

## CHỦ ĐỀ CẤP SỐ CỘNG

### I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

#### 1) Định nghĩa

Cấp số cộng là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số không đổi  $d$ . Khi đó, số  $d$  được gọi là công sai của cấp số cộng.

#### 2) Số hạng tổng quát

Nếu cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  được xác định bởi công thức  $u_n = u_1 + (n-1)d$  với  $n \geq 2$ .

#### 3) Tính chất các số hạng của cấp số cộng

Trong một cấp số cộng, mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là  $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$  với  $k \geq 2$ .

Chú ý:  $a, b, c$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì  $a + c = 2b$ .

#### 4) Tổng $n$ số hạng đầu của một cấp số cộng

Cho cấp số cộng  $(u_n)$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ . Khi đó  $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$ .

Chú ý: Vì  $u_n = u_1 + (n-1)d$  nên công thức trên có thể viết lại là  $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$ .

Chứng minh: Gọi  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n$  lần lượt là các số hạng của cấp số cộng. Ta có

$$S_n = u_1 + \underbrace{u_1 + d}_{u_2} + \underbrace{u_1 + 2d}_{u_3} + \dots + \underbrace{u_1 + (n-2)d}_{u_{n-1}} + \underbrace{u_1 + (n-1)d}_{u_n}$$

$$S_n = \underbrace{u_1 + (n-1)d}_{u_n} + \underbrace{u_1 + (n-2)d}_{u_{n-1}} + \dots + \underbrace{u_1 + 2d}_{u_3} + \underbrace{u_1 + d}_{u_2} + u_1$$

$$\overline{2S_n = [2u_1 + (n-1)d] + [2u_1 + (n-1)d] + [2u_1 + (n-1)d] + \dots + [2u_1 + (n-1)d]}$$

$$\text{Do đó } 2S_n = n[2u_1 + (n-1)d] \rightarrow S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d].$$

### II. PHÂN DẠNG TOÁN VÀ HỆ THỐNG VÍ DỤ MINH HỌA

#### Dạng 1. Bài toán liên quan đến tính chất của cấp số cộng

**Ví dụ 1.** Tính số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của một cấp số cộng biết

$$\text{a) } \begin{cases} u_4 = 10 \\ u_7 = 19 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} u_3 = -15 \\ u_{14} = 18 \end{cases}$$

*Lời giải:*

$$\text{a) Ta có } \begin{cases} u_4 = 10 \\ u_7 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ u_1 + 6d = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = 1 \end{cases}$$

$$\text{b) Ta có } \begin{cases} u_3 = -15 \\ u_{14} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = -15 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = -21 \end{cases}$$

**Ví dụ 2.** Tính số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của một cấp số cộng biết

$$\text{a) } \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 7 \end{cases}$$

**Lời giải:**

$$\text{a) } \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_1 + u_6 = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 - (u_1 + 2d) + u_1 + 4d = 10 \\ u_1 + u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 16 \\ d = -3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} u_1 + u_5 - u_3 = 10 \\ u_1 + u_6 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 4d - (u_1 + 2d) = 10 \\ u_1 + u_1 + 5d = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 10 \\ 2u_1 + 5d = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 36 \\ d = -13 \end{cases}$$

**Ví dụ 3.** Tính số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của một cấp số cộng biết

$$\text{a) } \begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 27 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 275 \end{cases}$$

**Lời giải:**

$$\text{a) } \begin{cases} u_7 + u_{15} = 60 \\ u_4^2 + u_{12}^2 = 1170 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + 6d + u_1 + 14d = 60 \\ (u_1 + 3d)^2 + (u_1 + 11d)^2 = 1170 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 30 - 10d \\ (30 - 7d)^2 + (30 + d)^2 = 1170 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_1 = 30 - 10d \\ 1800 + 50d^2 - 360d = 1170 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 30 - 10d \\ d = 4, 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = -12; d = 4, 2 \\ u_1 = 0; d = 3 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 27 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 275 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2u_2 + u_2 = 27 \\ (u_2 - d)^2 + (u_2 + d)^2 + u_2^2 = 275 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_2 = 9 \\ 3u_2^2 + 2d^2 = 275 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_2 = 9 \\ d = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 5; d = 4 \\ u_1 = 13; d = -4 \end{cases}$$

**Ví dụ 3.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 11 - 10n$ .

a) Viết 5 số hạng đầu của dãy.

b) Chứng minh dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng. Chỉ rõ  $u_1$  và  $d$ .

**Lời giải:**

a) 5 số hạng đầu của dãy là 1, -9, 19, -29, -39.

b) Xét hiệu  $u_{n+1} - u_n = 11 - 10(n+1) - (11 - 10n) = -10$ .

Do đó  $u_{n+1} = u_n - 5$ , suy ra dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với  $u_1 = 1; d = -10$ .

**Ví dụ 4:**

a) Viết năm số xen giữa hai số 1 và 25 để được một cấp số cộng có tám số hạng. Tính tổng các số hạng của cấp số này.

b) Viết sáu số hạng xen giữa hai số 30 và 2 để được một cấp số cộng có bảy số hạng. Số hạng thứ 50 của cấp số này là bao nhiêu?

**Lời giải:**

a) Theo bài ra, ta có  $u_1 = 1, u_8 = 25$ . Từ công thức  $u_n = u_1 + (n-1)d$

Suy ra  $d = \frac{u_n - u_1}{n-1} = \frac{25-1}{7-1} = 4$ . Vậy 5 số phải viết thêm là 5, 9, 13, 17, 21.

b) Ta có  $d = \frac{u_n - u_1}{n-1} = \frac{2-30}{8-1} = -4$ . Vậy 6 số phải viết thêm là 26, 22, 18, 14, 10, 6.

Lại có  $u_n = u_1 + (n-1)d \rightarrow u_{50} = 30 + (50-1) \cdot (-4) = -166$ .

**Ví dụ 5:** Cho hai cấp số cộng

$(x_n): 4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots$

$(y_n): 1, 6, 11, 16, 21, 26, \dots$

Hỏi trong 100 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số cộng có bao nhiêu số hạng chung?

**Lời giải:**

Ta có  $x_n = 4 + (n-1)3 = 3n + 1$  với  $1 \leq n \leq 100$ .

$y_k = 1 + (k-1)5 = 5k - 4$  với  $1 \leq k \leq 100$ .

Để một số là số hạng chung, ta phải có  $3n + 1 = 5k - 4 \Leftrightarrow 3n = 5(k - 1)$

Suy ra n chia hết cho 5, tức  $n = 5t$  và  $k = 3t + 1$  với  $t \in \mathbb{Z}$ .

Vì  $1 \leq n \leq 100$  nên  $1 \leq t \leq 20$ . Ứng với 20 giá trị của t, ta tìm được 20 số hạng chung.

Chẳng hạn, với  $t = 1$  thì  $n = 5, k = 4$ , khi đó  $x_5 = y_4 = 16$ .

**Ví dụ 6:** Chứng minh rằng ba số dương a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số cộng khi và chỉ khi các số

$\frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}, \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

**Lời giải:**

Ba số  $\frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}, \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$  lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi

$$\frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}} = \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{b} - \sqrt{a}}{(\sqrt{c} + \sqrt{a})(\sqrt{b} + \sqrt{c})} = \frac{\sqrt{c} - \sqrt{b}}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{c} + \sqrt{a})}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{b} - \sqrt{a})(\sqrt{b} + \sqrt{a}) = (\sqrt{c} - \sqrt{b})(\sqrt{c} + \sqrt{b})$$

$$\Leftrightarrow b - a = c - b \Leftrightarrow a, b, c \text{ lập thành cấp số cộng.}$$

**Ví dụ 7:** Chu vi của một đa giác là 45 cm, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai  $d = 3\text{cm}$ . Biết cạnh lớn nhất là 15 cm, tính số cạnh của đa giác đó.

**Lời giải:**

Gọi cạnh nhỏ nhất của đa giác là  $u_1$  và số cạnh của đa giác là  $n$ .

$$\text{Ta có } 15 = u_1 + (n-1) \cdot 3 \text{ hay } u_1 = 18 - 3n > 0 \rightarrow n < 6.$$

Tổng các cạnh (tức là chu vi đa giác) là 45 cm, ta có

$$45 = \frac{n(15 + 18 - 3n)}{2} \text{ hay } 3n^2 - 33n + 90 = 0.$$

Giải phương trình với  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  $n < 6$ , ta được  $n = 5$ .

**Ví dụ 8:** Tìm số hạng đầu và công sai của cấp số cộng, biết

$$\text{a) } \begin{cases} u_7 = 27 \\ u_{15} = 59 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} u_9 = 5u_2 \\ u_{13} = 2u_6 + 5 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} u_2 + u_4 - u_6 = -7 \\ u_8 - u_7 = 2u_4 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} u_3 - u_7 = -8 \\ u_2 \cdot u_7 = 75 \end{cases}$$

**Lời giải:**

Gọi số hạng đầu tiên và công sai của cấp số cộng lần lượt là  $u_1, d$ .

Khi đó, số hạng thứ  $n$  của cấp số cộng có dạng  $u_n = u_1 + (n-1)d$ .

$$\text{a) Ta có } \begin{cases} u_7 = 27 \\ u_{15} = 59 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 6d = 27 \\ u_1 + 14d = 59 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 8 \end{cases}. \text{ Vậy } \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 8 \end{cases}.$$

$$\text{b) Ta có } \begin{cases} u_9 = 5u_2 \\ u_{13} = 2u_6 + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 8d = 5(u_1 + d) \\ u_1 + 12d = 2(u_1 + 5d) + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1 - 3d = 0 \\ u_1 - 2d = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}.$$

$$\text{c) Ta có } \begin{cases} u_2 + u_4 - u_6 = -7 \\ u_8 - u_7 = 2u_4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d + u_1 + 3d - (u_1 + 5d) = -7 \\ u_1 + 7d - (u_1 + 6d) = 2(u_1 + 3d) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - d = -7 \\ 2u_1 + 5d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -5 \\ d = 2 \end{cases}. \text{ Vậy số hạng đầu } u_1 = -5 \text{ và công sai } d = 2.$$

$$\text{d) Ta có } u_3 - u_7 = -8 \Leftrightarrow u_1 + 2d - (u_1 + 6d) = -8 \Leftrightarrow -4d = -8 \Leftrightarrow d = 2.$$

$$\text{Mặt khác } u_2 \cdot u_7 = 75 \Leftrightarrow (u_1 + d)(u_1 + 6d) = 75 \Rightarrow (u_1 + 2)(u_1 + 12) = 75$$

$$\Leftrightarrow u_1^2 + 14u_1 - 51 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_1 = -17 \end{cases}. \text{ Vậy } \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} u_1 = -17 \\ d = 2 \end{cases}.$$

**Ví dụ 9:** Xác định số hạng đầu và công sai của cấp số cộng, biết rằng

$$\text{a) } \begin{cases} S_{12} = 36 \\ S_{18} = 45 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} u_5 = 10 \\ S_{10} = 5 \end{cases}$$

**Lời giải:**

Gọi  $u_1, d$  lần lượt là số hạng đầu và công sai của cấp số cộng.

Áp dụng công thức tính tổng của  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng:  $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$

a) Ta có  $S_{12} = \frac{12 \cdot (2u_1 + 11d)}{2} = 36 \Leftrightarrow 2u_1 + 11d = 6$  (1).

Và  $S_{18} = \frac{18(2u_1 + 17d)}{2} = 45 \Leftrightarrow 2u_1 + 17d = 5$  (2).

Từ (1), (2) suy ra  $\begin{cases} 2u_1 + 11d = 6 \\ 2u_1 + 17d = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{47}{12} \\ d = -\frac{1}{6} \end{cases}$ .

b) Ta có  $\begin{cases} u_5 = 10 \\ S_{10} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 10 \\ 10 \cdot \left(\frac{2u_1 + 9d}{2}\right) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = 10 \\ 2u_1 + 9d = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 86 \\ d = -19 \end{cases}$ .

**Ví dụ 10:** Tìm ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng, biết rằng:

- a) Tổng của chúng bằng 15 và tích của chúng bằng 105.  
b) Tổng của chúng bằng 21 và tổng bình phương của chúng bằng 155.

**Lời giải:**

Gọi ba số hạng liên tiếp của cấp số cộng là  $a, b, c \Rightarrow a + c = 2b$  (\*).

a) Theo bài ra, ta có  $\begin{cases} a + b + c = 15 \\ abc = 105 \end{cases}$ , kết hợp với (\*), ta được  $\begin{cases} a + b + c = 15 \\ a + c = 2b \\ abc = 105 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3b = 15 \\ a + c = 2b \\ abc = 105 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 \\ c = 10 - a \\ 5a(10 - a) = 105 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \text{ hoặc } \\ c = 7 \end{cases} \begin{cases} a = 7 \\ b = 5 \\ c = 3 \end{cases}$ .

b) Theo bài ra, ta có  $\begin{cases} a + b + c = 21 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 155 \end{cases}$ , kết hợp với (\*), ta được  $\begin{cases} a + b + c = 21 \\ a + c = 2b \\ a^2 + b^2 + c^2 = 155 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3b = 21 \\ a + c = 2b \\ a^2 + b^2 + c^2 = 155 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 7 \\ c = 14 - a \\ a^2 + (14 - a)^2 + 7^2 = 155 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 7 \text{ hoặc } \\ c = 9 \end{cases} \begin{cases} a = 9 \\ b = 7 \\ c = 5 \end{cases}$ .

