

CHỦ ĐỀ 17: PHƯƠNG TRÌNH PHỨC

1. Căn bậc hai của số phức

- Cho số phức w . Số phức z thỏa mãn $z^2 = w$ được gọi là một căn bậc hai của w .
- Số 0 có đúng một căn bậc hai là 0
- Mỗi số phức khác 0 có căn bậc hai là hai số đối nhau (khác 0).
- Số thực $a > 0$ có hai căn bậc hai là \sqrt{a} và $-\sqrt{a}$.
- Số thực $a < 0$ có hai căn bậc hai là $i\sqrt{-a}$ và $-i\sqrt{-a}$.

2. Phương trình phức

Xét phương trình bậc hai $az^2 + bz + c$, với $z \in \mathbb{C}; a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$.

- Xét biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$.
- Nếu $\Delta \neq 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt $z_1 = \frac{-b + \delta}{2a}$ và $z_2 = \frac{-b - \delta}{2a}$, trong đó δ là một căn bậc hai của Δ .
- Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép $z_1 = z_2 = -\frac{b}{2a}$.

Đặc biệt:

- Khi Δ là số thực dương thì phương trình có hai nghiệm $z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ và $z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$.
- Khi Δ là số thực âm thì phương trình có hai nghiệm $z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ và $z_2 = \frac{-b - i\sqrt{-\Delta}}{2a}$.

Nhận xét:

Trên tập hợp số phức, mọi phương trình bậc 2 đều có 2 nghiệm (không nhất thiết phân biệt)

Định lý Viète: Phương trình bậc hai $az^2 + bz + c$, với $z \in \mathbb{C}; a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$ có 2 nghiệm phức

$$z_1 \text{ và } z_2 \text{ thì: } \begin{cases} z_1 + z_2 = -\frac{b}{a} \\ z_1 z_2 = \frac{c}{a} \end{cases}.$$

3. Tìm căn bậc 2 của số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

Thao tác: Chuyển máy tính qua chế độ **Radian** ($SHIFT - MODE - 4$) và chế độ số phức **CMPLX** ($SHIFT - MODE - 2$)

Khi đó một căn bậc 2 của z là: $\sqrt{|a+bi|} \angle \frac{\arg(a+bi)}{2}$, căn bậc 2 còn lại chính là số đối của số vừa tính được.

Trong đó $|$ = $SHIFT - hyp$; \angle = $SHIFT - (-)$; \arg = $SHIFT - 2 - 1$.

Ví dụ 1: Biết z_1 và z_2 là 2 nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 4 = 0$. Tính $T = |z_1| + |z_2|$

- A. $T = 2\sqrt{3}$. B. $T = 2 + \sqrt{3}$. C. $T = 4$. D. $T = 4 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải:

Ta có: $\Delta' = 1^2 - 4 = -3 = 3i^2 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + i\sqrt{3} \\ z_2 = 1 - i\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = 2 \Rightarrow T = 4$. **Chọn C.**

Ví dụ 2: Biết z_1 và z_2 là 2 nghiệm của phương trình $(z - i)^2 + 4 = 0$. Tính $T = |z_1| + |z_2|$

- A. $T = 3$. B. $T = 2$. C. $T = 4$. D. $T = 10$.

Lời giải:

Ta có: $(z - i)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow (z - i)^2 = -4 = 4i^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z - i = 2i \\ z - i = -2i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 3i \\ z = -i \end{cases}$

Do đó $T = |z_1| + |z_2| = 4$. **Chọn A.**

Ví dụ 3: Gọi $z_1; z_2$ là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - (3 - i)z + 4 - 3i = 0$.

Tìm giá trị của biểu thức $T = |z_1^2| + |z_2^2|$

- A. $T = 2$. B. $T = 5$. C. $T = 2\sqrt{5}$. D. $T = 10$.

Lời giải:

Ta có: $\Delta = (3 - i)^2 - 16 + 12i = -8 + 6i = (1 + 3i)^2$

Khi đó phương trình đã cho có 2 nghiệm là $\begin{cases} z_1 = \frac{3 - i + 1 + 3i}{2} = 2 + i \\ z_2 = \frac{3 - i - 1 - 3i}{2} = 1 - 2i \end{cases}$

Do đó: $z_1^2 = 3 + 4i; z_2^2 = -3 - 4i \Rightarrow T = |3 + 4i| + |-3 - 4i| = 10$. **Chọn D.**

Ví dụ 4: Gọi $z_1; z_2$ là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 + 3(1 + i)z + 5i = 0$. Tìm giá trị biểu thức

$T = |z_1| + |z_2|$.

- A. $T = 2$. B. $T = 5$. C. $T = 2\sqrt{5}$. D. $T = 10$.

Lời giải:

Ta có: $\Delta = 9(1 + i)^2 - 20i = -2i = (1 - i)^2$

Khi đó phương trình đã cho có 2 nghiệm là
$$\begin{cases} z_1 = \frac{3+3i+1-i}{2} = 2+i \\ z_2 = \frac{3+3i-1+i}{2} = 1+2i \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{5}$$

Do đó $T = 2\sqrt{5}$. **Chọn C.**

Ví dụ 5: Giải phương trình phức $z^2 + (1-2i)z - 1 - i = 0$.

- A. $\begin{cases} z = -i \\ z = -1+3i \end{cases}$. B. $\begin{cases} z = -1 \\ z = 1-i \end{cases}$. C. $\begin{cases} z = i \\ z = 1-3i \end{cases}$. D. $\begin{cases} z = i \\ z = -1+i \end{cases}$.

Lời giải:

Ta có $\Delta = (i-2i)^2 + 4(1+i) = 1 \Rightarrow z_1 = \frac{-1+2i+1}{2} = i$ và $z_2 = \frac{-1+2i-1}{2} = -1+i$. **Chọn D**

Ví dụ 6: Cho phương trình phức $z^2 + bz + c = 0 (b, c \in \mathbb{R})$ có một nghiệm là $1+2i$. Tính giá trị của biểu thức $S = b + c$.

- A. $S = 7$. B. $S = -1$. C. $S = 3$. D. $S = -3$.

Lời giải:

Ta có $(1+2i)^2 + b(1+2i) + c = 0 \Leftrightarrow -3+4i+b+2bi+c=0$

$$\Leftrightarrow b+c-3+(2b+4)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2b+4=0 \\ b+c-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2 \\ c=5 \end{cases} \Rightarrow S=3 \text{ . } \mathbf{Chọn C.}$$

Ví dụ 7: [Đề minh họa Bộ GD & ĐT 2017] Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $T = 4$. B. $T = 2\sqrt{3}$. C. $T = 4+2\sqrt{3}$. D. $T = 2+2\sqrt{3}$.

