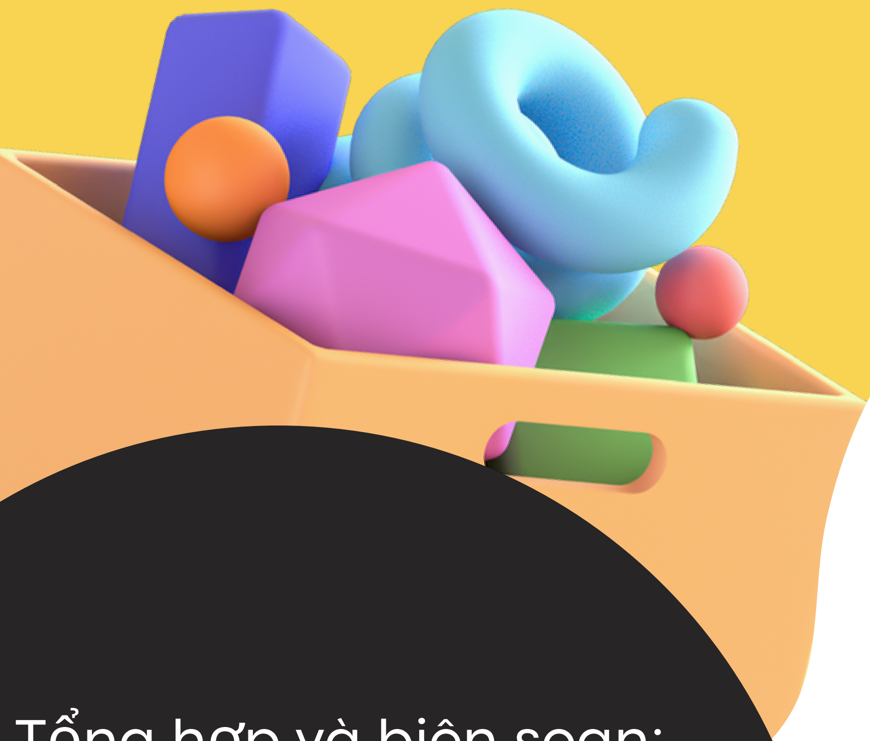
Đề Cương

ÔN TẬP GIỮA KỲ I

Khối 10

Họ tên:.................................



Tổng hợp và biên soạn:

LÊ MINH TÂM

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP GK1 – NH: 2022-2023

I Lý Thuyết

Chương I. Mệnh đề-tập hợp

1.Mệnh đề

Định nghĩa

⌘ Mệnh đề toán học là một câu khẳng định về một sự kiện trong toán học. Mỗi mệnh đề toán học phải hoặc đúng hoặc sai. Một mệnh đề toán học không thể vừa đúng vừa sai.

① Mệnh đề phủ định:

→ Cho mệnh đề P. Mệnh đề: "không phải P" gọi là mệnh đề phủ định của mệnh đề P và kí hiệu là $\overline{P}$. Nếu P đúng thì $\overline{P}$ sai và ngược lại.

② Mệnh đề kéo theo:

→ Cho mệnh đề P và Q. Mệnh đề: "Nếu P thì Q" gọi là mệnh đề kéo theo và kí hiệu là $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng Q sai.

→ Các định lý toán học là các mệnh đề đúng và thường có dạng $P \Rightarrow Q$. Khi đó ta nói P là giả thiết, Q là kết luận của định lý hoặc P là điều kiện đủ để có Q hoặc Q là điều kiện cần để có P.

③ Mệnh đề đảo:

→ Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

④ Mệnh đề tương đương:

→ Nếu $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng thì P và Q là hai mệnh đề tương đương. Kí hiệu $P \Leftrightarrow Q$ và được phát biểu như sau: P tương đương với Q; P khi và chỉ khi Q; P là điều kiện cần và đủ để có Q hoặc P nếu và chỉ nếu Q.

» Phủ định của mệnh đề: "$\forall x \in X, P(x)$" là mệnh đề "$\exists x \in X, \overline{P(x)}$".

» Phủ định của mệnh đề: "$\exists x \in X, P(x)$" là mệnh đề "$\forall \alpha x \in X, \overline{P(x)}$".

2.Tập hợp.

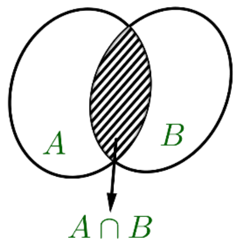
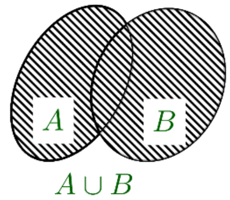
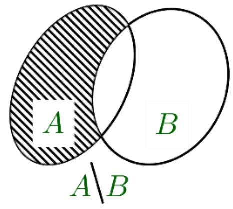
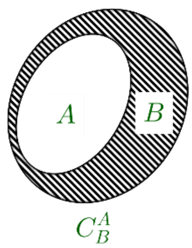
① Liệt kê phần tử	Xác định Tập hợp	② Chỉ ra tính chất đặc trưng các phần tử.

» Tập hợp rỗng là tập hợp không chứa phần tử nào. Kí hiệu là $\varnothing$.

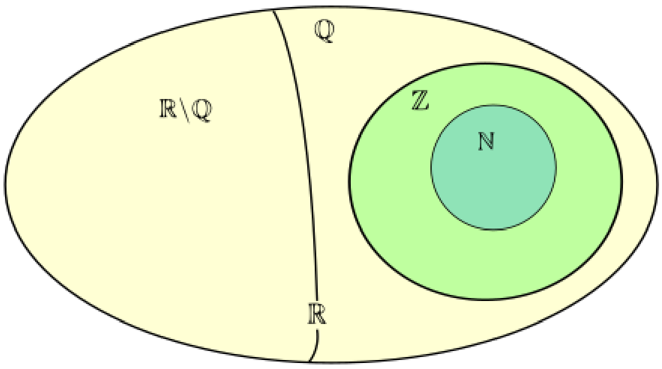
» Nếu mọi phần tử của tập hợp A đều là phần tử của tập hợp B thì ta nói tập A là con của tập B. Kí hiệu $A \subset B$.

» Nếu $\begin{cases} A \subset B \\ B \subset A \end{cases}$ thì ta nói A và B là hai tập hợp bằng nhau. Kí hiệu $A = B$.

3.Các phép toán tập hợp.

Phép toán	Định nghĩa	Ký hiệu	Kết quả	Biểu đồ Ven
01. *Phép giao*	• Giao hai tập hợp của A và B là một tập hợp gồm các phần tử chung của A và B.	$A\cap B$	$x\in A\cap B$ $\Leftrightarrow x\in A$ và $x\in B$	
02. *Phép hợp*	• Hợp hai tập hợp của A và B là một tập hợp gồm các phần tử chung và riêng của A và B.	$A\cup B$	$x\in A\cup B$ $\Leftrightarrow x\in A$ hoặc $x\in B$	
03. *Phép hiệu*	• Hiệu của hai tập hợp A và B là một tập hợp gồm các phần tử thuộc A và không thuộc B.	$A\setminus B$	$x\in A\setminus B$ $\Leftrightarrow x\in A$ và $x\notin B$	
Phần bù	• Khi $B\subset A$ thì $A\setminus B$ gọi là ***phần bù*** của B trong A kí hiệu C_AB.	C_AB	$x\in A\setminus B$ $\Leftrightarrow x\in A$ và $x\notin B$	

4.Các tập hợp số.



» Các tập con thường dùng của $\mathbb{R}$:

① $(a;b)=\{x\in\mathbb{R}/a<x<b\}$

② $(a;+\infty)=\{x\in\mathbb{R}/x>a\}$

③ $(-\infty;b)=\{x\in\mathbb{R}/x<b\}$

④ $[a;b]=\{x\in\mathbb{R}/a\le x\le b\}$

⑤ $[a;b)=\{x\in\mathbb{R}/a\le x<b\}$

⑥ $(a;b]=\{x\in\mathbb{R}/a<x\le b\}$

⑦ $[a;+\infty)=\{x\in\mathbb{R}/x\ge a\}$

⑧ $(-\infty;b]=\{x\in\mathbb{R}/x\le b\}$

Chương II.Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

1.Bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Định nghĩa

⌘ BPT bậc nhất hai ẩn x,y có dạng: $ax+by>c; ax+by<c; ax+by\ge c; ax+by\le c$ với x,y là hai ẩn, a,b là các hệ số không đồng thời bằng 0.

→ Nếu cặp số $(x_0;y_0)$ thỏa mãn $ax_0+by_0<c$ thì $(x_0;y_0)$ là một nghiệm của BPT $ax+by<c$.

→ Đường thẳng $d: ax+by=c$ chia mặt phẳng tọa độ Oxy thành hai nửa mặt phẳng. Một trong hai nửa mặt phẳng ấy (không kể bờ d) là miền nghiệm của BPT $ax+by<c$, nửa mặt phẳng còn lại (không kể bờ d) là miền nghiệm của BPT $ax+by>c$.

⌘ Cách xác định miền nghiệm của BPT bậc nhất hai ẩn:

» **Bước 1:** Vẽ đường thẳng $d: ax+by=c$.

» **Bước 2:** Lấy điểm $M(x_0;y_0)\notin d$.

Kiểm tra $(x_0;y_0)$ có là nghiệm của BPT không (thường lấy điểm $O(0;0)$).

» **Bước 3:** Kết luận về miền nghiệm của BPT.

Lưu ý: Đối với các BPT $ax+by\le c; ax+by\ge c$ thì miền nghiệm là nửa mặt phẳng, kể cả bờ.

2.Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Định nghĩa

⌘ Hệ BPT bậc nhất hai ẩn là hệ gồm hai hay nhiều BPT bậc nhất hai ẩn.

→ Trong mp tọa độ Oxy tập hợp tất cả các điểm có tọa độ thỏa mãn mọi BPT trong hệ gọi là miền nghiệm của hệ BPT đó *(hoặc miền nghiệm của hệ BPT là giao của tất cả các miền nghiệm của các BPT thành phần trong hệ).*

⌘ Cách xác định miền nghiệm của hệ BPT bậc nhất hai ẩn:

» **Bước 1:** Xác định miền nghiệm của mỗi BPT trong hệ và gạch bỏ phần còn lại.

» **Bước 2:** Miền mà không bị gạch chính là miền nghiệm của hệ BPT.

