

CHỦ ĐỀ CẤP SỐ NHÂN

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1) Định nghĩa

Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hoặc vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ 2, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng ngay trước nó nhân với một số không đổi q . Khi đó, q được gọi là công bội của cấp số nhân.

Tức là $u_2 = q.u_1; u_3 = q.u_2 = q^2.u_1; u_4 = q.u_3 = q^3.u_1 \dots$

2) Số hạng tổng quát

Nếu cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu u_1 và công bội q thì số hạng tổng quát u_n được xác định bởi công thức

$$u_n = q^{n-1}.u_1 \text{ với } n \geq 2$$

3) Tính chất các số hạng của cấp số nhân

Trong một số cấp số nhân, mỗi số hạng (trừ số hạng đầu và cuối) đều là trung bình nhân của hai số hạng đứng kề với nó, nghĩa là $u_k = \sqrt{u_{k-1}.u_{k+1}}$ hay $u_k^2 = u_{k-1}.u_{k+1}$

Chú ý: a, b, c theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì $ac = b^2$

4) Tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân

Cho cấp số nhân (u_n) . Đặt $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$. Khi đó $S_n = \frac{q^n - 1}{q - 1}.u_1$

II. HỆ THỐNG VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, q = \frac{1}{2}$. Tính u_5

A. $u_5 = \frac{3}{32}$

B. $u_5 = \frac{3}{16}$

C. $u_5 = \frac{3}{10}$

D. $u_5 = \frac{15}{2}$

Lời giải:

Ta có $u_5 = u_1.q^{5-1} = 3.\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{3}{16}$. **Chọn B**

Ví dụ 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, q = \frac{1}{2}$. Hỏi $\frac{3}{512}$ là số hạng thứ mấy

A. 11

B. 9

C. 10

D. 12

Lời giải:

Ta có $u_n = u_1.q^{n-1} \Rightarrow \frac{3}{512} = 3.\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Leftrightarrow \frac{1}{2^{n-1}} = \frac{1}{512}$

$\Leftrightarrow 2^{n-1} = 512 \Leftrightarrow n-1 = 9 \Leftrightarrow n = 10$

Do đó $\frac{3}{512}$ là số hạng thứ 10. **Chọn C**

Ví dụ 3. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, u_6 = \frac{3}{32}$. Tìm với q

- A. $q = 2$ B. $q = 4$ C. $q = \frac{1}{4}$ D. $q = \frac{1}{2}$

Lời giải:

Ta có $u_6 = u_1 \cdot q^{6-1} \Rightarrow \frac{3}{32} = 3q^5 \Rightarrow q = \frac{1}{2}$. **Chọn D**

Ví dụ 4. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, u_4 = \frac{3}{8}$. Tính u_7

- A. $u_7 = \frac{3}{4096}$ B. $u_7 = \frac{3}{128}$ C. $u_7 = \frac{1}{243}$ D. $u_7 = \frac{3}{64}$

Lời giải:

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^{4-1} \Rightarrow \frac{3}{8} = 3q^3 \Rightarrow q = \frac{1}{2} \Rightarrow u_7 = u_1 \cdot q^{7-1} = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{3}{64}$. **Chọn D**

Ví dụ 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, \frac{u_5}{u_8} = 8$. Tính u_{12}

- A. $u_{12} = \frac{3}{2048}$ B. $u_{12} = \frac{3}{1024}$ C. $u_{12} = 6144$ D. $u_{12} = 3072$

Lời giải:

Ta có $\frac{u_5}{u_8} = \frac{u_1 \cdot q^{5-1}}{u_1 \cdot q^{8-1}} = \frac{1}{q^3} = 8 \Rightarrow q = \frac{1}{2} \Rightarrow u_{12} = u_1 \cdot q^{12-1} = \frac{3}{2048}$. **Chọn A**

Ví dụ 6. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, u_5 u_8 = \frac{9}{2048}$. Tính u_{12}

- A. $u_{12} = \frac{3}{2048}$ B. $u_{12} = \frac{3}{1024}$ C. $u_{12} = 6144$ D. $u_{12} = 3072$

Lời giải:

Ta có $u_5 u_8 = (u_1 \cdot q^{5-1})(u_1 \cdot q^{8-1}) = 9q^{11} = \frac{9}{2048} \Rightarrow q = \frac{1}{2} \Rightarrow u_{12} = u_1 \cdot q^{12-1} = \frac{3}{2048}$. **Chọn A**

Ví dụ 7. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4, u_8 \sqrt{u_5} = 157464$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

- A. $4 \leq q < 6$ B. $q < 4$ C. $6 \leq q < 8$ D. $q \geq 8$

Lời giải:

Ta có $u_8 \sqrt{u_5} = u_1 \cdot q^{8-1} \sqrt{u_1 \cdot q^{5-1}} = 8q^9 = 157464 \Rightarrow q = 3$. **Chọn B**

Ví dụ 8. Cho cấp số nhân (u_n) với $\frac{u_3+u_4}{u_5} = \frac{4}{9}; u_5 \neq 0, q > 0$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

- A. $4 \leq q < 6$ B. $q < 4$ C. $6 \leq q < 8$ D. $q \geq 8$

Lời giải:

Ta có $\frac{u_3+u_4}{u_5} = \frac{u_1q^{3-1} + u_1q^{4-1}}{u_1q^{5-1}} = \frac{1+q}{q^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow q = 3$ thỏa mãn. **Chọn B**

Ví dụ 9. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 4, u_2 + u_4 = 2952$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

- A. $4 \leq q < 6$ B. $q < 4$ C. $6 \leq q < 8$ D. $q \geq 8$

Lời giải:

Ta có $u_2 + u_4 = u_1 \cdot q^{2-1} + u_1 \cdot q^{4-1} = 4(q + q^3) = 2952 \Rightarrow q = 9$. **Chọn D**

Ví dụ 10. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_3 = 16, u_2 + u_4 = 40$. Tính u_6 , biết $q < 1$

- A. $u_6 = 8$ B. $u_6 = 128$ C. $u_6 = 2$ D. $u_6 = 32$

Lời giải:

Ta có $\begin{cases} u_3 = u_1 \cdot q^2 = 16 \\ u_2 + u_4 = u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^3 = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^2 = 16 \\ u_1 \cdot (q + q^3) = 40 \end{cases}$
 $\Rightarrow \frac{q^2}{q + q^3} = \frac{16}{40} \Rightarrow \frac{q}{1 + q^2} = \frac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$ thỏa mãn
 $\Rightarrow u_1 \cdot \frac{1}{4} = 16 \Rightarrow u_1 = 64 \Rightarrow u_6 = u_1 \cdot q^5 = 2$. **Chọn C**

Ví dụ 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2, q = 4$. Tính tổng của 5 số hạng đầu tiên

- A. $\frac{1023}{2}$ B. 1364 C. $\frac{341}{2}$ D. 682

Lời giải:

Ta có $S_5 = \frac{u_1(1 - q^5)}{1 - q} = 682$. **Chọn D**

Ví dụ 12. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2, u_4 = 54$. Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên

- A. 2046 B. 29524 C. 4092 D. 59048

Lời giải:

Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow 54 = 2q^3 \Rightarrow q = 3 \Rightarrow S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = 59048$. **Chọn D**

Ví dụ 13. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và tổng của 4 số hạng đầu tiên bằng 80. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

- A. $4 \leq q < 6$ B. $q < 4$ C. $6 \leq q < 8$ D. $q \geq 8$

Lời giải:

Ta có $S_4 = \frac{u_1(1-q^4)}{1-q} = 80 \Rightarrow (1+q)(1+q^2) = 40 \Rightarrow q^3 + q^2 + q - 39 = 0 \Rightarrow q = 3$. **Chọn B**

Ví dụ 14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2, q = 3$ và tổng của các số hạng bằng 59048. Hỏi số hạng cuối cùng là số hạng thứ mấy ?

- A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

Lời giải:

Ta có $S_n = \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{2(1-3^n)}{1-3} = 59048 \Rightarrow 3^n - 1 = 59048 \Rightarrow n = 10$. **Chọn B**

Ví dụ 15. Cho cấp số nhân (u_n) với $S_3 = 26, S_6 = 728$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

- A. $4 \leq q < 6$ B. $6 \leq q < 8$ C. $q < 4$ D. $q \geq 8$

Lời giải:

Ta có $\begin{cases} S_3 = \frac{u_1(1-q^3)}{1-q} = 26 \\ S_6 = \frac{u_1(1-q^6)}{1-q} = 728 \end{cases} \Rightarrow \frac{1-q^6}{1-q^3} = \frac{728}{26} \Rightarrow 1+q^3 = 28 \Rightarrow q = 3$. **Chọn C**

Ví dụ 16. Cho $m-2; 3m+2; 9m+46$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $4 < m \leq 5$ B. $2 < m \leq 4$ C. $m > 5$ D. $m \leq 2$

Lời giải:

Ta có $(3m+2)^2 = (m-2)(9m+46) \Leftrightarrow 9m^2 + 12m + 4 = 9m^2 + 28m - 92 \Leftrightarrow m = 6$. **Chọn C**

Ví dụ 17 . Cho $x+1; x+y-3; 3y-6$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng đồng thời $y+3; x+y+5; 5x-1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân và $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\frac{x}{y} < 1$ B. $x > 8, y > 7$ C. $\frac{y}{x+1} > 1$ D. $x+2y < 21$

Lời giải:

Ta có $\begin{cases} (x+1) + (3y-6) = 2(x+y-3) \\ (y+3)(5x-1) = (x+y+5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x-1 \\ (x+2)(5x-1) = (2x+4)^2 \end{cases}$

Do đó $5x^2 + 9x - 2 = 4x^2 + 16x + 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = -2 \end{cases}$

Mà $x > 0 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow y = 8$. **Chọn B**

Ví dụ 18. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 3, u_n = 4u_{n-1}, \forall n \geq 2$. Tìm u_n

- A. $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ B. $u_n = 3 \cdot 2^{2n-2}$ C. $u_n = 3 \cdot 4^{2n-2}$ D. $u_n = 3 \cdot 4^{n^2-2n+1}$

Lời giải:

Dãy số (u_n) là một cấp số nhân có công bội $q = 4$

$$\Rightarrow u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 4^{n-1} = 3 \cdot 2^{2n-2}. \text{ Chọn B}$$

Ví dụ 19. Cho cấp số nhân số (u_n) với $\frac{S_3}{S_6} = \frac{1}{28}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $4 \leq q < 6$ B. $6 \leq q < 8$ C. $q < 4$ D. $q \geq 8$

Lời giải:

$$\text{Ta có } \frac{S_3}{S_6} = \frac{u_1(1-q^3)}{u_1(1-q^6)} = \frac{1-q^3}{1+q^3} = \frac{1}{28} \Leftrightarrow q = 3. \text{ Chọn C}$$

Ví dụ 20. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \frac{5}{2}, u_n = 3u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2$. Tìm u_n