Lời giải:

$$\text{Ta có } z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -3 = 3i^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 2 \\ z = \pm i\sqrt{3} \end{cases}$$

Do đó $T = |2| + |-2| + |i\sqrt{3}| + |-i\sqrt{3}| = 2+2+\sqrt{3}+\sqrt{3} = 4+2\sqrt{3}$. **Chọn C.**

Ví dụ 8: Tổng các nghiệm của phương trình $\left(\frac{z-i}{z+i}\right)^3 + \left(\frac{z-i}{z+i}\right)^2 + \left(\frac{z-i}{z+i}\right) + 1 = 0$ là:

- A. $T = 0$. B. $T = 1-2i$. C. $T = 1+2i$. D. $T = -1$.

Lời giải:

Đặt $t = \left(\frac{z-i}{z+i}\right); (z \neq -i)$ ta có: $t^3 + t^2 + t + 1 = 0 \Leftrightarrow (t+1)(t^2 + 1) = 0$

Với $t = -1 \Rightarrow \frac{z-i}{z+i} = -1 \Leftrightarrow z = 0$

Với $t = i \Rightarrow \frac{z-i}{z+i} = i \Leftrightarrow z = -1$

Với $t = -i \Rightarrow \frac{z-i}{z+i} = -i \Leftrightarrow z = 1$

Vậy phương trình có 3 nghiệm $z = 0; z = \pm 1 \Rightarrow T = 0$. **Chọn A.**

Ví dụ 9: Gọi $z_1; z_2$ là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 - (1+i)z + 6 + 3i = 0$. Tính môđun của số phức

$$w = z_1^2 + z_2^2$$

- A. $|w| = 2\sqrt{10}$. B. $|w| = 3\sqrt{10}$. C. $|w| = 4\sqrt{10}$. D. $|w| = 5\sqrt{10}$.

Lời giải:

Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} z_1 + z_2 = 1+i \\ z_1 z_2 = 6+3i \end{cases} \Rightarrow w = z_1^2 + z_2^2 = (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = (1+i)^2 - 2(6+3i)$

$$= 2i - 12 - 6i = -12 - 4i \Rightarrow |w| = 4\sqrt{10} \text{ . Chọn C.}$$

Ví dụ 10: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = |z_1 - 2z_2| + |z_2 - 2z_1|$$

- A. $2\sqrt{10}$. B. $\sqrt{19}$. C. $2\sqrt{19}$. D. $6\sqrt{3}$.

Lời giải:

$$\text{PT} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 + \sqrt{2}i \\ z = 1 - \sqrt{2}i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 1 + \sqrt{2}i \\ z_2 = 1 - \sqrt{2}i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1 - 2z_2 = -1 + 3\sqrt{2}i \\ z_2 - 2z_1 = -1 - 3\sqrt{2}i \end{cases}$$

$$\Rightarrow |z_1 - 2z_2| = |z_2 - 2z_1| = \sqrt{19} \Rightarrow P = 2\sqrt{19} \text{ . Chọn C.}$$

Ví dụ 11: Cho số phức w , biết rằng $z_1 = w - 2i$ và $z_2 = 2w - 4$ là hai nghiệm của phương trình

$$z^2 + az + b = 0 \text{ với } a, b \text{ là các số thực. Tính } T = |z_1| + |z_2| \text{ .}$$

- A. $T = \frac{8\sqrt{10}}{3}$. B. $T = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $T = 5$. D. $T = \frac{2\sqrt{37}}{3}$.

Lời giải:

Đặt $w = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$.

Theo Viet ta có: $z_1 + z_2 = -a = 3w - 2i - 4 = (3x - 4) + (3y - 2)i$ là số thực nên $y = \frac{2}{3}$. Lại có :

$z_1 z_2 = b = \left(x + \frac{2}{3}i - 2i\right) \left(2x + \frac{4}{3}i - 4\right)$ là số thực.

Suy ra $\left(x - \frac{4}{3}i\right) \left(2x - 4 + \frac{4}{3}i\right) = x(2x - 4) - \frac{4}{3}i(x - 4) + \frac{16}{9}$ là số thực suy ra $x = 4$

Do đó $z_1 = 4 + \frac{2}{3}i - 2i = 4 - \frac{4}{3}i; z_2 = 4 + \frac{4}{3}i \Rightarrow T = \frac{8\sqrt{10}}{3}$. **Chọn A.**

Ví dụ 12: Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết $z_1 = w + 2i$ và $z_2 = 2w - 3$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính $T = |z_1| + |z_2|$.

- A. $T = 2\sqrt{13}$. B. $T = \frac{2\sqrt{97}}{3}$. C. $T = \frac{2\sqrt{85}}{3}$. D. $T = 4\sqrt{13}$.

Lời giải:

Đặt $w = m + ni (m, n \in \mathbb{R})$.

Theo Viet ta có: $z_1 + z_2 = 3w + 2i - 3 = 3m - 3 + (3n + 2)i = -a$ là số thực do đó $n = \frac{-2}{3}$

Lại có $z_1 z_2 = \left(m + \frac{4i}{3}\right) \left(2m - 3 - \frac{4}{3}i\right) = b$ là số thực do đó $\frac{4}{3}(2m - 3) - \frac{4}{3}m = 0 \Rightarrow m = 3$

Do đó $z_1 = 3 + \frac{4i}{3}; z_2 = 3 - \frac{4i}{3} \Rightarrow T = \frac{2\sqrt{97}}{3}$. **Chọn B.**

Ví dụ 13: Gọi $z_1; z_2; z_3$ là 3 nghiệm của phương trình $z^3 + (1 - 2i)z^2 + (1 - i)z = 2i$. Biết rằng phương trình có 1 nghiệm thuần ảo tìm môđun của số phức $w = z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$.

- A. $|w| = 5$. B. $|w| = \sqrt{34}$. C. $|w| = \sqrt{29}$. D. $|w| = 3\sqrt{3}$.