3.Bài toán tối ưu

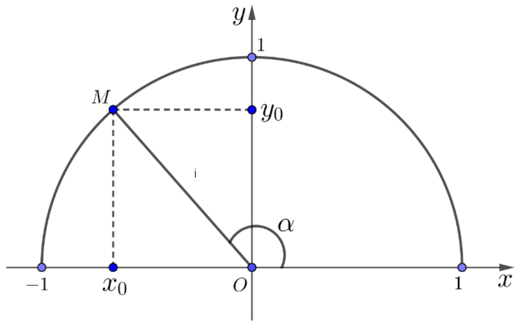
Thừa nhận kết quả: *Giá trị nhỏ nhất hay lớn nhất của biểu thức $P(x;y)=ax+by,(b\ne 0)$ trên miền đa giác lồi (kể cả biên) đạt tại một đỉnh nào đó của đa giác.*

Chương III.Hệ thức lượng trong tam giác

1.Giá trị lượng giác của góc từ 0° đến 180°

※ Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, nửa đường tròn tâm O nằm phía trên trục hoành bán kính $R=1$ được gọi là *nửa đường tròn đơn vị.*

※ Với mỗi góc α $\left(0^\circ \le \alpha \le 180^\circ\right)$ ta xác định một điểm M trên nửa đường tròn đơn vị sao cho $xOM=\alpha$ và giả sử điểm M có tọa độ $M\left(x_0;y_0\right)$. Khi đó ta có định nghĩa



① $\sin\alpha = y_0$.   ② $\cos\alpha = x_0$.   ③ $\tan\alpha = \dfrac{y_0}{x_0}\left(x_0 \ne 0\right)$.   ④ $\cot\alpha = \dfrac{x_0}{y_0}\left(y_0 \ne 0\right)$.

» Nhận xét:

→ Nếu α là góc tù thì $\sin\alpha > 0; \cos\alpha < 0; \tan\alpha < 0; \cot\alpha < 0$.

→ Nếu α là góc nhọn thì $\sin\alpha > 0; \cos\alpha > 0; \tan\alpha > 0; \cot\alpha > 0$.

Cho hai góc phụ nhau: α và $90^\circ-\alpha$. Ta có:	Cho hai góc bù nhau: α và $180^\circ-\alpha$. Ta có:
$\sin\left(90^\circ-\alpha\right)=\cos\alpha$	$\sin\left(180^\circ-\alpha\right)=\sin\alpha$
$\cos\left(90^\circ-\alpha\right)=\sin\alpha$	$\cos\left(180^\circ-\alpha\right)=-\cos\alpha$
$\tan\left(90^\circ-\alpha\right)=\cot\alpha$	$\tan\left(180^\circ-\alpha\right)=-\tan\alpha$
$\cot\left(90^\circ-\alpha\right)=\tan\alpha$	$\cot\left(180^\circ-\alpha\right)=-\cot\alpha$

2.Hệ thức lượng trong tam giác

⌘ *Định lý côsin*

-Cho tam giác ABC có $BC=a, AC=b, AB=c$. Khi đó: $\left\{\begin{aligned} a^2 &= b^2+c^2-2bc.\cos A \\ b^2 &= a^2+c^2-2ac.\cos B \\ c^2 &= a^2+b^2-2ab.\cos C \end{aligned}\right.$.

⌘ *Hệ quả:*

$$\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\ ;\ \cos B = \frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}\ ;\ \cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}.$$

Công thức tính độ dài đường trung tuyến: Cho tam giác ABC có $BC=a, AC=b, AB=c$. Gọi m_a, m_b, m_c lần lượt là các đường trung tuyến kẻ từ các đỉnh A, B, C. Khi đó :

$$m_a^2 = \frac{2\left(b^2+c^2\right)-a^2}{4}\ ;\ m_b^2 = \frac{2\left(a^2+c^2\right)-b^2}{4}\ ;\ m_c^2 = \frac{2\left(a^2+b^2\right)-c^2}{4}$$

⌘ Định lý sin

» Cho tam giác ABC có $BC=a, AC=b, AB=c$, R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

Khi đó : $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$.

⌘ Công thức tính diện tích tam giác

» Cho tam giác ABC có $BC=a, AC=b, AB=c$; h_a, h_b, h_c lần lượt là đường cao kẻ từ các đỉnh A, B, C của tam giác; R, r lần lượt là bán kính đường tròn nội tiếp, ngoiạ tiếp tam giác; $p=\frac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi. Khi đó :

- $S=\frac{1}{2}a.h_a=\frac{1}{2}b.h_b=\frac{1}{2}c.h_c$
- $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B$
- $S=\frac{abc}{4\text{R}}$
- $S=pr$
- $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

II Bài Tập Tự Luận

Phần 1. Mệnh đề - tập hợp

Bài 1. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau và mệnh đề phủ định của nó.

a. $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 > 0$; **b.** $\exists x \in \mathbb{R}: x > x^2$;

c. $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 - x - 2 \le 0$; **d.** $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 = 3$;

e. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ không chia hết cho 3.

Lời giải

a. $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 > 0$;

Mệnh đề trên sai vì $0^2 = 0$.

Mệnh đề phủ định là: "$\exists x \in \mathbb{R}: x^2 \le 0$". Mệnh đề phủ định đúng.

b. $\exists x \in \mathbb{R}: x > x^2$;

Mệnh đề trên đúng vì $\frac{1}{2} > \left(\frac{1}{2}\right)^2$.

Mệnh đề phủ định là: "$\forall x \in \mathbb{R}: x \le x^2$". Mệnh đề phủ định sai.

c. $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 - x - 2 \le 0$;

Mệnh đề trên sai vì $x^2 - x - 2 \le 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 2]$.

Mệnh đề phủ định là: "$\exists x \in \mathbb{R}: x^2 - x - 2 > 0$". Mệnh đề phủ định đúng.

d. $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 = 3$;

Mệnh đề trên đúng vì $x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$.

Mệnh đề phủ định là: "$\exists x \in \mathbb{R}: x^2 \ne 3$". Mệnh đề phủ định sai.

e. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ không chia hết cho 3.

*** TH1:** $n = 3k$

Ta có $n^2 + 1 = (3k)^2 + 1 = 9k^2 + 1$ chia 3 dư 1.

*** TH2:** $n = 3k + 1$

Ta có $n^2 + 1 = (3k+1)^2 + 1 = 9k^2 + 6k + 2$ chia 3 dư 2.

*** TH1:** $n = 3k + 2$

Ta có $n^2 + 1 = (3k+2)^2 + 1 = 9k^2 + 6k + 5$ chia 3 dư 2.

Vậy $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ không chia hết cho 3. Mệnh đề trên đúng.

Mệnh đề phủ định là: "$\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 3". Mệnh đề phủ định sai.

Bài 2. Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ bằng cách sử dụng "điều kiện cần" và "điều kiện đủ" và xét tính đúng sai của nó.

a. P: "Tứ giác $ABCD$ là hình thoi" và Q: "Tứ giác $ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường";

b. P: "Tam giác ABC vuông cân tại A" và Q: "Tam giác ABC có $A = 2B$".

Lời giải

a. P: "Tứ giác $ABCD$ là hình thoi" và Q: "Tứ giác $ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường";

$P \Rightarrow Q$: "Tứ giác $ABCD$ là hình thoi là *điều kiện đủ* để tứ giác $ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường".

Hoặc $P \Rightarrow Q$: "Tứ giác $ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại trung điểm mỗi đường là *điều kiện cần* để tứ giác $ABCD$ là hình thoi".

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ đúng.

b. P: "Tam giác ABC vuông cân tại A" và Q: "Tam giác ABC có $A = 2B$".

$P \Rightarrow Q$: "Tam giác ABC vuông cân tại A là *điều kiện đủ* để tam giác ABC có $A = 2B$".

Hoặc $P \Rightarrow Q$: "Tam giác ABC có $A = 2B$ là *điều kiện cần* để tam giác ABC vuông cân tại A".

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ đúng vì $A = 90°; B = 45°$.

Bài 3. Cho các tập hợp:

$A = \{-3;5;6\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4x - 5 = 0\}$; $C = \{x \in \mathbb{N} \mid (x-2)(x^2+5x-6) = 0\}$.

a. Viết tập hợp B và C dưới dạng liệt kê các phần tử. Tìm $A \cap B$; $A \cup C$;

b. Tìm $(A \cup B) \setminus C$; $(A \setminus B) \cap C$.

Lời giải

a. Viết tập hợp B và C dưới dạng liệt kê các phần tử. Tìm $A \cap B$; $A \cup C$;

Ta có: $x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 5 \end{array}\right.$. Mà $x \in \mathbb{R}$ nên $B = \{-1;5\}$;

$(x-2)(x^2+5x-6) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ x^2 + 5x - 6 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 1 \\ x = -6 \end{array}\right.$. Mà $x \in \mathbb{N}$ nên $C = \{1;2\}$.

Do đó, $A \cap B = \{5\}$; $A \cup C = \{-3;5;6;1;2\}$.

b. Tìm $(A \cup B) \setminus C$; $(A \setminus B) \cap C$.

Ta có: $A \cup B = \{-3;5;6;-1\}$ nên $(A \cup B) \setminus C = \{-3;5;6;-1\}$.

$A \setminus B = \{-3;6\}$ nên $(A \setminus B) \cap C = \varnothing$.

Bài 4. Tìm tất cả các tập X thỏa mãn bao hàm thức $\{1;2\} \subset X \subset \{1;2;3;4;5\}$.

Lời giải

Các tập X thỏa mãn bao hàm thức $\{1;2\} \subset X \subset \{1;2;3;4;5\}$ là:

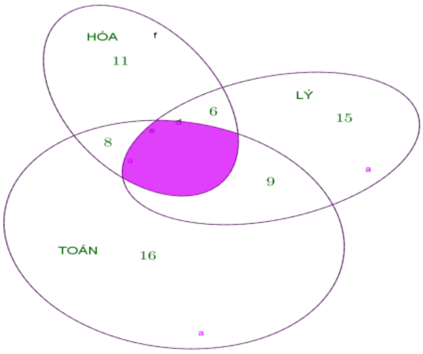
$\{1;2\}; \{1;2;3\}; \{1;2;4\}; \{1;2;5\}$; $\{1;2;3;4\}; \{1;2;3;5\}; \{1;2;4;5\}$ và $\{1;2;3;4;5\}$.

Bài 5. Trong lớp 10C có 16 học sinh giỏi môn Toán, 15 học sinh giỏi môn Lý và 11 học sinh giỏi môn Hóa. Biết rằng có 9 học sinh vừa giỏi Toán và Lý, 6 học sinh vừa giỏi Lý và Hóa, 8 học sinh vừa giỏi Hóa và Toán, trong đó chỉ có 11 học sinh giỏi đúng hai môn. Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp.

a. Giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa.

b. Giỏi đúng một môn Toan, Lý hoặc Hóa.

