Chọn D

Đồ thị hàm số có bề lõm hướng lên $\Rightarrow a>0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c<0$. Loại **A**, **C**.

Đồ thị hàm số có trục đối xứng bên trái Oy: $\Rightarrow -\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$. Loại **B.**

Câu 94: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $4a + 2b + c$ có giá trị là:



A. 3. **B.** 2. **C.** -3. **D.** 0.

Lời giải

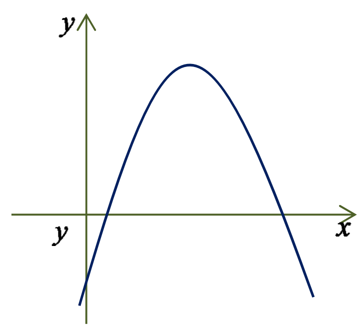
Chọn A

Vì đồ thị hàm số đi qua các điểm $(0;-1)$, $(1;2)$, $(2;3)$ nên thay vào phương trình Parabol ta có

$$\begin{cases} a.0 + b.0 + c = -1 \\ a + b + c = 2 \\ 4a + 2b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow 4a + 2b + c = 3.$$

Vậy $4a + 2b + c = 3$.

Câu 95: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$. **B.** $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$.
C. $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$. **D.** $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$.

Lời giải

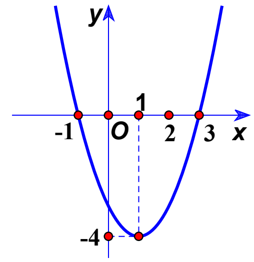
Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta có:

- Bề lõm hướng xuống $\Rightarrow a < 0$.
- Hoành độ đỉnh $x = -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow b > 0$.
- Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$.

Do đó: $a < 0$, $b > 0$, $c < 0$.

Câu 96: Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là



A. -9. **B.** 9. **C.** -6. **D.** 6.

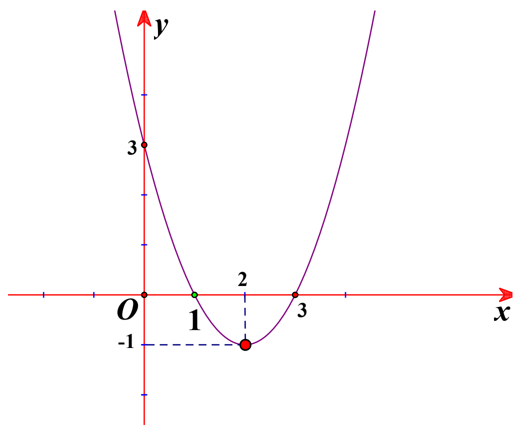
Lời giải

Chọn C

Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ đi qua các điểm $A(-1;\ 0)$, $B(1;\ -4)$, $C(3;\ 0)$ nên có hệ phương trình: $\begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = -4 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$.

Khi đó: $2a + b + 2c = 2.1 - 2 + 2(-3) = -6$.

Câu 97: Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây ?



Giá trị của tổng $T = 4a + 2b + c$ là :

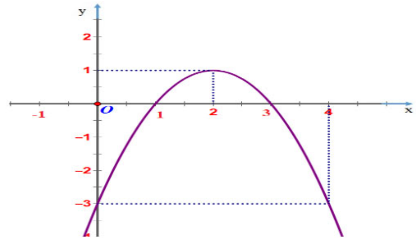
A. $T = 2$. **B.** $T = -1$. **C.** $T = 4$. **D.** $T = 3$.

Lời giải

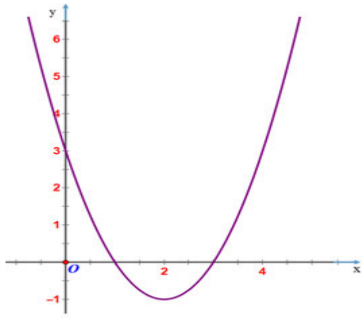
Chọn B

Đồ thị đã cho đi qua điểm $I(2; -1)$, ta có: $4a + 2b + c = -1$. Vậy $T = -1$.

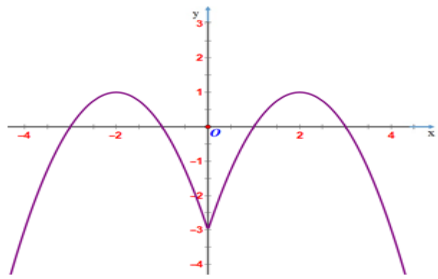
Câu 98: Cho đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x - 3$ có đồ thị như hình vẽ sau



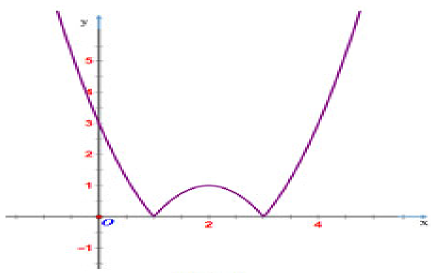
Đồ thị nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \left| -x^2 + 4x - 3 \right|$



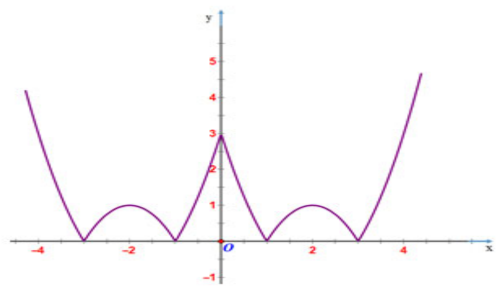
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 2 **B.** Hình 4 **C.** Hình 1 **D.** Hình 3

Lời giải

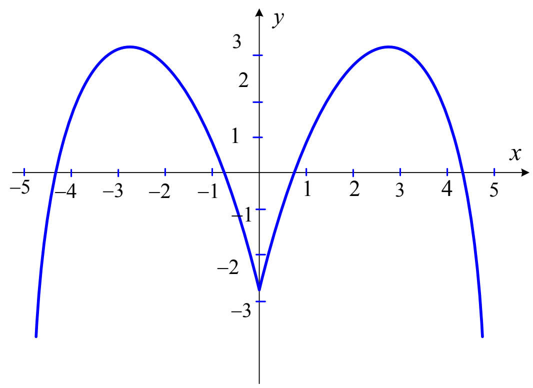
Chọn D

Đồ thị hàm số $y = \left| f(x) \right|$ gồm hai phần

Phần 1: ứng với $y \geq 0$ của đồ thị $y = f(x)$.

Phần 2: lấy đối xứng phần $y < 0$ của đồ thị $y = f(x)$ qua trục Ox .

Câu 99: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình bên?



A. $y=x^2-3x-3$. **B.** $y=-x^2+5|x|-3$. **C.** $y=-x^2-3|x|-3$. **D.** $y=-x^2+5x-3$.

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta loại **A.** và **D.** Phần đồ thị bên phải trục tung là phần đồ thị (P) của hàm số $y=-x^2+5x-3$ với $x>0$, tọa độ đỉnh của (P) là $\left(\frac{5}{2};\frac{13}{4}\right)$, trục đối xứng là $x=2,5$. Phần đồ thị bên trái trục tung là do lấy đối xứng phần đồ thị bên phải của (P) qua trục tung Oy. Ta được cả hai phần là đồ thị của hàm số $y=-x^2+5|x|-3$.

DẠNG 4. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

Câu 100: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2-4x+1$.

A. -3. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

$y=x^2-4x+1=(x-2)^2-3\geq -3$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x=2$.

Vậy hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất là -3 tại $x=2$.

Câu 101: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+2x+3$ đạt được tại

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y=x^2+2x+3=(x+1)^2+2\geq 2, \forall x\in\mathbb{R}$

Dấu bằng xảy ra khi $x=-1$ nên chọn đáp án **B.**

Câu 102: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^2+x-3$ là

A. -3. **B.** -2. **C.** $\frac{-21}{8}$. **D.** $\frac{-25}{8}$.

Lời giải

Chọn A

$y = 2x^2 + x - 3 = 2(x + \frac{1}{4}) - \frac{25}{8} \geq \frac{-25}{8}$

$y = \frac{-25}{8}$ $khi\ x = \frac{-1}{4}$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2x^2 + x - 3$ là $\frac{-25}{8}$.

Câu 103: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y = -3x^2 + x + 2$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{25}{12}$

B. Hàm số $y = -3x^2 + x + 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{25}{12}$

C. Hàm số $y = -3x^2 + x + 2$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{25}{3}$

D. Hàm số $y = -3x^2 + x + 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{25}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta = 1^2 - 4.(-3).2 = 25$

Vì $a = -3 < 0$ nên hàm số có giá trị lớn nhất là: $\frac{-\Delta}{4a} = \frac{25}{12}$.

Câu 104: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -3x^2 + 2x + 1$ trên đoạn $[1;3]$ là:

A. $\frac{4}{5}$ **B.** 0 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** -20

Lời giải

Chọn B

Ta có $-\frac{b}{2a} = \frac{1}{3}$ và $a = -3 < 0$. Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Mà $[1;3] \subset \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Do đó trên đoạn $[1;3]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x = 1$, tức là $\max_{[1;3]} f(x) = f(1) = 0$.

Câu 105: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2}{x^2 - 5x + 9}$ bằng:

A. $\frac{11}{8}$ **B.** $\frac{11}{4}$ **C.** $\frac{4}{11}$ **D.** $\frac{8}{11}$

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = x^2 - 5x + 9$ có giá trị nhỏ nhất là $\frac{11}{4} > 0$.

Suy ra hàm số $y=\dfrac{2}{x^2-5x+9}$ có giá trị lớn nhất là $\dfrac{2}{\frac{11}{4}}=\dfrac{8}{11}$.

Câu 106: Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^2-4x+3$ trên miền $[-1;4]$ là

A. -1. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Xét trên miền $[-1;4]$ thì hàm số có bảng biến thiên là

x	-1		2		4
y	8	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3

Từ bảng biến thiên suy ra: Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 8 và giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -1 nên tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất là $8+(-1)=7$.

Câu 107: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2-2|x|$ là:

A. 1 **B.** 0 **C.** -1 **D.** -2

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Đặt $t=|x|, t\geq 0$.

Hàm số $f(t)=t^2-2t$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $t=1>0$.

Vậy hàm số $y=x^2-2|x|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng -1 khi $|x|=1\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Cách 2: Ta có

$y=x^2-2|x|=(|x|-1)^2-1\geq -1\ \forall x$; $y=-1\Leftrightarrow |x|=1\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là -1.

Câu 108: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+4|x|+3$ là:

A. -1 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 3

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2\geq 0\ \forall x, |x|\geq 0\ \forall x$.

Suy ra $x^2+4|x|+3\geq 3\ \forall x$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=0$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là 3.

Câu 109: Cho hàm số $y=\begin{cases} x^2-2x-8 & \text{khi } x\leq 2 \\ 2x-12 & \text{khi } x>2 \end{cases}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số khi $x\in[-1;4]$. Tính $M+m$.

A. -14. **B.** -13. **C.** -4. **D.** -9.

Lời giải

Chọn B

BBT

x	-1		1		2		4
y	-5	$\searrow$	-9	$\nearrow$	-8	$\nearrow$	-4

Dựa vào BBT ta có $M=-4, m=-9$.

Vậy $M+m=-4+(-9)=-13$.

Câu 110: Tìm giá trị thực của tham số $m\neq 0$ để hàm số $y=mx^2-2mx-3m-2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{2m}{2m}=1$, suy ra $y=-4m-2$.

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10 khi và chỉ khi

$$\frac{m}{2}>0\Leftrightarrow m>0\Leftrightarrow\begin{cases} m>0 \\ -4m-2=-10 \end{cases}\Leftrightarrow m=2.$$

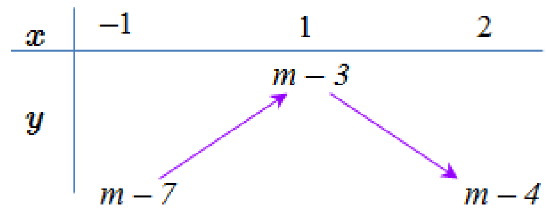
Câu 111: Hàm số $y=-x^2+2x+m-4$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;2]$ bằng 3 khi m thuộc

A. $(-\infty;5)$. **B.** $[7;8)$. **C.** $(5;7)$. **D.** $(9;11)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=-x^2+2x+m-4$ trên đoạn $[-1;2]$.



Hàm số đạt GTLN trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng 3 khi và chỉ khi $m-3=3 \Leftrightarrow m=6$.

Câu 112: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+2mx+5$ bằng 1 khi giá trị của tham số m là

A. $m=\pm 4$. **B.** $m=4$. **C.** $m=\pm 2$. **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=x^2+2mx+5$ có $a=1>0$ nên hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=-\dfrac{b}{2a}$.

Theo đề bài ta có $y\left(-\dfrac{b}{2a}\right)=1 \Leftrightarrow y\left(-m\right)=1 \Leftrightarrow m^2-2m^2+5=1 \Leftrightarrow m^2=4 \Leftrightarrow m=\pm 2$.

Câu 113: Giá trị của tham số m để hàm số $y=x^2-2mx+m^2-3m-2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $m\in\left[-1;0\right)$. **B.** $m\in\left(\dfrac{3}{2};5\right)$. **C.** $m\in\left(-\dfrac{5}{2};-1\right)$. **D.** $m\in\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=x^2-2mx+m^2-3m-2=\left(x-m\right)^2-3m-2\ge -3m-2 \quad \forall x\in\mathbb{R}$.

Đẳng thức xảy ra khi $x=m$. Vậy $\min\limits_{\mathbb{R}} y=-3m-2$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow -3m-2=-10 \Leftrightarrow m=\dfrac{8}{3}$.

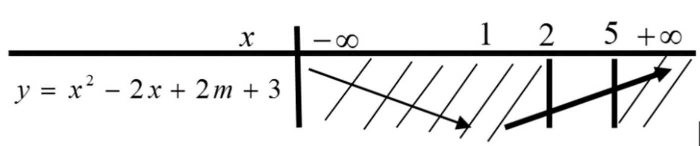
Câu 114: Tìm m để hàm số $y=x^2-2x+2m+3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[2;5\right]$ bằng -3.

A. $m=0$. **B.** $m=-9$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hàm số $y=x^2-2x+2m+3$ có hệ số $a=1>0, b=-2$, trục đối xứng là đường thẳng $x=-\dfrac{b}{2a}=1$ nên có bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên đoạn $[2;5]$ suy ra giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2;5]$ bằng $f(2)$. Theo giả thiết $f(2)=-3 \Leftrightarrow 2m+3=-3 \Leftrightarrow m=-3$.

Câu 115: Tìm m để hàm số $y=x^2-2x+2m+3$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[2;5]$ bằng -3.

A. $m=-3$. **B.** $m=-9$. **C.** $m=1$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn A

Vì $y=x^2-2x+2m+3$ có $a=1>0$ nên hàm số đồng biến trong khoảng $(1;+\infty)$. Như vậy trên đoạn $[2;5]$ hàm số đồng biến. Do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2;5]$ là $y(2)=2m+3$.

$y(2)=-3 \Leftrightarrow 2m+3=-3 \Leftrightarrow m=-3$.

Câu 116: Tìm số các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^2+(2m+1)x+m^2-1$ trên đoạn $[0;1]$ là bằng 1.

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Chọn C

Ta có $-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{-(2m+1)}{2};\Delta=4m+5$.

Vì $a>0$ nên đồ thị hàm số là một parabol quay bề lõm lên trên và có điểm thấp nhất là đỉnh $I\left(\dfrac{-b}{2a};\dfrac{-\Delta}{4a}\right)$.

Từ đó ta xét các trường hợp sau:

* Trường hợp 1:

$$\frac{-b}{2a}\in(0;1)\Leftrightarrow 0<\frac{-(2m+1)}{2}<1$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3}{2}<m<\frac{-1}{2}.$$

Khi đó $\min\limits_{[0;1]} f(x)=\dfrac{-\Delta}{4a}=\dfrac{-(4m+5)}{4}$.

Vậy ta phải có $\dfrac{-(4m+5)}{4}=1$

$\Leftrightarrow m=\dfrac{-9}{4}$).

* Trường hợp 2:

$$\frac{-b}{2a}\le 0\Leftrightarrow \frac{-(2m+1)}{2}\le 0\Leftrightarrow m\ge\frac{-1}{2}.$$

Khi đó $\min\limits_{[0;1]} f(x) = f(0) = m^2 - 1$.

Ta phải có $m^2 - 1 = 1 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$.

Chỉ có $m = -\sqrt{2}$ thỏa mãn (2).

* Trường hợp 3:

$\frac{-b}{2a} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{-(2m+1)}{2} \geq 1 \Leftrightarrow m \leq \frac{-3}{2}$.

Khi đó $\min\limits_{[0;1]} f(x) = f(1) = m^2 + 2m + 1$.

Ta phải có $m^2 + 2m + 1 = 1 \Leftrightarrow m = 0$ hoặc $m = -2$.

Chỉ có $m = -2$ thỏa mãn (3).

Vậy $m \in \{-2; -\sqrt{2}\}$.

Câu 117: Cho hàm số $y = 2x^2 - 3(m+1)x + m^2 + 3m - 2$, m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số là lớn nhất.

A. $m = -2$ **B.** $m = 1$ **C.** $m = 3$ **D.** $m = 5$

Lời giải

Chọn C

Hàm số bậc hai với hệ số $a = 2 > 0$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3(m+1)}{4}$ và

$y_{\min} = y\left(\frac{3(m+1)}{4}\right) = -\frac{1}{8}m^2 + \frac{3}{4}m - \frac{25}{8} = -\frac{1}{8}(m-3)^2 - 2 \leq -2$.

Dấu bằng xảy ra khi $m = 3$.

Câu 118: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị dương của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S.

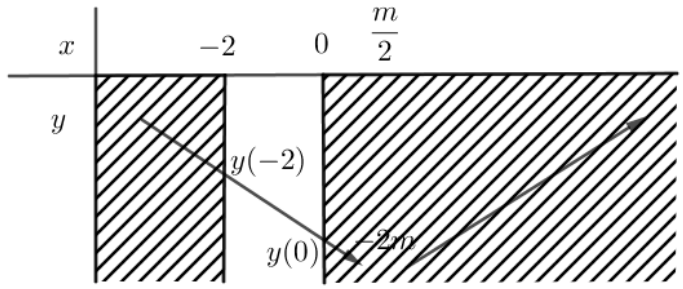
A. $T = 3$. **B.** $T = \frac{1}{2}$. **C.** $T = \frac{9}{2}$. **D.** $T = -\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có đỉnh $I\left(\frac{m}{2}; -2m\right)$.

Do $m > 0$ nên $\frac{m}{2} > 0$. Khi đó đỉnh $I \notin [-2;0]$.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;0]$ là $y(0) = 3$ tại $x = 0$.

$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m_1 = 3 \\ m_2 = -1 < 0 \end{array}\right. \Rightarrow S = \{3\}$.

DẠNG 5. SỰ TƯƠNG GIAO GIỮA PARABOL VỚI ĐỒ THỊ CÁC HÀM SỐ

Câu 119: Giao điểm của parabol $(P): y = x^2 - 3x + 2$ với đường thẳng $y = x - 1$ là:

A. $(1;0);(3;2)$. **B.** $(0;-1);(-2;-3)$. **C.** $(-1;2);(2;1)$. **D.** $(2;1);(0;-1)$.

Lờigiải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm:

$x^2 - 3x + 2 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

$x = 1 \Rightarrow y = x - 1 = 0$

$x = 3 \Rightarrow y = x - 1 = 2$

Hai giao điểm là: $(1;0);(3;2)$.

Câu 120: Tọa độ giao điểm của $(P): y = x^2 - 4x$ với đường thẳng $d: y = -x - 2$ là

A. $M(0;-2)$, $N(2;-4)$. **B.** $M(-1;-1)$, $N(-2;0)$.

C. $M(-3;1)$, $N(3;-5)$. **D.** $M(1;-3)$, $N(2;-4)$.

Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm của (P) và d là nghiệm của phương trình:

$x^2 - 4x = -x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và d là $M(1;-3)$, $N(2;-4)$.

Câu 121: Tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: y = -x + 4$ và parabol $y = x^2 - 7x + 12$ là

A. $(-2;6)$ và $(-4;8)$. **B.** $(2;2)$ và $(4;8)$. **C.** $(2;-2)$ và $(4;0)$. **D.** $(2;2)$ và $(4;0)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-7x+12=-x+4 \Leftrightarrow x^2-6x+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \Rightarrow y=2 \\ x=4 \Rightarrow y=0 \end{array}\right.$.

Câu 122: Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y=1-x$ với $(P): y=x^2-2x+1$ là

A. $x=0;\ x=1.$ **B.** $x=1.$ **C.** $x=0;\ x=2.$ **D.** $x=0.$

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm

$1-x=x^2-2x+1 \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Câu 123: Gọi $A(a;b)$ và $B(c;d)$ là tọa độ giao điểm của $(P): y=2x-x^2$ và $\Delta: y=3x-6$. Giá trị của $b+d$ bằng.

A. 7. **B.** -7. **C.** 15. **D.** -15.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $2x-x^2=3x-6 \Leftrightarrow x^2+x-6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \Rightarrow y=0 \\ x=-3 \Rightarrow y=-15 \end{array}\right.$

$b+d=-15$

Câu 124: Cho hai parabol có phương trình $y=x^2+x+1$ và $y=2x^2-x-2$. Biết hai parabol cắt nhau tại hai điểm A và B ($x_A<x_B$). Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=4\sqrt{2}$ **B.** $AB=2\sqrt{26}$ **C.** $AB=4\sqrt{10}$ **D.** $AB=2\sqrt{10}$

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol:

$2x^2-x-2=x^2+x+1 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

$x=-1 \Rightarrow y=1; x=3 \Rightarrow y=13$, do đó hai giao điểm là $A(-1;1)$ và $B(3;13)$.

Từ đó $AB=\sqrt{(3+1)^2+(13-1)^2}=4\sqrt{10}$.

Câu 125: Giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=x^2+3x+m$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt?

A. $m<-\frac{9}{4}$. **B.** $m>-\frac{9}{4}$. **C.** $m>\frac{9}{4}$. **D.** $m<\frac{9}{4}$.

Lời giải

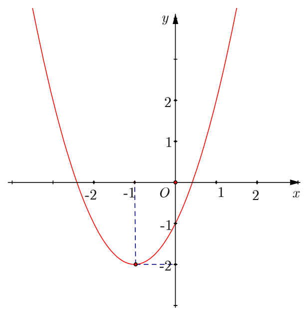
Chọn D

Cho $x^2+3x+m=0$

Để đồ thị cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt khi phương trình có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow 3^2 - 4m > 0 \Leftrightarrow 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{9}{4}$.

Câu 126: Hàm số $y = x^2 + 2x - 1$ có đồ thị như hình bên. Tìm các giá trị m để phương trình $x^2 + 2x + m = 0$ vô nghiệm.



A. $m < -2$. **B.** $m < -1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m > 1$.

Lời giải

Chọn D

$x^2 + 2x + m = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = -m - 1 \ (*)$

Số nghiệm của phương trình $(*)$ chính là số giao điểm của parabol $y = x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = -m - 1$.

Ycbt $\Rightarrow m > 1$.

Câu 127: Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong nửa khoảng $[-10;-4)$ để đường thẳng $d: y = -(m+1)x + m + 2$ cắt parabol $(P): y = x^2 + x - 2$ tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung?

A. 6 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 8

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P):

$$x^2 + x - 2 = -(m+1)x + m + 2 \Leftrightarrow x^2 + (m+2)x - m - 4 = 0 \ (*).$$

d cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm về cùng một phía đối với trục tung khi và chỉ khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 8m + 20 > 0 \\ -m - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -4$.

Vậy có 6 giá trị m nguyên trong nửa khoảng $[-10;-4)$ thỏa mãn ycbt.

Câu 128: Cho parabol $(P): y = x^2 - mx$ và đường thẳng $(d): y = (m+2)x + 1$, trong đó m là tham số. Khi parabol và đường thẳng cắt nhau tại hai điểm phân biệt M, N, tập hợp trung điểm I của đoạn thẳng MN là:

A. một parabol **B.** một đường thẳng **C.** một đoạn thẳng **D.** một điểm

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$x^2 - mx = (m+2)x + 1$

$\Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x - 1 = 0$.

có *a, c* trái dấu nên luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi *m*. Do đó (P) và (d) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt với mọi *m*. Khi đó x_M, x_N là hai nghiệm phân biệt của.

Theo Viet ta có $x_M + x_N = 2(m+1)$.

Ta có $x_I = \dfrac{x_M + x_N}{2} = m+1$.

Suy ra $y_I = (m+2)(m+1)+1$

$= (m+1)^2 + (m+1) + 1 = x_I^2 + x_I + 1$.

Vậy I luôn thuộc parabol $y = x^2 + x + 1$ với mọi *m*.

Chú ý: Cho hai điểm $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB là $I\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Câu 129: Cho hàm số $y = x^2 + 3x$ có đồ thị (P). Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + m^2$ cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trung điểm I của đoạn AB nằm trên đường thẳng $d': y = 2x + 3$. Tổng bình phương các phần tử của S là

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là: $x^2 + 3x = x + m^2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - m^2 = 0$.

Để d cắt (P) tại 2 điểm phân biệt $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 + m^2 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Gọi x_1; x_2 là 2 nghiệm của phương trình, khi đó $A(x_1; x_1 + m^2)$, $B(x_2; x_2 + m^2)$

$\Rightarrow I\left(\dfrac{x_1 + x_2}{2}; \dfrac{x_1 + x_2 + 2m^2}{2}\right)$

Theo Vi ét ta có $x_1 + x_2 = -2$; $x_1.x_2 = -m^2$ nên $I(-1; m^2 - 1)$.

Vì I thuộc d' nên $m^2 - 1 = 1 \Leftrightarrow m^2 = 2 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{2}$.

Câu 130: Cho hàm số $y=2x^2-3x-5$. Giá trị của tham số m để đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng $y=4x+m$ tại hai điểm phân biệt $A(x_1\,;\,y_1)$, $B(x_2\,;\,x_2)$ thỏa mãn $2x_1^2+2x_2^2=3x_1x_2+7$ là

A. -10. **B.** 10. **C.** -6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $2x^2-3x-5=4x+m \Leftrightarrow 2x^2-7x-5-m=0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\Delta=(-7)^2-4.2(-m-5)>0$

$\Leftrightarrow 8m+89>0 \Leftrightarrow m>-\dfrac{89}{8}$.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của nên theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{7}{2} \\ x_1.x_2=\dfrac{-5-m}{2} \end{cases}$.

$2x_1^2+2x_2^2=3x_1x_2+7 \Leftrightarrow 2(x_1+x_2)^2-7x_1x_2-7=0 \Leftrightarrow 2\left(\dfrac{7}{2}\right)^2-7.\left(\dfrac{-5-m}{2}\right)-7=0$

$\Leftrightarrow 70+7m=0 \Leftrightarrow m=-10$.

Vậy $m=-10$ là giá trị cần tìm.

Câu 131: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đường thẳng $y=mx-3$ không có điểm chung với Parabol $y=x^2+1$?

A. 6. **B.** 9. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2+1=mx-3 \Leftrightarrow x^2-mx+4=0$

Đường thẳng $y=mx-3$ không có điểm chung với Parabol $y=x^2+1$ $\Leftrightarrow$ Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta<0 \Leftrightarrow m^2-16<0 \Leftrightarrow -4<m<4$.

Vì $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

Câu 132: Tìm tất cả các giá trị m để đường thẳng $y=mx+3-2m$ cắt parabol $y=x^2-3x-5$ tại 2 điểm phân biệt có hoành độ trái dấu.

A. $m<-3$. **B.** $-3<m<4$. **C.** $m<4$. **D.** $m\le 4$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-3x-5=mx+3-2m \Leftrightarrow x^2-(m+3)x+2m-8=0$ $(*)$.

Đường thẳng cắt parabol tại hai điểm phân biệt có hoành độ trái dấu khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow a.c<0 \Leftrightarrow 2m-8<0 \Leftrightarrow m<4$.

Câu 133: Tìm m để Parabol $(P): y = x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2 = 1$.

A. $m = 2$. **B.** Không tồn tại m. **C.** $m = -2$. **D.** $m = \pm 2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành: $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ (1).

Parabol (P) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2 = 1$

$\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1.x_2 = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m+1)^2 - (m^2 - 3) > 0 \\ m^2 - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m = \pm 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 134: Cho parabol $(P): y = x^2 + 2x - 5$ và đường thẳng $d: y = 2mx + 2 - 3m$. Tìm tất cả các giá trị m để (P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên phải của trục tung.

A. $1 < m < \frac{7}{3}$. **B.** $m > 1$. **C.** $m > \frac{7}{3}$. **D.** $m < 1$

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$x^2 + 2x - 5 = 2mx + 2 - 3m \Leftrightarrow x^2 + 2(1-m)x - 7 + 3m = 0$ $(*)$

(P) cắt d tại hai điểm phân biệt nằm về phía bên phải của trục tung khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ \frac{-b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-m)^2 + 7 - 3m > 0 \\ -2(1-m) > 0 \\ -7 + 3m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 5m + 8 > 0 \\ 1 - m < 0 \\ 3m - 7 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m > \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{7}{3}.$$

Vậy $m > \frac{7}{3}$.

Câu 135: Gọi T là tổng tất cả các giá trị của tham số m để parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB$. Tính T.

A. $T = -9$. **B.** $T = \frac{3}{2}$. **C.** $T = -15$. **D.** $T = 3$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox là: $x^2-4x+m=0$ (1).

(P) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A,B thỏa mãn $OA=3OB \Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $|x_1|=3|x_2|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta' > 0\\ \left[\begin{array}{l} x_1=3x_2\\ x_1=-3x_2\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4-m>0\\ \left[\begin{array}{l} x_1=3x_2\\ x_1=-3x_2\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m<4\\ \left[\begin{array}{l} x_1=3x_2\\ x_1=-3x_2\end{array}\right.\end{cases}.$$

Mặt khác, theo định lý Viet cho phương trình (1) thì: $\begin{cases}x_1+x_2=4\\ x_1.x_2=m\end{cases}$.

Với $x_1=3x_2 \Rightarrow x_1=3$, $x_2=1 \Rightarrow m=3$ thỏa mãn.

Với $x_1=-3x_2 \Rightarrow x_1=6$, $x_2=-2 \Rightarrow m=-12$ thỏa mãn.

Có hai giá trị của m là $m=3$ và $m=-12$.

Vậy $T=-9$. Chọn đáp án **A.**

Câu 136: Tìm m để Parabol $(P): y=x^2-2(m+1)x+m^2-3$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2=1$.

A. $m=2$. **B.** Không tồn tại m. **C.** $m=-2$. **D.** $m=\pm 2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) với trục hoành: $x^2-2(m+1)x+m^2-3=0$ (1).

Parabol (P) cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1.x_2=1$

$\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1.x_2=1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=(m+1)^2-(m^2-3)>0\\ m^2-3=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>-2\\ m=\pm 2\end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

Câu 137: Cho parabol $(P): y=ax^2+bx+c$. Tìm $a-b+c$, biết rằng đường thẳng $y=-2,5$ có một điểm chung duy nhất với (P) và đường thẳng $y=2$ cắt (P) tại hai điểm có hoành độ là -1 và 5.

A. $a-b-c=-2$ **B.** $a-b-c=2$ **C.** $a-b-c=1$ **D.** $a-b-c=-1$

Lời giải

Chọn D

Vì đường thẳng $y=-2,5$ có một điểm chung duy nhất với (P) và đường thẳng $y=2$ cắt (P) tại hai điểm có hoành độ là -1 và 5 nên suy ra tọa độ đỉnh của (P) là:

$$\left(\frac{-1+5}{2};2,5\right)=(2;2,5).$$

Vậy (P) đi qua ba điểm $(2;2,5)$, $(-1;2)$ và $(5;2)$.

Từ đó ta có hệ

$$\begin{cases} a-b+c=2 \\ 25a+5b+c=2 \\ 4a+2b+c=2,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{10} \\ b=\dfrac{-4}{10} \\ c=\dfrac{15}{10} \end{cases}.$$

Vậy $a-b-c=-1$.

Câu 138: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^2-2|x|+1-m=0$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số

Lời giải

Chọn A

Cách 1: $x^2-2|x|+1-m=0 \Leftrightarrow x^2-2|x|+1=m$ $(*)$. Số nghiệm của $(*)$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2-2|x|+1$ và đường thẳng $y=m$.

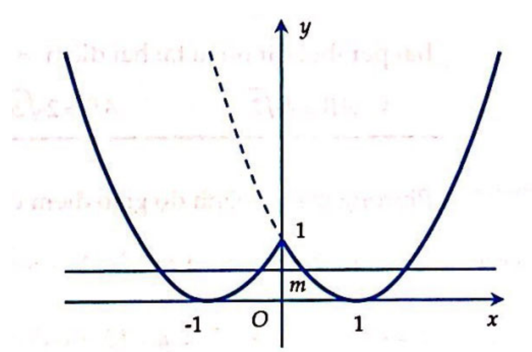
Dễ thấy hàm số $y=x^2-2|x|+1$ là một hàm số chẵn, do đó có đồ thị đối xứng qua trục *Oy*. Mặt khác ta có $y=x^2-2|x|+1=x^2-2x+1$ với $x \ge 0$.

Từ đó ta có cách vẽ đồ thị hàm số $y=x^2-2|x|+1$ như sau:

- Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y=x^2-2x+1$;

- Bước 2: Xóa phần nằm bên trái trục tung của đồ thị hàm số $y=x^2-2x+1$;

- Bước 3: Lấy đối xứng phần nằm bên phải trục tung của đồ thị hàm số $y=x^2-2x+1$ qua trục tung.



Quan sát trên đồ thị ta thấy đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^2-2|x|+1$ tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi $0<m<1$. Suy ra không có giá trị nguyên nào của m để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt.

Cách 2: Đặt $t=|x|, t\ge 0$. Phương trình đã cho trở thành $t^2-2t+1-m=0$.

Ta thấy với $t=0$ thì $x=0$, với $t>0$ thì $x=\pm t$.

Do đó để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt thì phải có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}1-(1-m)>0\\ 2>0\\ 1-m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m>0\\ m<1\end{cases} \Leftrightarrow 0<m<1.$$

Do đó không có giá trị nguyên nào của m để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt.

Câu 139: Biết $S=(a;b)$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=|x^2-4x+3|$ tại bốn điểm phân biệt. Tìm $a+b$.

A. $a+b=1$ **B.** $a+b=-1$ **C.** $a+b=2$ **D.** $a+b=-2$

Lời giải

Chọn A

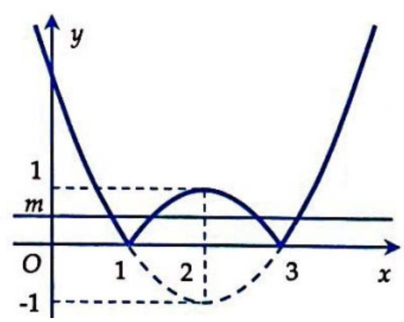
Ta có $y=|x^2-4x+3|=\begin{cases}x^2-4x+3 \text{ khi } x^2-4x+3\ge 0\\ -(x^2-4x+3) \text{ khi } x^2-4x+3<0\end{cases}$.

Từ đó ta có cách vẽ đồ thị hàm số $y=|x^2-4x+3|$:

- Bước 1: Vẽ đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$;

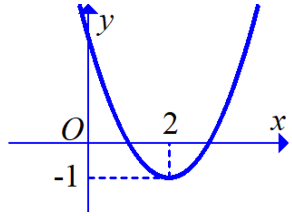
- Bước 2: Giữ nguyên phần nằm trên trục Ox của đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$;

- Bước 3: Lấy đối xứng phần nằm dưới trục Ox của đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$.



Quan sát đồ thị ta thấy đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=|x^2-4x+3|$ tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi $0<m<1$. Vậy $S=(0;1)$. Suy ra $a+b=1$.

Câu 140: Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ. Với những giá trị nào của tham số m thì phương trình $|f(x)|=m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

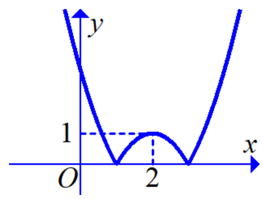


A. $0 < m < 1$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $m = -1$; $m = 3$. **D.** $m > 3$.

Lời giải

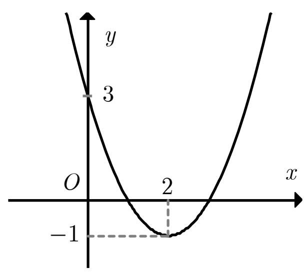
Chọn A

Số nghiệm của phương trình $|f(x)| = m$ là số giao điểm của đồ thị $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = m$. Ta có đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ như hình vẽ dưới đây.



Do đó phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$.

Câu 141: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $f(|x|) + 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt



A. $m = 4$. **B.** $m > 0$. **C.** $m > -1$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Chọn A

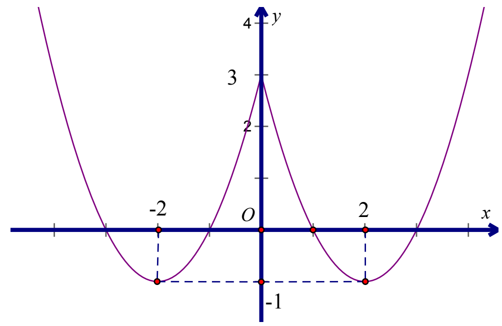
Đồ thị hàm số cắt Oy tại $(0;3)$ $\Rightarrow c = 3$

Đồ thị hàm số nhận $(2;-1)$ làm đỉnh nên ta có $\begin{cases} \dfrac{-b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = -1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} b = -4a \\ 4a + 2b = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases}$

Ta có $f(|x|) + 1 = m \Leftrightarrow y = f(|x|) = m - 1$

Ta có đồ thị hàm $y = f(|x|)$ (C) như hình vẽ.



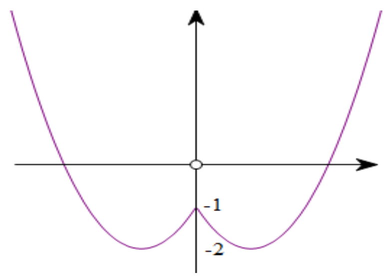
Số nghiệm của phương trình $f\left(|x|\right)+1=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $\left(C\right)$ với đường thẳng $y=m-1 \Leftrightarrow m-1=3 \Leftrightarrow m=4$

Câu 142: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để parabol $\left(P\right): y=x^2-2|x|-1$ cắt đường thẳng $y=m-3$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $-2<m<-1$. **B.** $1<m<2$. **C.** $-2\le m\le -1$. **D.** $1\le m\le 2$.

Lời giải

Chọn B



Hàm số $y=x^2-2|x|-1$ có đồ thị được suy ra từ đồ thị hàm số $y=x^2-2x-1$ bằng cách bỏ phần đồ thị phía trái trục tung và lấy thêm phần đối xứng của phần phía phải trục tung qua trục tung

Đồ thị hàm số $y=x^2-2|x|-1$ cắt đường thẳng $y=m-3$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi $-2<m-3<-1 \Leftrightarrow 1<m<2$.

Câu 143: Với giá trị nào của m thì phương trình $m=\left|x^2-5x+4\right|$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $m\le\dfrac{9}{4}$. **B.** $m\ge\dfrac{9}{4}$. **C.** $m=\dfrac{9}{4}$. **D.** $m=0$.

Lời giải

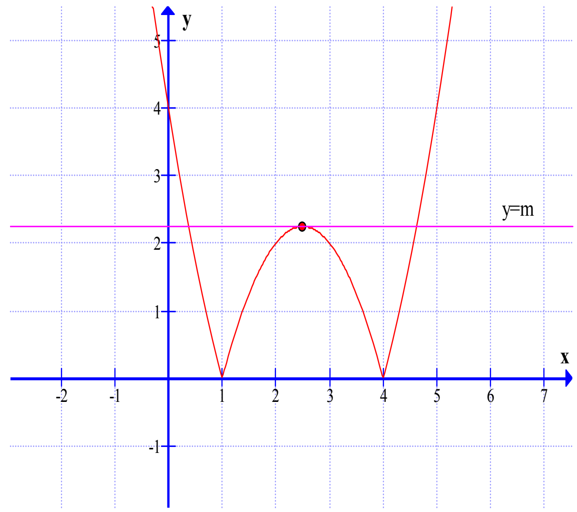
Chọn C

Ta có: $y=\left|x^2-5x+4\right|=\begin{cases}x^2-5x+4 \ \ khi \ \ x^2-5x+4\ge 0\\ -(x^2-5x+4) \ khi \ x^2-5x+4<0\end{cases}$

Giữ nguyên đồ thị $\left(P\right)$ ứng với $y\ge 0$ ta được đồ thị (C_1)

Lấy đối xứng phần đồ thị ứng với $y<0$ ta được đồ thị (C_2)

Vậy $(C)=(C_1)\cup(C_2)$



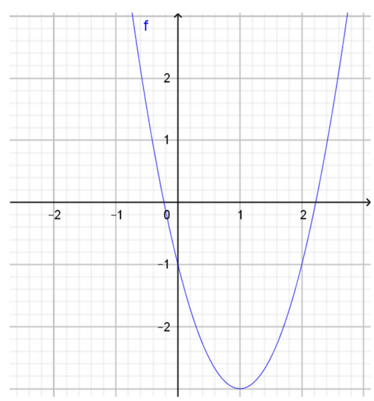
Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm nếu có của đồ thị hàm số $y=\left|x^2-5x+4\right|$ (C) và đường thẳng $y=m$

Yêu cầu bài ra $\Leftrightarrow$ cắt tại 3 điểm phân biệt

-d là đường thẳng song song hoặc trùng với trục hoành

Từ đồ thị hàm số ta suy ra cắt tại 3 điểm phân biệt khi $m=\dfrac{9}{4}$

Câu 144: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ cắt đường $y=m+1$ trên cùng một hệ trục tọa độ tại 4 điểm phân biệt là?



A. $-3<m<0$. **B.** $0<m<3$. **C.** $1<m<4$. **D.** $-1<m<2$.

Lời giải

Chọn D

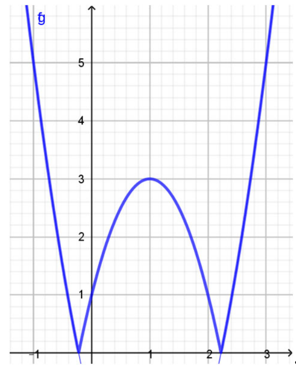
Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$, ta suy ra cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$ như sau:

-Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ ở phía trên trục hoành.

-Lấy đối xứng phần đồ thị dưới trục hoành qua trục hoành.

-Xóa phần đồ thị phía dưới trục hoành.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ ta có đường thẳng $y=mx+1$ cắt đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 0<m+1<3 \Leftrightarrow -1<m<2$.



Câu 145: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=x^2-9|x|$ cắt đường thẳng $y=m$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $m<-3$. **B.** $m>-\frac{81}{4}$. **C.** $-\frac{81}{4}<m<0$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^2-9|x|=m \Leftrightarrow x^2-9|x|-m=0$

Đặt $t=|x|$, $t\geq 0$.

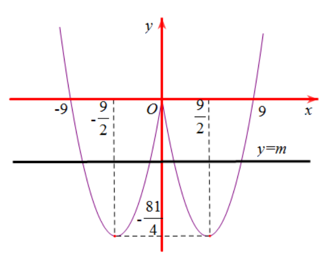
$(1) \Rightarrow t^2-9t-m=0$

Đồ thị hàm số $y=x^2-9|x|$ cắt đường thẳng $y=m$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ S>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 81+4m>0 \\ 9>0 \\ -m>0 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{81}{4}<m<0.$$

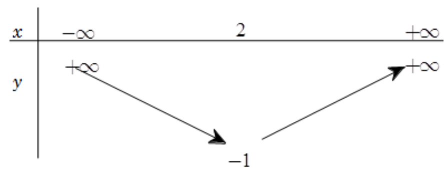
Cách 2:

Vẽ đồ thị hàm số $y=x^2-9|x|$



Dựa vào đồ thị suy ra đồ thị hàm số $y = x^2 - 9|x|$ cắt đường thẳng $y = m$ tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi $-\frac{81}{4} < m < 0$.

Câu 146: Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(2017x - 2018) - 2| = m$ có đúng ba nghiệm.

A. $m = 1$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 2$. **D.** không tồn tại m.

Lời giải

Chọn B

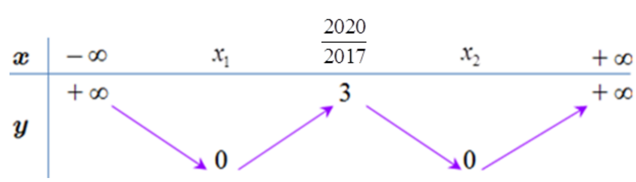
Dựa vào BBT ta thấy hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đạt GTNN bằng -1 tại $x = 2$ và có hệ số $a > 0$. Ta biểu diễn được: $f(x) = a(x-2)^2 - 1 = ax^2 - 4ax + 4a - 1$

Do đó $f(2017x - 2018) = a(2017x - 2020)^2 - 1$

$\Rightarrow f(2017x - 2018) - 2 = a(2017x - 2020)^2 - 3$.

Vậy GTNN của $y = f(2017x - 2018) - 2$ bằng -3 tại $x = \frac{2020}{2017}$.

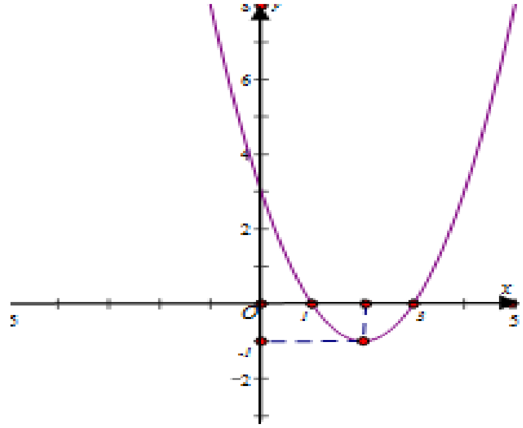
BBT của hàm số $y = |f(2017x - 2018) - 2|$ có dạng:



Số nghiệm của phương trình $|f(2017x - 2018) - 2| = m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |f(2017x - 2018) - 2|$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $|f(2017x - 2018) - 2| = m$ có đúng ba nghiệm khi $m = 3$.

Câu 147: Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $f(x)=x^2-4|x|+3$;gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 8 nghiệm phân biệt. Số phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

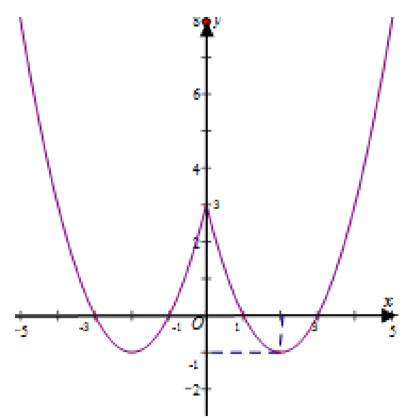
Số nghiệm của phương trình $|f(x)|=m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=g(x)=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$.

Xét $(P_2): y=f(x)=x^2-4|x|+3$;có $y=f(x)$ là hàm số chẵn;nên (P_2) nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Từ đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ (P_1);ta vẽ đồ thị hàm số $y=f(x)=x^2-4|x|+3$ (P_2) như sau:

+) Giữ nguyên phần đồ thị (P_1) bên phải trục Oy.

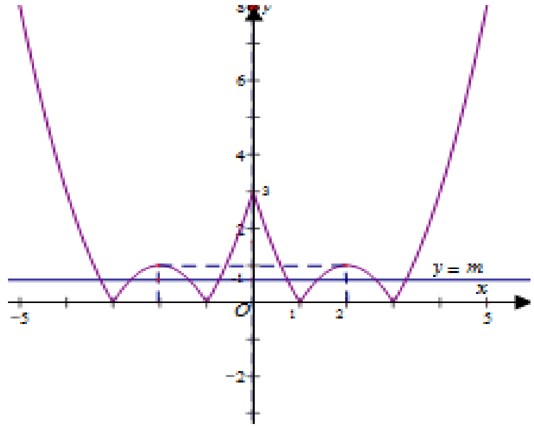
+) Lấy đối xứng phần đồ thị (P_1) bên phải trục Oy qua trục Oy.



Từ đồ thị hàm số $y=f(x)=x^2-4|x|+3$ (P_2) ta vẽ đồ thị hàm số $y=g(x)=|x^2-4|x|+3|$ (P_3) như sau

+) Giữ nguyên phần đồ thị (P_2) nằm trên trục Ox.

+) Lấy đối xứng phần đồ thị (P_2) nằm trên trục Ox qua trục Ox.



Dựa vào đồ thị hàm số $y = g(x) = \left|x^2 - 4|x| + 3\right|$ (P_3) ta có phương trình $|f(x)| = m$ có 8 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$. Vậy không có giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

DẠNG 6. ỨNG DỤNG THỰC TẾ LIÊN QUAN ĐẾN HÀM SỐ BẬC HAI

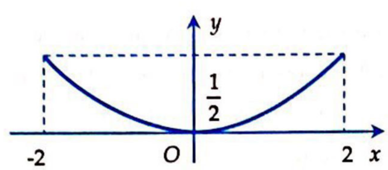
Câu 148: Một chiếc ăng - ten chảo parabol có chiều cao $h = 0,5m$ và đường kính miệng $d = 4m$. Mặt cắt qua trục là một parabol dạng $y = ax^2$. Biết $a = \dfrac{m}{n}$, trong đó m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính $m - n$.

A. $m - n = 7$ **B.** $m - n = -7$ **C.** $m - n = 31$ **D.** $m - n = -31$

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết suy ra parabol $y = ax^2$ đi qua điểm $I\left(2;\dfrac{1}{2}\right)$.



Từ đó ta có $\dfrac{1}{2} = a.2^2 \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{8}$.

Vậy $m - n = 1 - 8 = -7$.

Câu 149: Khi một quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt đến độ cao nào đó rồi rơi xuống. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oth*, trong đó *t* là thời gian kể từ khi quả bóng được đá lên; *h* là độ cao của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá lên, nó đạt độ cao 6m. Hỏi sau bao lâu thì quả bóng sẽ chạm đất kể từ khi được đá lên kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao $1,2$ m và sau 1 giây thì nó đạt độ cao $8,5m$, sau 2 giây nó đạt độ cao $6m$. Tính tổng $a + b + c$.

A. $a + b + c = 18,3$. **B.** $a + b + c = 6,1$.

C. $a+b+c=8,5$. **D.** $a+b+c=-15,9$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết của bài toán ta có hệ phương trình $\begin{cases} c=1,2 \\ a+b+c=8,5 \\ 4a+2b+c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{49}{10} \\ b=\dfrac{61}{5} \\ c=1,2 \end{cases}$

$\Rightarrow a+b+c=\dfrac{17}{2}$.

Câu 150: Một của hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120-x)$ đôi. Hỏi của hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

A. 80 USD. **B.** 160 USD. **C.** 40 USD. **D.** 240 USD.

Lời giải

Chọn A

Gọi y là số tiền lãi của cửa hàng bán giày.

Ta có $y=(120-x)(x-40)=-x^2+160x-4800=-(x-80)^2+1600\le 1600$.

Dấu $"="$ xảy ra $\Leftrightarrow x=80$.

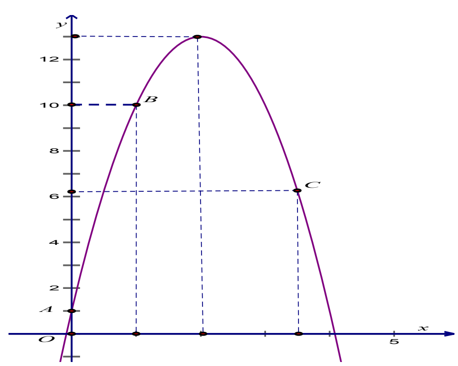
Vậy cửa hàng lãi nhiều nhất khi bán đôi giày với giá 80 USD.

Câu 151: Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao 1 m sau đó 1 giây nó đạt độ cao 10 m và $3,5$ giây nó ở độ cao $6,25$ m. Hỏi độ cao cao nhất mà quả bóng đạt được là bao nhiêu mét?

A. 11 m. **B.** 12 m. **C.** 13 m. **D.** 14 m.

Lời giải

Chọn C



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol nên phương trình có dạng $y=ax^2+bx+c$

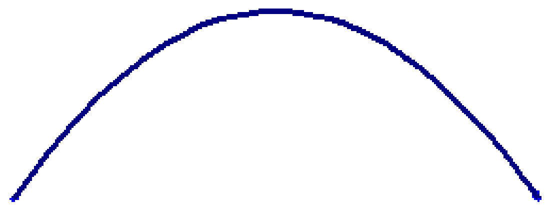
Theo bài ra gắn vào hệ tọa độ và sẽ tương ứng các điểm A, B, C nên ta có

$$\begin{cases} c=1 \\ a+b+c=10 \\ 12,25a+3,5b+c=6,25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=12 \\ c=1 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình parabol là $y=-3x^2+12x+1$.

Parabol có đỉnh $I(2;13)$. Khi đó quả bóng đạt vị trí cao nhất tại đỉnh tức $h=13$ m.

