CHỦ ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Loại 1: Phương trình bậc hai, bậc ba theo một hàm số lượng giác

Với phương trình $a.\sin^2(kx)+b.\sin(kx)+c=0$ thì ta đặt $t=\sin(kx)$ với $-1\le t\le 1$, quy về phương trình bậc hai: $a.t^2+b.t+c=0\Rightarrow t=\sin(kx)\Rightarrow x$

Với phương trình $a.\cos^2(kx)+b.\cos(kx)+c=0$ thì ta đặt $t=\cos(kx)$ với $-1\le t\le 1$, quy về phương trình bậc hai: $a.t^2+b.t+c=0\Rightarrow t=\cos(kx)\Rightarrow x$

Với phương trình $a.\tan^2(kx)+b.\tan(kx)+c=0$ thì ta đặt $t=\tan(kx)$ quy về phương trình bậc hai: $a.t^2+b.t+c=0\Rightarrow t=\tan(kx)\Rightarrow x$. Tương tự cho phương trình ẩn $t=\cot(kx)$

Chú ý: Với phương trình bậc ba theo một hàm số lượng giác thì cách giải tương tự!

Loại 2: Phương trình nhóm nhân tử chung

Với phương trình $f(x)=0$, bằng các kĩ thuật phân tích, các công thức lượng giác đã học ta nhóm được nhân tử chung và quy về dạng $g(x).h(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}g(x)=0\\h(x)=0\end{array}\right.$

II. HỆ THỐNG VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{3}\tan^2x-\left(1+\sqrt{3}\right)\tan x+1=0$ b) $4cos^2x-2\left(\sqrt{3}+1\right)\cos x+\sqrt{3}=0$

Lời giải:

a) $\sqrt{3}\tan^2x-\left(1+\sqrt{3}\right)\tan x+1=0\Leftrightarrow(\tan x-1)\left(\sqrt{3}\tan x-1\right)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=1\\ \tan x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.\quad(k\in\mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có họ nghiệm $x=\dfrac{\pi}{4}+k\pi,x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$

b) $4cos^2x-2\left(\sqrt{3}+1\right)\cos x+\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\left(2\cos x-\sqrt{3}\right)(2\cos x-1)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \cos x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\quad(k\in\mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có họ nghiệm $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$, $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$

Ví dụ 2. Giải các phương trình sau

a) $2\left(\sin^4 x+cos^4x\right)-cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=0$ b) $\sin^6 x+cos^6x=cos4x$

Lời giải:

a) $2\left(\sin^4 x+cos^4x\right)-cos\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=0 \Leftrightarrow 2\left[\left(\sin^2 x+cos^2x\right)^2-2\sin^2 xcos^2x\right]-\sin 2x=0$

$$\Leftrightarrow 2-\sin^2 x-\sin 2x=0 \Leftrightarrow (-\sin 2x+1)(\sin 2x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{1}{2}\\ \sin x=-2(loai)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có họ nghiệm $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$, $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$

b) $sin^6 x+cos^6x=cos4x \Leftrightarrow (sin^2x+cos^2x)(sin^4x-sin^2x\,cos^2x+cos^4x)=1-2\,sin^2 2x$

$$\Leftrightarrow \left(\sin^2 x+cos^2x\right)^2-3\sin^2 xcos^2x+2\sin^2 2x-1=0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}\sin^2 2x+2\sin^2 2x=0$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x=0 \Leftrightarrow x=k\frac{\pi}{2}\ (k\in\mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có họ nghiệm $x=\frac{k\pi}{2}$, $(k\in\mathbb{Z})$

Ví dụ 3. Giải các phương trình sau

a) $\sin^4 x+cos^4x=\sin 2x-\frac{1}{2}$ b) $\sin^4\frac{x}{2}+\cos^4\frac{x}{2}=1-2\sin x$

Lời giải:

a) $\sin^4 x+cos^4x=\sin 2x-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left(\sin^2 x+cos^2x\right)^2-2\sin^2 xcos^2x-\sin 2x+\frac{1}{2}=0$

$$\Leftrightarrow -\frac{\sin^2 2x}{2}-\sin 2x+\frac{3}{2}=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}(\sin 2x-1)(\sin 2x+3)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=-3(loai)\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có họ nghiệm $x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$, $(k\in\mathbb{Z})$

b) $\sin^4\frac{x}{2}+\cos^4\frac{x}{2}=1-2\sin x \Leftrightarrow \left(\sin^2\frac{x}{2}+cos^2\frac{x}{2}\right)^2-2\sin^2\frac{x}{2}cos^2\frac{x}{2}-1+2\sin x=0$

$$\Leftrightarrow -\frac{\sin^2 x}{2}+\sin x=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\sin x(\sin x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=2(loai)\end{array}\right. \Leftrightarrow x=k\pi,\ (k\in\mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có họ nghiệm $x=\frac{k\pi}{2}$, $(k\in\mathbb{Z})$

Ví dụ 4. Giải các phương trình sau

a) $\dfrac{2\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-\sin x.\cos x}{\sqrt{2}-2\sin x}=0$	b) $\sin^4 x+\cos^4 x+\sin x.\cos x=0$

Lời giải:

a) Điều kiện: $x \neq \left\{\dfrac{\pi}{4}+k2\pi, \dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\right\}$

$$PT \Leftrightarrow \frac{2\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-\sin x.\cos x}{\sqrt{2}-2\sin x}=0 \Rightarrow 2\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-\sin x.\cos x=0$$

$$\Leftrightarrow 2\left(\sin^2 x+cos^2 x\right)\left[\left(\sin^2 x+cos^2 x\right)^2-3\sin^2 xcos^2 x\right]-\sin xcosx=0$$

$$\Leftrightarrow -6\left(\sin xcosx\right)^2-\sin xcosx+2=0 \Leftrightarrow -\left(3\sin xcosx+2\right)\left(2\sin xcosx-1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin xcosx=-\dfrac{2}{3}\\ \sin xcosx=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=-\dfrac{4}{3}(loai)\\ \sin 2x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\text{ , }(k\in\mathbb{Z})$$

Kết hợp với điều kiện suy ra nghiệm của phương trình là $x=\dfrac{\pi}{4}+\left(2m+1\right)\pi \quad (m\subset\mathbb{Z})$

b) $\sin^4 x+\cos^4 x+\sin x.\cos x=0 \Leftrightarrow \left(\sin^2 x+cos^2 x\right)^2-2\left(\sin xcosx\right)^2+\sin xcosx=0$

$$\Leftrightarrow 2\left(\sin xcosx\right)^2-\sin xcosx-1=0 \Leftrightarrow \left(\sin xcosx-1\right)\left(2\sin xcosx+1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin xcosx=1\\ \sin xcosx=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x=2(loai)\\ \sin 2x=-1\end{array}\right. \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\text{ , }(k\in\mathbb{Z})$$