Lời giải:

Giả sử phương trình có 1 nghiệm thuần ảo là: $z = bi (b \in \mathbb{R})$ thay vào phương trình:

$$(bi)^3 + (1 - 2i)(bi)^2 + (1 - i)bi = 2i \Leftrightarrow -b^3i - (1 - 2i)b^2 + bi + b = 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -b^2 + b = 0 \\ -b^3 + 2b^2 + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow b = 1 \Leftrightarrow z = i$$

$$\text{Vậy phương trình} \Leftrightarrow (z - i)(z^2 + (1 - i)z + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_3 = i \\ z^2 + (1 - i)z + 2 = 0(1) \end{cases}$$

Giả sử PT (1) có 2 nghiệm là z_1 và z_2

Ta có: $w = i^2 + (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = -1 + (i - 1)^2 - 4 = -2i - 5 \Rightarrow |w| = \sqrt{29}$. **Chọn C.**

Ví dụ 14: Gọi $z_1; z_2; z_3; z_4$ là các nghiệm của phương trình: $(z^2 + 3z + 2)(z^2 + 7z + 12) = 3$

Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $T = 10$.

B. $T = 5 + 2\sqrt{7}$.

C. $T = 5 + \sqrt{7}$.

D. $T = \sqrt{38} + 2\sqrt{7}$.

Lời giải:

Ta có: $PT \Leftrightarrow (z+1)(z+2)(z+3)(z+4) = 3 \Leftrightarrow (z^2 + 5z + 4)(z^2 + 5z + 6) = 3$

Đặt $w = z^2 + 5z + 4$ ta có $w(w+2) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} w=1 \\ w=-3 \end{cases}$

Với $w=1 \Leftrightarrow z^2 + 5z + 3 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2} \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 5$

Với $w=-3 \Leftrightarrow z^2 + 5z + 7 = 0 \Leftrightarrow \left(z + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{3i^2}{4} \Leftrightarrow z = \frac{-5 \pm i\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |z_3| + |z_4| = 2\sqrt{7}$. **Chọn B.**

Ví dụ 15: Biết phương trình $z^3 + (2-2i)z^2 + (5-4i)z - 10i = 0$ có 3 nghiệm $z_1; z_2; z_3$ trong đó z_1 là số thuần ảo. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3|$.

A. $T = 1 + 2\sqrt{5}$.

B. $T = 2\sqrt{2}$.

C. $T = 12$.

D. $T = 2 + 2\sqrt{5}$.

Lời giải:

Giả sử $z_1 = bi \Rightarrow -b^3i - (2-2i)b^2 + (5-4i)bi - 10i = 0$

$\Leftrightarrow -b^3i - 2b^2 + 2b^2i + 5bi + 4b - 10i = 0 \Leftrightarrow i(-b^3 + 2b^2 + 5b - 10) - 2b^2 + 4b = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -b^3 + 2b^2 + 5b - 10 = 0 \\ -2b^2 + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow b = 2$.

Khi đó $PT \Leftrightarrow (z-2i)[z^2 + 2z + 5] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2i \\ (z+1)^2 = 4i^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2i \\ z = -1 \pm 2i \end{cases}$

Suy ra $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| = 2 + 2\sqrt{5}$. **Chọn D.**

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: (Đề tham khảo – Bộ GD & ĐT 2018) Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 4z + 3 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 3 D. $\sqrt{3}$

Câu 2: (Đề thi THPT Quốc gia năm 2017 – Mã đề 101) Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1 + \sqrt{2}i$ và $1 - \sqrt{2}i$ là nghiệm?

- A. $z^2 + 2z + 3 = 0$ B. $z^2 - 2z - 3 = 0$ C. $z^2 - 2z + 3 = 0$ D. $z^2 + 2z - 3 = 0$

Câu 3: (Đề thi THPT Quốc gia năm 2017 – Mã đề 102) Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 1 = 0$. Tính $P = |z_1| + |z_2|$.

- A. $P = \frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $P = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $P = \frac{2}{3}$ D. $P = \frac{\sqrt{14}}{3}$

Câu 4: (Đề thi THPT Quốc gia năm 2017 – Mã đề 103) Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 6 = 0$. Tính $P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$.

- A. $P = \frac{1}{6}$ B. $P = \frac{1}{12}$ C. $P = -\frac{1}{6}$ D. $P = 6$

Câu 5: (Đề thi THPT Quốc gia năm 2017 – Mã đề 103) Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 4 = 0$. Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Tính $T = OM + ON$ với O là gốc tọa độ.

- A. $T = \sqrt{2}$ B. $T = 2$ C. $T = 8$ D. $T = 4$

Câu 6: (Đề minh họa lần 1 – Bộ GD & ĐT năm 2017) Kí hiệu z_1, z_2, z_3 và z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 - z^2 - 12 = 0$. Tính $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $T = 4$ B. $T = 2\sqrt{3}$ C. $T = 4 + 2\sqrt{3}$ D. $T = 2 + 2\sqrt{3}$

Câu 7: (Đề minh họa lần 2 – Bộ GD & ĐT năm 2017) Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $4z^2 - 16z + 17 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$?

- A. $M_1\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ B. $M_2\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ C. $M_3\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$ D. $M_4\left(\frac{1}{4}; 1\right)$

Câu 8: (Đề minh họa lần 3 – Bộ GD & ĐT năm 2017) Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tính $P = z_1^2 + z_2^2 + z_1z_2$.

- A. $P = 1$ B. $P = 2$ C. $P = -1$ D. $P = 0$

Câu 9: (Sở GD & ĐT Tp. Hồ Chí Minh cụm 2 năm 2017) Gọi z_1, z_2 nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Tìm $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$.

- A. $w = 2^{50}i$ B. $w = -2^{51}$ C. $w = 2^{51}$ D. $w = -2^{50}i$

Câu 10: (Sở GD & ĐT Tp. Hồ Chí Minh cụm 6 năm 2017) Tìm các căn bậc hai của -12 trong tập số phức \mathbb{C} .

- A. $\pm 4\sqrt{3}i$ B. $\pm 2\sqrt{3}i$ C. $\pm 2\sqrt{2}i$ D. $\pm 3\sqrt{2}i$

Câu 11: (Sở GD & ĐT Tp. Hồ Chí Minh cụm 6 năm 2017) Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{Z}$) thỏa mãn $z^3 = 18 + 26i$. Tính $T = (z - 2)^2 + (4 - z)^2$.

- A. 2 B. 4 C. 0 D. 1

Câu 12: Tìm số nguyên x, y sao cho số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $z^3 = 18 + 26i$.

- A. $\begin{cases} x = 3 \\ y = \pm 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -3 \\ y = \pm 1 \end{cases}$

Câu 13: (Sở GD & ĐT Tp. Hồ Chí Minh cụm 7 năm 2017) Tìm tập nghiệm của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$.