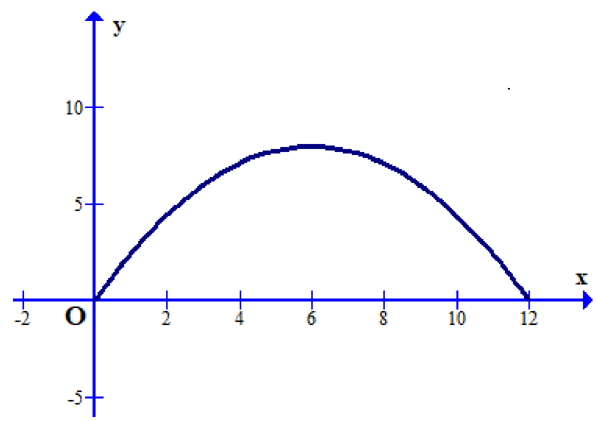
Câu 152: Một chiếc cổng hình parabol có chiều rộng $12\ m$ và chiều cao $8\ m$ như hình vẽ. Giả sử một chiếc xe tải có chiều ngang $6\ m$ đi vào vị trí chính giữa cổng. Hỏi chiều cao h của xe tải thỏa mãn điều kiện gì để có thể đi vào cổng mà không chạm tường?



A. $0<h<6$. **B.** $0<h\le 6$. **C.** $0<h<7$. **D.** $0<h\le 7$.

Lời giải

Chọn D



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Parabol có phương trình dạng $y=ax^2+bx$.

Vì chiếc cổng hình parabol có chiều rộng $12\ m$ và chiều cao, theo hình vẽ ta có parabol đi qua các điểm $(12;0)$ và $(6;8)$, suy ra:

$$\begin{cases} 144a+12b=0 \\ 36a+6b=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{2}{9} \\ b=\dfrac{8}{3} \end{cases}.$$

Suy ra parabol có phương trình $y=-\dfrac{2}{9}x^2+\dfrac{8}{3}$.

Do chiếc xe tải có chiều ngang $6\ m$ đi vào vị trí chính giữa cổng nên xe sẽ chạm tường tại điểm $A(3;\,6)$ khi đó chiều cao của xe là 6.

Vậy điều kiện để xe tải có thể đi vào cổng mà không chạm tường là $0 < h < 6$.

Câu 153: Trong số các hình chữ nhật có cùng chu vi bằng 16, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 64. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Gọi x là chiều dài của hình chữ nhật.

Khi đó chiều rộng là $8-x$.

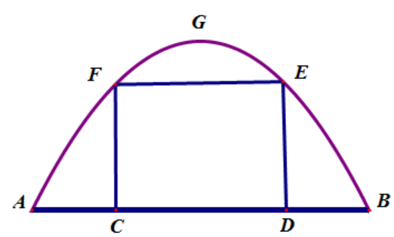
Diện tích hình chữ nhật là $x(8-x)$.

Lập bảng biến thiên của hàm số bậc hai $f(x) = -x^2 + 8x$ trên khoảng $(0;8)$ ta được

$\max\limits_{(0;8)} f(x) = f(4) = 16$.

Vậy hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng 16 khi chiều dài bằng chiều rộng bằng 4.

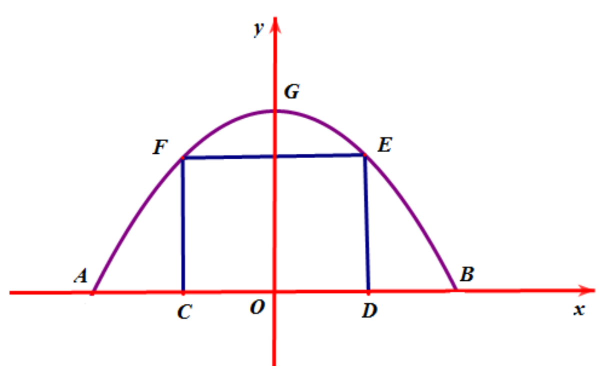
Câu 154: Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B.



A. 5m. **B.** 8,5m. **C.** 7,5m. **D.** 8m.

Lời giải

Chọn D



Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, chiếc cổng là 1 phần của parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ với $a < 0$.

Do parabol (P) đối xứng qua trục tung nên có trục đối xứng $x = 0 \Rightarrow -\dfrac{b}{2a} = 0 \Leftrightarrow b = 0$.

Chiều cao của cổng parabol là 4m nên $G(0;4) \Rightarrow c = 4$.

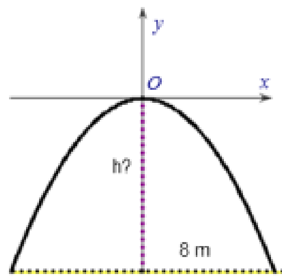
$\Rightarrow (P):\ y = ax^2 + 4$

Lại có, kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m nên $E(2;3), F(-2;3) \Rightarrow 3 = 4a = 4 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$.

Vậy $(P):\ y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.

Ta có $-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = -4 \end{array}\right.$ nên $A(-4;0)$, $B(4;0)$ hay $AB = 8$.

Câu 155: Một chiếc cổng hình parabol dạng $y = -\frac{1}{2}x^2$ có chiều rộng $d = 8m$. Hãy tính chiều cao h của cổng.



A. $h = 9m$. **B.** $h = 7m$. **C.** $h = 8m$. **D.** $h = 5m$.

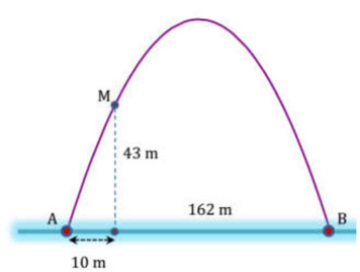
Lời giải

Chọn C

$(P): y = -\frac{1}{2}x^2$, có $d = 8$. Suy ra $\frac{d}{2} = 4$.

Thay $x = 4$ vào $y = -\frac{1}{2}x^2$. Suy ra $y = -8$. Suy ra $h = 8(cm)$.

Câu 156: Cổng Arch tại thành phố St.Louis của Mỹ có hình dạng là một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng bằng 162m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất. Vị trí chạm đất của đầu sợi dây này cách chân cổng A một đoạn 10 m. Giả sử các số liệu trên là chính xác. Hãy tính độ cao của cổng Arch.

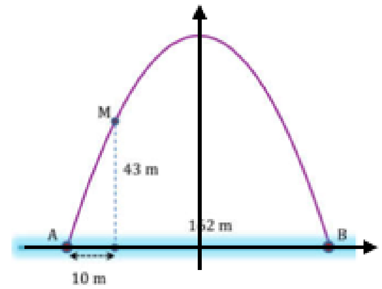


A. $175,6$m. **B.** $197,5$m. **C.** 210m. **D.** $185,6$m.

Lời giải

Chọn D

Gắn hệ toạ độ Oxy sao cho gốc toạ độ trùng với trung điểm của AB, tia AB là chiều dương của trục hoành.

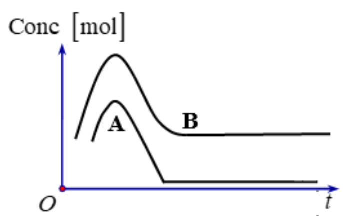


Parabol có phương trình $y = ax^2 + c$, đi qua các điểm: $B(81;0)$ và $M(-71;43)$ nên ta có hệ

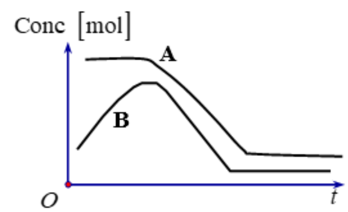
$$\begin{cases} 81^2 a + c = 0 \\ 71^2 a + c = 43 \end{cases} \Rightarrow c = \frac{81^2.43}{81^2 - 71^2} \approx 185.6$$

Suy ra chiều cao của cổng là $c \approx 185,6$ m.

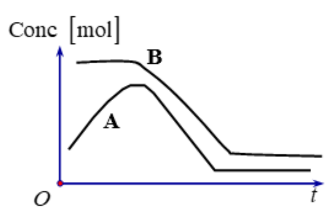
Câu 157: Rót chất A vào một ống nghiệm, rồi đổ thêm chất B vào. Khi nồng độ chất B đạt đến một giá trị nhất định thì chất A mới tác dụng với chất B. Khi phản ứng xảy ra, nồng độ cả hai chất đều giảm đến khi chất B được tiêu thụ hoàn hoàn. Đồ thị nồng độ mol theo thời gian nào sau đây thể hiện quá trình của phản ứng?

A. 

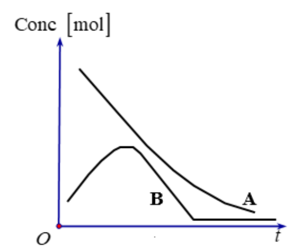
.

B. 

.

C. 

.

D. 

.

Lời giải

Chọn B

Theo giả thiết ta có:

Từ khi bắt đầu rót chất B thì đã có chất A trong ống nghiệm, nên nồng độ chất A ban đầu lớn hơn chất B. Tức là ban đầu, đồ thị nồng độ chất A nằm "phía trên" đồ thị nồng độ chất B (1)

.

Khi chất B đạt đến một giá trị nhất định thì hai chất mới phản ứng với nhau. Điều này chứng tỏ có một khoảng thời gian từ khi rót chất B đến khi bắt đầu phản ứng xảy ra thì nồng độ chất A là một hằng số. Tức trong khoảng thời gian đó đồ thị nồng độ chất A là đồ thị của một hàm số hằng (2).

Khi phản ứng xảy ra, nồng độ hai chất đều giảm đến khi chất B được tiêu thụ hoàn toàn. Điều này chứng tỏ sau khi kết thúc phản ứng thì chất B được tiêu thụ hết và chất A có thể còn dư, kể từ khi ngừng phản ứng thì nồng độ chất A trong ống nghiệm không thay đổi nữa, nên đồ thị nồng độ chất A sau phản ứng phải là đồ thị của một hàm số hằng (3).

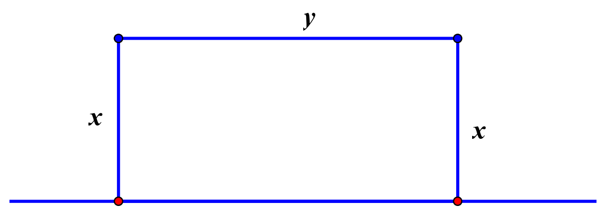
Từ sự phân tích trên ta thấy chỉ có đồ thị của đáp án **B.** phù hợp.

Câu 158: Cô Tình có $60m$ lưới muốn rào một mảng vườn hình chữ nhật để trồng rau, biết rằng một cạnh là tường, cô Tình chỉ cần rào 3 cạnh còn lại của hình chữ nhật để làm vườn. Em hãy tính hộ diện tích lớn nhất mà cô Tình có thể rào được?

A. $400m^2$. **B.** $450m^2$. **C.** $350m^2$. **D.** $425m^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi hai cạnh của hình chữ nhật có độ dài là x, y ; $0 < x, y < 60$.

Ta có $2x + y = 60 \Rightarrow y = 60 - 2x$.

Diện tích hình chữ nhật là $S = xy = x(60-2x) = \frac{1}{2}.2x(60-2x) \le \frac{1}{2}\left(\frac{2x+60-2x}{x}\right) = 450$.

Vậy diện tích hình chữ nhật lớn nhất là $450(m^2)$, đạt được khi $x = 15, y = 30$.

CHƯƠNG VI HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 17. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

I LÝ THUYẾT.

I. ĐỊNH LÍ VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

1. Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f\left(x\right)=ax^2+bx+c$, trong đó a,b,c là những hệ số, $a\neq 0$.

2. Dấu của tam thức bậc hai

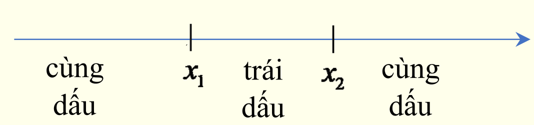
Cho $f\left(x\right)=ax^2+bx+c\ \left(a\neq 0\right),\Delta=b^2-4ac$.

Nếu $\Delta<0$ thì $f\left(x\right)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Nếu $\Delta=0$ thì $f\left(x\right)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\neq-\dfrac{b}{2a}$.

Nếu $\Delta>0$ thì $f\left(x\right)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x\in\left(-\infty;x_1\right)\cup\left(x_2;+\infty\right)$ và $f\left(x\right)$ luôn trái dấu với hệ số a khi $x\in\left(x_1;x_2\right)$. Trong đó $x_1.x_2$ là hai nghiệm của $f\left(x\right)$.

Khi $\Delta>0$, dấu của $f\left(x\right)$ và a là : "Trong trái ngoài cùng"



II. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

1. Bất phương trình bậc hai

Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2+bx+c<0$ (hoặc $ax^2+bx+c\le 0$, $ax^2+bx+c>0$, $ax^2+bx+c\ge 0$), trong đó a,b,c là những số thực đã cho, $a\ne 0$.

2. Giải bất phương trình bậc hai

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2+bx+c>0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f\left(x\right)=ax^2+bx+c$ có dấu dương.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2+bx+c\ge 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f\left(x\right)=ax^2+bx+c$ có dấu không âm (lớn hơn hoặc bằng 0).

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2+bx+c<0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f\left(x\right)=ax^2+bx+c$ có dấu âm.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2+bx+c\le 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f\left(x\right)=ax^2+bx+c$ có dấu không dương (bé hơn hoặc bằng 0).

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

6.15. Xét dấu các tam thức bậc hai sau:

a) $3x^2-4x+1$ b) x^2+2x+1 c) $-x^2+3x-2$ d) $-x^2+x-1$

6.16. Giải các bất phương trình bậc hai:

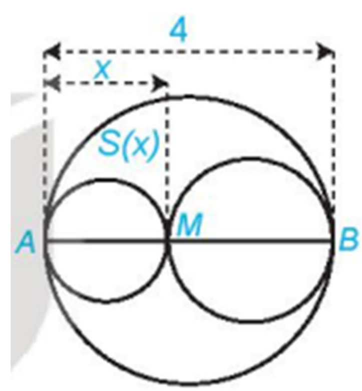
a) $x^2-1\ge 0$ b) $x^2-2x-1<0$ c) $-3x^2+12x+1\le 0$ d) $5x^2+x+1\ge 0$

6.17. Tìm các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai sau dương với mọi $x\in\mathbb{R}$

$$x^2+\left(m+1\right)x+2m+3$$

6.18. Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao $320\,m$ với vận tốc ban đầu $v_0=20\,m/s$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá $100\,m$? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.

6.19. Xét đường tròn đường kính $AB=4$ và một điểm M di chuyển trên đoạn AB, đặt $AM=x$ (H.6.19). Xét hai đường tròn đường kính AM và MB. Kí hiệu $S\left(x\right)$ là diện tích phần hình phẳng nằm trong hình tròn lớn và nằm ngoài hai hình tròn nhỏ. Xác định các giá trị của x để diện tích $S\left(x\right)$ không vượt quá một nửa tổng diện tích hai hình tròn nhỏ.



Hình 6.19

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÉT DẤU BIỂU THỨC

(Xét dấu của: Tam thức bậc hai, biểu thức có dạng tích hoặc thương của các tam thức bậc hai,…)

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Xét dấu tam thức: $f\left(x\right)=-x^2+5x-6$

Câu 2: Xét dấu tam thức : $f\left(x\right)=2x^2+2x+5$.

Câu 3: Xét dấu biểu thức $f\left(x\right)=\dfrac{2x^2-x-1}{x^2-4}$

Câu 4: Tìm x để biểu thức : $f\left(x\right)=\left(3x-x^2\right)\left(x^2-6x+9\right)$ nhận giá trị dương

Câu 5: Xét dấu biểu thức: $P\left(x\right)=x-\dfrac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tam thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi $x<2$?

A. x^2-5x+6. **B.** $16-x^2$. **C.** x^2-2x+3. **D.** $-x^2+5x-6$.

Câu 2: Tam thức $-x^2-3x-4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

A. $x<-4$ hoặc $x>-1$. **B.** $x<1$ hoặc $x>4$. **C.** $-4<x<-4$. **D.** $x\in\mathbb{R}$.

Câu 3: Tam thức $y=x^2-12x-13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

A. $x<-13$ hoặc $x>1$. **B.** $x<-1$ hoặc $x>13$. **C.** $-13<x<1$. **D.** $-1<x<13$.

Câu 4: Tam thức $y=x^2-2x-3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x<-3$ hoặc $x>-1$. **B.** $x<-1$ hoặc $x>3$. **C.** $x<-2$ hoặc $x>6$. **D.** $-1<x<3$.

Câu 5: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f\left(x\right)=x^2-6x+8$ không dương?

A. $\left[2;3\right]$. **B.** $\left(-\infty;2\right]\cup\left[4;+\infty\right)$. **C.** $\left[2;4\right]$. **D.** $\left[1;4\right]$.

Câu 6: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f\left(x\right)=x^2+9-6x$ luôn dương?

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{3\right\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(3;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;3\right)$.

Câu 7: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f\left(x\right)=x^2-2x+3$ luôn dương?

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)\cup\left(3;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;3\right)$.

Câu 8: Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x)=-x^2+6x-9$?

A.

x	$-\infty$ 3 $+\infty$
$f(x)$	+ 0 −

.

B.

x	$-\infty$ 3 $+\infty$
$f(x)$	− 0 +

.

C.

x	$-\infty$ 3 + ∞
$f(x)$	+ 0 +

.

D.

x	$-\infty$ 3 + ∞
$f(x)$	− 0 −

.

Câu 9: Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x)=-x^2-x+6$?

A.

x	$-\infty$ -2 3 $+\infty$
$f(x)$	- 0 + 0 -

.

B.

x	$-\infty$ -2 3 $+\infty$
$f(x)$	+ 0 - 0 +

.

C.

X	$-\infty$ -3 2 $+\infty$
$f(x)$	- 0 + 0 -

.

D.

X	$-\infty$ -3 2 $+\infty$
$f(x)$	+ 0 - 0 +

.

Câu 10: Khi xét dấu biểu thức $f(x)=\dfrac{x^2+4x-21}{x^2-1}$ ta có

A. $f(x)>0$ khi $-7<x<-1$ hoặc $1<x<3$.

B. $f(x)>0$ khi $x<-7$ hoặc $-1<x<1$ hoặc $x>3$.

C. $f(x)>0$ khi $-1<x<0$ hoặc $x>1$.

D. $f(x)>0$ khi $x>-1$.

Câu 11: Tìm x để $f(x)=\dfrac{x^2-5x+6}{x-1}$ không âm.

A. $(1;3]$. **B.** $(1;2]\cup[3;+\infty)$. **C.** $[2;3]$. **D.** $(-\infty;1)\cup[2;3]$.

Câu 12: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x)=x(5x+2)-x(x^2+6)$ không dương?

A. $(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$. **B.** $[1;4]$. **C.** $(1;4)$. **D.** $[0;1]\cup[4;+\infty)$

Câu 13: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức $f(x)=x(x^2-1)$ không âm?

A. $(-\infty;-1)\cup[1;+\infty)$. **B.** $[-1;0]\cup[1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1]\cup[0;1)$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 14: Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+4x+3}$ không dương?

A. $S=(-\infty;1)$. **B.** $S=(-3;-1)\cup[1;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;-3)\cup(-1;1]$. **D.** $S=(-3;1)$.

Câu 15: Tìm số nguyên lớn nhất của x để đa thức $f(x)=\dfrac{x+4}{x^2-9}-\dfrac{2}{x+3}-\dfrac{4x}{3x-x^2}$ luôn âm.

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Câu 16: Khi xét dấu biểu thức $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+4x-21}{x^2-1}$ ta có

A. $f\left(x\right)>0$ khi $-7<x<-1$ hoặc $1<x<3$.

B. $f\left(x\right)>0$ khi $x<-7$ hoặc $-1<x<1$ hoặc $x>3$.

C. $f\left(x\right)>0$ khi $-1<x<0$ hoặc $x>1$.

D. $f\left(x\right)>0$ khi $x>-1$.

Câu 17: Tìm x để $\dfrac{x^2-5x+6}{x-1}\geq 0$

A. $(1;3]$. **B.** $(1;2]\cup[3;+\infty)$. **C.** $[2;3]$. **D.** $(-\infty;1)\cup[2;3]$.

Câu 18: Tìm tất cả các số thực x để biểu thức $P\left(x\right)=\dfrac{x-1}{x+2}-\dfrac{x+2}{x-1}\geq 0$

A. $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $\left(-2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right]\cup\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right)\cup\left[-\dfrac{1}{2};1\right)$.

Câu 19: Tìm x để biểu thức $\mathrm{P}\left(x\right)=(x-1)(x^3-4x)-(x+2)(x^3+3x-2)$ nhận giá trị dương.

A. $-1<x<\dfrac{2}{3}$ **B.** $\left(-2<x<-1\right)\vee\left(x>\dfrac{2}{3}\right)$.

C. $\left(x<-1\right)\vee\left(x>\dfrac{2}{3}\right)$. **D.** $\left(x<-2\right)\vee\left(-1<x<\dfrac{2}{3}\right)$.

Câu 20: Biểu thức $P\left(x\right)=\dfrac{1}{x-2}-\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x+2}\leq 0$ khi x thỏa mãn điều kiện nào sau đây ?

A. $\left(-2,\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}\right)\cup\left(0,2\right)\cup\left(\dfrac{3+\sqrt{17}}{2},+\infty\right)$. **B.** $x\notin\left\{-2,0,2\right\}$.

C. $-2<x<0$. **D.** $0<x<2$.

DẠNG 2: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

(Giải bất phương trình bậc hai, bất phương trình dạng tích, thương của các tam thức bậc hai, bất phương trình đưa về bậc hai…)

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải các bất phương trình sau: $-3x^2+2x+1<0$

Câu 2: Giải bất phương trình sau: $-36x^2+12x-1\geq 0$

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số: $y=\sqrt{x^2-2x+5}$

Câu 4: Giải bất phương trình $(x^2-x)^2+3(x^2-x)+2\geq 0$

Câu 5: Giải bất phương trình : $\dfrac{x^2+x-1}{x-2}>\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{x^3-2x}{x^2-3x+2}$.

Câu 6: Giải bất phương trình: $(x^2-4)(x^2+2x)\leq 3(x^2+4x+4)$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x^2-5x+2}$.

A. $D=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$. **D.** $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+9>6x$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-2x+3>0$ là:

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2<9$ là:

A. $(-3;3)$. **B.** $(-\infty;-3)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-x-6<0$ là:

A. $(-\infty;-3)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-4\sqrt{2}x+8<0$ là:

A. $\left(-\infty;2\sqrt{2}\right)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{2\sqrt{2}\right\}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-4x+4>0$ là:

A. $(2;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-2x+1>0$ là:

A. $(1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+6x+9>0$ là:

A. $(3;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Câu 10: Tập ngiệm của bất phương trình: $-x^2+6x+7\ge 0$ là:

A. $(-\infty;-1]\cup[7;+\infty)$. **B.** $[-1;7]$. **C.** $(-\infty;-7]\cup[1;+\infty)$. **D.** $[-7;1]$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y=x+\sqrt{x^2+4x-5}$ là:

A. $D=[-5;1]$.
B. $D=(-5;1)$.
C. $D=(-\infty;-5]\cup[1;+\infty)$.
D. $D=(-\infty;-5)\cup(1;+\infty)$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $f(x)=\sqrt{2x^2-7x-15}$ là

A. $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right)\cup(5;+\infty)$.
B. $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right]\cup[5;+\infty)$.
C. $\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right)\cup[5;+\infty)$.
D. $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]\cup[5;+\infty)$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{3x-x^2}$ là

A. $(-\infty;0]\cup[3;+\infty)$. **B.** $[0;3]$. **C.** $(0;3)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 14: Giải bất phương trình $5(x-1)-x(7-x)>x^2-2x$ ta được

A. Vô nghiệm.
B. Mọi x đều là nghiệm.
C. $x>-2,5$.
D. $x>-2,6$.

Câu 15: Giải bất phương trình: $x^2+(x-2)^2\ge\dfrac{8}{x^2-2x+2}$.

A. $(x\le 0)\vee(x\ge 2)$. **B.** $0\le x\le 2$. **C.** $(x<-2)\vee(x>2)$. **D.** $-2\le x\le 2$.

Câu 16: Tập hợp nghiệm của bất phương trình: $\dfrac{2x^2-1}{x^2-4x+4}>\dfrac{2x-1}{x-2}$.

A. $x>\dfrac{3}{5}$. **B.** $x>\dfrac{3}{5}$ và $x\ne 2$. **C.** $-\dfrac{3}{5}<x<2$. **D.** $x<\dfrac{3}{5}$.

Câu 17: Tìm nghiệm của bất phương trình: $\dfrac{2x-3}{x^2+2}+3<\dfrac{4x^2+3x}{x^2+2}-1$.

A. $x>-5$. **B.** $x>5$. **C.** $x<5$. **D.** $x<-5$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $(1-2x)(2x-5)(x+1)<0$ là:

A. $S=\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.
B. $S=\left(-1;\dfrac{5}{2}\right)$.
C. $S=\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{5}{2};+\infty\right)$.
D. $S=(-1;+\infty)$.

Câu 19: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2-8x+7\ge 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

A. $(-\infty;0]$. **B.** $[8;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $[6;+\infty)$.

Câu 20: Bất phương trình $x(x^2-1)\geq 0$ có nghiệm là:

A. $x\in(-\infty;-1)\cup[1;+\infty)$. **B.** $x\in[-1;0]\cup[1;+\infty)$.
C. $x\in(-\infty;-1]\cup[0;1)$. **D.** $x\in[-1;1]$.

Câu 21: Miền nghiệm của bất phương trình: $\dfrac{x-2}{x^2+x+1}<\dfrac{x+2}{x^2-x+1}$ là:

A. $\varnothing$. **B.** $\left(x<-\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)\vee\left(x>\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)$.

C. $\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{3}<x<\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 22: Giải bất phương trình: $2(x+2)^2\geq 2x+\dfrac{7}{2}$.

A. $\forall x\neq\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** Vô nghiệm. **D.** $\forall x$.

Câu 23: Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{x^2+x-1}{1-x}>-x$ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)\cup(1;+\infty)$.

Câu 24: Giải bất phương trình: $\dfrac{-4}{x^2+4x+3}\leq\dfrac{2}{x+3}+\dfrac{1}{2}$.

A. $(x\leq -7)\vee(x>-3)$. **B.** $-7\leq x<-3$.
C. $-5\leq x\leq -1$. **D.** $(x\leq -5)\vee(x>-1)$.

Câu 25: Giải bất phương trình: $\dfrac{x^2-x+2}{x^2-4}>\dfrac{-3}{x-2}$.

A. $x<-4 \vee x>-2$. **B.** $-4<x<2$. **C.** $-2<x<2$. **D.** $x<-2 \vee x>2$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+x+1\leq\dfrac{9}{x^2+x+1}$ là

A. $S=[-2;1]$. **B.** $S=\left[\dfrac{-7}{2};2\right]$. **C.** $[-2;1)$. **D.** $(-2;1]$.

Câu 27: Bất phương trình: $\left|\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-4}\right|\geq 1$ có nghiệm là:

A. $x\leq 0$ hoặc $\dfrac{8}{5}\leq x\leq\dfrac{5}{2}$, $x\neq\pm 2$. **B.** $x\leq\dfrac{8}{5}$ hoặc $2<x\leq\dfrac{5}{2}$.

C. $x < -2$ hoặc $0 \le x \le \frac{8}{5}$. **D.** $-2 < x \le 0$ hoặc $x \ge \frac{5}{2}$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2-3x+1)^2+3x^2-9x+5>0$ là

A. $S=(-\infty;1)$. **B.** $S=(2;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $S=(0;1)$.

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2+x+12|>x^2+x+12$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R}$.
C. $(-4;-3)$. **D.** $(-\infty;-4)\cup(-3;+\infty)$.

DẠNG 3: GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-4x+3>0 \\ x^2-6x+8>0 \end{cases}$

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x^2-3x+2}+\frac{1}{\sqrt{x+3}}$

Câu 3: Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2+4x+3\ge 0 \\ 2x^2-x-10\le 0 \\ 2x^2-5x+3>0 \end{cases}$

Câu 4: Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} \frac{x^2+3x+2}{x^2-x+2}\ge 0 \\ \frac{x^2-x+1}{x^2+2x-3}\le 0 \end{cases}$

Câu 5: Giải bất phương trình: $1<\frac{x^2+x+5}{x^2+x+3}<3$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-3x+2\le 0 \\ x^2-1\le 0 \end{cases}$ là:

A. $\varnothing$. **B.** $\{1\}$. **C.** $[1;2]$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x^2+x-2}+\frac{1}{\sqrt{x-3}}$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(1;2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 3: ả ghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} 2x^2 - x - 6 \le 0 \\ x^3 + x^2 - x - 1 \ge 0 \end{cases}$ là:

A. $-2 \le x \le 3$.
B. $-1 \le x \le 3$.
C. $1 \le x \le 2$ hoặc $x = -1$.
D. $1 \le x \le 2$.

Câu 4: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 > 0 \end{cases}$ là

A. $(-\infty;1) \cup (3;+\infty)$.
B. $(-\infty;1) \cup (4;+\infty)$.
C. $(-\infty;2) \cup (3;+\infty)$.
D. $(1;4)$.

Câu 5: Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - x - 6 > 0 \\ (x-2)^2 - (2x+1)^2 \ge 0 \end{cases}$.

A. $(x \le -3) \vee (x > -2)$.
B. $-3 \le x < 3$.
C. $-2 < x \le \frac{1}{3}$.
D. $-3 \le x < -2$.

Câu 6: Giải bất phương trình: $-1 \le \dfrac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 1} \le 2$.

A. $\left(x \le -1 - \sqrt{2}\right) \vee (x \ge 2)$.
B. $\left(-1 + \sqrt{2} \le x \le 2\right)$.
C. $\left(x \le -1 - \sqrt{2}\right) \vee \left(x \ge -1 + \sqrt{2}\right)$.
D. $-1 - \sqrt{2} \le x < -1 + \sqrt{2}$.

Câu 7: Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 5x - 6 \le 0 \\ \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x-1} > \dfrac{2}{x+1} \end{cases}$.

A. $\left(0 < x < \dfrac{1}{3}\right) \vee (x > 1)$.
B. $\left(0 < x < \dfrac{1}{3}\right) \vee (1 < x \le 6)$.
C. $(x \le -1) \vee (x > 1)$.
D. $(-1 \le x < 0) \vee (x \ge 6)$.

Câu 8: Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} (x+3)^2 - (x-2)^2 \ge 0 \\ \dfrac{x-1}{x+1} - \dfrac{x+1}{x-1} \le 0 \end{cases}$.

A. $0 \le x < 1$.
B. $(x < -1) \vee \left(-\dfrac{1}{2} < x \le 0\right]$.
C. $(x \le 0) \vee (x > 1)$.
D. $\left(-\dfrac{1}{2} \le x \le 0\right] \vee (x > 1)$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+3} + \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}$ là:

A. $D = (1;+\infty)$.
B. $D = (-3;1)$.
C. $D = [-3;+\infty)$.
D. $D = (-\infty;-3]$.

Câu 10: Hệ bất phương trình $\begin{cases} \dfrac{16-4x}{x^2-x-12} < 4 \\ \dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{x-1} > \dfrac{1}{x} \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $\left(-\sqrt{2};0\right)\cup\left(1;\sqrt{2}\right)\cup\left(2;4\right)\cup\left(4;+\infty\right)$. **B.** $\left(-4;-3\right)\cup\left(0;1\right)\cup\left(\sqrt{2};2\right)$

C. $\left(-3;\sqrt{2}\right)\cup\left(4;+\infty\right)$. **D.** $\left(-4;-\sqrt{2}\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

Câu 11: Hệ bất phương trình: $\begin{cases} \dfrac{1}{3x} < 0 \\ x+\dfrac{4}{3} \ge \dfrac{4}{3x} \\ 4x^2-5x+1<0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $-2 \le x < 0$. **B.** $\dfrac{1}{4} < x < \dfrac{1}{3}$ **C.** $\dfrac{1}{3} < x \le \dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3} \le x < 1$.

Câu 12: Hệ bất phương trình $\begin{cases} \dfrac{x^2-5x+7}{-2x^2+3x+2} > 0 \\ \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-11x+30} < 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $-\dfrac{1}{2} < x < 2$. **B.** $2 < x < 3$. **C.** $0 < x < 3$. **D.** Vô nghiệm.

Câu 13: Hệ bất phương trình $\begin{cases} \dfrac{x^2-9}{-x^2+3x-12} > 0 \\ \dfrac{x+7}{x-5}+\dfrac{3x+1}{2} \ge 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $x < -3$ hoặc $x > 1$. **B.** $3 < x < 5$. **C.** $1 \le x < 3$. **D.** $1 < x < 3$.

Câu 14: Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2-4x+3 \ge 0 \\ 3x^2-10x+3 \le 0 \\ 4x^2-x-3 > 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $x = 3$. **B.** $-\dfrac{3}{4} < x < \dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3} < x < 1$. **D.** $1 < x < 3$

Câu 15: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2+6x+8 \le 0 \\ x^2+4x+3 \le 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là đoạn trên trục số có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** $\dfrac{5}{4}$. **C.** 5. **D.** 1

Câu 16: Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2+x+1 \ge 0 \\ x^2-x-2 > 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $x < -1$ hoặc $x > 2$. **B.** $-1 < x < 2$. **C.** Vô nghiệm. **D.** $-1 \le x \le 2$.

Câu 17: Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 + 5x > 6 \\ x + 1 < 2 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $-6 < x < -3$. **B.** $x < -6$. **C.** $-2 < x < -1$. **D.** $-1 < x < 0$

Câu 18: Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 4x < 5 \\ x + 1 > 3 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $-4 < x < -1$. **B.** $-1 < x < 1$. **C.** $1 < x < 2$. **D.** $2 < x < 5$

Câu 19: Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 \\ x^2 - 11x + 28 \ge 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $x < -1$ hoặc $3 < x \le 4$ hoặc $x \ge 7$. **B.** $x \le 4$ hoặc $x \ge 7$.
C. $x < -1$ hoặc $x \ge 7$. **D.** $x < -1$ hoặc $3 < x < 4$ hoặc $x > 7$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 + 3x + 2} - \dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$ là

A. $(-\infty;1] \cup [2;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(1;2]$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{6 - x - x^2} + \dfrac{x+3}{x-2}$ là

A. $[-3;2]$. **B.** $(-\infty;3] \cup [2;+\infty)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $[-3;2)$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 4x} + \sqrt{25 - x^2}$ là

A. $[-5;0] \cup [4;5]$. **B.** $(-5;0) \cup (4;5)$. **C.** $[-5;5]$. **D.** $(-\infty;0] \cup [4;+\infty)$.

Câu 23: Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+\sqrt{2})(x-\sqrt{3}) \le 0 \\ (x-2)(x-3) \ge 0 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $-\sqrt{2} \le x \le \sqrt{3}$. **B.** $-2 \le x \le 3$.
C. $-2 \le x \le -\sqrt{2}$; $\sqrt{3} \le x \le 3$. **D.** Vô nghiệm.

Câu 24: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-2x-8\geq 0 \\ x^3-2x^2-x+2\leq 0 \end{cases}$

A. $-2\leq x\leq 1$. **B.** $1\leq x\leq 2$.
C. $x\leq -2$. **D.** $-1\leq x\leq 1$ hoặc $x\geq 2$.

Câu 25: Miền nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2-2x-3\leq 0 \\ x^2+x-2\geq 0 \\ x^2-x-6\leq 0 \end{cases}$.

A. $1\leq x\leq 3$. **B.** $x\leq -1 \vee x\geq 3$.
C. $-2\leq x\leq 3$. **D.** $-1\leq x\leq 1 \vee x\geq 3$.

Câu 26: Giải bất phương trình: $2<\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-x+1}<3$.

A. $x<-1 \vee x>0$. **B.** $x<1 \vee x>2$. **C.** $-1<x<2$. **D.** $-1<x<0$.

Câu 27: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-7x+6<0 \\ |2x-1|<3 \end{cases}$ là:

A. $(1;2)$. **B.** $[1;2]$. **C.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $\varnothing$.

Câu 28: Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2-x-12|>x+12-x^2$ là

A. $(-\infty;-3)\cup(4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-4)\cup(3;+\infty)$. **C.** $(-6;-2)\cup(-3;4)$. **D.** $(-4;3)$.

Câu 29: Bất phương trình: $\left|\dfrac{x^2-3x+1}{x^2+x+1}\right|<3$ có nghiệm là:

A. $x<\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x>\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$. **B.** $x<\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x>\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$.
C. $x<\dfrac{5-\sqrt{3}}{2}$ hoặc $x>\dfrac{5+\sqrt{3}}{2}$. **D.** $x<\dfrac{-5-\sqrt{3}}{2}$ hoặc $x>\dfrac{-5+\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30: Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{x^2+4x+5}{x^2-3x+2}>0 & (1) \\ \dfrac{x^2+4x+3}{x^2+x+1}>0 & (2) \end{cases}$

A. $x<1 \vee x>3$. **B.** $x<-3 \vee x>2$.
C. $-3<x<2$. **D.** $x<-3 \vee -1<x<1 \vee x>2$.

Câu 31: Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases}(2x+3)^2-(x+3)^2\le 0 & (1)\\ 2x^2+5x+3\ge 0 & (2)\end{cases}$.

A. $-2\le x\le -\frac{3}{2}\ \vee\ -1\le x\le 0$. **B.** $x\le -1\ \vee\ x\ge 0$.

C. $x\le -2\ \vee\ x\ge -1$. **D.** $-2\le x\le -1$.

Câu 32: Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases}x^2+7x+10\ge 0 & (1)\\ \frac{1}{x}+\frac{1}{x+8}<\frac{1}{x+1} & (2)\end{cases}$.

A. $-8<x\le -5$. **B.** $x<-8\ \vee\ x>-1$.

C. $x<-8\ \vee\ -1<x<0$. **D.** $-2\le x<-1$.

Câu 33: ả ghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases}2x^2-x-6\le 0\\ x^3+x^2-x-1\ge 0\end{cases}$ là:

A. $-2\le x\le 3$. **B.** $-1\le x\le 3$.

C. $1\le x\le 3$ hoặc $x=-1$. **D.** $1\le x\le 2$.

DẠNG 4: ĐIỀU KIỆN VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn âm: $f(x)=-x^2-2x-m$

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$
$3x^2-2(m+1)x-2m^2+3m-2\ge 0$

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số sau xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{(m-1)x^2-2(m-2)x+2-m}}$$

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm.

$x^2+2(m-2)x+2m-1\le 0$

Câu 5: Tìm m để mọi $x\in[-1;1]$ đều là nghiệm của bất phương trình
$3x^2-2(m+5)x-m^2+2m+8\le 0$ (1)

Câu 6: Cho biểu thức $f(x)=x^2-2mx-m+90$. Xác định tham số m để :

1) $f(x)>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

2) $f(x)\ge 0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

3) $f(x)\ge 0\ \ \forall x\in(0;+\infty)$.

4) $f(x)\ge 0\ \ \forall x\in(-\infty;0)$.

5) $f(x)\ge 0\ \ \forall x\in(3;+\infty)$.

6) $f(x) \geq 0 \ \ \forall x \in (-\infty;-4)$.

7) $f(x) \leq 0 \ \ \forall x \in (-1;0)$.

8) $f(x) \leq 0 \ \ \forall x \in (0;2)$.

9) $f(x) < 0$ vô nghiệm.

10) $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

Câu 7: Cho biểu thức $f(x) = -x^2 - 2mx + m - 110$. Xác định tham số m để :

1) $f(x) < 0 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $f(x) \leq 0 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$.

3) $f(x) \leq 0 \ \ \forall x \in (0;+\infty)$.

4) $f(x) \leq 0 \ \ \forall x \in (-\infty;0)$.

5) $f(x) \leq 0 \ \ \forall x \in (3;+\infty)$.

6) $f(x) \leq 0 \ \ \forall x \in (-\infty;-4)$.

7) $f(x) \geq 0 \ \ \forall x \in (-1;0)$.

8) $f(x) \geq 0 \ \ \forall x \in (0;2)$.

9) $f(x) > 0$ vô nghiệm.

10) $f(x) \geq 0$ vô nghiệm.

Câu 8: Cho biểu thức $f(x) = (m-1)x^2 - 2(m-1)x - 2m + 12$. Xác định tham số m để :

1) $f(x) > 0 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $f(x) \geq 0 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$.

3) $f(x) \geq 0 \ \ \forall x \in (0;+\infty)$.

4) $f(x) \geq 0 \ \ \forall x \in (-\infty;0)$.

5) $f(x) \geq 0 \ \ \forall x \in (2;+\infty)$.

6) $f(x) \geq 0 \ \ \forall x \in (-\infty;-3)$.

7) $f(x) < 0$ vô nghiệm.

8) $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

9) $f(x) < 0 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$.

10) $f(x) \leq 0 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$.

11) $f(x) \le 0 \quad \forall x \in (0;+\infty)$.

12) $f(x) \le 0 \quad \forall x \in (-\infty;0)$.

13) $f(x) \le 0 \quad \forall x \in (5;+\infty)$.

14) $f(x) \le 0 \quad \forall x \in (-\infty;1)$.

15) $f(x) > 0$ vô nghiệm.

16) $f(x) \ge 0$ vô nghiệm.

Câu 9: Cho biểu thức $f(x) = (m+2)x^2 - 2(m-4)x + 2m + 8$. Xác định tham số m để :

1) $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $f(x) \ge 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

3) $f(x) \ge 0 \quad \forall x \in (0;+\infty)$.

4) $f(x) \ge 0 \quad \forall x \in (-\infty;0)$.

5) $f(x) \ge 0 \quad \forall x \in (1;+\infty)$.

6) $f(x) \ge 0 \quad \forall x \in (-\infty;-1)$.

7) $f(x) < 0$ vô nghiệm.

8) $f(x) \le 0$ vô nghiệm.

9) $f(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

10) $f(x) \le 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

11) $f(x) \le 0 \quad \forall x \in (0;+\infty)$.

12) $f(x) \le 0 \quad \forall x \in (-\infty;0)$.

13) $f(x) \le 0 \quad \forall x \in (-1;+\infty)$.

14) $f(x) \le 0 \quad \forall x \in (-\infty;-2)$.

15) $f(x) > 0$ vô nghiệm.

16) $f(x) \ge 0$ vô nghiệm.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Để $f\left(x\right)=x^2+\left(m+1\right)x+2m+7>0$ với mọi x thì

A. $-3\le m\le 9$. **B.** $m<-3\vee m>9$.
C. $-3<m<9$. **D.** $m\le -3\vee m\ge 9$.

Câu 2: Bất phương trình $f\left(x\right)=mx^2-4x+3m+1>0$ nghiệm đúng mọi $x>0$ khi

A. $m>0$. **B.** $m>\frac{4}{3}$. **C.** $m>1$. **D.** $m>2$.

Câu 3: Cho bất phương trình $x^2-2\left(4k-1\right)x+15k^2-2k-7>0$. Giá trị nguyên của k để bất phương trình nghiệm đúng mọi $x\in\mathbb{R}$ là

A. $k=2$. **B.** $k=3$. **C.** $k=4$. **D.** $k=5$.

Câu 4: Tìm m để $\left(m+1\right)x^2+mx+m<0,\forall x\in\mathbb{R}$?

A. $m<-1$. **B.** $m>-1$. **C.** $m<-\frac{4}{3}$. **D.** $m>\frac{4}{3}$.

Câu 5: Tìm m để $f\left(x\right)=x^2-2\left(2m-3\right)x+4m-3>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$?

A. $m>\frac{3}{2}$. **B.** $m>\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}<m<\frac{3}{2}$. **D.** $1<m<3$.

Câu 6: Với giá trị nào của a thì bất phương trình $ax^2-x+a\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$?

A. $a=0$. **B.** $a<0$. **C.** $0<a\le\frac{1}{2}$. **D.** $a\ge\frac{1}{2}$.

Câu 7: Cho $f(x)=-2x^2+(m+2)x+m-4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x.

A. $-14<m<2$. **B.** $-14\le m\le 2$.
C. $-2<m<14$. **D.** $m<-14$ hoặc $m>2$.

Câu 8: Tìm giá trị nguyên của k để bất phương trình $x^2-2\left(4k-1\right)x+15k^2-2k-7>0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ là

A. $k=2$. **B.** $k=3$. **C.** $k=4$. **D.** $k=5$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm

$$f\left(x\right)=\left(m-3\right)x^2+\left(m+2\right)x-4>0$$

A. $m\le -22\vee m\ge 2$. **B.** $-22\le m\le 2$.
C. $-22<m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l}-22\le m\le 2\\ m=3\end{array}\right.$.

Câu 10: Cho bất phương trình $mx^2-\left(2\,m-1\right)x+m+1<0$ (1). Tìm tất cả các giá thực của tham số m để bất phương trình (1) vô nghiệm.

A. $m \geq \frac{1}{8}$. **B.** $m > \frac{1}{8}$. **C.** $m < \frac{1}{8}$. **D.** $m \leq \frac{1}{8}$.

Câu 11: Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?

A. $m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < \frac{1}{4}$. **D.** $m > \frac{1}{4}$.

Câu 12: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình sau có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

$x^2 - 2mx^3 + 3mx^2 + 4mx + 4 \geq 0$

A. 1. **B.** 4.
C. 6. **D.** ẩ hiều hơn 6 nhưng hữu hạn.

Câu 13: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 5 > 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m < 1$ hoặc $m > 6$. **B.** $1 < m < 6$. **C.** $m > 1$. **D.** $1 \leq m < 6$.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m - 8 \leq 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m < -1$. **B.** $m > 3$. **C.** $m \leq -\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2} < m \leq 3$.

Câu 15: Tìm tất cả các giá trị của m để biểu thức $x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ luôn dương với mọi x

A. $m < 0 \vee m > 20$. **B.** $0 < m < 20$. **C.** $m < 0 \vee m > 28$. **D.** $0 < m < 28$.

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $-x^2 + 4(m+1)x + 1 - m^2 \geq 0$ vô nghiệm x.

A. $m < -\frac{5}{3} \vee m > -1$. **B.** $-\frac{5}{3} < m < -1$. **C.** $m \leq 3 \vee m \geq 1$. **D.** $0 \leq m \leq 28$.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(2m-1)x^2 + 2(m-2)x + m - 4 > 0$ vô nghiệm.

A. $m \leq 1 \vee m = \frac{1}{2}$. **B.** $m \leq 1$. **C.** $m \leq 0$. **D.** $m \leq 0 \vee m = \frac{1}{2}$.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2 - 4x - 5 + m \geq 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[-2;3]$.

A. $m \geq 7$. **B.** $m > 7$. **C.** $m \geq 6$. **D.** $m \leq 7$.

Câu 19: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2-4x-5+m\ge 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[2;6]$.

A. $m\ge 7$. **B.** $m>4$. **C.** $m\ge 5$. **D.** $m\ge 4$.

Câu 20: Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $(m^2+1)x+m(x+3)+1>0$ nghiệm đúng với mọi $x\in[-1;2]$?

A. $0\le m\le 2$. **B.** $m>0$. **C.** $m<2$. **D.** $0<m<2$.

Câu 21: Tìm giá trị của tham số m để $f(x)=x^2+4x+m-5\le 0$ trên một đoạn có độ dài bằng 2.

A. $m=10$. **B.** $m=8$. **C.** $m=9$. **D.** $m=7$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)=(x+1)(x+3)(x^2+4x+6)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x)\ge m,\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $m\le -\frac{9}{4}$. **B.** $m\le -2$.

C. $m\le -2$ hoặc $m\ge -\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{9}{4}\le m\le -2$.

Câu 23: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{(m^2+m+2)x^2-2(m+4)x+m+8}}$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $-4-\sqrt{14}<m<-4+\sqrt{14}\vee m>0$. **B.** $-4-\sqrt{14}<m<-4+\sqrt{14}$.

C. $-2-\sqrt{7}<m<-2+\sqrt{7}\vee m>0$. **D.** $-2-\sqrt{7}<m<-2+\sqrt{7}$.

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\left|\dfrac{2x^2-mx+2}{x^2+x+1}\right|\le 3$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $-3\le m\le 2$. **B.** $-3\le m\le 2\vee m>5$.

C. $m<-5\vee -3\le m\le -1$. **D.** $-5\le m\le -1$.

Câu 25: Tìm tất cả các tham số m để bất phương trình $\dfrac{(m^3+1)x^2-2(m^2+m)x+m}{x^2+x+2}\le 0$ có nghiệm.

A. $-1\le m\le 0\vee m\ge\frac{1}{2}$. **B.** $m\le 0\vee m\ge\frac{1}{2}$.

C. $m\le -1\vee m\ge\frac{1}{2}$. **D.** $m\le -1\vee 0\le m\le\frac{1}{2}$.

DẠNG 5: ĐIỀU KIỆN VỀ NGHIỆM CỦA TAM THỨC BẬC HAI

{Tìm điều kiện của tham số để tam thức bậc hai có nghiệm thỏa mãn điều kiện…}

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $(m+2)x^2-3x+2m-3=0$ có hai nghiệm trái dấu.

Câu 2: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)x^2+(m+3)x-(m+1)=0$ có hai nghiệm phân biệt

Câu 3: Xác định m để phương trình: $(m+1)x^2-2(m+2)x+m-1=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 sao cho $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}>2$.

Câu 4: Với giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2-2(m-2)x+m-3=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+x_2+x_1x_2<1$?

Câu 5: Cho hàm số $y=(m-2)x^2-3mx+2m-3$ (m là tham số). Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A,B sao cho gốc tọa độ O nằm giữa A và B.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Tìm điều kiện của b để $f(x)=x^2-bx+3$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $b\in\left[-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right]$.
B. $b\in\left(-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.
C. $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right]\cup\left[2\sqrt{3};+\infty\right)$.
D. $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right)\cup\left(2\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 2: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2+(m+3)x-(m+1)=0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in\left(-\infty;-\frac{3}{5}\right)\cup(1;+\infty)\setminus\{3\}$.
B. $m\in\left(-\frac{3}{5};1\right)$.
C. $m\in\left(-\frac{3}{5};+\infty\right)$.
D. $m\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Câu 3: Các giá trị m để tam thức $f(x)=x^2-(m+2)x+8m+1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m\le 0$ hoặc $m\ge 28$.
B. $m<0$ hoặc $m>28$.
C. $0<m<28$.
D. $m>0$.

Câu 4: Cho phương trình $x^2-2x-m=0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có 2 nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1<x_2<2$.

A. $m > 0$. **B.** $m < -1$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $m > \frac{-1}{4}$.

Câu 5: Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.

A. $-2 < m < 7$. **B.** $-2 \neq m < -1$.

C. $m < -\frac{7}{8}$ và $m \neq -2$. **D.** $-2 \neq m < -1 \;\vee\; m > 7$.

Câu 6: Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 1$.

A. $-2 < m < -1 \;\vee\; m > 7$. **B.** $m < -2 \;\vee\; m > 7$.

C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2} < m < 7$.

Câu 7: Định m để phương trình $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 3m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-3;2)$?

A. $-2 < m < 4$. **B.** $m < -2 \;\vee\; m > 4$. **C.** $-1 < m < 3$. **D.** $m < -1 \vee m > 3$.

Câu 8: Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là:

A. $m < 6$ và $m \neq 2$. **B.** $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.

C. $2 < m < 6$. **D.** $m > 6$.

Câu 9: Cho phương trình $(m-5)x^2 + (m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$.

A. $m < \frac{22}{7}$. **B.** $\frac{22}{7} < m < 5$. **C.** $m \geq 5$. **D.** $\frac{22}{7} \leq m \leq 5$.

Câu 10: Giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có 2 nghiệm trái dấu?

A. $m < 1$. **B.** $m > 2$. **C.** $m > 3$. **D.** $1 < m < 3$.

Câu 11: Định m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$.

A. $m < 2 \;\vee m > 6$. **B.** $-2 < m < -1 \vee -1 < m < 2 \;\vee\; m > 6$.

C. $2 < m < 6$. **D.** $-2 < m < 6$.

Câu 12: Với điều kiện nào của *m* thì phương trình $mx^2-2(m-1)x+m-2=0$ có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng (-1; 2)?

A. $-2\le m\le 1$. **B.** $m<-1 \vee m>1$. **C.** $m<\frac{4}{3}$. **D.** $0<m<\frac{4}{3}$.

Câu 13: Phương trình $(m+1)x^2-2(m-1)x+m^2+4m-5=0$ có đúng hai nghiệm x_1,x_2 thoả $2<x_1<x_2$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

A. $-2<m<-1$. **B.** $m>1$. **C.** $-5<m<-3$. **D.** $-2<m<1$.

Câu 14: Xác định m để phương trình $(x-1)\left[x^2+2(m+3)x+4m+12\right]=0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1.

A. $m<-\frac{7}{2}$. **B.** $-2<m<1$ và $m\ne-\frac{16}{9}$.

C. $-\frac{7}{2}<m<-1$ và $m\ne-\frac{16}{9}$. **D.** $-\frac{7}{2}<m<-3$ và $m\ne-\frac{19}{6}$.

CHƯƠNG VI HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 17. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

I LÝ THUYẾT.

I. ĐỊNH LÍ VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

1. Tam thức bậc hai

Tam thức bậc hai đối với x là biểu thức có dạng $f\left(x\right)=ax^2+bx+c$, trong đó a,b,c là những hệ số, $a\neq 0$.

2. Dấu của tam thức bậc hai

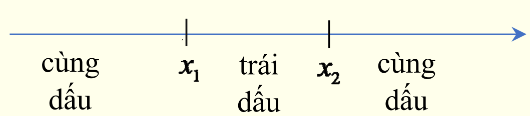
Cho $f\left(x\right)=ax^2+bx+c\ \left(a\neq 0\right),\Delta=b^2-4ac$.