- A. $u_n = 3^{n-1} + \frac{3}{2}$ B. $u_n = 2 \cdot 3^n - \frac{7}{2}$ C. $u_n = 2 \cdot 3^{n-1} + \frac{1}{2}$ D. $u_n = 3^n - \frac{1}{2}$

Lời giải:

$$\text{Phân tích } u_n + k = 3(u_{n-1} + k) \Rightarrow u_n = 3u_{n-1} + 2k$$

$$\text{Bài ra } u_n = 3u_{n-1} - 1 \Rightarrow 2k = -1 \Rightarrow k = -\frac{1}{2} \Rightarrow u_n - \frac{1}{2} = 3\left(u_{n-1} - \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{Đặt } v_n = u_n - \frac{1}{2} \Rightarrow v_n = 3v_{n-1} \text{ và } v_1 = u_1 - \frac{1}{2} = 2$$

Dãy số (v_n) là một cấp số nhân có công bội $q = 3 \Rightarrow v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = 2 \cdot 3^{n-1}$

$$\text{Mà } v_n = u_n - \frac{1}{2} \Rightarrow u_n - \frac{1}{2} = 2 \cdot 3^{n-1} \Rightarrow u_n = 2 \cdot 3^{n-1} + \frac{1}{2}. \text{ Chọn C}$$

Ví dụ 21. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 2, u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1, \forall n \geq 2$. Tìm u_n

- A. $u_n = 10 \cdot 2^{n-1} - 2n - 6$ B. $u_n = 5 \cdot 2^n - 3n - 5$ C. $u_n = 12 \cdot 2^{n-1} - 2n - 8$ D. $u_n = 6 \cdot 2^n - 3n - 7$

Lời giải:

$$\text{Phân tích } u_n + an + b = 2[u_{n-1} + a(n-1) + b] \Rightarrow u_n = 2u_{n-1} + an - 2a + b$$

$$\text{Bài ra } u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1 \Rightarrow an - 2a + b = 3n - 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ -2a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow u_n + 3n + 5 = 2[u_{n-1} + 3(n-1) + 5]$$

$$\text{Đặt } v_n = u_n + 3n + 5 \Rightarrow v_n = 2v_{n-1} \text{ và } v_1 = u_1 + 8 = 10$$

Dãy số (v_n) là một cấp số nhân có công bội $q = 2 \Rightarrow v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = 10 \cdot 2^{n-1}$

$$\text{Mà } v_n = u_n + 3n + 5 \Rightarrow u_n + 3n + 5 = 10 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow u_n = 5 \cdot 2^n - 3n - 5. \text{ Chọn B}$$

Ví dụ 22. Cho tam giác ABC vuông tại A có các cạnh AB, AC, BC theo thứ tự lập thành một cấp số

nhân với công bội q . Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. $q = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

B. $q = \frac{2+\sqrt{5}}{2}$

C. $q = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$

D. $q = \sqrt{\frac{2+\sqrt{5}}{2}}$

Lời giải:

Ta có $AC = q \cdot AB \Rightarrow q = \frac{AC}{AB}$

Lại có $AB \cdot BC = AC^2 = BC^2 - AB^2 \Rightarrow \frac{BC}{AB} = \left(\frac{BC}{AB}\right)^2 - 1 \Rightarrow \frac{BC}{AB} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow (1+\sqrt{5})^2 AB^2 = 4BC^2 = 4(AB^2 + AC^2)$

$\Rightarrow (2+2\sqrt{5})AB^2 = 4AC^2 \Rightarrow q = \frac{AC}{AB} = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$. **Chọn C**

Ví dụ 23. Cho tam giác ABC cân tại A có các cạnh BC, đường cao AH, cạnh AB theo thứ tự lập thành một cấp số nhân với công bội q . Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. $q = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$

B. $q = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$

C. $q = \sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}$

D. $q = \sqrt{\frac{1+\sqrt{2}}{2}}$

Lời giải:

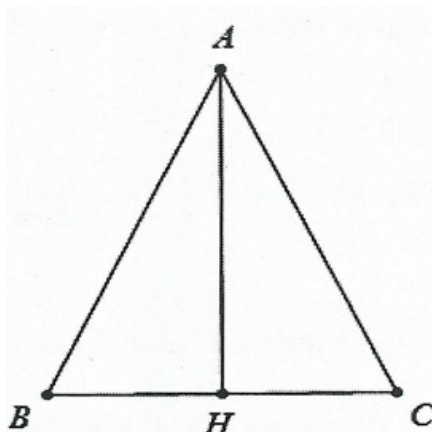
Ta có $AH = q \cdot BC \Rightarrow q = \frac{AH}{BC}$

Lại có $BC \cdot AB = AH^2 = AB^2 - BH^2 = AB^2 - \frac{BC^2}{4}$

$\Rightarrow \frac{AB}{BC} = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$

Kết hợp với $BC \cdot AB = AH^2 \Rightarrow \frac{1+\sqrt{2}}{2} \cdot BC^2 = AH^2$

$\Rightarrow q = \frac{AH}{BC} = \sqrt{\frac{1+\sqrt{2}}{2}}$. **Chọn D**



Ví dụ 24. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_2 = 2, u_{n+1} = 3u_n + 1, (n \geq 1)$. Hãy xác định số hạng tổng quát của dãy số.

Lời giải:

Ta có $u_2 = 3u_1 + 1 \Rightarrow 2 = 3u_1 + 1 \Rightarrow u_1 = \frac{1}{3}$

$u_{n+1} = 3u_n + 1 \Rightarrow u_{n+1} + \frac{1}{2} = 3\left(u_n + \frac{1}{2}\right)$. Đặt $v_n = u_n + \frac{1}{2} \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{1}{2} \Rightarrow v_{n+1} = 3v_n$

Dãy (v_n) là một CSN có công bội $q = 3 \Rightarrow v_n = q^{n-1} \cdot v_1 = 3^{n-1} \left(u_1 + \frac{1}{2}\right) = 3^{n-1} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) = \frac{5 \cdot 3^{n-1}}{6}$

$$\Rightarrow u_1 + \frac{1}{2} = \frac{5 \cdot 3^{n-1}}{6} \Rightarrow u_n = \frac{5 \cdot 3^{n-1} - 3}{6}. \text{ Vậy } u_n = \frac{5 \cdot 3^{n-1} - 3}{6}$$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A. 128; -64; 32; -16; 8; ... B. $\sqrt{2}; 2; 4; 4\sqrt{2}; \dots$ C. 5; 6; 7; 8; ... D. 15; 5; $1; \frac{1}{5}; \dots$

Câu 2. Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** phải là một cấp số nhân?

- A. 2; 4; 8; 16; ... B. 1; -1; 1; -1; ... C. $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; \dots$ D. $a; a^3; a^5; a^7; \dots (a \neq 0)$

Câu 3. Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** phải là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 4; 8; ... B. $3; 3^2; 3^3; 3^4; \dots$ C. $4; 2; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \dots$ D. $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}; \dots$

Câu 4. Dãy số 1; 2; 4; 6; 8; ... là một cấp số nhân với

- A. Công bội là 3 và số hạng đầu tiên là 1 B. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 1
C. Công bội là 4 và số hạng đầu tiên là 2 D. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 2

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -2$ và $q = -5$. Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A. -2; 10; 50; -250 B. -2; 10; -50; 250 C. -2; -10; -50; -250 D. -2; 10; 50; 250

Câu 6. Cho cấp số nhân $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots; \frac{1}{4096}$. Hỏi số $\frac{1}{4096}$ là số hạng thứ mấy trong cấp số nhân đã cho?

- A. 11 B. 12 C. 10 D. 13

Câu 7. Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 16 và 36. Số hạng tiếp theo là

- A. 720 B. 81 C. 64 D. 56

Câu 8. Tìm x để các số 2; 8; x ; 128 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân

- A. $x = 14$ B. $x = 32$ C. $x = 64$ D. $x = 68$

Câu 9. Với giá trị x nào dưới đây thì các số $-4; x; -9$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?

- A. $x = 36$ B. $x = -\frac{13}{2}$ C. $x = 6$ D. $x = -36$

Câu 10. Tìm $b > 0$ để các số $\frac{1}{\sqrt{2}}; \sqrt{b}; \sqrt{2}$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?

- A. $b = -1$ B. $b = 1$ C. $b = 2$ D. $b = -2$

Câu 11. Tìm tất cả giá trị x để ba số $2x - 1; x; 2x + 1$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân

- A. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ B. $x = \pm \frac{1}{3}$ C. $x = \pm \sqrt{3}$ D. $x = \pm 3$

Câu 12. Tìm x để ba số $1 + x; 9 + x; 33 + x$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân

- A. $x = 1$ B. $x = 3$ C. $x = 7$ D. $x = 3; x = 7$

Câu 13. Với giá trị x, y nào dưới đây thì các số hạng lần lượt là $-2; x; -18; y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân ?

- A. $\begin{cases} x = 6 \\ y = -54 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -10 \\ y = -26 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -6 \\ y = -54 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -6 \\ y = 54 \end{cases}$

Câu 14. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $x; 12; y; 192$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. $x = 1; y = 144$ B. $x = 2; y = 72$ C. $x = 3; y = 48$ D. $x = 4; y = 36$

Câu 15. Thêm hai số thực dương x và y vào giữa hai số 5 và 320 để được bốn số 5; x ; y ; 320 theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\begin{cases} x = 25 \\ y = 125 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 20 \\ y = 80 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 15 \\ y = 45 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 30 \\ y = 90 \end{cases}$

Câu 16. Ba số hạng đầu của một cấp số nhân là $x - 6; x$ và y . Tìm y , biết rằng công bội của cấp số nhân là 6

- A. $y = 216$ B. $y = \frac{324}{5}$ C. $y = \frac{216}{5}$ D. $y = 12$

Câu 17. Hai số hạng đầu của một cấp số nhân là $2x + 1$ và $4x^2 - 1$. Số hạng thứ ba của cấp số nhân là

- A. $2x - 1$ B. $2x + 1$ C. $8x^3 - 4x^2 - 2x + 1$ D. $8x^3 + 4x^2 - 2x - 1$

Câu 18. Dãy số nào sau đây là cấp số nhân ?

- A. $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} u_1 = \frac{\pi}{2} \\ u_n = \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right), n \geq 1 \end{cases}$

Câu 19. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. (u_n) không phải là cấp số nhân
- B. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$
- C. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = 5$ và số hạng đầu $u_1 = \frac{15}{2}$
- D. (u_n) là cấp số nhân có công bội $q = \frac{5}{2}$ và số hạng đầu $u_1 = 3$

Câu 20. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân ?

- A. $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$ B. $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$ C. $u_n = n + \frac{1}{3}$ D. $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$

Câu 21. Trong các dãy số (u_n) cho bởi số hạng tổng quát u_n sau, dãy số nào là một cấp số nhân ?