**Ví dụ 11:** Tìm giá trị của  $x$  để ba số  $a = 10 - 3x, b = 2x^2 + 3, c = 7 - 4x$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng.

**Lời giải:**

Vì ba số  $a, b, c$  lập thành cấp số cộng nên  $a + c = 2b$ .

$$\text{Khi đó } 10 - 3x + 7 - 4x = 2(2x^2 + 3) \Leftrightarrow 4x^2 + 7x - 11 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{11}{4} \end{cases}$$

Vậy  $x = 1$  hoặc  $x = -\frac{11}{4}$  là các giá trị cần tìm.

**Ví dụ 12:** Tìm số nguyên dương  $n$  biết  $C_n^1, C_n^2, 3C_n^3$  tương ứng với số hạng thứ 1, số hạng thứ 4, và số hạng thứ 19 của cấp số cộng.

**Lời giải:**

$$\text{Theo bài ra, ta có } \begin{cases} u_4 = u_1 + 3d \\ u_{19} = u_1 + 18d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6u_4 = 6u_1 + 18d \\ u_{19} = u_1 + 18d \end{cases} \Leftrightarrow 6u_4 - u_{19} = 5u_1.$$

Kết hợp với điều kiện  $u_1 = C_n^1; u_4 = C_n^2; u_{19} = 3C_n^3$ , ta được

$$6C_n^2 - 3C_n^3 = 5C_n^1 \Leftrightarrow \begin{cases} n > 3 \\ 3n(n-1) - \frac{n(n-1)(n-2)}{2} = 5n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n > 3 \\ n^3 - 9n^2 + 18n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow n = 6.$$

**Ví dụ 13:** Tìm giá trị  $x$  dương nhỏ nhất thỏa mãn ba số  $\sin x, \sin 2x, \sqrt{3} \cos x$  lập thành cấp số cộng.

**Lời giải:**

Theo bài ra, ba số  $\sin x, \sin 2x, \sqrt{3} \cos x$  lập thành cấp số cộng nên suy ra

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin 2x \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \cos x = \sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) = \sin 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \pi - x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Nghiệm dương  $x$  nhỏ nhất sẽ ứng với  $k = 0$ . Vậy  $x = \frac{\pi}{3}$  hoặc  $x = \frac{2\pi}{9}$ .

**Ví dụ 14:** Cho ba số  $a, b, c$  theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng. Chứng minh rằng  $a^2 + 2bc = c^2 + 2ab$  và  $a^2 + 8bc = (2b + c)^2$ .

**Lời giải:**

Vì  $a, b, c$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng suy ra  $a + c = 2b$ .

$$\text{Ta có } a^2 + 2bc - c^2 - 2ab = (a - c)(a + c) + 2b(c - a) = (a - c)(a + c - 2b) = 0$$

Suy ra  $a^2 + 2bc - c^2 - 2ab = 0 \Leftrightarrow a^2 + 2bc = c^2 + 2ab \rightarrow$  điều phải chứng minh.

$$\text{Lại có } a^2 + 8bc - (2b + c)^2 = a^2 + 4(a + c)c - (a + 2c)^2 = a^2 + 4ac + 4c^2 - a^2 - 4ac - 4c^2$$

Suy ra  $a^2 + 8bc - (2b + c)^2 = 0 \Leftrightarrow a^2 + 8bc = (2b + c)^2 \rightarrow$  điều phải chứng minh.

**Ví dụ 15:** Cho tam giác  $ABC$  có  $\tan \frac{A}{2}, \tan \frac{B}{2}, \tan \frac{C}{2}$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Chứng minh rằng  $\cos A, \cos B, \cos C$  theo thứ tự cũng lập thành cấp số cộng.

**Lời giải:**

Vì ba số  $\tan \frac{A}{2}, \tan \frac{B}{2}, \tan \frac{C}{2}$  lập thành cấp số cộng  $\Leftrightarrow \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{C}{2} = 2 \tan \frac{B}{2}$ .

Sử dụng công thức:  $\sin(a+b) = \sin a \cdot \cos b + \sin b \cdot \cos a$ , ta được

$$\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{C}{2} = \frac{\sin \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2}} + \frac{\sin \frac{C}{2}}{\cos \frac{C}{2}} = \frac{\sin \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{C}{2} + \sin \frac{C}{2} \cdot \cos \frac{A}{2}}{\cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}} = \frac{\sin \frac{A+C}{2}}{\cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}}$$

$$\text{Kết hợp với } \frac{A+C}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{B}{2} \text{ suy ra } \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{B}{2}\right)}{\cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}} = \frac{\cos \frac{B}{2}}{\cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{C}{2}} = 2 \frac{\sin \frac{B}{2}}{\cos \frac{B}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \cos^2 \frac{B}{2} = 2 \cdot \sin \frac{B}{2} \cdot \cos \frac{A}{2} \cdot \cos \frac{C}{2} = \sin \frac{B}{2} \left( \cos \frac{A+C}{2} \right)$$

**Ví dụ 16:** Tìm tham số  $m$  để phương trình  $x^3 - (3m+1)x^2 + 2mx = 0$  có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng?

**Lời giải:**

$$\text{Phương trình } x^3 - (3m+1)x^2 + 2mx = 0 \Leftrightarrow x[x^2 - (3m+1)x + 2m] = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - (3m+1)x + 2m = 0(*) \end{cases} \cdot \text{Đặt } f(x) = x^2 - (3m+1)x + 2m.$$

Để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow (*)$  có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \neq 0 \\ \Delta_{(*)} = (3m+1)^2 - 4 \cdot 2m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m \neq 0 \\ 9m^2 - 2m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 0.$$

Khi đó, gọi  $x_1 = 0$  và  $x_2, x_3$  ( $x_2 > x_3$ ) là hai nghiệm của phương trình (\*).

Theo hệ thức Viet, ta có  $x_2 + x_3 = 3m+1$  và  $x_2 x_3 = 2m$ .

**TH1.** Ba số  $x_3, x_1, x_2$  lập thành cấp số cộng  $\Leftrightarrow x_2 + x_3 = 2x_1 \Leftrightarrow x_2 + x_3 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}$ .

**TH2.** Ba số  $x_1, x_3, x_2$  lập thành cấp số cộng  $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2x_3 \Leftrightarrow 2x_3 - x_2 = 0$ .

$$\text{Khi đó, ta có hệ } \begin{cases} 2x_3 - x_2 = 0 \\ x_2 + x_3 = 3m+1 \\ x_2 x_3 = 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{6m+2}{3} \\ x_3 = \frac{3m+1}{3} \\ x_2 x_3 = 2m \end{cases} \Leftrightarrow \frac{6m+2}{3} \cdot \frac{3m+1}{3} = 2m$$

**TH3.** Ba số  $x_3, x_2, x_1$  lập thành cấp số cộng  $\Leftrightarrow x_1 + x_3 = 2x_2 \Leftrightarrow 2x_2 - x_3 = 0$ .

$$\text{Khi đó, ta có hệ phương trình } \begin{cases} 2x_2 - x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 = 3m + 1 \\ x_2 x_3 = 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{3m+1}{3} \\ x_3 = \frac{6m+2}{3} \\ x_2 x_3 = 2m \end{cases} \Rightarrow \frac{6m+2}{3} \cdot \frac{3m+1}{3} = 2m$$

Cả hai trường hợp TH2-TH3 đều không cho giá trị của tham số  $m$ .

Vậy  $m = -\frac{1}{3}$  là giá trị cần tìm.

**Ví dụ 17:** Tìm giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $x^4 - 10mx^2 + 9m = 0$  có bốn nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

**Lời giải:**

Đặt  $t = x^2 \geq 0$ , phương trình  $x^4 - 10mx^2 + 9m = 0 \Leftrightarrow t^2 - 10mt + 9m = 0 (*)$ .

Để phương trình đã cho có 4 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow (*)$  có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{(*)} = (5m)^2 - 9m > 0 \\ t_1 + t_2 = 10m > 0 \\ t_1 t_2 = 9m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 25m^2 - 9m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m(25m - 9) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{9}{25}$$

Giả sử  $t_1 < t_2$ , khi đó 4 nghiệm phân biệt của phương trình là  $-\sqrt{t_2}, -\sqrt{t_1}, \sqrt{t_1}, \sqrt{t_2}$ .

Theo bài ra, ta có  $-\sqrt{t_2} + \sqrt{t_1} = -2\sqrt{t_1} \Leftrightarrow \sqrt{t_2} = 3\sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1$ .

$$\text{Suy ra hệ phương trình } \begin{cases} t_1 + t_2 = 10m \\ t_2 = 9t_1 \\ t_1 t_2 = 9m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 9m \\ t_2 = m \\ t_1 t_2 = 9m \end{cases} \Rightarrow 9m^2 = 9m \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 (L) \\ m = 1 (C) \end{cases}$$

Vậy  $m = 1$  là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

## **Đạng 2. Bài toán liên quan đến tổng $n$ số hạng của cấp số cộng**

**Ví dụ 1:** Một cấp số cộng có 12 số hạng. Biết rằng tổng của 12 số hạng đó bằng 144 và số hạng thứ mười hai bằng 23. Khi đó công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho là bao nhiêu?

**Lời giải:**

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_{12} = 23 \\ S_{12} = 144 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_1 + 11d = 23 \\ \frac{12}{2}(u_1 + u_{12}) = 144 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = \frac{23 - u_1}{11} = 2 \end{cases}$$

**Ví dụ 2:** Xét các số nguyên dương chia hết cho 3. Tính tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên đó.

**Lời giải:**

Số nguyên dương chia hết cho 3 có dạng  $3n (n \in \mathbb{N}^*)$  nên chúng lập thành cấp số cộng với

$$u_n = 3n \rightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{50} = 150 \end{cases} \cdot \text{Vậy } S_{50} = \frac{50}{2} \cdot (u_1 + u_{50}) = 3825.$$



**Chú ý:** Công thức tính tổng  $S = \frac{n}{2}(u_1 + u_n) = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$ .

**Ví dụ 3:**

- a) Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $S_6 = 18$  và  $S_{10} = 110$ . Tính  $S_{20}$ .
- b) Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_3 + u_{28} = 100$ . Tính tổng của 30 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

**Lời giải:**

a) Ta có  $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$  suy ra  $\begin{cases} S_6 = 3(2u_1 + 5d) = 18 \\ S_{10} = 5(2u_1 + 9d) = 110 \end{cases}$ .

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 5d = 6 \\ 2u_1 + 9d = 22 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -7 \\ d = 4 \end{cases}$ . Vậy  $S_{20} = 10(2u_1 + 19d) = 10[2 \cdot (-7) + 19 \cdot 4] = 620$ .

b) Ta có  $u_3 + u_{28} = u_1 + 2d + u_1 + 27d = 2u_1 + 29d = 100$ .

Khi đó, tổng 30 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là  $S_{30} = 15(2u_1 + 29d) = 1500$ .

**Ví dụ 4:** Một công viên hình tam giác được trồng cây xanh theo hàng có quy luật của một cấp số cộng như sau: Hàng thứ nhất có 9 cây, hàng thứ 10 có 54 cây, hàng cuối cùng có 2014 cây. Hỏi công viên đó có tất cả bao nhiêu hàng cây được trồng?

**Lời giải:**

Gọi  $n$  là số hàng cây được trồng trong công viên.

Vì cây trong công viên được trồng theo hàng có quy luật là một cấp số cộng nên gọi  $u_1, u_2, \dots, u_n$  lần lượt là số cây của hàng. Khi đó  $u_1 = 9, u_{10} = 54$  và  $u_n = 2014$ .

Ta có  $\begin{cases} u_1 = 9 \\ u_{10} = u_1 + 9d = 54 \\ u_n = u_1 + (n-1)d = 2014 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 9 \\ d = 5 \\ 9 + 5(n-1) = 2014 \end{cases} \Leftrightarrow n-1 = 401 \Leftrightarrow n = 402$ .

**Ví dụ 5:** Khi ký hợp đồng dài hạn (10 năm) với các công nhân được tuyển dụng. Công ty liên doanh D đề xuất hai phương án trả lương để người lao động chọn, đó là

- **PA1.** Người lao động sẽ nhận 36 triệu đồng cho năm làm việc đầu tiên và kể từ năm thứ hai, mức lương sẽ được tăng thêm 3 triệu đồng mỗi năm.
- **PA2.** Người lao động sẽ nhận được 7 triệu đồng cho quý đầu tiên và kể từ quý làm việc thứ hai mức lương sẽ tăng thêm 500.000 đồng mỗi quý.