Nếu $\Delta<0$ thì $f\left(x\right)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Nếu $\Delta=0$ thì $f\left(x\right)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\neq-\dfrac{b}{2a}$.

Nếu $\Delta>0$ thì $f\left(x\right)$ luôn cùng dấu với hệ số a khi $x\in\left(-\infty;x_1\right)\cup\left(x_2;+\infty\right)$ và $f\left(x\right)$ luôn trái dấu với hệ số a khi $x\in\left(x_1;x_2\right)$. Trong đó $x_1.x_2$ là hai nghiệm của $f\left(x\right)$.

Khi $\Delta>0$, dấu của $f\left(x\right)$ và a là : "Trong trái ngoài cùng"



II. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

1. Bất phương trình bậc hai

Bất phương trình bậc hai ẩn x là bất phương trình dạng $ax^2+bx+c<0$ (hoặc $ax^2+bx+c\le 0$, $ax^2+bx+c>0$, $ax^2+bx+c\ge 0$), trong đó a,b,c là những số thực đã cho, $a\ne 0$.

2. Giải bất phương trình bậc hai

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2+bx+c>0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c$ có dấu dương.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2+bx+c\ge 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c$ có dấu không âm (lớn hơn hoặc bằng 0).

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2+bx+c<0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c$ có dấu âm.

Giải bất phương trình bậc hai $ax^2+bx+c\le 0$ là tìm các khoảng mà trong đó $f(x)=ax^2+bx+c$ có dấu không dương (bé hơn hoặc bằng 0).

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

6.15. Xét dấu các tam thức bậc hai sau:

a) $3x^2-4x+1$

b) x^2+2x+1

c) $-x^2+3x-2$

d) $-x^2+x-1$

Lời giải

a) Dễ thấy $f(x)=3x^2-4x+1$ có $\Delta'=1>0, a=3>0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{1}{3}; x_2=1$.

Do đó ta có bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra $f(x)>0$ với mọi $x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$ và $f(x)<0$ với mọi $x\in\left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

b) $g(x)=x^2+2x+1$ có $\Delta=0$ và $a=1>0$ nên $g(x)$ có nghiệm kép $x=-1$ và $g(x)>0$ với mọi $x\ne -1$.

c) Dễ thấy $h(x)=-x^2+3x-2$ có $\Delta=1>0, a=-1<0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1=1; x_2=2$.

Do đó ta có bảng xét dấu $h(x)$:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra $h(x)<0$ với mọi $x\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$ và $h(x)>0$ với mọi $x\in(1;2)$.

d) $k(x)=-x^2+x-1$ có $\Delta=-3<0$ và $a=-1<0$ nên $k(x)<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

6.16. Giải các bất phương trình bậc hai:

a) $x^2-1\ge 0$

b) $x^2-2x-1<0$

c) $-3x^2+12x+1\le 0$

d) $5x^2+x+1\ge 0$

Lời giải

a) Dễ thấy $f(x)=x^2-1$ có $\Delta'=1>0, a=1>0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1=-1; x_2=1$.

Do đó ta có bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ả ên bất phương trình $x^2-1\ge 0$ có tập nghiệm là $S=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

b) Dễ thấy $g(x)=x^2-2x-1$ có $\Delta'=2>0, a=1>0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1=1-\sqrt{2}$; $x_2=1+\sqrt{2}$.

Do đó ta có bảng xét dấu $g(x)$:

x	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

ả ên bất phương trình $x^2-2x-1<0$ có tập nghiệm là $S=\left(1-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)$.

c) Dễ thấy $h(x)=-3x^2+12x+1$ có $\Delta'=39>0, a=-3<0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1=\dfrac{6+\sqrt{39}}{3}$; $x_2=\dfrac{6-\sqrt{39}}{3}$.

Do đó ta có bảng xét dấu $h(x)$:

x	$-\infty$		$\dfrac{6-\sqrt{39}}{3}$		$\dfrac{6+\sqrt{39}}{3}$		$+\infty$
$h(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ẩ ên bất phương trình $-3x^2+12x+1\le 0$ có tập nghiệm là $S=\left(-\infty;\frac{6-\sqrt{39}}{3}\right)\cup\left(\frac{6+\sqrt{39}}{3};+\infty\right)$.

d) $k(x)=5x^2+x+1$ có $\Delta=-19<0$ và $a=5>0$ nên $k(x)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Từ đó suy ra bất phương trình $5x^2+x+1\ge 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

6.17. Tìm các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai sau dương với mọi $x\in\mathbb{R}$

$$x^2+(m+1)x+2m+3$$

Lời giải

Đặt $f(x)=x^2+(m+1)x+2m+3$ có hệ số $a=1>0$

Ta có $\Delta=(m+1)^2-4(2m+3)=m^2-6m-11$

*) ẩ ếu $\Delta>0$ thì $f(x)\le 0$ khi $x\in[x_1;x_2]$ với x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $f(x)=0$.

Khi đó không thỏa mãn $f(x)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

*) ẩ ếu $\Delta=0$ thì $f(x)=0$ khi $x=-\frac{b}{2a}$, khi đó không thỏa mãn $f(x)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

*) ẩ ếu $\Delta<0\Leftrightarrow 3-2\sqrt{5}<m<3+2\sqrt{5}$ thì $1.f(x)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ (thỏa mãn đề bài)

Vậy $3-2\sqrt{5}<m<3+2\sqrt{5}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

6.18. Một vật được ném theo phương thẳng đứng xuống dưới từ độ cao $320m$ với vận tốc ban đầu $v_0=20m/s$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giây, vật đó cách mặt đất không quá $100m$? Giả thiết rằng sức cản của không khí là không đáng kể.

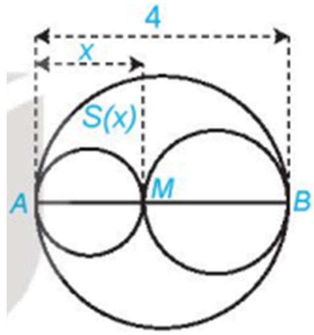
Lời giải

Với $g=10m/s^2$ ta có phương trình chuyển động $h(t)=5t^2+20t-320$.

Vật cách mặt đất không quá $100m$, tức là $-100<h(t)=5t^2+20t-320<0$.

Sử dụng MTCT ta được $-2+4\sqrt{3}<t<-2+2\sqrt{17}$.

6.19. Xét đường tròn đường kính $AB=4$ và một điểm M di chuyển trên đoạn AB, đặt $AM=x$ (H.6.19). Xét hai đường tròn đường kính AM và MB. Kí hiệu $S(x)$ là diện tích phần hình phẳng nằm trong hình tròn lớn và nằm ngoài hai hình tròn nhỏ. Xác định các giá trị của x để diện tích $S(x)$ không vượt quá một nửa tổng diện tích hai hình tròn nhỏ.



Hình 6.19

Lời giải

Ta có $S_{(O;AB)} = \frac{\pi}{4}AB^2$; $S_{(O_1;AM)} = \frac{\pi}{4}x^2$; $S_{(O_2;MB)} = \frac{\pi}{4}(4-x)^2$;

$$S_x = S_{(O;AB)} - S_{(O_1;AM)} - S_{(O_2;MB)}$$
$$= \frac{\pi}{4}\left(AB^2 - x^2 - (4-x)^2\right)$$
$$= \frac{\pi}{4}\left(-2x^2 + 8x\right)$$

$$S_x \le \frac{1}{2}\left(S_{(O_1;AM)} + S_{(O_2;MB)}\right)$$
$$\Rightarrow \frac{\pi}{4}\left(-2x^2+8x\right) \le \frac{1}{2}.\frac{\pi}{4}\left(x^2 + \left(4-x^2\right)\right)$$
$$\Rightarrow 3x^2 - 12x + 8 \ge 0$$
$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < x \le \frac{6-2\sqrt{3}}{3} \\ \frac{6+2\sqrt{3}}{3} \le x < 4 \end{array}\right.$$

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÉT DẤU BIỂU THỨC

(Xét dấu của: Tam thức bậc hai, biểu thức có dạng tích hoặc thương của các tam thức bậc hai,…)

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Xét dấu tam thức: $f(x) = -x^2 + 5x - 6$

Lời giải

$f(x)$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 = 2,\ x_2 = 3$ và có hệ số $a = -1 < 0$.

Ta có bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Câu 2: Xét dấu tam thức : $f(x)=2x^2+2x+5$.

Lời giải

Tam thức có $\Delta'=-9<0$ và hệ số $a=2>0$ nên $f(x)>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Câu 3: Xét dấu biểu thức $f(x)=\dfrac{2x^2-x-1}{x^2-4}$

Lời giải

Ta có $2x^2-x-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{2}\\x=1\end{array}\right.$; $x^2-4=0\Leftrightarrow x=\pm2$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{2}$		1		2		$+\infty$
$2x^2-x-1$		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
x^2-4		$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	||	$+$	

Câu 4: Tìm x để biểu thức : $f(x)=(3x-x^2)(x^2-6x+9)$ nhận giá trị dương

Lời giải

Ta có $3x^2-x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$; $x^2-6x+9=0\Leftrightarrow x=3$

Lập bảng xét dấu (Hoặc sử dụng phương pháp khoảng) ta có $x\in(0;3)$.

Câu 5: Xét dấu biểu thức: $P(x)=x-\dfrac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$

Lời giải

Ta có $x-\dfrac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}=\dfrac{-x^3+2x^2+5x-6}{-x^2+3x+4}=\dfrac{(x-1)(-x^2+x+6)}{-x^2+3x+4}$

Ta có $-x^2+x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=3\end{array}\right.$, $-x^2+3x+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=4\end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		-1		1		3		4		$+\infty$
$x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$-x^2+x+6$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
$-x^2+3x+4$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	
$x-\dfrac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$		$-$	0	$+$	||	$-$	0	$+$	0	$-$	||	$+$	

Suy ra $x-\dfrac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$ dương khi và chỉ khi $x\in(-2;-1)\cup(1;3)\cup(4;+\infty)$,

$x-\dfrac{x^2-x+6}{-x^2+3x+4}$ âm khi và chỉ khi $x\in(-\infty;-2)\cup(-1;1)\cup(3;4)$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: **[0D4-5.1-2]** Tam thức nào sau đây nhận giá trị âm với mọi $x<2$?

A. x^2-5x+6. **B.** $16-x^2$. **C.** x^2-2x+3. **D.** $-x^2+5x-6$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Ta có $y=x^2-5x+6=(x-2)(x-3)<0\Leftrightarrow 2<x<3$ (loại **A.**);

$y=16-x^2=(4-x)(4+x)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-4\\x>4\end{array}\right.$ (loại B)

$y=x^2-2x+3=(x-1)^2+2>0,\forall x$ (loại C)

$y=-x^2+5x-6=-(x-2)(x-3)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<2\\x>3\end{array}\right.$ (Chọn D)

Cách 2: Thay $x=0$ vào từng đáp án; chỉ có D thỏa mãn $-6<0$ (đúng).

Câu 2: **[0D4-5.1-1]** Tam thức $-x^2-3x-4$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

A. $x<-4$ hoặc $x>-1$. **B.** $x<1$ hoặc $x>4$.

C. $-4<x<-4$. **D.** $x\in\mathbb{R}$.

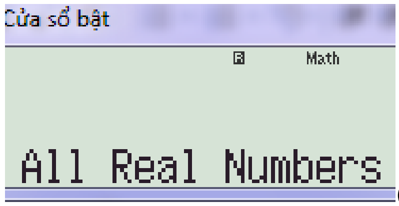
Lời giải

Chọn D

Cách 1: $y=-x^2-3x-4$ nhận giá trị âm khi $-x^2-3x-4<0\Leftrightarrow-\left(x^2+2.\dfrac{3}{2}x+\dfrac{9}{4}+\dfrac{7}{4}\right)<0$

$\Leftrightarrow-\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2-\dfrac{7}{4}<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Cách 2: Casio wR112p1=p3=p4==



(đúng với tất cả các số thực).

Câu 3: **[0D4-5.1-1]** Tam thức $y=x^2-12x-13$ nhận giá trị âm khi và chỉ khi

A. $x<-13$ hoặc $x>1$. **B.** $x<-1$ hoặc $x>13$. **C.** $-13<x<1$. **D.** $-1<x<13$.

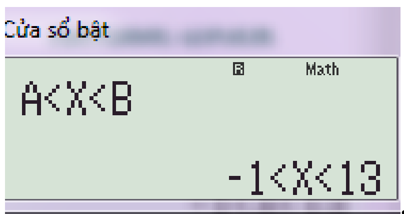
Lời giải

Chọn D

Cách 1: $y=x^2-12x-13$ nhận giá trị âm tức là $x^2-12x-13<0 \Leftrightarrow (x+1)(x-13)<0$

$\Leftrightarrow -1<x<13$.

Cách 2: Casio: wR1121=p12=p13==



.

Câu 4: **[0D4-5.1-1]** Tam thức $y=x^2-2x-3$ nhận giá trị dương khi và chỉ khi

A. $x<-3$ hoặc $x>-1$. **B.** $x<-1$ hoặc $x>3$. **C.** $x<-2$ hoặc $x>6$. **D.** $-1<x<3$.

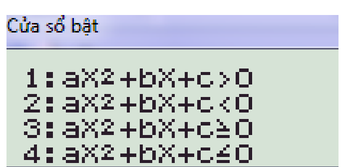
Lời giải

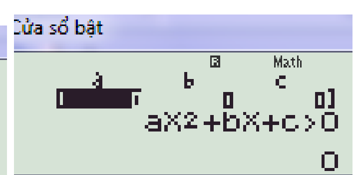
Chọn B

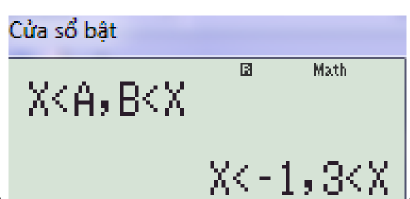
Cách 1: Ta có $y=x^2-2x-3$ nhận giá trị dương tức là $x^2-2x-3>0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3)>0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x+1>0 \\ x-3>0 \end{cases} \\ \begin{cases} x+1<0 \\ x-3<0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>3 \\ x<-1 \end{array}\right..$$

Cách 2: Casio $y=x^2-2x-3$ nhận giá trị dương tức là $x^2-2x-3>0$

$MODE \rightarrow \downarrow \rightarrow 1 \rightarrow 1 \rightarrow 1$ 



Rồi nhập $1 = \rightarrow -2 = \rightarrow -3 = \rightarrow =$; kết quả 

.

Câu 5: **[0D4-5.1-1]** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x)=x^2-6x+8$ không dương?

A. $[2;3]$. **B.** $(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$. **C.** $[2;4]$. **D.** $[1;4]$.

Lời giải

Chọn C

Để $f(x)$ không dương thì $x^2-6x+8\le 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4)\le 0$

Lập bảng xét dấu $f(x)$ ta thấy để $f(x)\le 0 \Leftrightarrow x\in[2;4]$

Câu 6: **[0D4-5.1-1]** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì đa thức $f(x)=x^2+9-6x$ luôn dương?

A. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2+9-6x>0 \Leftrightarrow (x-3)^2>0 \Leftrightarrow x\ne 3$.

Vậy $x\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Câu 7: **[0D4-5.1-1]** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x)=x^2-2x+3$ luôn dương?

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2-2x+3=(x-1)^2+2\ge 2, \forall x\in\mathbb{R}$. Vậy $x\in\mathbb{R}$.

Câu 8: **[0D4-5.1-1]** Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x)=-x^2+6x-9$?

A.

x	$-\infty$ 3 $+\infty$
$f(x)$	+ 0 −

.

B.

x	$-\infty$ 3 $+\infty$
$f(x)$	− 0 +

.

C.

x	$-\infty$ 3 $+\infty$
$f(x)$	+ 0 +

.

D.

x	$-\infty$ 3 $+\infty$
$f(x)$	− 0 −

.

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2+6x-9=0 \Leftrightarrow x=3$ và $a=-1<0$.

Câu 9: **[0D4-5.1-1]** Bảng xét dấu nào sau đây là bảng xét dấu của tam thức $f(x)=-x^2-x+6$?

A.

x	$-\infty$ -2 3 $+\infty$
$f(x)$	- 0 + 0 -

.

B.

x	$-\infty$ -2 3 $+\infty$
$f(x)$	+ 0 - 0 +

.

C.

X	$-\infty$ -3 2 $+\infty$
$f(x)$	- 0 + 0 -

.

D.

X	$-\infty$ -3 2 $+\infty$
$f(x)$	+ 0 - 0 +

.

Lời giải

Chọn C

Ta có $-x^2-x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-3 \end{array}\right.$ và $a=-1<0$.

Câu 10: **[0D4-5.1-2]** Khi xét dấu biểu thức $f(x)=\dfrac{x^2+4x-21}{x^2-1}$ ta có

A. $f(x)>0$ khi $-7<x<-1$ hoặc $1<x<3$.

B. $f(x)>0$ khi $x<-7$ hoặc $-1<x<1$ hoặc $x>3$.

C. $f(x)>0$ khi $-1<x<0$ hoặc $x>1$.

D. $f(x)>0$ khi $x>-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2+4x-21=0 \Leftrightarrow x=-7; x=3$ và $x^2-1=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$. Lập bảng xét dấu ta có

$f(x)>0$ khi $x<-7$ hoặc $-1<x<1$ hoặc $x>3$.

Câu 11: **[0D4-5.1-2]** Tìm x để $f(x)=\dfrac{x^2-5x+6}{x-1}$ không âm.

A. $(1;3]$. **B.** $(1;2]\cup[3;+\infty)$.

C. $[2;3]$. **D.** $(-\infty;1)\cup[2;3]$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $x \neq 1$

$$\frac{x^2-5x+6}{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{(x-2)(x-3)}{x-1} \geq 0$$

Ta có:

$(x-2)(x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$;

$x-1=0 \Leftrightarrow x=1$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x-2$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x-1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy $x \in (1;2] \cup [3;+\infty)$.

Câu 12: **[0D4-5.1-2]** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì $f(x) = x(5x+2) - x(x^2+6)$ không dương?

A. $(-\infty;1] \cup [4;+\infty)$. **B.** $[1;4]$.

C. $(1;4)$. **D.** $[0;1] \cup [4;+\infty)$

Lời giải

Chọn D

$x(5x+2) - x(x^2+6) \le 0 \Leftrightarrow x(x^2-5x+4) \ge 0$

x	$-\infty$		0		1		4		$+\infty$
$x-4$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
x		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy $x \in [0;1] \cup [4;+\infty)$.

Câu 13: **[0D4-5.1-2]** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức $f(x) = x(x^2-1)$ không âm?

A. $(-\infty;-1) \cup [1;+\infty)$. **B.** $[-1;0] \cup [1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1] \cup [0;1)$. **D.** $[-1;1]$.

Lời giải

Chọn B

Cho $x(x^2-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
x		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x+1$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Căn cứ bảng xét dấu ta được $x\in[-1;0]\cup[1;+\infty)$

Câu 14: **[0D4-5.1-2]** Với x thuộc tập hợp nào dưới đây thì nhị thức $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+4x+3}$ không dương?

A. $S=(-\infty;1)$. **B.** $S=(-3;-1)\cup[1;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;-3)\cup(-1;1]$. **D.** $S=(-3;1)$.

Lời giải

Chọn C

$f(x)=\dfrac{x-1}{x^2+4x+3}$.

Ta có $x-1=0\Leftrightarrow x=1$

$x^2+4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=-1\end{array}\right.$

+ Xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$x-1$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x+1$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	||	$+$	||	$-$	0	$+$	

+ Vậy $f(x)\le 0$ khi $x\in(-\infty;-3)\cup(-1;1]$.

Vậy $x\in(-\infty;-3)\cup(-1;1]$

Câu 15: **[0D4-5.1-3]** Tìm số nguyên lớn nhất của x để đa thức $f(x)=\dfrac{x+4}{x^2-9}-\dfrac{2}{x+3}-\dfrac{4x}{3x-x^2}$ luôn âm.

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} x^2-9\neq 0 \\ x+3\neq 0 \\ 3x-x^2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 3 \\ x\neq -3 \\ x\neq 0 \end{cases}$.

Ta có $\frac{x+4}{x^2-9}-\frac{2}{x+3}-\frac{4x}{3x-x^2}<0 \Leftrightarrow \frac{x+4}{x^2-9}-\frac{2}{x+3}<\frac{4x}{3x-x^2}$

$\Leftrightarrow \frac{(x+4)-2(x-3)+4(x+3)}{(x-3)(x+3)}<0 \Leftrightarrow \frac{3x+22}{(x-3)(x+3)}<0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{22}{3}$		-3		3	$+\infty$
$x-3$	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$
$x+3$	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$
$3x+22$	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	||	$-$	||	$+$

Dựa vào bảng xét dấu ta có $x\in\left(-\infty,-\frac{22}{3}\right)\cup(-3,3)$.

Vậy $x=2$ thỏa YCBT.

Câu 16: **[0D4-5.1-2]** Khi xét dấu biểu thức $f(x)=\frac{x^2+4x-21}{x^2-1}$ ta có

A. $f(x)>0$ khi $-7<x<-1$ hoặc $1<x<3$.

B. $f(x)>0$ khi $x<-7$ hoặc $-1<x<1$ hoặc $x>3$.

C. $f(x)>0$ khi $-1<x<0$ hoặc $x>1$.

D. $f(x)>0$ khi $x>-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2+4x-21=0 \Leftrightarrow x=-7; x=3$ và $x^2-1=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$. Lập bảng xét dấu ta có

$f(x)>0$ khi $x<-7$ hoặc $-1<x<1$ hoặc $x>3$.

Câu 17: **[0D4-5.1-2]** Tìm x để $\frac{x^2-5x+6}{x-1}\geq 0$

A. $(1;3]$.

B. $(1;2]\cup[3;+\infty)$.

C. $[2;3]$.

D. $(-\infty;1)\cup[2;3]$.

Lời giải

Chọn B

x	$-\infty$		1		2		3	$+\infty$
TS		+		+	0	-	0	+
MS		-	0	+		+		+
$\dfrac{x^2-5x+6}{x-1}$		-	kxđ	+	0	-	0	+

Câu 18: **[0D4-5.1-2]** Tìm tất cả các số thực x để biểu thức $P(x)=\dfrac{x-1}{x+2}-\dfrac{x+2}{x-1}\geq 0$

A. $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $(-2;+\infty)$.

C. $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right]\cup(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup\left[-\dfrac{1}{2};1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $P(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x+2}-\dfrac{(x+2)^2}{x-1}=\dfrac{-6x-3}{x^2+x-2}$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		$-\dfrac{1}{2}$		1		$+\infty$
$-6x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
x^2+x-2		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
VT		$-$	||	$+$	0	$-$	||	$+$	

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=(-\infty;-2)\cup\left[-\dfrac{1}{2};1\right)$.

Câu 19: **[0D4-5.1-3]** Tìm x để biểu thức $\mathrm{P}(x)=(x-1)(x^3-4x)-(x+2)(x^3+3x-2)$ nhận giá trị dương.

A. $-1<x<\dfrac{2}{3}$ **B.** $(-2<x<-1)\vee\left(x>\dfrac{2}{3}\right)$.

C. $(x<-1)\vee\left(x>\dfrac{2}{3}\right)$. **D.** $(x<-2)\vee\left(-1<x<\dfrac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B

$P(x)=x(x-1)(x-2)(x+2)-(x+2)(x^3+3x-2)$

$=(x+2)\left[x(x-1)(x-2)-(x^3+3x-2)\right]$

$=(x+2)(x^3-3x^2+2x-x^3-3x+2)$

$=(x+2)(-3x^2-x+2)$.

Cho $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$; $-3x^2-x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\frac{2}{3} \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		-1		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
VT		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$\Rightarrow (-2<x<-1) \vee \left(x>\frac{2}{3}\right)$.

Câu 20: **[0D4-5.1-3]** Biểu thức $P(x)=\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x}-\frac{2}{x+2} \le 0$ khi x thỏa mãn điều kiện nào sau đây ?

A. $\left(-2,\frac{3-\sqrt{17}}{2}\right) \cup (0,2) \cup \left(\frac{3+\sqrt{17}}{2},+\infty\right)$. **B.** $x \notin \{-2,0,2\}$.

C. $-2<x<0$. **D.** $0<x<2$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} x \ne 0 \\ x \ne \pm 2 \end{cases}$.

Với điều kiện trên ta có $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x} \le \frac{2}{x+2} \Leftrightarrow \frac{x(x+2)-(x-2)(x+2)-2x(x-2)}{(x-2)x(x+2)} \le 0$.

$\Leftrightarrow \frac{-2x^2+6x+4}{(x-2)x(x+2)} \le 0$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		$\frac{3-\sqrt{17}}{2}$		0		2		$\frac{3+\sqrt{17}}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

DẠNG 2: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH

(Giải bất phương trình bậc hai, bất phương trình dạng tích, thương của các tam thức bậc hai, bất phương trình đưa về bậc hai…)

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải các bất phương trình sau: $-3x^2+2x+1<0$

Lời giải

Tam thức $f(x)=-3x^2+2x+1$ có $a=-3<0$ và có hai nghiệm $x_1=-\frac{1}{3}$; $x_2=1$

($f(x)$ cùng dấu với hệ số a).

Suy ra $-3x^2+2x+1<0 \Leftrightarrow x<-\frac{1}{3}$ hoặc $x>1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình: $S=(-\infty;-\frac{1}{3})\cup(1;+\infty)$.

Câu 2: Giải bất phương trình sau: $-36x^2+12x-1\geq 0$

Lời giải

Tam thức $f\left(x\right)=-36x^2+12x-1$ có $a=-36<0$ và $\Delta=0$

$f(x)$ trái dấu với hệ số a nên $f\left(x\right)$ âm với $\forall x\neq\frac{1}{6}$ và $f\left(\frac{1}{6}\right)=0$

Suy ra $-36x^2+12x-1\geq 0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{6}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left\{\frac{1}{6}\right\}$.

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số: $y=\sqrt{x^2-2x+5}$

Lời giải

Điều kiện: $x^2-2x+5\geq 0$

Xét tam thức vế trái có $\Delta'=-4<0$ và $a=1>0$ nên $x^2-2x+5>0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}$.

Câu 4: Giải bất phương trình $(x^2-x)^2+3(x^2-x)+2\geq 0$

Lời giải

Ta có $(x^2-x)^2+3(x^2-x)+2\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x\leq -2 \\ x^2-x\geq -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x+2\leq 0 \\ x^2-x+1\geq 0 \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow$đúng $\forall x$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $T=\mathbb{R}$.

Câu 5: Giải bất phương trình : $\frac{x^2+x-1}{x-2}>\frac{1}{x^2-x}+\frac{x^3-2x}{x^2-3x+2}$.

Lời giải

BPT $\Leftrightarrow \frac{\left(x^2+x-1\right)\left(x^2-x\right)-\left(x-2\right)+x\left(x^3-2\right)}{x\left(x^2-3x+2\right)}>0$

$\Leftrightarrow \frac{2}{x\left(x^2-3x+2\right)}>0 \Leftrightarrow x\left(x^2-3x+2\right)>0$

$\Leftrightarrow 0<x<1 \vee x>2$.

Câu 6: Giải bất phương trình: $(x^2-4)(x^2+2x)\leq 3(x^2+4x+4)$.

Lời giải

BPT $\Leftrightarrow (x+2)^2(x^2-2x) \le 3(x+2)^2$

$\Leftrightarrow (x+2)^2(x^2-2x-3) \le 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x^2-2x-3 \le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=-2 \ \vee\ -1 \le x \le 3$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: **[0D4-5.2-2]** Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x^2-5x+2}$.

A. $D=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$. **D.** $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\sqrt{2x^2-5x+2}$ xác định khi và chỉ khi $2x^2-5x+2 \ge 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$.

Câu 2: **[0D4-5.2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+9>6x$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn A

$x^2+9>6x \Leftrightarrow x^2-6x+9>0 \Leftrightarrow (x-3)^2>0, \forall x \ne 3$.

Câu 3: **[0D4-5.2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-2x+3>0$ là:

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Chọn B

$x^2-2x+3=(x-1)^2+2>0, \ \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 4: **[0D4-5.2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2<9$ là:

A. $(-3;3)$. **B.** $(-\infty;-3)$.

C. $(-\infty;3)$. **D.** $(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2<9 \Leftrightarrow |x|<3 \Leftrightarrow -3<x<3$(chọn A).

Câu 5: **[0D4-5.2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-x-6<0$ là:

A. $(-\infty;-3)\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-3;2)$.

C. $(-2;3)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$x^2 - x - 6 < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-2;3)$.

Câu 6: **[0D4-5.2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 < 0$ là:

A. $\left(-\infty; 2\sqrt{2}\right)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{2\sqrt{2}\right\}$. **C.** $\varnothing$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

$x^2 - 4\sqrt{2}x + 8 < 0 \Leftrightarrow \left(x - 2\sqrt{2}\right)^2 < 0 \Leftrightarrow x \in \varnothing$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\varnothing$.

Câu 7: **[0D4-5.2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$ là:

A. $(2;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

Chọn D

$x^2 - 4x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 8: **[0D4-5.2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 2x + 1 > 0$ là:

A. $(1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Lời giải

Chọn D

$x^2 - 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 9: **[0D4-5.2-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 6x + 9 > 0$ là:

A. $(3;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Lời giải

Chọn C

$x^2 + 6x + 9 > 0 \Leftrightarrow (x+3)^2 > 0 \Leftrightarrow x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

Câu 10: **[0D4-5.2-1]** Tập ngiệm của bất phương trình: $-x^2 + 6x + 7 \geq 0$ là:

A. $(-\infty;-1]\cup[7;+\infty)$. **B.** $[-1;7]$. **C.** $(-\infty;-7]\cup[1;+\infty)$. **D.** $[-7;1]$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x)=-x^2+6x+7$

$f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=7\end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		7		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$f(x)\ge 0\Leftrightarrow x\in[-1;7]$

Câu 11: **[0D4-5.2-2]** Tập xác định của hàm số $y=x+\sqrt{x^2+4x-5}$ là:

A. $D=[-5;1]$. **B.** $D=(-5;1)$.

C. $D=(-\infty;-5]\cup[1;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;-5)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x^2+4x-5\ge 0\Leftrightarrow x\le -5\ \cup\ x\ge 1$

Tập xác định: $D=(-\infty;-5]\cup[1;+\infty)$.

Câu 12: **[0D4-7.2-2]** Tập xác định của hàm số $f(x)=\sqrt{2x^2-7x-15}$ là

A. $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)\cup(5;+\infty)$. **B.** $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right]\cup[5;+\infty)$.

C. $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)\cup[5;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right]\cup[5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $2x^2-7x-15\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 5\\x\le -\frac{3}{2}\end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right]\cup[5;+\infty)$.

Câu 13: **[0D4-5.2-2]** Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{3x-x^2}$ là

A. $(-\infty;0]\cup[3;+\infty)$. **B.** $[0;3]$. **C.** $(0;3)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

ĐKXĐ $3x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$.

Câu 14: **[0D4-5.2-2]** Giải bất phương trình $5(x-1)-x(7-x)>x^2-2x$ ta được

A. Vô nghiệm. **B.** Mọi x đều là nghiệm.
C. $x>-2,5$. **D.** $x>-2,6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $5(x-1)-x(7-x)>x^2-2x \Leftrightarrow -5>0$ vô lý. Vậy bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 15: **[0D4-5.3-3]** Giải bất phương trình: $x^2+(x-2)^2 \geq \dfrac{8}{x^2-2x+2}$.

A. $(x \leq 0) \vee (x \geq 2)$. **B.** $0 \leq x \leq 2$. **C.** $(x<-2) \vee (x>2)$. **D.** $-2 \leq x \leq 2$.

Lời giải

Chọn A

ả hận xét $x^2-2x+2>0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$$x^2+(x-2)^2 \geq \frac{8}{x^2-2x+2} \Leftrightarrow (x^2-2x+2)(2x^2-4x+4) \geq 8$$

$$\Leftrightarrow (x^2-2x+2)^2 \geq 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-2x+2 \geq 2 \\ x^2-2x+2 \leq -2\,(VN) \end{array}\right. \Leftrightarrow x^2-2x \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 2 \\ x \leq 0 \end{array}\right..$$

Câu 16: **[0D4-5.3-3]** Tập hợp nghiệm của bất phương trình: $\dfrac{2x^2-1}{x^2-4x+4}>\dfrac{2x-1}{x-2}$.

A. $x>\dfrac{3}{5}$. **B.** $x>\dfrac{3}{5}$ và $x \neq 2$. **C.** $-\dfrac{3}{5}<x<2$. **D.** $x<\dfrac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R} \backslash \{2\}$

PT $\dfrac{2x^2-1}{x^2-4x+4}>\dfrac{2x-1}{x-2}$.

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2-1}{x^2-4x+4}-\frac{(2x-1)(x-2)}{(x-2)^2}>0$$

$$\Leftrightarrow \frac{5x-3}{(x-2)^2}>0 \left\{\begin{array}{l} x>\dfrac{3}{5} \\ x \neq 2 \end{array}\right.$$

Kết luận: $x>\dfrac{3}{5}$ và $x \neq 2$.

Câu 17: **[0D4-5.3-3]** Tìm nghiệm của bất phương trình: $\dfrac{2x-3}{x^2+2}+3<\dfrac{4x^2+3x}{x^2+2}-1$.

A. $x>-5$. **B.** $x>5$. **C.** $x<5$. **D.** $x<-5$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

PT $\frac{2x-3}{x^2+2}+3<\frac{4x^2+3x}{x^2+2}-1$

$\Leftrightarrow \frac{2x-3+3x^2+6}{x^2+2}<\frac{4x^2+3x-x^2-2}{x^2+2}$

$\Leftrightarrow 3x^2+2x+3<3x^2+3x-2\left(x^2+2>0\ \forall x\in\mathbb{R}\right)$

$\Leftrightarrow x>5$.

Kết luận: $x>5$.

Câu 18: **[0D4-5.3-1]** Tập nghiệm của bất phương trình $(1-2x)(2x-5)(x+1)<0$ là:

A. $S=\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $S=\left(-1;\frac{5}{2}\right)$.

C. $S=\left(-1;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$. **D.** $S=(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình $\Leftrightarrow(2x-1)(2x-5)(x+1)>0$

Lập bảng xét dấu dễ dàng ta được $S=\left(-1;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$.

Câu 19: **[0D4-5.2-2]** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2-8x+7\geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

A. $(-\infty;0]$. **B.** $[8;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $[6;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2-8x+7\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\geq 7\\ x\leq 1\end{array}\right.$.

Câu 20: **[0D4-5.3-2]** Bất phương trình $x(x^2-1)\geq 0$ có nghiệm là:

A. $x\in(-\infty;-1)\cup[1;+\infty)$. **B.** $x\in[-1;0]\cup[1;+\infty)$.

C. $x\in(-\infty;-1]\cup[0;1)$. **D.** $x\in[-1;1]$.

Lời giải

Chọn B

+ ả hị thức x có nghiệm duy nhất $x=0$.

+ Tam thức x^2-1 có hai nghiệm phân biệt -1 và 1.

+ Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
x		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2-1		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$x(x^2-1)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta có $x(x^2-1)\geq 0 \Leftrightarrow x\in[-1;0]\cup[1;+\infty)$.

Câu 21: **[0D4-5.3-2]** Miền nghiệm của bất phương trình: $\dfrac{x-2}{x^2+x+1}<\dfrac{x+2}{x^2-x+1}$ là:

A. $\varnothing$.

B. $\left(x<-\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)\vee\left(x>\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)$.

C. $\left(-\dfrac{\sqrt{6}}{3}<x<\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

ả hận xét $x^2+x+1>0\forall x\in\mathbb{R}$; $x^2-x+1>0\forall x\in\mathbb{R}$.

$\dfrac{x-2}{x^2+x+1}<\dfrac{x+2}{x^2-x+1}\Leftrightarrow (x-2)(x^2-x+1)<(x+2)(x^2+x+1)$

$\Leftrightarrow x^3-3x^2+3x-2<x^3+3x^2+3x+2$

$\Leftrightarrow 6x^2+4>0\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

Câu 22: **[0D4-5.2-2]** Giải bất phương trình: $2(x+2)^2\geq 2x+\dfrac{7}{2}$.

A. $\forall x\neq\dfrac{3}{2}$.

B. $x=\dfrac{3}{2}$.

C. Vô nghiệm.

D. $\forall x$.

Lời giải

Chọn D

BPT: $2(x+2)^2\geq 2x+\dfrac{7}{2}\Leftrightarrow 2x^2+6x+\dfrac{9}{2}\geq 0\Leftrightarrow 2\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Kết luận: $\forall x$.

Câu 23: **[0D4-5.3-2]** Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{x^2+x-1}{1-x}>-x$ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.

B. $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $(1;+\infty)$.

D. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện : $x\neq 1$.

Bất phương trình đã cho tương đương với $\dfrac{x^2+x-1}{1-x}+x>0 \Leftrightarrow \dfrac{2x-1}{1-x}>0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}<x<1$

Kết hợp điều kiện, ta được tập nghiệm của bất phương trình $S=\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.

Câu 24: **[0D4-5.3-3]** Giải bất phương trình: $\dfrac{-4}{x^2+4x+3} \le \dfrac{2}{x+3}+\dfrac{1}{2}$.

A. $(x\le -7)\vee(x>-3)$. **B.** $-7\le x<-3$.

C. $-5\le x\le -1$. **D.** $(x\le -5)\vee(x>-1)$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{-4}{x^2+4x+3}\le\frac{2}{x+3}+\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{8+4(x+1)+x^2+4x+3}{(x^2+4x+3)}\ge 0\Leftrightarrow\frac{x^2+8x+15}{x^2+4x+3}\ge 0$$

Cho $x^2+8x+15=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-5\\x=-3\end{array}\right.$

Cho $x^2+4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=-1\end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-5		-3		-1		$+\infty$
VT		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	$\|\|$	$+$	

$\Rightarrow x\le -5\vee x>-1$.

Câu 25: **[0D4-5.3-3]** Giải bất phương trình: $\dfrac{x^2-x+2}{x^2-4}>\dfrac{-3}{x-2}$.

A. $x<-4 \vee x>-2$. **B.** $-4<x<2$.

C. $-2<x<2$. **D.** $x<-2 \vee x>2$.

Lời giải

Chọn D

BPT $\Leftrightarrow\dfrac{x^2-x+2+3(x+2)}{x^2-4}>0\Leftrightarrow\dfrac{x^2+2x+8}{x^2-4}>0 \Leftrightarrow x^2-4>0$ (vì $x^2+2x+8>0\forall x$)

$\Leftrightarrow x<-2 \vee x>2$.

Câu 26: **[0D4-5.3-3]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+x+1\le\dfrac{9}{x^2+x+1}$ là

A. $S=[-2;1]$. **B.** $S=\left[\dfrac{-7}{2};2\right]$. **C.** $[-2;1)$. **D.** $(-2;1]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2+x+1\le\dfrac{9}{x^2+x+1}\Leftrightarrow\left(x^2+x+1\right)^2\le 9\Leftrightarrow -3\le x^2+x+1\le 3$.

$\Leftrightarrow x^2+x-2\le 0\Leftrightarrow -2\le x\le 1$.

Câu 27: **[0D4-5.5-3]** Bất phương trình: $\left|\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-4}\right|\ge 1$ có nghiệm là:

A. $x\le 0$ hoặc $\dfrac{8}{5}\le x\le\dfrac{5}{2}$, $x\ne\pm 2$. **B.** $x\le\dfrac{8}{5}$ hoặc $2<x\le\dfrac{5}{2}$.

C. $x<-2$ hoặc $0\le x\le\dfrac{8}{5}$. **D.** $-2<x\le 0$ hoặc $x\ge\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $|A|\ge B\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}A\le -B\\A\ge B\end{array}\right.$

$$\left|\frac{x^2-5x+4}{x^2-4}\right|\ge 1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-4}\le -1\\\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-4}\ge 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\dfrac{2x^2-5x}{x^2-4}\le 0 & (1)\\\dfrac{-5x+8}{x^2-4}\ge 0 & (2)\end{array}\right.$$

Giải (1): Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		0		2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
VT		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

Ta có (1) $\Leftrightarrow$ $-2<x\le 0$ hoặc $2<x\le\dfrac{5}{2}$

Giải (2): Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		$\frac{8}{5}$		2		$+\infty$
VT		$+$	$\|$	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	

Ta có (2) $\Leftrightarrow$ $x<-2$ hoặc $\dfrac{8}{5}\le x<2$.

Lấy hợp tập nghiệm (1)(2) $x\le 0$ hoặc $\dfrac{8}{5}\le x\le\dfrac{5}{2}$, $x\ne\pm 2$

Câu 28: **[0D4-5.2-3]** Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2-3x+1)^2+3x^2-9x+5>0$ là

A. $S=(-\infty;1)$. **B.** $S=(2;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $S=(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(x^2-3x+1)^2+3x^2-9x+5>0\Leftrightarrow\left(x^2-3x+1\right)^2+3\left(x^2-3x+1\right)+2>0$.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-3x+1<-2 \\ x^2-3x+1>-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-3x+3<0 \\ x^2-3x+2>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>2 \end{array}\right. .$$

Câu 29: **[0D4-5.5-3]** Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2+x+12|>x^2+x+12$ là

A. $\varnothing$. **B.** $\mathbb{R}$.

C. $(-4;-3)$. **D.** $(-\infty;-4)\cup(-3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$|x^2+x+12|>x^2+x+12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+x+12>x^2+x+12 \\ x^2+x+12<-x^2-x-12 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 0x>0 & (\text{vô nghiem}) \\ 2x^2+2x+24<0 & (\text{vô nghiem}) \end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=\varnothing$.

DẠNG 3: GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-4x+3>0 \\ x^2-6x+8>0 \end{cases}$

Lời giải

$$\begin{cases} x^2-4x+3>0 \\ x^2-6x+8>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty) \\ x\in(-\infty;2)\cup(4;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-\infty;1)\cup(4;+\infty).$$

Câu 2: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x^2-3x+2}+\dfrac{1}{\sqrt{x+3}}$

Lời giải

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x^2-3x+2\ge 0 \\ x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\le 1 \\ x\ge 2 \end{array}\right. \\ x>-3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -3<x\le 1 \\ x\ge 2 \end{array}\right.$.

Câu 3: Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2+4x+3\ge 0 \\ 2x^2-x-10\le 0 \\ 2x^2-5x+3>0 \end{cases}$

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} x^2+4x+3\ge 0 \\ 2x^2-x-10\le 0 \\ 2x^2-5x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\le -3 \\ x\ge 1 \end{array}\right. \\ -2\le x\le \dfrac{5}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1\le x<1 \\ \dfrac{3}{2}<x<\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$.

Câu 4: Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} \dfrac{x^2+3x+2}{x^2-x+2}\ge 0 \\ \dfrac{x^2-x+1}{x^2+2x-3}\le 0 \end{cases}$

Lời giải

ả hận xét $x^2-x+2>0\forall x\in\mathbb{R}$.

$\dfrac{x^2+3x+2}{x^2-x+2}\ge 0\Leftrightarrow x^2+3x+2\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge -1 \\ x\le -2 \end{array}\right. \ (1)$.

ả hận xét $x^2-x+1>0\forall x\in\mathbb{R}$.

$\dfrac{x^2-x+1}{x^2+2x-3}\le 0\Leftrightarrow x^2+2x-3<0\Leftrightarrow -3<x<1\ (2)$.

$(1),(2)\Rightarrow \left[\begin{array}{l} -3<x\le -2 \\ -1\le x<1 \end{array}\right.$.

Câu 5: Giải bất phương trình: $1<\dfrac{x^2+x+5}{x^2+x+3}<3$.

Lời giải

ả hận xét: $x^2+x+3>0\forall x\in\mathbb{R}$.

$1<\dfrac{x^2+x+5}{x^2+x+3}<3\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x+5>x^2+x+3 \\ x^2+x+5<3x^2+3x+9 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} 2>0 \\ x^2+x+2>0 \end{cases}\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: **[0D4-5.4-1]** Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-3x+2\le 0 \\ x^2-1\le 0 \end{cases}$ là:

A. $\varnothing$. **B.** $\{1\}$. **C.** $[1;2]$. **D.** $[-1;1]$.

Lời giải

Chọn B

$\begin{cases} x^2-3x+2\le 0 \\ x^2-1\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1\le x\le 2 \\ -1\le x\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$.

Câu 2: **[0D4-5.4-2]** Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x^2+x-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$.

C. $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(1;2)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x^2+x-2\ge 0 \\ x-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\le -2 \\ x\ge 1 \end{array}\right. \\ x>3 \end{cases} \Leftrightarrow x>3$.

Câu 3: **[0D4-5.4-2]** ả ghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} 2x^2-x-6\le 0 \\ x^3+x^2-x-1\ge 0 \end{cases}$ là:

A. $-2\le x\le 3$. **B.** $-1\le x\le 3$.

C. $1\le x\le 2$ hoặc $x=-1$. **D.** $1\le x\le 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2x^2-x-6\le 0 \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2}\le x\le 2,\ (I)$.

$x^3+x^2-x-1\ge 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2-1)\ge 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1)^2\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x\ge 1 \end{array}\right.$. (II)

Từ (I) và (II) suy ra nghiệm của hệ là $S=[1;\ 2]\cup\{-1\}$.

Câu 4: **[0D4-5.4-1]** Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-4x+3>0 \\ x^2-6x+8>0 \end{cases}$ là

A. $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(1;4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} x^2-4x+3>0 \\ x^2-6x+8>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>3 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x<2 \\ x>4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>4 \end{array}\right.$.

Câu 5: **[0D4-5.4-2]** Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2-x-6>0 \\ (x-2)^2-(2x+1)^2\ge 0 \end{cases}$.

A. $(x\le -3)\vee(x>-2)$. **B.** $-3\le x<3$.

C. $-2<x\le\dfrac{1}{3}$. **D.** $-3\le x<-2$.

Lời giải

Chọn D

$x^2 - x - 6 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ x < -2 \end{array}\right. \ (1)$.

$(x-2)^2 - (2x+1)^2 \ge 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 8x + 3 \ge 0 \Leftrightarrow -3 \le x \le \frac{1}{3} \ (2)$.

$(1),(2) \Rightarrow -3 \le x < -2$.

Câu 6: **[0D4-5.4-3]** Giải bất phương trình: $-1 \le \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 1} \le 2$.

A. $\left(x \le -1 - \sqrt{2}\right) \vee (x \ge 2)$.

B. $\left(-1 + \sqrt{2} \le x \le 2\right)$.

C. $\left(x \le -1 - \sqrt{2}\right) \vee \left(x \ge -1 + \sqrt{2}\right)$.

D. $-1 - \sqrt{2} \le x < -1 + \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

ả hận xét $x^2 + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$.

$-1 \le \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 1} \le 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x + 3 \ge -x^2 - 1 \\ x^2 - 2x + 3 \le 2x^2 + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 2x + 4 \ge 0 \, (Dung) \\ x^2 + 2x - 1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge -1 + \sqrt{2} \\ x \le -1 - \sqrt{2} \end{array}\right.$.

Câu 7: **[0D4-5.4-3]** Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 - 5x - 6 \le 0 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} > \frac{2}{x+1} \end{cases}$.

A. $\left(0 < x < \frac{1}{3}\right) \vee (x > 1)$. **B.** $\left(0 < x < \frac{1}{3}\right) \vee (1 < x \le 6)$.

C. $(x \le -1) \vee (x > 1)$. **D.** $(-1 \le x < 0) \vee (x \ge 6)$.

Lời giải

Chọn B

$x^2 - 5x - 6 \le 0 \Leftrightarrow -1 \le x \le 6 \ (1)$.

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} > \frac{2}{x+1} \Leftrightarrow \frac{\left(x^2 - 1\right) + x(x+1) - 2x(x-1)}{x\left(x^2 - 1\right)} > 0 \Leftrightarrow \frac{3x - 1}{x\left(x^2 - 1\right)} > 0$.

Cho $3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$; $x = 0$; $x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
VT		$+$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

$\Rightarrow x\in(-\infty;-1)\cup\left(0;\dfrac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)\ (2)$.

$(1),(2)\Rightarrow x\in\left(0;\dfrac{1}{3}\right)\cup(1;6]$.

Câu 8: **[0D4-5.4-3]** Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases}(x+3)^2-(x-2)^2\geq 0\\ \dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{x+1}{x-1}\leq 0\end{cases}$.

A. $0\leq x<1$. **B.** $(x<-1)\vee\left(-\dfrac{1}{2}<x\leq 0\right)$.

C. $(x\leq 0)\vee(x>1)$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{2}\leq x\leq 0\right)\vee(x>1)$.

Lời giải

Chọn D

TX Đ: $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$

HPT $\Leftrightarrow\begin{cases}10x+5\geq 0\\ \dfrac{-4x}{x^2-1}\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -\dfrac{1}{2}\\ (-1<x\leq 0)\ \text{v}\ (1<x)\end{cases}\Leftrightarrow\left(-\dfrac{1}{2}\leq x\leq 0\right)\vee(x>1)$..

Kết luận: $\left(-\dfrac{1}{2}\leq x\leq 0\right)\vee(x>1)$.

Câu 9: **[0D4-5.4-2]** Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x+3}+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+2x-3}}$ là:

A. $D=(1;+\infty)$. **B.** $D=(-3;1)$. **C.** $D=[-3;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;-3]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định của hàm số là

$$\begin{cases}x+3\geq 0\\ x^2+2x-3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -3\\ (x+3)(x-1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -3\\ \left[\begin{array}{l}x>1\\ x<-3\end{array}\right.\end{cases}\Rightarrow x>1.$$

Câu 10: **[0D4-5.4-3]** Hệ bất phương trình $\begin{cases}\dfrac{16-4x}{x^2-x-12}<4\\ \dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{x-1}>\dfrac{1}{x}\end{cases}$ có nghiệm là:

A. $\left(-\sqrt{2};0\right)\cup\left(1;\sqrt{2}\right)\cup(2;4)\cup(4;+\infty)$. **B.** $(-4;-3)\cup(0;1)\cup\left(\sqrt{2};2\right)$

C. $\left(-3;\sqrt{2}\right)\cup(4;+\infty)$. **D.** $\left(-4;-\sqrt{2}\right)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

➢ Giải bất phương trình: $\frac{16-4x}{x^2-x-12}<4 \Leftrightarrow \frac{-4x^2+64}{x^2-x-12}<0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-4		-3		4		$+\infty$
Vế trái		$-$	||	$+$	0	$-$	||	$-$	

$\Rightarrow S_1=(-\infty;-4)\cup(-3;4)\cup(4;+\infty)$.

➢Giải bất pt: $\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x-1}>\frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{x^2-2}{x(x-1)(x-2)}>0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		1		$\sqrt{2}$		2		$+\infty$
Vế trái		$-$	0	$+$	||	$-$	||	$+$	0	$-$	||	$+$	

$\Rightarrow S_2=\left(-\sqrt{2};0\right)\cup\left(1;\sqrt{2}\right)\cup(2;+\infty)$.

Vậy nghiệm của hệ bất phương trình là: $S=S_1\cap S_2=\left(-\sqrt{2};0\right)\cup\left(1;\sqrt{2}\right)\cup(2;4)\cup(4;+\infty)$.

Câu 11: **[0D4-5.4-3]** Hệ bất phương trình: $\begin{cases}\frac{1}{3x}<0\\ x+\frac{4}{3}\geq\frac{4}{3x}\\ 4x^2-5x+1<0\end{cases}$ có nghiệm là:

A. $-2\leq x<0$. **B.** $\frac{1}{4}<x<\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{3}<x\leq\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}\leq x<1$.

Lời giải

Chọn A

➢ $\frac{1}{3x}<0 \Leftrightarrow x<0$.

$\Rightarrow S_1=(-\infty;0)$.

➢ Xét bất phương trình: $x+\frac{4}{3}\geq\frac{4}{3x} \Leftrightarrow x+\frac{4}{3}-\frac{4}{3x}\geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2+4x-4}{3x}\geq 0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		0		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
Vế trái		$-$	0	$+$	||	$-$	0	$+$	

$\Rightarrow S_2 = [-2;0) \cup \left[\frac{2}{3};+\infty\right)$.

➢Xét bất pt: $4x^2 - 5x + 1 < 0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$\frac{1}{4}$		1		$+\infty$
Vế trái		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\Rightarrow S_3 = \left(-\infty;\frac{1}{4}\right) \cup (1;+\infty)$.

Vậy nghiệm của hệ bất phương trình là: $S = S_1 \cap S_2 \cap S_3 = [-2;0)$.

Câu 12: **[0D4-5.4-2]** Hệ bất phương trình $\begin{cases} \dfrac{x^2-5x+7}{-2x^2+3x+2} > 0 \\ \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-11x+30} < 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $-\frac{1}{2} < x < 2$. **B.** $2 < x < 3$. **C.** $0 < x < 3$. **D.** Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn D

Xét bất phương trình: $\dfrac{x^2-5x+7}{-2x^2+3x+2} > 0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
Vế trái		$-$	$\|$	$+$	$\|$	$-$	

Tập nghiệm bất phương trình là: $S_1 = \left(-\frac{1}{2};2\right)$.

Xét bất pt: $\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-11x+30} < 0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		2		3		5		6		$+\infty$
Vế trái		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S_2 = (2;3) \cup (5;6)$.

Vậy nghiệm của hệ bất phương trình là: $S = S_1 \cap S_2 = \varnothing$.

Câu 13: **[0D4-5.4-3]** Hệ bất phương trình $\begin{cases} \dfrac{x^2-9}{-x^2+3x-12} > 0 \\ \dfrac{x+7}{x-5} + \dfrac{3x+1}{2} \geq 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $x < -3$ hoặc $x > 1$. **B.** $3 < x < 5$. **C.** $1 \leq x < 3$. **D.** $1 < x < 3$.