- A. $\{\pm 2; \pm 4i\}$ B. $\{\pm\sqrt{2}; \pm 2i\}$ C. $\{\pm\sqrt{2}i; \pm 2\}$ D. $\{\pm 2; \pm 4i\}$

Câu 14: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Tính $I = z_1^{100} + z_2^{100}$.

- A. $M = -2^{51}$ B. $M = 2^{51}$ C. $M = 2^{51}i$ D. $M = 2^{50}$

Câu 15: Trên trường số phức \mathbb{C} , cho phương trình $az^2 + bz + c = 0$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$). Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau?

- A. Phương trình luôn có nghiệm. B. Tổng hai nghiệm bằng $-\frac{b}{a}$
 C. Tích hai nghiệm bằng $\frac{c}{a}$ D. $b^2 - 4az < 0$ phương trình vô nghiệm

Câu 16: Gọi M_1, M_2 là hai điểm lần lượt biểu diễn cho các số phức z_1, z_2 là nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Tính số đo góc $\widehat{M_1OM_2}$.

- A. $\widehat{M_1OM_2} = 120^\circ$ B. $\widehat{M_1OM_2} = 90^\circ$ C. $\widehat{M_1OM_2} = 60^\circ$ D. $\widehat{M_1OM_2} = 150^\circ$

Câu 17: Gọi A và B là hai điểm trong mặt phẳng biểu diễn hai nghiệm phân biệt của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Tính $\tan \widehat{AOB}$.

- A. $\tan \widehat{AOB} = \frac{1}{2}$ B. $\tan \widehat{AOB} = 1$ C. $\tan \widehat{AOB} = \frac{4}{3}$ D. $\tan \widehat{AOB} = \sqrt{3}$

Câu 18: Gọi A, B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

- A. $AB = 6$ B. $AB = 2$ C. $AB = 12$ D. $AB = 4$

Câu 19: Gọi z_1 và z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 9 = 0$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn của z_1 và z_2 trên mặt phẳng phức. Khi đó độ dài của MN là:

- A. $MN = 4$ B. $MN = 5$ C. $MN = -2\sqrt{5}$ D. $MN = 2\sqrt{5}$

Câu 20: Biết phương trình $z^2 + 2z + 26 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Xét các khẳng định:

- (1): $z_1 z_2 = 26$ (2): z_1 là số phức liên hợp của z_2
(3): $z_1 + z_2 = -2$ (4): $|z_1| > |z_2|$

Hỏi có bao nhiêu khẳng định đúng?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 21: Tìm nghiệm của phương trình $z^2 = -5 + 12i$

- A. $z = 2 + 3i$ hoặc $z = -2 - 3i$ B. $z = 2 + 3i$
C. $z = 2 - 3i$ hoặc $z = -2 - 3i$ D. $z = 2 - 3i$

Câu 22: Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Tính $A = |z_1| + |z_2|$.

- A. $A = 2\sqrt{3}$ B. $A = 4$ C. $A = 4\sqrt{3}$ D. $A = 5$

Câu 23: cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Tính $A = |z_1| + |z_2|$.

- A. $A = 0$ B. $A = 1$ C. $A = 2$ D. $A = 4$

Câu 24: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tính $A = |z_1| + |z_2|$.

- A. $A = 2\sqrt{5}$ B. $A = 10$ C. $A = 3$ D. $A = 6$

Câu 25: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính giá trị của biểu thức

$$A = |z_1|^2 + |z_2|^2.$$

- A. $A = 15$ B. $A = 20$ C. $A = 19$ D. $A = 17$

Câu 26: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $P = 50$ B. $P = 2\sqrt{5}$ C. $P = 10$ D. $P = 6$

Câu 27: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $P = 2$ B. $P = \sqrt{3}$ C. $P = 6$ D. $P = 2\sqrt{3}$

Câu 28: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - z + 2 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $P = \frac{11}{9}$ B. $P = \frac{8}{3}$ C. $P = \frac{2}{3}$ D. $P = \frac{4}{3}$

Câu 29: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 3 = 0$. Tính $P = \frac{1}{|z_1|^2} + \frac{1}{|z_2|^2}$.

- A. $P = \frac{2}{3}$ B. $P = \frac{1}{3}$ C. $P = \frac{4}{9}$ D. $P = \frac{2}{9}$

Câu 30: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 4z + 5 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $M = 2\sqrt{34}$ B. $M = 4\sqrt{5}$ C. $M = 12$ D. $M = 10$

Câu 31: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Tính $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $P = 26$. B. $P = 2\sqrt{13}$. C. $P = 13$. D. $P = \sqrt{26}$.

Câu 32: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính $P = |z_1|^3 + |z_2|^3$.

- A. $A = 20\sqrt{10}$. B. $A = 2\sqrt{10}$. C. $A = 20$. D. $A = 10\sqrt{10}$.

Câu 33: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z + \frac{1}{z} = -1$. Tính $P = z_1^3 + z_2^3$.

- A. $P = 0$. B. $P = 1$. C. $P = 2$. D. $P = 3$.

Câu 34: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $P = z_1^4 + z_2^4$.

- A. $P = -14$. B. $P = 14$. C. $P = -14i$. D. $P = 14i$.

Câu 35: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $\sqrt{3}z^2 - z + 6 = 0$. Tính $A = z_1^3 + z_2^3$.

- A. $A = -5,8075$. B. $A = \frac{54 - \sqrt{3}}{9}$. C. $A = \frac{\sqrt{3} + 54}{-9}$ D. $A = \frac{\sqrt{3} - 54}{9}$.

Câu 36: Gọi z_1, z_2 hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2\sqrt{2}z + 8 = 0$. Tính $T = |z_1^4| + |z_2^4|$.

- A. $T = 16$. B. $T = 128$. C. $T = 32$. D. $T = 64$.

Câu 37: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Tính $T = |z_1^4| + |z_2^4|$.

- A. $T = 75$. B. $T = -51$. C. $T = 50$. D. $T = 25$.

Câu 38: Gọi x_0 là nghiệm phức có phần ảo là số dương của phương trình $x^2 + x + 2 = 0$. Tìm số phức $z = x_0^2 + 2x_0 + 3$.

- A. $z = 1 + \sqrt{7}i$. B. $z = -2\sqrt{7}i$. C. $z = \frac{1 + \sqrt{7}i}{2}$. D. $z = \frac{\sqrt{7}i - 3}{2}$.