- A. $u_n = 7 - 3n$ B. $u_n = 7 - 3^n$ C. $u_n = \frac{7}{3n}$ D. $u_n = 7 \cdot 3^n$

Câu 22. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân với $u_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$. Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A. $u_1; u_3; u_5$ B. $3u_1; 3u_2; 3u_3$ C. $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}$ D. $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2$

Câu 23. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 3; 9; 27; 81. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số nhân đã cho

- A. $u_n = 3^{n-1}$ B. $u_n = 3^n$ C. $u_n = 3^{n+1}$ D. $u_n = 3 + 3^n$

Câu 24. Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho

- A. $q = 3$ B. $q = -3$ C. $q = 2$ D. $q = -2$

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $u_5 = -\frac{27}{16}$ B. $u_5 = -\frac{16}{27}$ C. $u_5 = \frac{16}{27}$ D. $u_5 = \frac{27}{16}$

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = -8$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S_6 = 130$ B. $u_5 = 256$ C. $S_5 = 256$ D. $q = -4$

Câu 27. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3$ và $q = -2$. Số 192 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

- A. Số hạng thứ 5 B. Số hạng thứ 6
C. Số hạng thứ 7 D. Không là số hạng của cấp số đã cho

Câu 28. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -1$ và $q = -\frac{1}{10}$. Số $\frac{1}{10^{103}}$ là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

- A. Số hạng thứ 103 B. Số hạng thứ 104
C. Số hạng thứ 105 D. Không là số hạng của cấp số đã cho

Câu 29. Một cấp số nhân có công bội bằng 3 và số hạng đầu bằng 5. Biết số hạng chính giữa là 32805. Hỏi cấp số nhân đã cho có bao nhiêu số hạng?

- A. 18 B. 17 C. 16 D. 9

Câu 30. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_n = 81$ và $u_{n+1} = 9$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $q = \frac{1}{9}$ B. $q = 9$ C. $q = -9$ D. $q = -\frac{1}{9}$

Câu 31. Một dãy số được xác định bởi $u_1 = -4$ và $u_n = -\frac{1}{2}u_{n-1}, n \geq 2$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số đó là

- A. $u_n = 2^{n-1}$ B. $u_n = (-2)^{n-1}$ C. $u_n = -4(2^{-n+1})$ D. $u_n = -4\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

Câu 32. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho

- A. $S_{10} = -511$ B. $S_{10} = -1025$ C. $S_{10} = 1025$ D. $S_{10} = 1023$

Câu 33. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64;... Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. $S_n = 4^{n-1}$ B. $S_n = \frac{n(1+4^{n-1})}{2}$ C. $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$ D. $S_n = \frac{4(4^n - 1)}{3}$

Câu 34. Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; \dots; 2048$. Tính tổng S của tất cả các số hạng của cấp số nhân đã cho

- A. $S = 2047,75$ B. $S = 2049,75$ C. $S = 4095,75$ D. $S = 4096,75$

Câu 35. Một cấp số nhân có 6 số hạng với công bội bằng 2 và tổng số các số hạng bằng 189. Tìm số hạng cuối u_6 của cấp số nhân đã cho.

- A. $u_6 = 32$. B. $u_6 = 104$. C. $u_6 = 48$. D. $u_6 = 96$.

Câu 36. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -6$ và $q = -2$. Tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng 2046. Tìm n .

- A. $n = 9$ B. $n = 10$ C. $n = 11$ D. $n = 12$

Câu 37. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng n số hạng đầu tiên là $S_n = 5^n - 1$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân đã cho.

- A. $u_4 = 100$. B. $u_4 = 124$. C. $u_4 = 500$. D. $u_4 = 624$.

Câu 38. Cho cấp số nhân (u_n) có tổng của hai số hạng đầu tiên bằng 4. Tổng của ba số hạng đầu tiên bằng 13. Tính tổng của năm số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho, biết công bội của cấp số nhân là một số dương.

- A. $S_5 = \frac{181}{16}$. B. $S_5 = 141$. C. $S_5 = 121$. D. $S_5 = \frac{35}{16}$.

Câu 39. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 \neq 0$ và $q \neq 0$. Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $u_7 = u_4 \cdot q^3$. B. $u_7 = u_4 \cdot q^4$. C. $u_7 = u_4 \cdot q^5$. D. $u_7 = u_4 \cdot q^6$.

Câu 40. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 \neq 0$ và $q \neq 0$. Với $1 < k < m$, đẳng thức nào dưới đây là đúng?

A. $u_m = u_k \cdot q^k$. B. $u_m = u_k \cdot q^m$. C. $u_m = u_k \cdot q^{m-k}$. D. $u_m = u_k \cdot q^{m+k}$.

Câu 41. Cho một cấp số nhân có 15 số hạng. Đẳng thức nào sau đây **sai** ?

A. $u_1 \cdot u_{15} = u_2 \cdot u_{14}$. B. $u_1 \cdot u_{15} = u_5 \cdot u_{11}$. C. $u_1 \cdot u_{15} = u_6 \cdot u_9$. D. $u_1 \cdot u_{15} = u_{12} \cdot u_4$.

Câu 42. Cho một cấp số nhân có n số hạng ($n > k > 55$). Đẳng thức nào sau đây **sai** ?

A. $u_1 \cdot u_n = u_2 \cdot u_{n-1}$. B. $u_1 \cdot u_n = u_5 \cdot u_{n-4}$.
C. $u_1 \cdot u_n = u_{55} \cdot u_{n-55}$. D. $u_1 \cdot u_n = u_k \cdot u_{n-k+1}$.

Câu 43. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân (u_n) , biết $\begin{cases} u_6 = 192 \\ u_7 = 384 \end{cases}$.

A. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} u_1 = 5 \\ q = 3 \end{cases}$.

Câu 44. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_4 - u_2 = 36 \\ u_5 - u_3 = 72 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

A. $\begin{cases} u_1 = 4 \\ q = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} u_1 = 6 \\ q = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 3 \end{cases}$.

Câu 45. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$. Chọn khẳng định đúng?

A. $q = 2$. B. $q = -4$. C. $q = 4$. D. $q = -2$.

Câu 46. Một cấp số nhân có năm số hạng mà hai số hạng đầu tiên là các số dương, tích của số hạng đầu và số hạng thứ ba bằng 1, tích của số hạng thứ ba và số hạng cuối bằng $\frac{1}{16}$. Tìm số hạng đầu u_1 và công bội q của cấp số nhân đã cho.

A. $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ q = 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$. C. $\begin{cases} u_1 = -2 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases}$. D. $\begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ q = -2 \end{cases}$.

Câu 47. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases}$. Tính u_3 .

A. $u_3 = 10$. B. $u_3 = 15$. C. $u_3 = 20$. D. $u_3 = 25$.

Câu 48. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 14 \\ u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 64 \end{cases}$. Tính u_2 .

A. $u_2 = 4$. B. $u_2 = 6$. C. $u_2 = 8$. D. $u_2 = 10$.

Câu 49. Một cấp số nhân có số hạng thứ bảy bằng $\frac{1}{2}$, công bội bằng $\frac{1}{4}$. Hỏi số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng bao nhiêu?

A. 4096.

B. 2048.

C. 1024.

D. $\frac{1}{512}$.

Câu 50. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6$ và $u_6 = -486$. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho, biết rằng $u_3 > 0$

A. $q = -3$.

B. $q = -\frac{1}{3}$.

C. $q = \frac{1}{3}$.

D. $q = 3$.

Câu 51. Cho cấp số nhân $u_1; u_2; u_3; \dots$ với $u_1 = 1$. Tìm công bội q để $4u_2 + 5u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất?

A. $q = -\frac{2}{5}$.

B. $q = 0$.

C. $q = \frac{2}{5}$.

D. $q = 1$.

Câu 52. Một cấp số nhân có số hạng thứ hai bằng 4 và số hạng thứ sáu bằng 64, thì số hạng tổng quát của cấp số nhân đó có thể tính theo công thức nào dưới đây?

A. $u_n = 2^{n-1}$.

B. $u_n = 2^n$.

C. $u_n = 2^{n+1}$.

D. $u_n = 2n$.

Câu 53. Tìm tất cả các giá trị của x để ba số $2x-1; x; 2x+1$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân

A. $x = \pm \frac{1}{3}$

B. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

C. $x = \pm \sqrt{3}$

D. $x = \pm 3$

Câu 54. Cho ba số a, b, c là ba số liên tiếp của một cấp số cộng có công sai là 2. Nếu tăng số thứ nhất thêm 1, tăng số thứ 2 thêm 1 và tăng số thứ 3 thêm 3 thì được ba số mới là ba số liên tiếp của một cấp số nhân. Tính $a+b+c$

A. 12

B. 18

C. 3

D. 9

Câu 55. Cho ba số thực x, y, z trong đó $x \neq 0$. Biết rằng $x, 2y, 3z$ lập thành cấp số cộng và x, y, z lập thành cấp số nhân. Tìm công bội q của cấp số nhân đó

A. $\begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$

B. $\begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ q = \frac{2}{3} \end{cases}$

C. $q = 2$

D. $q = -1$

Câu 56. Cho ba số $x; 5; 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và ba số $x; 4; 2y$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân thì $|x-2y|$ bằng

A. 10

B. 9

C. 6

D. 8

Câu 57. Các số $x+6y, 5x+2y, 8x+y$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số $x-1, y+2, x-3y$ theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính $x^2 + y^2$.

A. $x^2 + y^2 = 40$.

B. $x^2 + y^2 = 25$.

C. $x^2 + y^2 = 100$.

D. $x^2 + y^2 = 10$.

Câu 58. Ba số $x; y; z$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân với công bội q khác 1; đồng thời các số $x; 2y; 3z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai khác 0. Tìm giá trị của q .

A. $q = \frac{1}{3}$.

B. $q = \frac{1}{9}$.

C. $q = -\frac{1}{3}$.

D. $q = -3$.

Câu 59. Cho dãy số tăng $a, b, c (c \in \mathbb{Z})$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân; đồng thời $a, b+8, c$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng và $a, b+8, c+64$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức $P = a - b + 2c$.

- A. $P = \frac{184}{9}$. B. $P = 64$. C. $P = \frac{92}{9}$. D. $P = 32$.

Câu 60. Số hạng thứ hai, số hạng đầu và số hạng thứ ba của một cấp số cộng với công sai khác 0 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội q . Tìm q .

- A. $q = 2$. B. $q = -2$. C. $q = -\frac{3}{2}$. D. $q = \frac{3}{2}$.

Câu 61. Cho ba số a, b, c, d biết rằng a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân công bội $q > 1$; Còn b, c, d theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tìm q biết rằng $a + d = 14$ và $b + c = 12$.

- A. $q = \frac{18 + \sqrt{73}}{24}$. B. $q = \frac{19 + \sqrt{73}}{24}$. C. $q = 2$. D. $q = 4$.