Lời giải

Chọn C

Xét bất phương trình: $\dfrac{x^2-9}{-x^2+3x-12} > 0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
Vế trái		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy nghiệm bất phương trình là: $S_1 = (-3;3)$.

Xét bất pt: $\dfrac{x+7}{x-5} + \dfrac{3x+1}{2} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x+14+(3x+1)(x-5)}{2(x-5)} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{3x^2-12x+9}{2(x-5)} \geq 0$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		3		5		$+\infty$
Vế trái		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

Vậy nghiệm của bất phương trình là:

$S_2 = [1;3] \cup (5;+\infty)$.

Vậy nghiệm của hệ bất phương trình là: $S = S_1 \cap S_2 = [1;3)$.

Câu 14: **[0D4-5.4-2]** Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2-4x+3 \geq 0 \\ 3x^2-10x+3 \leq 0 \\ 4x^2-x-3 > 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $x = 3$. **B.** $-\dfrac{3}{4} < x < \dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3} < x < 1$. **D.** $1 < x < 3$

Lời giải

Chọn A

BXD chung:

x	$-\infty$	-4	$-\dfrac{3}{4}$	$\dfrac{1}{3}$	1	3	$+\infty$
x^2-4x+3	$+$	$\|$ $+$	$\|$ $+$	$\|$ $+$	0 $-$	0 $+$	
$3x^2-10x+3$	$+$	$\|$ $+$	$\|$ $+$	0 $-$	$\|$ $-$	0 $+$	
$4x^2-x-3$	$+$	$\|$ $+$	0 $-$	$\|$ $-$	0 $+$	$\|$ $+$	

Vậy hệ bpt có nghiệm $x = 3$.

Câu 15: **[0D4-5.4-2]** Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 6x + 8 \le 0 \\ x^2 + 4x + 3 \le 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là đoạn trên trục số có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** $\frac{5}{4}$. **C.** 5. **D.** 1

Lời giải

Chọn D

BXD chung:

x	$-\infty$		-4		-3		-2		-1		$+\infty$
x^2+6x+8		+	0	−	|	−	0	+	|	+	
x^2+4x+3		+	|	+	0	−	|	−	0	+	

Ta có: $-3 \le x \le -2$

Vậy độ dài bằng 1.

Câu 16: **[0D4-5.4-1]** Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 + x + 1 \ge 0 \\ x^2 - x - 2 > 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $x < -1$ hoặc $x > 2$. **B.** $-1 < x < 2$. **C.** Vô nghiệm. **D.** $-1 \le x \le 2$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta có (1): $x^2 + x + 1 \ge 0, \forall \in \mathbb{R}$.

Giải (2): $x^2 - x - 2 > 0$ BXD:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
VT		+	0	−	0	+	

Vậy $x < -1$ hoặc $x > 2$

Cách 2:Dùng MTCT $\begin{cases} x^2 + x + 1 \ge 0 \\ x^2 - x - 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in \mathbb{R} \\ x < -1; x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x < -1$ hoặc $x > 2$

Câu 17: **[0D4-5.4-1]** Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2 + 5x > 6 \\ x + 1 < 2 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $-6 < x < -3$. **B.** $x < -6$. **C.** $-2 < x < -1$. **D.** $-1 < x < 0$

Lời giải

Chọn B

Cách 1: $\begin{cases} x^2 + 5x > 6 \\ x + 1 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 5x - 6 > 0 \\ x - 1 < 0 \end{cases}$.

Bảng xét dấu chung:

x	$-\infty$		-6		1		$+\infty$
x^2+5x-6		$+$	0	$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	

Vậy $x<-6$

Cách 2:Dùng MTCT: $\begin{cases} x^2+5x>6 \\ x+1<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+5x-6>0 \\ x<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<-6; x>1 \\ x<1 \end{cases} \Leftrightarrow x<-6$.

Câu 18: **[0D4-5.4-1]** Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2-4x<5 \\ x+1>3 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $-4<x<-1$. **B.** $-1<x<1$. **C.** $1<x<2$. **D.** $2<x<5$

Lời giải

Chọn D

Cách 1: $\begin{cases} x^2-4x<5 \\ x+1>3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x-5<0 \\ x>2 \end{cases}$.

BXD chung:

x	$-\infty$		-1		2		5		$+\infty$
x^2-4x-5		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$x-2$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	

Vậy $2<x<5$.

Cách 2:Dùng MTCT: $\begin{cases} x^2-4x<5 \\ x+1>3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x-5<0 \\ x>2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<x<5 \\ x>2 \end{cases} \Leftrightarrow 2<x<5$.

Câu 19: **[0D4-5.4-1]** Hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2-2x-3>0 \\ x^2-11x+28\geq 0 \end{cases}$ có nghiệm là:

A. $x<-1$ hoặc $3<x\leq 4$ hoặc $x\geq 7$. **B.** $x\leq 4$ hoặc $x\geq 7$.
C. $x<-1$ hoặc $x\geq 7$. **D.** $x<-1$ hoặc $3<x<4$ hoặc $x>7$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: BXD chung:

x	$-\infty$		-1		3		4		7		$+\infty$
x^2-2x-3		$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x^2-11x+28$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy $x<-1$ hoặc $3<x\leq 4$ hoặc $x\geq 7$

Cách 2:Dùng MTCT: $\begin{cases} x^2-2x-3>0 \\ x^2-11x+28\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<-1; x>3 \\ x\leq 4; x\geq 7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x<-1$ hoặc $3<x\leq 4$ hoặc $x\geq 7$.

Câu 20: **[0D4-5.4-2]** Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x^2+3x+2}-\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$ là

A. $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(1;2]$.

Lời giải

Chọn B

ĐKXĐ $\begin{cases} x^2+3x+2\ge 0 \\ x-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le -2 \vee x\ge -1 \\ x>1 \end{cases} \Leftrightarrow x>1$.

Câu 21: **[0D4-5.4-2]** Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{6-x-x^2}+\dfrac{x+3}{x-2}$ là

A. $[-3;2]$. **B.** $(-\infty;3]\cup[2;+\infty)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $[-3;2)$.

Lời giải

Chọn D

ĐKXĐ $\begin{cases} 6-x-x^2\ge 0 \\ x-2\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\le x\le 2 \\ x\ne 2 \end{cases} \Leftrightarrow -3\le x<2$.

Câu 22: **[0D4-5.4-2]** Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x^2-4x}+\sqrt{25-x^2}$ là

A. $[-5;0]\cup[4;5]$. **B.** $(-5;0)\cup(4;5)$.

C. $[-5;5]$. **D.** $(-\infty;0]\cup[4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ $\begin{cases} x^2-4x\ge 0 \\ 25-x^2\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 4 \vee x\le 0 \\ -5\le x\le 5 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -5\le x\le 0 \\ 4\le x\le 5 \end{array}\right.$.

Câu 23: **[0D4-5.4-2]** Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+\sqrt{2})(x-\sqrt{3})\le 0 \\ (x-2)(x-3)\ge 0 \end{cases}$ có nghiệm là

A. $-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{3}$. **B.** $-2\le x\le 3$.

C. $-2\le x\le -\sqrt{2}\,;\sqrt{3}\le x\le 3$. **D.** Vô nghiệm.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} (x+\sqrt{2})(x-\sqrt{3})\le 0 \\ (x-2)(x-3)\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2}\le x\le\sqrt{3} \\ x\ge 3\vee x\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow -\sqrt{2}\le x\le\sqrt{3}$.

Câu 24: **[0D4-5.2-3]** Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-2x-8\ge 0 \\ x^3-2x^2-x+2\le 0 \end{cases}$

A. $-2\le x\le 1$. **B.** $1\le x\le 2$.

C. $x\le -2$. **D.** $-1\le x\le 1$ hoặc $x\ge 2$.

Lời giải

Chọn C

Giải bất phương trình (1) ta được $x\in(-\infty;-2]\cup[4;+\infty)$.

Xét bất phương trình (2) cho $x^3-2x^2-x+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\\x=1\end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu vế trái (2) ta được

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
VT (2)		-	0	+	0	-	0	+	

Tập nghiệm của bất phương trình (2) là $(-\infty;-1]\cup[1;2]$.

Kết hợp tập nghiệm của (1) và (2) ta được tập nghiệm của hệ là $(-\infty;-2]$.

Câu 25: **[0D4-5.2-3]** Miền nghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases}x^2-2x-3\le 0\\x^2+x-2\ge 0\\x^2-x-6\le 0\end{cases}$.

A. $1\le x\le 3$. **B.** $x\le -1\ \vee\ x\ge 3$.
C. $-2\le x\le 3$. **D.** $-1\le x\le 1\ \vee\ x\ge 3$.

Lời giải

Chọn A

HBPT $\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le x\le 3\\x\le -2\vee x\ge 1\\-2\le x\le 3\end{cases}\Leftrightarrow 1\le x\le 3$.

Câu 26: **[0D4-5.2-3]** Giải bất phương trình: $2<\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-x+1}<3$.

A. $x<-1\ \vee\ x>0$. **B.** $x<1\ \vee\ x>2$. **C.** $-1<x<2$. **D.** $-1<x<0$.

Lời giải

Chọn D

Do Do $x^2+x+1>0\forall x$ nên BPT $\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-3x+2<3\left(x^2-x+1\right)\\x^2-3x+2>2\left(x^2-x+1\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2+1>0\\x^2+x<0\end{cases}\Leftrightarrow -1<x<0$.

Câu 27: **[0D4-5.2-3]** Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2-7x+6<0\\|2x-1|<3\end{cases}$ là:

A. $(1;2)$. **B.** $[1;2]$. **C.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x^2-7x+6<0 \\ |2x-1|<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1<x<6 \\ -3<2x-1<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1<x<6 \\ -1<x<2 \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<2.$$

Câu 28: **[0D4-5.5-2]** Tập nghiệm của bất phương trình $|x^2-x-12|>x+12-x^2$ là

A. $(-\infty;-3)\cup(4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-4)\cup(3;+\infty)$. **C.** $(-6;-2)\cup(-3;4)$. **D.** $(-4;3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $|x^2-x-12|>x+12-x^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x-12>x+12-x^2 \\ x^2-x-12<-x-12+x^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 2x^2-2x-24>0 & \\ 0x<0 & (vô\ nghiem) \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow (-\infty;-3)\cup(4;+\infty)$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=(-\infty;-3)\cup(4;+\infty)$.

Câu 29: **[0D4-5.5-3]** Bất phương trình: $\left|\dfrac{x^2-3x+1}{x^2+x+1}\right|<3$ có nghiệm là:

A. $x<\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x>\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

B. $x<\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x>\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$.

C. $x<\dfrac{5-\sqrt{3}}{2}$ hoặc $x>\dfrac{5+\sqrt{3}}{2}$.

D. $x<\dfrac{-5-\sqrt{3}}{2}$ hoặc $x>\dfrac{-5+\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $|A|<B \Leftrightarrow -B<A<B$

$$\left|\frac{x^2-3x+1}{x^2+x+1}\right|<3 \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2-3x+1}{x^2+x+1}>-3 \\ \dfrac{x^2-3x+1}{x^2+x+1}<3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{4x^2+4}{x^2+x+1}>0 \\ \dfrac{-2x^2-6x-2}{x^2+x+1}<0 \end{cases}$$

Vì $x^2+x+1>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Hệ bpt $\Leftrightarrow \begin{cases} -2x^2-6x-2<0 & (1) \\ 4x^2+4>0 & (2) \end{cases}$

Giải (1): BXD:

x	$-\infty$		$\frac{-3-\sqrt{5}}{2}$		$\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$		$+\infty$
VT		$-$	0	$+$	0	$-$	

Ta có (1) $\Leftrightarrow$ $x<\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x>\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$

(2) $\Leftrightarrow$ $\forall x\in\mathbb{R}$

Từ (1)(2) lấy giao hai tập nghiệm, ta có $x < \dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$ hoặc $x > \dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$

Câu 30: **[0D4-5.4-3]** Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{x^2+4x+5}{x^2-3x+2} > 0 & (1) \\ \dfrac{x^2+4x+3}{x^2+x+1} > 0 & (2) \end{cases}$

A. $x<1 \ \vee \ x>3$. **B.** $x<-3 \ \vee \ x>2$.
C. $-3<x<2$. **D.** $x<-3 \ \vee \ -1<x<1 \ \vee \ x>2$.

Lời giải

Chọn D

Do $x^2+4x+5>0 \forall x;\ x^2+x+1>0 \forall x$ nên HBPT $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-3x+2>0 \\ x^2+4x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \vee x>2 \\ x<-3 \vee x>-1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x<-3 \ \vee \ -1<x<1 \ \vee \ x>2$.

Câu 31: **[0D4-5.4-3]** Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} (2x+3)^2-(x+3)^2 \le 0 & (1) \\ 2x^2+5x+3 \ge 0 & (2) \end{cases}$.

A. $-2 \le x \le -\dfrac{3}{2} \ \vee \ -1 \le x \le 0$. **B.** $x \le -1 \ \vee \ x \ge 0$.
C. $x \le -2 \ \vee \ x \ge -1$. **D.** $-2 \le x \le -1$.

Lời giải

Chọn C

HBPT $\Leftrightarrow \begin{cases} x(3x+6) \le 0 \\ 2x^2+5x+3 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \le x \le 0 \\ x \le -\dfrac{3}{2} \vee x \ge -1 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \le x \le -\dfrac{3}{2} \ \vee \ -1 \le x \le 0$.

Câu 32: **[0D4-5.4-3]** Giải hệ bất phương trình: $\begin{cases} x^2+7x+10 \ge 0 & (1) \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+8}<\dfrac{1}{x+1} & (2) \end{cases}$.

A. $-8<x \le -5$. **B.** $x<-8 \ \vee \ x>-1$.
C. $x<-8 \ \vee \ -1<x<0$. **D.** $-2 \le x < -1$.

Lời giải

Chọn C

Với $x \ne 0;\ x \ne -1;\ x \ne 8$. HBPT $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+7x+10 \ge 0 \\ \dfrac{(x+8)(x+1)+x(x+1)-x(x+8)}{x(x+8)(x+1)}<0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+7x+10 \ge 0 \\ \dfrac{x^2+2x+8}{x(x+8)(x+1)}<0 \end{cases}$

Do $x^2+2x+8>0; \forall x$ nên HBPT $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+7x+10 \ge 0 \\ (x+8)(x^2+x)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le -5 \ \vee \ x \ge -2 \\ x<-8 \ \vee \ -1<x<0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x < -8 \;\vee\; -1 < x < 0$.

Câu 33: **[0D4-5.4-3]** ả ghiệm của hệ bất phương trình: $\begin{cases} 2x^2 - x - 6 \le 0 \\ x^3 + x^2 - x - 1 \ge 0 \end{cases}$ là:

A. $-2 \le x \le 3$. **B.** $-1 \le x \le 3$.
C. $1 \le x \le 3$ hoặc $x = -1$. **D.** $1 \le x \le 2$.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} 2x^2 - x - 6 \le 0 \\ x^3 + x^2 - x - 1 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2} \le x \le 2 \\ x \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le x \le 2.$$

DẠNG 4: ĐIỀU KIỆN VỀ DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm các giá trị của m để biểu thức sau luôn âm: $f(x) = -x^2 - 2x - m$

Lời giải

$$f(x) < 0,\ \forall x \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta' = 1 - 4m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$$

Vậy với $-\frac{1}{4} < m < 0$ thì biểu thức $f(x)$ luôn âm.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$ $3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \ge 0$

Lời giải

$3x^2 - 2(m+1)x - 2m^2 + 3m - 2 \ge 0 \quad \forall x \in R$

$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 + 3(2m^2 - 3m + 2) \le 0 \Leftrightarrow 7m^2 - 7m + 7 \le 0$ bpt vô nghiệm

Vậy không có m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số sau xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m}}$$

Lời giải

$(m-1)x^2 - 2(m-2)x + 2 - m > 0 \forall x \in \mathbb{R} (1)$.

Trường hợp 1: $m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = 1 \Rightarrow 2x + 1 > \forall x \in \mathbb{R}$ (Sai).

Trường hợp 2 : $m - 1 \ne 0 \Leftrightarrow m \ne 1$.

Khi đó

$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m-1>0 \\ \Delta' = (m-2)^2 - (m-1)(2-m) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1 \\ 2m^2 - 7m + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>1 \\ \frac{3}{2} < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2} < m < 2$ Vậy $\frac{3}{2} < m < 2$.

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm.

$x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 \le 0$

Lời giải

BPT có vô nghiệm $\Leftrightarrow x^2 + 2(m-2)x + 2m - 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = (m-2)^2 - 2m + 1 < 0$

$\Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 < 0$

$\Leftrightarrow 1 < m < 5$.

Câu 5: Tìm m để mọi $x \in [-1;1]$ đều là nghiệm của bất phương trình $3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 \le 0$ (1)

Lời giải

Ta có $3x^2 - 2(m+5)x - m^2 + 2m + 8 = 0 \Leftrightarrow x = m+2$ hoặc $x = \frac{4-m}{3}$

* Với $m + 2 > \frac{4-m}{3} \Leftrightarrow 3m + 6 > 4 - m \Leftrightarrow m > -\frac{1}{2}$ ta có

Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow \frac{4-m}{3} \le x \le m+2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình (1) là $\left[\frac{4-m}{3}; m+2\right]$

Suy ra mọi $x \in [-1;1]$ đều là nghiệm của bất phương trình (1)

khi và chỉ khi $[-1;1] \subset \left[\frac{4-m}{3}; m+2\right] \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \ge \frac{4-m}{3} \\ 1 \le m+2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 7 \\ m \ge -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 7$

Kết hợp với điều kiện $m > -\frac{1}{2}$ ta có $m \ge 7$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

* Với $m + 2 < \frac{4-m}{3} \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$ ta có

Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow m + 2 \le x \le \frac{4-m}{3}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình (1) là $\left[m+2; \frac{4-m}{3}\right]$

Suy ra mọi $x \in [-1;1]$ đều là nghiệm của bất phương trình (1) khi và chỉ khi $\left[-1;1\right] \subset \left[m+2;\dfrac{4-m}{3}\right] \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \ge m+2 \\ 1 \le \dfrac{4-m}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \le -3 \\ m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \le -3$

Kết hợp với điều kiện $m < -\dfrac{1}{2}$ ta có $m \le -3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán

* Với $m = -\dfrac{1}{2}$ ta có bất phương trình $(1) \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}$ nên $m = -\dfrac{1}{2}$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m \in (-\infty;-3] \cup [7;+\infty)$ là giá trị cần tìm.

Câu 6: Cho biểu thức $f\left(x\right) = x^2 - 2mx - m + 90$. Xác định tham số m để :

1) $f\left(x\right) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $f\left(x\right) \ge 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

3) $f\left(x\right) \ge 0 \quad \forall x \in \left(0;+\infty\right)$.

4) $f\left(x\right) \ge 0 \quad \forall x \in \left(-\infty;0\right)$.

5) $f\left(x\right) \ge 0 \quad \forall x \in \left(3;+\infty\right)$.

6) $f\left(x\right) \ge 0 \quad \forall x \in \left(-\infty;-4\right)$.

7) $f\left(x\right) \le 0 \quad \forall x \in \left(-1;0\right)$.

8) $f\left(x\right) \le 0 \quad \forall x \in \left(0;2\right)$.

9) $f\left(x\right) < 0$ vô nghiệm.

10) $f\left(x\right) \le 0$ vô nghiệm.

Câu 7: Cho biểu thức $f\left(x\right) = -x^2 - 2mx + m - 110$. Xác định tham số m để :

1) $f\left(x\right) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $f\left(x\right) \le 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

3) $f\left(x\right) \le 0 \quad \forall x \in \left(0;+\infty\right)$.

4) $f\left(x\right) \le 0 \quad \forall x \in \left(-\infty;0\right)$.

5) $f\left(x\right) \le 0 \quad \forall x \in \left(3;+\infty\right)$.

6) $f\left(x\right) \le 0 \quad \forall x \in \left(-\infty;-4\right)$.

7) $f\left(x\right) \ge 0 \quad \forall x \in \left(-1;0\right)$.

8) $f\left(x\right) \ge 0 \quad \forall x \in \left(0;2\right)$.

9) $f(x) > 0$ vô nghiệm.

10) $f(x) \geq 0$ vô nghiệm.

Câu 8: Cho biểu thức $f(x) = (m-1)x^2 - 2(m-1)x - 2m + 12$. Xác định tham số m để :

1) $f(x) > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $f(x) \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

3) $f(x) \geq 0 \ \forall x \in (0; +\infty)$.

4) $f(x) \geq 0 \ \forall x \in (-\infty; 0)$.

5) $f(x) \geq 0 \ \forall x \in (2; +\infty)$.

6) $f(x) \geq 0 \ \forall x \in (-\infty; -3)$.

7) $f(x) < 0$ vô nghiệm.

8) $f(x) \leq 0$ vô nghiệm.

9) $f(x) < 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

10) $f(x) \leq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

11) $f(x) \leq 0 \ \forall x \in (0; +\infty)$.

12) $f(x) \leq 0 \ \forall x \in (-\infty; 0)$.

13) $f(x) \leq 0 \ \forall x \in (5; +\infty)$.

14) $f(x) \leq 0 \ \forall x \in (-\infty; 1)$.

15) $f(x) > 0$ vô nghiệm.

16) $f(x) \geq 0$ vô nghiệm.

Câu 9: Cho biểu thức $f(x) = (m+2)x^2 - 2(m-4)x + 2m + 8$. Xác định tham số m để :

1) $f(x) > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

2) $f(x) \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

3) $f(x) \geq 0 \ \forall x \in (0; +\infty)$.

4) $f(x) \geq 0 \ \forall x \in (-\infty; 0)$.

5) $f(x) \geq 0 \ \forall x \in (1; +\infty)$.

6) $f(x) \geq 0 \ \forall x \in (-\infty; -1)$.

7) $f(x) < 0$ vô nghiệm.

8) $f(x) \le 0$ vô nghiệm.

9) $f(x) < 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

10) $f(x) \le 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$.

11) $f(x) \le 0 \ \forall x \in (0;+\infty)$.

12) $f(x) \le 0 \ \forall x \in (-\infty;0)$.

13) $f(x) \le 0 \ \forall x \in (-1;+\infty)$.

14) $f(x) \le 0 \ \forall x \in (-\infty;-2)$.

15) $f(x) > 0$ vô nghiệm.

16) $f(x) \ge 0$ vô nghiệm.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: **[0D4-5.1-3]** Để $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 7 > 0$ với mọi x thì

A. $-3 \le m \le 9$. **B.** $m < -3 \vee m > 9$.
C. $-3 < m < 9$. **D.** $m \le -3 \vee m \ge 9$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) > 0 \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta = m^2 - 6m - 27 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 9$.

Câu 2: **[0D4-5.1-3]** Bất phương trình $f(x) = mx^2 - 4x + 3m + 1 > 0$ nghiệm đúng mọi $x > 0$ khi

A. $m > 0$. **B.** $m > \frac{4}{3}$. **C.** $m > 1$. **D.** $m > 2$.

Lời giải

Chọn C

Chọn $m = 1$ $f(x) = x^2 - 4x + 4 > 0$ không đúng với $x = 2$ nên ta loại **A.**

Chọn $m = \frac{4}{3}$ $f(x) = \frac{4}{3}x^2 - 4x + 5 > 0$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$ do $a = \frac{4}{3} > 0$ và $\Delta = \frac{-32}{3} < 0$ nên loại **B.**

Chọn $m = 2$ $f(x) = 2x^2 - 4x + 7 = 2(x-1)^2 + 5 > 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$ nên ta loại **D.**

Câu 3: **[0D4-5.1-3]** Cho bất phương trình $x^2 - 2(4k-1)x + 15k^2 - 2k - 7 > 0$. Giá trị nguyên của k để bất phương trình nghiệm đúng mọi $x \in \mathbb{R}$ là

A. $k = 2$. **B.** $k = 3$. **C.** $k = 4$. **D.** $k = 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f\left(x\right)>0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1>0\\ \Delta=k^2-6k+8<0\end{cases}\Leftrightarrow 2<k<4$ mà k nguyên nên $k=3$.

Câu 4: **[0D4-5.1-3]** Tìm m để $\left(m+1\right)x^2+mx+m<0,\forall x\in\mathbb{R}$?

A. $m<-1$. **B.** $m>-1$. **C.** $m<-\frac{4}{3}$. **D.** $m>\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Với $m=-1$ không thỏa mãn.

Với $m\neq-1$, $\left(m+1\right)x^2+mx+m<0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ \Delta<0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m+1<0\\ -3m^2-4m<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<-1\\ \left[\begin{array}{l}m<-\frac{4}{3}\\ m>0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m<-\frac{4}{3}.$$

Câu 5: **[0D4-5.1-2]** Tìm m để $f\left(x\right)=x^2-2\left(2m-3\right)x+4m-3>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$?

A. $m>\frac{3}{2}$. **B.** $m>\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}<m<\frac{3}{2}$. **D.** $1<m<3$.

Lời giải

Chọn D

$f\left(x\right)=x^2-2\left(2m-3\right)x+4m-3>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta<0\Leftrightarrow 4m^2-16m+12<0\Leftrightarrow 1<m<3$.

Câu 6: **[0D4-5.2-3]** Với giá trị nào của a thì bất phương trình $ax^2-x+a\geq0,\forall x\in\mathbb{R}$?

A. $a=0$. **B.** $a<0$. **C.** $0<a\leq\frac{1}{2}$. **D.** $a\geq\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

TH 1: $a=0$ không thỏa mãn.

TH 2: $a\neq0$

Để bất phương trình $ax^2-x+a\geq0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\leq0\\ a>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-4a^2\leq0\\ a>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}a\geq\frac{1}{2}\\ a\leq-\frac{1}{2}\end{array}\right.\\ a>0\end{cases}\Leftrightarrow a\geq\frac{1}{2}$.

Câu 7: **[0D4-5.1-2]** Cho $f(x)=-2x^2+(m+2)x+m-4$. Tìm m để $f(x)$ âm với mọi x.

A. $-14<m<2$. **B.** $-14\leq m\leq2$.
C. $-2<m<14$. **D.** $m<-14$ hoặc $m>2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)<0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta<0\\ a<0\end{cases} \Leftrightarrow (m+2)^2+8(m-4)<0 \Leftrightarrow m^2+12m-28<0$

$\Leftrightarrow -14<m<2$.

Câu 8: **[0D4-5.2-2]** Tìm giá trị nguyên của k để bất phương trình $x^2-2(4k-1)x+15k^2-2k-7>0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ là

A. $k=2$. **B.** $k=3$. **C.** $k=4$. **D.** $k=5$.

Lời giải

Chọn B

Để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ thì:

$\begin{cases}a=1>0\\ \Delta'<0\end{cases} \Leftrightarrow \Delta'<0 \Leftrightarrow (4k-1)^2-15k^2+2k+7<0 \Leftrightarrow 2<k<4$

Vì $k\in\mathbb{Z}$ nên $k=3$.

Câu 9: **[0D4-5.2-3]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình sau vô nghiệm

$$f(x)=(m-3)x^2+(m+2)x-4>0$$

A. $m\le -22 \vee m\ge 2$. **B.** $-22\le m\le 2$.

C. $-22<m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l}-22\le m\le 2\\ m=3\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)>0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x)\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Xét $m=3$ $f(x)=5x-4$ nên loại $m=3$.

Xét $m\ne 3$ $f(x)\le 0\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases}a=m-3<0\\ \Delta=m^2+20m-44\le 0\end{cases} \Leftrightarrow -22\le m\le 2$.

Câu 10: **[0D4-5.2-3]** Cho bất phương trình $mx^2-(2m-1)x+m+1<0$ (1). Tìm tất cả các giá thực của tham số m để bất phương trình (1) vô nghiệm.

A. $m\ge\frac{1}{8}$. **B.** $m>\frac{1}{8}$. **C.** $m<\frac{1}{8}$. **D.** $m\le\frac{1}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x)=mx^2-(2m-1)x+m+1$.

Ta có $f(x)<0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x)\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Xét $m=0$ $f(x)=x+1$ nên loại $m=0$.

Xét $m \neq 0$ $f(x) \geq 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta = -8m + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \dfrac{1}{8}$.

Câu 11: **[0D4-5.2-3]** Với giá trị nào của m thì bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm?

A. $m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m < \dfrac{1}{4}$. **D.** $m > \dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình $x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi bất phương trình

$x^2 - x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{1}{4}$.

Câu 12: **[0D4-5.2-3]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình sau có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

$x^2 - 2mx^3 + 3mx^2 + 4mx + 4 \geq 0$

A. 1. **B.** 4.

C. 6. **D.** ả hiều hơn 6 nhưng hữu hạn.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 - 2mx^3 + 3mx^2 + 4mx + 4 \geq 0 \Leftrightarrow -2mx^3 + (1 + 3m)x^2 + 4mx + 4 \geq 0$.

Để bất phương trình có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ thì $\begin{cases} -2m = 0 \\ (1 + 3m)x^2 + 4mx + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ \begin{cases} 1 + 3m > 0 \\ \Delta' = 4m^2 - 12m - 4 \leq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > -\dfrac{1}{3} \\ \dfrac{3 - \sqrt{13}}{2} \leq m \leq \dfrac{3 + \sqrt{13}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy có 1 giá trị nguyên của m để bất phương trình có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Câu 13: **[0D4-5.2-3]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m-1)x^2 + 2(m-1)x + 5 > 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m < 1$ hoặc $m > 6$. **B.** $1 < m < 6$. **C.** $m > 1$. **D.** $1 \leq m < 6$.

Lời giải

Chọn D

* ả ếu $m = 1$ thì $f(x) = 5 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

* ả ếu $m \neq 1$ thì $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 6 < 0 \\ m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < m < 6 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 6$.

Vậy $f(x)>0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow 1\le m<6$

Câu 14: **[0D4-5.2-3]**Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2-2(m-1)x+3m-8\le 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m<-1$. **B.** $m>3$. **C.** $m\le -\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2}<m\le 3$.

Lời giải

Chọn C

* ả ếu $m=-1$ thì $f(x)=4x-11\le 0 \Leftrightarrow x\le \frac{11}{4}$ không thỏa mãn.

* ả ếu $m\ne -1$ thì $f(x)\le 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'\le 0\\ a<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-2m^2+3m+9\le 0\\ m+1<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\le -\frac{3}{2}\vee m\ge 3\\ m<-1\end{cases}$

$\Leftrightarrow m\le -\frac{3}{2}$.

Vậy $f(x)\le 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m\le -\frac{3}{2}$

Câu 15: **[0D4-5.1-3]** Tìm tất cả các giá trị của m để biểu thức $x^2-(m+2)x+8m+1$ luôn dương với mọi x

A. $m<0 \vee m>20$. **B.** $0<m<20$.

C. $m<0 \vee m>28$. **D.** $0<m<28$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hệ số $a=1>0$; $\Delta=m^2-28m$.

$x^2-(m+2)x+8m+1>0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta<0 \Leftrightarrow m^2-28m<0 \Leftrightarrow 0<m<28$.

Câu 16: **[0D4-5.2-3]**Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $-x^2+4(m+1)x+1-m^2\ge 0$ vô nghiệm x.

A. $m<-\frac{5}{3} \vee m>-1$. **B.** $-\frac{5}{3}<m<-1$. **C.** $m\le 3 \vee m\ge 1$. **D.** $0\le m\le 28$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hệ số $a=-1<0$; $\Delta'=3m^2+8m+5$.

Bất phương trình $-x^2+4(m+1)x+1-m^2\ge 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow -x^2+4(m+1)x+1-m^2<0$ đúng $\forall x$ $\Leftrightarrow \Delta'<0 \Leftrightarrow 3m^2+8m+5<0 \Leftrightarrow -\frac{5}{3}<m<-1$.

Câu 17: **[0D4-5.2-3]**Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(2m-1)x^2+2(m-2)x+m-4>0$ vô nghiệm.

A. $m\le 1\vee m=\frac{1}{2}$. **B.** $m\le 1$.

C. $m\le 0$. **D.** $m\le 0\vee m=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

* ả ếu $m=\frac{1}{2}$ thì ta được $x\ge -\frac{7}{6}$. Vậy $m=\frac{1}{2}$ loại.

* ả ếu $m\ne\frac{1}{2}$ thì bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'\le 0\\ a<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+5m\le 0\\ 2m-1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 0\vee m\ge 5\\ m<\frac{1}{2}\end{cases}$

$\Leftrightarrow m\le 0$.

Câu 18: **[0D4-5.2-4]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2-4x-5+m\ge 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[-2;3]$.

A. $m\ge 7$. **B.** $m>7$. **C.** $m\ge 6$. **D.** $m\le 7$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\Delta'=-2m+14$.

* $\Delta'\le 0\Leftrightarrow m\ge 7$ thì bất phương trình $2x^2-4x-5+m\ge 0$ nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$.

* $\Delta'>0\Leftrightarrow m<7$ thì bất phương trình có tập nghiệm là $\left[\begin{array}{l}x<\dfrac{2-\sqrt{14-2m}}{2}\\ x>\dfrac{2+\sqrt{14-2m}}{2}\end{array}\right.$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{2-\sqrt{14-2m}}{2}\ge 3\\ \dfrac{2+\sqrt{14-2m}}{2}\le -2\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in\varnothing$.

Câu 19: **[0D4-5.2-4]**Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $2x^2-4x-5+m\ge 0$ nghiệm đúng với mọi x thuộc đoạn $[2;6]$.

A. $m\ge 7$. **B.** $m>4$. **C.** $m\ge 5$. **D.** $m\ge 4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta'=-2m+14$.

* $\Delta'\le 0\Leftrightarrow m\ge 7$ thì bất phương trình $2x^2-4x-5+m\ge 0$ nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$.

* $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 7$ thì bất phương trình có tập nghiệm là $\left[\begin{array}{l} x < \dfrac{2-\sqrt{14-2m}}{2} \\ x > \dfrac{2+\sqrt{14-2m}}{2} \end{array}\right.$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{2-\sqrt{14-2m}}{2} \geq 6 \\ \dfrac{2+\sqrt{14-2m}}{2} \leq 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow m \geq 5$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $m \geq 5$.

Câu 20: **[0D4-5.2-4]** Với giá trị nào của tham số m thì bất phương trình $(m^2+1)x + m(x+3) + 1 > 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-1;2]$?

A. $0 \leq m \leq 2$. **B.** $m > 0$. **C.** $m < 2$. **D.** $0 < m < 2$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình tương đương $x > \dfrac{-3m-1}{m^2+m+1}$.

Suy ra tập nghiệm là $S = \left(\dfrac{-3m-1}{m^2+m+1}; +\infty\right)$.

Để bất phương trình nghiệm đúng $x \in [-1;2]$ khi và chỉ khi

$[-1;2] \subset \left(\dfrac{-3m-1}{m^2+m+1}; +\infty\right) \Leftrightarrow \dfrac{-3m-1}{m^2+m+1} < -1 \Leftrightarrow m^2 - 2m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 2$.

Vậy $0 < m < 2$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 21: **[0D4-5.1-4]** Tìm giá trị của tham số m để $f(x) = x^2 + 4x + m - 5 \leq 0$ trên một đoạn có độ dài bằng 2.

A. $m = 10$. **B.** $m = 8$. **C.** $m = 9$. **D.** $m = 7$.

Lời giải

Chọn B

Vì $f(x) = x^2 + 4x + m - 5$ có hệ số $a = 1 > 0$ nên để thỏa yêu cầu bài toán thì phương trình $x^2 + 4x + m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 2$.

$\begin{cases} \Delta' = 4 - (m-5) > 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ (x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ 16 - 4(m-5) - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 9 \\ m = 8 \end{cases} \Rightarrow m = 8$.

Câu 22: **[0D4-5.2-4]** Cho hàm số $f(x) = (x+1)(x+3)(x^2+4x+6)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) \geq m, \forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m \leq -\dfrac{9}{4}$. **B.** $m \leq -2$.

C. $m \leq -2$ hoặc $m \geq -\dfrac{3}{2}$. **D.** $-\dfrac{9}{4} \leq m \leq -2$.

Lời giải

Chọn B

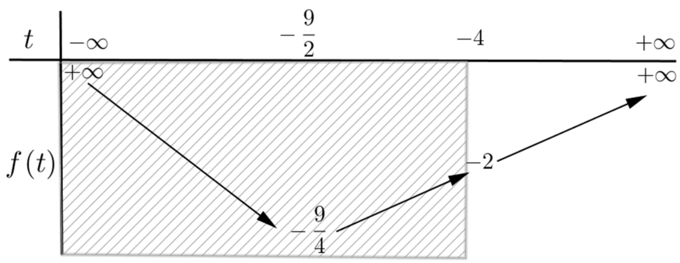
$f\left(x\right)=\left(x^2+4x+3\right)\left(x^2+4x+6\right)$.

Đặt $t=x^2+4x$, điều kiện tồn tại x là $t\geq -4$.

Ta được $f\left(t\right)=t^2+9t+18$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f\left(t\right)\geq m,\forall t\geq -4$.

Lập BBT hàm $f\left(t\right)=t^2+9t+18$, $t\geq -4$ ta được



Ta có $m\leq f\left(t\right),\forall t\geq -4\Leftrightarrow m\leq -2$.

Câu 23: **[0D4-5.2-4]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{\left(m^2+m+2\right)x^2-2\left(m+4\right)x+m+8}}$ xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $-4-\sqrt{14}<m<-4+\sqrt{14}\vee m>0$. **B.** $-4-\sqrt{14}<m<-4+\sqrt{14}$.

C. $-2-\sqrt{7}<m<-2+\sqrt{7}\vee m>0$. **D.** $-2-\sqrt{7}<m<-2+\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow g\left(x\right)=\left(m^2+m+2\right)x^2-2\left(m+4\right)x+m+8>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$a=m^2+m+2=\left(m+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{7}{4}>0\ \forall m$, do đó $g\left(x\right)>0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'=-m^3-8m^2-2m<0$

$\Leftrightarrow -4-\sqrt{14}<m<-4+\sqrt{14}\vee m>0$.

Câu 24: **[0D4-5.7-4]** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\left|\dfrac{2x^2-mx+2}{x^2+x+1}\right|\leq 3$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $-3\leq m\leq 2$. **B.** $-3\leq m\leq 2\vee m>5$.

C. $m<-5\vee -3\leq m\leq -1$. **D.** $-5\leq m\leq -1$.

Lời giải

Chọn D

$$\left|\dfrac{2x^2-mx+2}{x^2+x+1}\right|\leq 3\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2x^2-mx+2}{x^2+x+1}\geq -3\\ \dfrac{2x^2-mx+2}{x^2+x+1}\leq 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5x^2+\left(3-m\right)x+5\geq 0\\ x^2+\left(3+m\right)x+1\geq 0\end{cases}\ \left(\text{do }\forall x\in\mathbb{R},x^2+x+1>0\right)$$

Bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2+(3-m)x+5\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} \\ x^2+(3+m)x+1\geq 0, \forall x\in\mathbb{R} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1=(3-m)^2-100\leq 0 \\ \Delta_2=(3+m)^2-4\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -7\leq m\leq 13 \\ -5\leq m\leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -5\leq m\leq -1$.

Câu 25: **[0D4-5.3-4]** Tìm tất cả các tham số m để bất phương trình $\dfrac{(m^3+1)x^2-2(m^2+m)x+m}{x^2+x+2}\leq 0$ có nghiệm.

A. $-1\leq m\leq 0 \vee m\geq \dfrac{1}{2}$. **B.** $m\leq 0 \vee m\geq\dfrac{1}{2}$.

C. $m\leq -1 \vee m\geq\dfrac{1}{2}$. **D.** $m\leq -1 \vee 0\leq m\leq\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$x^2+x+2>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên

$\dfrac{(m^3+1)x^2-2(m^2+m)x+m}{x^2+x+2}\leq 0 \Leftrightarrow (m^3+1)x^2-2(m^2+m)x+m\leq 0\ \ (*)$.

* ả ếu $m=-1$ thì $(*)$ trở thành $-1\leq 0$ đúng $\forall x$.

* ả ếu $m\neq -1$ thì ta có $\Delta'=2m^3+m^2-m$.

+) $\Delta'\geq 0\Leftrightarrow -1<m\leq 0 \vee m\geq\dfrac{1}{2}$ thì phương trình $(m^3+1)x^2-2(m^2+m)x+m=0$ luôn có hai nghiệm nên bất phương trình $(*)$ luôn có nghiệm.

+) $\Delta'<0\Leftrightarrow m<-1 \vee 0<m<\dfrac{1}{2}$.

Với $m<-1$ thì ta có $\begin{cases} \Delta'<0 \\ a<0 \end{cases}$ nên bất phương trình $(*)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Với $0<m<\dfrac{1}{2}$ thì ta có $\begin{cases} \Delta'<0 \\ a>0 \end{cases}$ nên bất phương trình $(*)$ vô nghiệm.

Vậy $m\leq 0 \vee m\geq\dfrac{1}{2}$ thỏa yêu cầu đề bài.

DẠNG 5: ĐIỀU KIỆN VỀ NGHIỆM CỦA TAM THỨC BẬC HAI

{Tìm điều kiện của tham số để tam thức bậc hai có nghiệm thỏa mãn điều kiện…}

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm điều kiện của tham số m để phương trình $(m+2)x^2-3x+2m-3=0$ có hai nghiệm trái dấu.

Lời giải

Điều kiện cần và đủ để phương trình có hai nghiệm trái dấu là: $(m+2)(2m-3)<0$.

$\Leftrightarrow -2<m<\dfrac{3}{2}$.

Câu 2: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)x^2+(m+3)x-(m+1)=0$ có hai nghiệm phân biệt

Lời giải

$(m-3)x^2+(m-3)x-(m+1)=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m-3\neq 0 \\ (m-3)^2-4(m-3)(m+1)>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 3 \\ (m-3)(3m+7)<0 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{7}{3}<m<3$.

Câu 3: Xác định m để phương trình: $(m+1)x^2-2(m+2)x+m-1=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 sao cho $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}>2$.

Lời giải

$(m+1)x^2-2(m+2)x+m-1=0$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi

$\begin{cases} m+1\neq 0 \\ (m+2)^2-(m+1)(m-1)>0 \\ m-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -1 \\ 4m+5>0 \\ m\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -1 \\ m>-\dfrac{5}{4} \\ m\neq 1 \end{cases} \ (1)$.

Viet $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{2(m+2)}{m+1} \\ x_1x_2=\dfrac{m-1}{m+1} \end{cases}$

Khi đó $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}>2 \Leftrightarrow \dfrac{x_1+x_2-2x_2x_2}{x_1x_2}>0$

$\Leftrightarrow \dfrac{\dfrac{2(m+2)}{m+1}-2\dfrac{m-1}{m+1}}{\dfrac{m-1}{m+1}}>0 \Leftrightarrow \dfrac{5}{m-1}>0 \Leftrightarrow m>1 \ (2)$.

Từ $(1);(2) \Rightarrow m>1$.

Câu 4: Với giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2-2(m-2)x+m-3=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1+x_2+x_1x_2<1$?

Lời giải

PT $(m-1)x^2-2(m-2)x+m-3=0$ có hai nghiệm x_1,x_2 khi $\begin{cases}a\neq 0\\ \Delta'\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m-1\neq 0\\ 1>0\ \forall m\end{cases}\Leftrightarrow m\neq 1$.

Khi đó, theo định lý Vi-ét ta có:

$$\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{2(m-2)}{m-1}\\ x_1x_2=\dfrac{m-3}{m-1}\end{cases}\Rightarrow x_1+x_2+x_1x_2<1\Leftrightarrow\frac{2(m-2)}{m-1}+\frac{m-3}{m-1}<1$$

$$\Leftrightarrow\frac{2(m-2)}{m-1}+\frac{m-3}{m-1}-\frac{m-1}{m-1}<0\Leftrightarrow\frac{2m-6}{m-1}<0\Leftrightarrow 1<m<3.$$

Vậy $1<m<3$.

Câu 5: Cho hàm số $y=(m-2)x^2-3mx+2m-3$ (m là tham số). Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A,B sao cho gốc tọa độ O nằm giữa A và B.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là $(m-2)x^2-3mx+2m-3=0$

Điều kiện để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A,B sao cho gốc tọa độ O nằm giữa A và B là $x_A.x_B<0\Leftrightarrow\dfrac{2m-3}{m-2}<0\Leftrightarrow\dfrac{3}{2}<m<2$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: **[0D4-5.2-3]** Tìm điều kiện của b để $f(x)=x^2-bx+3$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $b\in\left[-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right]$. **B.** $b\in\left(-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

C. $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right]\cup\left[2\sqrt{3};+\infty\right)$. **D.** $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right)\cup\left(2\sqrt{3};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=x^2-bx+3$ có nghiệm khi $b^2-12>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b<-2\sqrt{3}\\ b>2\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Câu 2: **[0D4-5.2-3]** Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2+(m+3)x-(m+1)=0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in\left(-\infty;-\dfrac{3}{5}\right)\cup(1;+\infty)\setminus\{3\}$. **B.** $m\in\left(-\dfrac{3}{5};1\right)$.

C. $m\in\left(-\dfrac{3}{5};+\infty\right)$. **D.** $m\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có (1) có hai nghiệm phân biệt khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \left[\begin{array}{l} m < -\dfrac{5}{3} \\ m > 1 \end{array}\right. \end{cases}$.

Câu 3: **[0D4-5.2-3]** Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 28$.

C. $0 < m < 28$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn B

để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần khi và chỉ khi

$\Delta > 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - 4(8m+1) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 28 \\ m < 0 \end{array}\right.$.

Câu 4: **[0D4-5.2-4]** Cho phương trình $x^2 - 2x - m = 0$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 2$.

A. $m > 0$. **B.** $m < -1$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $m > \dfrac{-1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \neq 0 \\ \Delta' = (-1)^2 + m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1$.

Khi đó, phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < 2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - 2 + x_2 - 2 < 0 \\ (x_1 - 2)(x_2 - 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - 4 < 0 \\ x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 4 < 0 \\ -m - 2.2 + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0$.

Kết hợp với điều kiện ta được: $-1 < m < 0$.

Câu 5: **[0D4-5.2-4]** Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\dfrac{1}{x_1^2} + \dfrac{1}{x_2^2} > 1$.

A. $-2 < m < 7$. **B.** $-2 \neq m < -1$.

C. $m < -\dfrac{7}{8}$ và $m \neq -2$. **D.** $-2 \neq m < -1 \ \vee \ m > 7$.

Lời giải

Chọn B

PT có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq 0 \\ \Delta = (m-1)^2 - 4(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2 - 6m - 7 > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -1 \vee m > 7 \end{cases} (*)$.

Theo Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1 x_2 = m+2 \end{cases} (1)$.

Ta có $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1^2 x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{(m-1)^2 - 2(m+2)}{(m+2)^2} > 1$

$\Leftrightarrow \frac{-8m-7}{(m+2)^2} > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{7}{8}$.

Kết hợp (*) ta có $-2 \neq m < -1$.

Câu 6: **[0D4-5.2-4]** Với điều kiện nào của m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 1$.

A. $-2 < m < -1 \ \vee \ m > 7$. **B.** $m < -2 \ \vee \ m > 7$.

C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2} < m < 7$.

Lời giải

Chọn A

PT có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \neq 0 \\ \Delta = (m-1)^2 - 4(m+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m^2 - 6m - 7 > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -1 \vee m > 7 \end{cases} (1)$.

Theo Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m-1 \\ x_1 x_2 = m+2 \end{cases}$.

Ta có $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} < 1 \Leftrightarrow \frac{x_1^3 + x_2^3}{x_1^3 x_2^3} < 1 \Leftrightarrow \frac{(x_1+x_2)\left[(x_1+x_2)^2 - 3x_1x_2\right]}{x_1^3 x_2^3} < 1$

$\Leftrightarrow \frac{(m-1)\left[(m-1)^2 - 3(m+2)\right]}{(m+2)^3} < 1 \Leftrightarrow \frac{-12m^2 - 7m - 3}{(m+2)^3} < 0 (*)$.

Do $-12m^2 - 7m - 3 < 0; \forall x$ nên $(*) \Leftrightarrow m + 2 > 0 \Leftrightarrow m > -2$.

Kết hợp (1) ta có $-2 < m < -1 \ \vee \ m > 7$.

Câu 7: **[0D4-5.2-4]** Định m để phương trình $x^2-(2m-3)x+m^2-3m+2=0$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-3;2\right)$?

A. $-2<m<4$.　　**B.** $m<-2 \vee m>4$.
C. $-1<m<3$.　　**D.** $m<-1 \vee m>3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta=1$ nên PT luôn có hai phân biệt $\left[\begin{array}{l} x=m-1 \\ x=m-2 \end{array}\right.$.

YCBT $\Leftrightarrow -3<m-2<m-1<2 \Leftrightarrow -1<m<3$.

Câu 8: **[0D4-5.2-3]** Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2-2mx+m+3=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là:

A. $m<6$ và $m\neq 2$.　　**B.** $m<-3$ hoặc $2<m<6$.
C. $2<m<6$.　　**D.** $m>6$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có 2 nghiệm dương phân biệt khi

$$\begin{cases} a=m-2\neq 0 \\ \Delta'=m^2-\left(m-2\right)\left(m+3\right)>0 \\ S=\dfrac{2m}{m-2}>0 \\ P=\dfrac{m+3}{m-2}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 2 \\ m<6 \\ m>2 \vee m<0 \\ m>2 \vee m<-3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2<m<6 \\ m<-3 \end{array}\right..$$

Câu 9: **[0D4-5.2-4]** Cho phương trình $(m-5)x^2+(m-1)x+m=0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1,x_2 thỏa $x_1<2<x_2$.

A. $m<\dfrac{22}{7}$.　　**B.** $\dfrac{22}{7}<m<5$.

C. $m\geq 5$.　　**D.** $\dfrac{22}{7}\leq m\leq 5$.

Lời giải

Chọn B

(1) có 2 nghiệm x_1,x_2 thỏa $x_1<2<x_2 \Leftrightarrow a.f\left(2\right)=\left(m-5\right)\left[4\left(m-5\right)+2\left(m-1\right)+m\right]<0$

$\Leftrightarrow \left(m-5\right)\left(7m-22\right)<0 \Leftrightarrow \dfrac{22}{3}<m<5$.

Câu 10: **[0D4-5.2-3]** Giá trị nào của m thì phương trình: $(m-1)x^2-2(m-2)x+m-3=0$ có 2 nghiệm trái dấu?

A. $m<1$.　　**B.** $m>2$.　　**C.** $m>3$.　　**D.** $1<m<3$.

Lời giải

Chọn D

$(m-1)x^2-2(m-2)x+m-3=0$ có 2 nghiệm trái dấu: $\Leftrightarrow ac<0 \Leftrightarrow (m-1)(m-3)<0$

$\Leftrightarrow 1<m<3$.

Câu 11: **[0D4-5.2-4]** Định m để phương trình $(m+1)x^2-2mx+m-2=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}<3$.

A. $m<2 \vee m>6$. **B.** $-2<m<-1 \vee -1<m<2 \vee m>6$.

C. $2<m<6$. **D.** $-2<m<6$.

Lời giải

Chọn B

PT có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m+1\neq 0 \\ \Delta' = m^2-(m+1)(m-2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -1 \\ m>-2 \end{cases} (*)$.

Khi đó, theo Vi-ét ta có $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{2m}{m+1} \\ x_1x_2=\dfrac{m-2}{m+1} \end{cases}$.

Ta có $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}<3 \Leftrightarrow \frac{x_1+x_2}{x_1.x_2}<3 \Leftrightarrow \frac{2m}{m-2}<3 \Leftrightarrow \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}<3$

$\Leftrightarrow \frac{6-m}{m-2}<0 \Leftrightarrow m<-2 \vee m>6$.

Kết hợp (*) ta có $-2<m<-1 \vee -1<m<2 \vee m>6$.

Câu 12: **[0D4-5.2-4]** Với điều kiện nào của m thì phương trình $mx^2-2(m-1)x+m-2=0$ có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng (-1; 2)?

A. $-2\le m\le 1$. **B.** $m<-1 \vee m>1$. **C.** $m<\frac{4}{3}$. **D.** $0<m<\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Khi $m=0$, PT $\Leftrightarrow x=1\in(-1;\ 2)$. Ta có $m=0$ (tmyc).(*)

Khi $m\neq 0$, PT luôn có hai nghiệm $x=1;\ x=\frac{m-2}{m}$. PT có đúng 1 nghiệm thuộc khoảng (-1; 2)

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{m-2}{m}\le -1 \\ \dfrac{m-2}{m}\ge 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{2m-2}{m}\le 0 \\ \dfrac{-m-2}{m}\ge 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<m\le 1 \\ -2\le m<0 \end{array}\right.$.

Kết hợp (*) ta có $-2\le m\le 1$.