Lời giải



a. Giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa.

Gọi số học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa là x.

Từ biểu đồ ven ta có, số học sinh giỏi đúng hai môn Toán, Lý là: $9-x$.

Số học sinh giỏi đúng hai môn Lý và Hóa là: $6-x$.

học sinh giỏi đúng hai môn Toán và Hóa là: $8-x$.

Do đó, số học sinh giỏi đúng hai môn là: $(9-x)+(6-x)+(8-x)=11 \Rightarrow x=4$.

b. Giỏi đúng một môn Toan, Lý hoặc Hóa.

Theo phần **a.** ta có, số học sinh giỏi đúng hai môn Toán, Lý là: $9-4=5$.

Số học sinh giỏi đúng hai môn Lý và Hóa là: $6-4=2$.

học sinh giỏi đúng hai môn Toán và Hóa là: $8-4=4$.

Số học sinh giỏi đúng một môn Toán là: $16-5-4-4=3$.

Số học sinh giỏi đúng một môn Lý là: $15-2-5-4=4$.

Số học sinh giỏi đúng một môn Hóa là: $11-2-4-4=1$.

Số học sinh giỏi đúng một môn Toan, Lý hoặc Hóa là: $3+4+1=8$ học sinh.

Bài 6. Trong một khoảng thời gian nhất định, tại một địa phương, Đài khí tượng thủy văn đã thống kê được: Số ngày mưa: 10 ngày; Số ngày có gió: 8 ngày; Số ngày lạnh: 6 ngày. Số ngày mưa và gió: 5 ngày; Số ngày mưa và lạnh: 4 ngày; Số ngày lạnh và gió: 3 ngày; Số ngày mưa, lạnh và có gió: 1 ngày. Vậy có bao nhiêu ngày thời tiết xấu (có gió, mưa hay lạnh)?

Lời giải

Cách 1

Theo bài ra ta có biểu đồ ven:

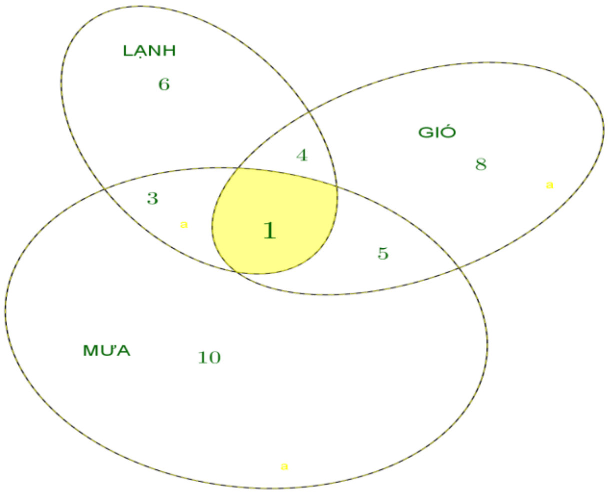
Từ biểu đồ ven ta có, số ngày chỉ có gió và lạnh là: $4-1=3$.

Số ngày chỉ có mưa và gió là: $5-1=4$.

Số ngày chỉ có lạnh và mưa: $3-1=2$.

Số ngày chỉ có đúng một hiện tượng hoặc có gió hoặc có mưa, hoặc lanh là: $(6-2-3-1)+(8-3-4-1)+(10-2-4-1)=3$.

Vậy số ngày thời tiết xấu là: $3+3+2+4+1=13$



Cách 2:

Gọi $A;B;C$ lần lượt là tập hợp các ngày mưa, gió và lạnh.

Gọi $n(A)$ là số ngày mưa.

Khi đó, số ngày thời tiết xấu là:

$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-\left[n(A\cap B)+n(B\cap C)+n(A\cap C)\right]+n(A\cap B\cap C)$

$=6+8+10-(3+4+5)+1=13.$

Câu 7. Biểu diễn các tập hợp sau trên trục số và tìm $A\cap B; A\cup B; A\setminus B$.

a. $A=[-3;5)$ và $B=[1;+\infty)$;

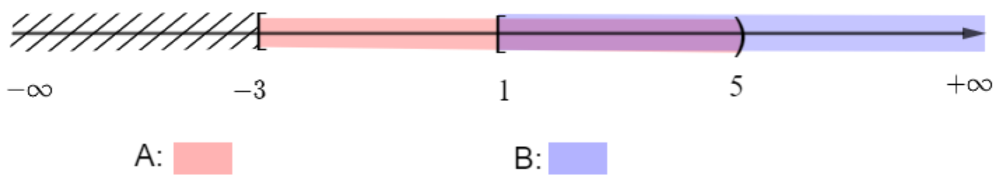
b. $A=[-5;1]$ và $B=(-3;2)$;

c. $A=\{x\in\mathbb{R} \mid x\le 3\}$ và $B=\{x\in\mathbb{R} \mid -2<x<2\}$.

Lời giải

a. $A=[-3;5)$ và $B=[1;+\infty)$;

Ta có: $A=[-3;5)$ và $B=[1;+\infty)$



$A\cap B=[1;5); A\cup B=[-3;+\infty); A\setminus B=[-3;1)$.

b. $A=[-5;1]$ và $B=(-3;2)$;

Ta có: $A=[-5;1]$ và $B=(-3;2)$.

$A\cap B=(-3;1]; A\cup B=[-5;2); A\setminus B=[-5;-3]$

c. $A=\{x\in\mathbb{R} \mid x\le 3\}$ và $B=\{x\in\mathbb{R} \mid -2<x<2\}$.

Ta có: $A=(-\infty;3]$ và $B=(-2;2)$.

$A\cap B=(-2;2); A\cup B=(-\infty;-3]; A\setminus B=(-\infty;-2]\cup[2;3]$.

Câu 8. Cho các tập hợp $A=(-\infty;m)$ và $B=[3m-1;3m+3]$. Tìm m để:

a. $A\cap B=\varnothing$; **b.** $B\subset A$.

Lời giải

a. $A\cap B=\varnothing$

Ta có: $A\cap B=\varnothing \Leftrightarrow m\le 3m-1 \Leftrightarrow m\ge \dfrac{1}{2}$.

b. $B\subset A$.

Ta có: $B\subset A \Leftrightarrow 3m+3<m \Leftrightarrow 2m<-3 \Leftrightarrow m<-\dfrac{3}{2}$.

Câu 9. Cho hai nửa khoảng $A=(-\infty;m]$ và $B=[5;+\infty)$. Tìm $A\cap B$ (biện luận theo m).

Lời giải

Với $m<5 \Rightarrow A\cap B=\varnothing$.

Với $m=5 \Rightarrow A\cap B=\{5\}$.

Với $m>5 \Rightarrow A\cap B=[5;m]$.

Phần 2. Bất phương trình và hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Bài 10. Biểu diễn miền nghiệm của các bất phương trình sau

a. $2x-4y\ge 6$. **b.** $x-3y<0$.

Lời giải

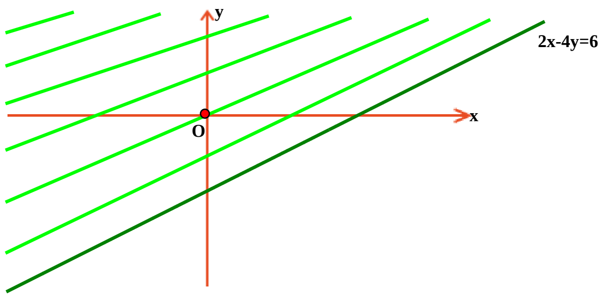
a. $2x-4y\ge 6$.

Vẽ đường thẳng $d:2x-4y=6$.

Lấy điểm $O(0;0)\notin d$.

Ta có: $2.0-4.0<6$.

Kết luận: Nửa mặt phẳng kể cả d và không chứa điểm O là miền nghiệm của bất phương trình $2x-4y\ge 6$, tương ứng với phần không bị gạch (kể cả d).



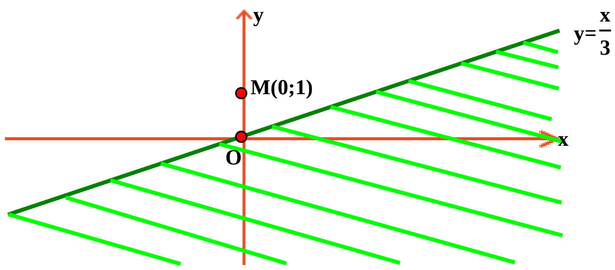
b. $x-3y<0$.

Vẽ đường thẳng $d:x-3y=0$

Lấy điểm $M(0;1)\notin d$

Ta có: $0-3.1<0$

Kết luận: Nửa mặt phẳng không kể d chứa điểm M là miền nghiệm của bất phương trình $x-3y<0$, tương ứng với phần không bị gạch (không kể d).



Bài 11. Xác định miền nghiệm của các hệ bất phương trình sau:

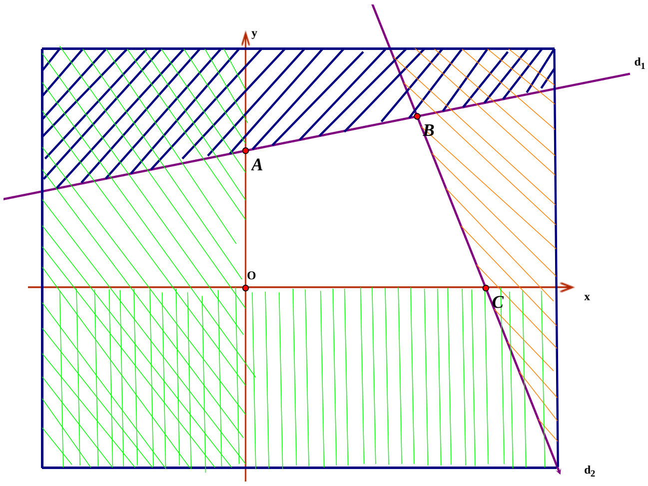
a. $\begin{cases} -x+5y\le 20 \\ 5x+2y\le 35 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$. **b.** $\begin{cases} y\le 2x \\ 7y\ge 4x \\ y\le 4 \end{cases}$.

Lời giải

a. $\begin{cases} -x+5y\le 20 \\ 5x+2y\le 35 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases}$

Vẽ đường thẳng $d_1:-x+5y=20$ và $d_2:5x+2y=35$, $x=0$ và $y=0$.