Vây phương trình có họ nghiệm $x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\text{ , }(k\in\mathbb{Z})$

Ví dụ 5. Giải các phương trình sau	
a) $\dfrac{(2-\sqrt{3})\cos x-2\sin^2\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}{2\cos x-1}=1$	b) $cos^4=\sin^2 x-\dfrac{1}{4}$

Lời giải:

a) ĐKXĐ: $x\neq\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$

$$\frac{(2-\sqrt{3})\cos x-2\sin^2\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)}{2\cos x-1}=1 \Rightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)\cos x-1+\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=2\cos x-1$$

$$\Leftrightarrow \text{sinx}-\sqrt{3}\cos x=0 \Leftrightarrow 2cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=0 \Leftrightarrow x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi\text{ , }(k\in\mathbb{Z})$$

Kết hợp với ĐKXĐ suy ra phương trình có họ nghiệm $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi \ (k\in\mathbb{Z})$ với k lẻ

b) $\cos^4 x=\sin^2 x-\frac{1}{4} \Leftrightarrow \cos^4 x+\cos^2 x-\frac{3}{4}=0 \Leftrightarrow \left(\cos^2 x-\frac{1}{2}\right)\left(\cos^2 x+\frac{3}{2}\right)=0 \Leftrightarrow \cos^2 x=\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 2cos^2x - 1 = 0 \Leftrightarrow cos2x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\ (k \in \mathbb{Z})$

Vây phương trình có họ nghiệm $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$, $(k \in \mathbb{Z})$

Ví dụ 6. Giải các phương trình sau

a) $\frac{\sin^6 x + cos^6 x}{cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{1}{4}\tan 2x$ b) $\sin^4\frac{x}{3} + cos^4\frac{x}{3} = \frac{5}{8}$

Lời giải:

a) Với $cos2x \neq 0$, phương trình đã cho tương đương

$$\frac{\sin^6 x + cos^6 x}{cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{1}{4}\tan 2x \Leftrightarrow \frac{\left(\sin^2 x + cos^2 x\right)^3 - 3\sin^2 x cos^2 x\left(\sin^2 x + cos^2 x\right)}{cos2x} = \frac{\sin 2x}{4cos2x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - \frac{3}{4}sin^2 2x}{cos2x} = \frac{sin 2x}{4cos2x} \Leftrightarrow 3\,sin^2 2x + sin\,2x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x = 1 \\ \sin 2x = -\frac{4}{3} < -1 \end{array}\right. \Rightarrow \sin 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$$

b) Phương trình đã cho tương đương với

$$sin^4\frac{x}{3} + cos^4\frac{x}{3} = \frac{5}{8} \Leftrightarrow \left(sin^2\frac{x}{3} + cos^2\frac{x}{3}\right)^2 - 2\,sin^2\frac{x}{3}cos^2\frac{x}{3} = \frac{5}{8} \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}sin^2\frac{2x}{3} = \frac{5}{8}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2\frac{2x}{3} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{1 - cos\frac{4x}{3}}{2} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow cos\frac{4x}{3} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{4x}{3} = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \frac{k3\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$$

Ví dụ 7. Giải các phương trình sau

a) $\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)\tan^2 x + cos^2\frac{x}{2} = 0$ b) $cos3x + cos2x - \cos x - 1 = 0$

Lời giải:

a) Với điều kiện $\cos x \neq 0$ phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{1}{2}\left[1 - cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right]\frac{\sin^2 x}{cos^2 x} = \frac{1 + \cos x}{2} \Leftrightarrow (1 - \sin x)\sin^2 x = (1 + \cos x)cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow (1 - \sin x)(1 - \cos x)(1 + \cos x) = (1 + \cos x)(1 - \sin x)(1 + \sin x)$$

$$\Leftrightarrow (1 - \sin x)(1 + \cos x)(\sin x + \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} cos^2 x = 0 \\ cosx = -1 \\ \tan x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} cosx = -1 \\ \tan x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pi + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.,\ (k \in \mathbb{Z})$$

b) Phương trình đã cho tương đương với

$$4cos^3 x - 3\cos x + 2cos^2 x - 1 - \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow 4cos^3 x + 2cos^2 x - 4\cos x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x(2\cos x + 1) - 2(2\cos x + 1) = 0 \Leftrightarrow 2(\cos^2 x - 1)(2\cos x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \text{sinx} = 0 \\ \text{cosx} = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., \left(k \in \mathbb{Z}\right)$$

Ví dụ 8. Giải các phương trình sau

a) $\tan x + \cos x - \cos^2 x = \sin x\left(1 + \tan x.\tan\dfrac{x}{2}\right)$ b) $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$

Lời giải:

a) Điều kiện: $\cos x \cos\dfrac{x}{2} \neq 0$

Phương trình đã cho tương đương $\dfrac{\sin x}{\cos x} + \text{cosx} - \cos^2 x = \sin x\left(1 + \dfrac{\sin x}{\cos x}.\dfrac{\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}}\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{\sin x}{\cos x} + \cos x - \cos^2 x = \sin x\,.\dfrac{\cos x + 1 - \cos x}{\cos x} \Leftrightarrow \cos x\,(1 - \cos x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

b) Phương trình đã cho tương đương với $1 + \sin x + \cos x + \sin 2x + \cos 2x = 0$

$\Leftrightarrow \sin x + \sin 2x + 1 + \cos x + \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \sin x + 2\sin x\cos x + 1 + \cos x + 2\cos^2 x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \sin x\left(1 + 2\cos x\right) + \cos x\left(1 + 2\cos x\right) = 0 \Leftrightarrow \left(1 + 2\cos x\right)\left(\sin x + \cos x\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = -\dfrac{1}{2} \\ \tan x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{4} + k\pi \end{array}\right., (k \in \mathbb{Z})$$

Ví dụ 9. Giải các phương trình sau

a) $\sin^2 x + \sin^2 3x = cos^2 2x + cos^2 4x$ b) $\sin^6 x + cos^6 x = \cos 4x$

Lời giải:

a) Phương trình đã cho tương đương $\sin^2 x + \sin^2 3x = cos^2 2x + cos^2 4x$

$\Leftrightarrow \dfrac{1 - \cos 2x + 1 - \cos 6x}{2} = \dfrac{1 + \cos 4x + 1 + \cos 8x}{2} \Leftrightarrow \cos 2x + \cos 8x + \cos 6x + \cos 4x = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos 5x\cos 3x + 2\cos 5x\cos x = 0 \Leftrightarrow \cos 5x\left(\cos x + \cos 3x\right) = 0$

$$\Leftrightarrow \cos 5x\cos x\cos 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 5x = 0 \\ \cos x = 0 \\ \cos 2x = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{10} + \dfrac{k\pi}{5} \\ x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{k\pi}{2} \end{array}\right., (k \subset \mathbb{Z})$$

b) Phương trình đã cho tương đương với

$\sin^6 x+cos^6x=\cos 4x \Leftrightarrow \left(\sin^2 x+cos^2x\right)^3-3\sin^2 xcos^2x\left(\sin^2 x+cos^2x\right)=\cos 4x$