Câu 13: **[0D4-5.2-3]** Phương trình $(m+1)x^2-2(m-1)x+m^2+4m-5=0$ có đúng hai nghiệm x_1,x_2 thoả $2<x_1<x_2$. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

A. $-2<m<-1$. **B.** $m>1$. **C.** $-5<m<-3$. **D.** $-2<m<1$.

Lời giải

Chọn A

Để phương trình $(m+1)x^2-2(m-1)x+m^2+4m-5=0$ có có đúng hai nghiệm x_1,x_2 thoả $2<x_1<x_2$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ m+1\neq 0\\ x_2>x_1>2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m-1)^2-(m+1)(m^2+4m-5)>0\\ m\neq -1\\ (x_1-2)+(x_2-2)>0\\ (x_1-2)(x_2-2)>0\end{cases}.$$

Theo Vi-et ta có $\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{2(m-1)}{m+1}\\ x_1.x_2=\dfrac{m^2+4m-5}{m+1}\end{cases}$.

$$\Rightarrow\begin{cases}(m-1)(-m^2-5m-6)>0\\ m\neq -1\\ \dfrac{2(m-1)}{m+1}-4>0\\ \dfrac{m^2+4m-5}{m+1}-2.\dfrac{2(m-1)}{m+1}+4>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}-2<m<1\\ m<-3\end{array}\right.\\ m\neq -1\\ -3<m<-1\\ m>-3\end{cases}\Leftrightarrow -2<m<-1.$$

Câu 14: **[0D4-5.2-4]** Xác định m để phương trình $(x-1)\left[x^2+2(m+3)x+4m+12\right]=0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1.

A. $m<-\dfrac{7}{2}$.

B. $-2<m<1$ và $m\neq-\dfrac{16}{9}$.

C. $-\dfrac{7}{2}<m<-1$ và $m\neq-\dfrac{16}{9}$.

D. $-\dfrac{7}{2}<m<-3$ và $m\neq-\dfrac{19}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(x-1)\left[x^2+2(m+3)x+4m+12\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x^2+2(m+3)x+4m+12=0\ (*)\end{array}\right.$.

Giải sử phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2, theo Vi-et ta có

$$\begin{cases}x_1+x_2=-2(m+3)\\ x_1.x_2=4m+12\end{cases}.$$

Để phương trình $(x-1)\left[x^2+2(m+3)x+4m+12\right]=0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1. thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 khác 1 và đều lớn hơn -1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ 1+2(m+3)+4m+12 \neq 0 \\ x_2 > x_1 > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2-(4m+12) > 0 \\ 6m+19 \neq 0 \\ (x_1+1)+(x_2+1) > 0 \\ (x_1+1)(x_2+1) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m-3 > 0 \\ m \neq -\dfrac{19}{6} \\ -2(m+3)+2 > 0 \\ 4m+12-2(m+3)+1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -3 \end{array}\right. \\ m \neq -\dfrac{19}{6} \\ m < -2 \\ m > -\dfrac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{7}{2} < m < -3 \\ m \neq -\dfrac{19}{6} \end{cases}.$$

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 17. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÉT DẤU TAM THỨC BẬC HAI – BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Câu 1: Cho tam thức $f(x)=ax^2+bx+c \quad (a\neq 0)$, $\Delta=b^2-4ac$. Ta có $f(x)\le 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases}a<0\\ \Delta\le 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a\le 0\\ \Delta< 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta\ge 0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0\end{cases}$.

Câu 2: Cho tam thức bậc hai $f(x)=-2x^2+8x-8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f(x)<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. **B.** $f(x)\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.
C. $f(x)\le 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. **D.** $f(x)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Câu 3: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x?

A. $x^2-10x+2$. **B.** $x^2-2x-10$. **C.** $x^2-2x+10$. **D.** $-x^2+2x+10$.

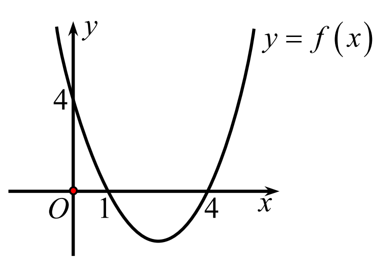
Câu 4: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x)=3x^2+2x-5$ là tam thức bậc hai. **B.** $f(x)=2x-4$ là tam thức bậc hai.
C. $f(x)=3x^3+2x-1$ là tam thức bậc hai. **D.** $f(x)=x^4-x^2+1$ là tam thức bậc hai.

Câu 5: Cho $f(x)=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$ và $\Delta=b^2-4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $\Delta<0$. **B.** $\Delta=0$. **C.** $\Delta>0$. **D.** $\Delta\ge 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta=b^2-4ac$, tìm dấu của a và Δ.



A. $a>0$, $\Delta>0$. **B.** $a<0$, $\Delta>0$. **C.** $a>0$, $\Delta=0$. **D.** $a<0$, , $\Delta=0$.

Câu 7: Cho tam thức $f(x)=x^2-8x+16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm. **B.** $f(x)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.
C. $f(x)\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. **D.** $f(x)<0$ khi $x<4$.

Câu 8: Cho tam thức bậc hai $f(x)=x^2+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x)>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;+\infty)$. **B.** $f(x)=0\Leftrightarrow x=-1$.
C. $f(x)<0\Leftrightarrow x\in(-\infty;1)$. **D.** $f(x)>0\Leftrightarrow x\in(0;1)$.

Câu 9: Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\ne 0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $\Delta>0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.
B. Nếu $\Delta<0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.
C. Nếu $\Delta=0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}\backslash\left\{-\dfrac{b}{2a}\right\}$.
D. Nếu $\Delta<0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

DẠNG 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 10: Cho tam thức bậc hai $f(x)=-x^2-4x+5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x)\ge 0$.

A. $x\in(-\infty;-1]\cup[5;+\infty)$. **B.** $x\in[-1;5]$.
C. $x\in[-5;1]$. **D.** $x\in(-5;1)$.

Câu 11: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2-8x+7\ge 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S?

A. $(-\infty;0]$. **B.** $[6;+\infty)$. **C.** $[8;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2-14x+20<0$ là

A. $S=(-\infty;2]\cup[5;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;2)\cup(5;+\infty)$.
C. $S=(2;5)$. **D.** $S=[2;5]$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-25<0$ là

A. $S=(-5;5)$. **B.** $x>\pm 5$.
C. $-5<x<5$. **D.** $S=(-\infty;-5)\cup(5;+\infty)$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2-3x+2<0$ là

A. $(1;2)$. **B.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 15: Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2-x-6\le 0$.

A. $S=(-\infty;-3)\cup(2:+\infty)$. **B.** $[-2;3]$.
C. $[-3;2]$. **D.** $(-\infty;-3]\cup[2;+\infty)$.

Câu 16: Bất phương trình $-x^2+2x+3>0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x+3}$ là:

A. $(1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2+x+12\geq 0$ là

A. $(-\infty;-3]\cup[4;+\infty)$. **B.** $\varnothing$. **C.** $(-\infty;-4]\cup[3;+\infty)$. **D.** $[-3;4]$.

Câu 19: Hàm số $y=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là

A. $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)\backslash\left\{\dfrac{7}{4}\right\}$.

C. $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3};+\infty\right)\backslash\left\{\dfrac{7}{4}\right\}$. **D.** $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3};\dfrac{7}{4}\right)$.

Câu 20: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x^2-5x+2}$.

A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

Câu 21: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2-4>0$.

A. $S=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $S=(-2;2)$.

C. $S=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$.

Câu 22: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2-4x+4>0$.

A. $S=\mathbb{R}\backslash\{2\}$. **B.** $S=\mathbb{R}$. **C.** $S=(2;+\infty)$. **D.** $S=\mathbb{R}\backslash\{-2\}$.

Câu 23: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2-3x-15\leq 0$ là

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2+9>6x$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\{3\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 25: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-2x^2-3x+2>0$?

A. $S=\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-2)\cup\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $S=\left(-2;\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $S=\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$.

DẠNG 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 26: Bất phương trình $(x-1)\left(x^2-7x+6\right)\geq 0$ có tập nghiệm S là:

A. $S=(-\infty;1]\cup[6;+\infty)$. **B.** $S=[6;+\infty)$.

C. $(6;+\infty)$. **D.** $S=[6;+\infty)\cup\{1\}$.

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ là

A. $(1;4)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-2;-1)\cup(1;2)$.

Câu 28: Giải bất phương trình $x(x+5) \le 2(x^2+2)$.

A. $x \le 1$. **B.** $1 \le x \le 4$. **C.** $x \in (-\infty;1]\cup[4;+\infty)$. **D.** $x \ge 4$.

Câu 29: Biểu thức $(3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$ âm khi và chỉ khi

A. $x \in \left(-\infty;\frac{5}{4}\right)$. **B.** $x \in \left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{5}{4};3\right)$.

C. $x \in \left(\frac{1}{3};\frac{5}{4}\right)\cup(3;+\infty)$. **D.** $x \in \left(\frac{1}{3};3\right)$.

Câu 30: Biểu thức $(4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9)$ âm khi

A. $x \in (1;2)$. **B.** $x \in (-3;-2)\cup(1;2)$.

C. $x \ge 4$. **D.** $x \in (-\infty;-3)\cup(-2;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \ge 0$ là

A. $x \in [-4;-1]\cup[2;+\infty)$. **B.** $x \in (-4;-1)\cup(2;+\infty)$.

C. $x \in [-1;+\infty)$. **D.** $x \in (-\infty;-4]\cup[-1;2]$.

Câu 32: Cho biểu thức $f(x) = \frac{4x-12}{x^2-4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn $f(x)$ không dương là

A. $x \in (0;3]\cup(4;+\infty)$. **B.** $x \in (-\infty;0]\cup[3;4)$. **C.** $x \in (-\infty;0)\cup[3;4)$. **D.** $x \in (-\infty;0)\cup(3;4)$.

DẠNG 4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

Câu 33: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2-3x-4}{x-1} \le 0$.

A. $T = (-\infty;-1]\cup[1;4]$. **B.** $T = (-\infty;-1]\cup(1;4]$.

C. $T = (-\infty;-1)\cup(1;4]$. **D.** $T = (-\infty;-1]\cup(1;4)$.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2-7x+12}{x^2-4} \le 0$ là.

A. $S = [-2;2]\cup[3;4]$. **B.** $S = (-2;2]\cup[3;4]$.

C. $S = (-2;2)\cup[3;4]$. **D.** $S = [-2;2]\cup(3;4)$.

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-2}{x+1} \ge \frac{x+1}{x-2}$ là.

A. $\left(-1;\frac{1}{2}\right]\cup(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup\left(\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $(-\infty;-1)\cup\left[\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]$.

Câu 36: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{x^2+x+3}{x^2-4}\geq 1$. Khi đó $S\cap(-2;2)$ là tập nào sau đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $\varnothing$. **D.** $(-2;-1]$.

Câu 37: Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{2x^2-3x+4}{x^2+3}>2$ là

A. $\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{\sqrt{23}}{4};\dfrac{3}{4}+\dfrac{\sqrt{23}}{4}\right)$.

B. $\left(-\infty;\dfrac{3}{4}-\dfrac{\sqrt{23}}{4}\right)\cup\left(\dfrac{3}{4}+\dfrac{\sqrt{23}}{4};+\infty\right)$.

C. $\left(-\dfrac{2}{3};+\infty\right)$.

D. $\left(-\infty;-\dfrac{2}{3}\right)$.

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $\dfrac{x+3}{x^2-4}-\dfrac{1}{x+2}<\dfrac{2x}{2x-x^2}$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 39: Tập nghiệm S của bất phương trình $\dfrac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10}\leq -1$ là

A. Hai khoảng. **B.** Một khoảng và một đoạn.

C. Hai khoảng và một đoạn. **D.** Ba khoảng.

DẠNG 5. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 40: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}5x-2<4x+5\\ x^2<(x+2)^2\end{cases}$ có dạng $S=(a;b)$. Khi đó tổng $a+b$ bằng?

A. -1. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 41: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}x-\dfrac{1}{2}\geq\dfrac{x}{4}+1\\ x^2-4x+3\leq 0\end{cases}$ là

A. $S=(2;3)$. **B.** $(-\infty;2]\cup[3;+\infty)$. **C.** $S=[2;3]$. **D.** $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 42: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2-6x+5\leq 0\\ x^2-8x+12<0\end{cases}$ là

A. $[2;5]$. **B.** $[1;6]$. **C.** $(2;5]$. **D.** $[1;2]\cup[5;6]$.

Câu 43: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x^2-2x}+\dfrac{1}{\sqrt{25-x^2}}$?

A. $D=(-5;0]\cup[2;5)$. **B.** $D=(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$.

C. $D=(-5;5)$. **D.** $D=[-5;0]\cup[2;5]$.

Câu 44: Hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2-4<0\\ (x-1)(x^2+5x+4)\geq 0\end{cases}$ có số nghiệm nguyên là

A. 2. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 45: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-4x+3<0 \\ -6x+12>0 \end{cases}$ là

A. $(1;2)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Câu 46: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+2x+\dfrac{1}{\sqrt{x+4}}>3+\dfrac{1}{\sqrt{x+4}}$ là

A. $(-3;1)$. **B.** $(-4;-3)$. **C.** $(1;+\infty)\cup(-\infty;-3)$. **D.** $(1;+\infty)\cup(-4;-3)$.

Câu 47: Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-4x+3>0 \\ (x+2)(x-5)<0 \end{cases}$.

A. $(1;3)$. **B.** $(-2;5)$. **C.** $(-2;1)\cup(3;5)$. **D.** $(3;5)$.

Câu 48: Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+5)(6-x)>0 \\ 2x+1<3 \end{cases}$.

A. $-5<x<1$. **B.** $x<1$. **C.** $x>-5$. **D.** $x<-5$.

Câu 49: Tập xác định của hàm số: $y=\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{5-x^2-2\sqrt{4-x^2}}$ có dạng $[a;b]$. Tìm $a+b$.

A. 3. **B.** -1. **C.** 0. **D.** -3.

DẠNG 6. BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

Dạng 6.1. Tìm m để phương trình có n nghiệm

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2+mx+4=0$ có nghiệm

A. $-4\le m\le 4$. **B.** $m\le -4$ *hay* $m\ge 4$.

C. $m\le -2$ *hay* $m\ge 2$. **D.** $-2\le m\le 2$.

Câu 51: Tìm m để phương trình $-x^2+2(m-1)x+m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt

A. $(-1;2)$ **B.** $(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$ **C.** $[-1;2]$ **D.** $(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$

Câu 52: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2+(m+3)x-(m+1)=0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m\in\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $m\in\left(-\infty;-\dfrac{3}{5}\right)\cup(1;+\infty)\setminus\{3\}$.

C. $m\in\left(-\dfrac{3}{5};1\right)$. **D.** $m\in\left(-\dfrac{3}{5};+\infty\right)$.

Câu 53: Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2-mx+4m=0$ vô nghiệm.

A. $0<m<16$. **B.** $-4<m<4$. **C.** $0<m<4$. **D.** $0\le m\le 16$.

Câu 54: Phương trình $x^2-(m+1)x+1=0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m>1$. **B.** $-3<m<1$. **C.** $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$. **D.** $-3\le m\le 1$.

Câu 55: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình sau vô nghiệm $m=-\frac{1}{2}$

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m>3$. **C.** $m=2$ **D.** $m>-\frac{3}{5}$.

Câu 56: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$(m-2)x^2+2(2m-3)x+5m-6=0$ vô nghiệm?

A. $m<0$. **B.** $m>2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m>3\\m<1\end{array}\right.$. **D.** $\begin{cases}m\neq 2\\1<m<3\end{cases}$.

Câu 57: Phương trình $mx^2-2mx+4=0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $0<m<4$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m<0\\m>4\end{array}\right.$. **C.** $0\le m\le 4$. **D.** $0\le m<4$.

Câu 58: Phương trình $(m^2-4)x^2+2(m-2)x+3=0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\ge 0$. **B.** $m=\pm 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\m<-4\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\m\le -4\end{array}\right.$.

Câu 59: Cho tam thức bậc hai $f(x)=x^2-bx+3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có nghiệm?

A. $b\in\left[-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right]$. **B.** $b\in\left(-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

C. $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right]\cup\left[2\sqrt{3};+\infty\right)$. **D.** $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right)\cup\left(2\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 60: Phương trình $x^2+2(m+2)x-2m-1=0$ (m là tham số) có nghiệm khi

A. $\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=-5\end{array}\right.$. **B.** $-5\le m\le -1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m<-5\\m>-1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\le -5\\m\ge -1\end{array}\right.$.

Câu 61: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$2x^2+2(m+2)x+3+4m+m^2=0$ có nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 62: Tìm các giá trị của m để phương trình $(m-5)x^2-4mx+m-2=0$ có nghiệm.

A. $m\neq 5$. **B.** $-\frac{10}{3}\le m\le 1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\le -\frac{10}{3}\\m\ge 1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\le -\frac{10}{3}\\1\le m\neq 5\end{array}\right.$.

Câu 63: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-1)x^2-2(m+3)x-m+2=0$ có nghiệm.

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-2<m<2$.

Câu 64: Các giá trị m để tam thức $f(x)=x^2-(m+2)x+8m+1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m\le 0$ hoặc $m\ge 28$. **B.** $m<0$ hoặc $m>28$.

C. $0<m<28$. **D.** $m>0$.

Câu 65: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^2+(m+1)x+m-\frac{1}{3}=0$ có nghiệm?

A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m > 1$. **C.** $-\frac{3}{4} < m < 1$. **D.** $m > -\frac{3}{4}$.

Câu 66: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình

$(m-1)x^2 + (3m-2)x + 3 - 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m \neq 1$ **C.** $-1 < m < 6$. **D.** $-1 < m < 2$.

Câu 67: Phương trình $(m-1)x^2 - 2x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **B.** $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

C. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$. **D.** $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$.

Câu 68: Giá trị nào của $m = 0$ thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$. **B.** $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$. **D.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Dạng 6.2. Tìm m để phương trình bậc 2 có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 69: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $mx^2 + 2x + m^2 + 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \neq -1$. **D.** $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Câu 70: Xác định m để phương trình $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. $\frac{1}{7} < m < \frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6}$. **C.** $m > \frac{1}{7}$. **D.** $m > 0$.

Câu 71: Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1x_2 < 1$?

A. $1 < m < 3$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m > 3$.

Câu 72: Cho phương trình $(m-5)x^2 + 2(m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$?

A. $m \geq 5$. **B.** $m < \frac{8}{3}$. **C.** $\frac{8}{3} < m < 5$. **D.** $\frac{8}{3} \leq m \leq 5$.

Câu 73: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (m-2)x + m^2 - 4m = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $0 < m < 4$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 4$. **C.** $m > 2$. **D.** $m < 2$.

Câu 74: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-1)x^2 - 2mx + m = 0$ có một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1?

A. $0 < m < 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m \in \varnothing$. **D.** $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Câu 75: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 \leq 16$.

A. Không có giá trị của m. **B.** $m \geq 2$.
C. $m \leq -1$. **D.** $m \leq -1$ hoặc $m = 2$.

Câu 76: Xác định m để phương trình $(x-1)\left[x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12\right] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1.

A. $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$. **B.** $m < -\frac{7}{2}$.
C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$. **D.** $-\frac{7}{2} < m < 3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

Câu 77: Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m > 6$. **B.** $m < 6$. **C.** $6 > m > 0$. **D.** $m > 0$.

Câu 78: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $2 < m < 6$. **B.** $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.
C. $m < 0$ hoặc $-3 < m < 6$. **D.** $-3 < m < 6$.

Câu 79: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

A. $m < 6$. **B.** $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.
C. $m > 1$. **D.** $1 < m < 6$.

Câu 80: Phương trình $x^2 - (3m-2)x + 2m^2 - 5m - 2 = 0$ có hai nghiệm không âm khi

A. $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$. **B.** $m \in \left[\frac{5+\sqrt{41}}{4}; +\infty\right)$.
C. $m \in \left[\frac{2}{3}; \frac{5+\sqrt{41}}{4}\right]$. **D.** $m \in \left(-\infty; \frac{5-\sqrt{41}}{4}\right]$.

Câu 81: Phương trình $2x^2 - (m^2 - m + 1)x + 2m^2 - 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

A. $m < -1$ **hoặc** $m > \frac{5}{2}$. **B.** $-1 < m < \frac{5}{2}$.
C. $m \leq -1$ **hoặc** $m \geq \frac{5}{2}$. **D.** $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$.

Câu 82: Phương trình $(m^2 - 3m + 2)x^2 - 2m^2x - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

A. $m \in (1; 2)$. **B.** $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$. **D.** $m \in \varnothing$.

Câu 83: Giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm âm có trị tuyệt đối lớn hơn là

A. $0 < m < 2$. **B.** $0 < m < 1$. **C.** $1 < m < 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < 0 \end{array}\right.$.

Câu 84: Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$?

A. $m < 2 \vee m > 6$. **B.** $-2 < m \neq -1 < 2 \vee m > 6$.
C. $2 < m < 6$. **D.** $-2 < m < 6$.

Câu 85: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.

A. $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (7; +\infty)$. **B.** $m \in (-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{11}{10}\right)$.
C. $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1)$. **D.** $m \in (7; +\infty)$.

Dạng 6.3. Tìm m để BPT thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 86: Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của tham số m thì $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m \geq 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m > 0$. **D.** $m < 2$.

Câu 87: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m + 1 \leq 0$ vô nghiệm.

A. $m \in [0; 28]$. **B.** $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$.
C. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$. **D.** $m \in (0; 28)$.

Câu 88: Tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x khi

A. $m < 3$. **B.** $m \geq 3$. **C.** $m \leq -3$. **D.** $m \leq 3$.

Câu 89: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để với mọi $x \in \mathbb{R}$ biểu thức $f(x) = x^2 + (m+2)x + 8m + 1$ luôn nhận giá trị dương.

A. 27. **B.** 28. **C.** Vô số. **D.** 26.

Câu 90: Tìm các giá trị của m để biểu thức $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 7 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

A. $m \in [2; 6]$. **B.** $m \in (-3; 9)$. **C.** $m \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$. **D.** $m \in (-9; 3)$.

Câu 91: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$ có tập nghiệm $S = R$?

A. $m > -1$. **B.** $-1 \leq m \leq 3$. **C.** $-1 < m \leq 3$. **D.** $-1 < m < 3$.

Câu 92: Bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0$ vô nghiệm. Điều kiện cần và đủ của tham số m là

A. $\frac{1-\sqrt{7}}{2} \le m \le \frac{1+\sqrt{7}}{2}$. **B.** $1 \le m \le \frac{1+\sqrt{7}}{2}$. **C.** $m \ne 1$. **D.** $m \ge -1$.

Câu 93: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai $f(x)$ sau đây thỏa mãn $f(x) = -x^2 + 2x + m - 2018 < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m > 2019$. **B.** $m < 2019$. **C.** $m > 2017$. **D.** $m < 2017$.

Câu 94: Tìm m để $f(x) = mx^2 - 2(m-1)x + 4m$ luôn luôn âm

A. $\left(-1;\frac{1}{3}\right)$. **B.** $(-\infty;-1) \cup \left(\frac{1}{3};+\infty\right)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

Câu 95: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2+2x-5}{x^2-mx+1} \le 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \in \varnothing$. **B.** $m \in (-2;2)$.

C. $m \in (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$. **D.** $m \in [-2;2]$.

Câu 96: Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 8 \ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $\left[\begin{array}{l} m > 7 \\ m < -1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m \ge 7 \\ m \le -1 \end{array}\right.$. **C.** $-1 \le m \le 7$. **D.** $-1 < m < 7$.

Câu 97: Bất phương trình $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm khi

A. $m < 4$. **B.** $m > 4$. **C.** $m \le 4$. **D.** $m \ge 4$.

Câu 98: Bất phương trình $mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 < 0$ vô nghiệm khi

A. $m \ge \frac{1}{5}$. **B.** $m > \frac{1}{4}$. **C.** $m > \frac{1}{5}$. **D.** $m > \frac{1}{25}$.

Câu 99: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \ge 0$ vô nghiệm.

A. $m \in \varnothing$. **B.** $m < -1$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $-1 < m \le 0$.

Câu 100: Gọi S là tập các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 8 \le 0$ có tập nghiệm là $[a;b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. -5. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 101: Tìm các giá trị của tham số m để $x^2 - 2x - m \ge 0,\ \forall x > 0$.

A. $m \le 0$. **B.** $m < -1$. **C.** $m \le -1$. **D.** $m < 0$.

Câu 102: Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{(m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

A. $[-1;6]$. **B.** $(-1;6)$. **C.** $(-\infty;-1) \cup (6;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 103: Cho bất phương trình $(m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m - 11 \le 0$ (1). Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình đúng với mọi $\forall x < -4$. Khi đó số phần tử của S là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 104: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y=1-\sqrt{(m+1)x^2-2(m-1)x+2-2m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 105: Để bất phương trình $5x^2-x+m\le 0$ vô nghiệm thì m thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

A. $m\le\frac{1}{5}$. **B.** $m>\frac{1}{20}$. **C.** $m\le\frac{1}{20}$. **D.** $m>\frac{1}{5}$.

Câu 106: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x^2-2mx-2m+3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 107: Tìm tất cả cách giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2+mx+m<0$ đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $m>\frac{4}{3}$. **B.** $m>-1$. **C.** $m<-\frac{4}{3}$. **D.** $m<-1$.

Câu 108: Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2+2x-m-1>0$ vô nghiệm:

A. $m>0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\ge 0$.

Câu 109: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2+x-m>0$ vô nghiệm.

A. $m\ge\frac{1}{4}$. **B.** $m\in\mathbb{R}$. **C.** $m>\frac{1}{4}$. **D.** $m<\frac{1}{4}$.

Câu 110: Bất phương trình $(m-1)x^2-2(m-1)x+m+3\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ khi

A. $m\in[1;+\infty)$. **B.** $m\in(2;+\infty)$. **C.** $m\in(1;+\infty)$. **D.** $m\in(-2;7)$.

Câu 111: Cho hàm số $f(x)=-x^2-2(m-1)x+2m-1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x)>0$, $\forall x\in(0;1)$.

A. $m>1$. **B.** $m<\frac{1}{2}$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m\ge\frac{1}{2}$.

DẠNG 7. TÌM M ĐỂ HỆ BPT BẬC HAI THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 112: Hệ bất phương trình $\begin{cases}(x+5)(3-x)>0\\ x-3m+2<0\end{cases}$ vô nghiệm khi

A. $m\le -1$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m<-1$.

Câu 113: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases}2x^2-5x+2<0\\ x^2-(2m+1)x+m(m+1)\le 0\end{cases}$ vô nghiệm.

A. $\frac{1}{2}\le m\le 2$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m\le-\frac{1}{2}\\ m\ge 2\end{array}\right.$. **C.** $\frac{1}{2}<m<1$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m<-\frac{1}{2}\\ m>2\end{array}\right.$.

Câu 114: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-4x>5 \\ x^2-(m-1)x-m\le 0 \end{cases}$ có nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l} m\ge 5 \\ m<-1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 5 \\ m\le -1 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>5 \\ m\le -1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>5 \\ m<-1 \end{array}\right.$.

Câu 115: Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+3)(4-x)>0 \\ x<m-1 \end{cases}$ vô nghiệm khi

A. $m\le -2$. **B.** $m>-2$. **C.** $m<-1$. **D.** $m=0$.

Câu 116: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-1\le 0 \\ x-m>0 \end{cases}$ có nghiệm khi

A. $m>1$. **B.** $m<1$. **C.** $m\ne 1$. **D.** $m=1$.

Câu 117: Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+m<0 & (1) \\ 3x^2-x-4\le 0 & (2) \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m>-\dfrac{8}{3}$. **B.** $m<2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m\ge -\dfrac{8}{3}$.

Câu 118: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-1\le 0(1) \\ x-m>0(2) \end{cases}$ có nghiệm khi:

A. $m>1$. **B.** $m=1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\ne 1$.

Câu 119: Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+3)(4-x)>0(1) \\ x<m-1(2) \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m<5$. **B.** $m>-2$. **C.** $m=5$. **D.** $m>5$.

Câu 120: Tìm m để $-9<\dfrac{3x^2+mx-6}{x^2-x+1}<6$ nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $-3<m<6$. **B.** $-3\le m\le 6$. **C.** $m<-3$. **D.** $m>6$.

Câu 121: Xác định m để với mọi x ta có $-1\le\dfrac{x^2+5x+m}{2x^2-3x+2}<7$.

A. $-\dfrac{5}{3}\le m<1$. **B.** $1<m\le\dfrac{5}{3}$. **C.** $m\le -\dfrac{5}{3}$. **D.** $m<1$.

Câu 122: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x-1>0 \\ x^2-2mx+1\le 0 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m>1$. **B.** $m=1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\ne 1$.

Câu 123: Tìm m để hệ $\begin{cases} x^2-2x+1-m\le 0 & (1) \\ x^2-(2m+1)x+m^2+m\le 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

A. $0<m<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$. **B.** $0\le m\le\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

C. $0 \le m < \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $0 < m \le \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 124: Tìm m sao cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \le 0 (1) \\ (m-1)x - 2 \ge 0 (2) \end{cases}$ có nghiệm.

A. $-1 \le m \le \dfrac{3}{2}$. **B.** $m \ge \dfrac{3}{2}$. **C.** $m \in \varnothing$. **D.** $m \ge -1$.

Câu 125: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 10x + 16 \le 0 (1) \\ mx \ge 3m + 1 (2) \end{cases}$ vô nghiệm.

A. $m > -\dfrac{1}{5}$. **B.** $m > \dfrac{1}{4}$. **C.** $m > -\dfrac{1}{11}$. **D.** $m > \dfrac{1}{32}$.

Câu 126: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 1 \le 0 (2) \\ x^2 - 6x + 5 \le 0 (1) \end{cases}$. Để hệ bất phương trình có nghiệm, giá trị thích hợp của tham số a là:

A. $0 \le a \le 2$. **B.** $0 \le a \le 4$. **C.** $2 \le a \le 4$. **D.** $0 \le a \le 8$.

DẠNG 8. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 127: Tập nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 + |x-2| \le 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên?

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 128: Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $|x^2 - 4x| < 0$.

A. $\varnothing$. **B.** $\{\varnothing\}$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-\infty;0) \cup (4;+\infty)$.

Câu 129: Tìm m để $\left|4x - 2m - \dfrac{1}{2}\right| > -x^2 + 2x + \dfrac{1}{2} - m$ với mọi số thực x

A. $-2 < m < 3$. **B.** $m > \dfrac{3}{2}$. **C.** $m > 3$. **D.** $m < \dfrac{3}{2}$.

Câu 130: Gọi $S = [a;b]$ là tập tất cả các giá trị của tham số m để với mọi số thực x ta có $\left|\dfrac{x^2 + x + 4}{x^2 - mx + 4}\right| \le 2$. Tính tổng $a + b$.

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 4

Câu 131: Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $2|x-m| + x^2 + 2 > 2mx$ thỏa mãn với mọi x là

A. $m \in \varnothing$. **B.** $m > -\sqrt{2}$. **C.** $m < \sqrt{2}$. **D.** $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

Câu 132: Cho bất phương trình: $x^2 + 2|x+m| + 2mx + 3m^2 - 3m + 1 < 0$. Để bất phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là

A. $-1 < m < \dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2} < m < 1$. **C.** $-1 < m < -\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2} < m < 1$.

DẠNG 9. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 133: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2+2} \le x-1$.

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 134: Bất phương trình $\sqrt{2x-1} \le 2x-3$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc khoảng $(0;7)$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 135: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\sqrt{x^2-2x-15} > 2x+5$.

A. $S=(-\infty;\,-3]$. **B.** $S=(-\infty;\,3)$. **C.** $S=(-\infty;\,3]$. **D.** $S=(-\infty;\,-3)$.

Câu 136: Bất phương trình $\left(16-x^2\right)\sqrt{x-3} \le 0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;-4]\cup[4;+\infty)$. **B.** $[3;4]$. **C.** $[4;+\infty)$. **D.** $\{3\}\cup[4;+\infty)$.

Câu 137: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2+2017} \le \sqrt{2018}x$.

A. $T=(-\infty;1)$. **B.** $T=(-\infty;1]$. **C.** $T=(1;+\infty)$. **D.** $T=[1;+\infty)$.

Câu 138: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \dfrac{x+3}{2x-3}-\dfrac{x}{2x-1} \le 0 \\ \sqrt{x^2+3}+3x<1 \end{cases}$ là

A. $S=\left[-\frac{1}{4};\frac{3}{8}\right]$. **B.** $S=\left(-\infty;-\frac{1}{4}\right]$. **C.** $S=\left(-\infty;-\frac{1}{4}\right)$. **D.** $S=\left(-\frac{1}{4};\frac{3}{8}\right)$.

Câu 139: Nghiệm của bất phương trình $\dfrac{3\mathrm{x}-1}{\sqrt{x+2}} \le 0$ là:

A. $x \le \frac{1}{3}$. **B.** $-2<x<\frac{1}{3}$. **C.** $\begin{cases} x \le \frac{1}{3} \\ x \ne -2 \end{cases}$. **D.** $-2<x \le \frac{1}{3}$.

Câu 140: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-3} < 2x-1$ là

A. $S=(3;+\infty)$. **B.** $S=\left[\frac{1}{2};3\right]$. **C.** $S=\left[3;\frac{13}{2}\right]$. **D.** $S=[3;+\infty)$.

Câu 141: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2-6x+1}-x+2\ge 0$ là

A. $\left(-\infty;\frac{3-\sqrt{7}}{2}\right]\cup[3;+\infty)$.
B. $\left(-\infty;\frac{3-\sqrt{7}}{2}\right)$.
C. $\left(\frac{3-\sqrt{7}}{2};3\right)$.
D. $(3;+\infty)$.

Câu 142: Bất phương trình $\sqrt{2x-1}\le 3x-2$ có tổng năm nghiệm nguyên nhỏ nhất là

A. 10. **B.** 20. **C.** 15. **D.** 5.

Câu 143: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x+2}\le x$ là

A. $[2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $[-2;2]$. **D.** $[-1;2]$.

Câu 144: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{2\left(x^2+1\right)}\le x+1$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 145: Tập nghiệm S của bất phương trình $(x-1)\sqrt{x+1}\ge 0$ là

A. $S=[-1;+\infty)$. **B.** $S=\{-1\}\cup(1;+\infty)$. **C.** $S=\{-1\}\cup[1;+\infty)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Câu 146: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(x^2-5x\right)\sqrt{2x^2-3x-2}\ge 0$ là

A. $\left[\begin{array}{l}x\ge 5\\x=2\\x\le\frac{-1}{2}\end{array}\right.$.
B. $\left[\begin{array}{l}x\ge 5\\x\le 0\end{array}\right.$.
C. $\left[\begin{array}{l}x\ge 2\\x\le\frac{-1}{2}\end{array}\right.$.
D. $x\in\left\{\frac{-1}{2};0;2;5\right\}$.

Câu 147: Tổng các giá trị nguyên dương của m để tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{\frac{m}{72}x^2+1}<\sqrt{x}$ có chứa đúng hai số nguyên là

A. 5. **B.** 29. **C.** 18. **D.** 63.

Câu 148: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2+2x-3}\ge 2x-2$ có dạng $S=(-\infty;a]\cup[b;c]$. Tính tổng $P=a+b+c$?

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{10}{3}$.

Câu 149: Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2x+4}-2\sqrt{2-x}\ge\frac{6x-4}{5\sqrt{x^2+1}}$ là $[a;b]$. Khi đó giá trị biểu thức $P=3a-2b$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 150: Biết tập nghiệm của bất phương trình $x-\sqrt{2x+7}\le 4$ là $[a;b]$. Tính giá trị của biểu thức $P=2a+b$.

A. $P=2$. **B.** $P=17$. **C.** $P=11$. **D.** $P=-1$.

Câu 151: Giải bất phương trình $4(x+1)^2<(2x+10)\left(1-\sqrt{3+2x}\right)^2$ ta được tập nghiệm T là:

A. $T=(-\infty;3)$.
B. $T=\left[-\dfrac{3}{2};-1\right)\cup(-1;3]$.
C. $T=\left[-\dfrac{3}{2};3\right)$.
D. $T=\left[-\dfrac{3}{2};-1\right)\cup(-1;3)$.

Câu 152: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{5x-1}-\sqrt{x-1}>\sqrt{2x-4}$. Tập nào sau đây là phần bù của S?

A. $(-\infty;0)\cup[10;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2]\cup(10;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)\cup[10;+\infty)$. **D.** $(0;10)$.

Câu 153: Tính tổng các nghiệm nguyên thuộc $[-5;5]$ của bất phương trình: $\sqrt{x^2-9}\left(\dfrac{3x-1}{x+5}\right)\le x\sqrt{x^2-9}$?

A. 5. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 12.

Câu 154: Giải bất phương trình $\sqrt{-x^2+6x-5}>8-2x$ có nghiệm là

A. $-5<x\le-3$. **B.** $3<x\le5$. **C.** $2<x\le3$. **D.** $-3\le x\le-2$.

Câu 155: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2+4x+3\sqrt{3-2x-x^2}>1$ là

A. $(-3;1]$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $[-3;1)$. **D.** $[-3;1]$.

Câu 156: Để bất phương trình $\sqrt{(x+5)(3-x)}\le x^2+2x+a$ nghiệm đúng $\forall x\in[-5;3]$, tham số a phải thỏa mãn điều kiện:

A. $a\ge3$. **B.** $a\ge4$. **C.** $a\ge5$. **D.** $a\ge6$.

Câu 157: Cho bất phương trình $4\sqrt{(x+1)(3-x)}\le x^2-2x+m-3$. Xác định m để bất phương trình nghiệm với $\forall x\in[-1;3]$.

A. $0\le m\le12$. **B.** $m\le12$. **C.** $m\ge0$. **D.** $m\ge12$.

Câu 158: Cho bất phương trình $x^2-6x+\sqrt{-x^2+6x-8}+m-1\ge0$. Xác định m để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x\in[2;4]$.

A. $m\ge\dfrac{35}{4}$. **B.** $m\le9$. **C.** $m\le\dfrac{35}{4}$. **D.** $m\ge9$.

Câu 159: Bất phương trình $mx-\sqrt{x-3}\le m$ có nghiệm khi

A. $m\le\dfrac{\sqrt2}{4}$. **B.** $m\ge0$. **C.** $m<\dfrac{\sqrt2}{4}$. **D.** $m\ge\dfrac{\sqrt2}{4}$.

Câu 160: Có bao nhiêu số nguyên m không nhỏ hơn – 2018 để bất phương trình $m(\sqrt{x^2-2x+2}+1)+x(2-x)\le0$ có nghiệm $x\in\left[0;1+\sqrt3\right]$

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2017. **D.** 2020.

CHƯƠNG VI HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 17. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÉT DẤU TAM THỨC BẬC HAI – BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Câu 1: Cho tam thức $f\left(x\right)=ax^2+bx+c \quad \left(a\ne 0\right),\ \Delta =b^2-4ac$. Ta có $f\left(x\right)\le 0$ với $\forall x\in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

A. $\begin{cases} a<0 \\ \Delta \le 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a\le 0 \\ \Delta <0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a<0 \\ \Delta \ge 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a>0 \\ \Delta \le 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có: $f\left(x\right)\le 0$ với $\forall x\in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a<0 \\ \Delta \le 0 \end{cases}$

Câu 2: Cho tam thức bậc hai $f(x)=-2x^2+8x-8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $f(x)<0$ với mọi $x\in \mathbb{R}$. **B.** $f(x)\ge 0$ với mọi $x\in \mathbb{R}$.

C. $f(x)\le 0$ với mọi $x\in \mathbb{R}$. **D.** $f(x)>0$ với mọi $x\in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=-2(x^2-4x+4)=-2\left(x-2\right)^2\le 0$ với mọi $x\in \mathbb{R}$.

Vậy: $f(x)\le 0$ với mọi $x\in \mathbb{R}$.

Câu 3: Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x?

A. $x^2-10x+2$. **B.** $x^2-2x-10$. **C.** $x^2-2x+10$. **D.** $-x^2+2x+10$.

Lời giải

Chọn C

Tam thức luôn dương với mọi giá trị của x phải có $\begin{cases} \Delta <0 \\ a>0 \end{cases}$ nên **Chọn C**

Câu 4: Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $f(x)=3x^2+2x-5$ là tam thức bậc hai. **B.** $f(x)=2x-4$ là tam thức bậc hai.

C. $f(x)=3x^3+2x-1$ là tam thức bậc hai. **D.** $f(x)=x^4-x^2+1$ là tam thức bậc hai.

Lời giải

Chọn A

* Theo định nghĩa tam thức bậc hai thì $f(x)=3x^2+2x-5$ là tam thức bậc hai.

Câu 5: Cho $f(x)=ax^2+bx+c$, $(a\neq 0)$ và $\Delta=b^2-4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x\in\mathbb{R}$.

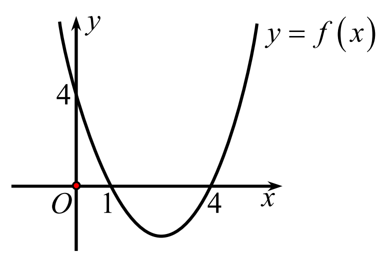
A. $\Delta<0$. **B.** $\Delta=0$. **C.** $\Delta>0$. **D.** $\Delta\geq 0$.

Lời giải

Chọn A

* Theo định lý về dấu của tam thức bậc hai thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x\in\mathbb{R}$ khi $\Delta<0$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta=b^2-4ac$, tìm dấu của a và Δ.



A. $a>0$, $\Delta>0$. **B.** $a<0$, $\Delta>0$. **C.** $a>0$, $\Delta=0$. **D.** $a<0$, , $\Delta=0$.

Lời giải

Chọn A

* Đồ thị hàm số là một Parabol quay lên nên $a>0$ và đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt nên $\Delta>0$.

Câu 7: Cho tam thức $f(x)=x^2-8x+16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm. **B.** $f(x)>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

C. $f(x)\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. **D.** $f(x)<0$ khi $x<4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)=x^2-8x+16=(x-4)^2$. Suy ra $f(x)\geq 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Câu 8: Cho tam thức bậc hai $f(x)=x^2+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x)>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;+\infty)$. **B.** $f(x)=0\Leftrightarrow x=-1$.

C. $f(x)<0\Leftrightarrow x\in(-\infty;1)$. **D.** $f(x)>0\Leftrightarrow x\in(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f\left(x\right)=x^2+1\ge 1>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 9: Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a\ne 0)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Nếu $\Delta>0$ thì $f\left(x\right)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

B. Nếu $\Delta<0$ thì $f\left(x\right)$ luôn trái dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

C. Nếu $\Delta=0$ thì $f\left(x\right)$ luôn cùng dấu với hệ số a, với mọi $x\in\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{b}{2a}\right\}$.

D. Nếu $\Delta<0$ thì $f\left(x\right)$ luôn cùng dấu với hệ số b, với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

DẠNG 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 10: Cho tam thức bậc hai $f\left(x\right)=-x^2-4x+5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f\left(x\right)\ge 0$.

A. $x\in\left(-\infty;-1\right]\cup\left[5;+\infty\right)$.
B. $x\in\left[-1;5\right]$.
C. $x\in\left[-5;1\right]$.
D. $x\in\left(-5;1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f\left(x\right)=0$ $\Leftrightarrow$ $-x^2-4x+5=0$ $\Leftrightarrow$ $x=1$, $x=-5$.

Mà hệ số $a=-1<0$ nên: $f\left(x\right)\ge 0$ $\Leftrightarrow$ $x\in\left[-5;1\right]$.

Câu 11: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2-8x+7\ge 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S?

A. $\left(-\infty;0\right]$.
B. $\left[6;+\infty\right)$.
C. $\left[8;+\infty\right)$.
D. $\left(-\infty;-1\right]$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2-8x+7\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le 1\\x\ge 7\end{array}\right.$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(-\infty;1\right]\cup\left[7;+\infty\right)$.

Do đó $\left[6;+\infty\right)\not\subset S$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2-14x+20<0$ là

A. $S=\left(-\infty;2\right]\cup\left[5;+\infty\right)$.
B. $S=\left(-\infty;2\right)\cup\left(5;+\infty\right)$.
C. $S=\left(2;5\right)$.
D. $S=\left[2;5\right]$.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình $0 \le x \le 10 \Leftrightarrow 2 < x < 5$.

Vậy $S = (2;5)$.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là

A. $S = (-5;5)$. **B.** $x > \pm 5$.

C. $-5 < x < 5$. **D.** $S = (-\infty;-5) \cup (5;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $x^2 - 25 < 0 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

Vậy $S = (-5;5)$.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là

A. $(1;2)$. **B.** $(-\infty;1) \cup (2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2.$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là $(1;2)$. Chọn đáp án **A.**

Câu 15: Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \le 0$.

A. $S = (-\infty;-3) \cup (2:+\infty)$. **B.** $[-2;3]$.

C. $[-3;2]$. **D.** $(-\infty;-3] \cup [2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2 - x - 6 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le x \le 3$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S = [-2;3]$.

Câu 16: Bất phương trình $-x^2 + 2x + 3 > 0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $-x^2 + 2x + 3 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$

Câu 17: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ là:

A. $(1;3)$. **B.** $(-\infty;-1) \cup (3;+\infty)$.

C. $[-1;3]$. **D.** $(-\infty;-1] \cup [3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x+3}$ xác định khi $-x^2+2x+3\ge 0 \Leftrightarrow -1\le x\le 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=[-1;3]$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2+x+12\ge 0$ là

A. $(-\infty;-3]\cup[4;+\infty)$. **B.** $\varnothing$. **C.** $(-\infty;-4]\cup[3;+\infty)$. **D.** $[-3;4]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2+x+12\ge 0 \Leftrightarrow -3\le x\le 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-3;4]$.

Câu 19: Hàm số $y=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là

A. $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3};+\infty\right)$.

B. $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)\setminus\left\{\dfrac{7}{4}\right\}$.

C. $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3};+\infty\right)\setminus\left\{\dfrac{7}{4}\right\}$.

D. $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3};\dfrac{7}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases}\sqrt{x^2-3}+x-2\ne 0\\ x^2-3\ge 0\end{cases}$

Ta có $x^2-3\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ge\sqrt{3}\\ x\le-\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Xét $\sqrt{x^2-3}+x-2=0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-3}=2-x \Leftrightarrow \begin{cases}2-x\ge 0\\ x^2-3=(2-x)^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x\le 2\\ x=\dfrac{7}{4}\end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{7}{4}$

Do đó tập xác định của hàm số đã cho là $D=\left(-\infty;-\sqrt{3}\right]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)\setminus\left\{\dfrac{7}{4}\right\}$.

Câu 20: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{2x^2-5x+2}$.

A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]\cup[2;+\infty)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x^2-5x+2\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\le\dfrac{1}{2}\\ x\ge 2\end{array}\right.$.

Câu 21: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2-4>0$.

A. $S=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **B.** $S=(-2;2)$.

C. $S=(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

* Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
x^2-4		$+$	0	$-$	0	$+$	

* Tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Câu 22: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2-4x+4>0$.

A. $S=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $S=\mathbb{R}$. **C.** $S=(2;+\infty)$. **D.** $S=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Lời giải

Chọn A

* Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
x^2-4x+4		$+$	0	$+$	

* Tập nghiệm của bất phương trình là $S=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 23: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2-3x-15\le 0$ là

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Xét $f(x)=2x^2-3x-15$.

$$f(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{129}}{4}.$$

Ta có bảng xét dấu:

x		$\frac{3-\sqrt{129}}{4}$		$\frac{3+\sqrt{129}}{4}$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[\frac{3-\sqrt{129}}{4};\frac{3+\sqrt{129}}{4}\right]$.

Do đó bất phương trình có 6 nghiệm nguyên là $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2+9>6x$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn B

$x^2+9>6x \Leftrightarrow (x-3)^2>0 \Leftrightarrow x\neq 3$.

Câu 25: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-2x^2-3x+2>0$?

A. $S=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-2)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $S=\left(-2;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $S=\left(-\frac{1}{2};2\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $-2x^2-3x+2>0 \Leftrightarrow -2<x<\frac{1}{2}$.

DẠNG 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 26: Bất phương trình $(x-1)(x^2-7x+6)\geq 0$ có tập nghiệm S là:

A. $S=(-\infty;1]\cup[6;+\infty)$. **B.** $S=[6;+\infty)$.

C. $(6;+\infty)$. **D.** $S=[6;+\infty)\cup\{1\}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $$(x-1)(x^2-7x+6)\geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-1)(x-6)\geq 0$$
$$\Leftrightarrow (x-1)^2(x-6)\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x-6\geq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x\geq 6 \end{array}\right..$$

Câu 27: Tập nghiệm của bất phương trình $x^4-5x^2+4<0$ là

A. $(1;4)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-2;-1)\cup(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^4-5x^2+4=(x^2-1)(x^2-4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-1=0 \\ x^2-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Đặt $f(x)=x^4-5x^2+4$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
x^2-1		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
x^2-4		$+$	0	$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy tập nghiệm của bất phương trình $f(x)<0$ là $(-2;-1)\cup(1;2)$.

Câu 28: Giải bất phương trình $x(x+5)\le 2(x^2+2)$.

A. $x\le 1$. **B.** $1\le x\le 4$. **C.** $x\in(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$. **D.** $x\ge 4$.

Lời giải

Bất phương trình $x(x+5)\le 2(x^2+2)\Leftrightarrow x^2+5x\le 2x^2+4\Leftrightarrow x^2-5x+4\ge 0$

Xét phương trình $x^2-5x+4=0\Leftrightarrow (x-1)(x-4)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
x^2-5x+4		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $x^2-5x+4\ge 0\Leftrightarrow x\in(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$. **Chọn C**

Câu 29: Biểu thức $(3x^2-10x+3)(4x-5)$ âm khi và chỉ khi

A. $x\in\left(-\infty;\frac{5}{4}\right)$.

B. $x\in\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{5}{4};3\right)$.

C. $x\in\left(\frac{1}{3};\frac{5}{4}\right)\cup(3;+\infty)$.

D. $x\in\left(\frac{1}{3};3\right)$.

Lời giải

Đặt $f(x)=(3x^2-10x+3)(4x-5)$

Phương trình $3x^2-10x+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\x=\frac{1}{3}\end{array}\right.$ và $4x-5=0\Leftrightarrow x=\frac{5}{4}$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{5}{4}$		3		$+\infty$
$3x^2-10x+3$		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$4x-5$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{5}{4};3\right)$. **Chọn B**

Câu 30: Biểu thức $(4-x^2)(x^2+2x-3)(x^2+5x+9)$ âm khi

A. $x\in(1;2)$. **B.** $x\in(-3;-2)\cup(1;2)$.

C. $x\geq 4$. **D.** $x\in(-\infty;-3)\cup(-2;1)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Đặt $f(x)=(4-x^2)(x^2+2x-3)(x^2+5x+9)$

Phương trình $4-x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$.

Phương trình $x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$.

Ta có $x^2+5x+9=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{11}{4}>0\Rightarrow x^2+5x+9=0\Leftrightarrow x\in\varnothing$. Lập bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-3		-2		1		2		$+\infty$
$4-x^2$		$-$	|	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
x^2+2x-3		$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
x^2+5x+9		$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy $(4-x^2)(x^2+2x-3)(x^2+5x+9)<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-3\\-2<x<1\\x>2\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow x\in(-\infty;-3)\cup(-2;1)\cup(2;+\infty)$. **Chọn D**

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $x^3+3x^2-6x-8\geq 0$ là

A. $x\in[-4;-1]\cup[2;+\infty)$. **B.** $x\in(-4;-1)\cup(2;+\infty)$.

C. $x\in[-1;+\infty)$. **D.** $x\in(-\infty;-4]\cup[-1;2]$.

Lời giải

Bất phương trình $x^3+3x^2-6x-8\geq 0\Leftrightarrow(x-2)(x^2+5x+4)\geq 0$.

Phương trình $x^2+5x+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-4\\x=-1\end{array}\right.$ và $x-2=0\Leftrightarrow x=2$.

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
x^2+5x+4		$+$	0	$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$x-2$		$-$	$\vert$	$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$(x-2)(x^2+5x+4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $(x-2)(x^2+5x+4)\geq 0 \Leftrightarrow x\in[-4;-1]\cup[2;+\infty)$.

Chọn A

DẠNG 4. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

Câu 32: Cho biểu thức $f(x)=\dfrac{4x-12}{x^2-4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn $f(x)$ không dương là

A. $x\in(0;3]\cup(4;+\infty)$. **B.** $x\in(-\infty;0]\cup[3;4)$.

C. $x\in(-\infty;0)\cup[3;4)$. **D.** $x\in(-\infty;0)\cup(3;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\dfrac{4x-12}{x^2-4x}\leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ 3\leq x<4 \end{array}\right.$ hay $x\in(-\infty;0)\cup[3;4)$.

Câu 33: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{x^2-3x-4}{x-1}\leq 0$.

A. $T=(-\infty;-1]\cup[1;4]$. **B.** $T=(-\infty;-1]\cup(1;4]$.

C. $T=(-\infty;-1)\cup(1;4]$. **D.** $T=(-\infty;-1]\cup(1;4)$.

Lời giải

Chọn B

$\dfrac{x^2-3x-4}{x-1}\leq 0 \;(1)$.

$x^2-3x-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=4 \end{array}\right.$.

$x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
x^2-3x-4		+	0	-	$\vert$	-	0	+	
$x-1$		-	$\vert$	-	0	+	$\vert$	+	
VT (1)		-	0	+	$\Vert$	-	0	+	

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T=(-\infty;-1]\cup(1;4]$.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{x^2-7x+12}{x^2-4}\le 0$ là.

A. $S=[-2;2]\cup[3;4]$. **B.** $S=(-2;2]\cup[3;4]$.

C. $S=(-2;2)\cup[3;4]$. **D.** $S=[-2;2]\cup(3;4)$.

Lời giải

Chọn C

Xét $f(x)=\dfrac{x^2-7x+12}{x^2-4}$

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.

$x^2-7x+12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=4\end{array}\right.$.

$x^2-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$		-2		2		3		4		$+\infty$
$x^2-7x+12$		+	|	+	|	+	0	-	0	+	
x^2-4		+	0	-	0	+	|	+	|	+	
$f(x)$		+	||	-	||	+	0	-	0	+	

Từ bảng xét dấu ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(-2;2)\cup[3;4]$.