Do tọa độ điểm $M(1;1)$ thỏa mãn tất cả các bất phương trình đã cho nên miền nghiệm của từng bất phương trình là các nửa mặt phẳng chứa $M(1;1)$, kể cả đường thẳng tương ứng. Cụ thể miền nghiệm của hệ là tứ giác $OABC$ kể cả miền trong tứ giác (miền tứ giác) với $O(0;0)$, $A(0;4)$, $B(5;5)$, $C(7;0)$.

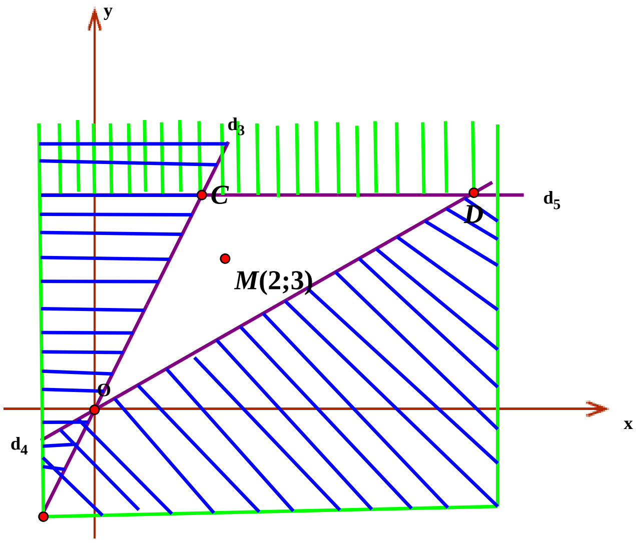


b. $\begin{cases} y \le 2x \\ 7y \ge 4x \\ y \le 4 \end{cases}$

Vẽ đường thẳng $d_3: y = 2x$ và $d_4: 4x - 7y = 0$, $d_5: y = 4$.

Do tọa độ điểm $M(2;3)$ thỏa mãn tất cả các bất phương trình đã cho nên miền nghiệm của từng bất phương trình là các nửa mặt phẳng chứa $M(2;3)$, kể cả đường thẳng tương ứng.

Cụ thể miền nghiệm của hệ là tam giác OCD kể cả miền trong tam giác (miền tam giác) với $O(0;0)$, $C(2;4)$, $D(7;4)$.



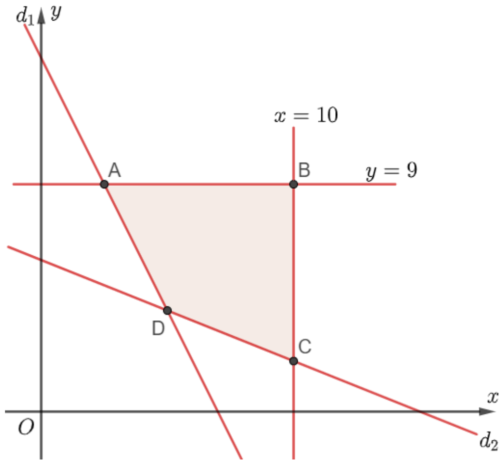
Bài 12. Một công ty cần thuê xe vận chuyển 140 người và 9 tấn hàng hóa. Nơi cho thuê xe chỉ có 10 xe hiệu MITSUBISHI và 9 xe hiệu FORD. Một chiếc xe hiệu MITSUBISHI có thể chở 20 người và 0,6 tấn hàng. Một xe hiệu FORD có thể chở 10 người và 1,5 tấn hàng. Tiền thuê một xe hiệu MITSUBISHI là 4 triệu đồng, một xe hiệu FORD là 3 triệu đồng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí thấp nhất ?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số xe hiệu Mitsubishi và số xe hiệu Ford mà công ty thuê $(x, y \in \mathbb{N})$ (xe).

Nên ta có hệ bất phương trình sau: $\begin{cases} 0 \le x \le 10 \\ 0 \le y \le 9 \\ 20x + 10y \ge 140 \\ 0,6x + 1,5y \ge 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \le x \le 10 \\ 0 \le y \le 9 \\ 2x + y \ge 14 \\ 2x + 5y \ge 30 \end{cases}$

Vẽ các đường thẳng $(d_1): 2x + y = 14$ và $(d_2): 2x + 5y = 30$, $x = 0$, $x = 10$, $y = 0$, $y = 9$, phần mặt phẳng được giới hạn bởi các đường thẳng trên là miền nghiệm của hệ bất phương trình.



Ta có: $A\left(\frac{5}{2}; 9\right)$, $B(10; 9)$, $C(10; 2)$, $D(5; 4)$.

Số tiền mà công ty dùng để thuê xe là $P = 4x + 3y$.

Ta có:

$P_A = 37$ (triệu đồng).

$P_B = 67$ (triệu đồng).

$P_C = 46$ (triệu đồng).

$P_D = 32$ (triệu đồng).

Vậy để chi phí nhỏ nhất thì cần 5 xe hiệu Mitsubishi và 4 xe hiệu Ford.

Bài 13. Nhân dịp tết Trung Thu, xí nghiệp sản xuất bánh Trăng muốn sản xuất hai loại bánh: Đậu xanh, Bánh dẻo nhân đậu xanh. Để sản xuất hai loại bánh này, xí nghiệp cần: Đường, Bột, Đậu, Trứng, Mứt,... Giả sử số Đường có thể chuẩn bị được là 300 kg, Đậu là 200 kg, các nguyên liệu khác bao nhiêu cũng có. Sản xuất một cái bánh đậu xanh cần $0,06$ kg đường, $0,08$ kg đậu và cho lãi 2 ngàn đồng. Sản xuất một cái bánh dẻo cần $0,07$ kg đường, $0,04$ kg đậu và cho lãi 1,8 ngàn đồng. Cần lập kế hoạch để sản xuất mỗi loại bánh bao nhiêu cái để không bị động về đường, đậu và tổng số lãi thu được là lớn nhất (nếu sản xuất bao nhiêu cũng bán hết) ?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số bánh đậu xanh và số bánh dẻo mà xí nghiệm sản xuất $(x, y \in \mathbb{N})$ (bánh).

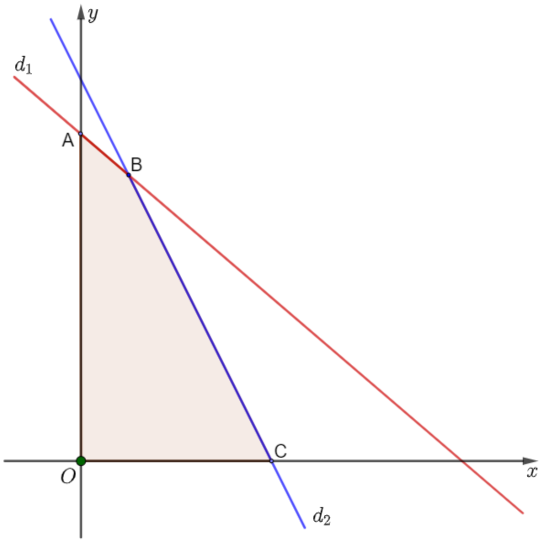
Lượng đường cần dùng để sản xuất bánh là $0,06x + 0,07y \le 300$.

Lượng đậu cần dùng để sản xuất bánh là $0,08x+0,04y\le 200$.

Số tiền lời thu được khi bán bánh là $P=2x+1,8y$.

Ta có hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn như sau: $\begin{cases}0,06x+0,07y\le 300\\0,08x+0,04y\le 200\\x\ge 0\\y\ge 0\end{cases}$.

Ta vẽ đường thẳng $(d_1):0,06x+0,07y=300$ và đường thẳng $(d_2):0,08x+0.04y=200$, lên mặt phẳng tọa độ. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trong hình sau



Ta có: $A\left(0;\frac{30000}{7}\right)$, $B(625;3750)$, $C(2500;0)$, $O(0;0)$.

Để $P=2x+1,8y$ đạt lớn nhất khi với

Với $x=0$, $y=\frac{30000}{7}$ thì $P_A=\frac{54000}{7}\approx 7714,3$ (nghìn đồng).

Với $x=625$, $y=3750$ thì $P_B=8000$ (nghìn đồng).

Với $x=2500$, $y=0$ thì $P_C=5000$ (nghìn đồng).

Vậy P đạt lớn nhất tại B. Nên để tối đã lợi nhuận thì ta cần bán 625 bánh đậu xanh và 3750 bánh dẻo.

Phần 3. Hệ thức lượng trong tam giác

Bài 14. Tính giá trị lượng giác còn lại của góc α biết:

a. $\cos\alpha = \dfrac{5}{13}$ và $0° < x < 90°$;

b. $\sin\alpha = 0,8$ và $90° < x < 180°$;

c. $\tan\alpha = \dfrac{15}{8}$ và $0° < x < 90°$;

d. $\cot\alpha = -\dfrac{5}{3}$ và $90° < x < 180°$.

Lời giải

a. $\cos\alpha = \dfrac{5}{13}$ và $0° < x < 90°$

Vì $0° < x < 90°$ nên $\sin\alpha > 0, \tan\alpha > 0, \cot\alpha > 0$.

Ta có $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha} = \dfrac{12}{13}$.

Suy ra: $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{12}{5}$; $\cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha} = \dfrac{5}{12}$.

b. $\sin\alpha = 0,8$ và $90° < x < 180°$

Vì $90° < x < 180°$ nên $\cos\alpha < 0$, $\tan\alpha < 0, \cot\alpha < 0$.

Ta có $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha \Rightarrow \cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\dfrac{3}{5}$.

Suy ra: $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\dfrac{4}{3}$; $\cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha} = -\dfrac{3}{4}$.

c. $\tan\alpha = \dfrac{15}{8}$ và $0° < x < 90°$

Vì $0° < x < 90°$ nên $\sin\alpha > 0, \cos\alpha > 0, \cot\alpha > 0$.

$\tan^2\alpha + 1 = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{\tan^2\alpha + 1}} = \dfrac{8}{17}$.

Suy ra: $\sin\alpha = \tan\alpha.\cos\alpha = \dfrac{15}{17}$; $\cot\alpha = \dfrac{1}{\tan\alpha} = \dfrac{8}{15}$.

d. $\cot\alpha = -\dfrac{5}{3}$ và $90° < x < 180°$

Vì $90° < x < 180°$ nên $\cos\alpha < 0$, $\sin\alpha > 0, \tan\alpha < 0$.