$\Leftrightarrow 1-\frac{3}{4}\sin^2 2x=\cos 4x \Leftrightarrow 1-\frac{3}{8}(1-\cos 4x)=\cos 4x \Leftrightarrow \cos 4x=1 \Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{2}$, $k\in\mathbb{Z}$

Ví dụ 10. Giải các phương trình sau

a) $\frac{1}{\cos^2 x}-\left(3+\sqrt{3}\right)\tan x-3+\sqrt{3}=0$ b) $\frac{3}{\cos x}+\tan^2 x=9$

Lời giải:

a) Với điều kiện $\cos x\neq 0$ phương trình đã cho tương đương với

$\frac{1}{\cos^2 x}-\left(3+\sqrt{3}\right)\tan x-3+\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow 1+\tan^2 x-\left(3+\sqrt{3}\right)\tan x-3+\sqrt{3}=0$

$\Leftrightarrow \tan^2 x-\left(3+\sqrt{3}\right)\tan x+\sqrt{3}-2=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x=\dfrac{3+\sqrt{3}+\sqrt{20+2\sqrt{3}}}{2}=\tan m\\ \tan x=\dfrac{3+\sqrt{3}-\sqrt{20+2\sqrt{3}}}{2}=\tan n\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=m+k\pi\\ x=n+k\pi\end{array}\right., (k\in\mathbb{Z})$$

b) Với điều kiện $\cos x\neq 0$ phương trình đã cho tương đương

$\frac{3}{\cos x}+\tan^2 x=9 \Leftrightarrow \frac{3}{\cos x}+\frac{1-cos^2x}{cos^2x}=9 \Leftrightarrow 3\cos x+1-cos^2x=9cos^2x$

$$\Leftrightarrow 10cos^2x-3\cos x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=\dfrac{1}{2}\\ \cos x=-\dfrac{1}{5}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm\dfrac{\pi}{3}+2k\pi\\ x=m+k2\pi\end{array}\right., (k\in\mathbb{Z})$$

Ví dụ 11. Giải các phương trình sau

a) $9-13\cos x+\frac{4}{1+\tan^2 x}=0$ b) $\frac{1}{\sin^2 x}=\cot x+3$

Lời giải:

a) Với điều kiện $\cos x\neq 0$ phương trình đã cho tương đương

$9-13\cos x+\frac{4}{1+\tan^2 x}=0 \Leftrightarrow 9-13\cos x+4cos^2x=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=1\\ \cos x=\dfrac{9}{4}>1\end{array}\right. \Rightarrow \cos x=1 \Leftrightarrow x=k2\pi, k\in\mathbb{Z}$$

b) Với điều kiện $\sin x\neq 0$ phương trình đã cho tương đương

$\frac{1}{\sin^2 x}=\cot x+3 \Leftrightarrow 1+\cot^2 x=\cot x+3 \Leftrightarrow \cot^2 x-\cot x-2=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cot x=-1\\ \cot x=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi\\ x=m+k\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$$

Ví dụ 12. Giải các phương trình sau

a) $cos2x - 3\cos x = 4cos^2\frac{x}{2}$ b) $\frac{1}{cos^2 x} + 3cot^2 x = 5$

Lời giải:

a) Phương trình đã cho tương đương với

$$cos2x - 3\cos x = 4cos^2\frac{x}{2} \Leftrightarrow 2cos^2 x - 1 - 3\cos x = 2(1+\cos x)$$

$$\Leftrightarrow 2\cos^2 x - 5\cos x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = 3 > 1\\ \cos x = -\frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$$

b) Với điều kiện $\sin 2x \neq 0$ phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{1}{cos^2 x} + 3cot^2 x = 5 \Leftrightarrow 1 + tan^2 x + \frac{3}{tan^2 x} = 5 \Leftrightarrow tan^4 x - 4tan\,2\,x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan 2x = 1\\ \tan 2x = 3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\tan x = 1\\ \tan x = -1\\ \tan x = \sqrt{3}\\ \tan x = -\sqrt{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \pm\frac{\pi}{4} + k\pi\\ x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi\end{array}\right., \ (k \in \mathbb{Z})$$

Ví dụ 13. Giải phương trình $2\sin x(1+\cos 2x) + \sin 2x = 1 + 2\cos x$

Lời giải:

$$PT \Leftrightarrow 4\sin x cos^2 x + 2\sin x\cos x = 1 + 2\cos x \Leftrightarrow \sin 2x(2\cos x + 1) = 1 + 2\cos x$$

$$\Leftrightarrow (1+2\cos x)(\sin 2x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x = -\frac{1}{2}\\ \sin 2x = 1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi\\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi\end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có 3 họ nghiệm: $x = \left\{\pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi\right\}, k \in \mathbb{Z}$

Ví dụ 14. Giải phương trình $\cot x + \sin x\left(1 + \tan x\tan\frac{x}{2}\right) = 4$

Lời giải:

Điều kiện: $\left\{\begin{array}{l}\sin x \neq 0\\ \cos x \neq 0\\ \cos\frac{x}{2} \neq 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\sin 2x \neq 0\\ x \neq \pi + 2k\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x \neq \frac{k\pi}{2}\\ x \neq \pi + 2k\pi\end{array}\right.$

Phương trình tương đương:

$$\Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} + \sin x.\left(\frac{\sin x.\sin\frac{x}{2} + \cos x.\cos\frac{x}{2}}{\cos x.\cos\frac{x}{2}}\right) = 4 \Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} + \sin x.\left(\frac{\cos\frac{x}{2}}{\cos x.\cos\frac{x}{2}}\right) = \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{\cos x} = 4$$

$\Leftrightarrow cos^2x+\sin^2 x=4\text{sinxcosx}=2\sin 2\text{x} \Leftrightarrow \text{sinx}=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right.$

Vậy phương trình có 2 họ nghiệm: $x=\left\{\dfrac{\pi}{12}+k\pi;\dfrac{5\pi}{12}+k\pi\right\}$, $\boldsymbol{k}\in\mathbb{Z}$

Ví dụ 15. Giải phương trình $cos^3x+\sin^3 x+2\sin^2 x=1$

Lời giải:

$PT \Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(1-\sin x\cos x)+(\sin x+\cos x)(\sin x-\cos x)=0$

$\Leftrightarrow (\sin x+\cos x)(1-\sin x\cos x+\sin x-\cos x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x+\cos x=0(1) \\ 1-\sin x\cos x+\sin x-\cos x=0(2) \end{array}\right.$