Câu 35: Tập nghiệm của bất phương trình $\dfrac{x-2}{x+1}\ge\dfrac{x+1}{x-2}$ là.

A. $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right]\cup(2;+\infty)$.

B. $(-\infty;-1)\cup\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

C. $(-\infty;-1)\cup\left[\dfrac{1}{2};2\right)$.

D. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right]$.

Lời giải

Chọn C

$\dfrac{x-2}{x+1}\ge\dfrac{x+1}{x-2}\Leftrightarrow\dfrac{(x-2)^2-(x+1)^2}{(x+1)(x-2)}\ge 0\Leftrightarrow\dfrac{-6x+3}{x^2-x-2}\ge 0\ (1)$.

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
VT (1)		+	‖	–	0	+	‖	–	

$(1) \Leftrightarrow x < -1 \vee \frac{1}{2} \le x < 2$.

Câu 36: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x+3}{x^2-4} \ge 1$. Khi đó $S \cap (-2;2)$ là tập nào sau đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $\varnothing$. **D.** $(-2;-1]$.

Lời giải

Chọn C

Xét $\frac{x^2+x+3}{x^2-4} - 1 \ge 0 \Leftrightarrow \frac{x+7}{x^2-4} \ge 0$.

Bất phương trình có tập nghiệm $S = [-7;-2) \cup (2;+\infty)$.

Vậy $S \cap (-2;2) = \varnothing$.

Câu 37: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x^2-3x+4}{x^2+3} > 2$ là

A. $\left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}; \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}\right)$. **B.** $\left(-\infty; \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Do $x^2+3>0\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{2x^2-3x+4}{x^2+3} > 2 \Leftrightarrow 2x^2-3x+4 > 2(x^2+3) \Leftrightarrow 3x < -2 \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}.$$

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2}$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-4 \ne 0 \\ x+2 \ne 0 \\ 2x-x^2 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne 0 \\ x \ne \pm 2 \end{cases}$. Bất phương trình:

$$\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2} \Leftrightarrow \frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} + \frac{2x}{x^2-2x} < 0 \Leftrightarrow \frac{2x+9}{x^2-4} < 0.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\frac{9}{2}$		-2		2		$+\infty$
$2x+9$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
x^2-4		$+$	|	$+$	||	$-$	||	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	||	$-$	||	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $\frac{2x+9}{x^2-4}<0 \Leftrightarrow x\in\left(-\infty;-\frac{9}{2}\right)\cup(-2;2)$.

Vậy có chỉ có duy nhất một giá trị nguyên dương của x $(x=1)$ thỏa mãn yêu cầu.

Chọn C

Câu 39: Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10}\le -1$ là

A. Hai khoảng. **B.** Một khoảng và một đoạn.
C. Hai khoảng và một đoạn. **D.** Ba khoảng.

Lời giải

Điều kiện: $x^2-3x-10\ne 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-5)\ne 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne -2 \\ x\ne 5 \end{cases}$.

Bất phương trình

$$\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10}\le -1 \Leftrightarrow \frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10}+1\le 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2+4x-3}{x^2-3x-10}\le 0 \quad (*).$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
$-x^2+4x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	0	$-$	|	$-$	
$x^2-3x-10$		$+$	||	$-$	|	$-$	|	$-$	||	$+$	
$f(x)$		$-$	||	$+$	0	$-$	0	$+$	||	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, bất phương trình $(*) \Leftrightarrow x\in(-\infty;-2)\cup[1;3]\cup(5;+\infty)$.

Chọn C

DẠNG 5. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 40: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 5x-2<4x+5 \\ x^2<(x+2)^2 \end{cases}$ có dạng $S=(a;b)$. Khi đó tổng $a+b$ bằng?

A. -1. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} 5x-2<4x+5 \\ x^2<(x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-2<4x+5 \\ x^2<x^2+4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<7 \\ x>-1 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=(-1;7)$. Suy ra $a+b=6$.

Câu 41: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x-\frac{1}{2}\ge\frac{x}{4}+1 \\ x^2-4x+3\le 0 \end{cases}$ là

A. $S=(2;3)$. **B.** $(-\infty;2]\cup[3;+\infty)$.

C. $S=[2;3]$. **D.** $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} x-\frac{1}{2}\ge\frac{x}{4}+1 \\ x^2-4x+3\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}x\ge\frac{3}{2} \\ 1\le x\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ 1\le x\le 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2\le x\le 3$.

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình là $S=[2;3]$.

Câu 42: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-6x+5\le 0 \\ x^2-8x+12<0 \end{cases}$ là

A. $[2;5]$. **B.** $[1;6]$. **C.** $(2;5]$. **D.** $[1;2]\cup[5;6]$.

Lời giải

Chọn C

$\begin{cases} x^2-6x+5\le 0 \\ x^2-8x+12<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1\le x\le 5 \\ 2<x<6 \end{cases} \Leftrightarrow 2<x\le 5$.

Câu 43: Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x^2-2x}+\frac{1}{\sqrt{25-x^2}}$?

A. $D=(-5;0]\cup[2;5)$. **B.** $D=(-\infty;0]\cup[2;+\infty)$.

C. $D=(-5;5)$. **D.** $D=[-5;0]\cup[2;5]$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x^2-2x\ge 0 \\ 25-x^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\ge 2 \\ x\le 0 \end{array}\right. \\ -5<x<5 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -5<x\le 0 \\ 2\le x<5 \end{array}\right.$.

Tập xác định: $D=(-5;0]\cup[2;5)$.

Câu 44: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-4<0 \\ (x-1)(x^2+5x+4)\ge 0 \end{cases}$ có số nghiệm nguyên là

A. 2. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

x	$-\infty$		-4		-1		1		$+\infty$
$x-1$		$-$	-5	$-$	-2	$-$	0	$+$	
x^2+5x+4		$+$	0	$-$	0	$+$	4	$+$	
$(x-1)(x^2+5x+4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$$\begin{cases} x^2-4<0 \\ (x-1)(x^2+5x+4)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<x<2 \\ \left[\begin{array}{l} -4\leq x\leq -1 \\ x\geq 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2<x\leq -1 \\ 1\leq x<2 \end{array}\right. \text{ do } x \text{ là số nguyên } \Leftrightarrow x=\{-1;1\}$$

Câu 45: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-4x+3<0 \\ -6x+12>0 \end{cases}$ là

A. $(1;2)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x^2-4x+3<0 \\ -6x+12>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-3)<0 \\ -6x>-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1<x<3 \\ x<2 \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<2.$$

Tập nghiệm của hệ bất phương trình là $S=(1;2)$.

Câu 46: Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+2x+\dfrac{1}{\sqrt{x+4}}>3+\dfrac{1}{\sqrt{x+4}}$ là

A. $(-3;1)$. **B.** $(-4;-3)$.

C. $(1;+\infty)\cup(-\infty;-3)$. **D.** $(1;+\infty)\cup(-4;-3)$.

Lời giải

Chọn D

$$x^2+2x+\frac{1}{\sqrt{x+4}}>3+\frac{1}{\sqrt{x+4}} \Leftrightarrow \begin{cases} x+4>0 \\ x^2+2x-3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-4 \\ \left[\begin{array}{l} x<-3 \\ x>1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4<x<-3 \\ x>1 \end{array}\right..$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-4;3)\cup(1;+\infty)$.

Câu 47: Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-4x+3>0 \\ (x+2)(x-5)<0 \end{cases}$.

A. $(1;3)$. **B.** $(-2;5)$. **C.** $(-2;1)\cup(3;5)$. **D.** $(3;5)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} x^2-4x+3>0 \\ (x+2)(x-5)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-4x+3>0 \\ x^2-3x-10<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>3 \end{array}\right. \\ -2<x<5 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2<x<1 \\ 3<x<5 \end{array}\right.$.

Câu 48: Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+5)(6-x)>0 \\ 2x+1<3 \end{cases}$.

A. $-5<x<1$. **B.** $x<1$. **C.** $x>-5$. **D.** $x<-5$.

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases} (x+5)(6-x)>0 & (1) \\ 2x+1<3 & (2) \end{cases}$.

Giải bất phương trình (1):

Bảng xét dấu cho biểu thức $f(x)=(x+5)(6-x)$:

x	$-\infty$		-5		6		$+\infty$
$x+5$		$-$	0	$+$	$\vert$	$+$	
$6-x$		$+$	$\vert$	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu suy ra bất phương trình (1) có tập nghiệm $S_1=(-5;6)$.

Giải bất phương trình (2): $x<1 \Rightarrow$ bất phương trình (2) có tập nghiệm $S_2=(-\infty;1)$.

Vậy tập nghiệm của hệ đã cho là $S=S_1\cap S_2=(-5;1)$.

Câu 49: Tập xác định của hàm số: $y=\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{5-x^2-2\sqrt{4-x^2}}$ có dạng $[a;b]$. Tìm $a+b$.

A. 3. **B.** -1. **C.** 0. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

+ Điều kiện: $\begin{cases} x-1\geq 0 & (1) \\ x+2\sqrt{x-1}\geq 0 & (2) \\ 4-x^2\geq 0 & (3) \\ 5-x^2-2\sqrt{4-x^2}\geq 0 & (4) \end{cases}$

+ $(1)\Leftrightarrow x\geq 1$. (5)

+ Với $x\geq 1$ thì (2) luôn đúng.

+ $(3) \Leftrightarrow -2 \le x \le 2$. (6)

+ Xét $(4) \Leftrightarrow 1+\left(4-x^2\right)-2\sqrt{4-x^2} \ge 0$, với điều kiện $-2 \le x \le 2$.

Đặt $\sqrt{4-x^2}=t \ge 0$, ta được $1+t^2-2t \ge 0 \Leftrightarrow (t-1)^2 \ge 0$.

+ Kết hợp (5) và (6) ta được tập xác định của hàm số là $[1;2]$.

+ Suy ra $a=1$; $b=2$.

+ Vậy $a+b=3$.

DẠNG 6. BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

Dạng 6.1. Tìm m để phương trình có n nghiệm

Câu 50: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2+mx+4=0$ có nghiệm

A. $-4 \le m \le 4$. **B.** $m \le -4$ *hay* $m \ge 4$.

C. $m \le -2$ *hay* $m \ge 2$. **D.** $-2 \le m \le 2$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình $x^2+mx+4=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \ge 0 \Leftrightarrow m^2-16 \ge 0 \Leftrightarrow m \le -4$ *hay* $m \ge 4$

Câu 51: Tìm m để phương trình $-x^2+2(m-1)x+m-3=0$ có hai nghiệm phân biệt

A. $(-1;2)$ **B.** $(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$ **C.** $[-1;2]$ **D.** $(-\infty;-1]\cup[2;+\infty)$

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2-(-1).(m-3)>0 \Leftrightarrow m^2-m-2>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>2 \end{array}\right.$$

Vậy $m \in (-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 52: Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2+(m+3)x-(m+1)=0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $m \in \left(-\infty;-\frac{3}{5}\right)\cup(1;+\infty)\setminus\{3\}$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5};1\right)$. **D.** $m \in \left(-\frac{3}{5};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \ne 0 \\ \Delta=(m+3)^2+4(m-3)(m+1)>0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \left[\begin{array}{l} x < -\dfrac{3}{5} \\ x > 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\dfrac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}.$$

Câu 53: Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - mx + 4m = 0$ vô nghiệm.

A. $0 < m < 16$. **B.** $-4 < m < 4$. **C.** $0 < m < 4$. **D.** $0 \le m \le 16$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $x^2 - mx + 4m = 0$ vô nghiệm khi $\Delta < 0$ $\Leftrightarrow m^2 - 16m < 0$ $\Leftrightarrow 0 < m < 16$.

Câu 54: Phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m > 1$. **B.** $-3 < m < 1$.
C. $m \le -3$ hoặc $m \ge 1$. **D.** $-3 \le m \le 1$.

Lời giải

Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta_x < 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4 < 0$

$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1$. **Chọn B**

Câu 55: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình sau vô nghiệm $m = -\dfrac{1}{2}$

A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m > 3$. **C.** $m = 2$ **D.** $m > -\dfrac{3}{5}$.

Lời giải

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2m^2 + 1 \neq 0 \\ \Delta'_x = 4m^2 - 2(2m^2+1) = -2 < 0 \end{cases}, \forall m \in \mathbb{R}$.

Vậy phương trình đã cho luôn vô nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. **Chọn A**

Câu 56: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6 = 0$ vô nghiệm?

A. $m < 0$. **B.** $m > 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m > 3 \\ m < 1 \end{array}\right.$. **D.** $\begin{cases} m \neq 2 \\ 1 < m < 3 \end{cases}$.

Lời giải

Xét phương trình $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6 = 0$ $(*)$.

TH1. Với $m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Suy ra với $m = 2$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $x = -2$.

Do đó $m = 2$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2. Với $m - 2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$, khi đó để phương trình $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$\Leftrightarrow (2m-3)^2-(m-2)(5m-6)<0 \Leftrightarrow 4m^2-12m+9-(5m^2-16m+12)<0$

$\Leftrightarrow -m^2+4m-3<0 \Leftrightarrow m^2-4m+3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<1 \end{array}\right.$.

Do đó, với $\left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<1 \end{array}\right.$ thì phương trình $(*)$ vô nghiệm.

Kết hợp hai **TH**, ta được $\left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<1 \end{array}\right.$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 57: Phương trình $mx^2-2mx+4=0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $0<m<4$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>4 \end{array}\right.$. **C.** $0\le m\le 4$. **D.** $0\le m<4$.

Lời giải

Xét phương trình $mx^2-2mx+4=0$ $(*)$.

TH1. Với $m=0$, khi đó phương trình $(*) \Leftrightarrow 4=0$.

Suy ra với $m=0$ thì phương trình $(*)$ vô nghiệm.

TH2. Với $m\ne 0$, khi đó để phương trình $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x<0$

$\Leftrightarrow m^2-4m<0 \Leftrightarrow m(m-4)<0 \Leftrightarrow 0<m<4$

Kết hợp hai **TH**, ta được $0\le m<4$ là giá trị cần tìm. **Chọn D**

Câu 58: Phương trình $(m^2-4)x^2+2(m-2)x+3=0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\ge 0$. **B.** $m=\pm 2$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m<-4 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m\le -4 \end{array}\right.$.

Lời giải

Xét phương trình $(m^2-4)x^2+2(m-2)x+3=0$ $(*)$.

TH1. Với $m^2-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

- Khi $m=2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 3=0$.
- Khi $m=-2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow -8x+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{8}$.

Suy ra với $m=2$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

TH2. Với $m^2-4\ne 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\ne 2 \\ m\ne -2 \end{cases}$, khi đó để phương trình $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x<0$

$\Leftrightarrow (m-2)^2-3(m^2-4)<0 \Leftrightarrow m^2-4m+4-3m^2+12<0 \Leftrightarrow -2m^2-4m+16<0$

$\Leftrightarrow m^2+2m-8>0 \Leftrightarrow (m-2)(m+4)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-4 \end{array}\right.$.

Suy ra với $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-4 \end{array}\right.$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Kết hợp hai **TH**, ta được $\left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m<-4 \end{array}\right.$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 59: Cho tam thức bậc hai $f(x)=x^2-bx+3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có nghiệm?

A. $b\in\left[-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right]$. **B.** $b\in\left(-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

C. $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right]\cup\left[2\sqrt{3};+\infty\right)$. **D.** $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right)\cup\left(2\sqrt{3};+\infty\right)$.

Lời giải

Để phương trình $f(x)=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x\geq 0 \Leftrightarrow (-b)^2-4.3\geq 0$

$\Leftrightarrow b^2-12\geq 0 \Leftrightarrow b^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2\geq 0 \Leftrightarrow \left(b-2\sqrt{3}\right)\left(b+2\sqrt{3}\right)\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b\geq 2\sqrt{3} \\ b\leq -2\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Vậy $b\in\left(-\infty;-2\sqrt{3}\right]\cup\left[2\sqrt{3};+\infty\right)$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 60: Phương trình $x^2+2(m+2)x-2m-1=0$ (m là tham số) có nghiệm khi

A. $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-5 \end{array}\right.$. **B.** $-5\leq m\leq -1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-5 \\ m>-1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\leq -5 \\ m\geq -1 \end{array}\right.$.

Lời giải

Xét phương trình $x^2+2(m+2)x-2m-1=0$, có $\Delta'_x=(m+2)^2+2m+1$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \Delta'_x\geq 0 \Leftrightarrow m^2+4m+4+2m+1\geq 0 \Leftrightarrow m^2+6m+5\geq 0$

$\Leftrightarrow (m+1)(m+5)\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq -1 \\ m\leq -5 \end{array}\right.$ là giá trị cần tìm. **Chọn D**

Câu 61: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$2x^2+2(m+2)x+3+4m+m^2=0$ có nghiệm?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Xét $2x^2+2(m+2)x+3+4m+m^2=0$, có $\Delta'_x=(m+2)^2-2(m^2+4m+3)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \Delta'_x\geq 0 \Leftrightarrow m^2+4m+4-2m^2-8m-6\geq 0 \Leftrightarrow -m^2-4m-2\geq 0$

$\Leftrightarrow m^2+4m+2\leq 0 \Leftrightarrow (m+2)^2\leq 2 \Leftrightarrow -2-\sqrt{2}\leq m\leq -2+\sqrt{2}$.

Kết hợp với $m\in\mathbb{Z}$, ta được $m=\{-3;-2;-1\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn A**

Câu 62: Tìm các giá trị của m để phương trình $(m-5)x^2-4mx+m-2=0$ có nghiệm.

A. $m \neq 5$. **B.** $-\frac{10}{3} \leq m \leq 1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \leq -\frac{10}{3} \\ m \geq 1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m \leq -\frac{10}{3} \\ 1 \leq m \neq 5 \end{array}\right.$.

Lời giải

Xét phương trình $(m-5)x^2-4mx+m-2=0 \quad (*)$.

TH1. Với $m-5=0 \Leftrightarrow m=5,$ khi đó $(*) \Leftrightarrow -20x+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{3}{20}$.

Suy ra với $m=1$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $x=\frac{3}{20}$.

TH2. Với $m-5 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 5,$ khi đó để phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0$

$\Leftrightarrow (-2m)^2-(m-5)(m-2) \geq 0 \Leftrightarrow 4m^2-(m^2-7m+10) \geq 0$

$\Leftrightarrow 3m^2+7m-10 \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)(3m+10) \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{array}\right.$.

Do đó, với $\left[\begin{array}{l} 5 \neq m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{array}\right.$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm.

Kết hợp hai **TH**, ta được $\left[\begin{array}{l} m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{array}\right.$ là giá trị cần tìm. **Chọn C**

Câu 63: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-1)x^2-2(m+3)x-m+2=0$ có nghiệm.

A. $m \in \varnothing$. **B.** $m \in \mathbb{R}$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-2<m<2$.

Lời giải

Xét phương trình $(m-1)x^2-2(m+3)x-m+2=0 \quad (*)$.

TH1. Với $m-1=0 \Leftrightarrow m=1,$ khi đó $(*) \Leftrightarrow -2.4x-1+2=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{8}$.

Suy ra với $m=1$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $x=\frac{1}{8}$.

TH2. Với $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1,$ khi đó để phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0$

$\Leftrightarrow (m+3)^2-(m-1)(2-m) \geq 0 \Leftrightarrow m^2+6m+9-(-m^2+3m-2) \geq 0$

$\Leftrightarrow 2m^2+3m+11 \geq 0 \Leftrightarrow 2\left(m+\frac{3}{4}\right)^2+\frac{79}{8} \geq 0, \forall m \in \mathbb{R}$ suy ra $\Delta'_x \geq 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Do đó, với $m \neq 1$ thì phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm phân biệt.

Kết hợp hai **TH**, ta được $m \in \mathbb{R}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 64: Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m+2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. **B.** $m < 0$ hoặc $m > 28$.
C. $0 < m < 28$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Tam thức $f(x)$ đổi dấu hai lần $\Leftrightarrow f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta_x = (m+2)^2 - 4(8m+1) > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - 32m - 4 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow m(m-28) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 28 \\ m < 0 \end{array}\right.$.

Vậy $m < 0$ hoặc $m > 28$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 65: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^2 + (m+1)x + m - \frac{1}{3} = 0$ có nghiệm?

A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m > 1$. **C.** $-\frac{3}{4} < m < 1$. **D.** $m > -\frac{3}{4}$.

Lời giải

Xét $x^2 + (m+1)x + m - \frac{1}{3} = 0$, có $\Delta_x = (m+1)^2 - 4\left(m - \frac{1}{3}\right) = m^2 - 2m + \frac{7}{3}$.

Ta có $\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta'_m = 1 - \frac{7}{3} = -\frac{4}{3} < 0 \end{cases}$ suy ra $m^2 - 2m + \frac{7}{3} > 0,\ \forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta_x > 0,\ \forall m \in \mathbb{R}$.

Vậy phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. **Chọn A**

Câu 66: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình

$(m-1)x^2 + (3m-2)x + 3 - 2m = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m \neq 1$ **C.** $-1 < m < 6$. **D.** $-1 < m < 2$.

Lời giải

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 1 \neq 0 \\ \Delta_x = (3m-2)^2 - 4(m-1)(3-2m) > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 9m^2 - 12m + 4 - 4(-2m^2 + 5m - 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 17m^2 - 32m + 16 > 0 \end{cases} \quad (*)$.

Ta có $\begin{cases} a = 17 > 0 \\ \Delta'_m = 16^2 - 17.16 = -16 < 0 \end{cases}$ suy ra $17m^2 - 32m + 16 > 0,\ \forall m \in \mathbb{R}$.

Do đó, hệ bất phương trình $(*) \Leftrightarrow m \neq 1$. **Chọn B**

Câu 67: Phương trình $(m-1)x^2 - 2x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **B.** $m \in \left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$.

C. $m \in \left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right) \setminus \{1\}$. **D.** $m \in \left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right] \setminus \{1\}$.

Lời giải

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 1 \neq 0 \\ \Delta'_x = (-1)^2 - (m-1)(m+1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 1 - m^2 + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ -\sqrt{2} < m < \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right) \setminus \{1\}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \in \left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right) \setminus \{1\}$. **Chọn C**

Câu 68: Giá trị nào của $m = 0$ thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \left(-\infty;-\frac{3}{5}\right) \cup (1;+\infty) \setminus \{3\}$. **B.** $m \in \left(-\frac{3}{5};1\right)$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5};+\infty\right)$. **D.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Lời giải

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 3 \neq 0 \\ \Delta_x = (m+3)^2 + 4(m-3)(m+1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 + 6m + 9 + 4(m^2 - 2m - 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ (m-1)(5m+3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -\frac{3}{5} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty;-\frac{3}{5}\right) \cup (1;+\infty) \setminus \{3\}$$ là giá trị cần tìm.

Chọn A

Dạng 6.2. Tìm m để phương trình bậc 2 có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 69: **Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $mx^2 + 2x + m^2 + 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \neq -1$. **D.** $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Dễ thấy $m = 0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m \neq 0$, phương trình đã cho là phương trình bậc hai.

Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $\frac{a}{c} = \frac{m^2+2m+1}{m} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < 0 \end{cases}$.

Câu 70: Xác định m để phương trình $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. $\frac{1}{7} < m < \frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6}$. **C.** $m > \frac{1}{7}$. **D.** $m > 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0 \Leftrightarrow (x-2)\left(mx^2 + (2m-1)x + 4m\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ f(x) = mx^2 + (2m-1)x + 4m = 0 \qquad (*) \end{array}\right.$$

Để phương trình ban đầu có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1 thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 và khác 2.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 2 khi

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ f(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -12m^2 - 4m + 1 > 0 \\ 4m + 2(2m-1) + 4m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6} \\ m \neq \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6} \end{cases} (1).$$

Khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 2.

Theo định lí Vi ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1-2m}{2} \\ x_1 + x_2 = 4 \end{cases}$.

Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $1 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - 1) + (x_2 - 1) > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - 2 > 0 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2m}{m} - 2 > 0 \\ 4 - \frac{1-2m}{m} + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2m}{m} - 2 > 0 \\ 4 - \frac{1-2m}{m} + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-4m}{m} > 0 \\ \frac{7m-1}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \\ \left[\begin{array}{l} m > \frac{1}{7} \\ m < 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{7} < m < \frac{1}{4} \ (2).$$

Câu 71: Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1x_2 < 1$?

A. $1 < m < 3$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $m > 2$. **D.** $m > 3$.

Lời giải

Chọn A

Phương $(m-1)x^2-2(m-2)x+m-3=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m-1\neq 0 \\ \Delta'\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ (m-2)^2-(m-1)(m-3)\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 1 \\ 1\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m\neq 1.$$

Theo định lí Vi-et ta có: $x_1+x_2=\dfrac{2m-4}{m-1}$, $x_1x_2=\dfrac{m-3}{m-1}$.

Theo đề ta có: $x_1+x_2+x_1x_2<1 \Leftrightarrow \dfrac{2m-4}{m-1}+\dfrac{m-3}{m-1}<1 \Leftrightarrow \dfrac{2m-6}{m-1}<0 \Leftrightarrow 1<m<3$.

Vậy $1<m<3$ là giá trị cần tìm.

Câu 72: Cho phương trình $(m-5)x^2+2(m-1)x+m=0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1<2<x_2$?

A. $m\geq 5$. **B.** $m<\dfrac{8}{3}$. **C.** $\dfrac{8}{3}<m<5$. **D.** $\dfrac{8}{3}\leq m\leq 5$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m-5\neq 0 \\ (m-1)^2-m(m-5)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 5 \\ m>-\dfrac{1}{3} \end{cases}$ $(*)$.

Khi đó theo định lý Viète, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{2(m-1)}{m-5} \\ x_1x_2=\dfrac{m}{m-5} \end{cases}$.

Với $x_1<2<x_2 \Rightarrow (x_1-2)(x_2-2)<0 \Leftrightarrow x_1x_2-2(x_1+x_2)+4<0 \Leftrightarrow \dfrac{m}{m-5}+\dfrac{4(m-1)}{m-5}+4<0$

$\Leftrightarrow \dfrac{9m-24}{m-5}<0 \Leftrightarrow \dfrac{8}{3}<m<5$. Kiểm tra điều kiện $(*)$ ta được $\dfrac{8}{3}<m<5$.

Câu 73: Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2-(m-2)x+m^2-4m=0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $0<m<4$. **B.** $m<0$ hoặc $m>4$. **C.** $m>2$. **D.** $m<2$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi $m^2-4m<0$ $\Leftrightarrow 0<m<4$.

Câu 74: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-1)x^2-2mx+m=0$ có một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1?

A. $0<m<1$. **B.** $m>1$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $\begin{cases} m>0 \\ m\neq 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Với $m-1\neq 0$ ta xét phương trình: $(m-1)x^2-2mx+m=0\ (1)$.

Ta có: $\Delta'=b'^2-ac\ =m^2-m(m-1)\ =m$.

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì: $\Delta'>0\ \Leftrightarrow m>0$.

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của (1) và $x_1>1$, $x_2<1$.

Ta có: $(x_1-1)(x_2-1)<0 \Leftrightarrow\ x_1x_2-(x_1+x_2)+1<0\ (*)$.

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1.x_2=\dfrac{m}{m-1} \\ x_1+x_2=\dfrac{2m}{m-1} \end{cases}$, thay vào $(*)$ ta có:

$\dfrac{m}{m-1}-\dfrac{2m}{m-1}+1<0 \Leftrightarrow\ \dfrac{-1}{m-1}<0 \Leftrightarrow m>1$.

Vậy với $m>1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 75: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2-2mx+m+2=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3+x_2^3\le 16$.

A. Không có giá trị của m.
B. $m\ge 2$.
C. $m\le -1$.
D. $m\le -1$ hoặc $m=2$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình có nghiệm khi $\Delta'\ge 0 \Leftrightarrow m^2-m-2\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\ge 2 \\ m\le -1 \end{array}\right.\ (1)$.

Theo định lý Viète ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2m \\ x_1x_2=m+2 \end{cases}$.

$x_1^3+x_2^3\le 16 \Leftrightarrow 8m^3-6m(m+2)\le 16 \Leftrightarrow 8m^3-6m^2-12m-16\le 0$

$\Leftrightarrow (m-2)(8m^2+10m+8)\le 0 \Leftrightarrow m-2\le 0 \Leftrightarrow m\le 2$.

Kiểm tra điều kiện (1), ta được $m\le -1$ hoặc $m=2$.

Câu 76: Xác định m để phương trình $(x-1)\left[x^2+2(m+3)x+4m+12\right]=0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1.

A. $-\dfrac{7}{2}<m<-3$ và $m\neq -\dfrac{19}{6}$.
B. $m<-\dfrac{7}{2}$.
C. $-\dfrac{7}{2}<m<-1$ và $m\neq -\dfrac{16}{9}$.
D. $-\dfrac{7}{2}<m<3$ và $m\neq -\dfrac{19}{6}$.

Lời giải

Chọn A

$(x-1)\left[x^2+2(m+3)x+4m+12\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2+2(m+3)x+4m+12=0\ (*) \end{array}\right.$.

Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 khi và chỉ khi khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 lớn hơn -1 và khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1+1+x_2+1>0 \\ (x_1+1)(x_2+1)>0 \\ 1+2(m+3)+4m+12 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+2m-3>0 \\ -2m-4>0 \\ 2m+7>0 \\ m \neq -\dfrac{19}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{7}{2}<m<-3 \\ m \neq -\dfrac{19}{6} \end{cases}.$$

Câu 77: Tìm m để phương trình $x^2-mx+m+3=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m>6$. **B.** $m<6$. **C.** $6>m>0$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta>0 \\ S>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4(m+3)>0 \\ x_1+x_2=m>0 \\ x_1x_2=m+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4m-12>0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m>6.$$ **Chọn A**

Câu 78: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-2)x^2-2mx+m+3=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $2<m<6$. **B.** $m<-3$ hoặc $2<m<6$.

C. $m<0$ hoặc $-3<m<6$. **D.** $-3<m<6$.

Lời giải

. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta'>0 \\ S>0 \\ P>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \neq 0 \\ m^2-(m-2)(m+3)>0 \\ \dfrac{2m}{m-2}>0 \\ \dfrac{m+3}{m-2}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2<m<6 \\ m<-3 \end{array}\right.$.

Chọn B

Câu 79: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x^2+2(m+1)x+9m-5=0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

A. $m<6$. **B.** $\dfrac{5}{9}<m<1$ hoặc $m>6$.

C. $m>1$. **D.** $1<m<6$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\Delta' > 0\\ S < 0\\ P > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(m+1)^2 - (9m-5) > 0\\ -2(m+1) < 0\\ 9m-5 > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^2 - 7m + 6 > 0\\ m > \dfrac{5}{9}\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m > 6\\ \dfrac{5}{9} < m < 1\end{array}\right.$$

Chọn B

Câu 80: Phương trình $x^2 - (3m-2)x + 2m^2 - 5m - 2 = 0$ có hai nghiệm không âm khi

A. $m \in \left[\dfrac{2}{3};+\infty\right)$. **<u>B.</u>** $m \in \left[\dfrac{5+\sqrt{41}}{4};+\infty\right)$.

C. $m \in \left[\dfrac{2}{3};\dfrac{5+\sqrt{41}}{4}\right]$. **D.** $m \in \left(-\infty;\dfrac{5-\sqrt{41}}{4}\right]$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm không âm khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\Delta > 0\\ S \ge 0\\ P \ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(3m-2)^2 - 4(2m^2 - 5m - 2) > 0\\ 3m - 2 \ge 0\\ 2m^2 - 5m - 2 \ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3m-2 \ge 0\\ m^2 + 8m + 12 \ge 0\\ 2m^2 - 5m - 2 \ge 0\end{cases} \Leftrightarrow m \ge \dfrac{5+\sqrt{41}}{4}.$$

Chọn B

Câu 81: Phương trình $2x^2 - (m^2 - m + 1)x + 2m^2 - 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi

A. $m < -1$ **hoặc** $m > \dfrac{5}{2}$. **<u>B.</u>** $-1 < m < \dfrac{5}{2}$.

C. $m \le -1$ **hoặc** $m \ge \dfrac{5}{2}$. **D.** $-1 \le m \le \dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$ac < 0 \Leftrightarrow 2.(2m^2 - 3m - 5) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < \dfrac{5}{2}.$$ **Chọn B**

Câu 82: Phương trình $(m^2 - 3m + 2)x^2 - 2m^2x - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

A. $m \in (1;2)$. **<u>B.</u>** $m \in (-\infty;1) \cup (2;+\infty)$.

C. $\begin{cases}m \ne 1\\ m \ne 2\end{cases}$. **D.** $m \in \varnothing$.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$ac < 0 \Leftrightarrow (m^2 - 3m + 2).(-5) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m > 2\\ m < 1\end{array}\right.$$ **Chọn B**

Câu 83: Giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm âm có trị tuyệt đối lớn hơn là

A. $0<m<2$. **B.** $0<m<1$. **C.** $1<m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<0 \end{array}\right.$.

Lời giải

Phương trình $x^2-2(m-1)x+m^2-2m=0 \Leftrightarrow x^2-2mx+m^2+2x-2m=0$

$$\Leftrightarrow (x-m)^2+2(x-m)=0 \Leftrightarrow (x-m)(x-m+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=m \\ x_2=m-2 \end{cases}.$$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \neq x_2 \\ x_1x_2<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<m<2 \qquad (\mathrm{I})$.

Với $m \in (0;2)$ suy ra $\begin{cases} x_1>0 \\ x_2<0 \end{cases}$, theo bài ra, ta có $|x_2|>|x_1| \Leftrightarrow |x_2|^2>|x_1|^2 \Leftrightarrow x_2^2-x_1^2>0$

$$\Leftrightarrow (x_2-x_1)(x_2+x_1)>0 \Leftrightarrow (m-2-m)(m-2+m)>0 \Leftrightarrow 2m-2<0 \Leftrightarrow m<1.$$

Kết hợp với (I), ta được $0<m<1$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 84: Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2-2mx+m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,\, x_2$ khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}<3$?

A. $m<2 \vee m>6$. **B.** $-2<m \neq -1<2 \vee m>6$.
C. $2<m<6$. **D.** $-2<m<6$.

Lời giải

Xét phương trình $(m+1)x^2-2mx+m-2=0 \quad (*)$, có $\Delta'=m+2$.

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta'>0 \\ P \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ m+2>0 \\ m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \{-1;2\} \\ m>-2 \end{cases} \qquad (\mathrm{I}).$$

Khi đó, gọi $x_1,\, x_2$ là nghiệm của phương trình $(*)$ suy ra $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{2m}{m+1} \\ x_1x_2=\dfrac{m-2}{m+1} \end{cases}$.

Theo bài ra, ta có $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{2m}{m-2}<3 \Leftrightarrow \frac{m-6}{m-2}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>6 \\ m<2 \end{array}\right.$.

Kết hợp với (I), ta được $\left[\begin{array}{l} m>6 \\ m \in (-2;-1)\cup(-1;2) \end{array}\right.$ là giá trị cần tìm. **Chọn B**

Câu 85: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2-(m-1)x+m+2=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}>1$.

A. $m\in(-\infty;-2)\cup(-2;-1)\cup(7;+\infty)$.	**B.** $m\in(-\infty;-2)\cup\left(-2;-\frac{11}{10}\right)$.

C. $m\in(-\infty;-2)\cup(-2;-1)$.	**D.** $m\in(7;+\infty)$.

Lời giải

Đặt $f(x)=x^2-(m-1)x+m+2$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi:

$$\begin{cases}\Delta>0\\ f(0)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-6m-7>0\\ m+2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>7\\ m<-1\end{array}\right.\\ m\neq -2\end{cases}.\ (*)$$

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình đã cho. Theo Viet, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m-1\\ x_1x_2=m+2\end{cases}$.

Yêu cầu bài toán $\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}>1\Leftrightarrow\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1^2.x_2^2}>1\Leftrightarrow\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}>1$

$$\Leftrightarrow\frac{(m-1)^2-2(m+2)}{(m+2)^2}>1\Leftrightarrow\frac{8m+7}{(m+2)^2}<0\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq -2\\ m<-\frac{7}{8}\end{cases}\xrightarrow{(*)}-2\neq m<-1.$$ **Chọn C**

Dạng 6.3. Tìm m để BPT thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 86: Cho hàm số $f(x)=x^2+2x+m$. Với giá trị nào của tham số m thì $f(x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $m\geq 1$.	**B.** $m>1$.	**C.** $m>0$.	**D.** $m<2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1>0\\ \Delta'=1-m\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\geq 1$.

Câu 87: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2-(m+2)x+8m+1\leq 0$ vô nghiệm.

A. $m\in[0;28]$.	**B.** $m\in(-\infty;0)\cup(28;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;0]\cup[28;+\infty)$.	**D.** $m\in(0;28)$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $(m+2)^2-4(8m+1)<0\Leftrightarrow m^2-28m<0$ $0<m<28$.

Câu 88: Tam thức $f(x)=x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4$ không âm với mọi giá trị của x khi

A. $m<3$.	**B.** $m\geq 3$.	**C.** $m\leq -3$.	**D.** $m\leq 3$.

Lời giải

Chọn D

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow f\left(x\right)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow x^2+2\left(m-1\right)x+m^2-3m+4\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta'=\left(m-1\right)^2-\left(m^2-3m+4\right)\leq 0$

$\Leftrightarrow m-3\leq 0$

$\Leftrightarrow m\leq 3$.

Vậy $m\leq 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 89: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để với mọi $x\in\mathbb{R}$ biểu thức $f\left(x\right)=x^2+\left(m+2\right)x+8m+1$ luôn nhận giá trị dương.

A. 27. **B.** 28. **C.** Vô số. **D.** 26.

Lời giải

Chọn A

$f\left(x\right)>0\ \ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases}1>0\\ \Delta=\left(m+2\right)^2-4\left(8m+1\right)<0\end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2-28m<0\Leftrightarrow 0<m<28$

Vậy có 27 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 90: Tìm các giá trị của m để biểu thức $f(x)=x^2+(m+1)x+2m+7>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$

A. $m\in\left[2;6\right]$. **B.** $m\in(-3;9)$. **C.** $m\in(-\infty;2)\cup(5;+\infty)$. **D.** $m\in(-9;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $f\left(x\right)>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\\ \left(m+1\right)^2-4\left(2m+7\right)<0\end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2-6m-27<0\Leftrightarrow -3<m<9$.

Câu 91: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình: $\left(m+1\right)x^2-2\left(m+1\right)x+4\geq 0$ có tập nghiệm $S=R$?

A. $m>-1$. **B.** $-1\leq m\leq 3$. **C.** $-1<m\leq 3$. **D.** $-1<m<3$.

Lời giải

Chọn B

TH1: $m+1=0\Leftrightarrow m=-1$ Bất phương trình trở thành $4\geq 0\forall x\in R$

TH2: $m+1\neq 0\Leftrightarrow m\neq -1$ Bất phương trình có tập nghiệm $S=R$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta'\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+1>0\\ \Delta'=m^2-2m-3\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow -1<m\leq 3\left(**\right)$

Từ và ta suy ra: $-1 \le m \le 3$.

Câu 92: Bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0$ vô nghiệm. Điều kiện cần và đủ của tham số m là

A. $\frac{1-\sqrt{7}}{2} \le m \le \frac{1+\sqrt{7}}{2}$. **B.** $1 \le m \le \frac{1+\sqrt{7}}{2}$.

C. $m \ne 1$. **D.** $m \ge -1$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $f(x) = (m+1)x^2 - 2mx - (m-3)$

Bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow f(x) \ge 0 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$

TH1: Với $m = -1$ thì $f(x) = 2x + 4$

Khi đó $f(x) \ge 0 \Leftrightarrow x \ge -2$ không thỏa mãn nên loại $m = -1$

TH2: Với $m \ne -1$, $f(x) \ge 0 \ \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases}$

$a > 0 \Leftrightarrow m > -1$

$\Delta' = m^2 + (m+1)(m-3) = 2m^2 - 2m - 3$

$\Delta' \le 0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{7}}{2} \le m \le \frac{1+\sqrt{7}}{2}$ suy ra $\frac{1-\sqrt{7}}{2} \le m \le \frac{1+\sqrt{7}}{2}$

Câu 93: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai $f(x)$ sau đây thỏa mãn $f(x) = -x^2 + 2x + m - 2018 < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

A. $m > 2019$. **B.** $m < 2019$. **C.** $m > 2017$. **D.** $m < 2017$.

Lời giải

Chọn D

Vì tam thức bậc hai $f(x)$ có hệ số $a = -1 < 0$ nên $f(x) < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 - (-1)(m - 2018) < 0 \Leftrightarrow m - 2017 < 0 \Leftrightarrow m < 2017$.

Câu 94: Tìm m để $f(x) = mx^2 - 2(m-1)x + 4m$ luôn luôn âm

A. $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

TH1: $m = 0$: $f(x) = 2x$ đổi dấu

TH2: $m \ne 0$; Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -3m^2 - 2m + 1 < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m < -1 \vee m > \dfrac{1}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow m < -1$

Vậy $m < -1$.

Câu 95: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\dfrac{-x^2+2x-5}{x^2-mx+1} \le 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m \in \varnothing$. **B.** $m \in (-2;2)$.

C. $m \in (-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$. **D.** $m \in [-2;2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $-x^2+2x-5 = -(x-1)^2 - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nên $\dfrac{-x^2+2x-5}{x^2-mx+1} \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow x^2 - mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4 \le 0$

$\Leftrightarrow m \in [-2;2]$.

Câu 96: Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 8 \ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $\left[\begin{array}{l} m > 7 \\ m < -1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m \ge 7 \\ m \le -1 \end{array}\right.$. **C.** $-1 \le m \le 7$. **D.** $-1 < m < 7$.

Lời giải

Chọn C

BPT nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - 6m - 7 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le m \le 7$.

Câu 97: Bất phương trình $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm khi

A. $m < 4$. **B.** $m > 4$. **C.** $m \le 4$. **D.** $m \ge 4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có BPT $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow f(x) = x^2 + 4x + m \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 4 - m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 4.$

Câu 98: Bất phương trình $mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 < 0$ vô nghiệm khi

A. $m \ge \frac{1}{5}$. **B.** $m > \frac{1}{4}$. **C.** $m > \frac{1}{5}$. **D.** $m > \frac{1}{25}$.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1. $m = 0$. Khi đó bất phương trình trở thành: $-2x + 7 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{7}{2}$.

Trường hợp này không thỏa mãn yêu cầu bài toán, loại.

Trường hợp 2. $m \ne 0$. Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi:

$$mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 \ge 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 1 - 5m \le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \ge \frac{1}{5}$$

Câu 99: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \ge 0$ vô nghiệm.

A. $m \in \varnothing$. **B.** $m < -1$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $-1 < m \le 0$.

Lời giải

Chọn D

$mx^2 - 2mx - 1 \ge 0$

+) $m = 0$ thì bất phương trình trở thành: $-1 > 0$. Vậy $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

+) $m \ne 0$, bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} a = m < 0 \\ \Delta' = (-m)^2 - m(-1) < 0 \end{cases}$. $\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + m < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -1 < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0$.

Vậy bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \ge 0$ vô nghiệm khi $-1 < m \le 0$.

Câu 100: Gọi S là tập các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 8 \le 0$ có tập nghiệm là $[a;b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phần tử của S là

A. -5. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Có $x^2 - 2mx + 5m - 8 \le 0 \Leftrightarrow (x-m)^2 \le m^2 - 5m + 8 \Leftrightarrow |x - m| \le \sqrt{m^2 - 5m + 8}$

$|x - m| \le \sqrt{m^2 - 5m + 8} \Leftrightarrow m - \sqrt{m^2 - 5m + 8} \le x \le m + \sqrt{m^2 - 5m + 8}$.

Vậy tập nghiệm của BPT là $\left[m-\sqrt{m^2-5m+8};m+\sqrt{m^2-5m+8}\right]$.

Theo bài ra ta có $b-a=4 \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2-5m+8}=4 \Leftrightarrow m^2-5m+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=4 \end{array}\right.$

Tổng tất cả các phần tử của S là 5.

Câu 101: Tìm các giá trị của tham số m để $x^2-2x-m\ge 0,\ \forall x>0$.

A. $m\le 0$. **B.** $m<-1$. **C.** $m\le -1$. **D.** $m<0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2-2x-m\ge 0 \Leftrightarrow x^2-2x\ge m$.

Xét hàm số $f(x)=x^2-2x$ là hàm số bậc hai có hệ số $a=1>0$, hoành độ đỉnh của parabol $x_I=\dfrac{-b}{2a}=1$. Do đó có bảng biến thiên

x	0		1		$+\infty$
y	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bbt ta có $x^2-2x\ge m,\ \forall x>0$ khi và chỉ khi $m\le -1$.

Câu 102: Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y=\sqrt{(m+10)x^2-2(m-2)x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

A. $[-1;6]$. **B.** $(-1;6)$. **C.** $(-\infty;-1)\cup(6;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow (m+10)x^2-2(m-2)x+1\ge 0\ (*)$.

Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $(*)$ đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$.

+) $m=-10$: $(*)$ trở thành: $24x+1\ge 0$ không đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra $m=-10$ loại.

+) $m\ne -10$: $(*)$ đúng với $\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=(m-2)^2-(m+10)\le 0 \\ m+10>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-5m-6\le 0 \\ m>-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\le m\le 6 \\ m>-10 \end{cases} \Leftrightarrow -1\le m\le 6$.

Vậy với $-1\le m\le 6$ thì hàm số đã cho có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Câu 103: Cho bất phương trình $(m-2)x^2+2(4-3m)x+10m-11\le 0\ (1)$. Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình đúng với mọi $\forall x<-4$. Khi đó số phần tử của S là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Đặt $f(x)=(m-2)x^2+2(4-3m)x+10m-11$

TH1: $m-2=0\Leftrightarrow m=2$

$(1)\Leftrightarrow -4x+9\le 0\Leftrightarrow x\ge \frac{9}{4}$ không thỏa đề

TH2: $m-2\ne 0\Leftrightarrow m\ne 2$

$\Delta'=(4-3m)^2-(m-2)(10m-11)=-m^2+7m-6$

Bảng xét dấu Δ'

m	$-\infty$		1		6		$-\infty$
Δ'		-	0	+	0	-	

* Nếu $m>6$ thì $f(x)>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ không thỏa đề

*** Nếu $m\le 1$ thì $f(x)<0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ thỏa đề**

* Nếu $2<m<6$ thì $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\ \ (x_1<x_2)$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$-\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+	

Khi đó $f(x)\le 0\ \ \forall x\in(x_1,x_2)$ không thỏa đề

* Nếu $1<m<2$ thì $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2\ \ (x_1<x_2)$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$-\infty$
$f(x)$		-	0	+	0	-	

Khi đó $f(x)\le 0\ \ \forall x<-4\Leftrightarrow -4\le x_1<x_2$

$$\Leftrightarrow 0\le x_1+4<x_2+4\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+4+x_2+4>0\\(x_1+4)(x_2+4)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_1+x_2+8>0\\x_1x_2+4(x_1+x_2)+16\ge 0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2(3m-4)}{m-2}+8>0\\\dfrac{10m-11}{m-2}+\dfrac{8(3m-4)}{m-2}+16\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{14m-24}{m-2}>0\\\dfrac{50m-75}{m-2}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}14m-24<0\\50m-75\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\dfrac{12}{7}\\m\le\dfrac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m\le\frac{3}{2}$$

So sánh điều kiện suy ra $1<m\le\frac{3}{2}$.

Vậy $m\le\frac{3}{2}$. Khi đó $S=\{1\}$.

Cách 2:

Ta có $(m-2)x^2+2(4-3m)x+10m-11\le 0\ (1)$

$\Leftrightarrow m\left(x^2-6x+10\right)-2x^2+8x-11\le 0 \Leftrightarrow m\le \dfrac{2x^2-8x+11}{x^2-6x+10}$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2-8x+11}{x^2-6x+10}$ với $x<-4$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{(4x-8)\left(x^2-6x+10\right)-(2x-6)\left(2x^2-8x+11\right)}{\left(x^2-6x+10\right)^2}=\dfrac{-4x^2+18x-14}{\left(x^2-6x+10\right)^2}$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{7}{2}(l) \\ x=1\ (l) \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-4
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	2	$\searrow$	$3/2$

Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x<-4 \Leftrightarrow m\le f(x), \forall x<-4 \Leftrightarrow m\le \dfrac{3}{2}$.

Vậy $m\le \dfrac{3}{2}$. Khi đó $S=\{1\}$.

Câu 104: Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y=1-\sqrt{(m+1)x^2-2(m-1)x+2-2m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow (m+1)x^2-2(m-1)x+2-2m\ge 0$ nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Trường hợp 1: $m=-1 \Rightarrow$ bpt $\Leftrightarrow 4x+4\ge 0 \Leftrightarrow x\ge -1$ không nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Trường hợp 2: $m\ne -1 \Rightarrow$ bpt nghiệm đúng với $\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ (m-1)^2-(m+1)(2-2m)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ 3m^2-2m-1\le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m>-1 \\ -\dfrac{1}{3}\le m\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{3}\le m\le 1$.

Vì m nguyên nên $m\in\{0\ ;\ 1\}$.

Câu 105: Để bất phương trình $5x^2-x+m\le 0$ vô nghiệm thì m thỏa mãn điều kiện nào sau đây?

A. $m \le \frac{1}{5}$. **B.** $m > \frac{1}{20}$. **C.** $m \le \frac{1}{20}$. **D.** $m > \frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình $5x^2 - x + m \le 0$ vô nghiệm

$\Leftrightarrow 5x^2 - x + m > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 20m < 0 \\ 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{20}.$$

Câu 106: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi $x^2 - 2mx - 2m + 3 \ge 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \le 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 \le 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \le m \le 1$. Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 107: Tìm tất cả cách giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 + mx + m < 0$ đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.

A. $m > \frac{4}{3}$. **B.** $m > -1$. **C.** $m < -\frac{4}{3}$. **D.** $m < -1$.

Lời giải

Chọn C

- Với $m = -1$ ta có: $x > -1$ không thỏa mãn.

- Với $m \ne -1$ ta có:

$$(m+1)x^2 + mx + m < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m + 1 < 0 \\ m^2 - 4(m+1)m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ \left[\begin{array}{l} m < -\frac{4}{3} \\ m > 0 \end{array} \right. \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3}.$$

Câu 108: Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm:

A. $m > 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \le 0$. **D.** $m \ge 0$.

Lời giải

Chọn D

$-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow -x^2 + 2x - m - 1 \le 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<0 \\ -m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 0$.

Câu 109: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2+x-m>0$ vô nghiệm.

A. $m \ge \frac{1}{4}$. **B.** $m \in \mathbb{R}$. **C.** $m > \frac{1}{4}$. **D.** $m < \frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $-x^2+x-m>0$ vô nghiệm khi và chỉ khi $-x^2+x-m \le 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có $-x^2+x-m \le 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \le 0 \Leftrightarrow 1-4m \le 0 \Leftrightarrow m \ge \frac{1}{4}$.

Câu 110: Bất phương trình $(m-1)x^2-2(m-1)x+m+3 \ge 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi

A. $m \in [1;+\infty)$. **B.** $m \in (2;+\infty)$. **C.** $m \in (1;+\infty)$. **D.** $m \in (-2;7)$.

Lời giải

Chọn A

$(m-1)x^2-2(m-1)x+m+3 \ge 0$ với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m-1=0 \\ m+3 \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m-1>0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ \begin{cases} m>1 \\ -4(m-1) \le 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow m \ge 1$.

Câu 111: Cho hàm số $f(x)=-x^2-2(m-1)x+2m-1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x)>0$, $\forall x \in (0;1)$.

A. $m>1$. **B.** $m<\frac{1}{2}$. **C.** $m \ge 1$. **D.** $m \ge \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x)>0$, $\forall x \in (0;1) \Leftrightarrow -x^2-2(m-1)x+2m-1>0$, $\forall x \in (0;1)$.

$\Leftrightarrow -2m(x-1) > x^2-2x+1$, $\forall x \in (0;1)$ $(*)$.

Vì $x \in (0;1) \Rightarrow x-1<0$ nên $(*) \Leftrightarrow -2m < \frac{x^2-2x+1}{x-1} = x-1 = g(x)$, $\forall x \in (0;1)$.

$\Leftrightarrow -2m \le g(0) = -1 \Leftrightarrow m \ge \frac{1}{2}$.

DẠNG 7. TÌM M ĐỂ HỆ BPT BẬC HAI THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

Câu 112: Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+5)(3-x)>0 \\ x-3m+2<0 \end{cases}$ vô nghiệm khi

A. $m \le -1$. **B.** $m \ge -1$. **C.** $m > -1$. **D.** $m < -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases}(x+5)(3-x)>0\\ x-3m+2<0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-5<x<3\\ x<3m-2\end{cases}$

Để hệ vô nghiệm thì $3m-2\le -5 \Leftrightarrow 3m\le -3 \Leftrightarrow m\le -1$.

Câu 113: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases}2x^2-5x+2<0\\ x^2-(2m+1)x+m(m+1)\le 0\end{cases}$ vô nghiệm.

A. $\frac{1}{2}\le m\le 2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le -\frac{1}{2}\\ m\ge 2\end{array}\right.$. **C.** $\frac{1}{2}<m<1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-\frac{1}{2}\\ m>2\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

Xét hệ bất phương trình $(I)\begin{cases}2x^2-5x+2<0 \ (1)\\ x^2-(2m+1)x+m(m+1)\le 0 \ (2)\end{cases}$.

$(1)\Leftrightarrow (2x-1)(x-2)<0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}<x<2 \Leftrightarrow S_1=\left(\frac{1}{2};2\right)$.