$\cot^2\alpha + 1 = \dfrac{1}{\sin^2\alpha} \Leftrightarrow \sin\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{\cot^2\alpha + 1}} = \dfrac{3\sqrt{34}}{34}$.

Suy ra: $\cos\alpha = \cot\alpha.\sin\alpha = -\dfrac{5\sqrt{34}}{34}$

$\tan\alpha = \dfrac{1}{\cot\alpha} = -\dfrac{3}{5}$.

Bài 15. Chứng minh các đẳng thức sau:

a. $\cos^4\alpha - \sin^4\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

b. $1 - \cot^4\alpha = \dfrac{2}{\sin^2\alpha} - \dfrac{1}{\sin^4\alpha}$ (Với $\sin\alpha \neq 0$)

c. $\dfrac{1+\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}=1+2\tan^2\alpha$ (Với $\sin\alpha\neq\pm1$)

Lời giải

a. $\cos^4\alpha-\sin^4\alpha=2\cos^2\alpha-1$

$$VT=\cos^4\alpha-\sin^4\alpha=\left(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\right)\left(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha\right)=\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=VP.$$

b. $1-\cot^4\alpha=\dfrac{2}{\sin^2\alpha}-\dfrac{1}{\sin^4\alpha}$ $\left(\text{Với } \sin\alpha\neq0\right)$

$$\Leftrightarrow 1-\frac{\cos^4\alpha}{\sin^4\alpha}=\frac{2\sin^2\alpha-1}{\sin^4\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin^4\alpha-\cos^4\alpha}{\sin^4\alpha}=\frac{2\sin^2\alpha-1}{\sin^4\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\left(\sin^2\alpha-\cos^2\alpha\right)\left(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha\right)}{\sin^4\alpha}=\frac{2\sin^2\alpha-1}{\sin^4\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin^2\alpha-\cos^2\alpha}{\sin^4\alpha}=\frac{2\sin^2\alpha-1}{\sin^4\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin^2\alpha-\left(1-\sin^2\alpha\right)}{\sin^4\alpha}=\frac{2\sin^2\alpha-1}{\sin^4\alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\sin^2\alpha-1}{\sin^4\alpha}=\frac{2\sin^2\alpha-1}{\sin^4\alpha}\text{ (luôn đúng).}$$

c. $\dfrac{1+\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}=1+2\tan^2\alpha$ (Với $\sin\alpha\neq\pm1$)

$$VT=\frac{1+\sin^2\alpha}{1-\sin^2\alpha}=\frac{1+\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{1}{\cos^2\alpha}+\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=1+\tan^2\alpha+\tan^2\alpha=1+2\tan^2\alpha=VP.$$

Bài 16. Cho tam giác ABC có $AB=5cm$, $AC=3cm$, $A=120°$.

a. Giải tam giác ABC;

b. Tính độ dài các đường trung tuyến;

c. Tính diện tích của tam giác ABC;

d. Tính bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác;

e. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác.

Lời giải

a. Giải tam giác ABC;

Áp dụng định lí Cosin, ta có:

$$BC^2=AB^2+AC^2-2.AB.AC\cos A\Leftrightarrow BC=\sqrt{5^2+3^2-2.5.3.\cos120°}=7.$$

Áp dụng hệ quả của định lí Cosin, ta có:

$$\cos B=\frac{AB^2+BC^2-AC^2}{2.AB.BC}=\frac{5^2+7^2-3^2}{2.5.7}=\frac{13}{14}\Rightarrow B=21°47'$$

Ta có: $C=180°-21°47'-120°=38°13'$

b. Tính độ dài các đường trung tuyến;

Đường trung tuyến ứng với cạnh BC là:

$$m_a = \sqrt{\frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}} = \sqrt{\frac{5^2 + 3^2}{2} - \frac{7^2}{4}_a} = \frac{\sqrt{19}}{2} \text{ (cm)}$$

Đường trung tuyến ứng với cạnh AC là:

$$m_b = \sqrt{\frac{AB^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4}} = \sqrt{\frac{5^2 + 7^2}{2} - \frac{3^2}{4}} = \frac{\sqrt{139}}{2}(cm).$$

Đường trung tuyến ứng với cạnh AB là:

$$m_c = \sqrt{\frac{AC^2 + BC^2}{2} - \frac{AB^2}{4}} = \sqrt{\frac{3^2 + 7^2}{2} - \frac{5^2}{4}} = \frac{\sqrt{91}}{2}(cm).$$

c. Tính diện tích của tam giác ABC;

Diện tích tam giác ABC là: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin A = \frac{1}{2}.5.3.\sin 120^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{4}\left(cm^2\right)$.

d. Tính bán kính đường tròn nội tiếp của tam giác;

Ta có: $p = \dfrac{AB + AC + BC}{2} = \dfrac{5+3+7}{2} = 7{,}5\ (cm)$

$$r = \frac{S_{\Delta ABC}}{p} = \frac{\frac{15\sqrt{3}}{4}}{7{,}5} = \frac{\sqrt{3}}{2}(cm)$$

e. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp của tam giác.

Áp dụng công thức: $S_{\Delta ABC} = \dfrac{AB.AC.BC}{4R} \Rightarrow R = \dfrac{AB.AC.BC}{4S_{\Delta ABC}} = \dfrac{5.3.7}{4.\frac{15\sqrt{3}}{4}} = \dfrac{7\sqrt{3}}{3}\ (cm)$

Bài 17. Cho tam giác ABC. Chứng minh các đẳng thức sau:

a. $\cos(A+C) + 3\cos B = 1$ thì $B = 60^\circ$.

b. Nếu $b + c = 2a$ thì $\dfrac{2}{h_a} = \dfrac{1}{h_b} + \dfrac{1}{h_c}$.

c. Nếu $bc = a^2$ thì $\sin B.\sin C = \sin^2 A$ và $h_b.h_c = h_a^2$.

d. $a = b.\cos C + c.\cos B$.

e. $\sin A.\sin B + \sin B.\sin C + \sin C.\sin A = \dfrac{r^2 + p^2 + 4Rr}{4R^2}$ với $p;R;r$ lần lượt là nửa chu vi, bán kính đường tròn ngoại và nội tiếp tam giác ABC.

Lời giải

a. $\cos(A+C) + 3\cos B = 1$ thì $B = 60^\circ$.

Ta có: $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow A + C = 180^\circ - B \Rightarrow \cos(A+C) = -\cos B$.

Khi đó: $\cos(A+C) + 3\cos B = 1$ trở thành:

$$-\cos B + 3\cos B = 1 \Leftrightarrow 2\cos B = 1 \Leftrightarrow \cos B = \frac{1}{2} \Leftrightarrow B = 60^\circ.$$

b. Nếu $b + c = 2a$ thì $\dfrac{2}{h_a} = \dfrac{1}{h_b} + \dfrac{1}{h_c}$.

Ta có: $S = \frac{1}{2}a.h_a \Rightarrow a = \frac{2S}{h_a}$

$S = \frac{1}{2}b.h_b \Rightarrow b = \frac{2S}{h_b}$

$S = \frac{1}{2}c.h_c \Rightarrow c = \frac{2S}{h_c}$

Khi đó: $b + c = 2a$ trở thành: $\frac{2S}{h_b} + \frac{2S}{h_c} = 2.\frac{2S}{h_a} \Leftrightarrow \frac{2}{h_a} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$.

c. Nếu $bc = a^2$ thì $\sin B.\sin C = \sin^2 A$ và $h_b.h_c = h_a^2$.

+ Ta có: $b = 2R.\sin B; c = 2R.\sin C; a = 2R\sin A$.

Khi đó: $bc = a^2$ trở thành:

$2R.\sin B.2R.\sin C = \left(2R\sin A\right)^2 \Leftrightarrow 4R^2.\sin B.\sin C = 4R^2.\sin^2 A \Leftrightarrow \sin B.\sin C = \sin^2 A$.

+ Ta có: $S = \frac{1}{2}a.h_a \Rightarrow a = \frac{2S}{h_a}$

$S = \frac{1}{2}b.h_b \Rightarrow b = \frac{2S}{h_b}$

$S = \frac{1}{2}c.h_c \Rightarrow c = \frac{2S}{h_c}$

Khi đó: $bc = a^2$ trở thành: $\frac{2S}{h_b}.\frac{2S}{h_c} = \left(\frac{2S}{h_a}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{4S^2}{h_b.h_c} = \frac{4S^2}{h_a^2} \Leftrightarrow h_b.h_c = h_a^2$.

d. $a = b.\cos C + c.\cos B$.

$$VP = b.\cos C + c.\cos B = b.\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} + c.\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} = \frac{a^2+b^2-c^2}{2a} + \frac{a^2+c^2-b^2}{2a} = \frac{2a^2}{2a} = a = VT$$

e. $\sin A.\sin B + \sin B.\sin C + \sin C.\sin A = \frac{r^2+p^2+4Rr}{4R^2}$ với $p;R;r$ lần lượt là nửa chu vi, bán kính đường tròn ngoại và nội tiếp tam giác ABC.

Ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \sin A = \frac{2R}{a}; \sin B = \frac{2R}{b}; \sin C = \frac{2R}{c}$.

Khi đó: $VT = \sin A.\sin B + \sin B.\sin C + \sin C.\sin A = \frac{ab}{4R^2} + \frac{bc}{4R^2} + \frac{ca}{4R^2} = \frac{ab+bc+ca}{4R^2}$ (1)

Ta lại có: $S^2 = p^2r^2$ (2) và $S^2 = p\left(p-a\right)\left(p-b\right)\left(p-c\right)$ (3)

Từ (2) và (3) ta suy ra:

$p^2r^2 = p\left(p-a\right)\left(p-b\right)\left(p-c\right)$

$pr^2 = p^3 - p^2\left(a+b+c\right) + p\left(ab+bc+ca\right) - abc$

$pr^2 = p^3 - 2p^3 + p\left(ab+bc+ca\right) - abc$

$pr^2 = -p^3 + p\left(ab+bc+ca\right) - abc$ (4)

Hơn nữa: $S = pr = \dfrac{abc}{4R} \Rightarrow abc = 4prR$ (5)

Thay (5) vào (4) ta được: $pr^2 = -p^3 + p\left(ab+bc+ca\right) - 4Rpr \Rightarrow ab+bc+ca = r^2 + p^2 + 4Rr$ (6)

Thay (6) vào (1) ta được:

$VT = \sin A.\sin B + \sin B.\sin C + \sin C.\sin A = \dfrac{ab+bc+ca}{4R^2} = \dfrac{r^2+p^2+4Rr}{4R^2}$.