Nếu bạn là người lao động, bạn sẽ chọn phương án nào?

**Lời giải:**

Kí hiệu  $X$  là người lao động. xét mỗi phương án mà công ty đưa ra, ta có:

- **PA1.** Năm thứ nhất,  $X$  nhận được 36 triệu đồng, tức là  $u_1 = 36$ .

Năm thứ hai,  $X$  nhận được  $36+3=39$  triệu đồng, tức là  $u_2 = 39$ .

Khi đó, số tiền lương mà  $X$  nhận được chính là cấp số cộng với  $u_1 = 36, d = 3$ .

Do đó, tổng số tiền X nhận được sau 10 năm là  $S_{10} = 5 \cdot (2u_1 + 9d) = 495$  triệu đồng.

• **PA2.** Quý đầu tiên, X nhận được 7 triệu đồng, tức là  $u_1 = 7$ .

Sang quý thứ hai, X nhận được  $7+0,5=7,5$  triệu đồng, tức là  $u_2 = 7,5$ .

Khi đó, số tiền lương mà X nhận được chính là cấp số cộng với  $u_1 = 7, d = 0,5$

Do đó, tổng số tiền X nhận được sau 10 năm là  $S_{40} = 20 \cdot (2u_1 + 39d) = 670$  triệu đồng.

Vậy ta thấy nếu kí hợp đồng theo PA2 thì số tiền lương nhận được sẽ cao hơn và chắc chắn ta sẽ chọn PA2.

**Ví dụ 6: Giải các phương trình sau:**

a)  $1+6+11+16+21+\dots+x=970$ .

b)  $(x+1)+(x+4)+(x+7)+\dots+(x+28)=155$ .

**Lời giải:**

a) Xét dãy số  $1, 6, 11, 16, 21, \dots, x$  là dãy số có số hạng đầu  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 5$  nên tổng  $n$  số hạng

$$\text{đầu tiên của dãy là } S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n[2+5(n-1)]}{2}$$

$$\text{Do đó } 1+6+11+16+21+\dots+x = \frac{n(5n-3)}{2} = 970 \Leftrightarrow 5n^2 - 3n - 1940 = 0 \Leftrightarrow n = 20.$$

Vậy  $x = u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + (20-1) \cdot 5 = 96$  là giá trị cần tìm.

b) Xét dãy số  $x+1, x+4, x+7, \dots, x+28$  là dãy số có số hạng đầu  $u_1 = x+1$ , số hạng cuối  $u_n = x+28$

$$\text{và } d = 3 \Rightarrow u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow x+28 = x+1+3(n-1) \Leftrightarrow n = 10.$$

$$\text{Do đó } S_n = (x+1)+(x+4)+(x+7)+\dots+(x+28) = \frac{10(2u_1+9d)}{2} = 10u_1 + 45d$$

Vậy  $10(x+1)+45 \cdot 3 = 155 \Leftrightarrow 10(x+1) = 20 \Leftrightarrow x = 1$  là giá trị cần tìm.

**Ví dụ 7: Cho hai cấp số cộng  $(u_n)$  và  $(v_n)$  có tổng  $n$  số hạng đầu tiên là  $S_n$  và  $T_n$ . Biết rằng**

$$\frac{S_n}{T_n} = \frac{6n+1}{9n+1}. \text{ Tìm } \frac{u_{11}}{v_{11}}.$$

**Lời giải:**

Gọi  $u_1, a_1$  lần lượt là số hạng đầu của  $(u_n)$  và  $(v_n)$ .

Và  $d_1, h_1$  lần lượt là công sai của hai cấp số cộng  $(u_n)$  và  $(v_n)$ .

$$\text{Ta có } S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d_1]}{2} \text{ và } T_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)h_1]}{2}.$$

$$\text{Say ra } \frac{S_n}{T_n} = \frac{6n+1}{9n+1} \Leftrightarrow \frac{2u_1 + (n-1)d_1}{2a_1 + (n-1)h_1} = \frac{6n+1}{9n+1} \Rightarrow \frac{S_{21}}{T_{21}} = \frac{2u_1 + 20d_1}{2a_1 + 20h_1} = \frac{127}{190} (*).$$

$$\text{Lại có } \frac{u_{11}}{v_{11}} = \frac{u_1 + 10d_1}{a_1 + 10h_1}, \text{ kết hợp với } (*), \text{ ta được } \frac{u_{11}}{v_{11}} = \frac{127}{190}.$$

**Ví dụ 8:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , chứng minh rằng  $\frac{S_m}{S_n} = \frac{m^2}{n^2}$  thì  $\frac{u_m}{u_n} = \frac{2m-1}{2n-1}$ .

**Lời giải:**

$$\text{Ta có } S_m = \frac{2u_1 + (m-1)d}{2}m \text{ và } S_n = \frac{2u_1 + (n-1)d}{2}n.$$

$$\text{Theo giả thiết, ta được } \frac{S_m}{S_n} = \frac{[2u_1 + (m-1)d]m}{[2u_1 + (n-1)d]n} = \frac{m^2}{n^2}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{2u_1 + (m-1)d}{2u_1 + (n-1)d} = \frac{m}{n} \Leftrightarrow 2nu_1 + (mn-n)d = 2mu_1 + (mn-m)d$$

$$\Leftrightarrow 2(m-n)u_1 - (m-n)d = 0 \Leftrightarrow (m-n)(2u_1 - d) = 0 \text{ với } (m \neq n).$$

$$\text{Từ đó suy ra } u_1 = \frac{d}{2}. \text{ Vậy } \frac{u_m}{u_n} = \frac{u_1 + (m-1)d}{u_1 + (n-1)d} = \frac{\frac{d}{2} + (m-1)d}{\frac{d}{2} + (n-1)d} = \frac{2m-1}{2n-1}.$$

**Ví dụ 9:** Chứng minh rằng nếu  $S_n, S_{2n}, S_{3n}$  tương ứng là tổng của  $n, 2n, 3n$  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng thì  $S_{3n} = 3(S_{2n} - S_n)$ .

**Lời giải:**

$$\text{Sử dụng các công thức } u_n = \frac{u_{n+1} + u_{n-1}}{2} \text{ và } S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2}$$

$$\text{Ta có } \frac{S_n}{n} = \frac{u_1 + u_n}{2}; \frac{S_{2n}}{2n} = \frac{u_1 + u_{2n}}{2} \Leftrightarrow \frac{S_{2n}}{n} = u_1 + u_{2n} \text{ và } \frac{S_{3n}}{3n} = \frac{u_1 + u_{3n}}{2}$$

$$\text{Khi đó } \frac{S_n}{n} + \frac{S_{3n}}{3n} = \frac{u_1 + u_n}{2} + \frac{u_1 + u_{3n}}{2} = \frac{2u_1 + u_n + u_{3n}}{2} \text{ mà } u_{2n} = \frac{u_n + u_{3n}}{2}.$$

$$\Rightarrow \frac{S_n}{n} + \frac{S_{3n}}{3n} = \frac{2u_1 + 2u_{2n}}{2} = u_1 + u_{2n} = \frac{S_{2n}}{n} \Leftrightarrow S_n + \frac{S_{3n}}{3} = S_{2n} \Leftrightarrow S_{3n} = 3(S_{2n} - S_n).$$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

### **BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Câu 1.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. 1; -3; -7; -11; -15; ...

B. 1; -3; -6; -9; -12; ...

C. 1; -2; -4; -6; -8; ...

D. 1; -3; -5; -7; -9; ...

**Câu 2.** Dãy số sau nào sau đây không phải là một cấp số cộng?

A.  $-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$

B.  $15\sqrt{2}; 12\sqrt{2}; 9\sqrt{2}; 6\sqrt{2}$

C.  $\frac{4}{5}; 1; \frac{7}{5}; \frac{9}{5}; \frac{11}{5}$

D.  $\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{2\sqrt{3}}{3}; \sqrt{3}; \frac{4\sqrt{3}}{3}; \frac{5}{\sqrt{3}}$

**Câu 3.** Cho dãy số  $\frac{1}{2}; 0; -\frac{1}{2}; -1; -\frac{3}{2}; \dots$  là cấp số cộng với:

- A. Số hạng đầu tiên là  $\frac{1}{2}$ , công sai là  $\frac{1}{2}$       B. Số hạng đầu tiên là  $\frac{1}{2}$ , công sai là  $-\frac{1}{2}$   
 C. Số hạng đầu tiên là 0, công sai là  $\frac{1}{2}$       D. Số hạng đầu tiên là 0, công sai là  $-\frac{1}{2}$

**Câu 4.** Cho cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = -\frac{1}{2}$ , công sai  $d = \frac{1}{2}$ . Năm số hạng liên tiếp của cấp số này là:

- A.  $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1$       B.  $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}$       C.  $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}$       D.  $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$

**Câu 5.** Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.

- A. 7;12;17      B. 6;10;14      C. 8;13;18      D. 6;12;18

**Câu 6.** Cho hai số -3 và 23. Xen kẽ giữa hai số đã cho n số hạng để tất cả các số đó tạo thành cấp số cộng có công sai  $d = 2$ . Tìm n.

- A.  $n = 12$       B.  $n = 13$       C.  $n = 14$       D.  $n = 15$

**Câu 7.** Cho các số -4;1;6;x theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tìm x.

- A.  $x = 7$       B.  $x = 10$       C.  $x = 11$       D.  $x = 12$

**Câu 8.** Biết các số  $C_n^1, C_n^2, C_n^3$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với  $n > 3$ . Tìm n

- A.  $n = 2$       B.  $n = 7$       C.  $n = 9$       D.  $n = 11$

**Câu 9.** Nếu  $5 + m; 7 + 2m; 17 + m$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì m bằng bao nhiêu?

- A.  $m = 2$       B.  $m = 3$       C.  $m = 4$       D.  $m = 5$

**Câu 10.** Với giá trị nào của x và y thì các số -7; x; 11; y theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng?

- A.  $x = 1; y = 21$       B.  $x = 2; y = 20$       C.  $x = 3; y = 19$       D.  $x = 4; y = 18$

**Câu 11.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có các số hạng đầu lần lượt là 5;9;13;17,... Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số cộng.

- A.  $u_n = 5n + 1$       B.  $u_n = 5n - 1$       C.  $u_n = 4n + 1$       D.  $u_n = 4n - 1$

**Câu 12.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $d = \frac{1}{2}$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$ .      B.  $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$   
 C.  $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$ .      D.  $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$ .

**Câu 13.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_3 = 15$  và  $d = -2$ . Tìm  $u_n$

- A.  $u_n = -2n + 21$       B.  $u_n = -\frac{3}{2}n + 12$       C.  $u_n = -3n - 17$       D.  $u_n = -\frac{3}{2}n^2 - 4$

**Câu 14.** Trong các dãy số được cho bên dưới, dãy số nào là cấp số cộng?

A.  $u_n = 7 - 3n$       B.  $u_n = 7 - 3^n$       C.  $u_n = \frac{7}{3n}$       D.  $u_n = 7 \cdot 3^n$ .

**Câu 15.** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A.  $u_n = (-1)^n (2n+1)$       B.  $u_n = \sin \frac{\pi}{4}$       C.  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} - 1 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$

**Câu 16.** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào không là cấp số cộng?

A.  $u_n = -4n + 9$       B.  $u_n = -2n + 19$       C.  $u_n = -2n - 21$       D.  $u_n = -2^n + 15$

**Câu 17.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5$  và  $d = 3$ . Số 100 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng?

A. Thứ 15      B. Thứ 20      C. Thứ 35      D. Thứ 36

**Câu 18.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5$  và  $d = 3$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $u_{15} = 34$       B.  $u_{15} = 45$       C.  $u_{13} = 31$       D.  $u_{10} = 35$

**Câu 19.** Một cấp số cộng có 8 số hạng. Số hạng đầu là 5, số hạng thứ 8 là 40. Khi đó công sai  $d$  của cấp số cộng đó là bao nhiêu?

A.  $d = 4$       B.  $d = 5$       C.  $d = 6$       D.  $d = 7$

**Câu 20.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 4$  và  $d = -5$ . Tính tổng 100 số hạng đầu tiên của cấp số cộng.