Câu 62. Một cấp số nhân có ba số hạng là a, b, c (theo thứ tự đó) trong đó các số hạng đều khác 0 và công bội $q \neq 0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{1}{a^2} = \frac{1}{bc}$. B. $\frac{1}{b^2} = \frac{1}{ac}$. C. $\frac{1}{c^2} = \frac{1}{ba}$. D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{c}$.

Câu 63. Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng:

- A. 56° . B. 102° . C. 252° . D. 168° .

Câu 64. Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích về mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là 12288 m^2). Tính diện tích mặt trên cùng.

- A. 6 m^2 . B. 8 m^2 . C. 10 m^2 . D. 12 m^2 .

Câu 65. Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số 20 là số hạng thứ mấy trong dãy?

- A. 5 B. 6 C. 9 D. 10

Câu 66. Cho các số $x+2, x+14, x+50$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân. Khi đó $x^3 + 2018$ bằng

- A. 2019 B. 2017 C. 2027 D. 2082

Câu 67. Cho dãy số (u_n) với $(u_n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Tính $S_{2019} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2019}$

- A. $\frac{4039}{2}$ B. $2020 - \frac{1}{2^{2019}}$ C. $\frac{6057}{2}$ D. $2019 + \frac{1}{2^{2019}}$

Câu 68. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 5$. Giá trị của $\sqrt{u_6 \cdot u_8}$ bằng

- A. 2.5^7 B. 2.5^8 C. 2.5^6 D. 2.5^5

Câu 69. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 6, u_4 = 24$, công bội âm. Tổng 6 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 63 B. 279 C. -195 D. 64

Câu 70. Tìm số hạng đầu của cấp số nhân (u_n) biết $u_1 + u_2 + u_3 = 168$ và $u_4 + u_5 + u_6 = 21$

- A. 24 B. $\frac{1344}{11}$ C. 96 D. $\frac{217}{3}$

Câu 71. Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 2$ và số hạng thứ 11 là $u_{11} = \frac{1}{512}$. Tìm công bội q của cấp số nhân, biết $q > 0$.

- A. $q = \frac{1}{4}$. B. $q = 2$. C. $q = \frac{1}{3}$. D. $q = \frac{1}{2}$.

Câu 72. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 8}{5} \end{cases}$ và dãy số (v_n) xác định bởi $v_n = u_n - 2$. Biết (v_n)

là cấp số nhân có công bội q . Khi đó

- A. $q = \frac{2}{5}$. B. $q = 5$. C. $q = \frac{8}{5}$. D. $q = \frac{1}{5}$.

Câu 73. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3, q = -\frac{1}{2}$. Khi đó $\frac{3}{256}$ là số hạng thứ mấy?

- A. Thứ 8. B. Thứ 9. C. Thứ 7. D. Thứ 6.

Câu 74. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội dương và $u_2 = \frac{1}{4}, u_4 = 4$. Tính giá trị u_1 .

- A. $u_1 = \frac{1}{16}$. B. $u_1 = \frac{1}{6}$. C. $u_1 = \frac{1}{2}$. D. $u_1 = -\frac{1}{16}$.

Câu 75. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Giá trị u_{2019} bằng

- A. 2.3^{2020} . B. 2.2^{2020} . C. 2.3^{2018} . D. 2.2^{2018} .

Câu 76. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1 = 3$ và $u_2 = -6$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $u_5 = -48$. B. $u_5 = 24$. C. $u_5 = 48$. D. $u_5 = -24$.

Câu 77. Gọi S_n là tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) . Biết $\frac{S_6}{S_3} = 4$, tính $\frac{S_9}{S_{12}}$

- A. $\frac{S_9}{S_{12}} = 0,325$. B. $\frac{S_9}{S_{12}} = 0,485$. C. $\frac{S_9}{S_{12}} = 0,245$. D. $\frac{S_9}{S_{12}} = 0,675$.

Câu 78. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -2, u_5 = 16$. Tìm số hạng thứ 8 của cấp số nhân (u_n) .

- A. -256. B. 256. C. 128. D. -128.

Câu 79. Cho cấp số nhân (u_n) thỏa mãn $u_{n+1} = 3u_n (\forall n \geq 1), u_1 = 1$. Giá trị của u_{2019} bằng

- A. 3^{2019} . B. $3n - 2$. C. 3^{2018} . D. 3^{2020} .

Câu 80. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}, u_8 = 729$. Tổng của 8 số hạng đầu tiên của cấp số nhân trên là

- A. $\frac{1-3^8}{2}$. B. $\frac{3^8-1}{2}$. C. $\frac{3^8-1}{6}$. D. $\frac{1-3^8}{6}$.

Câu 81. Cho một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{4}, u_4 = \frac{1}{4^4}$. Số hạng tổng quát bằng

- A. $\frac{1}{4^n}, n \in \mathbb{N}^*$. B. $\frac{1}{n^4}, n \in \mathbb{N}^*$. C. $\frac{1}{4^{n+1}}, n \in \mathbb{N}^*$. D. $\frac{1}{4n}, n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 82. Cho cấp số nhân (u_n) xác định bởi $u_1 = \frac{1}{3}$ và $u_{n+1} = \frac{n+1}{3n}u_n$. Tổng $S = u_1 + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_{10}}{10}$ bằng

- A. $\frac{29524}{59049}$. B. $\frac{1}{243}$. C. $\frac{3280}{6561}$. D. $\frac{25942}{59049}$.

Câu 83. Gia đình ông A cần khoan một cái giếng. Biết rằng giá của mét khoan đầu tiên là 200000 đồng và kể từ mét khoan thứ hai, mỗi mét khoan sau sẽ tăng thêm 7% so với mét khoan trước đó. Hỏi nếu ông A khoan cái giếng sâu 30 m thì hết bao nhiêu tiền (làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 18 892 000 đồng. B. 18 895 000 đồng.
C. 18 893 000 đồng. D. 18 892 200 đồng.

Câu 84. Phương trình $x^3 - 3x + a = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 và phương trình $x^3 - 12x + b = 0$ có hai nghiệm x_3, x_4 . Giả sử bằng x_1, x_2, x_3, x_4 theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội lớn hơn 1. Giá trị của $a + b$ là

- A. 13. B. 29. C. 34. D. 37.

Câu 85. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $(x-1)(x-3)(x-m) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt lập thành cấp số nhân tăng?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 86. Biết rằng luôn tồn tại đúng hai giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân. Tính tổng lập phương của hai giá trị đó

- A. -342 B. -216 C. 344 D. 216

Câu 87. Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng $A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k$ (với $k=1, 2, \dots$). Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2019}}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$

Câu 88. Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 1, q = 2$. Tính tổng

$$T = \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \dots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}}$$

- A. $\frac{1-2^{19}}{15.2^{18}}$ B. $\frac{1-2^{20}}{15.2^{19}}$ C. $\frac{2^{19}-1}{15.2^{18}}$ D. $\frac{2^{20}-1}{15.2^{19}}$

Câu 89. Cho đoạn thẳng $AB = 2^{100}$ (cm). Gọi M_1 là trung điểm của AB. Gọi M_{k+1} là trung điểm của $M_k B (k = 1, 2, \dots, 99)$. Tính độ dài đoạn thẳng $M_1 M_{100}$.

- A. $2^{99} - 1$ (cm). B. $2^{97} + 1$ (cm). C. $2^{99} - 2$ (cm). D. 2^{98} (cm).

Câu 90. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và biểu thức $20u_1 - 10u_2 + u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất. Số hạng thứ bảy của cấp số nhân có giá trị bằng

- A. 31250 B. 6250 C. 136250 D. 39062

Câu 91. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_n = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Tìm số hạng thứ 2020 của dãy

- A. $u_{2020} = 3.2^{2020} - 5$ B. $u_{2020} = 3.2^{2019} + 5$ C. $u_{2020} = 3.2^{2019} - 5$ D. $u_{2020} = 3.2^{2020} + 5$

Câu 92. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 4 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n \end{cases}$, với mọi $n \geq 1$. Tính $T = u_{101} - u_{100}$?

- A. $T = 3.2^{102}$ B. $T = 3.2^{101}$ C. $T = 3.2^{100}$ D. $T = 3.2^{99}$

Câu 93. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 1; u_{n+1} = 3u_n + 10$, với mọi $n \geq 1$. Biết rằng tồn tại $a, b \in \mathbb{R}$ sao cho $u_n = a3^{n-1} + b$ với mọi $n \geq 2$. Tính $T = a^2 + b^2$

- A. 36 B. 29 C. 25 D. 61

Câu 94. Cho dãy số $(u_n) (n \in \mathbb{N})$ có tổng của n số hạng đầu của dãy là $S_n = \frac{5n^2 - 3n}{2}$. Tính giá trị của

biểu thức $T = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{48} u_{49}} + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$

- A. $T = \frac{9}{246}$ B. $T = 106$ C. $T = \frac{49}{246}$ D. $T = \frac{4}{23}$

Câu 95. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$. Tính số hạng 2018 của dãy số trên

- A. $u_{2018} = 6.2^{2018} - 5$ B. $u_{2018} = 6.2^{2018} - 5$ C. $u_{2018} = 6.2^{2017} + 1$ D. $u_{2018} = 6.2^{2017} + 5$

Câu 96. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = \frac{2}{3}; u_{n+1} = \frac{u_n}{2(2n+1)u_n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Gọi S_n là tổng n số

hạng đầu tiên của dãy số đó. Tính S_{2018}

A. $S_{2018} = \frac{2019}{2018}$ B. $S_{2018} = \frac{2017}{2018}$ C. $S_{2018} = \frac{4036}{4037}$ D. $S_{2018} = \frac{4038}{4037}$

Câu 97. Cho dãy số (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{\sqrt{4u_n^2 + 3}}{2}, n \geq 1 \end{cases}$. Tổng $S = u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_{1000}^2$ bằng

A. 278325 B. 325097 C. 375625 D. 354090

Câu 98. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = \frac{2}{3}$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{2(2n+1)u_n + 1}, \forall n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để

$u_1 + u_2 + \dots + u_n > \frac{2017}{2018}$ là

A. 1010 B. 2018 C. 2017 D. 1009

Câu 99. Cho dãy số (u_n) được xác định như sau $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} + 4u_n = 4 - 5n \end{cases} (n \geq 1)$. Tính tổng $S = u_{2018} - 2u_{2017}$

A. $S = 2015 - 3 \cdot 4^{2017}$ B. $S = 2016 - 3 \cdot 4^{2018}$ C. $S = 2016 + 3 \cdot 4^{2018}$ D. $S = 2015 + 3 \cdot 4^{2017}$

Câu 100. Cho dãy số (u_n) được xác định bởi $u_1 = 0$ và $u_{n+1} = n + u_n, \forall n \geq 1$. Tìm giá trị của u_{218}

A. 23436 B. 2381 C. 46872 D. 23653

Câu 101. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = 1; u_{n+1} = \frac{3}{2} \left(u_n - \frac{n+4}{n^2 + 3n + 2} \right)$. Tìm u_{15}