III Bài Tập Trắc Nghiệm

Câu 1. Câu nào sau đây không là mệnh đề?

A. Bạn đã làm bài tập toán chưa?

B. $3<1$.

C. Tam giác đều là tam giác có ba cạnh bằng nhau.

D. $4-5=1$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề A không phải là câu khẳng định.

Câu 2. Mệnh đề phủ định của mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2+x+5>0$" là

A. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2+x+5 \le 0$. **B.** $\forall x \in \mathbb{R}, x^2+x+5 \le 0$.

C. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2+x+5 < 0$. **D.** $\forall x \in \mathbb{R}, x^2+x+5 < 0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 \le x$ **B.** $\forall x \in \mathbb{R}, 15x^2-8x+1>0$.

C. $\exists x \in \mathbb{R}, |x|<0$ **D.** $\exists x \in \mathbb{R}, -x^2>0$.

Lời giải

Chọn A

Mệnh đề $\exists x \in \mathbb{N}, x^2 \le x$ đúng vì có $x=0$ thoả mãn $0^2 \le 0$.

Câu 4. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Tất cả các số tự nhiên đều không âm.

B. Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

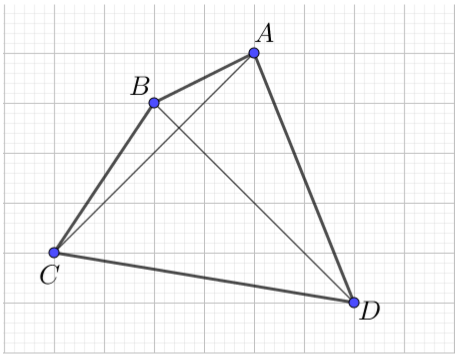
C. Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau thì tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật.

D. Nếu tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn C

Không phải tất cả các tứ giác có hai đường chéo bằng nhau đều là hình chữ nhật. Chẳng hạn tứ giác $ABCD$ trong hình vẽ sau có hai đường chéo AC và BD bằng nhau nhưng không là hình chữ nhật.



Câu 5. Cho tập $X=\{1;2;3;4\}$. Câu nào sau đây đúng?

A. Số tập con của X là 16.

B. Số tập con có hai phần tử của X là 8.

C. Số tập con chứa số 1 của X là 6.

D. Số tập con chứa 4 phần tử của X là 0.

Lời giải

Chọn A

Các tập con của X là : $\varnothing;\{1\};\ \{2\};\{3\};\{4\};\ \{1;2\};\ \{1;3\};\{1;4\};\{2;3\};\{2;4\};\ \{3;4\};\{1;2;3\};$ $\{1;2;4\};\ \{1;3;4\};\ \{2;3;4\};\{1;2;3;4\}$.

Có 16 tập con.

Có 6 tập con có 2 phần tử.

Có 8 tập con chứa số 1.

Có 1 tập con có 4 phần tử.

Câu 6. Khoảng $(3;7)$ có thể viết theo dạng nào dưới đây?

A. $\{x\in\mathbb{R}|3<x\le 7\}$.

B. $\{x\in\mathbb{Z}|3\le x\le 7\}$.

C. $\{x\in\mathbb{R}|3<x<7\}$.

D. $\{x\in\mathbb{R}|3\le x\le 7\}$.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa về khoảng $(a;b)=\{x\in\mathbb{R}|a<x<b\}$ và biểu diễn trên trục số

Câu 7. Cách viết nào sau đây đúng?

A. $a\subset[a;b]$.

B. $\{a\}\subset[a;b]$.

C. $\{a\}\subset(a;b]$.

D. $a\subset(a;b]$.

Lời giải

Chọn B

Câu 8. Cho $A=\{1;2;3;5;7\}$, $B=\{2;4;5;6;8\}$. Tập hợp $A\cup B$

A. $\{1;3;7\}$.

B. $\{2;5\}$.

C. $\{1;3;7;6;8\}$.

D. $\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9. Cho hai tập hợp $A=(-1;5], B=(2;7)$. Tập hợp $A\setminus B$

A. $(-1;2]$. **B.** $(2;5]$. **C.** $(-1;7]$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 10. Cho tập hợp $A=(-2;6); B=[-3;4]$. Khi đó, tập $A\cap B$ là

A. $(-2;3]$. **B.** $(-2;4]$. **C.** $(-3;6]$. **D.** $(4;6]$.

Lời giải

Chọn B

Từ hình vẽ suy ra $A\cap B=(-2;4]$

Câu 11. Mệnh đề nào sau đây đúng?

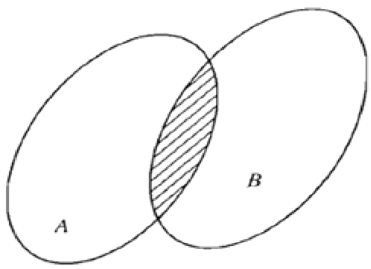
A. $A\cup\varnothing=\varnothing$. **B.** $A\cap A=\varnothing$. **C.** $A\setminus A=\varnothing$. **D.** $A\cap\varnothing=A$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A\cup\varnothing=A$; $A\cap A=A$; $A\cap\varnothing=\varnothing$. Nên chọn C.

Câu 12. Cho A, B là hai tập hợp được minh hoạ như hình vẽ. Phần tô đen trong hình vẽ là tập hợp nào sau đây?



A. $A\cap B$. **B.** $A\cup B$. **C.** $A\setminus B$. **D.** $B\setminus A$.

Lời giải

Chọn A

Hình vẽ thể hiện phần chung của hai tập hợp. Nên chọn đáp án A.

Câu 13. Trong số 50 học sinh của lớp 10A có 15 bạn được xếp loại học lực giỏi, 25 bạn được xếp loại hạnh kiểm tốt, trong đó có 10 bạn vừa được học sinh giỏi vừa được hạnh kiểm tốt. Khi đó lớp 10A có bao nhiêu bạn được khen thưởng, biết rằng muốn được khen thưởng bạn đó phải có học lực giỏi hay hạnh kiểm tốt.

A. 25. **B.** 20. **C.** 35. **D.** 30.

Lời giải

Chọn D

Có 10 bạn vừa được học sinh giỏi vừa được hạnh kiểm tốt nên: có 5 bạn được xếp loại học lực giỏi và được xếp loại hạnh kiểm không tốt, 15 bạn được xếp loại hạnh kiểm tốt và được xếp loại học không lực giỏi.

Do đó: Số bạn được khen thưởng là: 10 + 5 + 15 = 30.

Câu 14. Trong các cặp số sau đây, cặp nào không thuộc nghiệm của bất phương trình $x-4y+5>0$

A. $(-5;0)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(0;0)$. **D.** $(1;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Xét A thay $x=-5, y=0$ vào $x-4y+5>0$ ta được $0>0$ sai.

Câu 15. Điểm $A(-1;3)$ là điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

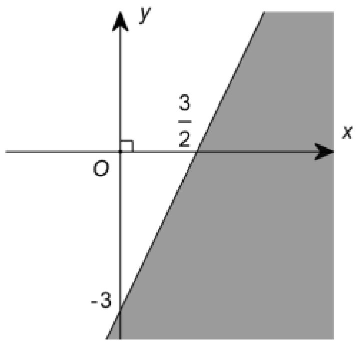
A. $-3x+2y-4>0$. **B.** $x+3y<0$. **C.** $3x-y>0$. **D.** $2x-y+4>0$.

Lời giải

Chọn A

Thay $x=-1, y=3$ vào $-3x+2y-4>0$. Ta được: $-3.(-1)+2.3-4>0 \Leftrightarrow 5>0$ đúng.

Câu 16. Phần tô đậm trong hình vẽ sau, biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?.



A. $2x-y<3$. **B.** $2x-y>3$. **C.** $x-2y<3$. **D.** $x-2y>3$.

Lời giải

Chọn A

Từ hình vẽ suy ra đường thẳng $d: y=ax+b$ đi qua hai điểm có toạ độ $(0;-3);\left(\frac{3}{2};0\right)$ nên

ta có hệ phương trình $\begin{cases}-3=b\\0=\frac{3}{2}a+b\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=-3\end{cases}$.

Vậy $d: y=2x-3 \Leftrightarrow 2x-y-3=0$.

Thay toạ độ $O(0;0)$ vào d ta có $-3<0$ suy ta $2x-y-3<0 \Leftrightarrow 2x-y<3$.

Câu 17. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases}x+3y-2\ge 0\\2x+y+1\le 0\end{cases}$. Trong các điểm sau điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình

A. $M(0;1)$. **B.** $N(-1;1)$. **C.** $P(1;3)$. **D.** $Q(-1;0)$.

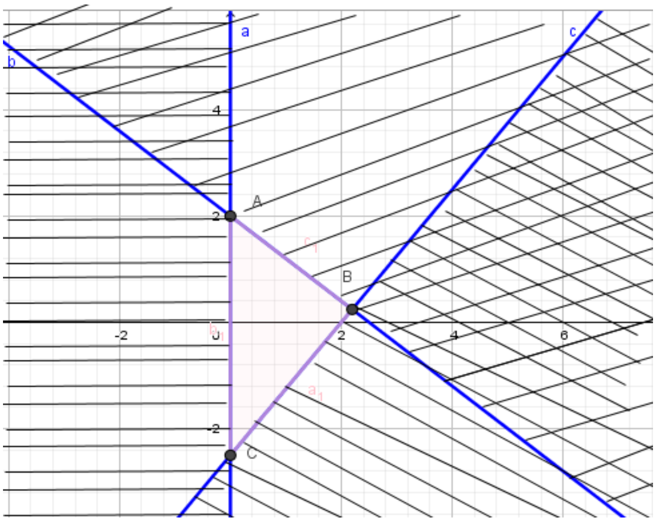
Lời giải

Chọn B

Với $x=-1; y=1$ vào hệ phương trình ta có $\begin{cases} -1+3.1-2\geq 0 \\ 2(-1)+1+1\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\geq 0 \\ 0\leq 0 \end{cases}$ (luôn đúng).

Vậy $N(-1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình.

Câu 18. Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây



là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D.

A. $\begin{cases} y\geq 0 \\ 5x-4y\geq 10 \\ 5x+4y\leq 10 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x\geq 0 \\ 4x-5y\leq 10 \\ 5x+4y\leq 10 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x\geq 0 \\ 5x-4y\leq 10 \\ 4x+5y\leq 10 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x>0 \\ 5x-4y\leq 10 \\ 4x+5y\leq 10 \end{cases}$.