A.  $S_{100} = 24350$       B.  $S_{100} = -24350$       C.  $S_{100} = -24600$       D.  $S_{100} = 24600$

**Câu 21.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = \frac{1}{4}$  và  $d = \frac{-1}{4}$ . Gọi  $S_5$  là tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $S_5 = -\frac{5}{4}$       B.  $S_5 = \frac{4}{5}$       C.  $S_5 = \frac{5}{4}$       D.  $S_5 = -\frac{4}{5}$

**Câu 22.** Số hạng tổng quát của một cấp số cộng là  $u_n = 3n + 4$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Gọi  $S_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $S_n = \frac{3^n - 1}{2}$       B.  $S_n = \frac{7(3^n - 1)}{2}$       C.  $S_n = \frac{3n^2 + 5n}{2}$       D.  $S_n = \frac{3n^2 + 11n}{2}$

**Câu 23.** Xét các số nguyên dương chia hết cho 3. Tổng số 50 số nguyên dương đầu tiên đó bằng:

A. 7650.      B. 7500.      C. 3900      D. 3825.

**Câu 24.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $d = -2$  và  $S_8 = 72$ . Tìm số hạng đầu tiên  $u_1$

A.  $u_1 = 16$       B.  $u_1 = -16$       C.  $u_1 = \frac{1}{16}$       D.  $u_1 = \frac{-1}{16}$

**Câu 25.** Một cấp số cộng có số hạng đầu là 1, công sai là 4, tổng của  $n$  số hạng đầu là 561. Khi đó số hạng thứ  $n$  của cấp số cộng đó là  $u_n$  có giá trị là bao nhiêu?

A.  $u_n = 57$       B.  $u_n = 61$       C.  $u_n = 65$       D.  $u_n = 69$

**Câu 26.** Một cấp số cộng có 12 số hạng. Biết rằng tổng của 12 số hạng đó bằng 144 và số hạng thứ mười hai bằng 23. Khi đó công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho là bao nhiêu?

- A.  $d = 2$                       B.  $d = 3$                       C.  $d = 4$                       D.  $d = 5$

**Câu 27.** Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là  $S_n = \frac{3n^2 - 19n}{4}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm số hạng đầu tiên  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho.

- A.  $u_1 = 2; d = -\frac{1}{2}$               B.  $u_1 = -4; d = \frac{3}{2}$               C.  $u_1 = -\frac{3}{2}; d = -2$               D.  $u_1 = \frac{5}{2}; d = \frac{1}{2}$

**Câu 28.** Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là  $S_n = n^2 + 4n$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm số hạng đầu tiên  $u_n$  của cấp số cộng đã cho

- A.  $u_n = 2n + 3$               B.  $u_n = 3n + 2$               C.  $u_n = 5 \cdot 3^{n-1}$               D.  $u_n = 5 \cdot \left(\frac{8}{5}\right)^{n-1}$

**Câu 29.** Tính tổng  $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \dots + (2n - 1) - 2n$  với  $n \geq 1$  và  $n \in \mathbb{N}$ .

- A.  $S = 0$                       B.  $S = -1$                       C.  $S = n$                       D.  $S = -n$

**Câu 30.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_2 + u_8 + u_9 + u_{15} = 100$ . Tính tổng 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

- A.  $S_{16} = 100$               B.  $S_{16} = 200$               C.  $S_{16} = 300$               D.  $S_{16} = 400$

**Câu 31.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_4 = -12$  và  $u_{14} = 18$ . Tìm số hạng đầu tiên  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho.

- A.  $u_1 = -21; d = 3$               B.  $u_1 = -20; d = -3$               C.  $u_1 = -22; d = 3$               D.  $u_1 = -21; d = 3$

**Câu 32.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 2001$  và  $u_5 = 1995$ . Khi đó  $u_{1001}$  bằng:

- A.  $u_{1001} = 4005$               B.  $u_{1001} = 4003$               C.  $u_{1001} = 3$                       D.  $u_{1001} = 1$

**Câu 33.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_n = -1, u_{n+1} = 8$ . Tính công sai  $d$  của cấp số cộng đó

- A.  $d = -9$                       B.  $d = 7$                       C.  $d = -7$                       D.  $d = 9$

**Câu 34.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ . Hãy chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

- A.  $\frac{u_{10} + u_{20}}{2} = u_5 + u_{10}$               B.  $u_{90} + u_{210} = 2u_{150}$               C.  $u_{10} \cdot u_{30} = u_{20}$               D.  $\frac{u_{10} \cdot u_{30}}{2} = u_{20}$

**Câu 35.** Cho cấp số cộng có số hạng thứ 3 và số hạng thứ 7 lần lượt là 6 và -2. Tìm số hạng thứ 5.

- A.  $u_5 = 4$                       B.  $u_5 = -2$                       C.  $u_5 = 0$                       D.  $u_5 = 2$

**Câu 36.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_1 = -5, d = 2$ . Số 93 là số hạng thứ bao nhiêu?

- A. 100                      B. 44                      C. 50                      D. 75

**Câu 37.** Cho một cấp số cộng có  $u_1 = -3; u_6 = 27$  công sai  $d$  bằng

A.  $d = 7$

B.  $d = 8$

C.  $d = 5$

D.  $d = 6$

**Câu 38.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $u_2 + u_{23} = 60$ . Tính tổng  $S_{24}$  của 24 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho.

A.  $S_{24} = 60$

B.  $S_{24} = 120$

C.  $S_{24} = 720$

D.  $S_{24} = 1440$

**Câu 39.** Một cấp số cộng có 6 số hạng. Biết rằng tổng của số hạng đầu tiên và số hạng cuối bằng 17; tổng của số hạng thứ hai và số hạng thứ tư bằng 14. Tìm công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho.

A.  $d = 2$

B.  $d = 3$

C.  $d = 4$

D.  $d = 5$

**Câu 40.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_7 - u_3 = 8 \\ u_2 u_7 = 57 \end{cases}$ . Tìm công sai  $d$  của cấp số cộng đã cho.

A.  $d = \frac{1}{2}$

B.  $d = \frac{1}{3}$

C.  $d = 2$

D.  $d = 3$

**Câu 41.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A.  $\begin{cases} u_1 = 13 \\ d = -3 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} u_1 = 10 \\ d = -3 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 4 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} u_1 = 13 \\ d = -4 \end{cases}$

**Câu 42.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có các số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 5$ . Giá trị của  $u_4$  bằng

A. 22

B. 17

C. 12

D. 250

**Câu 43.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có các số hạng lần lượt 5; 9; 13; 17; ... Tìm công thức số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số cộng đó?

A.  $u_n = 5n - 1$

B.  $u_n = 5n + 1$

C.  $u_n = 4n - 1$

D.  $u_n = 4n + 1$

**Câu 44.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 2$ . Tìm  $u_{2018}$ .

A.  $u_{2018} = 2^{2018}$

B.  $u_{2018} = 2^{2017}$

C.  $u_{2018} = 4036$

D.  $u_{2018} = 4038$

**Câu 45.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases}$ . Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng trên.

A. 100

B. 110

C. 10

D. 90

**Câu 46.** Nếu cấp số cộng  $(u_n)$  với công sai  $d$  có  $u_5 = 0; u_{10} = 10$  thì

A.  $u_1 = -8; d = -2$

B.  $u_1 = 8; d = -2$

C.  $u_1 = 8; d = 2$

D.  $u_1 = -8; d = 2$

**Câu 47.** Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases}$ .

A.  $u_n = 2n + 3$

B.  $u_n = 2n - 1$

C.  $u_n = 2n + 1$

D.  $u_n = 2n - 3$

**Câu 48.** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. 5; 0; 0; 0; 0

B. 1; 4; 6; 7; 10

C. 3; 9; 27; 81; 243

D. 1; -4; -9; -14; -19

**Câu 49.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_n = 5n - 3$ . Số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng đó là

- A.  $u_1 = 2; d = -3$       B.  $u_1 = 2; d = -5$       C.  $u_1 = 2; d = 5$       D.  $u_1 = 8; d = 5$

**Câu 50.** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A.  $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$       B.  $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$   
C.  $(u_n): u_n = 2^n - 1$       D.  $(u_n): u_n = 2u_{n-1}, \forall n \geq 2$

**Câu 51.** Trong các dãy số sau đây dãy số nào là cấp số cộng?

- A.  $u_n = \sqrt{n+1}, n \geq 1$       B.  $u_n = 2n - 3, n \geq 1$   
C.  $u_n = n^2 + 1, n \geq 1$       D.  $u_n = (-2)^{n+1}, n \geq 1$

**Câu 52.** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.  $u_n = 3n^2 + 2017$       B.  $u_n = 3n + 2018$       C.  $u_n = 3^n$       D.  $u_n = (-3)^{n+1}$

**Câu 53.** Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng?

- A.  $u_n = 3^{n+1}$       B.  $u_n = \frac{2}{n+1}$       C.  $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$       D.  $u_n = \frac{5n-2}{3}$

**Câu 54.** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A.  $u_n = 2n^2 + 3$       B.  $u_n = 3^n$       C.  $u_n = \sqrt{n+1}$       D.  $u_n = 2n - 5$

**Câu 55.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A.  $\begin{cases} u_1 = 21 \\ d = 3 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} u_1 = 21 \\ d = -3 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} u_1 = 18 \\ d = 3 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} u_1 = 21 \\ d = 4 \end{cases}$

**Câu 56.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa  $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2 u_3 = 54 \end{cases}$ . Tìm công sai  $d$  của cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $d < 10$ .

- A.  $d = 3$       B.  $d = 4$       C.  $d = 5$       D.  $d = 6$

**Câu 57.** Tính tổng  $T = 15 + 20 + 25 + \dots + 7515$ .

- A.  $T = 5651265$ .      B.  $T = 5651256$       C.  $T = 5651625$       D.  $T = 5651526$

**Câu 58.** Tính tổng  $T = 1000^2 - 999^2 + 998^2 - 997^2 + \dots + 2^2 - 1^2$

- A.  $T = 500500$       B.  $T = 500005$       C.  $T = 505000$       D.  $T = 500050$

**Câu 59.** Xác định  $a$  để 3 số  $1 + 2a; 2a^2 - 1; -2a$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng?

- A. Không có giá trị nào của  $a$       B.  $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$   
C.  $a = \pm 3$       D.  $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$





$$\text{iii) } u_n = \frac{u_{n+1} + u_{n-1}}{2}, \forall n \geq 2, n \in N$$

$$\text{iv) } S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d], \forall n \in N^*$$

- A. 1                                      B. 3                                      C. 4                                      D. 2

**Câu 69.** Cho cấp số cộng  $u_1; u_2; u_3; \dots; u_n$  có công sai  $d$  các số hạng của cấp số cộng đã cho đều khác 0.

Với giá trị nào của  $d$  thì dãy số  $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots; \frac{1}{u_n}$  là một cấp số cộng?

- A.  $d = -1$                                       B.  $d = 0$                                       C.  $d = 1$                                       D.  $d = 2$

**Câu 70.** Nếu  $a; b; c$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì dãy số nào sau đây lập thành cấp số cộng?

- A.  $2b^2; a^2; c^2$                                       B.  $-2b; -2a; -2c$                                       C.  $2b; a; c$                                       D.  $2b; -a; -c$

**Câu 71.** Nếu  $\frac{1}{b+c}; \frac{1}{c+a}; \frac{1}{a+b}$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì dãy số nào sau đây lập thành cấp số cộng?

- A.  $b^2; a^2; c^2$                                       B.  $c^2; a^2; b^2$                                       C.  $a^2; b^2; c^2$                                       D.  $a^2; c^2; b^2$

**Câu 72.** Cho  $a; b; c$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $a^2 + c^2 + 2ac = 4b^2$                                       B.  $a^2 + c^2 = 2ab - 2bc$   
 C.  $a^2 - c^2 = ab - bc$                                       D.  $a^2 - c^2 = 2ab - 2bc$

**Câu 73.** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và tổng 100 số hạng đầu bằng 24850. Tính

$$S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$$

- A.  $S = \frac{9}{246}$                                       B.  $S = \frac{4}{23}$                                       C.  $S = 123$                                       D.  $S = \frac{49}{246}$

**Câu 74.** Cho cấp số cộng  $(v_n)$ . Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $v_1 + v_{10} = v_2 + v_9$                                       B.  $v_3 + v_7 = 2v_5$                                       C.  $v_2 + v_{13} = v_6 + v_7$                                       D.  $v_5 + v_8 = v_1 + v_{12}$

**Câu 75.** Cho dãy số  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + 2(n > 1) \end{cases}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $u_5 = 9$                                       B.  $u_3 = 4$                                       C.  $u_2 = 2$                                       D.  $u_6 = 13$

**Câu 76.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$ . Tính tổng 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng  $(u_n)$

- A. -285                                      B. -244                                      C. -253                                      D. -274

**Câu 77.** Xác định số hạng đầu tiên  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_9 = 5u_2$  và  $u_{13} = 2u_6 + 5$

- A.  $u_1 = 3, d = 4$       B.  $u_1 = 3, d = 5$       C.  $u_1 = 4, d = 5$       D.  $u_1 = 4, d = 3$

**Câu 78.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ : 1; 6; 11; ... có 2018 số hạng. Tính  $u_{100}$

- A.  $u_{100} = 496$       B.  $u_{100} = 491$       C.  $u_{100} = 481$       D.  $u_{100} = 486$

**Câu 79.** Tìm tất cả giá trị thực của  $x$  để  $\cos 2x, \frac{1}{2}\cos 4x, \cos 6x$  là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng

A.  $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}, x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in Z$       B.  $x = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4}, x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in Z$

C.  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in Z$       D.  $x = \frac{\pi}{8} + k\pi, x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in Z$

**Câu 80.** Cho dãy số  $(u_n)$  là một cấp số cộng, biết  $u_2 + u_{21} = 50$ . Tính tổng 22 số hạng đầu tiên của dãy.

- A. 1100      B. 50      C. 550      D. 2018

**Câu 81.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_5 = -15; u_{20} = 60$ . Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

- A.  $S_{20} = 250$       B.  $S_{20} = 200$       C.  $S_{20} = -200$       D.  $S_{20} = -25$

**Câu 82.** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A. 0; 1; 3; 7; ...

B.  $u_n = 2^n, \forall n \in N^*$

C. 1; -1; 1; -1; 1; ...

D.  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} - u_n = 2 \end{cases}, \forall n \in N^*$

**Câu 83.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_2 = 3$  và  $u_4 = 7$ . Giá trị của  $u_{2019}$  bằng

- A. 4040      B. 4400      C. 4038      D. 4037

**Câu 84.** Cho cấp số cộng  $(u_n), n \in N^*$  có số hạng tổng quát  $u_n = 1 - 3n$ . Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng

- A. -59408      B. -59049      C. -155      D. -310

**Câu 85.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với số hạng đầu tiên là  $u_1 = -2017$  và công sai  $d = 3$ . Bắt đầu từ số hạng nào trở đi mà các số hạng của cấp số cộng đều nhận giá trị dương?