$(2)\Leftrightarrow (x-m)\left[x-(m+1)\right]\le 0 \Leftrightarrow m\le x\le m+1 \Leftrightarrow S_2=[m;m+1]$.

Hệ (I) vô nghiệm $\Leftrightarrow S_1\cap S_2=\varnothing \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -\frac{1}{2}\\ m\ge 2\end{array}\right.$.

Câu 114: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2-4x>5\\ x^2-(m-1)x-m\le 0\end{cases}$ có nghiệm.

A. $\left[\begin{array}{l} m\ge 5\\ m<-1\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 5\\ m\le -1\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m>5\\ m\le -1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>5\\ m<-1\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases}x^2-4x>5\\ x^2-(m-1)x-m\le 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l} x>5\\ x<-1\end{array}\right. \ (*)\\ (x+1)(x-m)\le 0 \ (**)\end{cases}$

+) Nếu $m=-1$ thì $(**)\Leftrightarrow x=-1$. Kết hợp $(*)$ suy ra hệ bpt vô nghiệm $\Rightarrow m=-1$ loại.

+) Nếu $m>-1$ thì $(**)\Leftrightarrow -1<x<m$. Kết hợp với $(*)$ suy ra hệ bpt có nghiệm $\Leftrightarrow m>5$.

+) Nếu $m<-1$ thì $(**)\Leftrightarrow m<x<-1$. Kết hợp với $(*)$ suy ra với $m<-1$ thì hệ bpt luôn có nghiệm.

Vậy hệ bpt có nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>5\\ m<-1\end{array}\right.$.

Câu 115: Hệ bất phương trình $\begin{cases}(x+3)(4-x)>0\\ x<m-1\end{cases}$ vô nghiệm khi

A. $m\le -2$. **B.** $m>-2$. **C.** $m<-1$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn A

$\begin{cases}(x+3)(4-x)>0\\ x<m-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3<x<4\\ x<m-1\end{cases}$

Do đó hệ bất phương trình đã cho vô nghiệm khi $m-1\le -3\Leftrightarrow m\le -2$.

Câu 116: Hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2-1\le 0\\ x-m>0\end{cases}$ có nghiệm khi

A. $m>1$. **B.** $m<1$. **C.** $m\ne 1$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $x^2-1\le 0\Leftrightarrow -1\le x\le 1$.

$x-3>0\Leftrightarrow x>m$.

Do đó hệ có nghiệm khi $m<1$.

Câu 117: Hệ bất phương trình $\begin{cases}2x+m<0 & (1)\\ 3x^2-x-4\le 0 & (2)\end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m>-\frac{8}{3}$. **B.** $m<2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m\ge -\frac{8}{3}$.

Lời giải

Bất phương trình $(1)\Leftrightarrow -1\le x\le \frac{4}{3}$. Suy ra $S_1=\left[-1;\frac{4}{3}\right]$

Bất phương trình $(2)\Leftrightarrow x<-\frac{m}{2}$. Suy ra $S_2=\left(-\infty;-\frac{m}{2}\right)$.

Để hệ bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $S_1\cap S_2=\varnothing\Leftrightarrow -\frac{m}{2}\le -1\Leftrightarrow m\ge 2$.

Chọn C

Câu 118: Hệ bất phương trình $\begin{cases}x^2-1\le 0 (1)\\ x-m>0 (2)\end{cases}$ có nghiệm khi:

A. $m>1$. **B.** $m=1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\ne 1$.

Lời giải

Bất phương trình $(1)\Leftrightarrow -1\le x\le 1$. Suy ra $S_1=[-1;1]$.

Bất phương trình $(2)\Leftrightarrow x>m$. Suy ra $S_2=(m;+\infty)$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 \neq \varnothing \Leftrightarrow m < 1$.

Chọn C

Câu 119: Hệ bất phương trình $\begin{cases}(x+3)(4-x) > 0 (1)\\ x < m-1 (2)\end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m < 5$. **B.** $m > -2$. **C.** $m = 5$. **D.** $m > 5$.

Lời giải

Bất phương trình $(1) \Leftrightarrow -3 < x < 4$. Suy ra $S_1 = (-3;4)$.

Bất phương trình có $S_2 = (-\infty; m-1)$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$S_1 \cap S_2 \neq \varnothing \Leftrightarrow m-1 > -3 \Leftrightarrow m > -2$. **Chọn B**

Câu 120: Tìm m để $-9 < \dfrac{3x^2+mx-6}{x^2-x+1} < 6$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

A. $-3 < m < 6$. **B.** $-3 \le m \le 6$. **C.** $m < -3$. **D.** $m > 6$.

Lời giải

Bất phương trình đã cho tương tương với

$$-9\left(x^2-x+1\right) < 3x^2+mx-6 < 6\left(x^2-x+1\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}12x^2+(m-9)x+3 > 0 \ (1)\\ 3x^2-(m+6)x+12 > 0 \ (2)\end{cases}$$

Yêu cầu $\Leftrightarrow$ và nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta_{(1)} < 0\\ \Delta_{(2)} < 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(m-9)^2-144 < 0\\ (m+6)^2-144 < 0\end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 6.$$

Câu 121: Xác định m để với mọi x ta có $-1 \le \dfrac{x^2+5x+m}{2x^2-3x+2} < 7$.

A. $-\dfrac{5}{3} \le m < 1$. **B.** $1 < m \le \dfrac{5}{3}$. **C.** $m \le -\dfrac{5}{3}$. **D.** $m < 1$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương

$$\begin{cases}\dfrac{3x^2+2x+2+m}{2x^2-3x+2} \ge 0\\ \dfrac{13x^2-26x+14-m}{2x^2-3x+2} > 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x^2+2x+2+m \ge 0 (1)\\ 13x^2-26x+14-m > 0 (2)\end{cases}.$$

Yêu cầu $\Leftrightarrow$ và nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(1)} \le 0 \\ \Delta_{(2)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^2 - 4.3(2+m) \le 0 \\ 26^2 - 4.13(14-m) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge \frac{-5}{3} \\ m < 1 \end{cases}$. **Chọn A**

Câu 122: Hệ bất phương trình $\begin{cases} x-1>0 \\ x^2-2mx+1\le 0 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m>1$. **B.** $m=1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\ne 1$.

Lời giải

Bất phương trình $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$. Suy ra $S_1=(1;+\infty)$.

Bất phương trình $x^2-2mx+1\le 0 \Leftrightarrow x^2-2mx+m^2 \le m^2-1 \Leftrightarrow (x-m)^2 \le m^2-1$

$\Leftrightarrow -\sqrt{m^2-1} \le x-m \le \sqrt{m^2-1}$

$\Leftrightarrow m-\sqrt{m^2-1} \le x \le m+\sqrt{m^2-1}$. Suy ra $S_2=\left[m-\sqrt{m^2-1}; m+\sqrt{m^2-1}\right]$.

Để hệ có nghiệm $\Leftrightarrow m+\sqrt{m^2-1}>1$

$\Leftrightarrow \sqrt{m^2-1}>1-m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 1-m<0 \\ m^2-1\ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-m\ge 0 \\ m^2-1>(1-m)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m>1 \\ m\le -1 \vee m\ge 1 \end{cases} \\ \begin{cases} m\le 1 \\ m>1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow m>1$

Đối chiếu điều kiện, ta được $m>1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A**

Câu 123: Tìm m để hệ $\begin{cases} x^2-2x+1-m\le 0 & (1) \\ x^2-(2m+1)x+m^2+m\le 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

A. $0<m<\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. **B.** $0\le m\le \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

C. $0\le m<\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $0<m\le \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Điều kiện để có nghiệm là $\Delta'=m\ge 0$.

Khi đó (1) có tập nghiệm $S_1=\left[1-\sqrt{m};1+\sqrt{m}\right]$.

Ta thấy có tập nghiệm $S_2=[m;m+1]$.

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow S_1\cap S_2\ne\varnothing \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 1+\sqrt{m} \\ 1-\sqrt{m}\le m+1 \end{cases} \Leftrightarrow 0\le m\le \frac{3+\sqrt{5}}{2}$. **Chọn B**

Câu 124: Tìm m sao cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2-3x-4\le 0 (1) \\ (m-1)x-2\ge 0 (2) \end{cases}$ có nghiệm.

A. $-1 \le m \le \frac{3}{2}$. **B.** $m \ge \frac{3}{2}$. **C.** $m \in \varnothing$. **D.** $m \ge -1$.

Lời giải

Bất phương trình $(1) \Leftrightarrow -1 \le x \le 4$. Suy ra $S_1 = [-1;4]$.

Giải bất phương trình

Với $m-1=0 \Leftrightarrow m=1$ thì bất phương trình trở thành $0x \ge 2$: vô nghiệm.

Với $m-1>0 \Leftrightarrow m>1$ thì bất phương trình tương đương với $x \ge \frac{2}{m-1}$.

Suy ra $S_2 = \left[\frac{2}{m-1};+\infty\right)$.Hệ bất phương trình có nghiệm khi $\frac{2}{m-1} \le 4 \Leftrightarrow m \ge \frac{3}{2}$.

Với $m-1<0 \Leftrightarrow m<1$ thì bất phương trình tương đương với $x \le \frac{2}{m-1}$.

Suy ra $S_2 = \left(-\infty;\frac{2}{m-1}\right]$.

Hệ bất phương trình có nghiệm khi $\frac{2}{m-1} \ge -1 \Leftrightarrow m \le -1$

Để hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m \ge \frac{3}{2}$. **Chọn B**

Câu 125: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2+10x+16 \le 0 (1) \\ mx \ge 3m+1 (2) \end{cases}$ vô nghiệm.

A. $m > -\frac{1}{5}$. **B.** $m > \frac{1}{4}$. **C.** $m > -\frac{1}{11}$. **D.** $m > \frac{1}{32}$.

Lời giải

Bất phương trình $(1) \Leftrightarrow -8 \le x \le -2$. Suy ra $S_1 = [-8;-2]$.

Giải bất phương trình

Với $m=0$ thì bất phương trình trở thành $0x \ge 1$: vô nghiệm.

Với $m>0$ thì bất phương trình tương đương với $x \ge \frac{3m+1}{m}$.

Suy ra $S_2 = \left[\frac{3m+1}{m};+\infty\right)$.

Hệ bất phương trình vô nghiệm khi $\frac{3m+1}{m} > -2 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{5}$.

Với $m<0$ thì bất phương trình tương đương với $x \le \frac{3m+1}{m}$.

Suy ra $S_2 = \left(-\infty; \frac{3m+1}{m}\right]$.Hệ bất phương trình vô nghiệm khi

$\frac{3m+1}{m} < -8 \Leftrightarrow m > \frac{-1}{11}$

Để hệ bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $m > -\frac{1}{11}$. **Chọn C**

Câu 126: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 1 \le 0 \, (2) \\ x^2 - 6x + 5 \le 0 \, (1) \end{cases}$. Để hệ bất phương trình có nghiệm, giá trị thích hợp của tham số a là:

A. $0 \le a \le 2$. **B.** $0 \le a \le 4$. **C.** $2 \le a \le 4$. **D.** $0 \le a \le 8$.

Lời giải

Bất phương trình $(1) \Leftrightarrow 1 \le x \le 5$. Suy ra $S_1 = [1;5]$.

Ta thấy có tập nghiệm $S_2 = \left[a+1-\sqrt{2a}; a+1+\sqrt{2a}\right]$.

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 \ne \varnothing \Leftrightarrow \begin{cases} a+1+\sqrt{2a} \ge 1 \\ a+1-\sqrt{2a} \le 5 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le a \le 2$. **Chọn A**

DẠNG 8. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 127: Tập nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 + |x-2| \le 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên?

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

$$x^2 - 3x + 1 + |x-2| \le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 - 3x + 1 + 2 - x \le 0 \\ x < 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 3x + 1 + x - 2 \le 0 \\ x \ge 2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2 - 4x + 3 \le 0 \\ x < 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 2x - 1 \le 0 \\ x \ge 2 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 1 \le x \le 3 \\ x < 2 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-\sqrt{2} \le x \le 1+\sqrt{2} \\ x \ge 2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 \le x < 2 \\ 2 \le x \le 1+\sqrt{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow 1 \le x \le 1+\sqrt{2}.$$ Với $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{1;2\}$.

Câu 128: Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $|x^2 - 4x| < 0$.

A. $\varnothing$. **B.** $\{\varnothing\}$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-\infty;0) \cup (4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Do $\left|x^2-4x\right|\ge 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$ nên bất phương trình $\left|x^2-4x\right|<0$ vô nghiệm.

Câu 129: Tìm m để $\left|4x-2m-\frac{1}{2}\right|>-x^2+2x+\frac{1}{2}-m$ với mọi số thực x

A. $-2<m<3$. **B.** $m>\frac{3}{2}$. **C.** $m>3$. **D.** $m<\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có:

$\left|4x-2m-\frac{1}{2}\right|>-x^2+2x+\frac{1}{2}-m \Leftrightarrow \left|4x-2m-\frac{1}{2}\right|+\left(x-1\right)^2>\frac{3}{2}-m$.

Do $\left|4x-2m-\frac{1}{2}\right|+\left(x-1\right)^2\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}$

nên bất phương trình đúng với mọi số thực $\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow\frac{3}{2}-m<0\Leftrightarrow m>\frac{3}{2}$.

Cách 2: Ta có $\left|4x-2m-\frac{1}{2}\right|\ge 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy $\left|4x-2m-\frac{1}{2}\right|>-x^2+2x+\frac{1}{2}-m$ với mọi số thực $\forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow -x^2+2x+\frac{1}{2}-m<0\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta'=1^2+\left(\frac{1}{2}-m\right)<0\Leftrightarrow m>\frac{3}{2}$.

Cách 3: Tự luận

$\left|4x-2m-\frac{1}{2}\right|>-x^2+2x+\frac{1}{2}-m$

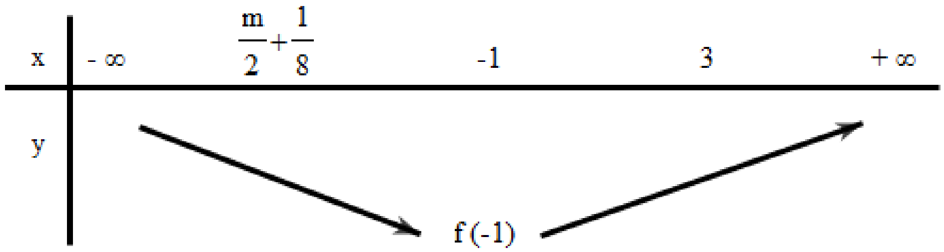
$\Leftrightarrow x^2-2x+m-\frac{1}{2}+\left|4x-2m-\frac{1}{2}\right|>0$.

Xét hàm số $f\left(x\right)=x^2-2x+m-\frac{1}{2}+\left|4x-2m-\frac{1}{2}\right|$.

$$\Rightarrow f\left(x\right)=\begin{cases} x^2+2x-m-1 & \text{khi } x\ge\frac{m}{2}+\frac{1}{8} \\ x^2-6x+3m & \text{khi } x<\frac{m}{2}+\frac{1}{8}\end{cases}$$

TH1: $\frac{m}{2}+\frac{1}{8}\le -1\Rightarrow m\le-\frac{9}{4}$.

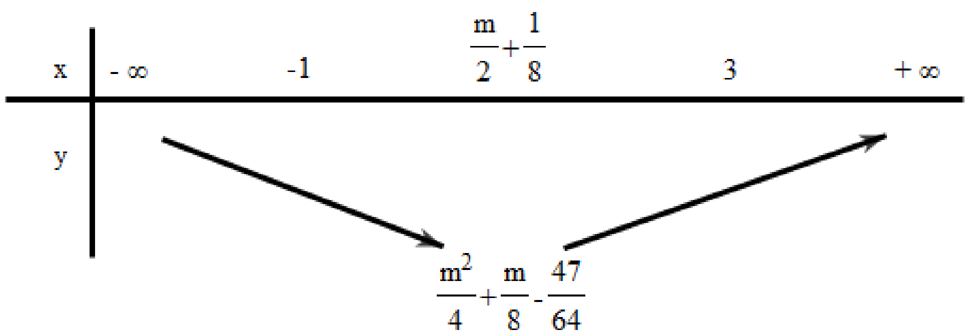
BBT:



Để $f\left(x\right)>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}\ \ \Leftrightarrow f\left(1\right)=-2-m>0\ \ \Leftrightarrow m<-2$.

TH2: $-1<\dfrac{m}{2}+\dfrac{1}{8}\le 3\ \Rightarrow -\dfrac{9}{4}<m\le\dfrac{23}{4}$.

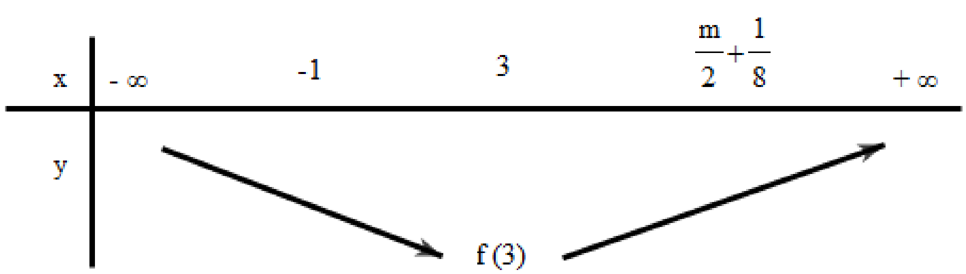
BBT:



Để $f\left(x\right)>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}\ \ \Leftrightarrow f\left(\dfrac{m}{2}+\dfrac{1}{8}\right)=\dfrac{m^2}{4}+\dfrac{m}{8}-\dfrac{47}{64}>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m<-\dfrac{1}{4}-\sqrt{3} \\ m>-\dfrac{1}{4}+\sqrt{3}\end{array}\right.$.

TH3: $\dfrac{m}{2}+\dfrac{1}{8}>3\ \Rightarrow m>\dfrac{23}{4}$.

BBT:



Để $f\left(x\right)>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}\ \ \Leftrightarrow f\left(3\right)=-9+3m>0\Leftrightarrow m>3$.

$\Rightarrow$ Kết hợp 3 trường hợp ta có $m\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{4}-\sqrt{3}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{4}+\sqrt{3};+\infty\right)$.

Câu 130: Gọi $S=\left[a;b\right]$ là tập tất cả các giá trị của tham số m để với mọi số thực x ta có $\left|\dfrac{x^2+x+4}{x^2-mx+4}\right|\le 2$. Tính tổng $a+b$.

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 4

Lời giải

Chọn C

Từ yêu cầu của đề ta có nhận xét là $\left|\dfrac{x^2+x+4}{x^2-mx+4}\right|$ xác định với mọi x nên suy ra:

$x^2-mx+4\neq 0\forall x \Leftrightarrow \Delta = m^2-16<0 \Leftrightarrow -4<m<4$

$\left|\dfrac{x^2+x+4}{x^2-mx+4}\right|\leq 2\forall x \Leftrightarrow \left|x^2+x+4\right|\leq 2\left|x^2-mx+4\right|\forall x \Leftrightarrow \left(x^2+x+4\right)^2\leq 4\left(x^2-mx+4\right)^2\forall x$

$\Leftrightarrow \left(2x^2-(2m+1)x+4\right)\left(3x^2-(2m-1)x+12\right)\geq 0\forall x$

Ta có tam thức $\left(3x^2-(2m-1)x+12\right)$ có $\Delta=(2m-1)^2-144<0\forall m\in\left(-4;4\right)$

$\Rightarrow \forall m\in\left(-4;4\right)$ thì $\left(3x^2-(2m-1)x+12\right)>0\forall x\in\mathbb{R}$.

Như vậy $(1)\Leftrightarrow 2x^2-(2m+1)x+4\geq 0\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta=\left(2m+1\right)^2-4.2.4\leq 0 \Rightarrow 4m^2+4m-28\leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{-1-\sqrt{29}}{2}\leq m\leq \dfrac{-1+\sqrt{29}}{2}$

Kết hợp với điều kiện $m\in\left(-4;4\right)\Rightarrow a=\dfrac{-1-\sqrt{29}}{2};b=\dfrac{-1+\sqrt{29}}{2}\Rightarrow a+b=-1$.

Câu 131: Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $2|x-m|+x^2+2>2mx$ thỏa mãn với mọi x là

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m>-\sqrt{2}$. **C.** $m<\sqrt{2}$. **D.** $-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có bpt $2|x-m|+x^2+2>2mx \Leftrightarrow 2|x-m|+|x-m|^2+2-m^2>0$

Đặt $t=|x-m|\geq 0$. Bất phương trình đã cho có nghiệm với mọi x

$\Leftrightarrow t^2+2t+2-m^2>0,\forall t\geq 0$.

$\Leftrightarrow t^2+2t+2>m^2,\forall t\geq 0 \Leftrightarrow m^2<\min\limits_{[0;+\infty)}(t^2+2t+2)$

$\Leftrightarrow m^2<2\Leftrightarrow -\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$.

Câu 132: Cho bất phương trình: $x^2+2|x+m|+2mx+3m^2-3m+1<0$. Để bất phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là

A. $-1<m<\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}<m<1$. **C.** $-1<m<-\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}<m<1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đã cho tương đương: $\left(x+m\right)^2+2|x+m|+2m^2-3m+1<0$, (1).

Đặt $t = |x+m|$, $t \ge 0$.

Bất phương trình (1) trở thành: $t^2 + 2t + 2m^2 - 3m + 1 < 0$, (2).

Ta có: $\Delta' = -2m^2 + 3m$.

Nếu $\Delta' \le 0$ thì vế trái (2) luôn lớn hơn hoặc bằng 0, nên loại trường hợp này.

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{3}{2}$, $(*)$, thì tam thức bậc 2 ở vế trái có 2 nghiệm phân biệt

$t_1 = -1 - \sqrt{-2m^2 + 3m}$, $t_2 = -1 + \sqrt{-2m^2 + 3m}$.

Khi đó bất phương trình $(2) \Leftrightarrow t_1 < t < t_2$, mà điều kiện $t \ge 0$.

Vậy để bất phương trình có nghiệm thì $t_2 > 0 \Leftrightarrow -1 + \sqrt{-2m^2 + 3m} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{-2m^2 + 3m} > 1$

$\Leftrightarrow -2m^2 + 3m - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1$.

So với điều kiện $(*)$, suy ra $\frac{1}{2} < m < 1$.

DẠNG 9. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 133: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2+2} \le x - 1$.

A. $S = \varnothing$. **B.** $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$. **C.** $[1; +\infty)$. **D.** $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sqrt{x^2+2} \le x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \ge 0 \\ x^2 + 2 \le x^2 - 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ 2x \le -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ x \le -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Vậy bất phương trình vô nghiệm.

Câu 134: Bất phương trình $\sqrt{2x-1} \le 2x - 3$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc khoảng $(0;7)$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

$$\sqrt{2x-1} \le 2x - 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 \ge 0 \\ 2x - 3 \ge 0 \\ 2x - 1 \le (2x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \frac{3}{2} \\ 4x^2 - 14x + 10 \ge 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \dfrac{3}{2} \\ x \leq 1 \vee x \geq \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \dfrac{5}{2}$$

Kết hợp điều kiện: $\begin{cases} x \in (0;7) \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases}$ suy ra $x \in \{3;4;5;6\}$

Vậy bất phương trình có 4 nghiệm nguyên thuộc khoảng $(0;7)$.

Câu 135: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\sqrt{x^2-2x-15} > 2x+5$.

A. $S=(-\infty;-3]$. **B.** $S=(-\infty;3)$. **C.** $S=(-\infty;3]$. **D.** $S=(-\infty;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\sqrt{x^2-2x-15} > 2x+5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-2x-15 \geq 0 \\ 2x+5<0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x+5 \geq 0 \\ x^2-2x-15 > (2x+5)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x \leq -3 \\ x \geq 5 \end{array}\right. \\ x < -\dfrac{5}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x \geq -\dfrac{5}{2} \\ 3x^2+22x+40<0 \end{cases} \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \leq -3 \\ \begin{cases} x \geq -\dfrac{5}{2} \\ -4 < x < -\dfrac{10}{3} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x \leq -3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S=(-\infty;-3]$.

Câu 136: Bất phương trình $(16-x^2)\sqrt{x-3} \leq 0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty;-4] \cup [4;+\infty)$. **B.** $[3;4]$. **C.** $[4;+\infty)$. **D.** $\{3\} \cup [4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Khi $x=3$ thì $0 \leq 0$ suy ra $x=3$ là nghiệm.

Khi $x>3$ thì $16-x^2 \leq 0 \Rightarrow x \geq 4$.

Vậy tập nghiệm $S=\{3\} \cup [4;+\infty)$.

Câu 137: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2+2017} \leq \sqrt{2018x}$.

A. $T=(-\infty;1)$. **B.** $T=(-\infty;1]$. **C.** $T=(1;+\infty)$. **D.** $T=[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{x^2+2017}\le\sqrt{2018x}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+2017\ge 0\\x\ge 0\\x^2+2017\le 2018x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in\mathbb{R}\\x\ge 0\\x^2-1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\\left[\begin{array}{l}x\le -1\\x\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T=[1;+\infty)$.

Câu 138: Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases}\dfrac{x+3}{2x-3}-\dfrac{x}{2x-1}\le 0\\\sqrt{x^2+3}+3x<1\end{cases}$ là

A. $S=\left[-\dfrac{1}{4};\dfrac{3}{8}\right]$. **B.** $S=\left(-\infty;-\dfrac{1}{4}\right]$. **C.** $S=\left(-\infty;-\dfrac{1}{4}\right)$. **D.** $S=\left(-\dfrac{1}{4};\dfrac{3}{8}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}2x-3\ne 0\\2x-1\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne\dfrac{3}{2}\\x\ne\dfrac{1}{2}\end{cases}$

$$\begin{cases}\dfrac{x+3}{2x-3}-\dfrac{x}{2x-1}\le 0\\\sqrt{x^2+3}+3x<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{(x+3)(2x-1)-x(2x-3)}{(2x-3)(2x-1)}\le 0\\\begin{cases}1-3x\ge 0\\x^2+3<(1-3x)^2\end{cases}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{8x-3}{(2x-3)(2x-1)}\le 0\\\begin{cases}x\le\dfrac{1}{3}\\4x^2-3x-1>0\end{cases}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\dfrac{1}{2}<x<\dfrac{3}{2}\\x\le\dfrac{3}{8}\end{array}\right.\\\begin{cases}x\le\dfrac{1}{3}\\\left[\begin{array}{l}x>1\\x<-\dfrac{1}{4}\end{array}\right.\end{cases}\end{cases}\Leftrightarrow x<-\dfrac{1}{4}.$$

Tập nghiệm của hệ bất phương trình: $S=\left(-\infty;-\dfrac{1}{4}\right)$.

Câu 139: Nghiệm của bất phương trình $\dfrac{3x-1}{\sqrt{x+2}}\le 0$ là:

A. $x\le\dfrac{1}{3}$. **B.** $-2<x<\dfrac{1}{3}$. **C.** $\begin{cases}x\le\dfrac{1}{3}\\x\ne -2\end{cases}$. **D.** $-2<x\le\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{3x-1}{\sqrt{x+2}} \le 0 \qquad (1)$$

Điều kiện: $x > -2$.

$(1) \Leftrightarrow 3x-1 \le 0 \Leftrightarrow x \le \frac{1}{3}$.

Kết hợp điều kiện $x > -2$.

$\Rightarrow -2 < x \le \frac{1}{3}$.

Câu 140: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-3} < 2x-1$ là

A. $S = (3;+\infty)$. **B.** $S = \left[\frac{1}{2};3\right]$. **C.** $S = \left[3;\frac{13}{2}\right]$. **D.** $S = [3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình $CD: 4x+3y-24=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \ge 0 \\ 2x-1>0 \\ x-3<(2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 3 \\ x > \frac{1}{2} \\ 4x^2-5x+4>0 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge 3$.

Vậy $S = [3;+\infty)$.

Câu 141: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2-6x+1} - x + 2 \ge 0$ là

A. $\left(-\infty;\frac{3-\sqrt{7}}{2}\right] \cup [3;+\infty)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{3-\sqrt{7}}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{3-\sqrt{7}}{2};3\right)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\sqrt{x^2-6x+1} - x + 2 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x-2<0 \\ 2x^2-6x+1 \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x-2 \ge 0 \\ 2x^2-6x+1 \ge (x-2)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x<2 \\ \left[\begin{array}{l} x \le \frac{3-\sqrt{7}}{2} \\ x \ge \frac{3+\sqrt{7}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} x \ge 2 \\ \left[\begin{array}{l} x \le -1 \\ x \ge 3 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le \frac{3-\sqrt{7}}{2} \\ x \ge 3 \end{array}\right..$$

Vậy tập nghiệm của bpt đã cho là $S=\left(-\infty;\frac{3-\sqrt{7}}{2}\right]\cup[3;+\infty)$.

Câu 142: Bất phương trình $\sqrt{2x-1}\le 3x-2$ có tổng năm nghiệm nguyên nhỏ nhất là

A. 10. **B.** 20. **C.** 15. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

BPT $\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2\ge 0\\2x-1\ge 0\\2x-1\le(3x-2)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge\frac{2}{3}\\x\ge\frac{1}{2}\\9x^2-14x+5\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2}\le x\le\frac{5}{9}\\x\ge 1\end{array}\right.$. Suy ra năm nghiệm nguyên nhỏ nhất $x\in\{1;2;3;4;5\}$.

Câu 143: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x+2}\le x$ là

A. $[2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $[-2;2]$. **D.** $[-1;2]$.

Lời giải

Chọn A

BPT $\Leftrightarrow\begin{cases}x+2\ge 0\\x\ge 0\\x+2\le x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -2\\x\ge 0\\x\ge 2\vee x\le -1\end{cases}\Leftrightarrow[2;+\infty)$

Câu 144: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{2(x^2+1)}\le x+1$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt{2(x^2+1)}\le x+1\Leftrightarrow\begin{cases}x+1\ge 0\\2(x^2+1)\ge 0\\2(x^2+1)\le(x+1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+1\ge 0\\x^2-2x+1\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+1\ge 0\\(x-1)^2\le 0\end{cases}\Leftrightarrow x=1$

Vậy bất phương trình đã cho có một nghiệm nguyên

Câu 145: Tập nghiệm S của bất phương trình $(x-1)\sqrt{x+1}\ge 0$ là

A. $S=[-1;+\infty)$. **B.** $S=\{-1\}\cup(1;+\infty)$. **C.** $S=\{-1\}\cup[1;+\infty)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

ĐKXĐ: $x+1\ge 0\Leftrightarrow x\ge -1$

Lập bảng xét dấu ta dễ dàng suy ra kết quả.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S=\{-1\}\cup[1;+\infty)$. **Chọn C**

Cách 2: Xét 2 trường hợp x =1 và x khác 1.

Câu 146: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(x^2-5x\right)\sqrt{2x^2-3x-2}\ge 0$ là

A. $\left[\begin{array}{l} x\ge 5 \\ x=2 \\ x\le \dfrac{-1}{2}\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x\ge 5 \\ x\le 0\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} x\ge 2 \\ x\le \dfrac{-1}{2}\end{array}\right.$. **D.** $x\in\left\{\dfrac{-1}{2};0;2;5\right\}$.

Lời giải

Chọn A

TH1: $2x^2-3x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\dfrac{-1}{2}\end{array}\right.$

TH2: $2x^2-3x-2>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x>2 \\ x<\dfrac{-1}{2}\end{array}\right.$. Khi đó bất phương trình trở thành: $x^2-5x\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x\ge 5 \\ x\le 0\end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện ta có $\left[\begin{array}{l} x\ge 5 \\ x<\dfrac{-1}{2}\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $\left[\begin{array}{l} x\ge 5 \\ x=2 \\ x\le \dfrac{-1}{2}\end{array}\right.$.

Câu 147: Tổng các giá trị nguyên dương của m để tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{\dfrac{m}{72}x^2+1}<\sqrt{x}$ có chứa đúng hai số nguyên là

A. 5. **B.** 29. **C.** 18. **D.** 63.

Lời giải

Chọn B

Đk: $x\ge 0$.

Với m nguyên dương, ta có $\sqrt{\dfrac{m}{72}x^2+1}<\sqrt{x}\Leftrightarrow\dfrac{m}{72}x^2-x+1<0$.

Bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta=1-\dfrac{m}{18}>0\Leftrightarrow m<18$. Suy ra $0<m<18$.

Gọi $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$ là hai nghiệm dương của phương trình $\dfrac{m}{72}x^2-x+1=0$.

Khi đó $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{72}{m} \\ x_1x_2=\dfrac{72}{m}\end{cases}$ và tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(x_1;x_2\right)$.

Đk cần: Giả sử tập S có đúng hai ngiệm nguyên$\Rightarrow 1 < x_2 - x_1 \le 3 \Rightarrow 1 < \left(x_2 - x_1\right)^2 \le 9$.

Ta có $\left(x_2 - x_1\right)^2 = \left(x_2 + x_1\right)^2 - 4x_1x_2 = \left(\dfrac{72}{m}\right)^2 - 4\left(\dfrac{72}{m}\right)$.

Suy ra $1 < \left(\dfrac{72}{m}\right)^2 - 4\left(\dfrac{72}{m}\right) \le 9 \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{72}{m} > 2+\sqrt{5} \\ \dfrac{72}{m} \le 2+\sqrt{13} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left[\dfrac{72}{2+\sqrt{13}}; \dfrac{72}{2+\sqrt{5}}\right)$.

Do đó $\begin{cases} m \in \left[\dfrac{72}{2+\sqrt{13}}; \dfrac{72}{2+\sqrt{5}}\right) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{13;14;15;16\}$.

Đk đủ: Với $m \in \{13;14;15;16\}$, ta thay từng giá trị của m vào bất phương trình, ta thấy chỉ có $m \in \{14;15\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy, các giá trị nguyên dương của m thỏa mãn là $m \in \{14;15\}$.

Do đó tổng của các giá trị nguyên dương của m bằng 29.

Câu 148: Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2+2x-3} \ge 2x-2$ có dạng $S = (-\infty; a] \cup [b; c]$. Tính tổng $P = a+b+c$?

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $-\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sqrt{x^2+2x-3} \ge 2x-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x-2 \le 0 \\ x^2+2x-3 \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x-2 > 0 \\ x^2+2x-3 \ge (2x-2)^2 \end{cases} \end{array}\right.$

$+\begin{cases} 2x-2 \le 0 \\ x^2+2x-3 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} x \ge 1 \\ x \le -3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x \le -3 \end{array}\right.$.

$+\begin{cases} 2x-2 > 0 \\ x^2+2x-3 \ge (2x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 3x^2 - 10x + 7 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 1 \le x \le \dfrac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \le \dfrac{7}{3}$.

Hợp các trường hợp trên ta được $\left[\begin{array}{l} x \le -3 \\ 1 \le x \le \dfrac{7}{3} \end{array}\right.$.

Tập nghiệm của bất phương là $S = (-\infty; -3] \cup \left[1; \dfrac{7}{3}\right] \Rightarrow a+b+c = \dfrac{1}{3}$.

Câu 149: Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2x+4}-2\sqrt{2-x}\ge\frac{6x-4}{5\sqrt{x^2+1}}$ là $[a;b]$. Khi đó giá trị biểu thức $P=3a-2b$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $-2\le x\le 2$.

$$\sqrt{2x+4}-2\sqrt{2-x}\ge\frac{6x-4}{5\sqrt{x^2+1}}\Leftrightarrow\frac{6x-4}{\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}}\ge\frac{6x-4}{5\sqrt{x^2+1}}$$

$$\Leftrightarrow(6x-4)\left(\frac{1}{\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}}-\frac{1}{5\sqrt{x^2+1}}\right)\ge 0$$

$$\Leftrightarrow(6x-4)\left(\frac{5\sqrt{x^2+1}-\left(\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}\right)}{5\sqrt{x^2+1}\left(\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}\right)}\right)\ge 0\ \ (1)$$

Xét $f(x)=5\sqrt{x^2+1}$ với $x\in[-2;2]$ có $\min f(x)=5$.

Xét $g(x)=\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}$ với $x\in[-2;2]$ có $\max g(x)=\frac{8\sqrt{3}}{3}$

Khi đó $\frac{5\sqrt{x^2+1}-\left(\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}\right)}{5\sqrt{x^2+1}\left(\sqrt{2x+4}+2\sqrt{2-x}\right)}>0,\forall x[-2;2]$.

Ta có $(1)\Leftrightarrow 6x-4\ge 0\Leftrightarrow x\ge\frac{2}{3}$,

Kết hợp với điều kiện $S=\left[\frac{2}{3};2\right]$, tức $\begin{cases}a=\frac{2}{3}\\ b=2\end{cases}\Rightarrow P=3a-2b=-2.$

Câu 150: Biết tập nghiệm của bất phương trình $x-\sqrt{2x+7}\le 4$ là $[a;b]$. Tính giá trị của biểu thức $P=2a+b$.

A. $P=2$. **B.** $P=17$. **C.** $P=11$. **D.** $P=-1$.

Lời giải

Chọn A

$x-\sqrt{2x+7}\le 4\Leftrightarrow x-4\le\sqrt{2x+7}$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2x+7\ge 0\\ x-4<0\end{cases}\\ \begin{cases}x-4\ge 0\\ (x-4)^2\le 2x+7\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\frac{7}{2}\le x<4\\ \begin{cases}x\ge 4\\ x^2-10x+9\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\frac{7}{2}\le x<4\\ 4\le x\le 9\end{array}\right.\Leftrightarrow-\frac{7}{2}\le x\le 9$$

Suy ra $a=-\frac{7}{2};b=9$. Nên $P=2a+b=2$.

Câu 151: Giải bất phương trình $4(x+1)^2<(2x+10)\left(1-\sqrt{3+2x}\right)^2$ ta được tập nghiệm T là:

A. $T=(-\infty;3)$. **B.** $T=\left[-\frac{3}{2};-1\right)\cup(-1;3]$.

C. $T=\left[-\frac{3}{2};3\right)$. **D.** $T=\left[-\frac{3}{2};-1\right)\cup(-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

+) Xét bất phương trình $4(x+1)^2<(2x+10)\left(1-\sqrt{3+2x}\right)^2$ (1).

+) Điều kiện xác định $x\ge-\frac{3}{2}$, $(*)$.

+) Với điều kiện $(*)$ ta có: $(1)\Leftrightarrow 4(x+1)^2.\left(1+\sqrt{3+2x}\right)^2<(2x+10).4(x+1)^2$.

$\Leftrightarrow 4(x+1)^2.\left[4+2x+2\sqrt{3+2x}-2x-10\right]<0$.

$\Leftrightarrow (x+1)^2\left(2\sqrt{3+2x}-6\right)<0\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne-1\\3+2x<9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ne-1\\x<3\end{cases}$.

+) Kết hợp điều kiện $(*)$ ta được $\begin{cases}x\ne-1\\-\frac{3}{2}\le x<3\end{cases}$.

$\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình (1) là $T=\left[-\frac{3}{2};-1\right)\cup(-1;3)$.

Cách 2:

+) Thay $x=-1$ vào bất phương trình ta được $0<0$ $\Rightarrow$ loại A, C.

+) Thay $x=3$ vào bất phương trình ta được $64<64$ $\Rightarrow$ loại B.

$\Rightarrow$ ***Chọn đáp án*** D

Câu 152: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{5x-1}-\sqrt{x-1}>\sqrt{2x-4}$. Tập nào sau đây là phần bù của S?

A. $(-\infty;0)\cup[10;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2]\cup(10;+\infty)$.

C. $(-\infty;2)\cup[10;+\infty)$. **D.** $(0;10)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $x \ge 2$.

Ta có $\sqrt{5x-1}-\sqrt{x-1}>\sqrt{2x-4} \Leftrightarrow \sqrt{5x-1}>\sqrt{x-1}+\sqrt{2x-4}$

$\Leftrightarrow 5x-1>x-1+2x-4+2\sqrt{x-1}.\sqrt{2x-4} \Leftrightarrow x+2>\sqrt{2x^2-6x+4}$
$\Leftrightarrow x^2+4x+4>2x^2-6x+4 \Leftrightarrow x^2-10x<0 \Leftrightarrow 0<x<10 \Rightarrow S=[2;10)$

Vậy phần bù của S là $(-\infty;2)\cup[10;+\infty)$.

Câu 153: Tính tổng các nghiệm nguyên thuộc $[-5;5]$ của bất phương trình: $\sqrt{x^2-9}\left(\frac{3x-1}{x+5}\right)\le x\sqrt{x^2-9}$?

A. 5. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases} x^2-9\ge 0 \\ x+5\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x\ge 3 \\ x\le -3 \end{array}\right. \\ x\ne -5 \end{cases}$.

Với điều kiện trên, $\sqrt{x^2-9}\left(\frac{3x-1}{x+5}\right)\le x\sqrt{x^2-9} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-9}\left(\frac{3x-1}{x+5}-x\right)\le 0$

$\Leftrightarrow -\sqrt{x^2-9}\,\frac{(x+1)^2}{x+5}\le 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-9}\,\frac{(x+1)^2}{x+5}\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-9=0 \\ \begin{cases} x^2-9>0 \\ \frac{(x+1)^2}{x+5}\ge 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 3 \\ \begin{cases} x>3 \vee x<-3 \\ x+5>0 \end{cases} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 3 \\ \begin{cases} x>3 \vee x<-3 \\ x>-5 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 3 \\ x>3 \vee -5<x<-3 \end{array}\right.$.

So với điều kiện ta được $\left[\begin{array}{l} x=\pm 3 \\ x>3 \vee -5<x<-3 \end{array}\right.$.

Vì x nguyên và thuộc $[-5;5]$ nên $x\in\{\pm 3;\pm 4;5\}$ suy ra tổng các nghiệm bằng 5.

Câu 154: Giải bất phương trình $\sqrt{-x^2+6x-5}>8-2x$ có nghiệm là

A. $-5<x\le -3$. **B.** $3<x\le 5$. **C.** $2<x\le 3$. **D.** $-3\le x\le -2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có bất phương trình $\sqrt{-x^2+6x-5}>8-2x$ tương đương với

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}-x^2+6x-5\ge 0\\ 8-2x<0\end{cases}\\ \begin{cases}8-2x\ge 0\\ -x^2+6x-5>(8-2x)^2\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}1\le x\le 5\\ x>4\end{cases}\\ \begin{cases}x\le 4\\ 5x^2-38x+69<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}1\le x\le 5\\ x>4\end{cases}\\ \begin{cases}x\le 4\\ 3<x<\dfrac{23}{5}\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow 3<x\le 5.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $3<x\le 5$.

Câu 155: Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2+4x+3\sqrt{3-2x-x^2}>1$ là

A. $(-3;1]$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $[-3;1)$. **D.** $[-3;1]$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=\sqrt{3-2x-x^2}\ge 0 \Rightarrow x^2+2x=3-t^2$.

Bất phương trình cho trở thành: $-2t^2+3t+5>0 \Leftrightarrow -1<t<\dfrac{5}{2}$.

Suy ra $0\le\sqrt{3-2x-x^2}<\dfrac{5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases}0\le 3-2x-x^2\\ 3-2x-x^2<\dfrac{25}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3\le x\le 1\\ x\in\mathbb{R}\end{cases} \Leftrightarrow -3\le x\le 1$.

Câu 156: Để bất phương trình $\sqrt{(x+5)(3-x)}\le x^2+2x+a$ nghiệm đúng $\forall x\in[-5;3]$, tham số a phải thỏa mãn điều kiện:

A. $a\ge 3$. **B.** $a\ge 4$. **C.** $a\ge 5$. **D.** $a\ge 6$.

Lời giải

Chọn C

$t=\sqrt{(x+5)(3-x)}, t\in[0;4] \Rightarrow x^2+2x=15-t^2$

Ta có bpt: $t\le 15-t^2+a \Leftrightarrow t^2+t-15\le a$ (1), $\forall t\in[0;4]$

Xét hàm số $f(t)=t^2+t-15, \forall t\in[0;4]$, ta tìm được $\max\limits_{[0;4]} f(t)=5$

Bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi $\max\limits_{[0;4]} f(t)\le a$

Vậy $a\ge 5$

Câu 157: Cho bất phương trình $4\sqrt{(x+1)(3-x)}\le x^2-2x+m-3$. Xác định m để bất phương trình nghiệm với $\forall x\in[-1;3]$.

A. $0\le m\le 12$. **B.** $m\le 12$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m\ge 12$.

Lời giải

Chọn D

Với mọi $x \in [-1;3]$, đặt $t = \sqrt{(x+1)(3-x)} \le \dfrac{x+1+3-x}{2} \Rightarrow t \in [0;2]$.

Khi đó bất phương trình $4\sqrt{(x+1)(3-x)} \le x^2 - 2x + m - 3$ trở thành

$4t \le -t^2 + m \Leftrightarrow t^2 + 4t \le m$. Với $t \in [0;2] \Rightarrow 0 \le t^2 + 4t \le 12$, suy ra $m \ge 12$.

Câu 158: Cho bất phương trình $x^2 - 6x + \sqrt{-x^2 + 6x - 8} + m - 1 \ge 0$. Xác định m để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x \in [2;4]$.

A. $m \ge \dfrac{35}{4}$. **B.** $m \le 9$. **C.** $m \le \dfrac{35}{4}$. **D.** $m \ge 9$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $-x^2 + 6x - 8 \ge 0 \Leftrightarrow x \in [2;4]$.

Đặt $t = \sqrt{-x^2 + 6x - 8}$ $(0 \le t \le 1)$ suy ra $x^2 - 6x = -8 - t^2$.

Ta có bất phương trình $-8 - t^2 + t + m - 1 \ge 0 \Leftrightarrow m \ge t^2 - t + 9$ (*).

Xét $f(t) = t^2 - t + 9$ trên $[0;1]$ ta có bảng biến thiên như sau:

t	0		$\frac{1}{2}$		1
$f(t)$	9	$\searrow$	$\frac{35}{4}$	$\nearrow$	9

Để bất phương trình đã cho nghiệm đúng $\forall x \in [2;4]$ thì bất phương trình $(*)$ nghiệm đúng với mọi $t \in [0;1] \Leftrightarrow m \ge 9$.

Câu 159: Bất phương trình $mx - \sqrt{x-3} \le m$ có nghiệm khi

A. $m \le \dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $m \ge 0$. **C.** $m < \dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **D.** $m \ge \dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $x \ge 3$

Ta có: $mx - \sqrt{x-3} \le m \Leftrightarrow m(x-1) \le \sqrt{x-3} \Leftrightarrow m \le \dfrac{\sqrt{x-3}}{x-1}$ do $x - 1 > 0$ với $\forall x \ge 3$

Xét hàm số: $y = \dfrac{\sqrt{x-3}}{x-1}$ trên $[3;+\infty)$

$y' = \dfrac{5-x}{2(x-1)^2\sqrt{x-3}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 5$

BBT:

x	3		5		$+\infty$
y'		+	0	-	
y	0	$\nearrow$	$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$	$\searrow$	0

Từ BBT ta có điều kiện có nghiệm của bất phương trình đã cho là: $m \le \dfrac{\sqrt{2}}{4}$

Câu 160: Có bao nhiêu số nguyên m không nhỏ hơn – 2018 để bất phương trình $m(\sqrt{x^2-2x+2}+1)+x(2-x) \le 0$ có nghiệm $x \in \left[0;1+\sqrt{3}\right]$

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2017. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $m(\sqrt{x^2-2x+2}+1)+x(2-x) \le 0 \Leftrightarrow m \le \dfrac{x^2-2x}{\sqrt{x^2-2x+2}+1}$

Đặt $\sqrt{x^2-2x+2} = t, (t \ge 1)$. Khi đó $m \le \dfrac{t^2-2}{t+1}$.

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{t^2+2t+2}{(t+1)^2} > 0, \forall t \ge 1$.

Với $x \in \left[0;1+\sqrt{3}\right]$ thì $t \in [1;2]$. Do đó:

$f(1) = -\dfrac{1}{2}; f(2) = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \min\limits_{[1;2]} f(t) = -\dfrac{1}{2}$.

$m \le \dfrac{t^2-2}{t+1} \Leftrightarrow m \le \min\limits_{[1;3]} f(x) \Leftrightarrow m \le -\dfrac{1}{2}$.

Vậy $m \in \{-2018;-2017;...;-1\}$

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 18. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

I LÝ THUYẾT.

1. Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$

Để giải phương trình:

Ta làm như sau: $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$

Bước 1: Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

Bước 2: Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

Hoặc $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2+bx+c\ge 0 \\ dx^2+ex+f\ge 0 \\ ax^2+bx+c=dx^2+ex+f \end{cases}$

Ví dụ: Giải phương trình $\sqrt{2x^2-4x-2}=\sqrt{x^2-x-2}$

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $2x^2-4x-2=x^2-x-2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2-3x=0$

Từ đó tìm được $x=0$ hoặc $x=3$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x=3$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=3$.

Ví dụ: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2-6x+1}=\sqrt{-2x^2-9x+1}$ b) $\sqrt{2x^2-3x-5}=\sqrt{x^2-7}$

Lời giải

a) $\sqrt{3x^2-6x+1}=\sqrt{-2x^2-9x+1}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2-6x+1=-2x^2-9x+1$.

Sau khi thu gọn ta được $5x^2+3x=0$.

Từ đó tìm được $x=0$ hoặc $x=-\frac{3}{5}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x=0$ và $x=-\frac{3}{5}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{0;-\frac{3}{5}\right\}$

b) $\sqrt{2x^2-3x-5}=\sqrt{x^2-7}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2-3x-5=x^2-7$.

Sau khi thu gọn ta được $x^2-3x+2=0$.

Từ đó tìm được $x=1$ hoặc $x=2$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\varnothing$.

2. Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$

Để giải phương trình:

Ta làm như sau: $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$

Bước 1: Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

Bước 2: Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

Hoặc $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e \Leftrightarrow \begin{cases} dx+e\ge 0 \\ ax^2+bx+c=(dx+e)^2 \end{cases}$

Ví dụ: Giải phương trình $\sqrt{2x^2-5x-9}=x-1$

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$2x^2-5x-9=x^2-2x+1$.

Sau khi thu gọn ta được $x^2-3x-10=0$.

Từ đó tìm được $x=-2$ hoặc $x=5$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x=5$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=5$.

Ví dụ: Giải các phương trình sau:

b) $\sqrt{2x^2+x+3}=1-x$ b) $\sqrt{3x^2-13x+14}=x-3$

Lời giải

c) Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2+x+3=1-2x+x^2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2+3x+2=0$

Từ đó tìm được $x=-1$ hoặc $x=-2$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x=-1$ hoặc $x=-2$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{-1;-2\}$.

d) Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2-13x+14=x^2-6x+9$.

Sau khi thu gọn ta được $2x^2-7x+5=0$.

Từ đó tìm được $x=1$ hoặc $x=\frac{5}{2}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\varnothing$.

***Chú ý: Một số dạng phương trình chứa ẩn dưới dấu căn khác**

1) Dạng: $\sqrt{A}=B\Leftrightarrow\begin{cases}B\ge 0\\A=B^2\end{cases}$ **2) Dạng:** $\sqrt{A}+\sqrt{B}=\sqrt{C}\Leftrightarrow\begin{cases}A\ge 0;B\ge 0\\A+B+2\sqrt{AB}=C\end{cases}$

3) Dạng: $\sqrt{A}+\sqrt{B}=\sqrt{C}+\sqrt{D}$.

* Nếu A+B = C+D (hoặc A.B = C.D) thì bình phương 2 vế ta được phương trình tương đương.

* Nếu A+C = B+D (hoặc A.C = B.D) thì phải đưa phương trình về dạng: $\sqrt{A}-\sqrt{C}=\sqrt{D}-\sqrt{B}$

sau đó bình phương hai vế, tìm nghiệm sau đó thử lại để chọn nghiệm.

4) Dạng: $\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}=\sqrt[3]{C}$

* Lập phương hai vế ta được: $A+B+3.\sqrt[3]{AB}(\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B})=C$.

Sau đó thay thế: $\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}=\sqrt[3]{C}$ vào phương trình, ta được: $A+B+3.\sqrt[3]{ABC}=C$

Chú ý: sự thay thế này có thể dẫn đến nghiệm ngoại lai, vì vậy phải thử lại nghiệm.