Giải $(1) \Leftrightarrow \sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=0 \Leftrightarrow x+\dfrac{\pi}{4}=k\pi \Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{4}+k\pi$

Giải (2): Đặt $\sin x-\cos x=t$, $\left(t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]\right) \Rightarrow \sin x\cos x=\dfrac{1-t^2}{2}$ ta có:

$(2) \Leftrightarrow 1-\dfrac{1-t^2}{2}+t=0 \Leftrightarrow (t+1)^2=0 \Leftrightarrow t=-1 \Leftrightarrow \sqrt{2}sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi \end{array}\right.$

Vậy phương trình có 3 họ nghiệm: $x=\left\{\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi;-\dfrac{\pi}{4}+\text{k}\,\pi;k2\pi\right\}$, $\boldsymbol{k}\in\mathbb{Z}$

Ví dụ 16. Giải phương trình $\cot x=\tan x+\dfrac{2\cos 4x}{\sin 2x}$

Lời giải:

Điều kiện: $\sin 2x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq\dfrac{k\pi}{2}$

$PT \Leftrightarrow \dfrac{\cos x}{\text{sinx}}=\dfrac{\text{sinx}}{\cos x}+\dfrac{\cos 4x}{\text{sinx}\cos x} \Leftrightarrow \cos^2 x=\sin^2 x+\cos 4x \Leftrightarrow \cos 2x=\cos 4x$

$\Leftrightarrow \cos 2x=2\cos^2 2x-1 \Leftrightarrow (\cos x-1)(2\cos x+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=1 \\ \cos x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k2\pi \\ x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$

Vậy phương trình có 3 họ nghiệm: $x=\left\{k\pi;\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\right\}$, $\boldsymbol{k}\in\mathbb{Z}$

Ví dụ 17. Giải phương trình $\dfrac{\sin 2x+2\cos x-\sin x-1}{\tan x+\sqrt{3}}=0$

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases}\cos x \neq 0 \\ \tan x \neq -\sqrt{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi \\ x \neq -\dfrac{\pi}{3}+k\pi\end{cases}$

Ta có phương trình $\Leftrightarrow \sin 2x + 2\cos x - \sin x - 1 = 0 \Leftrightarrow (\sin x + 1)(2\cos x - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi (L)\end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện, vậy phương trình có 2 họ nghiệm: $x = \left\{\dfrac{\pi}{3} + k2\pi; -\dfrac{\pi}{2} + k2\pi\right\}$, $k \in \mathbb{Z}$

Ví dụ 18. Giải phương trình $\tan\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right) + \dfrac{\sin x}{1+\cos x} = 2$

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases}\sin x \neq 0 \\ \cos x \neq -1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \pi + k2\pi\end{cases}$. Ta có phương trình tương đương:

$$\cot x + \frac{\sin x}{1+\cos x} = 2 \Leftrightarrow \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1+\cos x} = 2 \Leftrightarrow \cos x + \cos^2 x + \sin^2 x = 2\sin x + 2\sin x\cos x$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)(2\sin x - 1) \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi\end{array}\right.$$

Vậy phương trình có hai họ nghiệm: $x = \left\{\dfrac{\pi}{6} + k2\pi; \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi\right\}$, $k \in \mathbb{Z}$

Ví dụ 19. Giải phương trình $\dfrac{\left(2-\sqrt{3}\right)\cos x - 2\sin^2\left(\dfrac{x}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)}{2\cos x - 1} = 1$

Lời giải:

Điều kiện: $\cos x \neq \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x \neq \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$. Phương trình đã cho tương đương

$$\Leftrightarrow \left(2-\sqrt{3}\right)\cos x - 2\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = 2\cos x - 1 \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3}\cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \sqrt{3}\,\mathrm{cosx} = 0 \Leftrightarrow \sin x - \sqrt{3}\cos x = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi$$

Kết hợp điều kiện, suy ra nghiệm của phương trình là: $x = -\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Ví dụ 20. Giải phương trình $\dfrac{2\sin^2 x + 3\sqrt{2}\sin x - \sin 2x + 1}{\sin 2x + 1} + 1 = 0$

Lời giải:

Điều kiện: $\sin 2x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{4}+k\pi$. Phương trình tương đương

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 x+3\sqrt{2}\sin x-\sin 2x+1+\left(\sin 2x+1\right)=0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x+3\sqrt{2}\sin x+2=0$$

$$\Leftrightarrow \left(2\sin x+\sqrt{2}\right)\left(\sin x+\sqrt{2}\right)=0 \Leftrightarrow \sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện, suy ra nghiệm của phương trình là: $x=-\frac{3\pi}{4}+k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Ví dụ 21. Giải phương trình $\frac{\sin^4 x+cos^4 x}{5\sin 2x}=\frac{1}{2}\cot 2x-\frac{1}{8\sin 2x}$

Lời giải:

Điều kiện: $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}$. Phương trình tương đương:

$$\Leftrightarrow 8(sin^4 x+cos^4 x)=20cos2x-5 \Leftrightarrow 8\left(1-\frac{1}{2}sin^2 x\right)=20cos2x-5$$

$$\Leftrightarrow 4+4cos^2 2x=20cos2x-5 \Leftrightarrow 4cos^2 2x-20cos2x+9=0 \Leftrightarrow \left(2\cos x-1\right)\left(2\cos x-9\right)=0$$

$\Leftrightarrow \cos x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$. Vậy phương trình có hai họ nghiệm là: $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Ví dụ 22. Giải phương trình $\tan^4 x+1=\frac{\left(2-\sin^2 2x\right)\sin 3x}{cos^4 x}$

Lời giải:

Điều kiện: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2}+k\pi$. Phương trình tương đương:

$$\sin^4 x+cos^4 x=\left(2-\sin^2 2x\right)\sin 3x \Leftrightarrow 1-\frac{1}{2}\sin^2 2x=\left(2-\sin^2 2x\right)\sin 3x$$

$$\Leftrightarrow (2-sin^2 x)(2sin\,3x-1)=0 \Leftrightarrow sin\,3x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{18}+\frac{k2\pi}{3} \\ x=\frac{17\pi}{18}+\frac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có hai họ nghiệm là: $x=\left\{\frac{\pi}{18}+\frac{k2\pi}{3};\frac{17\pi}{18}+\frac{k2\pi}{3}\right\}$, $k \in \mathbb{Z}$

Ví dụ 23. Giải phương trình $\left(2\cos x-1\right)\cot x=\frac{3}{\sin x}+\frac{2\sin x}{\cos x-1}$