- A.  $u_{674}$       B.  $u_{672}$       C.  $u_{675}$       D.  $u_{673}$

**Câu 86.** Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ 3 trồng 3 cây, ... cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng là

- A. 77      B. 79      C. 76      D. 78

**Câu 87.** Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, kể từ hàng thứ hai trở đi số cây trồng mỗi hàng nhiều hơn 1 cây so với hàng liền trước nó. Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

A. 81                                      B. 82                                      C. 80                                      D. 79

**Câu 88.** Biết bốn số  $5; x; 15; y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị của biểu thức  $3x + 2y$  bằng

A. 50                                      B. 70                                      C. 30                                      D. 80

**Câu 89.** Ba góc của một tam giác vuông tạo thành cấp số cộng. Hai góc nhọn của tam giác có số đo (độ) là:

A.  $20^\circ$  và  $70^\circ$                       B.  $45^\circ$  và  $45^\circ$                       C.  $20^\circ$  và  $45^\circ$                       D.  $30^\circ$  và  $60^\circ$

**Câu 90.** Bốn số tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 32 và tổng các bình phương của chúng bằng 336. Tích của bốn số đó là

A. 5760                                      B. 15120                                      C. 1920                                      D. 1680

**Câu 91.** Một đa giác lồi có 10 cạnh và các góc trong của nó lập thành một cấp số cộng với công sai  $d = 4^\circ$ . Tìm góc trong nhỏ nhất của đa giác đó.

A.  $126^\circ$                                       B.  $26^\circ$                                       C.  $60^\circ$                                       D.  $162^\circ$

**Câu 92.** Ba góc  $A, B, C (A < B < C)$  của tam giác tạo thành cấp số cộng, biết góc lớn nhất gấp đôi góc bé nhất. Hiệu số đo độ của góc lớn nhất và góc nhỏ nhất bằng:

A.  $40^\circ$                                       B.  $45^\circ$                                       C.  $60^\circ$                                       D.  $80^\circ$

**Câu 93.** Một đa giác có  $n$  cạnh và có chu vi bằng 158 cm. Biết số đo các cạnh của đa giác lập thành một cấp số cộng với công sai  $d = 3$  cm và cạnh lớn nhất có độ dài là 44 cm. Đa giác có số cạnh  $n = 5$  bằng

A.  $n = 7$                                       B.  $n = 5$                                       C.  $n = 6$                                       D.  $n = 4$

**Câu 94.** Một tam giác vuông có chu vi bằng 3 và độ dài các cạnh lập thành một cấp số cộng. Độ dài các cạnh của tam giác đó là:

A.  $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$                                       B.  $\frac{1}{3}; 1; \frac{5}{3}$                                       C.  $\frac{3}{4}; 1; \frac{5}{4}$                                       D.  $\frac{1}{4}; 1; \frac{7}{4}$

**Câu 95.** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $\sin 2x + 4 \sin x - 2 \cos x - 2 = 0$  trong đoạn  $[0; 100\pi]$

A.  $2499\pi$                                       B.  $100\pi$                                       C.  $2475\pi$                                       D.  $2745\pi$

**Câu 96.** Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm thuộc khoảng  $(0; 2018)$  của phương trình lượng giác  $\sqrt{3}(1 - \cos 2x) + \sin 2x - 4 \cos x + 8 = 4(\sqrt{3} + 1) \sin x$ . Tổng tất cả các phần tử của S là

A.  $\frac{310408}{3}\pi$                                       B.  $102827\pi$                                       C.  $\frac{312341}{3}\pi$                                       D.  $104760\pi$

**Câu 97.** Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm thuộc khoảng  $(0; 100\pi)$  của phương trình

$\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2 + \sqrt{3} \cos x = 3$ . Tính tổng các phần tử của S là

A.  $\frac{7400}{3}\pi$                                       B.  $\frac{7525}{3}\pi$                                       C.  $\frac{7375}{3}\pi$                                       D.  $\frac{7550}{3}\pi$

**Câu 98.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của  $x \in [0;100]$  để ba số  $\sin x, \cos^2 x, \sin 3x$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phân tử của tập S

- A.  $1008\pi$                       B.  $496\pi$                       C.  $512\pi$                       D.  $1272\pi$

**Câu 99.** Một người muốn chia 1.000.000 đồng cho bốn người con, đứa lớn hơn đứa nhỏ kế tiếp 100.000 đồng. Hỏi đứa con lớn nhất được bao nhiêu tiền?

- A. 200.000 đồng                      B. 300.000 đồng                      C. 400.000 đồng                      D. 100.000 đồng

**Câu 100.** Sinh nhật bạn của An vào ngày 01 tháng năm. An muốn mua một món quà sinh nhật cho bạn nên quyết định bỏ ống heo 100 đồng vào ngày 01 tháng 01 năm 2016 sau đó cứ tiếp tục ngày sau hơn ngày trước 100 đồng. Hỏi đến ngày sinh nhật của bạn, An đã được tích lũy bao nhiêu tiền? (thời gian bỏ ống heo tính từ ngày 01 tháng 01 năm 2016 đến ngày 30 tháng 4 năm 2016).

- A. 738.100 đồng                      B. 726.000 đồng                      C. 714.000 đồng                      D. 750.300 đồng

**Câu 101.** Sinh nhật của An vào ngày 01 tháng 5. Bạn An muốn mua một chiếc máy ảnh giá khoảng 600 000 đồng để làm quà sinh nhật cho chính mình. Bạn ấy quyết định bỏ tiết kiệm 10000 đồng vào ngày 1 tháng 1 năm đó, sau đó cứ tiếp tục ngày sau, mỗi ngày bạn bỏ ống tiết kiệm 5000 đồng. Biết trong năm đó, tháng 1 có 31 ngày, tháng 2 có 28 ngày, tháng 3 có 31 ngày và tháng 4 có 30 ngày. Gọi a (đồng) là số tiền sinh nhật của mình (ngày sinh nhật An không bỏ tiền vào ống). khi đó ta có

- A.  $a \in [610000; 615000]$                       B.  $a \in [605000; 610000]$   
C.  $a \in [600000; 605000]$                       D.  $a \in [595000; 600000]$

**Câu 102.** Gọi  $S_n$  là tổng n số hạng đầu tiên trong cấp số cộng  $(a_n)$ . Biết  $S_6 = S_9$ , tỉ số  $\frac{a_3}{a_5}$  bằng

- A.  $\frac{9}{5}$                       B.  $\frac{5}{9}$                       C.  $\frac{5}{3}$                       D.  $\frac{3}{5}$

**Câu 103.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_5 = 18$  và  $4S_n = S_{2n}$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công sai d của cấp số cộng

- A.  $u_1 = 3, d = 2$                       B.  $u_1 = 2, d = 3$                       C.  $u_1 = 2, d = 2$                       D.  $u_1 = 2, d = 4$

**Câu 104.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ . Gọi  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Biết rằng  $\frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2}$  với  $p \neq q, p, q \in \mathbb{N}^*$ . Tính

giá trị biểu thức  $\frac{u_{2018}}{u_{2019}}$ .

- A.  $\frac{2018^2}{2019^2}$                       B.  $\frac{4033}{4035}$                       C.  $\frac{4035}{4037}$                       D.  $\frac{4037}{4039}$

**Câu 105.** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho  $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$ .

A.  $n = 2017$

B.  $n = 2020$

C.  $n = 2018$

D.  $n = 2019$

**Câu 106.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có các số hạng đều dương, số hạng đầu  $u_1 = 1$ , tổng của 100 số hạng đầu tiên bằng 14950. Tính giá trị của tổng

$$S = \frac{1}{u_2\sqrt{u_1} + u_1\sqrt{u_2}} + \frac{1}{u_3\sqrt{u_2} + u_2\sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{u_{2018}\sqrt{u_{2017}} + u_{2017}\sqrt{u_{2018}}}$$

A. 1

B. 2018

C.  $1 - \frac{1}{\sqrt{6052}}$

D.  $\frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{6052}} \right)$

**Câu 107.** Trong một lớp có  $(2n+3)$  học sinh gồm An, Bình, Chi cùng  $2n$  học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào một dãy ghế được đánh số từ 1 đến  $(2n+3)$ , mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành một cấp số cộng là  $\frac{17}{1155}$ . Số học sinh của lớp là

A. 27

B. 25

C. 45

D. 35

**ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

1-A	2-C	3-B	4-D	5-A	6-A	7-C	8-B	9-C	10-B
11-C	12-C	13-A	14-A	15-C	16-D	17-D	18-C	19-B	20-B
21-A	22-D	23-D	24-A	25-C	26-A	27-B	28-A	29-D	30-D
31-A	32-C	33-D	34-B	35-D	36-C	37-D	38-C	39-B	40-C
41-C	42-B	43-D	44-C	45-A	46-D	47-B	48-B	49-C	50-B
51-B	52-B	53-D	54-D	55-B	56-A	57-A	58-A	59-D	60-B
61-C	62-D	63-D	64-A	65-A	66-D	67-B	68-B	69-B	70-B
71-C	72-A	73-D	74-C	75-A	76-A	77-A	78-A	79-B	80-C
81-A	82-D	83-D	84-C	85-A	86-A	87-C	88-B	89-D	90-D
91-A	92-A	93-D	94-C	95-C	96-A	97-C	98-A	99-C	100-B
101-B	102-C	103-D	104-C	105-B	106-D	107-D	108-	109-	110-

**Câu 1:** Kiểm tra  $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots$  ở các đáp án. **Chọn A.**

**Câu 2:** Kiểm tra  $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots$  ở các đáp án. **Chọn C.**

**Câu 3:** Ta có  $u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = 0 \Rightarrow d = \frac{u_2 - u_1}{1} = -\frac{1}{2}$ . **Chọn B.**

**Câu 4:** Ta có  $u_2 = u_1 + d = 0; u_3 = u_2 + d = \frac{1}{2}; \dots; u_5 = \frac{3}{2}$ . **Chọn D.**

**Câu 5:** Ta có  $u_1 = 2; u_5 = 22$  và cần tìm  $u_2, u_3, u_4$

$$\text{Lại có } u_5 = u_1 + 4d \Leftrightarrow d = \frac{u_5 - u_1}{4} = \frac{22 - 2}{4} = 5 \Rightarrow \begin{cases} u_2 = u_1 + d = 7 \\ u_3 = u_1 + 2d = 12. \text{ Chọn A.} \\ u_4 = u_1 + 3d = 17 \end{cases}$$

**Câu 6:** Theo giả thiết thì ta được một cấp số cộng có  $n+2$  số hạng với  $\begin{cases} u_1 = -3 \\ u_{n+2} = 23 \end{cases}$

Khi đó  $u_{n+2} = u_1 + (n+1)d \Leftrightarrow n+1 = \frac{u_{n+2} - u_1}{d} = \frac{23 - (-3)}{2} = 13 \Leftrightarrow n = 12$ . **Chọn A.**

**Câu 7:** Ta có  $1+x=2.6 \Leftrightarrow x=11$ . **Chọn C.**

**Câu 8:** Theo bài ra, ta có  $C_n^1 + C_n^3 = 2C_n^2 \Leftrightarrow n + \frac{(n-2)(n-1)n}{6} = 2 \cdot \frac{(n-1)n}{2}$

$\Leftrightarrow 1 + \frac{n^2 - 3n + 2}{6} = n - 1 \Leftrightarrow n^2 - 9n + 14 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = 7 \end{cases} \Leftrightarrow n = 7 (n \geq 3)$ . **Chọn B.**