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

6.20 Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2-4x-1}=\sqrt{2x^2-4x+3}$ b) $\sqrt{x^2+2x-3}=\sqrt{-2x^2+5}$

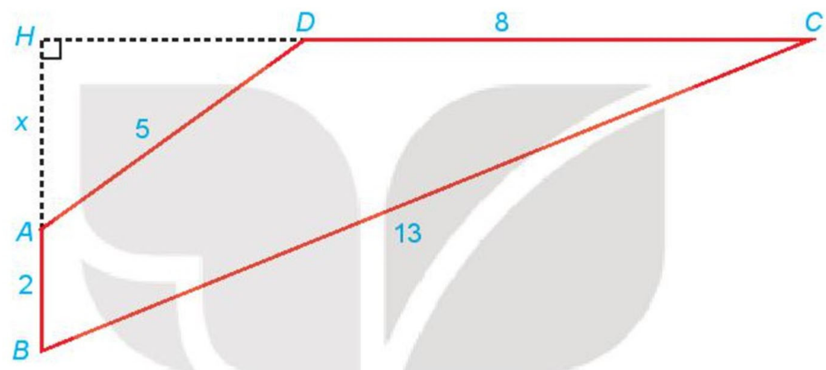
c) $\sqrt{2x^2+3x-3}=\sqrt{-x^2-x+1}$ d) $\sqrt{-x^2+5x-4}=\sqrt{-2x^2+4x+2}$

6.21 Giải các phương trình sau:

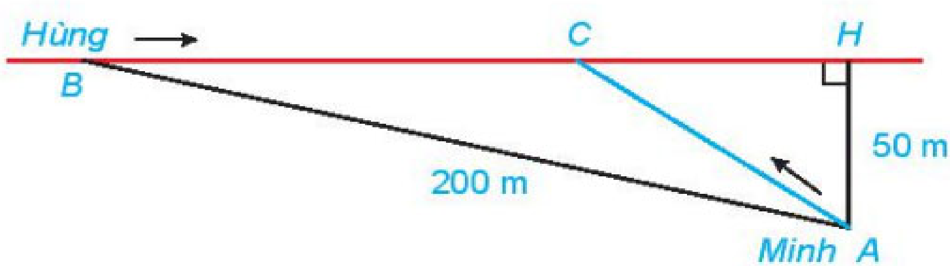
a) $\sqrt{6x^2+13x+13}=2x+4$ b) $\sqrt{2x^2+5x+3}=-3-x$

c) $\sqrt{3x^2-17x+23}=x-3$ d) $\sqrt{-x^2+2x+4}=x-2$

6.22 Cho tứ giác $ABCD$ có $AB\perp CD$; $AB=2$; $BC=13$; $CD=8$; $DA=5$. Gọi H là giao điểm của AB và CD và đặt $x=AH$. Hãy thiết lập một phương trình để tính độ dài x, từ đó tính diện tích tứ giác $ABCD$.



6.23 Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng $50m$ để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B, cách mình một đoạn $200m$ thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là $5km/h$, vận tốc xe đạp của Hùng là $15km/h$. Hãy xác định vị trí C trên lề đường (H.6.22) để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 6.22

II. HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải phương trình $\sqrt{3x^2+6x+3}=\sqrt{2x^2-5x+3}$

Câu 2: Giải phương trình $\sqrt{2x^2-3x+1}=\sqrt{x^2+2x-3}$

Câu 3: Giải phương trình $\sqrt{3+2x-x^2}=\sqrt{x^2-4x+3}$

Câu 4: Giải phương trình $\sqrt{-x^2+9x-5}=x$

Câu 5: Giải phương trình $\sqrt{3x^2+6x+3}=2x+1$

Câu 6: Giải phương trình $\sqrt{2x^2-3x+1}=x-1$:

Câu 7: Giải phương trình $\sqrt{3-3x-x^2}=x$

Câu 8: Giải phương trình $\sqrt{3x^2-4x+4}=3x+2$.

Câu 9: Giải phương trình $\sqrt{x-1}=x-3$

Câu 10: Giải phương trình $\left(x^2-4x+3\right)\sqrt{x-2}=0$

Câu 11: Giải phương trình $(x^2-3x+2)\sqrt{x-3}=0$

Câu 12: Giải phương trình $\sqrt{2x-3}=x-3$

Câu 13: Giải phương trình $\sqrt{x^2-4x+3}=\sqrt{1-x}$

Câu 14: Biết phương trình (ẩn x): $\sqrt{x-1}=5-m$ có nghiệm. Khi đó tìm số các giá trị nguyên dương của tham số m

Câu 15: Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}$

Câu 16: Phương trình $\left(x^2+5x+4\right)\sqrt{x+3}=0$ có bao nhiêu nghiệm?

Câu 17: Tập nghiệm của phương trình $(x+3)\sqrt{10-x^2}=x^2-x-12$

Câu 18: Giải phương trình $x-\sqrt{2x+7}=-4$

Câu 19: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6-5x}=2-x$

Câu 20: Giải phương trình $2\sqrt{x+5}+1=x+\sqrt{x+5}$

Câu 21: Phương trình $(x-1)\sqrt{5x+1}=x^2-1$ có bao nhiêu nghiệm

Câu 22: Giải phương trình $\sqrt{5x+6}=x-6$

Câu 23: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2-9x+7}=x-2$

Câu 24: Giải phương trình $(x-3)\left(\sqrt{4-x^2}-x\right)=0$

Câu 25: Giải phương trình $\sqrt{x^2-6x+17}=2x-1$

Câu 26: Tìm m để phương trình $\left(x^2+4x+3\right)\sqrt{x-m}=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Câu 27: Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\dfrac{x^2-2(m+1)x+6m-2}{\sqrt{x-2}}=\sqrt{x-2}$ có nghiệm duy nhất

Câu 28: Giải phương trình $\sqrt{3x+7}-\sqrt{x+1}=2$

Câu 29: Tìm tham số m để phương trình $\left(x^2-x\right)\sqrt{x-m}=0$ chỉ có một nghiệm

Câu 30: Cho phương trình $\sqrt{x^2-10x+m}=2-x$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 31: Cho phương trình $\sqrt{2x+m}=x-1\ (1)$. Tất cả giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Câu 32: Giải phương trình $x^2-2x-8=4\sqrt{(4-x)(x+2)}$

Câu 33: Giải phương trình $2\sqrt{x^2-8x}=x^2-8x-3$

Câu 34: Giải phương trình $(x-1)(x-3)+3\sqrt{x^2-4x+5}-2=0$

Câu 35: Giải phương trình $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$

Câu 36: Phương trình: $5\sqrt{x^3+x^2-2x}=2x^2+6x-2$ với nghiệm có dạng $\dfrac{a\pm\sqrt{b}}{c}$ tính $S=a+b+c$

Câu 37: Phương trình: $13\sqrt{x^3+x^2-6x}=5x^2+21x-12$ với nghiệm có dạng $\dfrac{a\pm b\sqrt{c}}{d}$ tính $S=a+b+c+d$

Câu 38: Tính tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$

Câu 39: Tính tích các nghiệm của phương trình $x^2+2x\sqrt{x-\dfrac{1}{x}}=3x+1$

Câu 40: Giải phương trình $x(x+5)=2\sqrt[3]{x^2+5x-2}-2$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}+2\sqrt{-x^2+16}-m+2=0$ có nghiệm

Câu 42: Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2+\sqrt{1-x^2}=m$ có nghiệm là $[a;b]$. Tính $S=a+b$.

Câu 43: Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^3+1=2\sqrt[3]{2x-1}$ trên tập số thực bằng

Câu 44: Giải phương trình $x+\sqrt{5+\sqrt{x-1}}=6$ ta được nghiệm dạng $x_0=\dfrac{a-\sqrt{b}}{c}$, với a,b,c là các số nguyên tố. Tính $P=a+b+c$.

Câu 45: Giải phương trình $x+\sqrt{11+\sqrt{x-1}}=12$ ta được nghiệm dạng $x_0=\dfrac{a-\sqrt{b}}{c}$, với a,b,c là các số nguyên tố. Tính $P=a+b+c$.

Câu 46: Cho phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}+3\sqrt{(x-1)(5-x)}=m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình trên có nghiệm?

Câu 47: Giải phương trình $\sqrt{3x^2+5x+8}-\sqrt{3x^2+5x+1}=1$

Câu 48: Giải phương trình: $4x^2+12x\sqrt{x+1}=27(x+1)$ trên R: ta được nghiệm $x=a$; $x=\dfrac{b-c\sqrt{d}}{e}$ trong đó a; b; c; d; e là các số tự nhiên và $\dfrac{b}{e}$ tối giản. Khi đó tính giá trị của biểu thức $F=a+b-c+d-e$

CHƯƠNG VI

HÀM SỐ VÀ ĐỒ THỊ

BÀI 18. PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

I. LÝ THUYẾT.

1. Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$

Để giải phương trình:

Ta làm như sau: $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$

Bước 1: Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

Bước 2: Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

Hoặc $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f} \Leftrightarrow \begin{cases} ax^2+bx+c\ge 0 \\ dx^2+ex+f\ge 0 \\ ax^2+bx+c=dx^2+ex+f \end{cases}$

Ví dụ: Giải phương trình $\sqrt{2x^2-4x-2}=\sqrt{x^2-x-2}$

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được: $2x^2-4x-2=x^2-x-2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2-3x=0$

Từ đó tìm được $x=0$ hoặc $x=3$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x=3$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=3$.

Ví dụ: Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2-6x+1}=\sqrt{-2x^2-9x+1}$ b) $\sqrt{2x^2-3x-5}=\sqrt{x^2-7}$

Lời giải

a) $\sqrt{3x^2-6x+1}=\sqrt{-2x^2-9x+1}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2-6x+1=-2x^2-9x+1$.

Sau khi thu gọn ta được $5x^2+3x=0$.

Từ đó tìm được $x=0$ hoặc $x=-\frac{3}{5}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x=0$ và $x=-\frac{3}{5}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{0;-\frac{3}{5}\right\}$

b) $\sqrt{2x^2-3x-5}=\sqrt{x^2-7}$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2-3x-5=x^2-7$.

Sau khi thu gọn ta được $x^2-3x+2=0$.

Từ đó tìm được $x=1$ hoặc $x=2$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\varnothing$.

2. Phương trình dạng: $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$

Để giải phương trình:

Ta làm như sau: $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e$

Bước 1: Bình phương hai vế, rút gọn rồi giải phương trình bậc 2 hoặc bậc nhất.

Bước 2: Thử lại các giá trị x tìm được có thỏa phương trình ban đầu hay không? Sau đó kết luận nghiệm

Hoặc $\sqrt{ax^2+bx+c}=dx+e \Leftrightarrow \begin{cases} dx+e\ge 0 \\ ax^2+bx+c=(dx+e)^2 \end{cases}$

Ví dụ: Giải phương trình $\sqrt{2x^2-5x-9}=x-1$

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$2x^2-5x-9=x^2-2x+1$.

Sau khi thu gọn ta được $x^2-3x-10=0$.

Từ đó tìm được $x=-2$ hoặc $x=5$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x=5$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=5$.

Ví dụ: Giải các phương trình sau:

b) $\sqrt{2x^2+x+3}=1-x$ b) $\sqrt{3x^2-13x+14}=x-3$

Lời giải

c) Bình phương hai vế của phương trình ta được $2x^2+x+3=1-2x+x^2$

Sau khi thu gọn ta được $x^2+3x+2=0$

Từ đó tìm được $x=-1$ hoặc $x=-2$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x=-1$ hoặc $x=-2$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{-1;-2\}$.

d) Bình phương hai vế của phương trình ta được $3x^2-13x+14=x^2-6x+9$.

Sau khi thu gọn ta được $2x^2-7x+5=0$.

Từ đó tìm được $x=1$ hoặc $x=\frac{5}{2}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy không có giá trị nào thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\varnothing$.

***Chú ý: Một số dạng phương trình chứa ẩn dưới dấu căn khác**

1) Dạng: $\sqrt{A}=B \Leftrightarrow \begin{cases} B\ge 0 \\ A=B^2 \end{cases}$ **2) Dạng:** $\sqrt{A}+\sqrt{B}=\sqrt{C} \Leftrightarrow \begin{cases} A\ge 0; B\ge 0 \\ A+B+2\sqrt{AB}=C \end{cases}$

3) Dạng: $\sqrt{A}+\sqrt{B}=\sqrt{C}+\sqrt{D}$.

* Nếu A+B = C+D (hoặc A.B = C.D) thì bình phương 2 vế ta được phương trình tương đương.

* Nếu A+C = B+D (hoặc A.C = B.D) thì phải đưa phương trình về dạng: $\sqrt{A}-\sqrt{C}=\sqrt{D}-\sqrt{B}$

sau đó bình phương hai vế, tìm nghiệm sau đó thử lại để chọn nghiệm.

4) Dạng: $\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}=\sqrt[3]{C}$

* Lập phương hai vế ta được: $A+B+3.\sqrt[3]{AB}(\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B})=C$.

Sau đó thay thế: $\sqrt[3]{A}+\sqrt[3]{B}=\sqrt[3]{C}$ vào phương trình, ta được: $A+B+3.\sqrt[3]{ABC}=C$

Chú ý: sự thay thế này có thể dẫn đến nghiệm ngoại lai, vì vậy phải thử lại nghiệm.

BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA.

6.20 Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{3x^2-4x-1}=\sqrt{2x^2-4x+3}$ b) $\sqrt{x^2+2x-3}=\sqrt{-2x^2+5}$

c) $\sqrt{2x^2+3x-3}=\sqrt{-x^2-x+1}$ d) $\sqrt{-x^2+5x-4}=\sqrt{-2x^2+4x+2}$

Lời giải

a) $\sqrt{3x^2-4x-1}=\sqrt{2x^2-4x+3}$

$\Rightarrow 3x^2-4x-1=2x^2-4x+3$

$\Leftrightarrow x^2=4$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai đều thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{-2;2\}$.

b) $\sqrt{x^2+2x-3}=\sqrt{-2x^2+5}$

$\Rightarrow x^2+2x-3=-2x^2+5$

$\Leftrightarrow 3x^2+2x-8=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{4}{3} \\ x=-2 \end{array}\right.$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x=\frac{4}{3}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{\frac{4}{3}\right\}$.

c) $\sqrt{2x^2+3x-3}=\sqrt{-x^2-x+1}$

$\Rightarrow 2x^2+3x-3=-x^2-x+1$

$\Leftrightarrow 3x^2+4x-4=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{2}{3} \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai giá trị này không thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\varnothing$.

d) $\sqrt{-x^2+5x-4}=\sqrt{-2x^2+4x+2}$

$\Rightarrow -x^2+5x-4=-2x^2+4x+2$

$\Leftrightarrow x^2+x-6=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x=2$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\{2\}$.

6.21 Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{6x^2+13x+13}=2x+4$

b) $\sqrt{2x^2+5x+3}=-3-x$

c) $\sqrt{3x^2-17x+23}=x-3$

d) $\sqrt{-x^2+2x+4}=x-2$

Lời giải

a) $\sqrt{6x^2+13x+13}=2x+4$

$\Rightarrow 6x^2+13x+13=4x^2+16x+16$

$\Leftrightarrow 2x^2-3x-3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3+\sqrt{33}}{4} \\ x=\dfrac{3-\sqrt{33}}{4} \end{array}\right.$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai đều thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{\dfrac{3\pm\sqrt{34}}{4}\right\}$

b) $\sqrt{2x^2+5x+3}=-3-x$

$\Rightarrow 2x^2+5x+3=9+6x+x^2$

$\Leftrightarrow x^2-x-6=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai giá trị này không thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\varnothing$

c) $\sqrt{3x^2-17x+23}=x-3$

$\Rightarrow 3x^2-17x+23=x^2-6x+9$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 11x + 14 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \frac{7}{2} \end{array}\right.$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = \frac{7}{2}$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \left\{\frac{7}{2}\right\}$

d) $\sqrt{-x^2 + 2x + 4} = x - 2$

$\Rightarrow -x^2 + 2x + 4 = x^2 - 4x + 4$

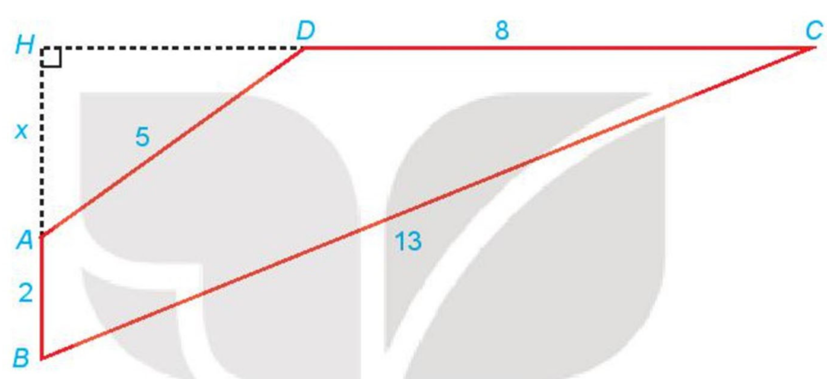
$\Leftrightarrow 2x^2 - 6x = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = 3$ thỏa mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S = \{3\}$.

6.22 Cho tứ giác $ABCD$ có $AB \perp CD$; $AB = 2$; $BC = 13$; $CD = 8$; $DA = 5$. Gọi H là giao điểm của AB và CD và đặt $x = AH$. Hãy thiết lập một phương trình để tính độ dài x, từ đó tính diện tích tứ giác $ABCD$.



Lời giải

Hướng dẫn: Sử dụng định lí Pytago để tìm x.

Ta có: $HD = \sqrt{25 - x^2}$. Điều kiện: $\begin{cases} x > 0 \\ 25 - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x < 5 \quad (*)$

Xét tam giác vuông BHC, ta có $HB^2 + HC^2 = BC^2$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2+\left(\sqrt{25-x^2}+8\right)^2=13^2$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+4+25-x^2+16\sqrt{25-x^2}+64-169=0$$

$$\Leftrightarrow 16\sqrt{25-x^2}=76-4x$$

$$\Leftrightarrow 4\sqrt{25-x^2}=19-x \quad (1)$$

Bình phương hai vế của phương trình ta được $16\left(25-x^2\right)=361-38x+x^2$

Sau khi thu gọn ta được $17x^2-38x-39=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=\dfrac{-13}{17} \end{array}\right.$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình (1) và kết hợp với điều kiện $(*)$, ta thấy $x=3$ thỏa mãn.

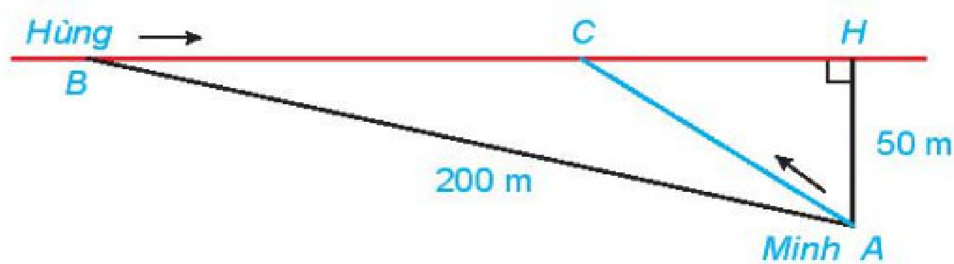
Vậy $x=3$

Hướng dẫn: Để tính diện tích tứ giác $ABCD$, ta áp dụng công thức tính diện tích tam giác cho ΔBHC, ΔAHD.

Ta có $HB=5,\ HC=12,\ HA=3,\ HD=4.$

$$S_{ABCD}=S_{BHC}-S_{AHD}=\frac{1}{2}.HB.HC-\frac{1}{2}.HA.HD=\frac{1}{2}(5.12-3.4)=24.$$

6.23 Hằng ngày bạn Hùng đều đón bạn Minh đi học tại một vị trí trên lề đường thẳng đến trường. Minh đứng tại vị trí A cách lề đường một khoảng $50m$ để chờ Hùng. Khi nhìn thấy Hùng đạp xe đến địa điểm B, cách mình một đoạn $200m$ thì Minh bắt đầu đi bộ ra lề đường để bắt kịp xe. Vận tốc đi bộ của Minh là $5km/h$, vận tốc xe đạp của Hùng là $15km/h$. Hãy xác định vị trí C trên lề đường (H.6.22) để hai bạn gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 6.22

Lời giải

Vận tốc của bạn Minh: $v_1=5(km/h)$.

Vận tốc của bạn Hùng: $v_2=15(km/h)$.

Áp dụng định lý Pithago vào tam giác vuông AHB: $BH=\sqrt{(0,2)^2-(0,05)^2}=\dfrac{\sqrt{15}}{20}\ (km)$

Gọi $BC=x(km),\ x>0$.

Suy ra: $CH=\dfrac{\sqrt{15}}{20}-x,\ x\le\dfrac{\sqrt{15}}{20}$.

Ta cần xác định vị trí điểm C để Minh và Hùng gặp nhau mà không bạn nào phải chờ người kia

Nghĩa là: ta cần tìm x để thời gian hai bạn di chuyển đến C là bằng nhau.

Thời gian Hùng đi từ B đến C là: $t_2=\dfrac{S_{BC}}{v_2}=\dfrac{x}{15}(h)$.

Quãng đường AC Minh đã đi là: $AC=\sqrt{CH^2+AH^2}=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{15}}{20}-x\right)^2+(0,05)^2}$

Thời gian Minh đã đi từ A đến C là: $t_1=\dfrac{S_{AC}}{v_1}=\dfrac{\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{15}}{20}-x\right)^2+(0,05)^2}}{5}(h)$.

Theo yêu cầu bài toán: $\dfrac{\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{15}}{20}-x\right)^2+(0.05)^2}}{5}=\dfrac{x}{15}$

Bình phương 2 vế: $\dfrac{\left(\dfrac{\sqrt{15}}{20}-x\right)^2+(0.05)^2}{25}=\dfrac{x^2}{225}$

$\Leftrightarrow 9\left(\dfrac{3}{80}-\dfrac{\sqrt{15}}{10}x+x^2\right)+\dfrac{9}{400}=x^2$

$\Leftrightarrow 8x^2-\dfrac{9\sqrt{15}}{10}x+\dfrac{9}{25}=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\approx 0,3\\ x\approx 0,1\end{array}\right.$

Vì $0<x\le\dfrac{\sqrt{15}}{20}\approx 0.19$ nên $x\approx 0,1$ thỏa mãn.

Vậy hai bạn Minh và Hùng di chuyển đến vị trí C cách điểm B một đoạn $x\approx 0,1(km)=100(m)$.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Giải phương trình $\sqrt{3x^2+6x+3}=\sqrt{2x^2-5x+3}$

Lời giải

Ta có : $\sqrt{3x^2+6x+3}=\sqrt{2x^2-5x+3}\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2+6x+3\geq 0\\2x^2-5x+3\geq 0\\3x^2+6x+3=2x^2-5x+3\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\leq 1\\x\geq\dfrac{3}{2}\end{array}\right.\\x^2+11x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\leq 1\\x\geq\dfrac{3}{2}\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-11\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-11\end{array}\right..$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S=\{0;-11\}$

Câu 2: Giải phương trình $\sqrt{2x^2-3x+1}=\sqrt{x^2+2x-3}$

Lời giải

$$\sqrt{2x^2-3x+1}=\sqrt{x^2+2x-3}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2-3x+1\geq 0\\x^2+2x-3\geq 0\\2x^2-3x+1=x^2+2x-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\leq\dfrac{1}{2}\\x\geq 1\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}x\leq -3\\x\geq 1\end{array}\right.\\x^2-5x+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\leq -3\\x\geq 1\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S=\{1;4\}$

Câu 3: Giải phương trình $\sqrt{3+2x-x^2}=\sqrt{x^2-4x+3}$

Lời giải

Ta có

$$\sqrt{3+2x-x^2}=\sqrt{x^2-4x+3}\Leftrightarrow\begin{cases}3+2x-x^2\ge 0\\x^2-4x+3\ge 0\\3+2x-x^2=x^2-4x+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le x\le 3\\\left[\begin{array}{l}x\le 1\\x\ge 3\end{array}\right.\\2x^2-6x=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le x\le 3\\\left[\begin{array}{l}x\le 1\\x\ge 3\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm: $S=\{0;3\}$

Câu 4: Giải phương trình $\sqrt{-x^2+9x-5}=x$

Lời giải

Ta có $\sqrt{-x^2+9x-5}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\-x^2+9x-5=x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\2x^2-9x+5=0\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{9\pm\sqrt{41}}{4}$.

Vậy phương trình trên có 2 nghiệm.

Câu 5: Giải phương trình $\sqrt{3x^2+6x+3}=2x+1$

Lời giải

Ta có : $\sqrt{3x^2+6x+3}=2x+1\Leftrightarrow\begin{cases}2x+1\ge 0\\3x^2+6x+3=4x^2+4x+1\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge-\dfrac{1}{2}\\x^2-2x-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge-\dfrac{1}{2}\\\left[\begin{array}{l}x=1-\sqrt{3}\,(l)\\x=1+\sqrt{3}\,(n)\end{array}\right.\end{cases}.$$

Câu 6: Giải phương trình $\sqrt{2x^2-3x+1}=x-1$:

Lời giải

$$\sqrt{2x^2-3x+1}=x-1\Leftrightarrow\begin{cases}x-1\ge 0\\2x^2-3x+1=(x-1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\x^2-x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=1.$$

Câu 7: Giải phương trình $\sqrt{3-3x-x^2}=x$

Lời giải

Ta có $\sqrt{3-3x-x^2}=x \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ 3-3x-x^2=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 0 \\ 2x^2+3x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{-3+\sqrt{33}}{4}$

Vậy phương trình trên chỉ có 1nghiệm.

Câu 8: Giải phương trình $\sqrt{3x^2-4x+4}=3x+2$.

Lời giải

Ta có: $\sqrt{3x^2-4x+4}=3x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+2\geq 0 \\ 3x^2-4x+4=(3x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -\dfrac{2}{3} \\ 6x^2+16x=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x\geq -\dfrac{2}{3} \\ x=0, x=-\dfrac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x=0$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0\}$.

Câu 9: Giải phương trình $\sqrt{x-1}=x-3$

Lời giải

$\sqrt{x-1}=x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3\geq 0 \\ x-1=(x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 3 \\ x-1=x^2-6x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 3 \\ x^2-7x+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\geq 3 \\ \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=5$

Vậy phương trình có nghiệm $x=5$.

Câu 10: Giải phương trình $(x^2-4x+3)\sqrt{x-2}=0$

Lời giải

ĐK: $x\geq 2$.

$pt \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-4x+3=0 \\ x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\ (l) \\ x=3\ (tm) \\ x=2\ (tm) \end{array}\right.$.

Câu 11: Giải phương trình $(x^2-3x+2)\sqrt{x-3}=0$

Lời giải

Ta có: $(x^2-3x+2)\sqrt{x-3}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x^2-3x+2=0 \\ x\geq 3 \end{cases} \\ x-3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right. \\ x\geq 3 \end{cases} \\ x=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=3$

Câu 12: Giải phương trình $\sqrt{2x-3}=x-3$

Lời giải

Ta có:

$$\sqrt{2x-3}=x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3\ge 0 \\ 2x-3=(x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 3 \\ 2x-3=x^2-6x+9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 3 \\ x^2-8x+12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 3 \\ \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=6 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=6.$$

Vậy $S=\{6\}$.

Câu 13: Giải phương trình $\sqrt{x^2-4x+3}=\sqrt{1-x}$

Lời giải

Ta có $\sqrt{x^2-4x+3}=\sqrt{1-x}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x\ge 0 \\ x^2-4x+3=1-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 1 \\ x^2-3x+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 1 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 14: Biết phương trình (ẩn x): $\sqrt{x-1}=5-m$ có nghiệm. Khi đó tìm số các giá trị nguyên dương của tham số m

Lời giải

Điều kiện $x\ge 1$.

+ ẩ ếu $5-m<0 \Leftrightarrow m>5$ thì phương trình đã cho vô nghiệm.

+ ẩ ếu $5-m\ge 0 \Leftrightarrow m\le 5$ khi đó $\sqrt{x-1}=5-m \Leftrightarrow x=(5-m)^2+1\ge 1$ suy ra phương trình có nghiệm là $x=(5-m)^2+1$.

Vậy các giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có nghiệm là: $m\in\{1;2;3;4;5\}$.

Câu 15: Tính tổng S tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x}$

Lời giải

$$\sqrt{x^2+3x-2}=\sqrt{1+x} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+x\ge 0 \\ x^2+3x-2=1+x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy $S=1$.

Câu 16: Phương trình $\left(x^2+5x+4\right)\sqrt{x+3}=0$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải

Điều kiện: $x \ge -3$.

$$\left(x^2+5x+4\right)\sqrt{x+3}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+5x+4=0 \\ x+3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1(N) \\ x=-4(L) \\ x=-3(N) \end{array}\right.$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 17: Tập nghiệm của phương trình $(x+3)\sqrt{10-x^2}=x^2-x-12$

Lời giải

Điều kiện: $10-x^2 \ge 0 \Leftrightarrow -\sqrt{10} \le x \le \sqrt{10}$.

Khi đó: $(x+3)\sqrt{10-x^2}=x^2-x-12$

$\Leftrightarrow (x+3)\sqrt{10-x^2}=(x+3)(x-4) \Leftrightarrow (x+3)\left(\sqrt{10-x^2}-x+4\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ \sqrt{10-x^2}=x-4 \end{array}\right. \Rightarrow x=-3$.

Vì phương trình $\sqrt{10-x^2}=x-4$ vô nghiệm với mọi x thoả $-\sqrt{10} \le x \le \sqrt{10}$.

Câu 18: Giải phương trình $x-\sqrt{2x+7}=-4$

Lời giải

Phương trình $x-\sqrt{2x+7}=-4 \Leftrightarrow x+4=\sqrt{2x+7} \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 \ge 0 \\ (x+4)^2=2x+7 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -4 \\ x^2+6x+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=-3$.

Câu 19: Tính tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{6-5x}=2-x$

Lời giải

Phương trình $\sqrt{6-5x}=2-x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \ge 0 \\ 6-5x=4-4x+x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ x^2+x-2=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng $1+(-2)=-1$.

Câu 20: Giải phương trình $2\sqrt{x+5}+1=x+\sqrt{x+5}$

Lời giải

Phương trình $2\sqrt{x+5}+1=x+\sqrt{x+5} \Leftrightarrow \sqrt{x+5}=x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 1 \\ x+5=x^2-2x+1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 4 \in (-2;10)$.

Câu 21: Phương trình $(x-1)\sqrt{5x+1} = x^2 - 1$ có bao nhiêu nghiệm

Lời giải

ĐK: $x \geq -\frac{1}{5}$.

Phương trình $(x-1)\sqrt{5x+1} = x^2 - 1 \Leftrightarrow (x-1)\left(\sqrt{5x+1} - x - 1\right) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ \sqrt{5x+1} = x+1 \ (*) \end{array}\right.$

Phương trình $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ 5x+1 = x^2 + 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x^2 - 3x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Vậy phương trình dẫ cho có các nghiệm là: $x = 0; x = 1; x = 3$

Câu 22: Giải phương trình $\sqrt{5x+6} = x - 6$

Lời giải

Ta có : $\sqrt{5x+6} = x - 6 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 6 \geq 0 \\ 5x + 6 = (x-6)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ 5x + 6 = x^2 - 12x + 36 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x^2 - 17x + 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ \left[\begin{array}{l} x = 2 (l) \\ x = 15 \end{array}\right. \end{cases}$. Vậy $S = \{15\}$.

Câu 23: Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 9x + 7} = x - 2$

Lời giải

Điều kiện $x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$.

Phương trình trở thành $3x^2 - 9x + 7 = (x-2)^2 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \frac{3}{2} \end{array}\right.$.

So điều kiện, không có nghiệm nào thõa mãn

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 24: Giải phương trình $(x-3)\left(\sqrt{4-x^2} - x\right) = 0$

Lời giải

ĐKXĐ: $4-x^2 \ge 0 \Leftrightarrow -2 \le x \le 2$.

Ta có $(x-3)\left(\sqrt{4-x^2}-x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=3 & (L) \\ \sqrt{4-x^2}=x & (*) \end{array}\right.$.

$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ 4-x^2=x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

Vậy $S=\left\{\sqrt{2}\right\}$.

Câu 25: Giải phương trình $\sqrt{x^2-6x+17}=2x-1$

Lời giải

Ta có:

$$\sqrt{x^2-6x+17}=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \ge 0 \\ x^2-6x+17=(2x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{1}{2} \\ 3x^2+2x-16=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2.$$

Câu 26: Tìm m để phương trình $\left(x^2+4x+3\right)\sqrt{x-m}=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Lời giải

Phương trình tương đương: $\begin{cases} x \ge m \\ \left[\begin{array}{l} x=m \\ x^2+4x+3=0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge m \\ \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=-1 \\ x=-3 \end{array}\right. \end{cases}$.

Phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-3 \le m < -1$.

Câu 27: Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\dfrac{x^2-2(m+1)x+6m-2}{\sqrt{x-2}}=\sqrt{x-2}$ có nghiệm duy nhất

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình là $x>2$.

Khi đó phương trình $\dfrac{x^2-2(m+1)x+6m-2}{\sqrt{x-2}}=\sqrt{x-2} \Leftrightarrow x^2-2(m+1)x+6m-2=x-2$

$\Leftrightarrow x^2-(2m+3)x+6m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=2m \end{array}\right. \quad (*)$

Để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì $(*)$ có nghiệm duy nhất thỏa mãn điều kiện $x>2$

tương đương với $\left[\begin{array}{l}2m=3\\2m\le 2<3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{3}{2}\\m\le 1\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in(-\infty;1]\cup\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.

Câu 28: Giải phương trình $\sqrt{3x+7}-\sqrt{x+1}=2$

Lời giải

ĐK $\begin{cases}3x+7\ge 0\\x+1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -\dfrac{7}{3}\\x\ge -1\end{cases}\Leftrightarrow x\ge -1$.

$\sqrt{3x+7}-\sqrt{x+1}=2\Leftrightarrow\sqrt{3x+7}=\sqrt{x+1}+2$.

$\Leftrightarrow 3x+7=x+1+4+4\sqrt{x+1}\Leftrightarrow 4\sqrt{x+1}=2x+2\Leftrightarrow(x+1)-2\sqrt{x+1}=0$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x+1}=0\\\sqrt{x+1}=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$ (nhận).

Tổng các nghiệm của phương trình $3+(-1)=2$.

Câu 29: Tìm tham số m để phương trình $(x^2-x)\sqrt{x-m}=0$ chỉ có một nghiệm

Lời giải

Điều kiện $x\ge m(1)$.

$(x^2-x)\sqrt{x-m}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-x=0\\x-m=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=m\ (tm(1))\end{array}\right.$.

Phương trình luôn có nghiệm $x=m$. Để phương trình có nghiệm duy nhất thì $x=m\ge 1$

Vậy $m\ge 1$.

Câu 30: Cho phương trình $\sqrt{x^2-10x+m}=2-x$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm.

Lời giải

$\sqrt{x^2-10x+m}=2-x\Leftrightarrow\begin{cases}2-x\ge 0\\x^2-10x+m=(2-x)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 2\\x^2-10x+m=4-4x+x^2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 2\\6x=m-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 2\\x=\dfrac{m-4}{6}\end{cases}$

Để phương trình vô nghiệm thì $\dfrac{m-4}{6}>2\Leftrightarrow m-4>12\Leftrightarrow m>16$.

Câu 31: Cho phương trình $\sqrt{2x+m}=x-1\,(1)$. Tất cả giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

Lời giải

Phương trình $\sqrt{2x+m}=x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1\ge 0 \\ 2x+m=(x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ x^2-4x+1-m=0\,(2) \end{cases}$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt lớn hơn $1 \Leftrightarrow$ (2) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ 1<x_1<x_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ 0<x_1-1<x_2-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3+m>0 \\ (x_1-1)(x_2-1)>0 \\ x_1+x_2>2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge -3 \\ x_1x_2-(x_1+x_2)+1>0 \\ x_1+x_2>2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m>-3 \\ 1-m-4+1>0 \\ 4>2 \end{cases} \Leftrightarrow -3<m<2.$$

Câu 32: Giải phương trình $x^2-2x-8=4\sqrt{(4-x)(x+2)}$

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{-x^2+2x+8}\,(t\ge 0)$, khi đó phương trình trở thành: $-t^2=4t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=-4\,(L) \end{array}\right.$.

Với $t=0 \Rightarrow \sqrt{-x^2+2x+8}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-2 \end{array}\right.$. Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 33: Giải phương trình $2\sqrt{x^2-8x}=x^2-8x-3$

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{x^2-8x}$, $t\ge 0$. Pt: $2t=t^2-3 \Leftrightarrow t^2-2t-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1\ (L) \\ t=3\ (N) \end{array}\right.$.

Với $t=3 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-8x}=3 \Leftrightarrow x^2-8x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=9 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 8.

Câu 34: [Giải phương trình $(x-1)(x-3)+3\sqrt{x^2-4x+5}-2=0$

Lời giải

$(x-1)(x-3)+3\sqrt{x^2-4x+5}-2=0$

$\Leftrightarrow x^2-4x+3+3\sqrt{x^2-4x+5}-2=0$

Đặt $\sqrt{x^2-4x+5}=t\,(t\ge 0)$ ta được phương trình:

$t^2-2+3t-2=0$

$\Leftrightarrow t^2+3t-4=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\text{(TM)} \\ t=-4\text{ (L)} \end{array}\right.$

Với $t=1$ ta được

$\sqrt{x^2-4x+5}=1$

$\Leftrightarrow x^2-4x+5=1$

$\Leftrightarrow x^2-4x+4=0$

$\Leftrightarrow x=2$

Vậy tổng bình phương nghiệm của phương trình trên là 4.

Câu 35: Giải phương trình $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$

Lời giải

Ta có $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$

$\Leftrightarrow x^2+5x-2-3\sqrt{x^2+5x+2}=0$.

Đặt $t=\sqrt{x^2+5x+2}$ $(t\ge 0)$. Khi đó, phương trình trở thành: $t^2-4-3t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \quad (l) \\ t=4 \quad (n) \end{array}\right.$.

Với $t=4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+5x+2}=4$

$\Leftrightarrow x^2+5x+2=16$

$\Leftrightarrow x^2+5x-14=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-7 \end{array}\right.$.

Vậy tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$ là:

$2^2+(-7)^2=53$.

Câu 36: Phương trình: $5\sqrt{x^3+x^2-2x}=2x^2+6x-2$ với nghiệm có dạng $\dfrac{a\pm\sqrt{b}}{c}$ tính $S=a+b+c$

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình: $x^3+x^2-2x\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\ge 1 \\ -2\le x\le 0 \end{array}\right.$.

Ta có $5\sqrt{x^3+x^2-2x}=2x^2+6x-2 \Leftrightarrow 5\sqrt{(x-1)(x^2+2x)}=2(x^2+2x)+2(x-1)(*)$

Ta thấy với $x=1$ không phải là nghiệm của phương trình $(*)$.

Với $x\neq 1$ ta có phương trình $(*)\Leftrightarrow\ 2\left(\dfrac{x^2+2x}{x-1}\right)-5\sqrt{\dfrac{x^2+2x}{x-1}}+2=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{\dfrac{x^2+2x}{x-1}}=\dfrac{1}{2}\\ \sqrt{\dfrac{x^2+2x}{x-1}}=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{x^2+2x}{x-1}=\dfrac{1}{4}\\ \dfrac{x^2+2x}{x-1}=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x^2+7x+1=0\\ x^2-2x+4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-7+\sqrt{33}}{8}\\ x=\dfrac{-7-\sqrt{33}}{8}\end{array}\right..$$

So với điều kiện $\left[\begin{array}{l}x\geq 1\\ -2\leq x\leq 0\end{array}\right.$, ta có hai nghiệm $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{33}}{8}$ thỏa mãn.

Suy ra $\begin{cases}a=-7\\ b=33\\ c=8\end{cases}$. Do đó $a+b+c=-7+33+8=34$.

*** Phân tích phương án nhiễu:**

+ Sai lầm khi Chọn $a=-7,b=-33,c=8$, khi đó $a+b+c=-7-33+8=-32$.

+ Sai lầm khi Chọn $a=7,b=33,c=8$, khi đó $a+b+c=7+33+8=48$.

+ Sai lầm khi Chọn $a=7,b=-33,c=8$, khi đó $a+b+c=7-33+8=-18$.

Câu 37: Phương trình: $13\sqrt{x^3+x^2-6x}=5x^2+21x-12$ với nghiệm có dạng $\dfrac{a\pm b\sqrt{c}}{d}$ tính $S=a+b+c+d$

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình: $x^3+x^2-6x\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\geq 2\\ -3\leq x\leq 0\end{array}\right.$.

Ta có $13\sqrt{x^3+x^2-6x}=5x^2+21x-12\Leftrightarrow 13\sqrt{(x-2)(x^2+3x)}=5(x^2+3x)+6(x-2)\qquad(*)$

Ta thấy với $x=2$ không phải là nghiệm của phương trình $(*)$.

Với $x\neq 2$ ta có phương trình $(*)\Leftrightarrow\ 5\left(\dfrac{x^2+3x}{x-2}\right)-13\sqrt{\dfrac{x^2+3x}{x-2}}+6=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{\dfrac{x^2+3x}{x-2}}=\dfrac{3}{5}\\ \sqrt{\dfrac{x^2+3x}{x-2}}=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{x^2+3x}{x-2}=\dfrac{9}{25}\\ \dfrac{x^2+3x}{x-2}=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}25x^2+66x+18=0\\ x^2-x+8=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-33+3\sqrt{71}}{25}\\ x=\dfrac{-33-3\sqrt{71}}{25}\end{array}\right..$$

So với điều kiện $\left[\begin{array}{l}x\geq 2\\ -3\leq x\leq 0\end{array}\right.$, ta có hai nghiệm $x=\dfrac{-33\pm 3\sqrt{71}}{25}$ thỏa mãn.

Suy ra $\begin{cases} a=-33 \\ b=3 \\ c=71 \\ d=25 \end{cases}$. Do đó $a+b+c+d=-33+3+71+25=66$.

*** Phân tích phương án nhiễu:**

+ Sai lầm khi chọn $a=-33, b=-3, c=71; d=25$, khi đó $a+b+c+d=-33-3+71+25=60$.

+ Sai lầm khi chọn $a=33, b=3, c=71; d=25$, khi đó $a+b+c+d=33+3+71+25=132$.

+ Sai lầm khi chọn $a=33, b=-3, c=71; d=25$, khi đó $a+b+c+d=33-3+71+25=126$.

Câu 38: Tính tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$

Lời giải

Ta có $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6 \Leftrightarrow x^2+5x-2-3\sqrt{x^2+5x+2}=0$.

Đặt $t=\sqrt{x^2+5x+2}$ $(t\geq 0)$. Khi đó, phương trình trở thành: $t^2-4-3t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t=-1 & (l) \\ t=4 & (n) \end{array}\right.$.

Với $t=4 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+5x+2}=4 \Leftrightarrow x^2+5x+2=16 \Leftrightarrow x^2+5x-14=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-7 \end{array}\right.$.

Vậy tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x+4)(x+1)-3\sqrt{x^2+5x+2}=6$ là $2^2+(-7)^2=53$.

Câu 39: Tính tích các nghiệm của phương trình $x^2+2x\sqrt{x-\frac{1}{x}}=3x+1$

Lời giải

ĐK: $\begin{cases} x-\frac{1}{x}\geq 0 \\ x\neq 0 \end{cases}$.

Chia 2 vế phương trình cho x ta có:

$x^2+2x\sqrt{x-\frac{1}{x}}=3x+1 \Leftrightarrow x+2\sqrt{x-\frac{1}{x}}-3-\frac{1}{x}=0 \Leftrightarrow x-\frac{1}{x}+2\sqrt{x-\frac{1}{x}}-3=0$

Đặt $t=\sqrt{x-\frac{1}{x}}$ $(t\geq 0)$. Ta có phương trình $t^2+2t-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1(n) \\ t=-3(l) \end{array}\right.$

* $t=1 \Leftrightarrow \sqrt{x-\frac{1}{x}}=1 \Leftrightarrow x-\frac{1}{x}=1 \Leftrightarrow x^2-x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ (thỏa điều kiện).

Tích các nghiệm bằng: $\frac{1-\sqrt{5}}{2}.\frac{1+\sqrt{5}}{2}=-1$.

Câu 40: Giải phương trình $x(x+5)=2\sqrt[3]{x^2+5x-2}-2$

Lời giải

Đặt $t=\sqrt[3]{x^2+5x-2}$ ta được phương trình: $t^3+2=2t-2 \Leftrightarrow t^3-2t+4=0 \Leftrightarrow t=-2$

Với $t=-2 \Rightarrow \sqrt[3]{x^2+5x-2}=-2 \Leftrightarrow x^2+5x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=-3 \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x+4}+\sqrt{4-x}+2\sqrt{-x^2+16}-m+2=0$ có nghiệm

Lời giải

- Điều kiện: $-4 \le x \le 4$.
- Đặt $t=\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x} \Rightarrow t^2=8+2\sqrt{16-x^2} \Rightarrow t^2 \ge 8 \Rightarrow t \ge 2\sqrt{2}$.

Lại có: $t=\sqrt{4+x}+\sqrt{4-x} \le \sqrt{(1+1)(4+x+4-x)}=4$.

Do đó: với $x\in[-4;4]$ thì $t\in\left[2\sqrt{2};4\right]$.

- Phương trình đã cho trở thành: $t^2+t-6-m=0 \Leftrightarrow t^2+t-6=m$.

ả hận thấy hàm số $f(t)=t^2+t-6$ đồng biến trên đoạn $\left[2\sqrt{2};4\right]$ nên

$f\left(2\sqrt{2}\right) \le f(t) \le f(4)$, $\forall t\in\left[2\sqrt{2};4\right]$

$\Leftrightarrow 2+2\sqrt{2} \le f(t) \le 14$, $\forall t\in\left[2\sqrt{2};4\right]$.

Suy ra phương trình $f(t)=m$ có nghiệm trên đoạn $\left[2\sqrt{2};4\right]$ khi và chỉ khi $2+2\sqrt{2} \le m \le 14$.

Lại do m nguyên nên $m\in\{5;6;7;8;9;10;11;12;13;14\}$.

Vậy có 10 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42: Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2+\sqrt{1-x^2}=m$ có nghiệm là $[a;b]$. Tính $S=a+b$.

Lời giải

$$x^2+\sqrt{1-x^2}=m \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x^2 \ge 0 \\ -(1-x^2)+\sqrt{1-x^2}+1-m=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \le x \le 1 \\ -(1-x^2)+\sqrt{1-x^2}+1-m=0\,(*) \end{cases}$$

Đặt $\sqrt{1-x^2}=t$. Điều kiện $t\in[0;1]$. Phương trình $(*)$ trở thành: $-t^2+t+1=m$ (**)

Số nghiệm của phương trình (**) là số giao điểm của đồ thị hàm số $f(t)=-t^2+t+1$ trên $[0;1]$

và đường thẳng $y=m$ vuông góc với trục Oy.

Xét đồ thị hàm số $f(t) = -t^2 + t + 1$ là đường parabol có đỉnh là điểm $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{4}\right)$, vì $a = -1 < 0$ nên bề lõm quay xuống dưới. Ta có bảng biến thiên sau:

t	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$f(t)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\nearrow$	$\frac{5}{4}$	$\searrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: Phương trình (**) có nghiệm $\Leftrightarrow m \in \left[1;\dfrac{5}{4}\right]$.

Vậy $a = 1; b = \dfrac{5}{4} \Rightarrow S = a + b = 1 + \dfrac{5}{4} = \dfrac{9}{4}$.

Câu 43: Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^3 + 1 = 2\sqrt[3]{2x-1}$ trên tập số thực bằng

Lời giải

Đặt $t = \sqrt[3]{2x-1} \Leftrightarrow t^3 = 2x - 1 \Leftrightarrow t^3 + 1 = 2x \;(1)$

Với $t = \sqrt[3]{2x-1}$ phương trình đã cho trở thành: $x^3 + 1 = 2t \;(2)$

Lấy (1) trừ (2) vế theo vế ta được:

$$t^3 - x^3 = 2(x - t) \Leftrightarrow (t - x)\left(t^2 + tx + x^2 + 2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = x \\ t^2 + tx + x^2 + 2 = 0 \;(Vn) \end{array}\right.$$

Thay $t = x$ vào (1) ta được:

$$x^3 + 1 = 2x \Leftrightarrow x^3 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)\left(x^2 + x - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_{1,2} = \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \\ x_3 = 1 \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{1, \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}\right\}$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$.

Câu 44: Giải phương trình $x + \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} = 6$ ta được nghiệm dạng $x_0 = \dfrac{a - \sqrt{b}}{c}$, với a, b, c là các số nguyên tố. Tính $P = a + b + c$.

Lời giải

Điều kiện $x \geq 1$. Đặt $\begin{cases} u = \sqrt{x-1} \\ v = \sqrt{5 + \sqrt{x-1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^2 + 1 = x \\ v^2 - u = 5 \end{cases}$.

Ta có hệ $\begin{cases} u^2+v=5 & (*) \\ v^2-u=5 \end{cases} \Rightarrow u^2-v^2+v+u=0 \Leftrightarrow (u-v+1)(u+v)=0$.

ả ếu $u+v=0 \Leftrightarrow u=v=0$. Do đó $u+1=v$.

Từ $(*)$ suy ra $u^2+u-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=\dfrac{-1-\sqrt{17}}{2} \\ u=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2} \end{array}\right.$.

Do $u \ge 0$ nên $u=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2} \Rightarrow x=u^2+1=\dfrac{11-\sqrt{17}}{2}$.

Vậy $P=a+b+c=11+17+2=30$.

Câu 45: Giải phương trình $x+\sqrt{11+\sqrt{x-1}}=12$ ta được nghiệm dạng $x_0=\dfrac{a-\sqrt{b}}{c}$, với a,b,c là các số nguyên tố. Tính $P=a+b+c$.

Lời giải

Điều kiện $x \ge 1$. Đặt $\begin{cases} u=\sqrt{x-1} \\ v=\sqrt{11+\sqrt{x-1}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u^2+1=x \\ v^2-u=11 \end{cases}$.

Ta có hệ $\begin{cases} u^2+v=11 & (*) \\ v^2-u=11 \end{cases} \Rightarrow u^2-v^2+v+u=0 \Leftrightarrow (u-v+1)(u+v)=0$.

ả ếu $u+v=0 \Leftrightarrow u=v=0$ (vô lý). Do đó $u+1=v$.

Từ $(*)$ suy ra $u^2+u-10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=\dfrac{-1-\sqrt{41}}{2} \\ u=\dfrac{-1+\sqrt{41}}{2} \end{array}\right.$.

Do $u \ge 0$ nên $u=\dfrac{-1+\sqrt{41}}{2} \Rightarrow x=u^2+1=\dfrac{23-\sqrt{41}}{2}$ (nhận).

Vậy $P=a+b+c=23+41+2=66$.

Câu 46: Cho phương trình $\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}+3\sqrt{(x-1)(5-x)}=m$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình trên có nghiệm?

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{x-1}+\sqrt{5-x}$. Ta có $t^2=4+2.\sqrt{x-1}.\sqrt{5-x} \ge 4 \Rightarrow t \ge 2$.
Mặt khác $t^2=4+2.\sqrt{x-1}.\sqrt{5-x} \le 2+(x-1)+(5-x)=6 \Rightarrow t \le \sqrt{6}$.
Phương trình đã cho trở thành:

$t+3.\dfrac{t^2-4}{2}=m \Leftrightarrow 3t^2+2t-12=2m$.

Xét hàm số $f(t)=3t^2+2t-12$ với $t\in\left[2;\sqrt{6}\right]$.

Hàm số f đồng biến trên $\left[2;\sqrt{6}\right]$ nên $f(2)\le f(t)\le f\left(\sqrt{6}\right)\Rightarrow 4\le f(t)\le 6+2\sqrt{6}$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi $4\le m\le 6+2\sqrt{6}$

Do m nguyên nên $m\in\{4;5;...;10\}$.

Câu 47: Giải phương trình $\sqrt{3x^2+5x+8}-\sqrt{3x^2+5x+1}=1$

Lời giải

Ta có

$\sqrt{3x^2+5x+8}-\sqrt{3x^2+5x+1}=1$ (1)

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{3x^2+5x+8}-\sqrt{3x^2+5x+1}\right)\left(\sqrt{3x^2+5x+8}+\sqrt{3x^2+5x+1}\right)=\sqrt{3x^2+5x+8}+\sqrt{3x^2+5x+1}$

$\Leftrightarrow\sqrt{3x^2+5x+8}+\sqrt{3x^2+5x+1}=7$ (2)

Từ (1) và (2) ta được hệ sau:

$$\begin{cases}\sqrt{3x^2+5x+8}-\sqrt{3x^2+5x+1}=1\\ \sqrt{3x^2+5x+8}+\sqrt{3x^2+5x+1}=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{3x^2+5x+8}=4\\ \sqrt{3x^2+5x+1}=3\end{cases}\Leftrightarrow 3x^2+5x-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=\dfrac{-8}{3}\end{array}\right..$$

Thử lại, cả hai nghiệm đều thỏa mãn đề bài. Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 48: Giải phương trình: $4x^2+12x\sqrt{x+1}=27(x+1)$ trên $\mathbb{R}$: ta được nghiệm $x=a$; $x=\dfrac{b-c\sqrt{d}}{e}$ trong đó a; b; c; d; e là các số tự nhiên và $\dfrac{b}{e}$ tối giản. Khi đó tính giá trị của biểu thức $F=a+b-c+d-e$

Lời giải

Ta có: $4x^2+12x\sqrt{x+1}=27(x+1)$ Điều kiện: $x\ge -1$.

$\Leftrightarrow 4\left(x^2-9\right)+12x\left(\sqrt{x+1}-2\right)=3x-9$.

$\Leftrightarrow (x-3)\left[4(x+3)+\dfrac{12x}{\sqrt{x+1}+2}-3\right]=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3(n)\\ 4(x+3)+\dfrac{12x}{\sqrt{x+1}+2}-3=0\end{array}\right..$$

Ta giải phương trình $4(x+3)+\dfrac{12x}{\sqrt{x+1}+2}-3=0$.

$\Leftrightarrow 20x+18+(4x+9)\sqrt{x+1}=0 \Leftrightarrow (4x+9)\sqrt{x+1}=-(20x+18)$.

Điều kiện: $(4x+9)(20x+18)\le 0$. Khi đó bình phương 2 vế của phương trình ta được:

$16x^3-312x^2-567x-243=0 \Leftrightarrow (4x+3)(4x^2-81x-81)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{3}{4}(l) \\ x=\dfrac{81+9\sqrt{97}}{8}(l) \\ x=\dfrac{81-9\sqrt{97}}{8}(\text{n}) \end{array}\right.$. Vậy $a=3; b=81; c=9; d=97; e=8$. Khi đó: $F=164$.