Câu 39: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 4z + 20 = 0$ Tính giá trị của biểu thức

$$A = |z_1|^2 + (z_1^2 + z_2^2).$$

- A. $A = 0$. B. $A = 2$. C. $A = -28$. D. $A = -16$.

Câu 40: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 6z + 13 = 0$. Tìm số phức

$$\omega = z_0 + \frac{6}{z_0 + i}.$$

- A. $\omega = -\frac{24}{5} + \frac{7}{5}i$. B. $\omega = -\frac{24}{5} - \frac{7}{5}i$. C. $\omega = \frac{24}{5} - \frac{7}{5}i$. D. $\omega = \frac{24}{5} + \frac{7}{5}i$.

Câu 41: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Tìm iz_0 .

- A. $iz_0 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$. B. $iz_0 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. C. $iz_0 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. D. $iz_0 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

Câu 42: Ký hiệu z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 10z + 29 = 0$ với z_1 có phần ảo âm. Tìm số phức liên hợp của số phức $\omega = z_1^2 - z_2^2 + 1$.

- A. $\bar{\omega} = 1 + 40i$. B. $\bar{\omega} = 40 - i$. C. $\bar{\omega} = 1 - 10i$. D. $\bar{\omega} = 1 - 40i$.

Câu 43: Ký hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực và phần ảo đều âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Hỏi điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $\omega = \bar{z_0} \cdot i^3$.

- A. $M_2(2; -1)$. B. $M_1(-1; 2)$. C. $M_4(-2; -1)$. D. $M_3(2; 1)$.

Câu 44: Gọi z_1, z_2 nghiệm phức của phương trình $2z^2 - 3z + 7 = 0$. Tính $P = z_1 + z_2 - z_1 \cdot z_2$.

- A. $P = -2$. B. $P = 2$. C. $P = 5$. D. $P = -5$.

Câu 45: Gọi z_1, z_2 nghiệm phức phương trình $2z^2 - 3z + 2 = 0$. Tính $P = \sqrt{z_1^2 + z_1 \cdot z_2 + z_2^2}$.

- A. $P = \frac{\sqrt{5}}{2}$. B. $P = \frac{5}{\sqrt{2}}$. C. $P = \frac{3\sqrt{3}}{4}$. D. $P = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 46: Biết phương trình $z^2 + az + b = 0 (a, b \in \mathbb{R})$ có một nghiệm là $z = -2 + i$. Tính $a - b$.

- A. $a - b = 9$. B. $a - b = 1$. C. $a - b = 4$. D. $a - b = -1$.

Câu 47: Tìm các số thực b, c để phương trình $z^2 + bz + c = 0$ nhận số phức $z = 1 + i$ làm một nghiệm.

- A. $\begin{cases} b = 2 \\ c = -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} b = -2 \\ c = -2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} b = 2 \\ c = 2 \end{cases}$.

Câu 48: Phương trình $z^2 + bz + c = 0, (a, b \in \mathbb{R})$ có một nghiệm phức là $z_1 = 1 + 2i$. Tính $b + c$.

- A. $b + c = 0$. B. $b + c = 3$. C. $b + c = 2$. D. $b + c = 7$.

Câu 49: Biết rằng phương trình $z^2 + az + b = 0 (a, b \in \mathbb{R})$ có một nghiệm là $z = 1 - i$. Tính môđun của số phức $\omega = a + bi$.

- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. $2\sqrt{2}$. D. 3.

Câu 50: Tìm $b, c \in \mathbb{R}$ sao cho $8 + 16i$ là nghiệm của phương trình $z^2 + 8bz + 64c = 0$.

A. $\begin{cases} b=2 \\ c=-5 \end{cases}$ B. $\begin{cases} b=2 \\ c=5 \end{cases}$ C. $\begin{cases} b=-2 \\ c=-5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} b=-2 \\ c=5 \end{cases}$.

Câu 51: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 8 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Tìm số phức $\omega = (2z_1 + z_2)\overline{z_1}$.

A. $\omega = 12 + 6i$. B. $\omega = 10 + 2i\sqrt{7}$. C. $\omega = 10$. D. $\omega = 12 - 6i$.

Câu 52: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 2 = 0$. Tìm số phức liên hợp của $\omega = (1 + 2i)z_1$.

A. $\overline{\omega} = -3 - i$. B. $\overline{\omega} = 1 - 3i$. C. $\overline{\omega} = 1 + 3i$. D. $\overline{\omega} = -3 + i$.

Câu 53: Gọi z_1, z_2 là nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo âm. Tìm số phức $\overline{z_1 + 2z_2}$.

A. $-3 + 2i$. B. $-3 - 2i$. C. $3 - 2i$. D. $3 + 2i$.

Câu 54: Gọi z_1, z_2 là nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Tính môđun của số phức: $z = z_1^2 + z_2^2 + 4 - 3i$.

A. $|z| = 6$. B. $|z| = 3\sqrt{2}$. C. $|z| = 2\sqrt{3}$. D. $|z| = 18$.

Câu 55: Cho hai số phức z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Tính môđun của số phức $\omega = (z_1 + z_2)i + z_1z_2$.

A. $|\omega| = 3$. B. $|\omega| = \sqrt{185}$. C. $|\omega| = \sqrt{153}$. D. $|\omega| = \sqrt{133}$.

Câu 56: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 6 = 0$. Trong đó z_1 có phần ảo âm. Tính giá trị của biểu thức $M = |z_1| + |3z_1 - z_2|$.

A. $\sqrt{6} - 2\sqrt{21}$. B. $\sqrt{6} + 2\sqrt{21}$. C. $\sqrt{6} + 4\sqrt{21}$. D. $\sqrt{6} - 4\sqrt{21}$.

Câu 57: Gọi ω là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 7z + 13 = 0$. Tìm $\overline{\omega}$.

A. $\overline{\omega} = -\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. B. $\overline{\omega} = \frac{7}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$. C. $\overline{\omega} = \frac{7}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. D. $\overline{\omega} = -\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$.

Câu 58: Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực và phần ảo đều âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm M nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $\omega = i^3 \overline{z_0}$.

A. $M(2; -1)$. B. $M(-2; -1)$. C. $M(2; 1)$. D. $M(-1; 2)$.

Câu 59: Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + z + 1 = 0$. Tìm trên mặt phẳng tọa độ điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $\omega = \frac{i}{z_0}$.

A. $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Câu 60: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $2z^2 - 6z + 5 = 0$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức iz_0 .