**Câu 9:** Theo bài ra, ta có  $5+m+17+m=2.(7+2m) \rightarrow m=4$ . **Chọn C.**

**Câu 10:** Theo bài ra, ta có  $\begin{cases} -7+11=2x \\ x+y=2.11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=22-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=20 \end{cases}$ . **Chọn B.**

**Câu 11:** Ta có  $u_1=5; u_2=9 \Rightarrow d=u_2-u_1=4$  nên  $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1).4 = 4n+1$ . **Chọn C.**

**Câu 12:** Ta có  $u_n = u_1 + (n-1).d = -3 + \frac{1}{2} \cdot (n-1)$ . **Chọn C.**

**Câu 13:** Ta có  $u_3 = u_1 + 2d \Leftrightarrow 15 = u_1 + 2 \cdot (-2) \Leftrightarrow u_1 = 19$

Suy ra  $u_n = u_1 + (n-1).d = 19 + (n-1).(-2) = -2n + 21$ . **Chọn A.**

**Câu 14:** **Chọn A.**

**Câu 15:** Xét đáp án C. Ta có  $u_1=1 \Rightarrow u_2 = u_1 - 1 = 0; u_3 = u_2 - 1 = -1 \rightarrow u_n$  là cấp số cộng. **Chọn C.**

**Câu 16:** Để  $u_n$  là cấp số cộng thì  $n$  là bậc nhất. **Chọn D.**

**Câu 17:** Ta có  $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 100 = -5 + 3 \cdot (n-1) \Leftrightarrow n = 36$ . **Chọn D.**

**Câu 18:** Ta có  $\begin{cases} u_1 = -5 \\ d = 3 \end{cases} \Rightarrow u_n = 3n - 8 \rightarrow u_{15} = 37; u_{13} = 31; u_{10} = 22$ . **Chọn C.**

**Câu 19:** Ta có  $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_8 = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ u_1 + 7d = 40 \end{cases} \rightarrow d = 5$ . **Chọn B.**

**Câu 20:** Ta có  $S_{100} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{100[2 \cdot 4 + (100-1) \cdot (-5)]}{2} = -24350$ . **Chọn B.**

**Câu 21:** Ta có  $S_{100} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{5 \cdot \left[ 2 \cdot \frac{1}{4} + (5-1) \cdot \left( -\frac{1}{4} \right) \right]}{2} = -\frac{5}{4}$ . **Chọn A.**

**Câu 22:** Ta có  $u_n = u_1 + (n-1)d = u_1 - d + n.d = 4 + 3n \rightarrow \begin{cases} u_1 - d = 4 \\ d = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 7 \\ d = 3 \end{cases}$

Vậy  $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n[2 \cdot 7 + (n-1) \cdot 3]}{2} = \frac{3n^2 + 11n}{2}$ . **Chọn D.**

**Câu 23:** Số nguyên dương chia hết cho 3 có dạng  $3n (n \in \mathbb{N}^*)$  nên chúng lập thành cấp số cộng

$$\text{Do đó } u_n = 3n \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{50} = 150 \end{cases} \Rightarrow S_{50} = \frac{50 \cdot (u_1 + u_{50})}{2} = 3825. \text{ Chọn D.}$$

$$\text{Câu 24: Ta có } \begin{cases} d = -2 \\ 72 = S_8 = 8u_1 + \frac{8 \cdot 7}{2} d \end{cases} \Rightarrow 72 = 8u_1 + 28 \cdot (-2) \Leftrightarrow u_1 = 16. \text{ Chọn A.}$$

$$\text{Câu 25: Ta có } \begin{cases} u_1 = 1, d = 4 \\ 561 = S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2} d \end{cases} \Rightarrow 561 = n + \frac{n^2 - n}{2} \cdot 4 \Leftrightarrow 2n^2 - n - 561 = 0 \Leftrightarrow n = 17.$$

Vậy  $u_n = u_{17} = u_1 + 16d = 1 + 16 \cdot 4 = 65. \text{ Chọn C.}$

$$\text{Câu 26: Ta có } \begin{cases} u_{12} = 23 \\ S_{12} = 144 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 11d = 23 \\ \frac{12}{2}(u_1 + u_{12}) = 144 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = \frac{23 - u_1}{11} = 2. \end{cases} \text{ Chọn A.}$$

$$\text{Câu 27: Ta có } \frac{3n^2 - 19n}{4} = \frac{3}{4}n^2 - \frac{19}{4}n = S_n = nu_1 + \frac{n^2 - n}{2}d = \frac{d}{2}n^2 + \left(u_1 - \frac{d}{2}\right)n$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{d}{2} = \frac{3}{4} \\ u_1 - \frac{d}{2} = -\frac{19}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -4 \\ d = \frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Chọn B}$$

$$\text{Câu 28: Ta có } n^2 + 4n = S_n = \frac{d}{2}n^2 + \left(u_1 - \frac{d}{2}\right)n \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{d}{2} = 1 \\ u_1 - \frac{d}{2} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow u_n = 2n + 3. \text{ Chọn A.}$$

**Câu 29:** Ta có  $1; 3; 5; \dots; 2n-1$  và  $2; 4; 6; \dots; 2n$  là cấp số cộng có  $n$  số hạng

$$\text{Do đó } S = (1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1) - (2 + 4 + 6 + \dots + 2n)$$

$$= \frac{n}{2} \cdot (1 + 2n - 1) - \frac{n}{2} \cdot (2 + 2n) = n^2 - (n^2 + n) = -n. \text{ Chọn D.}$$

**Câu 30:** Ta có  $u_2 + u_8 + u_9 + u_{15} = 100 \Leftrightarrow 4u_1 + 30d = 100 \Leftrightarrow 2u_1 + 15d = 50$

$$\text{Khi đó } S_{16} = \frac{16 \cdot (u_1 + u_{16})}{2} = 8 \cdot (2u_1 + 15d) = 8 \cdot 50 = 400. \text{ Chọn D.}$$

$$\text{Câu 31: } \begin{cases} u_4 = -12 \\ u_{14} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}. \text{ Chọn A.}$$

$$\text{Câu 32: } \begin{cases} u_2 = 2001 \\ u_5 = 1995 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 2001 \\ u_1 + 4d = 1995 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2003 \\ d = -2 \end{cases} \rightarrow u_{1001} = u_1 + 1000d = 3. \text{ Chọn C.}$$

**Câu 33:** Ta có  $d = u_{n+1} - u_n = 8 - (-1) = 9. \text{ Chọn D.}$

**Câu 34:**



Xét đáp án A: 
$$\begin{cases} \frac{u_{10} + u_{30}}{2} = \frac{u_1 + 9d + u_1 + 29d}{2} = u_1 + 19d \rightarrow \text{loại A.} \\ u_5 + u_{10} = u_1 + 4d + u_1 + 9d = 2u_1 + 13d \end{cases}$$

Xét đáp án B: 
$$\begin{cases} u_{90} + u_{210} = 2u_1 + 298d = 2(u_1 + 149d) \\ 2u_{150} = 2(u_1 + 159d) \end{cases} \cdot \text{Chọn B.}$$

**Câu 35:** Theo bài ra ta có: 
$$\begin{cases} u_3 = 6 \\ u_7 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 6 \\ u_1 + 6d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 10 \\ d = -2 \end{cases}$$

Do đó  $u_5 = u_1 + 4d = 2$ . **Chọn D.**

**Câu 36:** Số hạng tổng quát của dãy là  $u_n = u_1 + (n-1)d = -5 + 2(n-1)$

Giải  $-5 + 2n - 2 = 93 \Leftrightarrow n = 50$ . **Chọn C.**

**Câu 37:** Ta có:  $u_6 = u_1 + 5d \Rightarrow d = \frac{u_6 - u_1}{5} = 6$ . **Chọn D.**

**Câu 38:**  $S_{24} = \frac{u_1 + u_{24}}{2} \cdot 24 = \frac{u_2 - d + u_{23} + d}{2} \cdot 24 = \frac{u_2 + u_{23}}{2} \cdot 24 = \frac{60}{2} \cdot 24 = 720$ . **Chọn C.**

**Câu 39:** Ta có 
$$\begin{cases} u_1 + u_6 = 17 \\ u_2 + u_4 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 5d = 17 \\ u_1 + d + u_1 + 3d = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 5d = 17 \\ 2u_1 + 4d = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases} \cdot \text{Chọn B.}$$

**Câu 40:** Ta có  $u_7 = u_3 + 4d \Rightarrow d = \frac{u_7 - u_3}{4} = 2$ . **Chọn C.**

**Câu 41:** Ta có 
$$\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 6d = 26 \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 13 \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 13 - 3d \\ (13 - 2d)^2 + (13 + 2d)^2 = 466 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 13 - 3d \\ 8d^2 = 128 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 4 \\ u_1 = 25 \\ d = -4 \end{cases} \cdot \text{Chọn C.}$$

**Câu 42:** Ta có  $u_4 = u_1 + 3d = 2 + 3 \cdot 5 = 17$ . **Chọn B.**

**Câu 43:**  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $\begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 4 \end{cases} \Rightarrow u_n = 5 + (n-1) \cdot 4 = 4n + 1$ . **Chọn D.**

**Câu 44:** Ta có  $u_{2018} = u_1 + 2017d = 2 + 2017 \cdot 2 = 4036$ . **Chọn C.**

**Câu 45:** Ta có 
$$\begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 3d = 8 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 3d = 8 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$$

Tổng 10 số hạng đầu tiên của dãy là  $S_{10} = \frac{u_1 + u_{10}}{2} \cdot 10 = \frac{2u_1 + 9d}{2} \cdot 10 = 100$ . **Chọn A.**

**Câu 46:** Ta có 
$$\begin{cases} u_5 = u_1 + 4d = 0 \\ u_{10} = u_1 + 9d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ u_1 = -8 \end{cases} \cdot \text{Chọn D.}$$

**Câu 47:** Ta có  $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d - (u_1 + 2d) + u_1 + 4d = 7 \\ u_1 + u_1 + 5d = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 7 \\ 2u_1 + 5d = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$ .

Do đó  $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + 2(n-1) = 2n-1$ . **Chọn B.**

**Câu 48:** Dãy 1; 4; 6; 7; 10 là cấp số cộng với  $u_1 = 1$  và  $d = 3$ . **Chọn B.**

**Câu 49:** Ta có  $u_1 = 5 \cdot 1 - 3 = 2$  và  $d = 5$ . **Chọn C.**

**Câu 50:** Dãy số  $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$  là cấp số cộng với  $d = -2$ . **Chọn B.**

**Câu 51:** Cấp số cộng  $u_n = u_1 + (n-1)d$  và có dạng  $u_n = an + b$

Vậy  $u_n = 2n - 3, n \geq 1$  là cấp số cộng. **Chọn B.**

**Câu 52:** Cấp số cộng  $u_n = u_1 + (n-1)d$  và có dạng  $u_n = an + b$

Vậy  $u_n = 3n + 2018$  là cấp số cộng. **Chọn B.**

**Câu 53:** : Cấp số cộng  $u_n = u_1 + (n-1)d$  và có dạng  $u_n = an + b$

Vậy  $u_n = \frac{5n-2}{3}$  là cấp số cộng. **Chọn D.**

**Câu 54:** Cấp số cộng  $u_n = u_1 + (n-1)d$  và có dạng  $u_n = an + b$

Vậy  $u_n = 2n - 5$  là cấp số cộng. **Chọn D.**

**Câu 55:**  $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - (u_1 + 2d) + u_1 + 4d = 15 \\ u_1 + u_1 + 5d = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 15 \\ 2u_1 + 5d = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 21 \\ d = -3 \end{cases}$ . **Chọn B.**

**Câu 56:** Ta có  $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2 u_3 = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d + u_1 + 3d + u_1 + 5d = 36 \\ (u_1 + d)(u_1 + 2d) = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 + 9d = 36 \\ (u_1 + d)(u_1 + 2d) = 54 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 12 - 3d \\ (12 - 2d)(12 - d) = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 12 - 3d \\ 2d^2 - 36d + 90 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d < 10} d = 3$ . **Chọn A.**

**Câu 57:** T là tổng của cấp số cộng với  $u_1 = 15, d = 5$

Số hạng tổng quát của dãy là  $u_n = 15 + (n-1) \cdot 5$

Giải  $u_n = 15 + (n-1) \cdot 5 = 7515 \Leftrightarrow n = 1501$

Do đó  $S_n = \frac{u_1 + u_{1501}}{2} \cdot 1501 = 5651265$ . **Chọn A.**

**Câu 58:**  $T = (1000 - 999)(1000 + 999) + (998 - 997)(998 + 997) + \dots + (2 - 1)(2 + 1)$

$= 1000 + 999 + 998 + 997 + \dots + 2 + 1 = \frac{1 + 1000}{2} \cdot 1000 = 500500$ . **Chọn A.**

**Câu 59:** Đề  $1 + 2a; 2a^2 - 1; -2a$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng thì  $1 + 2a + (-2a) = 2(2a^2 - 1)$

$$\Leftrightarrow 4a^2 - 2 = 1 \Leftrightarrow 4a^2 = 3 \Leftrightarrow a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Chọn D.}$$