A. $-\frac{215168069}{983040}$ B. $-\frac{29520167}{4456448}$ C. $-\frac{4776825}{32768}$ D. $-\frac{33464399}{229376}$

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

| | | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 1- A | 2-C | 3-D | 4-B | 5-B | 6-B | 7-B | 8-B | 9-C | 10-B |
| 11-A | 12-B | 13-C | 14-C | 15-B | 16-C | 17-C | 18-B | 19-C | 20-A |
| 21-D | 22-D | 23-B | 24-A | 25-B | 26-D | 27-B | 28-B | 29-B | 30-A |
| 31-D | 32-D | 33-C | 34-C | 35-D | 36-B | 37-C | 38-C | 39-A | 40-C |
| 41-C | 42-C | 43-B | 44-B | 45-A | 46-B | 47-C | 48-A | 49-B | 50-A |
| 51- A | 52-A | 53-B | 54-D | 55-A | 56-D | 57-A | 58-A | 59-D | 60-B |
| 61-C | 62-B | 63-C | 64-A | 65-B | 66-D | 67-B | 68-C | 69-A | 70-C |
| 71-D | 72-D | 73-B | 74-A | 75-C | 76-C | 77-A | 78-D | 79-C | 80-C |
| 81-A | 82-A | 83-D | 84-C | 85-B | 86-A | 87-D | 88-B | 89-A | 90-A |
| 91-A | 92-D | 93-D | 94-C | 95-A | 96-C | 97-C | 98-D | 99-A | 100-D |
| 101-C | | | | | | | | | |

Câu 1: Dãy (u_n) là cấp số nhân $\Leftrightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} = \dots = q (u_n \neq 0)$; q gọi là công bội

Xét đáp án A : $128; -64; 32; -16; 8; \dots \longrightarrow \frac{u_2}{u_1} = -\frac{1}{2} = \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} \longrightarrow$ **Chọn A**

Xét đáp án B : $\sqrt{2}; 2; 4; 4\sqrt{2}; \dots \longrightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \neq 2 = \frac{u_3}{u_2} \longrightarrow$ loại B

Tương tự, ta cũng loại các đáp án C, D. **Chọn A**

Câu 2: Xét đáp án C : $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; \dots \longrightarrow \frac{u_2}{u_1} = 4 \neq \frac{9}{4} = \frac{u_3}{u_2}$

Các đáp án A, B, D đều là các cấp số nhân. **Chọn C**

Câu 3: Các đáp án A, B, C đều là các cấp số nhân công bội lần lượt là $2; 3; \frac{1}{2}$

Xét đáp án D : $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}; \dots \longrightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{\pi} \neq \frac{1}{\pi^2} = \frac{u_3}{u_2}$. **Chọn D**

Câu 4: Cấp số nhân: $1; 2; 4; 8; 16; 32; \dots \longrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ q = \frac{u_2}{u_1} = 2 \end{cases}$. **Chọn B**

Câu 5: Ta có $\begin{cases} u_1 = -2 \\ q = -5 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} u_1 = -2 \\ u_2 = u_1 \cdot q = 10 \\ u_3 = u_2 \cdot q = -50 \\ u_4 = u_3 \cdot q = 250 \end{cases}$. **Chọn B**

Câu 6: Cấp số nhân: $\frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}; \dots; \frac{1}{4096} \longrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow u_n = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2^n}$

Vậy $u_n = \frac{1}{4096} \Leftrightarrow \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^{12}} \Leftrightarrow n = 12$. **Chọn B**

Câu 7: Theo bài ra, ta có $\begin{cases} u_k = 16 \\ u_{k+1} = 36 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{u_{k+1}}{u_k} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow u_{k+2} = u_{k+1} \cdot q = 81$. **Chọn B**

Câu 8: Cấp số nhân $2; 8; x; 128$ theo thứ tự đó sẽ là $u_1; u_2; u_3; u_4$, ta có

$\begin{cases} \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} \\ \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8}{2} = \frac{x}{8} \\ \frac{128}{x} = \frac{x}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ x^2 = 1024 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ x = 32 \\ x = -32 \end{cases} \Leftrightarrow x = 32$. **Chọn B**

Câu 9: Ba số $-4; x; -9$ lập thành cấp số nhân khi $(-4) \cdot (-9) = x^2 \Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = 6$. **Chọn C**

Câu 10: Theo bài ra, ta có $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = (\sqrt{b})^2 \Leftrightarrow b = 1$. **Chọn B**

Câu 11: Theo bài ra, ta có $(2x-1) \cdot (2x+1) = x^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 1 = x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$. **Chọn A**

Câu 12: Theo bài ra, ta có $(1+x).(33+x) = (9+x)^2 \Leftrightarrow 34x+33 = 18x+81 \Leftrightarrow x = 3$. **Chọn B**

Câu 13: Theo bài ra, ta có $\begin{cases} (-2).(-18) = x^2 \\ x.y = (-18)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 36 \\ xy = 324 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \Rightarrow y = 36 \\ x = -6 \Rightarrow y = -36 \end{cases}$. **Chọn C**

Câu 14: Theo bài ra, ta có $\begin{cases} xy = 12^2 \\ 12.192 = y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 144 \\ y^2 = 2304 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 144 \\ y = \pm 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ y = \pm 48 \end{cases}$. **Chọn C**

Câu 15: Theo bài ra, ta có $u_1 = 5; u_4 = 320 \longrightarrow 320 = 5.q^3 \Leftrightarrow q = 4$ nên $\begin{cases} x = u_2 = u_1.q = 20 \\ y = u_3 = u_1.q^2 = 80 \end{cases}$. **Chọn B**

Câu 16: Theo bài ra, ta có $\begin{cases} x = 6.(x-6) \\ y = 6x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 36 \\ y = 6x \end{cases} \Leftrightarrow y = 6.\frac{36}{5} = \frac{216}{5}$. **Chọn C**

Câu 17: Ta có $\begin{cases} u_1 = 2x+1 \\ u_2 = 4x^2-1 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = 2x-1 \Rightarrow u_3 = u_1.q^2 = (2x+1).(2x-1)^2$. **Chọn C**

Câu 18: Ta có (u_n) là cấp số nhân $\Leftrightarrow u_{n+1} = qu_n$ **Chọn B**

Câu 19: Ta có $u_n = u_1.q^{n-1} = \frac{3}{2}.5^n \Rightarrow \frac{u_1}{q}.q^n = \frac{3}{2}.5^n \longrightarrow \begin{cases} \frac{u_1}{q} = \frac{3}{2} \\ q = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{15}{2} \\ q = 5 \end{cases}$. **Chọn C**

Câu 20: Số hạng tổng quát : $u_n = u_1.q^{n-1} \longrightarrow u_n = \frac{1}{3^{n-2}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} = 3.\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$. **Chọn A**

Câu 21: Số hạng tổng quát : $u_n = u_1.q^{n-1} \longrightarrow u_n = 7.3^n = 21.3^{n-1} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 21 \\ q = 3 \end{cases}$. **Chọn D**

Câu 22: Dễ thấy $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2$ không phải cấp số nhân. **Chọn D**

Câu 23: Ta có $u_1 = 3; q = 3 \longrightarrow u_n = u_1.q^{n-1} = 3.3^{n-1} = 3^n$. **Chọn B**

Câu 24: Ta có $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_6 = 486 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_1.q^5 = 486 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ q^5 = 243 \end{cases} \Leftrightarrow q = 3$. **Chọn A**

Câu 25: Ta có $u_5 = u_1.q^4 = (-3).\left(\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{27}$. **Chọn B**

Câu 26: Ta có $u_2 = u_1.q = 2q = -8 \Leftrightarrow q = -4$. **Chọn D**

Câu 27: Ta có $u_n = u_1.q^{n-1} = 3.(-2)^{n-1} = 192 \Leftrightarrow (-2)^{n-1} = 64 \Leftrightarrow n-1 = 6 \Leftrightarrow n = 7$. **Chọn B**

Câu 28: Ta có $u_n = u_1.q^{n-1} = -1.\left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1} = \frac{1}{10^{103}} \Leftrightarrow n-1 = 103 \Leftrightarrow n = 104$. **Chọn B**

Câu 29: Ta có $u_1 = 5, q = 3$ và $u_{\frac{n+1}{2}} = 32805$ (số hạng chính giữa.

Do đó $u_{\frac{n+1}{2}} = u_1.q^{\frac{n-1}{2}} = 5.3^{\frac{n-1}{2}} = 32805 \Leftrightarrow 3^{\frac{n-1}{2}} = 6561 \Leftrightarrow \frac{n-1}{2} = 8 \Leftrightarrow n = 17$. **Chọn B**

Câu 30: Ta có $u_{n+1} = u_n \cdot q \longrightarrow 9 = 81q \Leftrightarrow q = \frac{1}{9}$. **Chọn A**

Câu 31: Vì $u_n = -\frac{1}{2}u_{n-1} \Rightarrow q = -\frac{1}{2}$ nên $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = -4 \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. **Chọn D**

Câu 32: Ta có $S_{10} = \frac{u_1 \cdot (1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{-3 \cdot [1 - (-2)^{10}]}{1 - (-2)} = 1023$. **Chọn D**

Câu 33: Ta có $u_1 = 1; q = 4 \longrightarrow S_n = \frac{u_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q} = \frac{1 - 4^n}{-3} = \frac{4^n - 1}{3}$. **Chọn C**

Câu 34: Ta có $u_1 = \frac{1}{4}; u_n = 2048$ và $q = 2 \longrightarrow q^{n-1} = \frac{u_n}{u_1} \Leftrightarrow 2^{n-1} = 8192 \Leftrightarrow n = 14$

Do đó $S_{14} = \frac{u_1 \cdot (1 - q^{14})}{1 - q} = \frac{\frac{1}{4} \cdot (1 - 2^{14})}{1 - 2} = 4095,75$. **Chọn C**

Câu 35: Theo bài ra, ta có $\begin{cases} q = 2 \\ S_6 = 189 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ \frac{u_1 \cdot (1 - 2^6)}{1 - 2} = 189 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ u_1 = 3 \end{cases} \Rightarrow u_6 = u_1 \cdot q^5 = 96$. **Chọn D.**

Câu 36: Ta có $S_n = \frac{u_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q} = \frac{-6[1 - (-2)^n]}{1 - (-2)} = 2046 \Rightarrow (-2)^n = 1024 \Leftrightarrow n = 10$. **Chọn B.**

Câu 37: Ta có $S_n = \frac{u_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q} = \frac{u_1}{1 - q} - \frac{u_1}{1 - q} \cdot q^n = 5^n - 1 \Rightarrow \begin{cases} q = 5 \\ \frac{u_1}{1 - q} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 5 \\ u_1 = 4 \end{cases}$

Suy ra $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 4 \cdot 5^3 = 500$. **Chọn C.**