A. $M_4\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $M_1\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. C. $M_3\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $M_2\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 61: Kí hiệu z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $6z^2 - 12z + 7 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm điểm biểu diễn của số phức $w = iz_1 - \frac{\sqrt{6}}{6}$.

A. $M(0; -1)$. B. $N(1; 1)$. C. $P(0; 1)$. D. $Q(1; 0)$.

Câu 62: Tìm tất cả các giá trị thực của a sao cho phương trình $z^2 - az + 2a - a^2 = 0$ có hai nghiệm phức có môđun bằng 1.

A. $a = 1$. B. $a = 1, a = -1$. C. $a = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$. D. $a = -1$.

Câu 63: Xét phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$ trong tập số phức \mathbb{C} . Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình. Tính tổng $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

A. $T = 3\sqrt{2}$. B. $T = 5\sqrt{2}$. C. $T = 5$. D. $T = \sqrt{2}$.

Câu 64: Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình $z^4 - 2z^2 - 8 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, gọi A, B, C, D lần lượt là bốn điểm biểu diễn bốn nghiệm z_1, z_2, z_3, z_4 đó. Tính giá trị của biểu thức $P = OA + OB + OC + OD$, trong đó O là gốc tọa độ.

A. $P = 4$. B. $P = 2 + \sqrt{2}$. C. $P = 2\sqrt{2}$. D. $P = 4 + 2\sqrt{2}$.

Câu 65: Kí hiệu z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $z^4 + 7z^2 + 12 = 0$. Tính giá trị của tổng $T = z_1^4 + z_2^4 + z_3^4 + z_4^4$.

A. $T = 10$. B. $T = 25$. C. $T = 50$. D. $T = 100$.

Câu 66: Hai giá trị $x_1 = a + bi, x_2 = a - b$ là hai nghiệm của phương trình nào sau đây?

A. $x^2 + 2ax + a^2 + b^2 = 0$. B. $x^2 + 2ax + a^2 - b^2 = 0$.
C. $x^2 - 2ax + a^2 + b^2 = 0$. D. $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$.

Câu 67: Tính tổng phần thực, phần ảo của số phức $\frac{1}{z}$ thỏa mãn $z^2 - 2(1+i)z + 2i = 0$.

A. 1. B. 0. C. -1. D. -2.

Câu 68: Tìm a để $(2+i)z^2 + az + b = 0, (a, b \in \mathbb{C})$ có hai nghiệm là $3+i$ và $1-2i$.

A. $a = -9 - 2i$.

B. $a = 15 + 5i$.

C. $a = 9 + 2i$.

D. $a = 15 - 5i$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Ta có $4z^2 - 4z + 3 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i \Rightarrow |z_1| + |z_2| = \sqrt{3}$. **Chọn D.**

Câu 2: Ta có
$$\begin{cases} (1 + \sqrt{2}i) + (1 - \sqrt{2}i) = 2 \\ (1 + \sqrt{2}i)(1 - \sqrt{2}i) = 3 \end{cases} \Rightarrow z^2 - 2z + 3 = 0$$
. **Chọn C.**

Câu 3: $3z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1}{6} \pm \frac{\sqrt{11}}{6}i \Rightarrow P = |z_1| + |z_2| = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. **Chọn B.**

Câu 4: Ta có
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 1 \\ z_1 z_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow P = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} = \frac{z_1 + z_2}{z_1 z_2} = \frac{1}{6}$$
. **Chọn A.**

Câu 5: $z^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow z = \pm 2i \Rightarrow M(0; 2), N(0; -2) \Rightarrow T = OM + ON = 4$. **Chọn D.**

Câu 6: $z^4 - z^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 2 \\ z = \pm \sqrt{3}i \end{cases} \Rightarrow T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 4 + 2\sqrt{3}$. **Chọn C.**

Câu 7: $4z^2 - 16z + 17 = 0 \Leftrightarrow z = 2 \pm \frac{1}{2}i \Rightarrow z_0 = 2 + \frac{1}{2}i \Rightarrow w = iz_0 = -\frac{1}{2} + 2i \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. **Chọn B.**

Câu 8:
$$\begin{cases} z_1 + z_2 = -1 \\ z_1 z_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow P = z_1^2 + z_2^2 + z_1 z_2 = (z_1 + z_2)^2 - z_1 z_2 = 0$$
. **Chọn D.**

Câu 9: $z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = -2 \pm i$

Do đó $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100} = (1 + i)^{100} + (1 - i)^{100} = (2i)^{50} + (-2i)^{50} = -2 \cdot 2^{50} = -2^{51}$. **Chọn B.**

Câu 10: Ta có $\sqrt{-12} = \sqrt{12i^2} = \pm 2\sqrt{3}i$. **Chọn B.**

Câu 11: $z^3 = 18 + 26i \Leftrightarrow (3 + i)^3 \Leftrightarrow z = 3 + i \Rightarrow T = (z - 2)^2 + (4 - z)^2 = (1 + i)^2 + (1 - i)^2 = 0$. **Chọn C.**

Câu 12: $z^3 = 18 + 26i \Leftrightarrow z^3 = (3 + i)^3 \Leftrightarrow 3 + i \Rightarrow x = 3, y = 1$. **Chọn C.**

Câu 13: $z^4 - 2z^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -2 \\ z^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm \sqrt{2}i \\ z = \pm 2 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 14: $z^2 - 2z + 2 = 0 \Leftrightarrow z = 1 \pm i \Rightarrow I = z_1^{100} + z_2^{100} = (1 + i)^{100} + (1 - i)^{100} = -2^{51}$. **Chọn A.**

Câu 15: Đáp án D sai. **Chọn D.**

Câu 16: $z^2 + 2z + 4 = 0 \Leftrightarrow z = -1 \pm \sqrt{3}i \Rightarrow M_1(-1; \sqrt{3}), M_2(-1; -\sqrt{3})$

Ta có $\overline{OM_1} = (-1; \sqrt{3}), \overline{OM_2} = (-1; -\sqrt{3}) \Rightarrow \cos(\widehat{OM_1, OM_2}) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{M_1OM_2} = 120^\circ$. **Chọn A.**

Câu 17: $z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = -2 \pm i \Rightarrow A(-2; 1), B(-2; -1) \Rightarrow \tan \widehat{AOB} = \frac{4}{3}$. **Chọn C.**

Câu 18: $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow z = -1 \pm 3i \Rightarrow A(-1; 3), B(-1; -3) \Rightarrow AB = 6$. **Chọn A.**