**Câu 60:** Ta có 
$$\begin{cases} S_4 = 32 \\ S_{12} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{u_1 + u_4}{2} \cdot 4 = 32 \\ \frac{u_1 + u_{12}}{2} \cdot 12 = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_4 = 16 \\ u_1 + u_{12} = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 3d = 16 \\ u_1 + u_1 + 11d = 32 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 3d = 16 \\ 2u_1 + 11d = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases}$$

Do đó  $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1) \cdot 2 = 2n + 3$ . **Chọn B.**

**Câu 61:**  $S_{100} = \frac{u_1 + u_{100}}{2} \cdot 100 = 50(u_1 + u_{100})$ . **Chọn C.**

**Câu 62:** Ta có  $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = (u_3 - d)^2 + u_3^2 + (u_3 + d)^2 = 3u_3^2 + 2d^2 = 3u_3^2 + 8 \geq 8$

Dấu bằng xảy ra  $\Leftrightarrow u_3 = 0 \Leftrightarrow u_n = u_3 + (n-3)d = 2(n-3)$

Giải  $2(n-3) = 2018 \Leftrightarrow n = 1012$ . **Chọn D.**

**Câu 63:**  $u_n = u_1 + (n-1)d$ . **Chọn D.**

**Câu 64:** Ta có 
$$\begin{cases} u_n = 1 + (n-1) \cdot 5 = 5n - 4 \\ v_m = 4 + (m-1) \cdot 3 = 3m + 1 \end{cases} \text{ với } (1 \leq m, n \leq 2018)$$

Giải điều kiện  $u_n = v_m \Leftrightarrow 5n - 4 = 3m + 1 \Leftrightarrow 5n = 3m + 5 \Leftrightarrow n = \frac{3m}{5} + 1$

Do đó  $m:5$  tức là  $m = 5k$ , giải điều kiện 
$$\begin{cases} n = 3k + 1 \in [1; 2018] \\ 1 \leq 5k \leq 2018 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq k \leq 672 \\ 1 \leq k \leq 403 \end{cases} \Rightarrow \text{có 403 giá trị } k \text{ nên 2 dãy số trên có 403 số chung. Chọn A.}$$

**Câu 65:** Ta có 
$$\begin{cases} u_n = 4 + (n-1) \cdot 3 = 3n + 1 \\ v_m = 1 + (m-1) \cdot 5 = 5m - 4 \end{cases} \text{ với } (1 \leq m, n \leq 100)$$

Giải điều kiện  $u_n = v_m \Leftrightarrow 3n + 1 = 5m - 4 \Leftrightarrow 3n = 5m - 5 \Leftrightarrow m = \frac{3n}{5} + 1$

Do đó  $n:5$  tức là  $n = 5k$ , giải điều kiện 
$$\begin{cases} m = 3k + 1 \in [1; 100] \\ 1 \leq 5k \leq 100 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq k \leq 33 \\ 1 \leq k \leq 20 \end{cases} \Rightarrow \text{có 20 giá trị } k \text{ nên 2 dãy số trên có 20 số chung. Chọn A.}$$

**Câu 66:** Số hạng tổng quát của dãy số là:  $u_n = u_1 + (n-1)d = 3 + (n-1) \cdot 7 = 7n - 4$

Giải  $7n - 4 > 2018 \Leftrightarrow n \geq 289$ . **Chọn D.**

**Câu 67:** Số tiền để khoan giếng là cấp số cộng với  $u_1 = 80$  (nghìn đồng) và công sai  $d = 5$  (nghìn đồng)

Do đó số tiền để khoan 50 m giếng là  $T = \frac{u_1 + u_{50}}{2} \cdot 50 = \frac{u_1 + u_1 + 49d}{2} \cdot 50 = 10.125$  (nghìn đồng).

**Chọn B.**

**Câu 68:** Chỉ có khẳng định ii) sai. **Chọn B.**

**Câu 69:** Ta có 
$$\begin{cases} u_2 - u_1 = d \\ u_3 - u_2 = d \end{cases} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_1} = -\frac{d}{u_1 u_2}; \frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_2} = -\frac{d}{u_2 u_3}}$$

Theo bài ra, ta được  $\frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_1} = \frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_2} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ \frac{1}{u_1} = \frac{1}{u_3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ u_1 = u_3 = u_1 + 2d \end{cases} \Leftrightarrow d = 0$ . **Chọn B.**

**Câu 70:** Ta có  $c + a = 2b \Rightarrow -2 \cdot (c + a) = -2 \cdot (2b) \Leftrightarrow (-2c) + (-2a) = 2 \cdot (-2b)$ . **Chọn B.**

**Câu 71:** Theo bài ra, ta có  $\frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+b} = \frac{2}{c+a} \Leftrightarrow \frac{a+c+2b}{(a+b) \cdot (b+c)} = \frac{2}{a+c}$

$\Leftrightarrow (a+c+2b) \cdot (a+c) = 2 \cdot (ab+ac+b^2+bc) \Leftrightarrow (a+c)^2 + 2b \cdot (a+c) = 2 \cdot (ab+ac+b^2+bc)$

$\Leftrightarrow a^2 + 2ac + c^2 + 2ab + 2bc = 2ab + 2ac + 2b^2 + 2bc \rightarrow a^2 + c^2 = 2b^2$

Suy ra  $a^2; b^2; c^2$  lập thành cấp số cộng. **Chọn C**

**Câu 72:** Ta có  $a, b, c$  lập thành cấp số cộng khi  $a + c = 2b$

Xét đáp án A:  $a^2 + c^2 + 2ac = 4b^2 \Leftrightarrow (a+c)^2 = (2b)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a+c = 2b \\ a+c = -2b \end{cases}$ . **Chọn A.**

**Câu 73:** Ta có  $S_{100} = 24850 \Rightarrow \frac{100 \cdot (2u_1 + 99d)}{2} = 24850 \Rightarrow d = 5$

Do đó  $5S = \frac{5}{u_1 \cdot u_2} + \frac{5}{u_2 \cdot u_3} + \dots + \frac{5}{u_{49} \cdot u_{50}} = \frac{u_2 - u_1}{u_1 \cdot u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_3 \cdot u_2} + \dots + \frac{u_{50} - u_{49}}{u_{49} \cdot u_{50}}$   
 $= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49}} - \frac{1}{u_{50}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} = \frac{1}{1} - \frac{1}{1+49 \cdot 5} = \frac{245}{246} \Rightarrow S = \frac{49}{246}$ . **Chọn D.**

**Câu 74:**  $\begin{cases} v_2 + v_{13} = 2v_1 + 13d \\ v_6 + v_7 = 2v_1 + 11d \end{cases} \Rightarrow v_2 + v_{13} \neq v_6 + v_7$ . **Chọn C.**

**Câu 75:**  $(u_n)$  là cấp số cộng với  $u_1 = 1, d = 2$

Do đó  $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + (n-1) \cdot 2 = 2n - 1$

Khi đó  $u_5 = 9, u_3 = 5, u_2 = 3, u_6 = 11$ . **Chọn A.**

**Câu 76:** Theo bài ra ta có:  $\begin{cases} u_1 + 4d + 3(u_1 + 2d) - u_1 - d = -21 \\ 3(u_1 + 6d) - 2(u_1 + 3d) = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3u_1 + 9d = -21 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3 \end{cases}$

Do đó  $u_{15} = u_1 + 14d = -40 \Rightarrow S_{15} = \frac{u_1 + u_{15}}{2} \cdot 15 = -285$ . **Chọn A.**

**Câu 77:**  $\begin{cases} u_9 = 5u_2 \\ u_{13} = 2u_6 + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 8d = 5(u_1 + d) \\ u_1 + 12d = 2(u_1 + 5d) + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4u_1 + 3d = 0 \\ -u_1 + 2d = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}$ . **Chọn A.**

**Câu 78:** Cấp số cộng đã cho có  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 5$

Do đó  $u_{100} = u_1 + 99d = 496$ . **Chọn A.**

**Câu 79:** Để  $\cos 2x, \frac{1}{2}\cos 4x, \cos 6x$  là ba số hạng liên tiếp trong một cấp số cộng thì ta có:

$$\cos 2x + \cos 6x = 2 \cdot \frac{1}{2} \cos 4x \Leftrightarrow 2 \cos 4x \cos 2x = \cos 4x$$

$$\Leftrightarrow \cos 4x(2 \cos 2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 4x = 0 \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$$
. **Chọn B.**

**Câu 80:**  $S_{22} = \frac{u_2 + u_{21}}{2} \cdot 22 = 11 \cdot (u_1 + d + u_{22} - d) = 11(u_1 + u_{22}) = 550$ . **Chọn C.**

**Câu 81:** Ta có  $\begin{cases} u_5 = u_1 + 4d = -15 \\ u_{20} = u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases}$

Suy ra  $S_{20} = \frac{u_1 + u_{20}}{2} \cdot 20 = \frac{-35 + u_1 + 19d}{2} \cdot 20 = 250$ . **Chọn A.**

**Câu 82:** Dãy số  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} - u_n = 2 \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$  là cấp số cộng với  $u_1 = -1$  và công sai  $d = 2$ . **Chọn D.**

**Câu 83:** Ta có  $\begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 2 \\ u_1 = 1 \end{cases}$

Do đó  $u_{2019} = u_1 + 2018d = 4037$ . **Chọn D.**

**Câu 84:** Ta có  $u_1 = -2, u_2 = 1 - 3 \cdot 2 = -5 \Rightarrow d = -3$

Khi đó  $S_{10} = \frac{u_1 + u_{10}}{2} \cdot 10 = \frac{2u_1 + 9d}{2} \cdot 10 = -155$ . **Chọn C.**

**Câu 85:** Ta có  $u_n = u_1 + (n-1)d = -2017 + 3(n-1)$

Giải điều kiện  $u_n > 0 \Leftrightarrow u_n = 3n - 2020 > 0 \Leftrightarrow n > 673,33$

Vậy từ số hạng  $u_{674}$  trở đi thì các số hạng của cấp số cộng đều nhận giá trị dương. **Chọn A.**

**Câu 86:** Theo bài ra, ta có  $u_1 = 1; u_2 = 2; \dots; S_n = 3003 \rightarrow d = 1$

Do đó  $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} \Leftrightarrow \frac{n[2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 1]}{2} = 3003 \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow n = 77$ . **Chọn A.**

**Câu 87:** Theo bài ra, ta có  $u_1 = 1; u_2 = 2; \dots; S_n = 3240 \rightarrow d = 1$

Do đó  $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} \Leftrightarrow \frac{n[2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 1]}{2} = 3240$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 6480 = 0 \rightarrow n = 80. \text{ Chọn C.}$$

**Câu 88:** Theo bài ra, ta có  $\begin{cases} 5+15=2x \\ x+y=2.15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ x+y=30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases}. \text{ Chọn B.}$

**Câu 89:** Gọi số đo 3 góc của tam giác vuông lần lượt là  $a, b, 90^\circ$

Theo bài ra, ta có  $\begin{cases} a+b=90^\circ \\ a+90^\circ=2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=90^\circ \\ a-2b=-90^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=30^\circ \\ b=60^\circ \end{cases}. \text{ Chọn D.}$

**Câu 90:** Gọi bốn số cần tìm là  $u_1; u_2; u_3; u_4$  với công sai  $d$

Theo bài ra, ta có  $\begin{cases} u_1+u_2+u_3+u_4=32 \\ u_1^2+u_2^2+u_3^2+u_4^2=336 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1+6d=32 \\ u_1^2+(u_1+d)^2+(u_1+2d)^2+(u_1+3d)^2=336 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1+3d=16 \\ 4u_1^2+12u_1d+14d^2=336 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=\frac{16-3d}{2} \\ 4\left(\frac{16-3d}{2}\right)^2+12d\cdot\frac{16-3d}{2}+14d^2=336 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d=4 \\ d=-4 \\ u_1=\frac{16-3d}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=2 \\ d=4 \\ u_1=14 \\ d=-4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u_2=6; u_3=10; u_4=14 \\ u_2=10; u_3=6; u_4=2 \end{cases} \Rightarrow \prod u_i = 1680. \text{ Chọn D.}$$

**Câu 91:** Đa giác lồi có 10 cạnh  $\rightarrow$  Đa giác có 10 góc

$$\Rightarrow \text{Tổng các góc là } (10-2) \cdot 180^\circ = 1440^\circ$$

Theo bài ra, ta có  $\begin{cases} d=4^\circ \\ S_{10}=1440^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=4^\circ \\ \frac{10 \cdot (2u_1+9d)}{2} = 1440^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=126^\circ \\ d=4^\circ \end{cases}. \text{ Chọn A.}$

**Câu 92:** Ba góc A, B, C của một tam giác theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng  $\begin{cases} C=2A \\ C+A=2B \end{cases}$