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases}\sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 1\end{cases}$. Phương trình tương đương:

$$\Leftrightarrow \left(2\cos x-1\right)\left(\cos x-1\right)\cos x=3\left(\cos x-1\right)+2\left(1-\cos^2 x\right) \Leftrightarrow 2\cos^3 x-\cos^2 x-2\cos x+1=0$$

$\Leftrightarrow (2\cos x-1)(\cos^2 x-1)=0 \Leftrightarrow \cos x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$

Vậy phương trình có hai họ nghiệm : $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Ví dụ 24. Giải phương trình $\frac{\sin 2x}{\cos x}+\frac{\cos 2x}{\sin x}=\tan x-\cot x$

Lời giải:

Điều kiện: $\sin 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}$. Phương trình tương đương:

$\Leftrightarrow \sin 2x.\sin x+\cos 2x.\cos x=\sin^2 x-\cos^2 x=1-2\cos^2 x \Leftrightarrow \cos x=1-2\cos^2 x$

$\Leftrightarrow (\cos x+1)(2\cos x-1)=0 \Leftrightarrow \cos x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$

Vậy phương trình có hai họ nghiệm : $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Ví dụ 25. Giải phương trình $\frac{1+\sin 2x+\cos 2x}{1+\cot^2 x}=\sqrt{2}\sin x\sin 2x$

Lời giải:

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi$. Phương trình tương đương:

$\Leftrightarrow 1+\sin 2x+\cos 2x=\sqrt{2}\sin x\sin 2x\left(1+\cot^2 x\right)=\sqrt{2}\sin x\sin 2x.\frac{1}{\sin^2 x}=2\sqrt{2}\cos x$

$\Leftrightarrow \sin 2x+\cos 2x-2\sqrt{2}\cos x+1=0 \Leftrightarrow \sin x\cos x+\cos^2 x-\sqrt{2}\cos x=0$

$\Leftrightarrow \cos x\left(\sin x+\cos x-\sqrt{2}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \sin x+\cos x=\sqrt{2}\end{array}\right.$

- Với $\cos x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$
- Với $\sin x+\cos x=\sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$

Vậy phương trình có hai họ nghiệm : $x=\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi;\frac{\pi}{4}+k2\pi\right\}$, $k \in \mathbb{Z}$

Ví dụ 26. Giải phương trình $\frac{\cos x}{\cos 3x}-\frac{\cos 5x}{\cos x}=8\sin x\sin 3x$

Lời giải:

Điều kiện: $\begin{cases}\cos x \neq 0\\ \cos 3x \neq 0\end{cases}$. Phương trình tương đương:

$\Leftrightarrow \cos^2 x-\cos 5x.\cos 3x=8\sin x.\cos x.\sin 3x.\cos 3x \Leftrightarrow \cos^2 x-\cos 3x.\cos 5x=2\sin 2x.\sin 6x$

$\Leftrightarrow 1+\cos 2x-\cos 8x-\cos 2x=2(\cos 4x-\cos 8x) \Leftrightarrow \cos 8x-2\cos 4x+1=0$

$\Leftrightarrow \cos^2 4x - \cos 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 4x = 0 \\ \cos 4x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 4x = k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4} \\ x = \frac{k\pi}{2} \end{array}\right.$

Vậy phương trình có hai họ nghiệm : $x = \left\{\frac{k\pi}{2}; \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{4}\right\}, k \in \mathbb{Z}$

BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Tìm nghiệm của phương trình sau $\sin^4 x - cos^4 x = 0$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ **B.** $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \pm\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ **D.** $x = k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 2. Phương trình $\sqrt{2}cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ có số nghiệm thuộc đoạn $[0; 2\pi]$ là

A. 1 **B.** 2 **C.** 0 **D.** 3

Câu 3. Số nghiệm của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1,\ \pi \le x \le 5\pi$ là

A. 0 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 1

Câu 4. Phương trình $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$?

A. 3 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 2

Câu 5. Cho phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Gọi n là số các nghiệm của phương trình trong đoạn $[0; 3\pi]$ thì giá trị của n là

A. 2 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 8

Câu 6. Số nghiệm của phương trình $cos 2x + \sin 3x = 0$ thuộc $[0; 2\pi]$ là

A. 6 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 5

Câu 7. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin x + \sin 2x = 0$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

A. 4π **B.** 5π **C.** 3π **D.** 2π

Câu 8. Cho phương trình $\sin 2x - 2\cos x = 0$, nghiệm của phương trình là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ **B.** $x = \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ **D.** $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 9. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $2\sin x + 2\sqrt{2}\sin x\cos x = 0$ là

A. π **B.** $\frac{\pi}{4}$ **C.** $\frac{\pi}{3}$ **D.** $\frac{3\pi}{4}$

Câu 10. Phương trình $\sin 5x - \sin x = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc đoạn $[-2018\pi; 2018\pi]$?

A. 16145 **B.** 20181 **C.** 16144 **D.** 20179

Câu 11. Phương trình $\cos x - cos2x - cos3x + 1 = 0$ có mấy nghiệm thuộc nửa khoảng $[-\pi; 0)$?

A. 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 2

Câu 12. Phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ có tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$ bằng

A. $\frac{7\pi}{2}$ **B.** π **C.** $\frac{3\pi}{2}$ **D.** $\frac{\pi}{4}$

Câu 13. Tìm số nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$ của phương trình $\cos x + \sin 2x = 0$

A. 4 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 2

Câu 14. Tìm số nghiệm của phương trình $\sin(\cos x) = 0$ trên đoạn $x \in [0; 2\pi]$

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** Vô số.

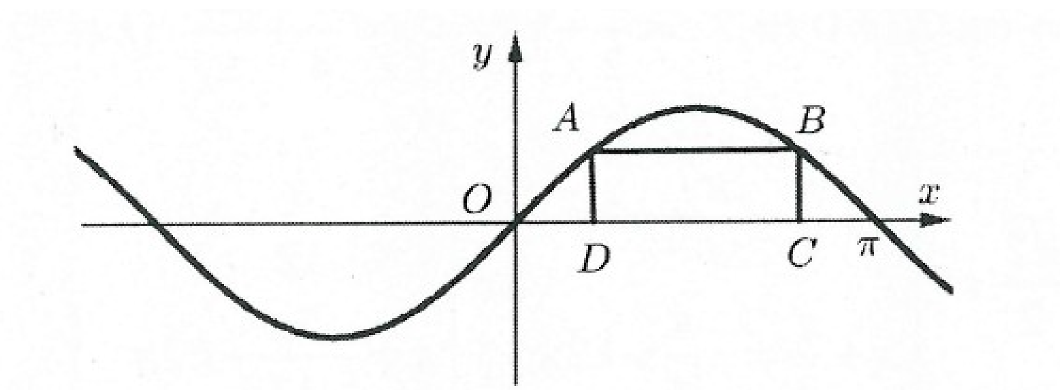
Câu 15. Tìm tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos(\sin x) = 1$ thuộc đoạn $[0; 2\pi]$