Câu 38: Theo bài ra, ta có $\begin{cases} u_1 + u_2 = 4 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q = 4 \\ u_3 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot (1 + q) = 4 \\ u_1 \cdot q^2 = 9 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1+q}{q^2} = \frac{4}{9} \\ u_1 \cdot q^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4q^2 - 9q - 9 = 0 \\ u_1 \cdot q^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ u_1 = 1 \end{cases} \rightarrow S_5 = \frac{u_1 \cdot (1 - q^5)}{1 - q} = 121$. **Chọn C.**

Câu 39: Ta có $u_7 = u_4 \cdot q^3$. **Chọn A.**

Câu 40: Ta có $u_m = u_k \cdot q^{m-k}$. **Chọn C.**

Câu 41: Nếu u_n là cấp số nhân và $a + c = b + d (a, b, c, d \in \mathbb{N})$ thì $u_a \cdot u_c = u_b \cdot u_d$

Do đó đẳng thức không đúng là $u_1 \cdot u_{15} = u_6 \cdot u_9$. **Chọn C.**

Câu 42: Nếu u_n là cấp số nhân và $a + c = b + d (a, b, c, d \in \mathbb{N})$ thì $u_a \cdot u_c = u_b \cdot u_d$

Đẳng thức sai là $u_1 \cdot u_n = u_{55} \cdot u_{n-55}$. **Chọn C.**

Câu 43: Ta có $\begin{cases} u_6 = 192 \\ u_7 = 384 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{u_7}{u_6} = 2 \\ u_6 = u_1 \cdot q^5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ u_1 = 6 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 44: Ta có $\begin{cases} u_4 - u_2 = 36 \\ u_5 - u_3 = 72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^3 - u_1 \cdot q = 36 \\ u_1 \cdot q^4 - u_1 \cdot q^2 = 72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q(q^2 - 1) = 36 \\ u_1 \cdot q^2(q^2 - 1) = 72 \end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} q = 2 \\ u_1 = \frac{36}{q(q^2 - 1)} = 6 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 45: Ta có $u_{20} = u_{17} \cdot q^3 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$. **Chọn A.**

Câu 46: Theo giả thiết bài toán ta có: $\begin{cases} u_1, u_2 > 0 \\ u_1 u_3 = 1 \\ u_3 u_5 = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1, u_2 > 0 \\ u_2^2 = 1 \\ u_4^2 = \frac{1}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1, u_2 > 0 \\ u_2 = 1 \\ u_4 = \frac{1}{4} \end{cases}$

(vì $u_2 > 0$ và $q = \frac{u_2}{u_1} > 0$ nên $u_4 > 0$)

Suy ra $q^2 = \frac{u_4}{u_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow q = \frac{1}{2} \Rightarrow u_1 = \frac{u_2}{q} = 2$. **Chọn B.**

Câu 47: Ta có $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - q^2 u_1 + q^4 u_1 = 65 \\ u_1 + q^6 u_1 = 325 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 - q^2 + q^4) = 65 \\ u_1(q^6 + 1) = 325 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \frac{q^6 + 1}{q^4 - q^2 + 1} = 5 \Leftrightarrow \frac{(q^2 + 1)(q^4 - q^2 + 1)}{q^4 - q^2 + 1} = 5 \Leftrightarrow q^2 + 1 = 5 \Rightarrow q^2 = 4$

Suy ra $u_1 = \frac{325}{q^6 + 1} = \frac{325}{4^3 + 1} = 5 \Rightarrow u_3 = u_1 q^2 = 20$. **Chọn C.**

Câu 48: $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 = 64 \Leftrightarrow (u_1 u_3) u_2 = 64 \Leftrightarrow u_2^2 \cdot u_2 = 64 \Leftrightarrow (u_2)^3 = 64 \Leftrightarrow u_2 = 4$. **Chọn A.**

Câu 49: Ta có $u_7 = u_1 \cdot q^6 \Rightarrow u_1 = \frac{u_7}{q^6} = 2048$. **Chọn B.**

Câu 50: Do $u_3 > 0$ nên $q = \frac{u_3}{u_2} < 0$

Lại có: $u_6 = (u_2) \cdot q^4 \Leftrightarrow -486 = -6 \cdot q^4 \Leftrightarrow q^4 = 81 \xrightarrow{q < 0} q = -3$. **Chọn A.**

Câu 51: Ta có $4u_2 + 5u_3 = 4u_1 q + 5u_1 q^2 = 5q^2 + 4q = 5 \left(q + \frac{2}{5} \right)^2 - \frac{4}{5}$

Do đó $4u_2 + 5u_3$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $q = -\frac{2}{5}$. **Chọn A.**

Câu 52: Ta có $\begin{cases} u_2 = qu_1 = 4 \\ u_6 = qu_1^5 = 64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1^4 = 16 \\ qu_1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2, q = 2 \\ u_1 = -2, q = -2 \end{cases}$

Số hạng tổng quát của dãy là $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$. **Chọn A.**

Câu 53: $2x-1; x; 2x+1$ theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân khi và chỉ khi $(2x-1)(2x+1) = x^2$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 1 = x^2 \Leftrightarrow 3x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}. \text{ **Chọn B.}**$$

Câu 54: Do a, b, c là ba số liên tiếp của một cấp số cộng nên có công sai là 2 nên

$$\begin{cases} b = a + 2 \\ c = b + 2 = a + 4 \end{cases}$$

Nếu tăng số thứ nhất thêm 1, tăng số thứ 2 thêm 1 và tăng số thứ 3 thêm 3 thì ta được 3 số mới là $a+1, b+1, c+3$ hay $a+1, a+3, a+7$ là 1 cấp số nhân

$$\text{Suy ra } (a+1)(a+7) = (a+3)^2 \Leftrightarrow a^2 + 8a + 7 = a^2 + 6a + 9 \Leftrightarrow 2a = 2 \Leftrightarrow a = 1$$

Vậy $a=1, b=3, c=5 \Rightarrow a+b+c=9$. **Chọn D.**

Câu 55: Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} x+3z = 2 \cdot (2y) \\ xz = y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4y - 3z \\ (4y - 3z)z = y^2 \end{cases}$ (Trong đó $q = \frac{z}{y}$)

$$\Rightarrow y^2 - 4yz + 3z^2 = 0 \Leftrightarrow (y-z)(y-3z) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = z \\ y = 3z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}. \text{ **Chọn A}**$$

Câu 56: Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} x+2y = 10 \\ x \cdot 2y = 16 \end{cases} \Rightarrow (x-2y)^2 = (x+2y)^2 - 8xy = 36$

Do đó $|x-2y| = 6$. **Chọn D**

Câu 57: Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} x+6y+8x+y = 2(5x+2y) \\ (y+2)^2 = (x-1)(x-3y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x+7y = 10x+4y \\ (y+2)^2 = (x-1)(x-3y) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y \\ (y+2)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 40. \text{ **Chọn A}**$$

Câu 58: Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} x+3z = 2 \cdot (2y) \\ xz = y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4y - 3z \\ (4y - 3z)z = y^2 \end{cases}$ (Trong đó $q = \frac{z}{y}$)

$$\Rightarrow y^2 - 4yz + 3z^2 = 0 \Leftrightarrow (y-z)(y-3z) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = z \\ y = 3z \end{cases} \xrightarrow{q \neq z} q = \frac{1}{3}. \text{ **Chọn A}**$$

Câu 59: Theo giả thiết suy ra $\begin{cases} ac = b^2 \\ a+c = 2(b+8) \\ (b+8)^2 = a(c+64) \end{cases}$

$$\text{Suy ra } (b+8)^2 = ac + 64c = b^2 + 64c \Leftrightarrow 16b + 64 = 64c \Leftrightarrow b + 4 = 4c$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} ac = b^2 \\ a + c = 2b + 16 \\ b = 4c - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ac = b^2 \\ a + c = 2(4c - 4) + 16 \\ b = 4c - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ac = b^2 \\ a = 7c + 8 \\ b = 4c - 4 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } (7c + 8)c = (4c - 4)^2 \Leftrightarrow 9c^2 - 40c + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ c = \frac{4}{9} \end{cases}$$

Do $c \in \mathbb{Z} \Rightarrow c = 4 \Rightarrow a = 36, b = 12 \Rightarrow P = 32$. **Chọn D**

Câu 60: Gọi ba số a, b, c theo thứ tự là một cặp số cộng thì $a + c = 2b$

Mặt khác b, a, c lập thành cặp số nhân nên $a^2 = bc \Rightarrow a^2 = b \cdot (2b - a)$

$$\Leftrightarrow a^2 + ab - 2b^2 = 0 \Leftrightarrow (a - b)(a + 2b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b(\text{loại}) \\ a = -2b \end{cases} \Rightarrow q = \frac{a}{b} = -2. \text{ **Chọn B**}$$

Câu 61: a, b, c theo thứ tự đó lập thành một cặp số nhân nên $b^2 = ac$

b, c, d theo thứ tự đó lập thành cặp số cộng nên $b + d = 2c$

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} b^2 = ac \\ b + d = 2c \\ b + c = 12 \\ a + d = 14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 = ac \\ a - b = 14 - 2c \\ b + c = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 = ac \\ a - b + 2c = 14 \\ b + c = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b^2 = ac \\ a - 12 + c + 2c = 14 \\ b = 12 - c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = ac \\ a + 3c = 26 \\ b = 12 - c \end{cases} \Rightarrow (12 - c)^2 = (26 - 3c)c$$

$$\Leftrightarrow 4c^2 - 50c + 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 8 \Rightarrow b = 4 \\ c = \frac{9}{2} \Rightarrow b = \frac{15}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = 2 > 1 \\ q = \frac{3}{5} < 1(\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy $q = 2$. **Chọn C**

Câu 62: a, b, c theo thứ tự lập thành cặp số nhân nên $b^2 = ac$ ($a, b, c \neq 0$) suy ra $\frac{1}{b^2} = \frac{1}{ac}$. **Chọn B**

Câu 63: 4 góc của tứ giác lần lượt là a, qa, q^2a và q^3a

Do góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất nên $q^3 = 27 \Leftrightarrow q = 3$

Mặt khác tổng 4 góc trong 1 tứ giác bằng 360° nên $a(1 + q + q^2 + q^3) = 360^\circ \Rightarrow a = 9^\circ$

Suy ra tổng của góc lớn nhất và nhỏ nhất là $a + 27a = 28a = 252^\circ$. **Chọn C**

Câu 64: Diện tích bề mặt của mỗi tầng (kể từ tầng 1) lập thành một cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{2}$ và

$$u_1 = \frac{12288}{2} = 6144$$

Khi đó diện tích mặt trên cùng là $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = \frac{6144}{2^{10}} = 6$. **Chọn A**

Câu 65: Ta có $u_2 = u_1 + 1 = 6; u_3 = u_2 + 2 = 8; u_4 = u_3 + 3 = 11; u_5 = u_4 + 4 = 15$

Do đó $u_6 = u_5 + 5 = 15 + 5 = 20$ nên 20 là số hạng thứ 6 trong dãy số. **Chọn B**