Ta có  $\begin{cases} A+B+C=180^\circ \\ A+C=2B \\ C=2A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3B=180^\circ \\ A+C=2B \\ C=2A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B=60^\circ \\ A+C=120^\circ \\ C=2A \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A=40^\circ \\ B=60^\circ \\ C=80^\circ \end{cases} \rightarrow C-A=40^\circ$

**Chọn A.**

**Câu 93:** Theo bài ra, ta có  $\begin{cases} d=3 \\ u_n=44 \\ S_n=158 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=3; u_1+(n-1)d=44 \\ \frac{n[2u_1+(n-1)d]}{2}=158 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d=3; u_1=47-3n \\ \frac{n[2 \cdot (47-3n)+3 \cdot (n-1)]}{2}=158 \end{cases} \Leftrightarrow n \cdot (91-3n) = 316 \Leftrightarrow n = 4. \text{ Chọn D.}$$

**Câu 94:** Ba cạnh  $a, b, c$  ( $a < b < c$ ) của một tam giác theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng thỏa yêu

$$\text{cầu thì } \begin{cases} a^2 + b^2 = c^2 \\ a + b + c = 3 \\ a + c = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = c^2 \\ 3b = 3 \\ a + c = 2b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = c^2 \\ b = 1 \\ a = 2b - c - 2 - c \end{cases}$$

$$\text{Ta có } a^2 + b^2 = c^2 \xrightarrow{b=1, a=2-c} (2-c)^2 + 1 = c^2 \Leftrightarrow -4c + 5 = 0 \Leftrightarrow c = \frac{5}{4} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = 1 \\ c = \frac{5}{4} \end{cases} . \text{ Chọn C.}$$

**Câu 95:** Ta có  $2 \sin x \cdot \cos x + 4 \sin x - 2 \cos x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2 \cos x \cdot (\sin x - 1) + 4(\sin x - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow (2 \sin x + 4) \cdot (\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Mà } 0 \leq x \leq 100\pi \rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} + k2\pi \leq 100\pi \Leftrightarrow k \in \left[ -\frac{1}{4}; \frac{199}{4} \right] \text{ nên } k = \{0; 1; 2; \dots; 49\}$$

$$\text{Vậy } \sum_{k=0}^{100} x = \sum_{k=0}^{49} \left( \frac{\pi}{2} + k2\pi \right) = \frac{\pi}{2} \cdot 50 + 2\pi + 4\pi + \dots + 98\pi = \frac{100 \cdot 101\pi}{2} = 2475\pi. \text{ Chọn C.}$$

**Câu 96:** Ta có  $2\sqrt{3} \sin^2 x + 2 \sin x \cdot \cos x - 4 \cos x + 8 = 4\sqrt{3} \sin x + 4 \sin x$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{3} \sin x \cdot (\sin x - 2) + 2 \cos x \cdot (\sin x - 2) = 4(\sin x - 2) \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x + \cos x = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin \left( x + \frac{\pi}{6} \right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$$

$$\text{Mà } 0 < x < 2018 \text{ nên } 0 < \frac{\pi}{3} + k2\pi < 2018 \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < k < 321,01 \Rightarrow k = \{0; 1; 2; \dots; 321\}$$

$$\text{Vậy tổng các nghiệm cần tính là } \sum_{k=0}^{321} \left( \frac{\pi}{3} + k2\pi \right) = \frac{\pi}{3} \cdot 322 + 2\pi + 4\pi + \dots + 642\pi = \frac{310408}{3} \pi.$$

**Chọn A.**

**Câu 97:** Phương trình trở thành:  $1 + \sin x + \sqrt{3} \cos x = 3 \Leftrightarrow \sin x + \sqrt{3} \cos x = 2$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = 1 \Leftrightarrow \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$$

$$\text{Ta có } 0 < x < 100\pi \Leftrightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k2\pi < 100\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{12} < k < \frac{599}{12} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = \{0; 1; 2; 3; \dots; 49\}$$

$$\text{Do đó } \sum x = \sum_{k=0}^{49} \left( \frac{\pi}{6} + k2\pi \right) = \frac{\pi}{6} \cdot 50 + 2\pi + 4\pi + \dots + 98\pi = \frac{7375}{3} \pi. \text{ Chọn C.}$$

$$\text{Câu 98: Ta có } \sin x + \sin 3x = 2 \cos^2 x \Leftrightarrow 4 \sin x \cdot \cos^2 x = 2 \cos^2 x \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

- TH1. Với  $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$  mà  $x \in [0; 100] \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2} + k\pi \leq 100 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq k \leq 31,33$

Kết hợp  $k \in Z \rightarrow k = \{0; 1; 2; \dots; 31\}$

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^{31} x = \sum_{k=0}^{31} \left( \frac{\pi}{2} + k\pi \right) = \frac{\pi}{2} \cdot 32 + \pi + 2\pi + \dots + 31\pi = 512\pi$$

- TH2. Với  $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$  mà  $x \in [0; 100] \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi \leq 100 \Leftrightarrow -\frac{1}{12} \leq k \leq 15,83$

Kết hợp  $k \in Z \rightarrow k = \{0; 1; 2; \dots; 15\}$

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^{15} x = \sum_{k=0}^{15} \left( \frac{\pi}{6} + k2\pi \right) = \frac{\pi}{6} \cdot 16 + 2\pi + 4\pi + \dots + 30\pi = \frac{728\pi}{3}$$

- TH3. Với  $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$  mà  $x \in [0; 100] \Rightarrow 0 \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi \leq 100 \Leftrightarrow -\frac{5}{12} \leq k \leq 15,49$

Kết hợp  $k \in Z \rightarrow k = \{0; 1; 2; \dots; 15\}$

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^{15} x = \sum_{k=0}^{15} \left( \frac{5\pi}{6} + k2\pi \right) = \frac{5\pi}{6} \cdot 16 + 2\pi + 4\pi + \dots + 30\pi = \frac{760\pi}{3}$$

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình là  $1008\pi$ . **Chọn A.**

**Câu 99:** Gọi  $a$  (nghìn đồng) là số tiền đưa con bé nhất được nhận

Suy ra số tiền của ba người con còn lại là  $a + 100; a + 200; a + 300$

Vì tổng số tiền là 1.000.000 đồng nên  $a + a + 100 + a + 200 + a + 300 = 1000 \Leftrightarrow a = 100$

Vậy số tiền mà người con lớn nhất nhận được là 400.000 đồng. **Chọn C.**

**Câu 100:** Theo bài ra, ta có  $u_1 = 100; d = 100$  và  $n = 120$

$$\rightarrow S_{120} = \frac{120[2 \cdot 100 + (120 - 1) \cdot 100]}{2} = 726000 \text{ đồng. } \mathbf{Chọn B.}$$

**Câu 101:** Theo giả thiết, An bỏ ống tiết kiệm từ ngày 1 tháng 1 đến ngày 30 tháng 4 nên tổng số ngày tiết kiệm là 120 ngày. Ngày thứ nhất An bỏ ống: 10 000 đồng

Và 119 ngày sau bỏ ống số tiền là  $119 \times 5000 = 600000 - 5000$  đồng

Vậy tổng số tiền tiết kiệm là  $a = 600000 - 5000 + 10000 = 605000$  đồng. **Chọn B.**

**Câu 102:** Theo bài ra, ta có  $S_6 = S_9 \Leftrightarrow \frac{6 \cdot (2u_1 + 5d)}{2} = \frac{9 \cdot (2u_1 + 8d)}{2} \Leftrightarrow 12u_1 + 30d = 18u_1 + 72d$

$$\Leftrightarrow 6u_1 + 42d = 0 \Leftrightarrow u_1 = -7d \rightarrow \frac{u_3}{u_5} = \frac{u_1 + 2d}{u_1 + 4d} = \frac{-7d + 2d}{-7d + 4d} = \frac{5}{3}. \mathbf{Chọn C.}$$

**Câu 103:** Ta có  $4S_n = S_{2n} \Leftrightarrow \frac{4n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{2n[2u_1 + (2n-1)d]}{2}$

$$\Leftrightarrow 4u_1 + (2n-2)d = 2u_1 + (2n-1)d \Leftrightarrow 2u_1 = d \text{ mà } u_5 = u_1 + 4d = 18 \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 4 \end{cases}. \mathbf{Chọn D.}$$



**Câu 104:** Ta có  $\frac{S_p}{S_q} = \frac{p^2}{q^2} \Leftrightarrow \frac{\frac{p[2u_1 + (p-1)d]}{2}}{\frac{q[2u_1 + (q-1)d]}{2}} = \frac{p^2}{q^2} \Leftrightarrow \frac{2u_1 + (p-1)d}{2u_1 + (q-1)d} = \frac{p}{q}$

$\Leftrightarrow 2qu_1 + (pq - q)d = 2pu_1 + (pq - p)d \Leftrightarrow 2u_1 \cdot (q - p) = (q - p) \cdot d \Leftrightarrow d = 2u_1$

Do đó  $\frac{u_{2018}}{u_{2019}} = \frac{u_1 + 2017d}{u_1 + 2018d} = \frac{u_1 + 2017 \cdot 2u_1}{u_1 + 2018 \cdot 2u_1} = \frac{1 + 2017 \cdot 2}{1 + 2018 \cdot 2} = \frac{1 + 2017 \cdot 2}{1 + 2018 \cdot 2} = \frac{4035}{4037}$ . **Chọn C.**

**Câu 105:** Ta có  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 1^3 \\ u_3 = u_2 + 2^3 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} + (n-1)^3 \end{cases}$ , cộng vế theo vế ta được  $u_n = 1 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-1)^3$

Mặt khác ta chứng minh được  $1 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-1)^3 = 1 + (1 + 2 + 3 + \dots + n - 1)^2$   
 $= 1 + \left[ \frac{n(n-1)}{2} \right]^2$

Do đó  $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} \geq 2039190 \Leftrightarrow n^2 - n \geq 4078380 \Leftrightarrow n \geq 2020$

Vậy  $n_{\min} = 2020$ . **Chọn B.**

**Câu 106:** Ta có:  $S_{100} = \frac{u_1 + u_{100}}{2} \cdot 100 = 14950 \Leftrightarrow 50(2u_1 + 99d) = 14950 \Leftrightarrow d = 3$

Ta có:  $\frac{1}{u_{n+1}\sqrt{u_n} + u_n\sqrt{u_{n+1}}} = \frac{1}{\sqrt{u_n u_{n+1}}(\sqrt{u_{n+1}} + \sqrt{u_n})} = \frac{u_{n+1} - u_n}{3\sqrt{u_n u_{n+1}}(\sqrt{u_{n+1}} + \sqrt{u_n})}$   
 $= \frac{1}{3} \left( \frac{\sqrt{u_{n+1}} - \sqrt{u_n}}{\sqrt{u_n u_{n+1}}} \right) = \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\sqrt{u_n}} - \frac{1}{\sqrt{u_{n+1}}} \right)$

Khi đó  $S = \frac{1}{u_2\sqrt{u_1} + u_1\sqrt{u_2}} + \frac{1}{u_3\sqrt{u_2} + u_2\sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{u_{2018}\sqrt{u_{2017}} + u_{2017}\sqrt{u_{2018}}}$   
 $= \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\sqrt{u_1}} - \frac{1}{\sqrt{u_2}} + \frac{1}{\sqrt{u_2}} - \frac{1}{\sqrt{u_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{u_{2017}}} - \frac{1}{\sqrt{u_{2018}}} \right)$   
 $= \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{u_{2018}}} \right) = \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{u_1 + 2017d}} \right) = \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{6052}} \right)$ . **Chọn D.**

**Câu 107:** Số cách các xếp học sinh vào ghế là  $(2n + 3)!$

Nhận xét rằng nếu ba số tự nhiên a,b,c lập thành một cấp số cộng thì  $a + c = 2b$  nên  $a + c$  là số chẵn. Như vậy  $a, c$  phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

---

Từ 1 đến  $2n+3$  có  $n+1$  số chẵn và  $n+2$  số lẻ.

Muốn có một cách xếp học sinh thỏa số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành một cấp số cộng ta sẽ tiến hành như sau:

- Bước 1: Chọn hai ghế có số thứ tự cùng chẵn hoặc cùng lẻ rồi xếp An và Chi vào, sau đó xếp Bình vào ghế chính giữa. Bước này có  $A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2$  cách.
- Bước 2: Xếp chỗ cho  $2n$  học sinh còn lại. Bước này có  $(2n)!$

Như vậy số cách xếp thỏa theo yêu cầu này là  $(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!$

$$\text{Ta có phương trình } \frac{(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!}{(2n+3)!} = \frac{17}{1155} \Leftrightarrow \frac{n(n+1) + (n+1)(n+2)}{(2n+1) + (2n+2)(2n+3)} = \frac{17}{1155}$$

$$\Leftrightarrow 68n^2 - 1019n - 1104 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 16 \\ n = -\frac{69}{68} \end{cases}$$

Vậy số học sinh của lớp là 35. **Chọn D.**