A. 2π **B.** 0 **C.** π **D.** 3π

Câu 16. Tổng các nghiệm của phương trình $\sin^2 x - \sin 2x + cos^2 x = 0$ trên đoạn $[0; 2018\pi]$ là

A. $\frac{4071315\pi}{2}$ **B.** $\frac{4067281\pi}{2}$ **C.** $\frac{4075351\pi}{2}$ **D.** $\frac{8142627\pi}{2}$

Câu 17. Cho hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[0; \pi]$, các điểm C, D thuộc trục Ox thỏa mãn ABCD là hình chữ nhật và $CD = \frac{2\pi}{3}$. Tính độ dài đoạn BC



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** 1 **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 18. Nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} = 3\cot x + \sqrt{3}$ là

A. $-\frac{\pi}{6}$ **B.** $-\frac{5\pi}{6}$ **C.** $-\frac{\pi}{2}$ **D.** $-\frac{2\pi}{3}$

Câu 19. Nghiệm của phương trình lượng giác $cos^2 x - \cos x = 0$ thỏa mãn điều kiện $0 < x < \pi$ là

A. $x=0$ **B.** $x=\frac{3\pi}{4}$ **C.** $x=\frac{\pi}{2}$ **D.** $x=-\frac{\pi}{2}$

Câu 20. Phương trình $cos2x+2\cos x-3=0$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;2019)$?

A. 320 **B.** 1009 **C.** 1010 **D.** 321

Câu 21. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 5x+\cos 2x+2\sin 3x.\sin 2x=0$ trên đoạn $[0;3\pi]$ là

A. $\frac{16\pi}{3}$ **B.** $\frac{11\pi}{3}$ **C.** $\frac{25\pi}{3}$ **D.** $\frac{37\pi}{3}$

Câu 22. Cho phương trình $\frac{\sin x}{\cos^2 x-3\cos x+2}=0$. Tính tổng tất cả các nghiệm trong đoạn $[0;2018\pi]$ của phương trình trên.

A. 1018018π **B.** 1018080π **C.** 1018081π **D.** 1020100π

Câu 23. Cho phương trình $\frac{2\left(1-3\sin^2 x\cos^2 x\right)-\sin x\cos x}{\sqrt{2}-2\sin x}=0$ có x_0 là nghiệm dương lớn nhất trên khoảng $(0;100\pi)$ và có dạng $x_0=a\pi+\frac{\pi}{b}$, $(a,b\in\mathbb{Z})$. Tính tổng $a+b$

A. 100 **B.** 101 **C.** 102 **D.** 103

Câu 24. Số nghiệm của phương trình $3\sin^2 2x+cos2x-1=0$ trên nửa khoảng $[0;4\pi)$ là

A. 8 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 12

Câu 25. Gọi x_0 là một nghiệm của phương trình $\sin 2x=\cos x$ trên $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$. Tính giá trị của biểu thức $S=\sin x_0+\sin 2x_0+\sin 3x_0+..+\sin 2018x_0$

A. $S=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ **B.** $S=\frac{1}{2}$ **C.** $S=0$ **D.** $S=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

Câu 26. Tính tổng các nghiệm của phương trình $(2cos2x+5)\left(\sin^4 x-cos^4x\right)+3=0$ trong khoảng $(0;2018\pi)$

A. 2010.2018π **B.** 1010.2018π **C.** $2018^2\pi$ **D.** 2016.2018π

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1-A	2-B	3-B	4-D	5-C	6-A	7-B	8-A	9-D	10-B
11-D	12-B	13-A	14-C	15-D	16-A	17-B	18-C	19-C	20-D
21-D	22-C	23-D	24-D	25-D	26-C	27-	28-	29-	30-

Câu 1: $\sin^4 x-cos^4x=0\Leftrightarrow\left(\sin^2 x-cos^2x\right).\left(\sin^2 x+cos^2x\right)=0$

$\Leftrightarrow \sin^2 x - cos^2 x = 0 \Leftrightarrow cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$. **Chọn A.**

Câu 2: $cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{12} + k2\pi \\ x = -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \end{array}\right.$

TH1. Với $0 \le x \le 2\pi \Leftrightarrow 0 \le -\frac{\pi}{12} + k2\pi \le 2\pi \Leftrightarrow \frac{1}{24} \le k \le \frac{25}{24} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 1$

TH2. Với $0 \le x \le 2\pi \Leftrightarrow 0 \le -\frac{7\pi}{12} + k2\pi \le 2\pi \Leftrightarrow \frac{7}{24} \le k \le \frac{31}{24} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 1$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm. **Chọn B.**

Câu 3: $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$

Mà $\pi \le x \le 5\pi \longrightarrow \pi \le \frac{\pi}{4} + k2\pi \le 5\pi \Leftrightarrow \frac{3}{8} \le k \le \frac{19}{8} \longrightarrow k = \{1; 2\}$. **Chọn B.**

Câu 4: $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \pi + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$

Mà $0 < x < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < -\frac{2\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} < \frac{\pi}{2} \\ 0 < \frac{\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} < \frac{\pi}{2} \end{array}\right. \longrightarrow x = \left\{\frac{\pi}{3}; \frac{4\pi}{9}\right\}$. **Chọn D.**

Câu 5: $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right.$

Mà $0 \le x \le 3\pi \longrightarrow x = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}; \frac{7\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}; \frac{4\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}\right\}$. **Chọn C.**

Câu 6: $cos 2x = -\sin 3x = \sin(-3x) = cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x + \frac{\pi}{2} = 2x + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{2} = -2x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{10} + \frac{k2\pi}{5} \end{array}\right.$

Mà $x \in [0; 2\pi] \Rightarrow x = \left\{\frac{3\pi}{2}; \frac{3\pi}{10}; \frac{7\pi}{10}; \frac{11\pi}{10}; \frac{3\pi}{2}; \frac{19\pi}{10}\right\}$. **Chọn A.**

Câu 7: Phương trình $\Leftrightarrow \sin x + 2\sin x \cos x = 0 \Leftrightarrow \sin x(1 + 2\cos x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right.$$

TH1: Với $\begin{cases} x = k\pi \\ x \in [0;2\pi] \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pi \\ x = 2\pi \end{array}\right.$

TH2: Với $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi$ ta giải $0 \le \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi \le 2\pi \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{2\pi}{3} \\ x = \dfrac{4\pi}{3} \end{array}\right.$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình trên đoạn $[0;2\pi]$ là 5π . **Chọn B.**

Câu 8: $\sin 2x - 2\cos x = 0 \Leftrightarrow 2\sin x\cos x - 2\cos x = 0 \Leftrightarrow 2\cos x(\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} cosx = 0 \\ \sin x = 1 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow cosx = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **Chọn A.**

Câu 9: $2\sin x + 2\sqrt{2}\sin x\cos x = 0 \Leftrightarrow 2\sin x\left(1 + \sqrt{2}\cos x\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ 1 + \sqrt{2}\cos x = 0 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ \cos x = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k\pi \\ x = \dfrac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right.$$

Vậy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình đã cho là $\dfrac{3\pi}{4}$. **Chọn D.**

Câu 10: $\sin 5x = \sin x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5x = x + k2\pi \\ 5x = \pi - x + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{k\pi}{2} \\ x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3} \end{array}\right.$

TH1: Với $x = \dfrac{k\pi}{2}$ mà $x \in [-2018\pi;2018\pi] \Rightarrow -2018\pi < \dfrac{k\pi}{2} < 2018\pi$

$\Leftrightarrow -4036 \le k \le 4036 \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}$ có $4036 - (-4036) + 1 = 8073$ nghiệm k.