Lời giải

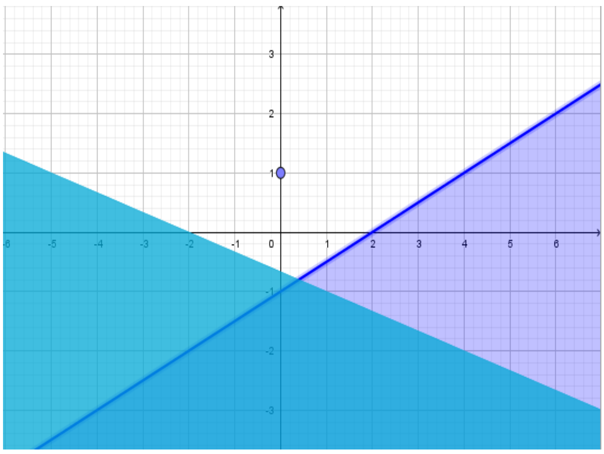
Chọn C

Theo đề bài miền nghiệm là miền tam giác ABC kể cả ba cạnh nên ta loại ngay đáp án D.

Chọn điểm $M(1;-1)$ thuộc miền nghiệm ta loại được đáp án A vì chứa bất phương trình $y\geq 0$.

Đáp án B có đường thẳng $4x-5y=10$ đi qua 2 điểm $E(0;-2)$ và $F\left(\frac{5}{2};0\right)$ không có trong hình minh họa nên loại đáp án B.

Câu 19. Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



A. $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ x+3y\ge -2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x-2y>0 \\ x+3y<-2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x-2y\le 0 \\ x+3y\le -2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x-2y<0 \\ x+3y>-2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Theo đề bài miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên) nên ta loại đáp án A, C.

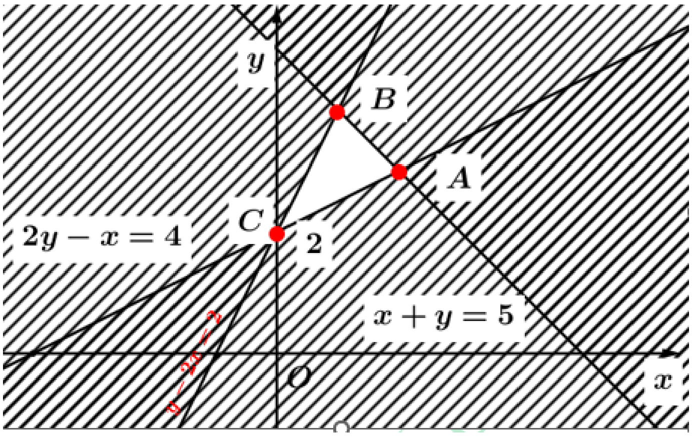
Chọn điểm thuộc miền nghiệm $A(0;1)$ thay vào bất phương trình ở câu B $x-2y>0 \Leftrightarrow 0-2.1>0$ (vô lý) nên loại đáp án B.

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất $F_{\min}$ của biểu thức $F(x;y)=y-x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y-2x\le 2 \\ 2y-x\ge 4 \\ x+y\le 5 \end{cases}$ là

A. $F_{\min}=1$. **B.** $F_{\min}=2$. **C.** $F_{\min}=3$. **D.** $F_{\min}=4$.

Lời giải

Chọn A



Miền nghiệm của bất phương trình là miền tam giác ABC (kể cả các cạnh của tam giác)

Với $A(2;3);B(1;4);C(0;2)$.

$F(x;y)=y-x$

Ta có $F(2;3)=1;F(1;4)=3;F(0;2)=2$

Vậy $F_{\min}=1$.

Câu 21. Cho $0°<\alpha<90°$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\tan\alpha>0;\cot\alpha>0$. **B.** $\tan\alpha<0;\cot\alpha<0$.
C. $\tan\alpha>0;\cot\alpha<0$. **D.** $\tan\alpha<0;\cot\alpha>0$.

Lời giải

Chọn A

Vì $0°<\alpha<90°$ nên α nằm ở gốc phần tư thứ nhất nên $\tan\alpha>0;\cot\alpha>0$.

Câu 22. Cho góc α thỏa mãn $\sin\alpha=\dfrac{12}{13}$ và $90^0<\alpha<180^0$. Khi đó, giá trị $\cos\alpha$ bằng

A. $\dfrac{1}{13}$. **B.** $\dfrac{5}{13}$. **C.** $-\dfrac{5}{13}$. **D.** $-\dfrac{1}{13}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $90^0 < \alpha < 180^0 \Rightarrow \cos\alpha < 0$.

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{25}{169} \Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\frac{5}{13}$$

Mà $\cos\alpha < 0$ nên $\cos\alpha = -\frac{5}{13}$.

Câu 23. Cho góc α thỏa mãn $\tan\alpha = -\frac{4}{3}$. Khi đó, giá trị $\sin\alpha$ bằng

A. $-\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $-\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $90^0 < \alpha < 180^0 \Rightarrow \cos\alpha < 0, \sin\alpha > 0$.

$$\tan\alpha = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow \cos\alpha = -\frac{3}{4}\sin\alpha$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin^2\alpha + \left(-\frac{3}{4}\sin\alpha\right)^2 = 1 \Rightarrow \sin^2\alpha = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \sin\alpha = \pm\frac{4}{5}$$

Mà $\sin\alpha > 0$ nên $\sin\alpha = \frac{4}{5}$.

Câu 24. Cho $\sin\alpha = \frac{3}{5}$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot\alpha - 2\tan\alpha}{\tan\alpha + 3\cot\alpha}$ là

A. $\frac{2}{57}$. **B.** $-\frac{2}{57}$. **C.** $\frac{4}{57}$. **D.** $-\frac{4}{57}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $90^0 < \alpha < 180^0 \Rightarrow \cos\alpha < 0$.

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{16}{25} \Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\frac{4}{5}$$

Mà $\cos\alpha < 0$ nên $\cos\alpha = -\frac{4}{5} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{3}{4}$, $\cot\alpha = -\frac{4}{3}$

$$E = \frac{\cot\alpha - 2\tan\alpha}{\tan\alpha + 3\cot\alpha} = \frac{-\frac{4}{3} - 2.\left(-\frac{3}{4}\right)}{-\frac{3}{4} + 3.\left(-\frac{4}{3}\right)} = -\frac{2}{57}.$$

Cách khác: GVPB

$$E = \frac{\cot\alpha - 2\tan\alpha}{\tan\alpha + 3\cot\alpha} = \frac{\cos^2 x - 2\sin^2 x}{\sin^2 x + 3\cos^2 x} = \frac{1 - 3\sin^2 x}{3 - 2\sin^2 x} = \frac{1 - 3\left(\frac{3}{5}\right)^2}{3 - 2\left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{2}{57}.$$

Câu 25. Tam giác ABC vuông ở A, có góc $B = 30°$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\cos B = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\sin C = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\cos C = \dfrac{1}{2}$. **D.** $\sin B = \dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Tam giác ABC vuông ở A, có góc $B = 30°$ suy ra $C = 60°$

$\cos B = \cos 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$\sin C = \sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$\cos C = \cos 60° = \dfrac{1}{2}$.

$\sin B = \sin 30° = \dfrac{1}{2}$.

Câu 26. Cho tam giác ABC có $a + 3b + 5c = 28$ và $\sin A + 3\sin B + 5\sin C = 7$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC?

A. $R = \dfrac{1}{4}$. **B.** $R = \dfrac{1}{2}$. **C.** $R = 2$. **D.** $R = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \sin A = \dfrac{a}{2R}; \sin B = \dfrac{b}{2R}; \sin C = \dfrac{c}{2R}$

Từ $\sin A + 3\sin B + 5\sin C = 7 \Leftrightarrow \dfrac{a}{2R} + 3.\dfrac{b}{2R} + 5.\dfrac{c}{2R} = 7 \Leftrightarrow a + 3b + 5c = 14R$

$\Leftrightarrow 14R = 28 \Leftrightarrow R = 2$.

Câu 27. Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, AC = b$, m_a là độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh R. Hãy chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau?

A. $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$. **B.** $m_a^2 = \dfrac{b^2 + c^2}{2} - \dfrac{a^2}{4}$.

C. $b^2 = a^2 + c^2 + 2ac\cos B$. **D.** $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$.

Lời giải

Chọn C

Theo định lý cosin, ta có $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$.

Câu 28. Cho tam giác ABC có $BC = a, AC = b, AB = c$. Gọi p là nửa chu vi của tam giâc, r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác và S là diện tích tam giác đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = p(p-a)(p-b)(p-c)$. **B.** $S = 2bc\sin A$.

C. $S = pr$. **D.** $S = \dfrac{abc}{4r}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S = pr$.

Câu 29. Một tam giác có ba cạnh là $10, 12, 18$. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu?

A. $42\sqrt{2}$. **B.** $40\sqrt{2}$. **C.** $40\sqrt{3}$. **D.** $41\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $p = \dfrac{10+12+18}{2} = 20$.

$S = \sqrt{20(20-10)(20-12)(20-18)} = 40\sqrt{2}$.

Câu 30. Cho tam giác ABC có $BC = a, AC = b, AB = c$ và có diện tích S. Nếu tăng cạnh BC lên 3 lần và giảm cạnh AB đi 2 lần, đồng thời giữ nguyên góc B thì khi đó diện tích tam giác mới được tạo thành bằng

A. $2S$. **B.** $\dfrac{3}{2}S$. **C.** $6S$. **D.** $\dfrac{2}{3}S$.

Lời giải

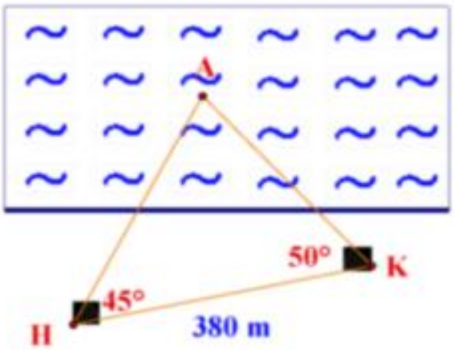
Chọn C

Ta có $S = \dfrac{1}{2}AB.BC.\sin B$.

Nếu tăng cạnh BC lên 3 lần và giảm cạnh AB đi 2 lần, đồng thời giữ nguyên góc B thì khi đó diện tích tam giác mới được tạo thành bằng

$S' = \dfrac{1}{2}\cdot 3BC\cdot\dfrac{AB}{2}\cdot\sin B = \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{1}{2}AB.BC.\sin B\right) = \dfrac{3}{2}S$.