Câu 66: Để 3 số $x+2, x+14, x+15$ lập thành cấp số nhân thì $(x+2) \cdot (x+50) = (x+14)^2$

$\Leftrightarrow x^2 + 52x + 100 = x^2 + 28x + 196 \Leftrightarrow 24x = 96 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow x^3 + 2018 = 2082$. **Chọn D**

Câu 67: Ta có $S_{2019} = \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{2019} + 2019 \cdot 1$

Lại có $T = \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{2019}$ là tổng cấp số nhân với $u_1 = \frac{1}{2}; q = \frac{1}{2}$

Suy ra $T = \frac{u_1 \cdot (1 - q^{2019})}{1 - q} = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2019} \longrightarrow S_{2019} = 2020 - \frac{1}{2^{2019}}$. **Chọn B**

Câu 68: Ta có $\sqrt{u_6 \cdot u_8} = \sqrt{u_1 \cdot q^5 \cdot u_1 \cdot q^7} = \sqrt{u_1^2 \cdot q^{12}} = u_1 \cdot q^6 = 2 \cdot 5^6$. **Chọn C**

Câu 69: Ta có $\begin{cases} u_2 = 6 \\ u_4 = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = 6 \\ u_1 \cdot q^3 = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = 4 \\ u_1 \cdot q = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = -2 \\ u_1 = -3 \end{cases}$

Vậy $S_6 = \frac{u_1 \cdot (1 - q^6)}{1 - q} = \frac{-3[1 - (-2)^6]}{1 - (-2)} = 2^6 - 1 = 63$. **Chọn A**

Câu 70: Ta có $\begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 168 \\ u_1 \cdot q^3 + u_1 \cdot q^4 + u_1 \cdot q^5 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot (1 + q + q^2) = 168 \\ u_1 \cdot (q^3 + q^4 + q^5) = 21 \end{cases}$

Do đó $\frac{1 + q + q^2}{q^3 + q^4 + q^5} = \frac{168}{21} \Leftrightarrow \frac{1}{q^3} = 8 \Leftrightarrow q = \frac{1}{2} \Rightarrow u_1 = 96$. **Chọn C**

Câu 71: Ta có $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = 2q^{10} = \frac{1}{512} \Leftrightarrow q^{10} = \frac{1}{2^{10}} \xrightarrow{q>0} q = \frac{1}{2}$. **Chọn D**

Câu 72: Ta có $v_{n+1} = u_{n+1} - 2 = \frac{u_n + 8}{5} - 2 = \frac{v_n + 10}{5} - 2 = \frac{v_n}{5}$

Suy ra $v_{n+1} = \frac{1}{5} \cdot v_n \Rightarrow (v_n)$ là cấp số nhân có công bội $q = \frac{1}{5}$. **Chọn D**

Câu 73: Ta có $\frac{3}{256} = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow \frac{3}{256} = 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{256} \Leftrightarrow n = 9$. **Chọn B**

Câu 74: Ta có $\begin{cases} u_2 = \frac{1}{4} \\ u_4 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = \frac{1}{4} \\ u_1 \cdot q^3 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = 16 \\ u_1 \cdot q = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 4 \\ u_1 = \frac{1}{16} \end{cases}$. **Chọn A**

Câu 75: Ta có $u_2 = u_1 \cdot q \Leftrightarrow 54 = 2q^3 \Leftrightarrow q = 3$. Do đó $u_{2019} = u_1 \cdot q^{2018} = 2 \cdot 3^{2018}$. **Chọn C**

Câu 76: Ta có $u_2 = u_1 \cdot q \Leftrightarrow -6 = 3q \Leftrightarrow q = -2$. Do đó $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot (-2)^4 = 48$. **Chọn C**

Câu 77: Ta có $\frac{S_6}{S_3} = 4 \Leftrightarrow \frac{u_1 \cdot (1 - q^6)}{u_1 \cdot (1 - q^3)} = 4 \Leftrightarrow \frac{1 - q^6}{1 - q^3} = 4 \Leftrightarrow q^3 = 3 \Leftrightarrow q = \sqrt[3]{3}$

Do đó $\frac{S_9}{S_{12}} = \frac{u_1 \cdot (1 - q^9)}{u_1 \cdot (1 - q^{12})} = \frac{1 - q^9}{1 - q^{12}} = \frac{1 - (\sqrt[3]{3})^9}{1 - (\sqrt[3]{3})^{12}} = \frac{1 - 3^3}{1 - 3^4} = \frac{13}{40}$. **Chọn A**

Câu 78: Ta có $\begin{cases} u_2 = -2 \\ u_5 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q = -2 \\ u_1 \cdot q^4 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^3 = -8 \\ u_1 \cdot q = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = -2 \\ u_1 = 1 \end{cases}$

Vậy $u_8 = u_1 \cdot q^7 = 1 \cdot (-2)^7 = -128$. **Chọn D**

Câu 79: Ta có $u_{n+1} = 3u_n \Rightarrow q = 3$ nên $u_{2019} = u_1 \cdot q^{2018} = 3^{2018}$. **Chọn C**

Câu 80: Ta có $u_8 = u_1 \cdot q^7 \Leftrightarrow 729 = \frac{1}{3} q^7 \Leftrightarrow q^7 = 2187 \Leftrightarrow q = 3$

Suy ra $S_8 = \frac{u_1 \cdot (1 - q^8)}{1 - q} = \frac{\frac{1}{3} \cdot (1 - 3^8)}{1 - 3} = \frac{3^8 - 1}{6}$. **Chọn C**

Câu 81: Ta có $u_4 = u_1 \cdot q^3 \Leftrightarrow \frac{1}{4^4} = \frac{1}{4} q^3 \Leftrightarrow q = \frac{1}{4} \Rightarrow u_n = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} = \frac{1}{4^n}$. **Chọn A**

Câu 82: Ta có $\frac{u_{n+1}}{n+1} = \frac{1}{3} \cdot \frac{u_n}{n} \Leftrightarrow v_{n+1} = \frac{1}{3} v_n \Rightarrow (v_n)$ là cấp số nhân với $v_1 = \frac{1}{3}; q = \frac{1}{3}$

Do đó $S = \frac{u_1}{1} + \frac{u_2}{2} + \frac{u_3}{3} + \dots + \frac{u_{10}}{10} = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_{10} = \frac{\frac{1}{3} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{10}\right]}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{29524}{59049}$. **Chọn A**

Câu 83: Ta có $u_1 = 200000 \longrightarrow u_2 = u_1 + u_1 \cdot 7\% = u_1 \cdot (1 + 7\%)$

Suy ra $u_3 = u_2 + u_2 \cdot 7\% = u_2 (1 + 7\%) = u_1 \cdot (1 + 7\%)^2$

Từ đó suy ra $u_4 = u_1 \cdot (1 + 7\%)^3; \dots$ và $u_{30} = u_1 \cdot (1 + 7\%)^{29}$

Do đó $S_{30} = \left[(1 + 7\%)^0 + (1 + 7\%)^1 + (1 + 7\%)^2 + \dots + (1 + 7\%)^{29} \right] \cdot u_1$
 $= \frac{(1 + 7\%)^0 \cdot \left[1 - (1 + 7\%)^{30}\right]}{1 - (1 + 7\%)}$. 200000 = 18892200 đồng. **Chọn D**

Câu 84: Phương trình $x^2 - 3x + a = 0$ có hai nghiệm $x_1, x_2 \longrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = a \end{cases}$

Phương trình $x^2 - 12x + b = 0$ có hai nghiệm $x_3, x_4 \longrightarrow \begin{cases} x_3 + x_4 = 12 \\ x_3 x_4 = b \end{cases}$

Theo bài ra, ta có $x_2 = x_1 \cdot q; x_3 = x_1 \cdot q^2; x_4 = x_1 \cdot q^3$ nên $\begin{cases} x_1(1+q) = 3 \\ x_1(q^2 + q^3) = 12 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \frac{q^2 + q^3}{1+q} = 4 \Leftrightarrow q^2 = 4 \Leftrightarrow q = 2 \text{ (vì } q > 1) \Rightarrow x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 4; x_4 = 8$$

Vậy $\begin{cases} a = x_1 x_2 = 1 \cdot 2 = 2 \\ b = x_3 x_4 = 4 \cdot 8 = 32 \end{cases} \longrightarrow a + b = 2 + 32 = 34$. **Chọn C**

Câu 85: Ta có $(x-1)(x-3)(x-m) = 0 \Leftrightarrow x = \{1; 3; m\}$

TH1. Với $m < 1$, ta được cấp số nhân là $m; 1; 3 \longrightarrow 3m = 1^2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$

TH2. Với $1 < m < 3$, ta được cấp số nhân là $1; m; 3 \longrightarrow 1 \cdot 3 = m^2 \Leftrightarrow m = \sqrt{3}$

TH3. Với $3 < m$, ta được cấp số nhân là $1; 3; m \longrightarrow 1 \cdot m = 3^2 \Leftrightarrow m = 9$

Vậy có tất cả 3 giá trị thực của tham số m . **Chọn B**

Câu 86: Giả sử phương trình có 3 nghiệm phân biệt: x_1, x_2, x_3

Theo bài ra, ta có x_1, x_2, x_3 lập thành cấp số nhân $\Rightarrow x_1 \cdot x_3 = x_2^2$

Lại có $x_1 x_2 x_3 = -\frac{d}{a} = 8$ nên $x_2^3 = 8 \Leftrightarrow x_2 = 2$ là một nghiệm của phương trình

Do đó $2^3 - 7 \cdot 2^2 + 4(m^2 + 6m) - 8 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m - 7 = 0 \Rightarrow \sum m^3 = -342$. **Chọn A**

Câu 87: $A_1 B_1 C_1 D_1$ là hình vuông có cạnh bằng 1

$A_2 B_2 C_2 D_2$ là hình vuông có cạnh bằng $\frac{A_1 C_1}{2} = A_1 B_1 \frac{\sqrt{2}}{2}$

Suy ra các cạnh của hình vuông $A_i B_i$ lập thành cấp số nhân với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ q = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

Do đó $u_{2018} = A_{2018} B_{2018} = u_1 \cdot q^{2017} = \frac{1}{(\sqrt{2})^{2017}}$

Chu vi của hình vuông $A_{2018} B_{2018} C_{2018} D_{2018}$ bằng $4 \frac{1}{(\sqrt{2})^{2017}} = \frac{4\sqrt{2}}{2^{1009}} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$. **Chọn D**

Câu 88: Ta có $\frac{1}{u_k - u_{k+4}} = \frac{1}{u_k - q^4 u_k} = \frac{1}{u_k(1 - q^4)}$

Do đó $T = \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \dots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}} = \frac{1}{1 - q^4} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \dots + \frac{1}{u_{20}} \right)$

Xét dãy số $v_n = \frac{1}{u_n}$ thì v_n là cấp số nhân với $\begin{cases} v_1 = 1 \\ q' = \frac{1}{2} \end{cases}$ do đó $S_{20} = \frac{1-q'^{20}}{1-q'} \cdot v_1 = \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{20}}{1-\frac{1}{2}}$