TH2: Với $x = \dfrac{\pi}{6} + \dfrac{k\pi}{3}$ mà $x \in [-2018\pi; 2018\pi] \Rightarrow -2018\pi \le \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \le 2018\pi$

$\Leftrightarrow -\dfrac{12109\pi}{6} < \dfrac{k\pi}{3} < \dfrac{12107\pi}{6} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} -\dfrac{12109}{2} < k < \dfrac{12107}{2}$

$\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}$ có $6053 - (-6054) + 1 = 12108$ nghiệm k.

Vậy phương trình đã cho có $8073 + 12108 = 20181$ nghiệm. **Chọn B.**

Câu 11: $\cos x - cos2x - cos3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x - 2\cos^2 x + 1 - 4\cos^3 x + 3\cos x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow 4\cos^3 x+2\cos^2 x-4\cos x-2=0 \Leftrightarrow \left(\cos^2 x-1\right)\left(2\cos x+1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \cos x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=k\pi \\ x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.$ mà $x \in \mathbb{Z} \longrightarrow x - \left\{-\pi; -\frac{2\pi}{3}\right\}$. **Chọn D.**

Câu 12: $\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin\left(x+\dfrac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-\dfrac{\pi}{4}=x+\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi \\ 2x-\dfrac{\pi}{4}=\pi-x-\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pi+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$

TH1. Với $x=\pi+k2\pi$ mà $x\in\left(0;\pi\right) \Rightarrow 0<\pi+k2\pi<\pi$

$\Leftrightarrow -\pi<k2\pi<0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}<k<0 \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k=\varnothing$

TH2. Với $x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k2\pi}{3}$ mà $x\in\left(0;\pi\right) \Rightarrow 0<\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k2\pi}{3}<\pi$

$\Leftrightarrow -\dfrac{\pi}{6}<\dfrac{k2\pi}{3}<\dfrac{5\pi}{6} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{4}<k<\dfrac{15}{12} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k=\left\{0;1\right\} \Rightarrow x=\left\{\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6}\right\}$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình đã cho là π. **Chọn B.**

Câu 13: $\cos x=-\sin 2x=\sin\left(-2x\right)=cos\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+\dfrac{\pi}{2}=x+k2\pi \\ 2x+\dfrac{\pi}{2}=-x+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k2\pi}{3} \end{array}\right. \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

TH1. Với $x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$ mà $x\in\left(-\pi;\pi\right) \Rightarrow -\pi<-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi<\pi$

$\Leftrightarrow -\dfrac{\pi}{2}<k2\pi<\dfrac{3\pi}{2} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{4}<k<\dfrac{3}{4} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k=0 \Rightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}$

TH2. Với $x=-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k2\pi}{3}$ mà $x\in\left(-\pi;\pi\right) \Rightarrow -\pi<-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k2\pi}{3}<\pi$

$\Leftrightarrow -\dfrac{5\pi}{6}<\dfrac{k2\pi}{3}<\dfrac{7\pi}{6} \Leftrightarrow -\dfrac{5}{12}<k<\dfrac{21}{12} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k=\left\{-1;0;1\right\}$

Vậy phương trình đã cho có tất cả 4 nghiệm. **Chọn A.**

Câu 14: $\sin\left(\cos x\right)=0 \Leftrightarrow \cos x=k\pi$ mà $\cos x\in\left[-1;1\right]$

Suy ra $-1\le k\pi\le 1 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{\pi}\le k\le\dfrac{1}{\pi} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k=0$

Do đó $\cos x=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+n.\pi$ mà $x\in\left[0;2\pi\right] \longrightarrow x=\left\{\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right\}$. **Chọn C.**

Câu 15: $\cos(\sin x)=1 \Leftrightarrow \sin x = k2\pi$ mà $\sin x \in [-1;1]$

Suy ra $-1 \le k2\pi \le 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2\pi} \le k \le \frac{1}{2\pi} \xrightarrow{k\in\mathbb{Z}} k=0$

Do đó $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = n.\pi$ mà $x\in[0;2\pi] \longrightarrow x=\{0;\pi;2\pi\}$. **Chọn D.**

Câu 16: $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2}+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$

Mà $0\le x\le 2018\pi \longrightarrow 0\le \frac{\pi}{4}+k\pi \le 2018\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4}\le k\le \frac{8071}{4}$

Suy ra $k=\{0;1;2;...;2017\} \Rightarrow \sum x = \frac{4071315\pi}{2}$. **Chọn A.**

Câu 17: Vì $CD=\frac{2\pi}{3} \Rightarrow OD=\frac{\pi-CD}{2}=\frac{\pi}{6} \Rightarrow x_D=\frac{\pi}{6} \Rightarrow D\left(\frac{\pi}{6};0\right)$

Do đó $x_A=\frac{\pi}{6} \Rightarrow y_A=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2} \Rightarrow A\left(\frac{\pi}{6};\frac{1}{2}\right) \Rightarrow BC=AD=\frac{1}{2}$. **Chọn B.**

Câu 18: Phương trình $\Leftrightarrow \sqrt{3}\left(1+\cot^2 x\right)=3\cot x+\sqrt{3} \Leftrightarrow \cot^2 x-\sqrt{3}\cot x=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cot \quad x=0 \\ \cot \quad x=\sqrt{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k\pi \xrightarrow{x<0} k_{max}=-1 \Rightarrow x=-\frac{\pi}{2} \\ x=\frac{\pi}{6}+k\pi \xrightarrow{x<0} k_{max}=-1 \Rightarrow x=-\frac{5\pi}{6}\end{array}\right.$. **Chọn C.**

Câu 19: Phương trình $\Leftrightarrow cos^2 x-\cos x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \cos x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ x=k2\pi\end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z})$

Với $x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ mà $0<x<\pi \longrightarrow -\frac{1}{2}<k<\frac{1}{2} \Rightarrow k=0 \Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$