Câu 19: $z^2 - 4z + 9 = 0 \Leftrightarrow z = 2 \pm \sqrt{5}i \Rightarrow M(2; \sqrt{5}), N(2; -\sqrt{5}) \Rightarrow MN = 2\sqrt{5}$. **Chọn D.**

Câu 20: Ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = -2 \\ z_1 z_2 = 26 \end{cases}$. Ta có $z_1 = -1 + 5i, z_2 = -1 - 5i$ nên z_1 là số phức liên hợp của z_2

Do đó khẳng định (1), (2), (3) đúng. **Chọn C.**

Câu 21: Ta có $z^2 = -5 + 12i \Leftrightarrow z^2 = (2 + 3i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 + 3i \\ z = -2 - 3i \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 22: $z^2 + 2z + 4 = 0 \Leftrightarrow z = -1 \pm \sqrt{3}i \Rightarrow A = |z_1| + |z_2| = 4$. **Chọn B.**

Câu 23: $z^2 - z + 1 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow A = |z_1| + |z_2| = 2$. **Chọn C.**

Câu 24: $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = -1 \pm 2i \Rightarrow A = |z_1| + |z_2| = 2\sqrt{5}$. **Chọn A.**

Câu 25: $z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow z = -1 \pm 3i \Rightarrow A = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20$. **Chọn B.**

Câu 26: $z^2 + 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = -2 \pm i \Rightarrow P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 10$. **Chọn C.**

Câu 27: $z^2 - 2z + 3 = 0 \Leftrightarrow z = 1 \pm \sqrt{2}i \Rightarrow P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 6$. **Chọn C.**

Câu 28: $3z^2 - z + 2 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{1}{6} \pm \frac{\sqrt{23}}{6}i \Rightarrow P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = \frac{4}{3}$. **Chọn D.**

Câu 29: $z^2 - 3z + 3 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow P = \frac{1}{|z_1|^2} + \frac{1}{|z_2|^2} = \frac{2}{3}$. **Chọn A.**

Câu 30: $z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow z = -1 \pm 2i \Rightarrow M = |z_1|^2 + |z_2|^2 = 10$. **Chọn D.**

Câu 31: $(z - 2)^2 = -9 = 9i^2 \Leftrightarrow z = 2 \pm 3i \Rightarrow P = |z_1| = |z_2| = \sqrt{13} \Rightarrow P = 26$. **Chọn A.**

Câu 32: $(z + 1)^2 = -9 = 9i^2 \Leftrightarrow z = -1 \pm 3i \Rightarrow P = |z_1| = |z_2| = \sqrt{10} \Rightarrow P = 20\sqrt{10}$. **Chọn A.**

Câu 33: $z^2 + z + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} z_1 + z_2 = -1 \\ z_1 z_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow P = (z_1 + z_2)^3 - 3z_1 z_2 (z_1 + z_2) = 2$. **Chọn C.**

Câu 34: $\begin{cases} z_1 + z_2 = 2 \\ z_1 z_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow P = (z_1^2 + z_2^2)^2 - 2z_1^2 z_2^2 = [(z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2]^2 - 2z_1^2 z_2^2 = -14$. **Chọn A.**

Câu 35: Ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ z_1 z_2 = 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow A = (z_1 + z_2)^3 - 3z_1 z_2 (z_1 + z_2) = \frac{-54 + \sqrt{3}}{9}$. **Chọn D.**

Câu 36: $(z + \sqrt{2})^2 = -6 = 6i^2 \Leftrightarrow z = -\sqrt{2} \pm i\sqrt{6}$

$\Rightarrow |z_1| = |z_2| = 2\sqrt{2} \Rightarrow T = |z_1|^4 + |z_2|^4 = 128$. **Chọn B.**

Câu 37: $\left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{11}{4} = \frac{11}{4}i^2 \Leftrightarrow z = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{11}}{2}i$

$\Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{5} \Rightarrow T = |z_1|^4 + |z_2|^4 = 50$. **Chọn C.**

Câu 38: $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{7}{4} = \frac{7}{4}i^2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{7}}{2}i \Rightarrow x_0 = \frac{1}{2} \pm \frac{i\sqrt{7}}{2} \Rightarrow z = \frac{1+i\sqrt{7}}{2}$ **Chọn C.**

Câu 39: $(z+2)^2 = -16 = 16i^2 \Leftrightarrow z = -2 \pm 4i \Rightarrow z_1 = -2 - 4i; z_2 = -2 + 4i \Rightarrow A = -28$. **Chọn C.**

Câu 40: $(z-3)^2 = -4 = 4i^2 \Leftrightarrow z = 3 \pm 2i \Rightarrow z_0 = 3 - 2i \Rightarrow \omega = \frac{24}{5} - \frac{7}{5}i$. **Chọn C.**

Câu 41: $\left(z\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 = -\frac{1}{2} = \frac{1}{2}i^2 \Leftrightarrow z\sqrt{2} = \frac{3}{\sqrt{2}} \pm \frac{1}{\sqrt{2}}i \Rightarrow z_0 = \frac{3-i}{2} \Rightarrow iz_0 = \frac{1+3i}{2}$. **Chọn B.**

Câu 42: $(z-5)^2 = -4 = 4i^2 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 5 - 2i \\ z_2 = 5 + 2i \end{cases} \Rightarrow \omega = 1 - 40i \Rightarrow \bar{\omega} = 1 + 40i$. **Chọn A.**

Câu 43: $(z+1)^2 = -4 = 4i^2 \Rightarrow z_0 = -1 - 2i \Rightarrow \bar{z}_0 = -1 + 2i \Rightarrow \bar{z}_0^3 = 2 + i$. **Chọn D.**

Câu 44: Ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{3}{2} \\ z_1 z_2 = \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow P = -2$. **Chọn A.**

Câu 45: Ta có $\begin{cases} z_1 + z_2 = \frac{3}{2} \\ z_1 z_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow P = \sqrt{(z_1 + z_2)^2 - z_1 z_2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$. **Chọn A.**

Câu 46: $(-2+i)^2 + a(-2+i) + b = 0 \Leftrightarrow 3 - 4i - 2a + ai + b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - 2a + b = 0 \\ -4 + a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ a = 4 \end{cases}$

Chọn D.

Câu 47: $(1+i)^2 + b(1+i) + c = 0 \Leftrightarrow 2i + b + bi + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 + b = 0 \\ b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2 \\ c = 2 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 48: $(1+2i)^2 + b(1+2i) + c = 0 \Leftrightarrow -3 + 4i + b + 2bi + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 + b + c = 0 \\ 4 + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow b + c = 3$.