Suy ra $T = \frac{1}{1-2^4} \cdot \frac{1-\frac{1}{2^{20}}}{\frac{1}{2}} = \frac{1-2^{20}}{15 \cdot 2^{19}}$. **Chọn B**

Câu 89: Ta có $M_1 M_{100} = M_1 B - M_{100} B = 2^{99} - M_{100} B$

Lại có: $\begin{cases} M_1 B = 2^{99} \\ M_2 B = \frac{1}{2} M_1 B \end{cases} \Rightarrow M_k B$ là cấp số nhân với $\begin{cases} u_1 = 2^{99} \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow M_{100} B = 2^{99} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{99} = 1 \Rightarrow M_1 M_{100} = 2^{99} - 1$. **Chọn A**

Câu 90: Ta có $20u_1 - 10u_2 + u_3 = 20u_1 - 10qu_1 + u_1 q^2 = u_1 (q^2 - 10q + 20)$ nhỏ nhất khi và chỉ khi $q = 5$. Số hạng thứ 7 của dãy là $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 31250$. **Chọn A**

Câu 91: Ta có $u_{n+1} = 2u_n + 5 \Leftrightarrow (u_{n+1} + 5) = 2(u_n + 5)$

Đặt $v_n = u_n + 5$ thì $\begin{cases} v_1 = 6 \\ v_{n+1} = 2v_n \end{cases} \Rightarrow v_n = 6 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow u_n = 6 \cdot 2^{n-1} - 5$

Suy ra $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2020} - 5$. **Chọn A**

Câu 92: Ta có $u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n \Leftrightarrow u_{n+2} - u_{n+1} = 2(u_{n+1} - u_n)$

Đặt $v_n = u_{n+1} - u_n$ thì $\begin{cases} v_1 = u_2 - u_1 = 3 \\ v_{n+1} = 2v_n \end{cases} \Rightarrow v_n$ là cấp số nhân với $\begin{cases} v_1 = 3 \\ q = 2 \end{cases}$

Do đó $v_n = 3 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow u_{101} - u_{100} = v_{100} = 3 \cdot 2^{99}$. **Chọn D**

Câu 93: Ta có $u_{n+1} = 3u_n + 10 \Leftrightarrow u_{n+1} + 5 = 3(u_n + 5)$

Đặt $v_n = u_n + 5$ thì $\begin{cases} v_1 = 6 \\ v_{n+1} = 3v_n \end{cases} \Rightarrow v_n$ là cấp số nhân với $\begin{cases} v_1 = 6 \\ q = 3 \end{cases}$

$\Rightarrow v_n = 6 \cdot 3^{n-1} \Rightarrow u_n = 6 \cdot 3^{n-1} - 5$

Suy ra $a = 6, b = -5 \Rightarrow a^2 + b^2 = 61$ **Chọn D**

Câu 94: $S_n = \frac{5n^2 - 3n}{2} = \frac{n}{2} \cdot (5n - 3) = \frac{n}{2} \cdot [1 + 5(n-1) + 1]$

Do đó S_n là tổng của cấp số cộng với $u_n = 1 + 5(n-1), u_1 = 1$

Suy ra $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 5 \end{cases}$, ta có: $\frac{1}{u_k \cdot u_{k+1}} = \frac{1}{u_k (u_k + 5)} = \frac{1}{5} \cdot \frac{u_k + 5 - u_k}{u_k (u_k + 5)} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{u_k} - \frac{1}{u_{k+1}} \right)$

$$\text{Do đó } T = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{48} u_{49}} + \frac{1}{u_{49} u_{50}} = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49}} - \frac{1}{u_{50}} \right)$$

$$= \frac{1}{5} \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}} \right) = \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{1+49d} \right) = \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{1+49 \cdot 5} \right) = \frac{49}{246} . \text{ Chọn C}$$

Câu 95: Ta có $u_{n+1} = 2u_n + 5 \Leftrightarrow (u_{n+1} + 5) = 2(u_n + 5)$

$$\text{Đặt } v_n = u_n + 5 \text{ thì } \begin{cases} v_1 = 6 \\ v_{n+1} = 2v_n \end{cases} \Rightarrow v_n = 6 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow u_n = 6 \cdot 2^{n-1} - 5 = 3 \cdot 2^n - 5$$

Suy ra $u_{2018} = 3 \cdot 2^{2018} - 5$. **Chọn A**

$$\text{Câu 96: Ta có } u_{n+1} = \frac{u_n}{2(2n+1)u_n + 1} \Leftrightarrow \frac{1}{u_{n+1}} = \frac{2(2n+1)u_n + 1}{u_n} = 4n + 2 + \frac{1}{u_n}$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} \frac{1}{u_1} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{u_2} = \frac{1}{u_1} + 4 \cdot 1 + 2 \\ \frac{1}{u_3} = \frac{1}{u_2} + 4 \cdot 2 + 2 \\ \dots \\ \frac{1}{u_n} = 4(n-1) + 2 + \frac{1}{u_{n-1}} \end{cases} , \text{ cộng vế theo vế ta được } \frac{1}{u_n} = \frac{3}{2} + 4[1+2+\dots+(n-1)] + 2 \cdot (n-1)$$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{u_n} = \frac{3}{2} + 4 \frac{n(n-1)}{2} + 2 \cdot (n-1) = \frac{3}{2} + 2(n-1)(n+1) = 2n^2 - \frac{1}{2} = \frac{4n^2 - 1}{2} = \frac{(2n-1)(2n+1)}{2}$$

$$\text{Do đó } u_n = \frac{2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2(n+1)-1}$$

$$\text{Suy ra } S_{2018} = \left(\frac{1}{2 \cdot 1 - 1} + \frac{1}{2 \cdot 2 - 1} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 2018 - 1} \right) - \left(\frac{1}{2 \cdot 2 - 1} + \frac{1}{2 \cdot 3 - 1} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 2019 - 1} \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{4037} = \frac{4036}{4037} . \text{ Chọn C}$$

$$\text{Câu 97: Ta có } (u_n) : \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{\sqrt{4u_n^2 + 3}}{2}, n \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1}^2 = u_n^2 + \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} u_1^2 = 1 \\ u_{n+1}^2 = u_n^2 + \frac{3}{4} \end{cases} \text{ suy ra } (u_n^2) \text{ là cấp số cộng với số hạng đầu bằng 1 và công sai } d = \frac{3}{4}$$

$$\text{Vậy } S_{1000} = \frac{2u_1^2 + 999d}{2} \cdot 1000 = 375625 . \text{ Chọn C}$$

Câu 98: Ta có $u_{n+1} = \frac{u_n}{2(2n+1)u_n+1} \Leftrightarrow \frac{1}{u_{n+1}} = \frac{2(2n+1)u_n+1}{u_n} = 4n+2 + \frac{1}{u_n}$

Khi đó $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{u_1} = \frac{3}{2} \\ \frac{1}{u_2} = \frac{1}{u_1} + 4 \cdot 1 + 2 \\ \frac{1}{u_3} = \frac{1}{u_2} + 4 \cdot 2 + 2 \\ \dots\dots\dots \\ \frac{1}{u_n} = 4(n-1) + 2 + \frac{1}{u_{n-1}} \end{array} \right. , \text{ cộng vế theo vế ta được } \frac{1}{u_n} = \frac{3}{2} + 4[1+2+\dots+(n-1)] + 2 \cdot (n-1)$

Suy ra $\frac{1}{u_n} = \frac{3}{2} + 4 \frac{n(n-1)}{2} + 2 \cdot (n-1) = \frac{3}{2} + 2(n-1)(n+1) = 2n^2 - \frac{1}{2} = \frac{4n^2-1}{2} = \frac{(2n-1)(2n+1)}{2}$

Do đó $u_n = \frac{2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2(n+1)-1}$

Suy ra $S_n = \left(\frac{1}{2 \cdot 1 - 1} + \frac{1}{2 \cdot 2 - 1} + \dots + \frac{1}{2 \cdot n - 1} \right) - \left(\frac{1}{2 \cdot 2 - 1} + \frac{1}{2 \cdot 3 - 1} + \dots + \frac{1}{2 \cdot (n+1) - 1} \right)$
 $= 1 - \frac{1}{2n+1} = \frac{2n}{2n+1} \Rightarrow u_1 + u_2 + \dots + u_n > \frac{2017}{2018} \Leftrightarrow \frac{2n}{2n+1} > \frac{2017}{2018} \Leftrightarrow 2n > 2017$

Vậy $n_{\min} = 1009$. **Chọn D**

Câu 99: Ta có $u_{n+1} + 4u_n = 4 - 5n \Leftrightarrow u_{n+1} + n + 1 - 1 = -4(u_n + n - 1)$

Đặt $v_n = u_n + n - 1$ thì $\begin{cases} v_1 = 2 \\ v_{n+1} = -4v_n \end{cases} \Rightarrow v_n = 2 \cdot (-4)^{n-1}$

Do đó $v_n = 2(-4)^{n-1} - n + 1$

Ta có $S = 2 \cdot (-4)^{2017} - 2017 - 2 \cdot [2 \cdot (-4)^{2016} - 2016] = -2 \cdot 4^{2017} - 2017 - 4 \cdot 4^{2016} + 4032$

$= -3 \cdot 4^{2017} + 2015$. **Chọn A**

Câu 100: Ta có $\left\{ \begin{array}{l} u_1 = 0 \\ u_2 = 1 + u_1 \\ u_3 = 2 + u_2 \\ \dots\dots\dots \\ u_n = n - 1 + u_{n-1} \end{array} \right. , \text{ cộng vế theo vế ta được } u_n = 0 + 1 + 2 + \dots + n - 1$

$\Rightarrow u_n = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow u_{218} = 23653$. **Chọn D**

Câu 101: $u_{n+1} = \frac{3}{2} \left(u_n - \frac{n+4}{n^2+3n+2} \right) = \frac{3}{2} u_n - \frac{3}{2} \cdot \frac{n+4}{(n+1)(n+2)} = \frac{3}{2} u_n - \frac{3}{2} \frac{3(n+2) - 2(n+1)}{(n+1)(n+2)}$

$$= \frac{3}{2}u_n - \frac{3}{2}\left(\frac{3}{n+1} - \frac{2}{n+2}\right)$$

$$\text{Suy ra } u_{n+1} - \frac{3}{n+2} = \frac{3}{2}\left(u_n - \frac{3}{n+1}\right), \text{ đặt } v_n = u_n - \frac{3}{n+1} \text{ thì } \begin{cases} v_1 = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} \\ v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n \end{cases}$$

$$\text{Do đó } v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} \text{ suy ra } u_n = v_n + \frac{3}{n+1} = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} + \frac{3}{n+1}$$

$$\text{Vậy } u_{15} = \frac{-1}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{14} + \frac{3}{16} = -\frac{4776825}{32768}. \text{ Chọn C}$$