Với $x=k2\pi$ mà $0<x<\pi \longrightarrow 9<k<\frac{1}{2} \Rightarrow k=\varnothing$. **Chọn C.**

Câu 20: Phương trình $\Leftrightarrow 2cos^2 x-1+2\cos x-3=0 \Leftrightarrow \cos^2 x+\cos x-2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=1\\ \cos x=-2(l)\end{array}\right. \Leftrightarrow \cos x=1 \Leftrightarrow x=k2\pi$ mà $x\in(0;2019) \Rightarrow 0<k<\frac{2019}{2\pi}$

Mặt khác $k\in\mathbb{Z}\quad k=\{1;2;...;321\}$ nên có 321 nghiệm cần tìm. **Chọn D.**

Câu 21: Phương trình $\Leftrightarrow \cos 5x+\cos 2x+\cos x-\cos 5x=0 \Leftrightarrow \cos 2x=\cos(\pi+x)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=x+\pi+k2\pi\\ 2x=-x-\pi+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pi+k2\pi\\ x=-\frac{\pi}{3}+\frac{k2\pi}{3}\end{array}\right.$ mà $x\in[0;3\pi]$

$\Rightarrow x=\left\{\pi;3\pi;\frac{\pi}{3};\frac{5\pi}{3};\frac{7\pi}{3};3\pi\right\} \longrightarrow \sum x=\frac{37\pi}{3}$. **Chọn D.**

Câu 22: Phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases}\sin x = 0\\ \cos^2 x - 3\cos x + 2 \ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sin x = 0\\ \cos x \ne 1\end{cases} \Leftrightarrow \cos x = -1$

Do đó $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$ mà $x \in [0;2018\pi] \Rightarrow -\frac{1}{2} \le k \le \frac{2017}{2}$

Mặt khác $k \in \mathbb{Z} \longrightarrow k = \{0;1;2;...;1008\} \Rightarrow \sum_{k=0}^{1008}(\pi + k2\pi) = 1018081\pi$. **Chọn C.**

Câu 23: Điều kiện: $\sqrt{2} - 2\sin x \ne 0 \Leftrightarrow \sin x \ne \frac{\sqrt{2}}{2}$

Phương trình trở thành: $2 - 6\sin^2 x\cos^2 x - \sin x\cos x = 0 \Leftrightarrow 4 - 3\sin^2 2x - \sin 2x = 0$

$\Leftrightarrow 3\sin^2 2x + \sin 2x - 4 - 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 2x = 1\\ \sin 2x = -\frac{4}{3}(l)\end{array}\right. \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

Với $x \in (0;100\pi) \longrightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + k\pi < 100\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{399}{4}$

Mà $k \in \mathbb{Z} \longrightarrow k_{max} = 99 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + 99\pi$ (thỏa mãn) $\Rightarrow a + b = 99 + 4 = 103$. **Chọn D.**

Câu 24: Phương trình $3(1 - cos^2 2x) + cos2x - 1 = 0 \Leftrightarrow -3cos^2 2x + cos2x + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}cos2x = 1\\ cos2x = -\frac{2}{3}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x = k2\pi\\ 2x = \pm arccos\left(-\frac{2}{3}\right) + k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = k\pi\\ x = \pm\frac{1}{2}arccos\left(-\frac{2}{3}\right) + k\pi\end{array}\right.$

TH1. Với $x = k\pi \in [0;4\pi) \Leftrightarrow 0 \le k \le 4 \longrightarrow k = \{0;1;2;3\}$ nên có 4 nghiệm.

TH2. Với $x = \frac{1}{2}arccos\left(-\frac{2}{3}\right) + k\pi \in [0;4\pi) \Leftrightarrow -0,116 \le k < 3,883$

$\longrightarrow k = \{0;1;2;3\}$ nên có 4 nghiệm.

TH3. Với $x = -\frac{1}{2}arccos\left(-\frac{2}{3}\right) + k\pi \in [0;4\pi) \Leftrightarrow 0,116 \le k < 4,116$

$\longrightarrow k = \{1;2;3;4\}$ nên có 4 nghiệm. Vậy phương trình có tổng 12 nghiệm. **Chọn D.**

Câu 25: Phương trình $\Leftrightarrow \sin 2x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x = \frac{\pi}{2} - x + k2\pi\\ 2x = \pi - \frac{\pi}{2} + x + k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}\\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi\end{array}\right.$

Với $x \in \left(\frac{\pi}{2};\pi\right) \longrightarrow x_0 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow S = \sin\frac{\pi}{6} + \sin\left(2.\frac{\pi}{6}\right) + .. + \sin\left(2018.\frac{\pi}{6}\right)$

Ta có $\sin x + \sin 2x + \sin 3x + ... + \sin nx = \frac{\sin\frac{n+1}{2}x}{\sin\frac{x}{2}}.\sin\frac{nx}{2}$

Với $x=\dfrac{\pi}{6}; n=2018 \longrightarrow S=\dfrac{\sin\dfrac{2019}{2}.\dfrac{\pi}{6}}{\sin\dfrac{\pi}{12}}.\sin\dfrac{2018.\dfrac{\pi}{6}}{2}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}:\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$. **Chọn D.**

Câu 26: Phương trình $\Leftrightarrow (2cos2x+5)(\sin^2 x-cos^2x)(\sin^2 x+cos^2x)+3=0$

$\Leftrightarrow -cos2x.(2cos2x+5)+3=0 \Leftrightarrow -2cos^2 2x-5cos2x+3=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} cos2x=\dfrac{1}{2} \\ cos2x=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ 2x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right.$

TH1. Với $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi \in (0;2018\pi) \Leftrightarrow 0<\dfrac{\pi}{6}+k\pi<2018\pi \Leftrightarrow -\dfrac{1}{6}<k<\dfrac{12107}{6}$

Mà $k\in\mathbb{Z}$ nên $k=\{0;1;2;...;2017\} \longrightarrow \sum_{k=0}^{2017}\left(\dfrac{\pi}{6}+k\pi\right)=2018.\dfrac{\pi}{6}+2035153\pi$

TH2. Với $x=-\dfrac{\pi}{6}+k\pi \in (0;2018\pi) \Leftrightarrow 0<-\dfrac{\pi}{6}+k\pi<2018\pi \Leftrightarrow \dfrac{1}{6}<k<\dfrac{12109}{6}$

Mà $k\in\mathbb{Z}$ nên $k=\{0;1;2;...;2017;2018\} \longrightarrow \sum_{k=0}^{2018}\left(-\dfrac{\pi}{6}+k\pi\right)=-2018.\dfrac{\pi}{6}+2037171\pi$

Vậy tổng các nghiệm cần tính là $4072324\pi=2018^2\pi$. **Chọn C.**