Chọn B.

Câu 49: $(1-i)^2 + a(1-i) + b = 0 \Leftrightarrow -2i + a - ai + b = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 - a = 0 \\ a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow \omega = -2 + 2i \Rightarrow |\omega| = 2\sqrt{2}$. **Chọn C.**

Câu 50: $(8+16i)^2 + 8b(8+16i) + 64c = 0 \Leftrightarrow (1+2i)^2 + b(1+2i) + c = 0$

$$\Leftrightarrow -3+4i+b+2bi+c=0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3+b+c=0 \\ 4+2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=5 \\ b=-2 \end{cases} \cdot \text{Chọn D.}$$

$$\text{Câu 51: } (z+1)^2 = -7 = 7i^2 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -1+i\sqrt{7} \Rightarrow \bar{z}_1 = -1-i\sqrt{7} \\ z_2 = -1-i\sqrt{7} \end{cases} \Rightarrow \omega = 10+2i\sqrt{7}. \text{ Chọn B.}$$

$$\text{Câu 52: } (z+1)^2 = -1 = i^2 \Rightarrow z_1 = -1-i \Rightarrow \omega = 1-3i \Rightarrow \bar{\omega} = 1+3i. \text{ Chọn B.}$$

$$\text{Câu 53: } (z+1)^2 = -4 = 4i^2 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = -1-2i \\ z_2 = -1+2i \end{cases} \Rightarrow \overline{z_1+2z_2} = \overline{-3+2i} = -3-2i. \text{ Chọn B.}$$

$$\text{Câu 54: Ta có } \begin{cases} z_1+z_2=1 \\ z_1z_2=1 \end{cases} \Rightarrow z = (z_1+z_2)^2 - 2z_1z_2 + 4-3i = 3-3i \Rightarrow |z| = 3\sqrt{2}. \text{ Chọn B.}$$

$$\text{Câu 55: Ta có } \begin{cases} z_1+z_2=-4 \\ z_1z_2=13 \end{cases} \Rightarrow \omega = -4i+13 \Rightarrow |\omega| = \sqrt{185}. \text{ Chọn B.}$$

$$\text{Câu 56: } (z-1)^2 = -5 = 5i^2 \Rightarrow \begin{cases} z_1 = 1-i\sqrt{5} \\ z_2 = 1+i\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow 3z_1 - z_2 = 2-4i\sqrt{5} \Rightarrow M = \sqrt{6} + 2\sqrt{21}. \text{ Chọn B.}$$

$$\text{Câu 57: } \left(z + \frac{7}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} = \frac{3}{4}i^2 \Rightarrow \omega = -\frac{7}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow \bar{\omega} = -\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i. \text{ Chọn A.}$$

$$\text{Câu 58: } (z+1)^2 = -4 = 4i^2 \Rightarrow z_0 = -1-2i \Rightarrow \bar{z}_0 = -1+2i \Rightarrow \bar{z}_0^3 = 2+i. \text{ Chọn C.}$$

$$\text{Câu 59: } \left(z + \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} = \frac{3}{4}i^2 \Rightarrow z_0 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow \omega = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i. \text{ Chọn B.}$$

$$\text{Câu 60: } \left(z\sqrt{2} - \frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 = -\frac{1}{2} = \frac{1}{2}i^2 \Leftrightarrow z\sqrt{2} = \frac{3}{\sqrt{2}} \pm \frac{1}{\sqrt{2}}i \Rightarrow z_0 = \frac{3-i}{2} \Rightarrow iz_0 = \frac{1+3i}{2}. \text{ Chọn B.}$$

$$\text{Câu 61: } 6z^2 - 12z + 7 = 0 \Leftrightarrow z = 1 \pm \frac{\sqrt{6}}{6}i \Rightarrow z_1 = 1 - \frac{\sqrt{6}}{6}i \Rightarrow w = iz_1 - \frac{\sqrt{6}}{6} = i\left(1 - \frac{\sqrt{6}}{6}i\right) - \frac{\sqrt{6}}{6} = i$$

Do đó điểm biểu diễn của w là $(0;1)$. **Chọn C.**

$$\text{Câu 62: Ta có } \Delta = 5a^2 - 8a. \text{ Để phương trình có nghiệm phức thì } 5a^2 - 8a < 0 \Leftrightarrow 0 < a < \frac{8}{5}$$

$$\text{Khi đó } \Delta = 5a^2 - 8a = (8a - 5a^2)i^2 \Rightarrow z = \frac{a \pm \sqrt{8a - 5a^2}i}{2} = \frac{a}{2} \pm \frac{\sqrt{8a - 5a^2}}{2}i$$

$$\text{Ta có } |z|=1 \Leftrightarrow \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{8a-5a^2}}{2}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow 4a^2 - 8a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = 1. \text{ Chọn A.}$$

$$\text{Câu 63: Ta có } 2z^4 - 3z^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 2 \\ z^2 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm\sqrt{2} \\ z = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}i \end{cases} \Rightarrow T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4| = 3\sqrt{2}.$$

Chọn A.

Câu 64: Ta có $z^4 - 2z^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = 4 \\ z^2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm 2 \\ z = \pm\sqrt{2}i \end{cases} \Rightarrow P = OA + OB + OC + OD = 4 + 2\sqrt{2}$.

Chọn D.

Câu 65: $z^4 + 7z^2 + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z^2 = -3 \\ z^2 = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \pm\sqrt{3}i \\ z = \pm 2i \end{cases} \Rightarrow T = z_1^4 + z_2^4 + z_3^4 + z_4^4 = 50$. **Chọn C.**

Câu 66: Ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2a \\ x_1 x_2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 2ax + a^2 + b^2 = 0$. **Chọn C.**

Câu 67: $z^2 - 2(1+i)z + 2i = 0 \Leftrightarrow z^2 - 2(1+i)z + (1+i)^2 = 0 \Leftrightarrow (z-1-i)^2 = 0 \Leftrightarrow z = 1+i$

Ta có $\frac{1}{1+i} = \frac{1-i}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-i}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i \Rightarrow$ tổng phần thực và phần ảo bằng 0. **Chọn B.**

Câu 68: $(3+i) + (1-2i) = -\frac{a}{2+i} \Leftrightarrow a = (i-4)(i+2) \Leftrightarrow a = -9-2i$. **Chọn A.**