Câu 31. Trên biển một con thuyền thả neo ở vị trí A. Một người đứng ở vị trí K trên bờ biển muốn đo khoảng cách từ người đó đến con thuyền, người đó đã chọn một điểm H trên bờ với K và đo được $KH = 380m, \widehat{AKH} = 50°, \widehat{AHK} = 45°$. Khoảng cách KA từ người đó đến con thuyền bằng



A. $KA \approx 270\ m$. **B.** $KA \approx 280\,m$. **C.** $KA \approx 290\,m$. **D.** $KA \approx 300\,m$.

Lời giải

Chọn A

Xét tam giác AHK: $\widehat{AHK} = 180° - (\widehat{AHK} + \widehat{AKH}) = 180° - (45° + 50°) = 85°$.

Áp dụng định lí sin: $\dfrac{AK}{\sin\widehat{AHK}} = \dfrac{HK}{\sin\widehat{HAK}} \Rightarrow AK = \dfrac{HK.\sin\widehat{AHK}}{\sin\widehat{HAK}} = \dfrac{380.\sin 45°}{\sin 85°} \approx 269,73m$

Câu 32. Cho tam giác ABC có $BC = a = \sqrt{2x+1}, AC = b = 2, AB = c = 3$. Nếu góc A của tam giác bằng $60°$ thì giá trị của x là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Xét tam giác ABC: $\cos BAC = \dfrac{BA^2 + AC^2 - BC^2}{2BA.AC} = \dfrac{2^2 + 3^2 - \left(\sqrt{2x+1}\right)^2}{2.2.3} = \dfrac{6-x}{6}\left(x > -\dfrac{1}{2}\right)$.

Do góc $BAC = 60° \Rightarrow \dfrac{6-x}{6} = \cos 60° \Leftrightarrow \dfrac{6-x}{6} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x = 3$(thoả mãn điều kiện).

Kết luận: $x = 3$.

Câu 33. Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $BC = a, AC = b, AB = c$. Gọi m_a, m_b, m_c lần lượt là độ dài các đường trung tuyến kẻ từ các đỉnh A, B, C. Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?

i) $m_a^2 = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{4}$;

ii) $\cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

iii) $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \dfrac{a^2 + b^2 + c^2}{3}$

A. 1 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 0 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: $m_a^2 = \dfrac{2\left(b^2 + c^2\right) - a^2}{4}$ nên i) là mệnh đề mang giá trị sai.

$\cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ nên ii) là mệnh đề mang giá trị đúng .

$m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \dfrac{2\left(b^2 + c^2\right) - a^2}{4} + \dfrac{2\left(a^2 + c^2\right) - b^2}{4} + \dfrac{2\left(a^2 + b^2\right) - c^2}{4} = \dfrac{3\left(b^2 + c^2 + a^2\right)}{4}$ nên iii) sai.

Câu 34. Cho tam giác ABC có $AB = c, BC = a, AC = b$ và R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = R$. **B.** $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$.

C. $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = \dfrac{1}{2R}$. **D.** $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = \dfrac{1}{R}$.

Lời giải

Chọn B

Đẳng thức đúng $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$

Câu 35. Cho tam giác ABC có $AB = c, AC = b$ và $BC = a$. Trung tuyến AM có độ dài là

A. $AM = \sqrt{b^2 + c^2 - a^2}$.　　**B.** $AM = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$.

C. $AM = \sqrt{3a^2 - 2b^2 - 2c^2}$.　　**D.** $AM = \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$.

Lời giải

Chọn B

$AM = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$

Câu 36. Cho tam giác ABC có $AB = 5, AC = 8$ và $BAC = 60^\circ$. Khi đó, bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng

A. 1.　　**B.** 2.　　**C.** $\sqrt{3}$.　　**D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin BAC = \frac{1}{2}5.8.\sin 60^\circ = 10\sqrt{3}$

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos BAC} = \sqrt{5^2 + 8^2 - 2.5.8.\cos 60^\circ} = 7$.

Lại có $S_{ABC} = pr \Rightarrow r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{10\sqrt{3}}{\frac{5+8+7}{2}} = \sqrt{3}$.

Câu 37. Cho tam giác ABC có cạnh $b = 6, .c = 8$. góc $A = 60^\circ$. Khi đó độ dài cạnh a bằng

A. $2\sqrt{13}$.　　**B.** $3\sqrt{12}$.　　**C.** $2\sqrt{37}$.　　**D.** $\sqrt{20}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng định lý cosin ta có

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A \Rightarrow a^2 = 6^2 + 8^2 - 2.6.8.\frac{1}{2} = 52 \Rightarrow a = 2\sqrt{13}$.

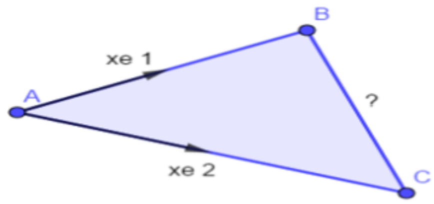
Vậy $a = 2\sqrt{13}$.

Câu 38. Hai chiếc tàu thuỷ cùng xuất phát từ vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60°. Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30km/h, tàu thứ hai chạy với tốc độ 40km/h. Sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

A. 13 km.　　**B.** $15\sqrt{13}$ km.　　**C.** $20\sqrt{13}$ km.　　**D.** 15 km.

Lời giải

Chọn C



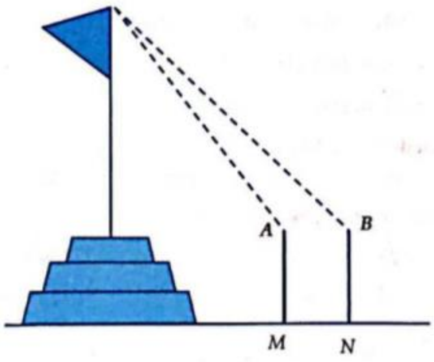
Trong 2 giờ, tàu 1 đi được quãng đường là $AB = 60$.

Trong 2 giờ, tàu 2 đi được quãng đường là $AC = 80$.

Sau 2 giờ khoảng cách giữa 2 xe là BC

Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2.AB.AC.\cos 60^\circ = 5200 \Rightarrow BC = 20\sqrt{13}$.

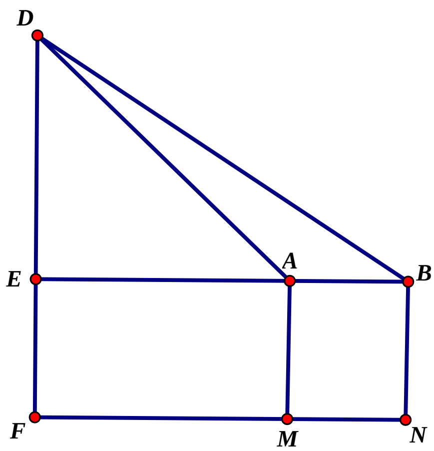
Câu 39. Để đo chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cột cờ của một kỳ đài trước Ngọ Môn (Đại Nội – Huế), người ta cắm hai cọc AM và BN cao $1,5$ mét so với mặt đất. Hai cọc này song song và cách nhau 10 mét và thẳng hàng so với tim cột cờ (hình vẽ minh họa). Đặt giác kế tại đỉnh A và B để nhắm đến đỉnh cột cờ, người ta được các góc lần lượt là $51^\circ 40'$ và $45^\circ 39'$ so với đường song song với mặt đất. Khi đó, chiều cao của cột cờ (làm tròn 0.01 mét) bằng



A. $54,33\,\text{m}$. **B.** $56,88$ m. **C.** $55,01$ m. **D.** $54,63$ m.

Lời giải

Chọn C



Theo đề ta có $DAE = 51^\circ 40'$, $DBA = 45^\circ 39'$, $AB = MN = 10\,\text{m}$.

Suy ra $ADB = 51^\circ 40' - 45^\circ 39' = 6^\circ 1'$.

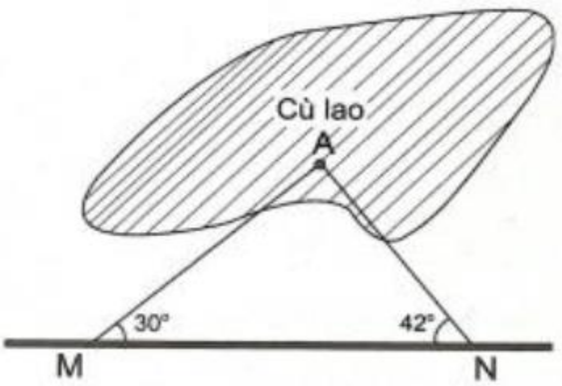
Áp dụng định lý Sin trong tam giác DAB ta có

$$\frac{AB}{\sin ADB} = \frac{DA}{\sin DBA} \Rightarrow DA = \frac{AB.\sin DBA}{\sin ADB} = \frac{10.\sin\left(45^\circ 39'\right)}{\sin\left(6^\circ 1'\right)} \approx 68,22\,\text{m}.$$

Tam giác DEA vuông tại E nên $ED = DA.\sin DAE = 68,22.\sin\left(51^\circ 40'\right) \approx 53,51\,\text{m}$.

Chiều cao cột cờ là $53,51 + 1,5 \approx 55,01\,\text{m}$.

Câu 40. Để đo khoảng cách từ một vị trí N trên bờ sông đến một gốc cây tại A trên cù lao giữa sông, người ta chọn một điểm M cùng ở trên bờ với N. Biết ta đo được $MN = 32\,\text{m}$, $AMN = 30^\circ$, $ANM = 42^\circ$. Khoảng cách từ N đến gốc cây A bằng



A. $AN \approx 14,82$. **B.** $AN \approx 15,82$. **C.** $AN \approx 16,82$. **D.** $AN \approx 17,82$.

Lời giải

Chọn C

Theo đề ta có $AMN = 30^\circ$, $ANM = 42^\circ$ nên $MAN = 108^\circ$.

Áp dụng định lý sin trong tam giác AMN ta có

$$\frac{MN}{\sin MAN} = \frac{AN}{\sin AMN} \Rightarrow AN = \frac{MN.\sin AMN}{\sin MAN} = \frac{32.\sin 30^\circ}{\sin 108^\circ} \approx 16,82\,\text{m}$$

Khoảng cách từ N đến gốc cây A bằng $16,82\,\text{m}$.

------------------HẾT------------------